

บทที่ 2

ทฤษฎีและวรรณกรรมปริทัศน์

2.1 ผ้าใบยางรถยนต์

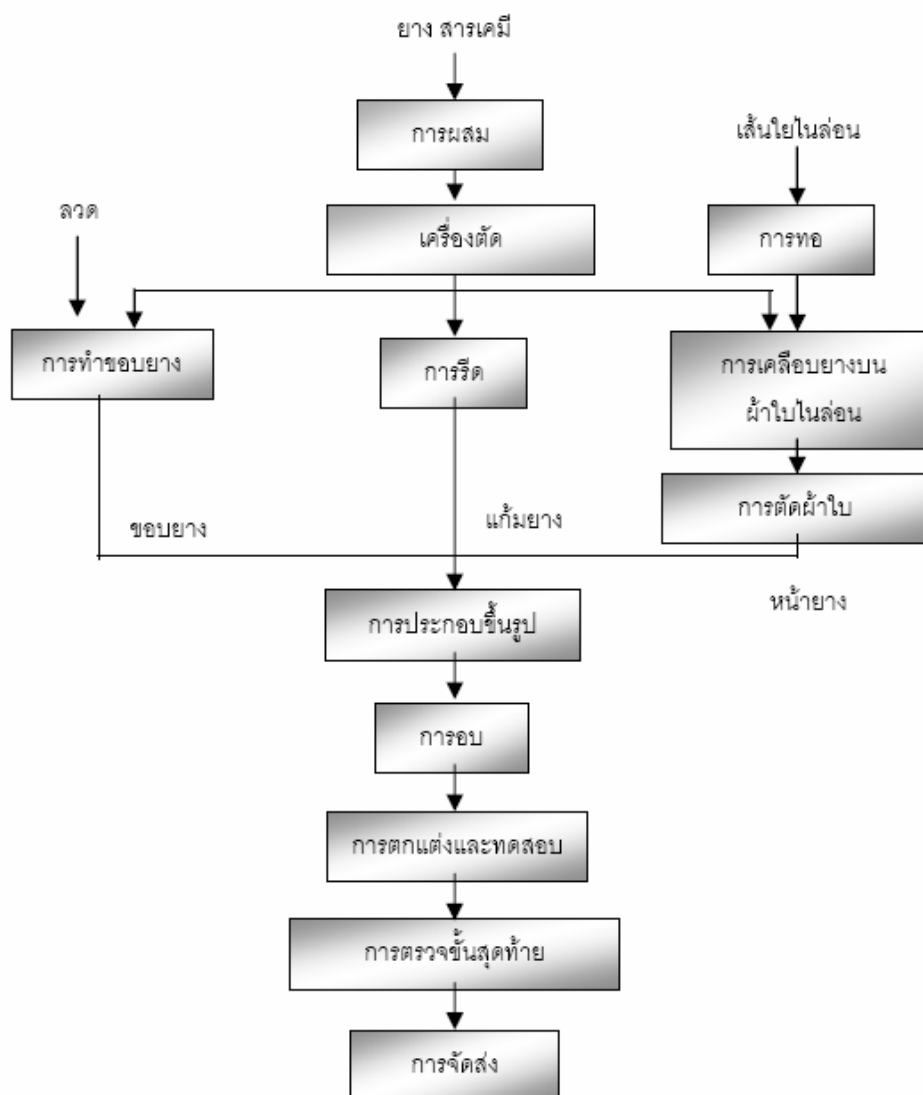
2.1.1 หน้าที่ของผ้าใบในยางรถยนต์

ผ้าใบยางรถยนต์เป็นเส้นใยโพลิเมอร์ที่ชุบเคลือบสารเคมี พร้อมจะทำปฏิกิริยาเคมีในการยึดเกาะกับยาง และทำหน้าที่เป็นโครงสร้างผนังยางชั้นใน ที่ช่วยเพิ่มความแข็งแรงให้กับยางรถยนต์ รับแรงสั่นสะเทือนจากถนน และ ช่วยเพิ่มความยืดหยุ่นและความนุ่มนวลในการขับขี่ ซึ่งนอกจากการนำมาเป็นส่วนประกอบในยางรถยนต์แล้ว ผ้าใบยางรถยนต์ยังถูกใช้เป็นส่วนประกอบใน ยางรถจักรยานยนต์ ยางรถจักรยาน ท่ออุตสาหกรรม สายพานอุตสาหกรรม หรือแม้แต่ยางล้อเครื่องบิน



ภาพที่ 2.1 ผ้าใบยางรถยนต์

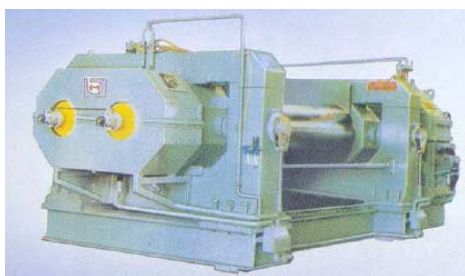
2.1.2 กระบวนการผลิตยางรถยนต์



ภาพที่ 2.2 ผังกระบวนการผลิตยางรถยนต์

(สำนักงานเทคโนโลยีความปลอดภัย กรมโรงงานอุตสาหกรรม, 2535)

การผลิตยางรถยนต์ เริ่มจากการนำยางดิบและสารเคมีมาบดผสมกันด้วยเครื่องผสมแบบ Banbury ยางที่ผสมแล้วจะถูกนำไปผลิตขึ้นส่วนสำคัญ 3 ส่วนของยางรถยนต์ คือ เคลือบผ้าใบยางรถยนต์ ทำหน้ายาง และทำขอบยาง



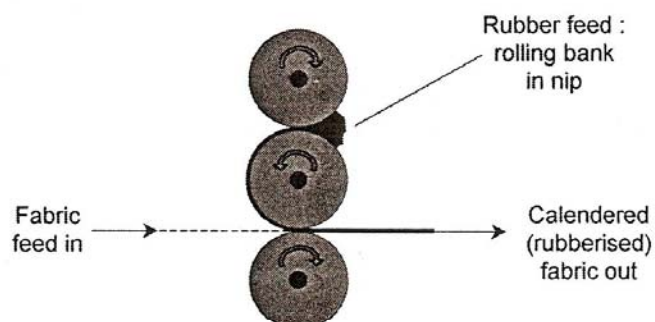
ภาพที่ 2.3 เครื่องผสมยางแบบเปิดและเครื่องผสมยางแบบปิด
(สำนักงานเทคโนโลยีความปลอดภัย กรมโรงงานอุตสาหกรรม, 2535)

ผ้าใบจะถูกนำผ่านเข้าเครื่องอัดยาง ซึ่งทำหน้าที่เคลือบยางลงบนผ้าใบทั้ง 2 หน้า
ผ้าใบที่เคลือบยางแล้วจะถูกส่งไปตัดให้ได้ขนาดตามต้องการ

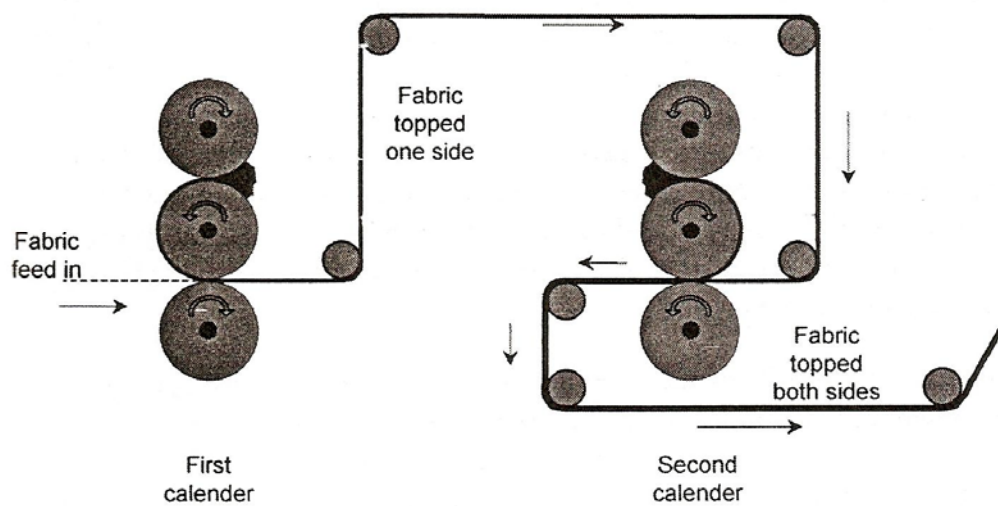


ภาพที่ 2.4 เครื่องฉาบบางลงบนผ้าใบ (Calender Unit)
(Tyre Technology International Magazine Annual Review, S.A.I, 1999)

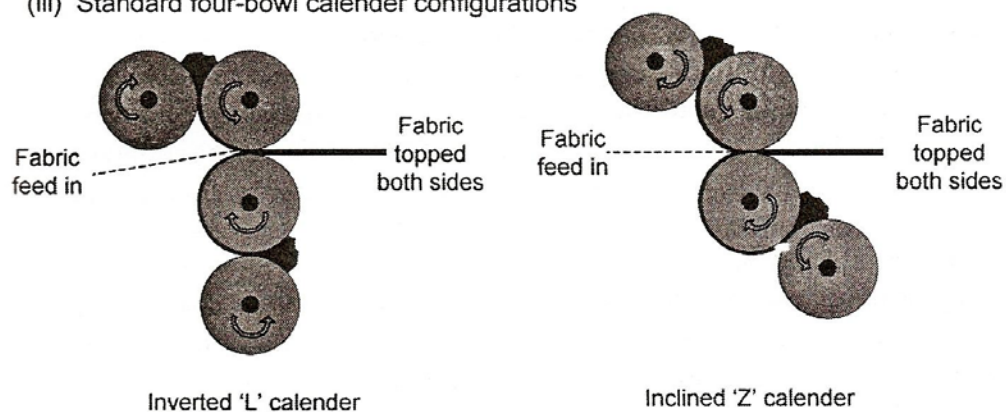
(i) Basic three-bowl calender operation



(ii) Lacing path required for tandem three-bowl calendars



(iii) Standard four-bowl calender configurations



ภาพที่ 2.5 ไรลยางแบบต่างๆ

(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)

ส่วนของหน้ายาง ได้แก่ ดอกยางที่สัมผัสถนน และแก้มยางทั้ง 2 ข้าง ยางส่วนหนึ่ง จะส่งเข้าเครื่องรีดออกมาเป็นหน้ายาง และอีกส่วนหนึ่งคือขอบยาง ได้แก่ ส่วนของล้อที่ติดคุม โลหะเป็นขอบของแผ่นยางเป็นส่วนที่ต้องมีความแข็งแรงสูง ขอบยางทำด้วยเส้นลวดที่มีความ เหนียวพิเศษ พันตามจำนวนรอบที่ออกแบบ และหุ้มด้วยยาง ส่วนประกอบทั้ง 3 จะประกอบกัน บนแบบผ้าใบจะเป็นโครงสร้างด้านใน และปิดด้วยหน้ายางและขอบยางด้านข้าง จากนั้นจะถอด แบบออกใส่ง่ายลงในแม่พิมพ์ เมื่อแม่พิมพ์ปิดยางจะได้รับแรงอัดตามรูปร่างที่ต้องการ และได้รับความร้อนจากไอน้ำที่ไหลในแม่พิมพ์จนยางสุก ล้อยางที่ได้จะนำมาตกแต่งผิวให้สวยงาม และผ่านการตรวจสอบขั้นสุดท้ายอีกครั้ง



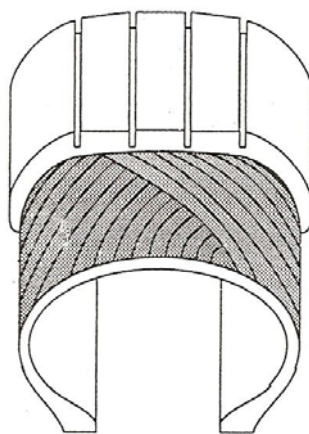
ภาพที่ 2.6 แม่พิมพ์ขึ้นรูปยางและยางที่ขึ้นรูปเสร็จ
(สำนักงานเทคโนโลยีความปลอดภัย กรมโรงงานอุตสาหกรรม, 2535)

2.1.3 ประเภทของยางรถยนต์และโครงสร้างของผ้าใบในยางรถยนต์

รูปแบบการวางผ้าใบในยาง และจำนวนชั้นของผ้าใบในยางรถยนต์จะขึ้นอยู่กับ ประเภทของยางรถยนต์ซึ่งสามารถแบ่งได้ 3 แบบ คือ Bias Ply, Bias Belted และ Radial Ply

2.1.3.1 โครงสร้างยาง Bias Ply

โครงสร้างภายในของยาง ประกอบด้วยชั้นผ้าใบวางซ้อนกัน แต่ละชั้นของผ้าใบจะวางเฉียงจากขอบข้างหนึ่งไปยังขอบอีกข้างหนึ่ง โดยทำมุม 35 องศา กับแนวเส้นรอบวงขอบยาง และชั้นผ้าใบถัดมาจะวางตั้งฉากกับผ้าใบชั้นแรก และวางเฉียงอย่างนี้สลับกันไป โครงสร้างแบบนี้จะเป็นโครงสร้างของล้อยางรถยนต์แบบธรรมดา โครงสร้างของยางแบบนี้จะแข็งแรงบริเวณแก้มยาง (Wall Rubber) และ ดอกยาง (Tread) สามารถรับแรงสะท้อนจากถนนได้เป็นอย่างดี ทำให้มีความนุ่มนวลในการขับขี่ รวมถึงเกาะถนนได้ดี ทั้งในขณะออกตัวและเบรก แต่โครงสร้างแบบนี้จะเกิดความร้อนกับยาง เนื่องจากดอกยางที่แต่ละพื้นถนนจะได้รับการหดตัวหรือดัดได้ ส่งผลให้เกิดการสึกหรอของดอกยางรวดเร็วกว่าปกติ



Bias

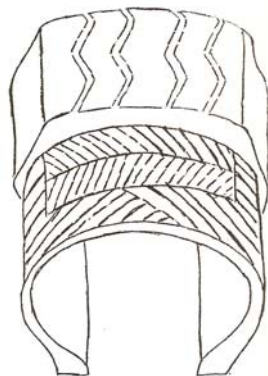
ภาพที่ 2.7 โครงสร้างยาง Bias Ply

(Rubber Engineering, Dr. R K Matthan, 1998)

2.1.3.2 โครงสร้างยาง Bias Belted

ยางแบบ Bias Belted เป็นการนำข้อดีของยางแบบ Bias Ply และ ยางเรเดียล มา รวมกัน โดยโครงสร้างยางเป็นแบบ Bias Ply คือมีผ้าใบวางเฉียงเป็นมุมประมาณ 33 องศา เส้นใย ที่ใช้อาจจะเป็น เรยอน ไนล่อน หรือโพลีเอสเตอร์ วางสลับกัน 2 หรือ 4 ชั้น และมีชั้นผ้าใบรัดใน แนวเส้นรอบวงเหมือนยางเรเดียล อีก 2 หรือ 4 ชั้น โดยวางเป็นมุม 29-30 องศา ยาง Bias Belted เป็นยางที่มีอายุการใช้งานนานกว่ายาง Bias Ply เพราะชั้นผ้าใบที่รัดช่วยไม่ให้ยางดินขณะสัมผัส

กับพื้นถนน ยางชนิดนี้จะวิ่งไม่เรียบในความเร็วต่ำ แต่ให้ความปลอดภัยมากกว่ายาง Bias Ply ถึง 2 เท่า จึงเหมาะกับการใช้ความเร็วสูง และยังเกาะถนนได้ดี ไม่ลื่น และลดการสึกของยางได้มากกว่ายางธรรมดา

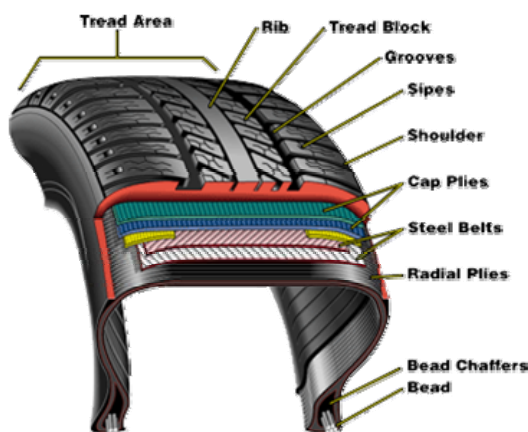


ภาพที่ 2.8 โครงสร้างยาง Bias Belt

(Rubber Engineering, Dr. R K Matthan, 1998)

2.1.3.3 โครงสร้างยางเรเดียล

โครงสร้างของยางเรเดียลจะประกอบด้วยชั้นผ้าใบเพียง 2 ชั้น ซึ่งแต่ละชั้นจะวางผ้าใบในแนวตั้งฉากกับขอบยาง ลักษณะการวางแบบนี้จะไม่มีผ้าใบยึดตามขวางของยางเลย จึงจำเป็นต้องมีชั้นผ้าใบเป็นลักษณะเข็มขัด รัดตามแนวเส้นขอบวงของยาง 2-4 ชั้น แต่ละชั้นทำมุมกัน 10-12 องศาจากแนวเส้นรอบวงยาง ผ้าใบที่ใช้ อาจเป็น ไนลอน หรือแม้แต่ไฟเบอร์กลาส ซึ่งเหนียวและแข็งแรง แต่บางครั้งอาจเป็นลวดเหล็กเหนียวเส้นเล็กๆ ซึ่งใช้กับยางที่ใช้งานหนัก และความเร็วสูง

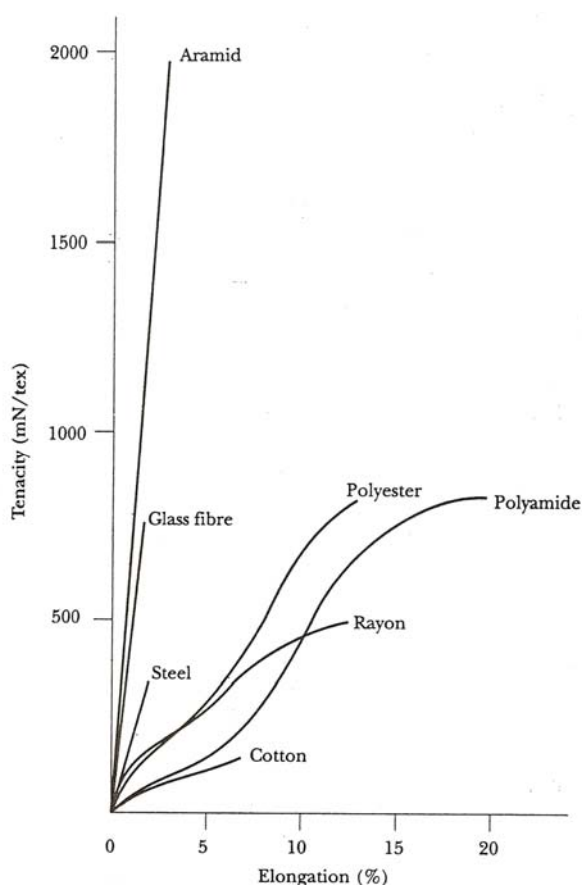


ภาพที่ 2.9 โครงสร้างยางเรเดียล

2.1.4 เส้นใยโพลิเมอร์ที่ใช้ผลิตยางรถยนต์

มีเส้นใยห้าชนิดหลักที่นิยมนำมาเสริมความแข็งแรงในผลิตภัณฑ์ยาง ได้แก่ คอตตอน ไนลอน เรยอน อรามิด และโพลีเอสเตอร์

คอตตอนเป็นเส้นใยที่ได้จากธรรมชาติ ที่ถูกนำมาใช้สร้างความแข็งแรงให้ผลิตภัณฑ์ยางเป็นครั้งแรก หลังจากนั้นเส้นใยเรยอนที่สกัดจากเซลลูโลสก็เข้ามาแทนที่ ไนลอนเป็นเส้นใยสังเคราะห์ชนิดแรกที่น่ามาใช้ในอุตสาหกรรมยางซึ่งมีคุณสมบัติดีกว่าเส้นใยจากเซลลูโลส โพลีเอสเตอร์เป็น Multi-filament Organic Polymer ที่มีความเหนียวและทนทานเหมือนไนลอน ขณะเดียวกันยังมีโมดูลัสสูงกว่าเส้นไนลอน จึงมีคุณสมบัติเหมาะสมที่จะนำมาผลิตเป็นผ้าใบยางรถยนต์ อรามิดมีความแข็งแรงและโมดูลัสสูงมากแต่ยังถูกนำมาใช้ในอุตสาหกรรมที่จำกัดเนื่องจากมีราคาสูง



ภาพที่ 2.10 เปรียบเทียบความแข็งแรงและคุณสมบัติในการยืดตัว

(Rubber Engineering, Dr. R K Matthan, 1998)

ตารางที่ 2.1 คุณสมบัติของวัสดุผสมระหว่างเส้นด้ายสังเคราะห์กับยาง

(Rubber Engineering, Dr. R K Matthan, 1998)

คุณสมบัติ	เรยอน	ไนลอน 6	ไนลอน 6,6	โพลีเอสเตอร์
ความต้านทานความล้า	ปานกลาง	ดีเยี่ยม	ดีเยี่ยม	ดี
ความต้านทานแรงดึง	ดี (เมื่อแห้ง)	ปานกลาง	ปานกลาง	ดี
คุณสมบัติที่อุณหภูมิสูง	ดีมาก	ดีมาก	ดีมาก	ดี
ความต้านทานเมื่ออยู่ภายใต้ความร้อนเป็นเวลานาน	ดีเยี่ยม (ไม่เกิน 150 C)	ดีมาก (ไม่เกิน 160 C)	ดีมาก (ไม่เกิน 180 C)	ดี
ความต้านทานไอน้ำ	ดีมาก	ปานกลาง	ดี	ปานกลาง
ความต้านทานกรด	ปานกลาง	ปานกลาง	ปานกลาง	ดี
ความต้านทานด่าง	ดีมาก	ดีมาก	ดีมาก	ปานกลาง
ความต้านทานความชื้น	ปานกลาง	ดี	ดี	ดีเยี่ยม
ความสามารถในการยึดเกาะกับยาง	ดี	ดี	ดี	ปานกลาง
ความต้านทานเชื้อรา	แย่	ดีเยี่ยม	ดีเยี่ยม	ดีเยี่ยม
ความต้านทานบรรยากาศปกติ	ดีมาก	ดีมาก	ดีมาก	ดีเยี่ยม
ความต้านทานการเสียดสี	ปานกลาง	ดี	ดี	ดี

ตารางที่ 2.2 คุณสมบัติความแข็งแรงและสมบัติทางกายภาพของเส้นด้ายสังเคราะห์

(Rubber Engineering, Dr. R K Matthan, 1998)

คุณสมบัติ	เรยอน	ไนลอน 6	ไนลอน 6,6	โพลีเอสเตอร์
Elongation at break (%)	12	16 - 19	19 - 24	11 - 13
Elastic recovery (%)	70 - 100 (ที่ 2%)	100 (ที่ 4%)	100 (ที่ 2%)	100 (ที่ 2%)
Change of tensile strength due to moisture (%)	-20 ถึง -25	-10 ถึง -15	-10	0
Relative density (g/cc)	1.52	1.14	1.14	1.38
Yarn tenacity (mN/tex)	380 - 450	830	780	730
Moisture regain (%)	11.0 - 13.0	4.5	4.5	0.4

ตารางที่ 2.3 การใช้งานของเส้นด้ายสังเคราะห์แต่ละชนิดในอุตสาหกรรมยางรถยนต์

(Rubber Engineering, Dr. R K Matthan, 1998)

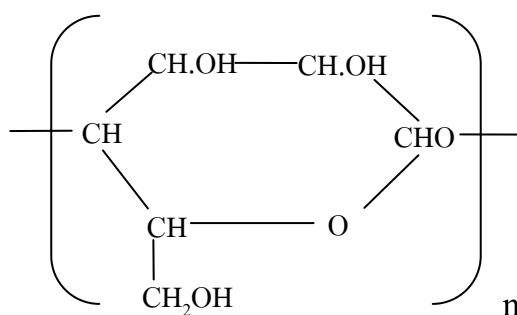
ส่วนประกอบในยางรถยนต์	เรยอน	ไนลอน 6	ไนลอน 6,6	โพลีเอสเตอร์
TRUCK / BUS TYRES				
- Plies	-	+++	+++	-
- Breaker	-	+++	+++	-
RADIAL TYRES				
- Plies	++	+++	+++	+++
- Belt	++	-	-	++

+ เป็นไปได้ทางเทคนิค ++ ใช้ได้ภายใต้ข้อจำกัด +++ ใช้กันแพร่หลาย - ไม่ใช้

น้ำหนักโมเลกุลของโพลิเมอร์จะมีส่วนต่อคุณสมบัติของเส้นใย เส้นใยโพลิเมอร์ที่มีน้ำหนักโมเลกุลสูง จะมีความแข็งแรง ความเหนียว และทนต่อสารเคมีมากกว่าพวกที่มีน้ำหนักโมเลกุลต่ำ แต่มักต้องใช้พลังงาน อุณหภูมิ และความดันสูงในการขึ้นรูป นอกจากนั้น โครงสร้างโมเลกุล การจัดเรียงตัวของโพลิเมอร์ และความเป็นผลึก เป็นปัจจัยที่สำคัญที่สุดในการกำหนดสมบัติของโพลิเมอร์

2.1.4.1 เรยอน

เรยอนเป็นเส้นด้ายสังเคราะห์ที่ผลิตจากเซลลูโลส มีระดับความเป็นผลึก 35 ถึง 50 เปอร์เซ็นต์ ขึ้นอยู่กับการดัดยัดในกระบวนการปั่นเส้นใย (Spinning) โมเลกุลมีการจัดเรียงตัวยาวต่อเนื่องมีความแข็งแรงกว่า Cotton มีคุณสมบัติทางด้านโมดูลัสที่ดี แต่มีค่าเปอร์เซ็นต์ยืดตัวสูงสุดต่ำซึ่งอาจเป็นข้อด้อยในการใช้งานบางประเภท ข้อเสียข้อใหญ่ของเรยอนคือดูดซับความชื้นได้ง่าย ซึ่งทำให้ความแข็งแรงในการทนแรงดึงลดลง เรยอนมีสูตรโครงสร้างโมเลกุลดังนี้



ภาพที่ 2.11 โครงสร้างโมเลกุลของเรยอน

2.1.4.2 ไนล่อน

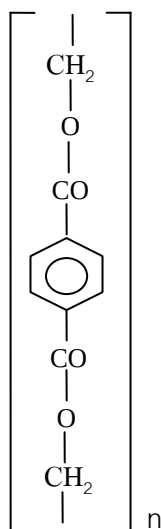
เปรียบเทียบไนล่อนกับเรยอน ไนล่อนมีความแข็งแรงในการทนแรงดึงและความสามารถในการยืดตัวสูงกว่าเรยอนมาก ด้วยความสามารถในการยืดตัวที่สูงนี้ทำให้ไนล่อนมีคุณสมบัติในการต้านทานแรงกระแทกและแรงฉีกได้ดี และเนื่องจากไนล่อนเป็นโพลิเมอร์ชนิดเทอร์โมพลาสติก จึงมีคุณสมบัติหดตัวเมื่อได้รับความร้อน ในการผลิตผ้าใบยางรถยนต์ที่กระบวนการชุบเคลือบน้ำยาเคมีถ้าไนล่อนถูกปล่อยให้หดตัวอย่างอิสระ ค่าความสามารถในการยืดตัวจะเพิ่มสูงขึ้นแต่โมดูลัสจะลดลง ฉะนั้นในการผลิตผ้าใบยางรถยนต์จะต้องควบคุมการหดตัวให้อยู่ในระดับที่เหมาะสม ไนล่อนมีระดับความเป็นผลึกประมาณ 50 % ขึ้นอยู่กับการดึงยืดในกระบวนการปั่นเส้นใย (Spinning) ที่ทำให้โมเลกุลมีการจัดเรียงตัวขึ้น

ไนล่อน 6,6 มีสูตรโครงสร้างโมเลกุล $-\text{NH}(\text{CH}_2)_6\text{NH}\cdot\text{CO}(\text{CH}_2)_4\cdot\text{CO}-$

ไนล่อน 6 มีสูตรโครงสร้างโมเลกุล $-\text{NH}(\text{CH}_2)_5\cdot\text{CO}-$

2.1.4.3 โพลีเอสเตอร์

โพลีเอสเตอร์เป็นเส้นใยสังเคราะห์ที่ผลิตจาก Polyethylene terephthalate รวมเอาข้อดีด้านความแข็งแรงในการต้านทานแรงดึง และความสามารถในการยืดตัวเหมือนไนล่อน และมีโมดูลัสสูงเหมือนเรยอน แต่เนื่องจากโพลีเอสเตอร์ ไม่มี Active group ที่พื้นผิว มีเพียงแรง van der Waals ยึดเหนี่ยวระหว่างแต่ละสายโซ่ของโมเลกุลทำให้เป็นการยากที่จะสร้างแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลของเส้นใยกับยางเหมือนเช่น ไนล่อน และเรยอน ในปัจจุบันได้มีการพัฒนาวิธีในการสร้างแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลให้ดีขึ้น ถึงแม้ว่าจะอยู่ในสิทธิบัตรแต่ก็เริ่มมีการใช้กันอย่างแพร่หลาย โมเลกุลโพลีเอสเตอร์มีความเสถียรมากและไม่ไวต่อความชื้นซึ่งเป็นคุณสมบัติที่ดีอีกข้อหนึ่งของโพลีเอสเตอร์ อย่างไรก็ตามโพลีเอสเตอร์มีความต้านทานต่อเอมีนต่ำ เส้นใยสามารถสูญเสียความแข็งแรงได้ถึง 50 % ภายใต้อุณหภูมิปกติถ้าดูดซับสารละลายแอมโมเนียเข้มข้น 15% เป็นเวลาสิบวัน โพลีเอสเตอร์มีระดับความเป็นผลึกประมาณ 60 % สูตรโครงสร้างโมเลกุลของโพลีเอสเตอร์คือ



ภาพที่ 2.12 โครงสร้างโมเลกุลของโพลีเอสเตอร์

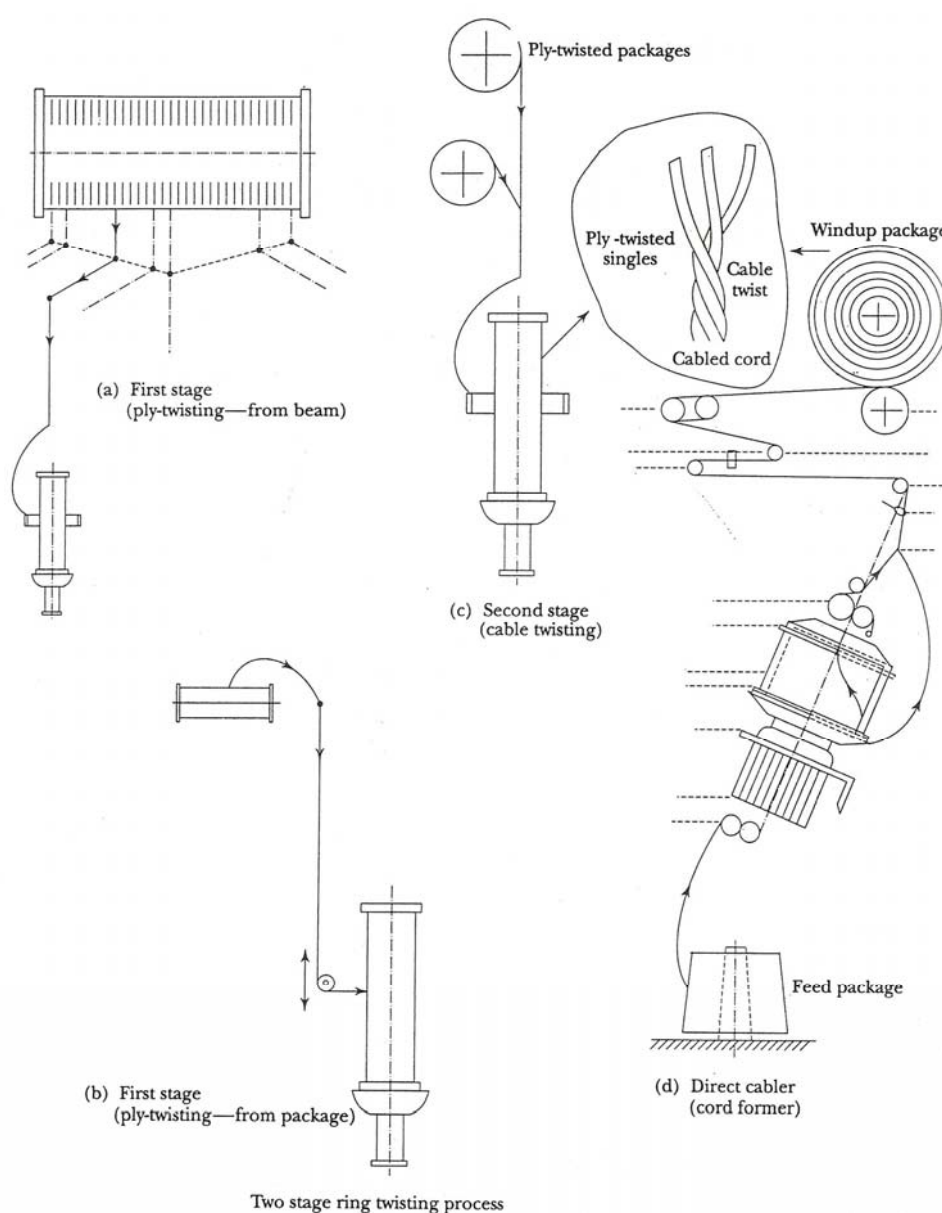
2.1.5 การตีเกลียวเส้นใยโพลิเมอร์

เส้นใยโพลิเมอร์เหล่านี้ (Yarn) จะถูกนำมาตีเกลียวด้วยเครื่องตีเกลียว เพื่อเพิ่มความเหนียว ความทนทาน และ ความต้านทานความล้า โดยหลังตีเกลียวจะเรียกว่า Ply และเนื่องจากเส้นด้าย Ply เพียงเส้นเดียว ยังไม่แข็งแรงพอ ต่อความต้องการในการผลิตยางรถยนต์ จึงต้องนำด้ายเกลียว 2 ถึง 3 เส้นมาตีเกลียวรวมกันเป็นด้ายที่มีขนาดใหญ่ขึ้น เรียกว่า Cable Cord (ทิศทางการตีเกลียว จะตรงกันข้ามกับการตีเกลียวครั้งแรก) โดยม้วนเก็บไว้ในหลอดด้าย ที่มีน้ำหนักประมาณ 2.5 ถึง 6 ก.ก.



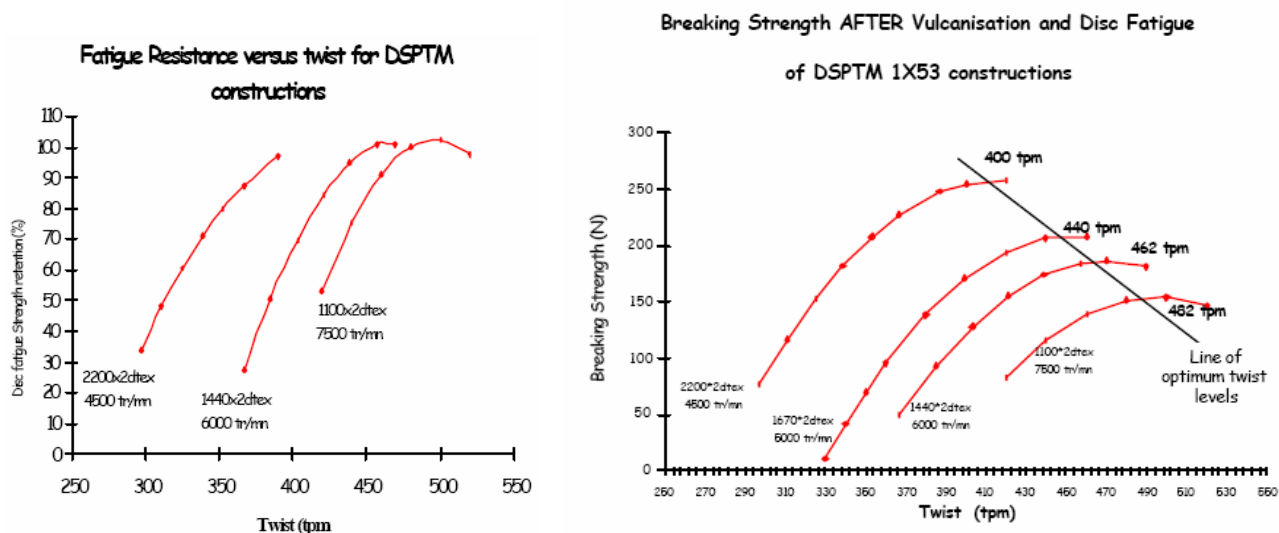
ภาพที่ 2.13 เส้นใยโพลิเมอร์

แม้ว่าความแข็งแรง และ โมดูลัสจะลดลงเมื่อตีเกลียว แต่เนื่องจากเมื่อเทียบกับแล้ว อัตราความต้านทานความล้าที่เพิ่มขึ้น มีประโยชน์มากกว่าความแข็งแรงที่สูญเสียไป ตัวอย่างเช่น คอร์ดตีเกลียวในลอน ที่ประกอบด้วยด้าย 2 เส้น (2 ply) ถ้าตีเกลียวที่ 510 เกลียวต่อเมตร ทั้ง Ply และ Cable แล้วทดสอบ ความต้านทานความล้าแบบดิส (Disc fatigue) จะสูญเสียความแข็งแรงไป 8 % ใน 4 ล้านรอบ แต่ถ้าตีเกลียวที่ 435 เกลียวต่อเมตร จะสูญเสียความแข็งแรงมากกว่า 20 เปอร์เซ็นต์

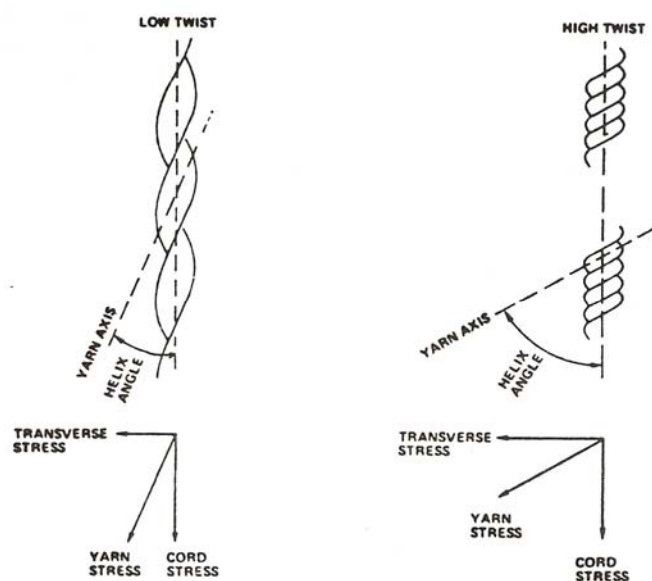


ภาพที่ 2.14 แผนภาพกระบวนการตีเกลียวเส้นใยโพลีเมอร์

(Rubber Engineering, Dr. R K Matthan, 1998)



ภาพที่ 2.15 ความสัมพันธ์ระหว่างเกลียวต่อความแข็งแรงและความต้านทานความล้า
(Honeywell Performance Fibers, Helsinki, 2000)

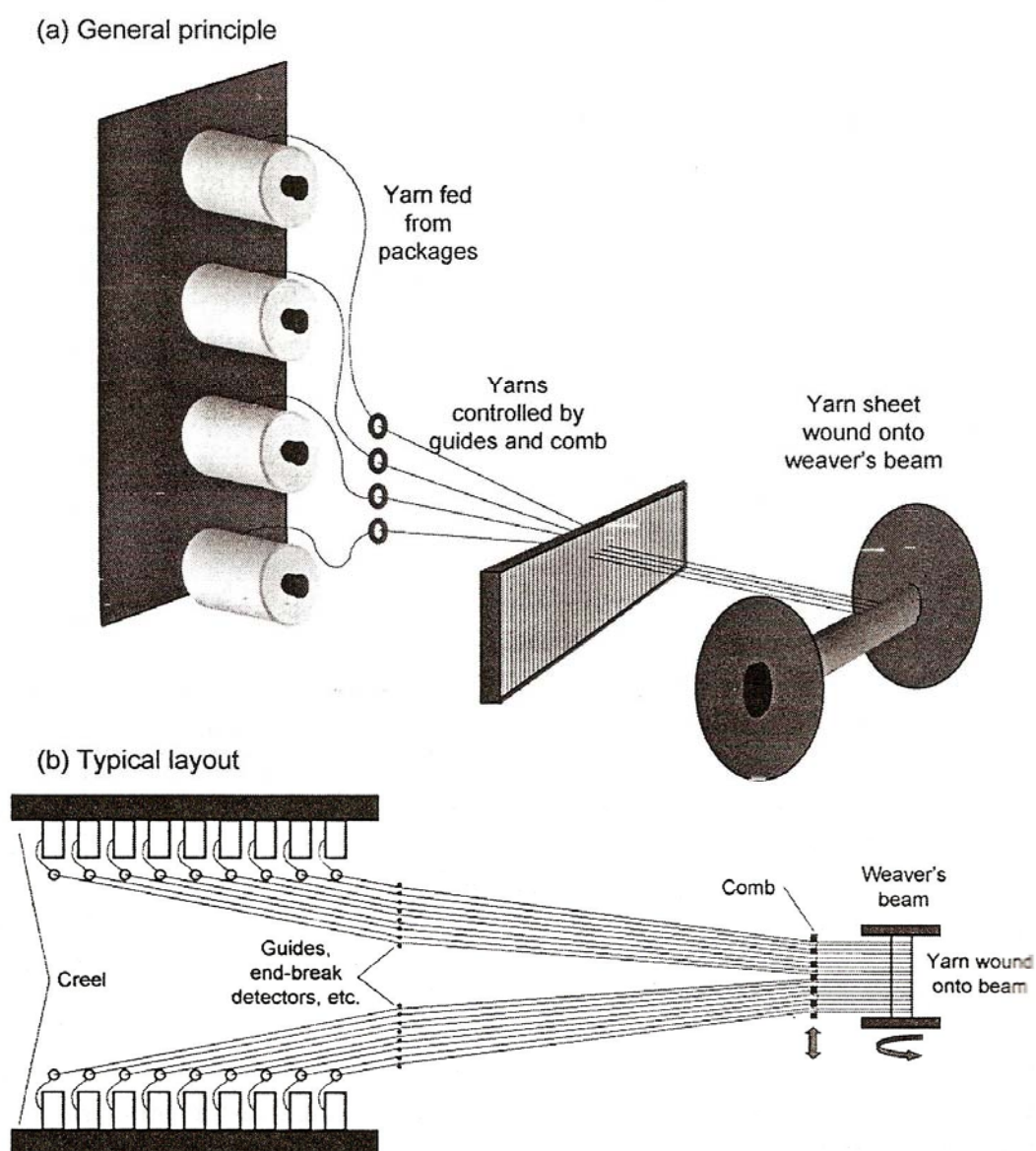


ภาพที่ 2.16 โครงสร้างของคอร์ดเกลียวต่ำและเกลียวสูง และมุม Helix
(Tire Engineering, F.J. Kovac and M. B. Rodgers)

ซึ่งความแข็งแรงของคอร์ดที่เพิ่มขึ้นเมื่อเกลียวต่อเมตรเพิ่มขึ้น จนกระทั่งถึงจุดสูงสุด จากนั้นความแข็งแรงจะลดลงเมื่อเกลียวต่อเมตรเพิ่มขึ้น ซึ่งอธิบายได้ด้วย มุม Helix (มุมระหว่างแนวเส้นใยกับแนวแกนของคอร์ด) ที่เพิ่มขึ้นทำให้แรง Stress ในแนวแกนคอร์ดลดลง

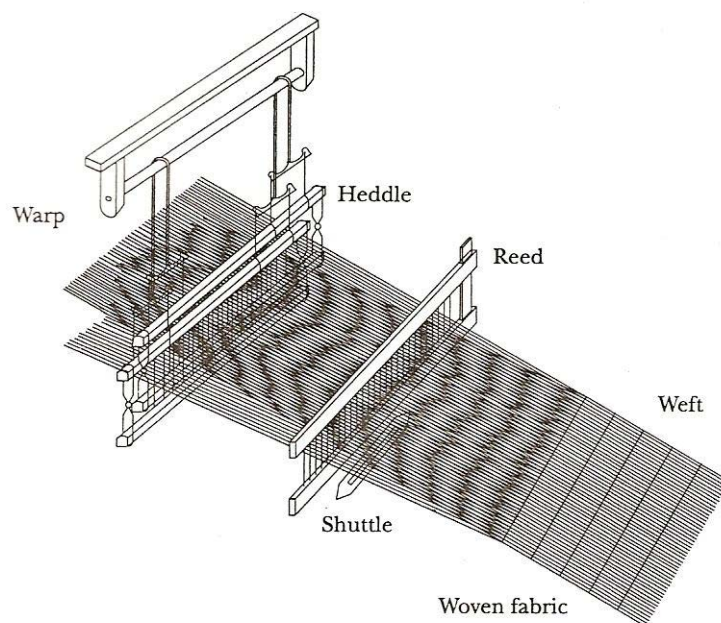
2.1.6 กระบวนการทอเส้นด้ายตีเกลียวให้เป็นผ้าใบดิบ

เส้นใยโพลิเมอร์ตีเกลียวจะถูกนำมาทอเป็นม้วนผ้าใบดิบ ที่มีความหนาแน่นของ คอร์ดตีเกลียว ประมาณ 500 ถึง 1350 คอร์ดต่อเมตร ความกว้างผ้าใบดิบประมาณ 1.5 เมตร และมีเส้นผ่าศูนย์กลางประมาณ 1 ถึง 1.5 เมตรโดยเฉลี่ย ก่อนที่จะนำเข้าสู่กระบวนการชุบน้ำยาต่อไป



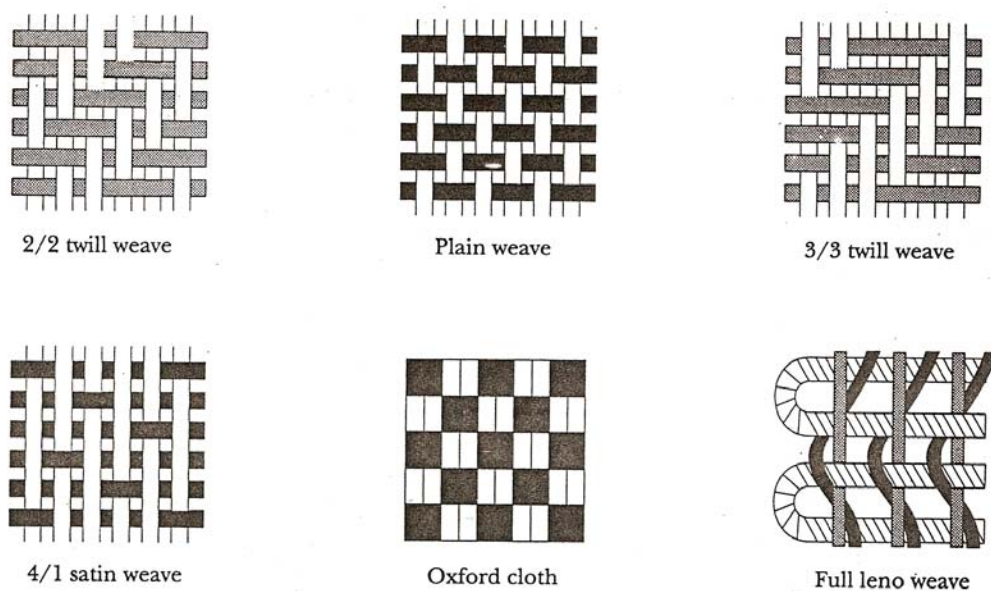
ภาพที่ 2.17 การนำเส้นด้ายตีเกลียวเข้าสู่กระบวนการทอ

(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)



ภาพที่ 2.18 เส้นด้ายตีเกลียวถูกร้อยผ่านตะกรอ รีด และทอออกมาเป็นผ้าใบดิบ

(Rubber Engineering, Dr. R K Matthan, 1998)

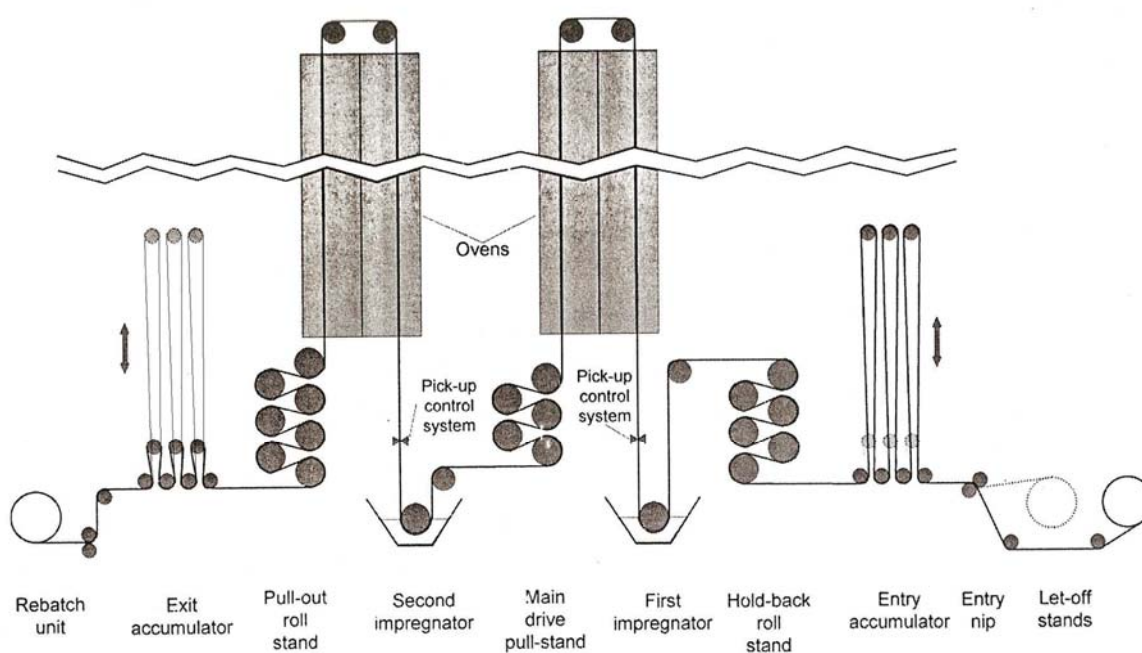


ภาพที่ 2.19 รูปแบบการทอแบบต่างๆ

(Rubber Engineering, Dr. R K Matthan, 1998)

2.1.7 กระบวนการชุบน้ำยาเคมีผ้าใบยางรถยนต์

ม้วนผ้าใบดิบ จะถูกนำมาผ่านกระบวนการชุบน้ำยาทางเคมี ซึ่งเป็นกระบวนการสุดท้ายของการผลิต และ ถือเป็นหัวใจสำคัญของเทคโนโลยีการผลิตผ้าใบยางรถยนต์ ซึ่งขณะทำการชุบน้ำยาเคมี จะทำการยืดผ้าใบยางรถยนต์ด้วยความร้อนไปด้วย เพื่อจัดเรียงโมเลกุลให้มีความเป็นผลึกมากขึ้น ซึ่งจะมีผลต่อคุณสมบัติ ความแข็งแรง และความคงทนของผ้าใบ และด้วยเหตุที่เส้นด้ายสังเคราะห์เทอร์โมพลาสติก โดยปกติแล้วเมื่อได้รับความร้อนจะเกิดการหดตัว (Shrinkage) เนื่องจากโครงสร้างที่ไม่เป็นผลึกของโพลิเมอร์ ซึ่งจะมีผลต่อโมดูลัส ปัญหานี้แก้ไขโดยใช้แรงดึงยืดผ้าใบในขณะที่ให้ความร้อน อีกทั้งยังเป็นการเพิ่มความเสถียรให้กับผ้าใบ ไม่ให้คุณสมบัติเปลี่ยนแปลงไปมากนัก เมื่อได้รับความร้อนในโอกาสต่อไป ในขั้นตอนนี้จะมีการปรับคุณสมบัติต่างๆของผ้าใบ ให้ตรงกับความต้องการของลูกค้า (บริษัทผู้ผลิตยางรถยนต์) กำหนดอีกด้วย



ภาพที่ 2.20 แผนภาพแสดงกระบวนการชุบน้ำยาผ้าใบโพลิเมอร์

(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)

2.1.8 สารเคมีและปฏิกิริยาเคมีในกระบวนการชุบน้ำยา

สารละลายที่ใช้ชุบผ้าใบ เพื่อสร้างพันธะทางเคมียึดเหนี่ยวระหว่างพื้นผิวของเส้นใย และ เนื้อยางนี้ ทำให้เกิดแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลจาก พันธะทางเคมี เช่น พันธะไฮโดรเจน แรง วาลเดอวาล แรงไดโพล เป็นต้น โดยความแข็งแรงในการยึดเหนี่ยวกันนี้ มีความสำคัญต่อความ แข็งแรงในการใช้งานของยางรถยนต์อย่างมาก

สารละลายที่รู้จักกันแพร่หลายที่สุดในการใช้ชุบผ้าใบยางรถยนต์คือ สารละลาย RFL ซึ่งประกอบด้วยสารเคมีหลักคือ Resorcinol, Formaldehyde และ Latex ที่ละลายอยู่ในน้ำ โดย โพลีเมอร์ชนิดเทอร์โมเซตนี้ จะเกิดปฏิกิริยาโพลีเมอไรเซชันแบบควบแน่น แต่โมเลกุลมีโครงสร้าง แบบเชื่อมโยง (cross-linked) หรือแบบร่างแห (network) จึงไม่สามารถหลอมตัว และ ไม่ละลายตัว ในตัวทำละลายใดๆ โพลีเมอร์ของรีซอซินอล – ฟอรัลดีไฮด์ อาจเรียกว่า ฟีนอลิกเรซิน (phenolic resin)

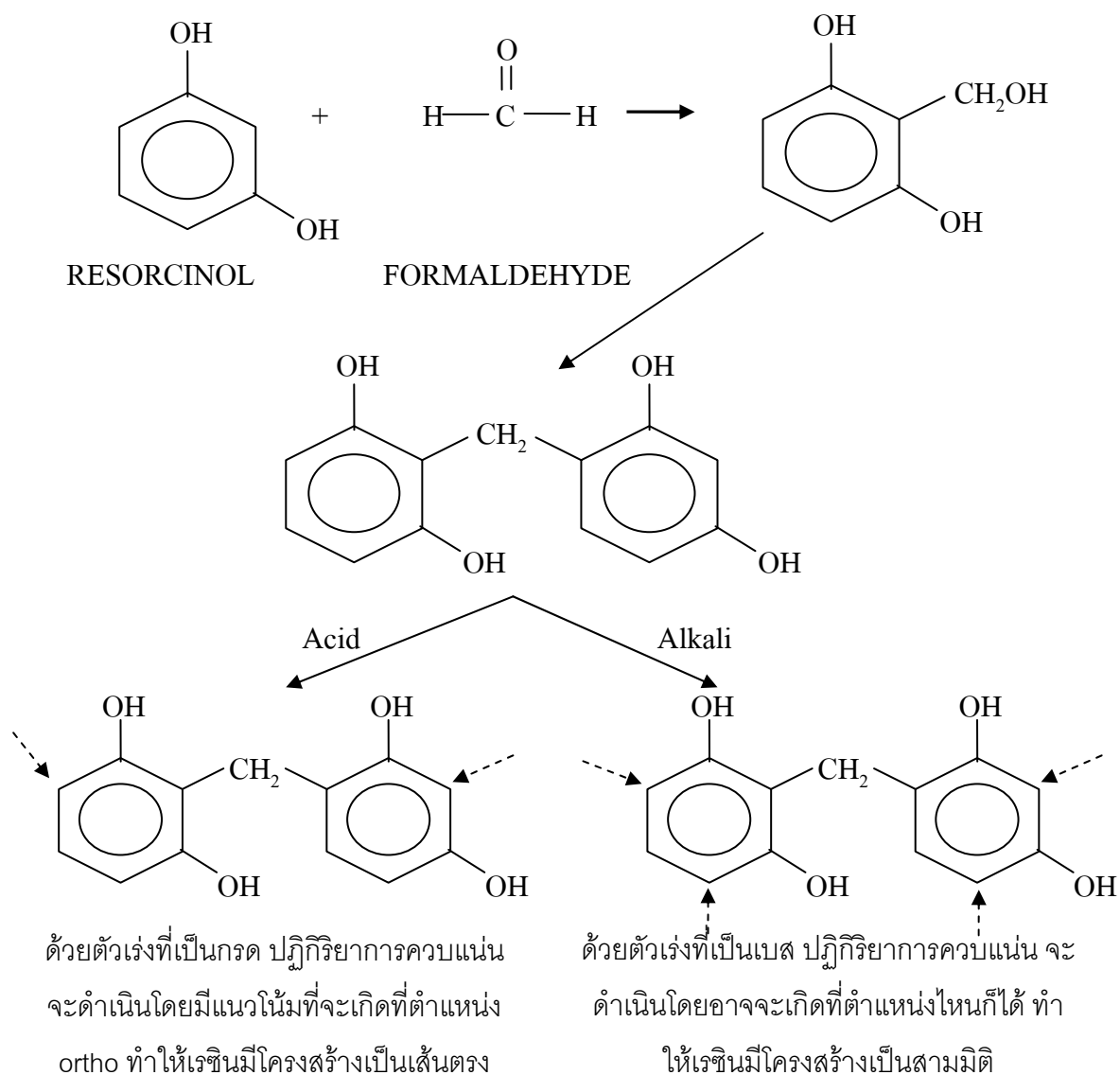
เนื่องจากโพลีเมอร์ของ รีซอซินอล – ฟอรัลดีไฮด์ มีโครงสร้างแบบเชื่อมโยง หรือ แบบร่างแห การเตรียมโพลีเมอร์จึงประกอบด้วย 2 ขั้นตอน ที่แยกออกจากกันและกัน ขั้นตอนแรกได้แก่ การเตรียมโพลีเมอร์ที่มีน้ำหนักโมเลกุลต่ำ สามารถหลอม และ ละลายได้ ส่วน ขั้นตอนที่สองได้แก่ การทำให้ผลิตภัณฑ์ได้จากขั้นแรก เกิดปฏิกิริยาการเชื่อมโยง ได้โพลีเมอร์ที่มี โครงสร้างร่างแห

2.1.8.1 การเกิดโพลีเมอร์ที่มีน้ำหนักโมเลกุลต่ำระหว่างรีซอซินอล– ฟอรัลดีไฮด์

เริ่มด้วยการรวมตัวระหว่าง รีซอซินอล– ฟอรัลดีไฮด์ โดยฟอรัลดีไฮด์ถูกรวมเข้าไป ในวงแหวนเบนซีนของ รีซอซินอล ที่ตำแหน่ง Ortho และ/หรือ Para ได้ของผสม Methylolresorcinol ผลิตผลเหล่านี้อาจถือได้ว่าเป็นโมโนเมอร์สำหรับปฏิกิริยาโพลีเมอไรเซชัน ต่อไป ซึ่งสามารถเตรียมได้ทั้งในสภาวะที่เป็นกรด และ เบส (ถ้าไม่มีกรด หรือ เบสจะไม่ เกิดปฏิกิริยาเลย)

2.1.8.1.1 โนวิโกลเรซิน (Novolac resin) ภายใต้สภาวะกรดเป็นตัวเร่ง และอัตราโมลต่อโมล ของ ฟอรัลดีไฮด์ - รีซอซินอล ต่ำกว่า 1 (ทั่วไป 1 ต่อ 1.2) เมทิลอลฟีนอล จะทำปฏิกิริยาควบแน่น กับ รีซอซินอล ได้ dihydroxydiphenylmethane ซึ่งเมื่อทำปฏิกิริยาควบแน่นต่อไป จะเกิดโพลิเมอร์น้ำหนักโมเลกุลต่ำที่หลอมได้ และ ละลายได้ เรียกว่าโนวโกลเรซิน การเชื่อมโยงระหว่างหมู่ CH_2 และวงแหวนเบนซีนของรีซอซินอล เป็นไปอย่างไม่เป็นระเบียบ อาจเป็นตำแหน่ง Ortho หรือ Para ก็ได้ แต่จะไม่เกิดกับตำแหน่ง meta น้ำหนักโมเลกุลของโนวโกลอาจสูงถึง 1000 โนวโกลที่เกิดขึ้นนี้จะไม่สามารถทำปฏิกิริยาเกิดการเชื่อมโยงได้ จนกว่าจะมีการเติม ฟอรัลดีไฮด์ เพิ่มเข้าไป จนได้อัตราส่วนฟอรัลดีไฮด์ต่อรีซอซินอลมากกว่าหนึ่ง

2.8.1.1.2 รีโซลเรซิน (Resole resin) ภายใต้ภาวะเบสเป็นตัวเร่ง และมีอัตราส่วนโมลของฟอรัลดีไฮด์ ต่อ รีซอซินอลสูงกว่า 1 (ทั่วไป 1.5 ถึง 2 ต่อ 1) เมทิลอลเรซอซินอล จะทำปฏิกิริยาควบแน่นต่อไปได้ผลิตภัณฑ์เป็นของผสมที่เป็นวงแหวนของรีซอซินอลเชื่อมโยงโดยหมู่ CH_2 หรือหมู่ CH_2OCH_2 รีโซลเรซินมีวิธีการเตรียมได้ 2 วิธีคือ วิธี 2 ขั้นตอน และ วิธีขั้นตอนเดียว ในวิธี 2 ขั้นตอน เรซินจะถูกควบแน่นเพียงบางส่วน ก่อนที่จะเติมลงในยาง (Latex) ข้อเสียข้อใหญ่ของวิธีนี้ คือควบคุมปฏิกิริยาการควบแน่นได้ไม่มาก เนื่องจากเป็นปฏิกิริยาคายความร้อน และถึงแม้จะใช้น้ำหล่อเย็น แต่ก็ไม่สามารถควบคุมได้มาก ทำให้เรซินมีโอกาสเกิดการควบแน่นมากเกินไป ซึ่งไม่เป็นผลดีต่อค่าการยึดเกาะ (Adhesion) ส่วนวิธีขั้นตอนเดียว ตัวเร่งปฏิกิริยาที่เป็นเบส จะถูกเติมเป็นตัวสุดท้ายหลังสารเคมีที่เป็นส่วนประกอบถูกผสมเข้ากันแล้ว ซึ่งวิธีนี้จะไม่สามารถใช้ได้ถ้ามียางธรรมชาติ (Natural Latex) เป็นส่วนประกอบ เนื่องจากฟอรัลดีไฮด์จะทำปฏิกิริยากับ แอมโมเนีย (Stabilising Ammonia) ทำให้สูญเสียความเสถียร และ เป็นการขัดขวางปฏิกิริยาการควบแน่น อย่างไรก็ตามวิธีขั้นตอนเดียวมีข้อดีกว่าวิธี 2 ขั้นตอนตรงที่ เรซินเกิดขึ้นในขณะที่มียางอยู่ด้วย resin oligomer จะประกอบ วงแหวนเบนซีนของรีซอซินอล ตั้งแต่ 2 ถึง 6 วง จะเข้าแทนที่บางส่วนของ stabilizing soap บนอนุภาคของยาง ทำให้เกิดการควบแน่น และ โครงสร้างตาข่ายอย่างต่อเนื่องรอบๆ อนุภาค ด้วยเหตุนี้ทำให้การแพร่กระจาย (dispersion) ของเรซินในยางดีขึ้นอย่างมาก ซึ่งปรากฏการณ์นี้ก็เกิดขึ้นในโนวโกลเรซินเช่นกัน (เนื่องจากโครงสร้างตาข่ายของ linear pre-condensate เกิดในขณะที่มียางอยู่ด้วย)



ภาพที่ 2.21 ปฏิกริยาเคมีรีโซลเรซิน (Resole resin) ภายใต้ภาวะเบสเป็นตัวเร่ง

(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)

หลังเตรียมน้ำยาลำหรับชุบผ้าใบเสร็จแล้ว มีความแตกต่างกันไม่มากในแง่ของประสิทธิภาพ ระหว่างระบบ รีโซล และ โนโวแลกเรซิน ถึงแม้ว่า วิธี 2 ขั้นตอนของรีโซล จะมีอายุในการเก็บได้สั้นกว่าเล็กน้อย และ ประสิทธิภาพด้อยกว่าในกรณี Cure ที่อุณหภูมิสูง และ เวลาสั้น (ชุดคอร์ดไนลอนด้วยน้ำยาระบบรีโซลขั้นตอนเดียว ต้องอบที่ 200 °C เป็นเวลา 45 วินาที เพื่อให้ได้ค่า Adhesion ที่ optimum แต่ถ้าเป็นน้ำยารีโซลระบบ 2 ขั้นตอนต้องอบที่ 150 °C เป็นเวลาอย่างน้อย 105 วินาทีจึงจะได้ค่า Adhesion ที่สูงที่สุด และ ค่า Adhesion จะตกลงอย่างชัดเจนเมื่อใช้อุณหภูมิสูงขึ้น แม้ว่าจะลดเวลาก็ตาม)

ตารางที่ 2.4 สูตรสารละลาย RFL พื้นฐานของแต่ละระบบเทียบโดยน้ำหนัก

(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)

ส่วนประกอบ	ระบบรีโซล		ระบบโนโวแลก	
	Dry	Wet	Dry	Wet
Water	-	257.8	-	261.4
Resorcinol	9.4	9.4	-	-
Novolak resin (75 % solution)	-	-	13.4	17.9
Formaldehyde (37 % solution)	5.1	13.8	3.5	9.3
Sodium hydroxide (10 % solution)	0.7	7.0	0.4	4.0
Ammonia (s.g. 0.88)	-	-	1.7	4.9
Latex (40 % solids)	84.8	212.0	81.0	202.5
TOTAL	100.0	500.0	100.0	500.0

สูตรของสารละลาย RFL ที่ใช้ชุบผ้าใบจะแปรผันกับความต้องการเฉพาะในการใช้งาน โดยชนิดของ Latex ที่ใช้ในสารละลาย RFL จะต้องมีความเข้ากันได้กับชนิดของ Latex ที่ใช้ในยางรถยนต์ เพื่อให้เกิดโครงสร้างตาข่ายเชื่อมโยงระหว่างโมเลกุลของ RFL กับ ยางรถยนต์ สำหรับโนลอน 75 % ของ Latex ที่ใช้ควรเป็น Vinyl pyridine rubber latex (VP) เนื่องจากยังมีสัดส่วนมากค่า Peel Adhesion ก็ยังมีค่าสูง (บางการใช้งานอาจใช้ VP Latex ถึง 100 %)

แอมโมเนีย และ โซเดียมไฮดรอกไซด์ ถูกใช้เป็นตัวเร่งเบสในปฏิกิริยาการควบแน่น ซึ่งให้ผลไม่ต่างกัน แต่ B. Rijpkema และ W.E. Weening พบว่าโซเดียมไฮดรอกไซด์ ทำให้โมดูลัสของฟิล์มของน้ำยาเคมี (dip film) มีค่าสูงกว่า แอมโมเนียมาก ซึ่งอาจจะทำให้ผ้าใบสูญเสีย dynamic fatigue ในการใช้งานในสภาวะที่รุนแรง สูตรน้ำยา RFL พื้นฐานนี้ให้ผลดีกับเรยอน และ โนลอน แต่จะไม่สามารถให้ค่า Adhesion ที่ดีได้เมื่อใช้กับผ้าใบโพลีเอสเตอร์ เนื่องจาก พื้นผิวโพลีเอสเตอร์ไม่มี Active group ที่เกี่ยวข้องในการทำปฏิกิริยา ดังนั้นระบบ pretreatment ด้วยน้ำยา pre dip จึงถูกพัฒนาขึ้นเพื่อปรับปรุงการสร้างชั้นฟิล์มของโพลีเอสเตอร์ ก่อนที่จะชุบด้วยน้ำยา RFL ที่เติม blocked isocyanate เข้าไปด้วย

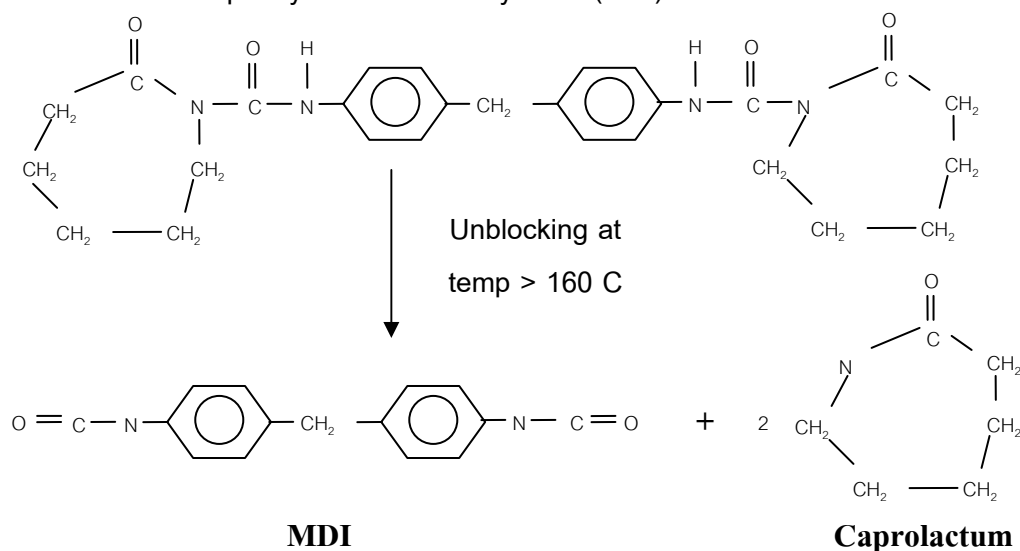
น้ำยา pre-dip ประกอบด้วย epoxy และ blocked isocyanate ทำปฏิกิริยากันเป็น epoxy isocyanate resin โดย blocked isocyanate จะ active ที่อุณหภูมิประมาณ 230 °C

ตารางที่ 2.5 สูตรน้ำยาเคมี Pre-dip สำหรับผ้าใบโพลีเอสเตอร์ที่พัฒนาโดย Dupont

(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)

ส่วนประกอบ	Dry	Wet
Blocked Isocyanate (40% dispersion)	72.0	180.0
Epoxy resin	27.2	27.2
Thickener solution (2 %)	0.5	25.0
Dispersant (50 % solution)	0.3	0.6
Water	-	1767.2
TOTAL	100.0	2000.0

Caprolactum blocked diphenylmethane-diisocyanate (MDI)



ภาพที่ 2.22 ปฏิกิริยาเคมี Unblock MDI ที่อุณหภูมิสูง

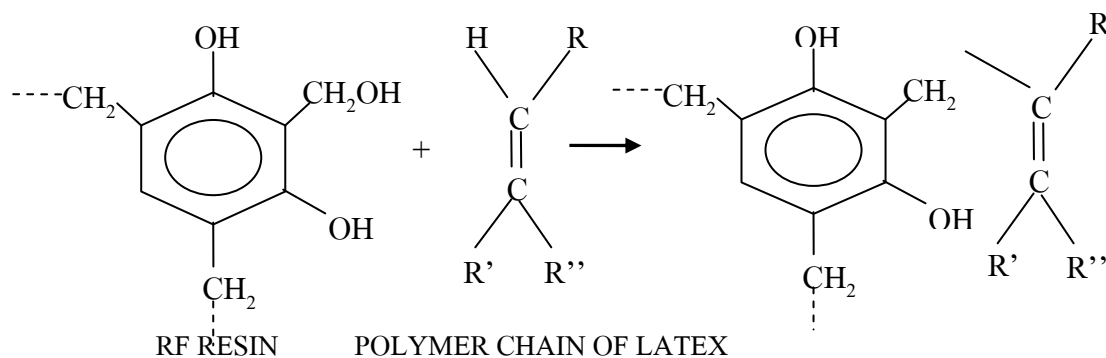
(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)

ผ้าใบไนลอน และ เรยอน จะถูกชุบลงในอ่างสารละลาย RFL ซึ่งขั้นตอนนี้เรียกว่า Impregnation หรือ Saturation (ถ้าเป็นผ้าใบโพลีเอสเตอร์จะต้องชุบน้ำยา Pre-dip ก่อนจึงจะชุบน้ำยา RFL) น้ำยาส่วนเกินจะถูกกำจัดออกด้วยโรลรีดน้ำยา และ/หรือ ระบบลม ปริมาณน้ำยาที่เคลือบอยู่บนผ้าใบ (Dip pick up) ต้องควบคุมให้อยู่ในปริมาณที่เหมาะสม ถ้าน้อยไปจะทำให้ Adhesion ต่ำแต่ถ้ามากเกินไปจะเป็นอันตรายต่อความต้านทานความล้า (แม้ว่า Adhesion จะมีค่าสูงก็ตาม) อัตราการซึมของน้ำยาเข้าไปในผ้าใบ (penetration) ที่เหมาะสมอยู่ที่ 3 ถึง 5 filament จากนั้น

น้ำจะถูกทำให้ระเหยออกไปที่ อุณหภูมิประมาณ 100 – 120 °C และ dip film แห้งที่เคลือบอยู่บนผ้าใบจะถูก cured โดยอบที่อุณหภูมิสูงขึ้น (140 – 160 °C เป็นเวลา 60 ถึง 90 วินาที สำหรับเรยอน , 170 – 200 °C เป็นเวลา 45 ถึง 105 วินาที สำหรับไนลอน, 230 – 240 °C สำหรับโพลีเอสเตอร์)

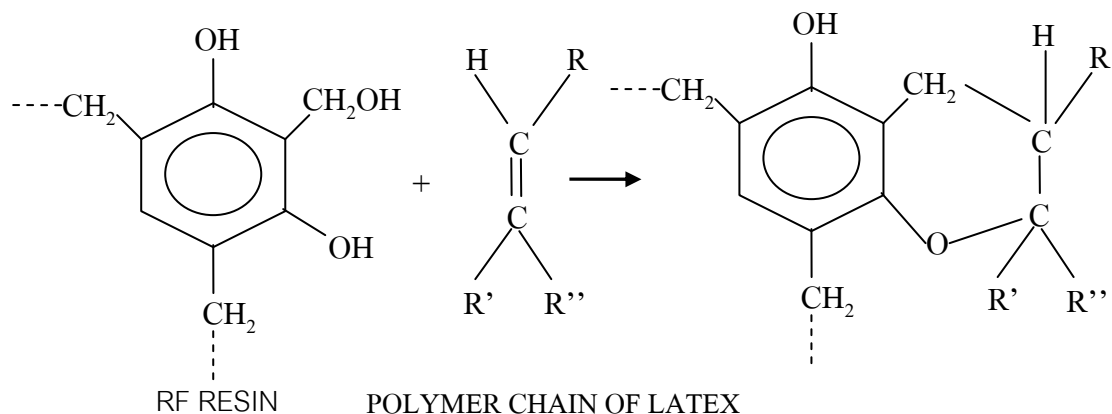
2.1.8.2 กลไกการเกิดปฏิกิริยาระหว่างโมเลกุลของผ้าใบน้ำยาเคมีและยาง

กลไกของ Adhesion ในการชุบน้ำยา RFL แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ระหว่าง ฟิล์มของน้ำยาที่เคลือบอยู่บนผ้าใบกับโมเลกุลของยาง และ ระหว่างน้ำยากับโมเลกุลเส้นใยสังเคราะห์ เมื่อพิจารณาระหว่าง ฟิล์มของน้ำยาที่เคลือบอยู่บนผ้าใบกับยาง การยึดเกาะกันส่วนใหญ่เกิดจากการเชื่อมโยงโครงสร้างแบบร่างแห ของโมเลกุลยางที่อยู่ในน้ำยาเคมีเข้าไปในโมเลกุลยางที่นำมาฉาบบนผ้าใบ และอีกส่วนหนึ่งเกิดจากการเคลื่อนที่ของ sulphur จากยางที่ฉาบเข้าไปในฟิล์มของน้ำยา โดยถ้าเวลาที่ใช้ในการให้ความร้อนขณะ curing เกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว ก็จะทำให้เวลาในการเคลื่อนที่ของ sulphur เข้าไปที่ชั้นฟิล์มของน้ำยาน้อยลงด้วย นอกจากนี้การยึดเกาะของชั้นฟิล์มของน้ำยา กับยาง บางส่วนก็เกิดจากปฏิกิริยาของเรซินกับยางที่ฉาบ และ ไฮโดรเจน ที่อยู่บนสายโซ่ของโพลิเมอร์ หรือที่เรียกว่าโครงสร้างแบบ Chroman



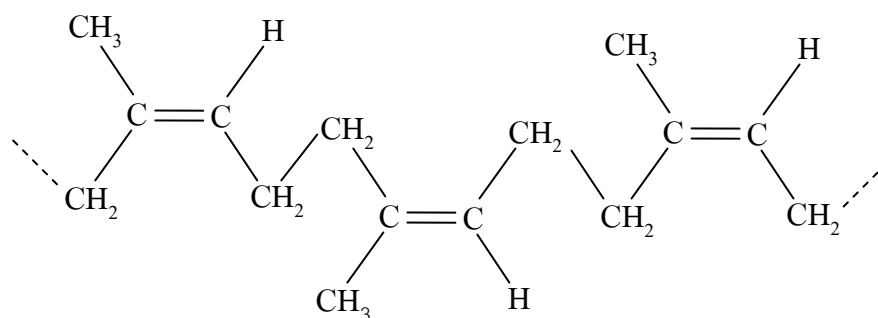
ภาพที่ 2.23 ปฏิกิริยายึดเกาะระหว่าง RF Resin และลาเทกซ์ด้วยแอคทีฟไฮโดรเจน

(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)



ภาพที่ 2.24 ปฏิกริยายึดเกาะระหว่าง RF Resin และ ลาเทกซ์แบบ Chroman

(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)

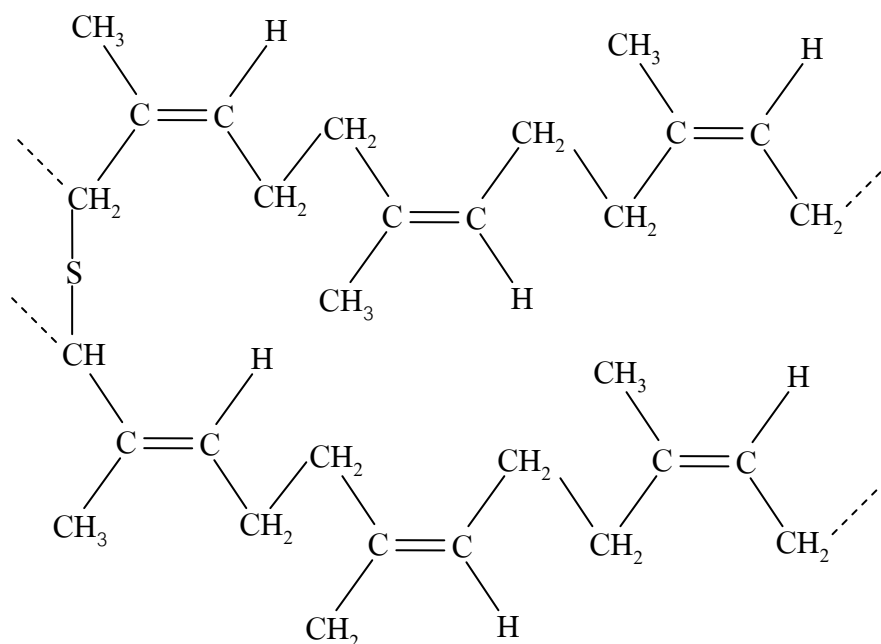


ภาพที่ 2.25 โครงสร้างยางธรรมชาติแบบ CIS

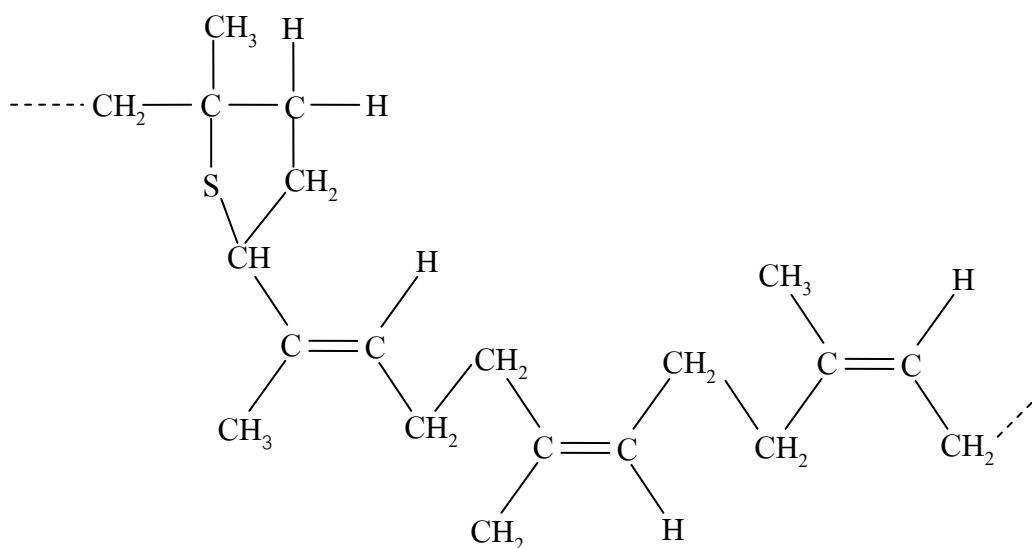
(โพลิเมอร์เชิงพาณิชย์, ดร. ชัยวัฒน์ เจนวนิชย์, 2526)

2.1.8.3 ปฏิกริยาวัลกานาในเซชัน

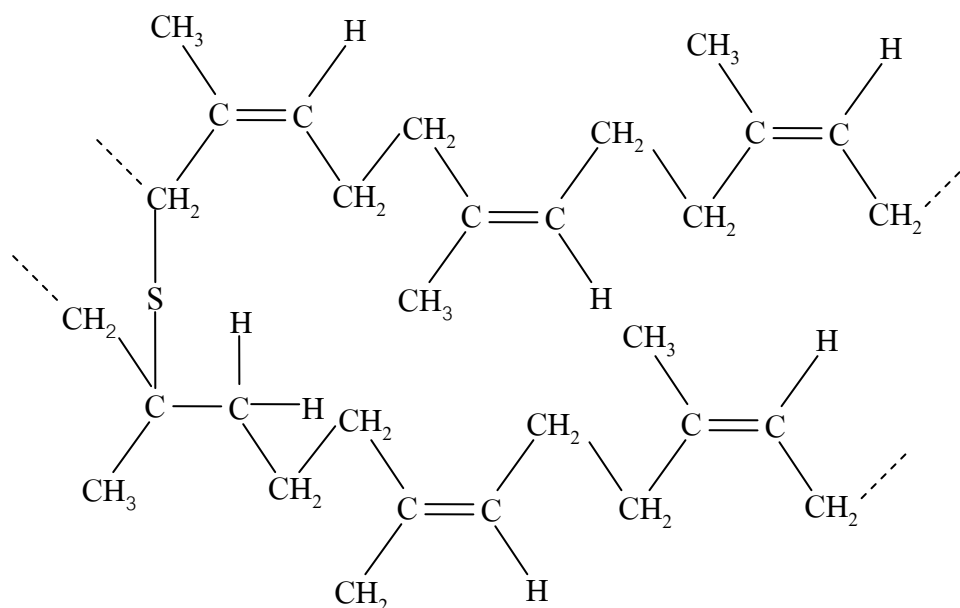
กลไกวัลกานาในเซชันโดยใช้กำมะถัน และ ความร้อน ถึงแม้มีการศึกษามาเป็นเวลานาน แต่ก็ยังไม่เป็นที่เข้าใจดีนัก เพราะกำมะถันสามารถเกิดปฏิกิริยาได้หลายประเภท ปฏิกิริยาจึงซับซ้อน และเชื่อว่ามีหลายๆ ปฏิกิริยาเกิดขึ้นควบคู่กันไป อีลาสโตเมอร์ที่ผ่านกระบวนการเชื่อมโยงประกอบด้วยโมเลกุลที่มีโครงสร้างแตกต่างกันหลายแบบ ดังนี้



ภาพที่ 2.26 การเชื่อมโยงโมเลกุลของยางที่ฉาบบนผ้าใบ และ ยางในฟิล์มน้ำยาที่เคลือบอยู่บน
ผ้าใบด้วยอะตอมของกำมะถันเมื่อให้ความร้อนในกระบวนการวัลคาไนเซชันแบบที่ 1
(โพลิเมอร์เชิงพาณิชย์, ดร. ชัยวัฒน์ เจนวนิชย์, 2526)



ภาพที่ 2.27 การเชื่อมโยงโมเลกุลของยางที่ฉาบบนผ้าใบและยางในฟิล์มน้ำยาที่เคลือบอยู่บน
ผ้าใบด้วยอะตอมของกำมะถันเมื่อให้ความร้อนในกระบวนการวัลคาไนเซชันแบบที่ 2
(โพลิเมอร์เชิงพาณิชย์, ดร. ชัยวัฒน์ เจนวนิชย์, 2526)

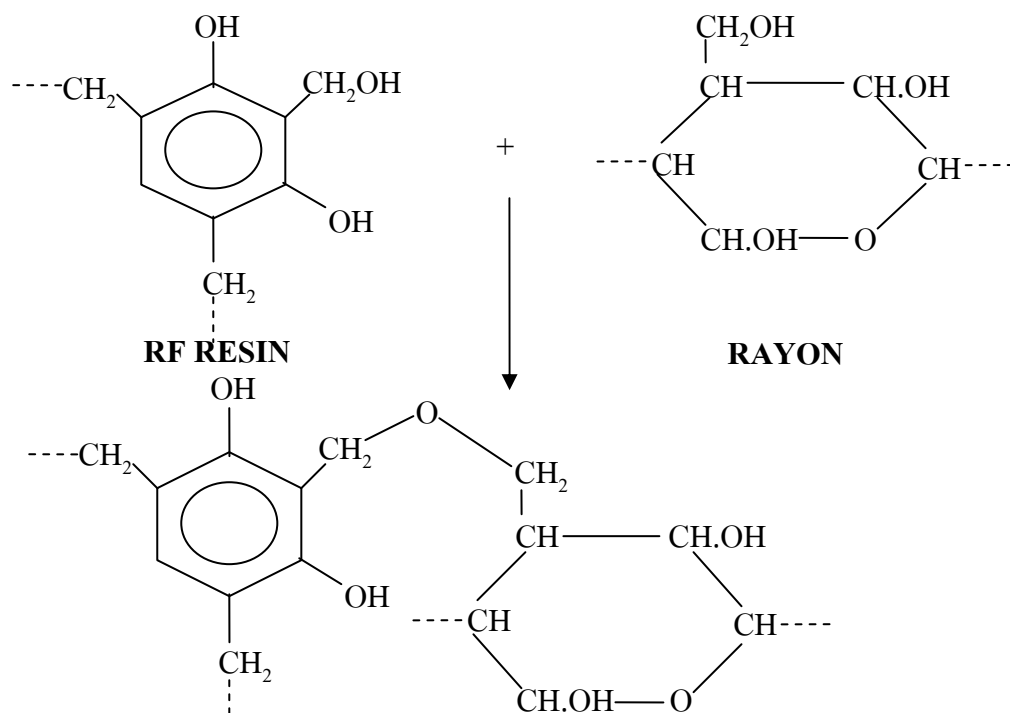


ภาพที่ 2.28 การเชื่อมโยงโมเลกุลของยางที่ฉาบบนผ้าใบและยางในฟิล์มน้ำยาที่เคลือบอยู่บน
ผ้าใบด้วยอะตอมของกำมะถันเมื่อให้ความร้อนในกระบวนการวัลคาไนเซชันแบบที่ 3
(โพลิเมอร์เชิงพาณิชย์, ดร. ชัยวัฒน์ เจนวานิชย์, 2526)

เมื่อพิจารณาในส่วนของการยึดเกาะ ระหว่างฟิล์มของน้ำยากับเส้นใยสังเคราะห์ ยัง
ไม่เป็นที่เข้าใจองเห็นนัก โดยเชื่อว่าเกิดจาก หลายๆปัจจัยดังตาราง

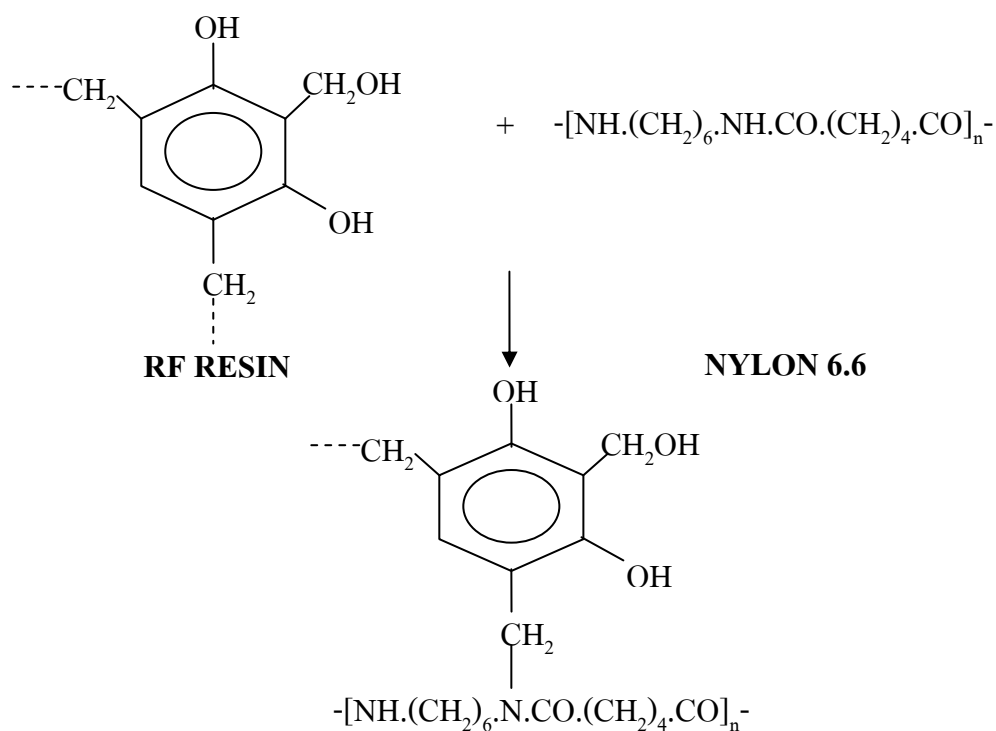
ตารางที่ 2.6 กลไกการยึดเกาะระหว่าง RFL กับ เส้นใยสังเคราะห์ (Schoon & Zierler)
(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)

กลไกการยึดเกาะแบบต่างๆ		% ที่มีผลกระทบ	
		เรยอน	ไนลอน
1	แรงกลโดยตรงที่น้ำยาแทรกซึมเข้าไปในโครงสร้างของผ้าใบ	20	15
2	การแพร่ซึมของโมเลกุลของ RFL เข้าไปใน filament ของเส้นใย	30	5
3	พันธะเคมีหลัก : การเชื่อมโยงด้วยพันธะโควาเลนต์	25	60
4	พันธะเคมีรอง : พันธะไฮโดรเจน เป็นต้น	25	20



ภาพที่ 2.29 ปฏิกิริยาที่น่าจะเกิดขึ้นระหว่าง RFL Resin กับเส้นใยเรยอน

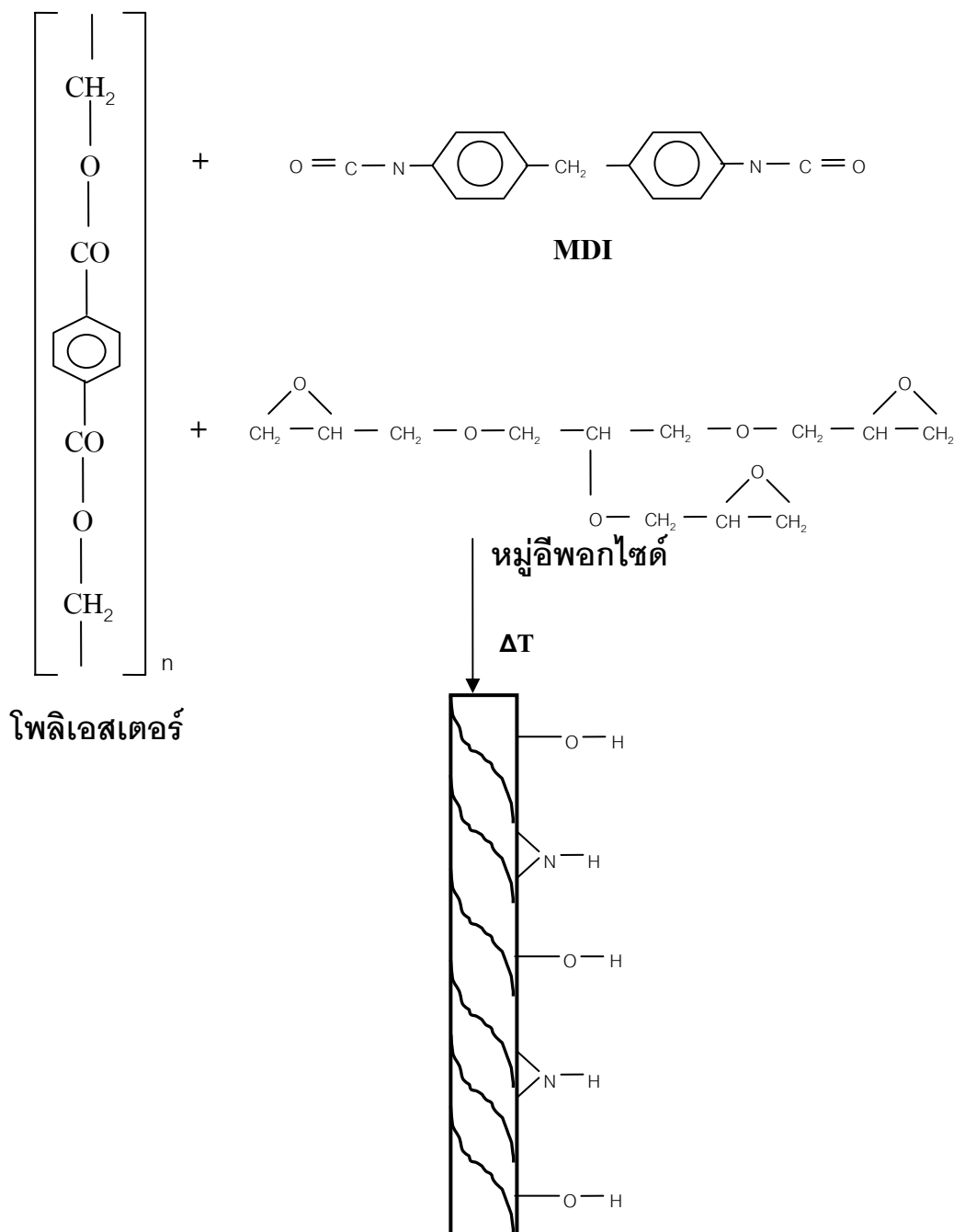
(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)



ภาพที่ 2.30 ปฏิกิริยาที่น่าจะเกิดขึ้นระหว่าง RFL Resin กับเส้นใยไนลอน

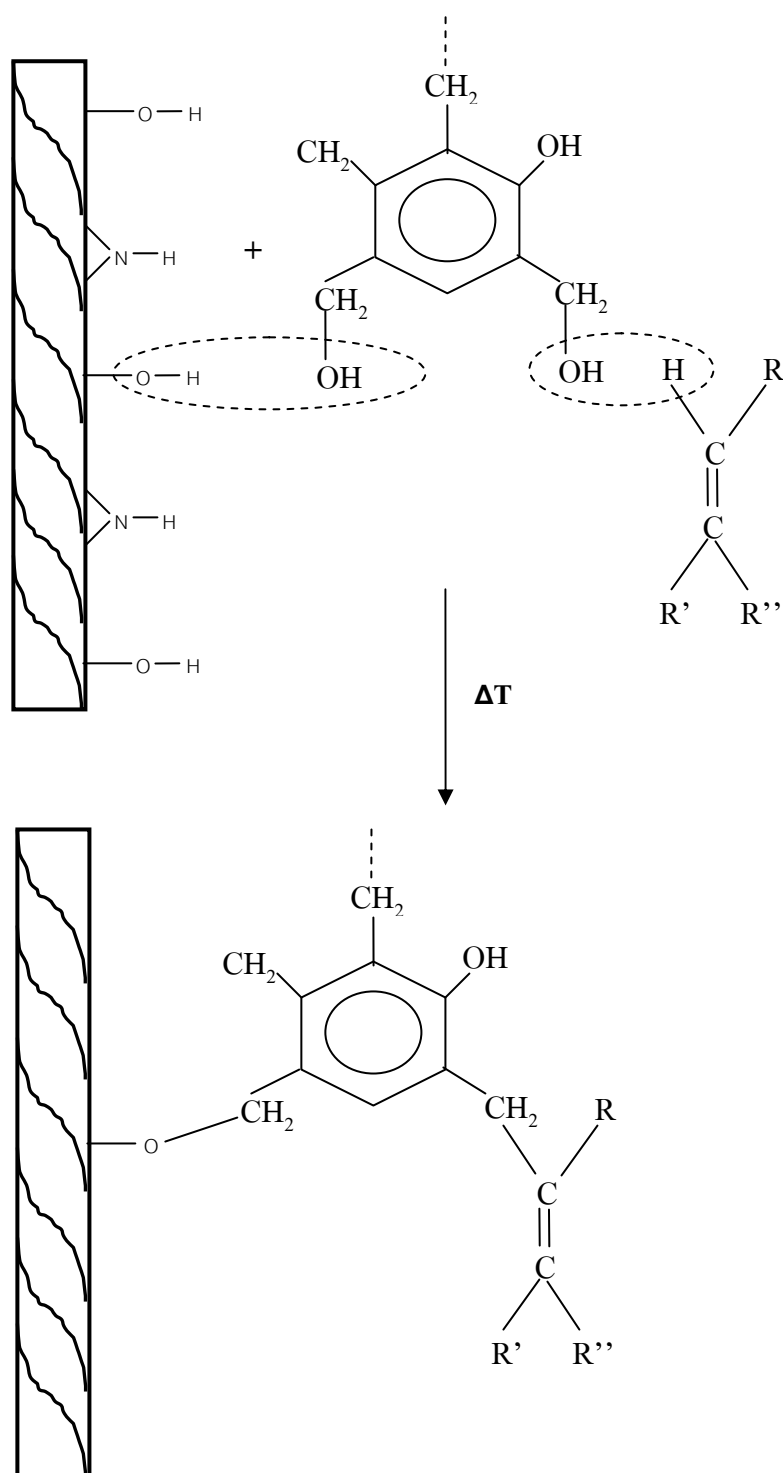
(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)

สำหรับผ้าใบโพลีเอสเตอร์ที่มีความเฉื่อยต่อปฏิกิริยาเคมี (มีความเสถียรทางเคมีสูงมาก) และมีหมู่ไฮดรอกซิลน้อยมากๆ กลไกของปฏิกิริยามีความเข้าใจน้อยกว่า เรยอน และ ไนลอน โดยเชื่อว่ากลไกการยึดเกาะน่าจะเกิดจาก ปฏิกิริยาโดยตรงของ isocyanate และ epoxy resin กับโพลีเอสเตอร์กรุป ซึ่งทำให้พื้นผิวของโพลีเอสเตอร์มีความว่องไวต่อปฏิกิริยาของ RFL มากขึ้น



ภาพที่ 2.31 ปฏิกิริยาที่นำจะเกิดขึ้นของ MDI และ Epoxy resin กับเส้นใยโพลีเอสเตอร์

(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)



ภาพที่ 2.32 ปฏิกิริยาที่น่าจะเกิดขึ้นของเส้นใยโพลีเอสเตอร์ที่ชุบ Pre-dip แล้วกับ RFL Resin

(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)

2.1.9 การประเมินความแข็งแรงการยึดเกาะ

มีวิธีการมากมาย ที่คิดค้นขึ้นในการประเมินค่าความแข็งแรงในการยึดเกาะระหว่างเส้นใยกับยาง (Adhesion) แบ่งเป็นการทดสอบกับเส้นคอร์ด (Cord Test) กับ การทดสอบแบบผืนผ้า (Fabric Test) สำหรับการทดสอบกับเส้นคอร์ดยังแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทคือ การทดสอบแบบ Pull-out และ การทดสอบแบบ Stripping (หรือ แบบ Peel-out) สำหรับการทดสอบแบบผืนผ้าจะเป็นวิธีทดสอบแบบ Stripping (หรือ แบบ Peel-out) นอกจากนี้ยังมีวิธีการทดสอบเฉพาะอีกมากมายที่คิดค้นขึ้นมาเพื่อให้เหมาะสมกับสภาพการใช้งานจริง เช่น การทดสอบสำหรับท่ออุตสาหกรรม การทดสอบสายพานอุตสาหกรรม

ทุกวิธีทดสอบ จะออกแบบเพื่อวัดค่าความแข็งแรงในการยึดเกาะออกมาเป็นข้อมูลวัด ตามที่ได้กำหนดในมาตรฐานการทดสอบนานาชาติ ISO 36 ซึ่งเน้นพิจารณาแรงที่ต้องใช้ในการแยกผิวสัมผัสระหว่างส่วนประกอบแต่ละชนิดที่ยึดอยู่ร่วมกันให้หลุดออกจากกัน แต่มาตรฐานไม่ได้พิจารณาแค่ผิวสัมผัสของส่วนประกอบ มาตรฐานยังระบุให้พิจารณาการแยกที่เกิดขึ้นในทุกจุดที่เกิดขึ้นในส่วนประกอบที่ทดสอบด้วย ตัวอย่างเช่น การแยกออกภายในของแต่ละส่วนประกอบ ก็ถือว่าเป็นการสูญเสียความแข็งแรงของส่วนประกอบทั้งชิ้น ซึ่งในกรณีนี้ การรายงานผลควรระบุจุดที่เกิดการแยกของชิ้นงาน และไม่ควรพิจารณาค่าทดสอบที่ได้ ว่าเป็นค่าความแข็งแรงในการยึดเกาะของส่วนประกอบทั้งสองเข้าด้วยกัน เนื่องจากในกรณีนี้ ความแข็งแรงในการยึดเกาะมากกว่าความแข็งแรงที่ต่ำที่สุดของแต่ละส่วนประกอบที่ยึดเข้าด้วยกัน ด้วยสาเหตุนี้การทดสอบแบบ Stripping ที่เน้นการวัดความต้านทานในการแยกเฉพาะของผิวสัมผัสของส่วนประกอบ จะให้ผลดีในการแปลผลของค่าวัดเนื่องจากช่วยลดโอกาสในการแปลผลผิดพลาดเนื่องจากกรณีดังกล่าวถึง

ในวัตถุดิบที่มีการใช้เส้นใยสิ่งทอมาเสริมความแข็งแรง ค่าความแข็งแรงของการยึดเกาะระหว่างผิวสัมผัสของวัตถุดิบ เป็นคุณสมบัติสำคัญที่ต้องการพิจารณาในการแยกวัตถุดิบออกจากกัน ซึ่งจุดที่เกิดการแยกออกควรเป็นบริเวณระหว่างผิวยางที่หลุดออกจากผิวเส้นใย เพราะค่าทดสอบที่ได้จะเป็นตัวแทนแรงยึดเกาะทางพันธะเคมีระหว่างส่วนประกอบทั้งสอง

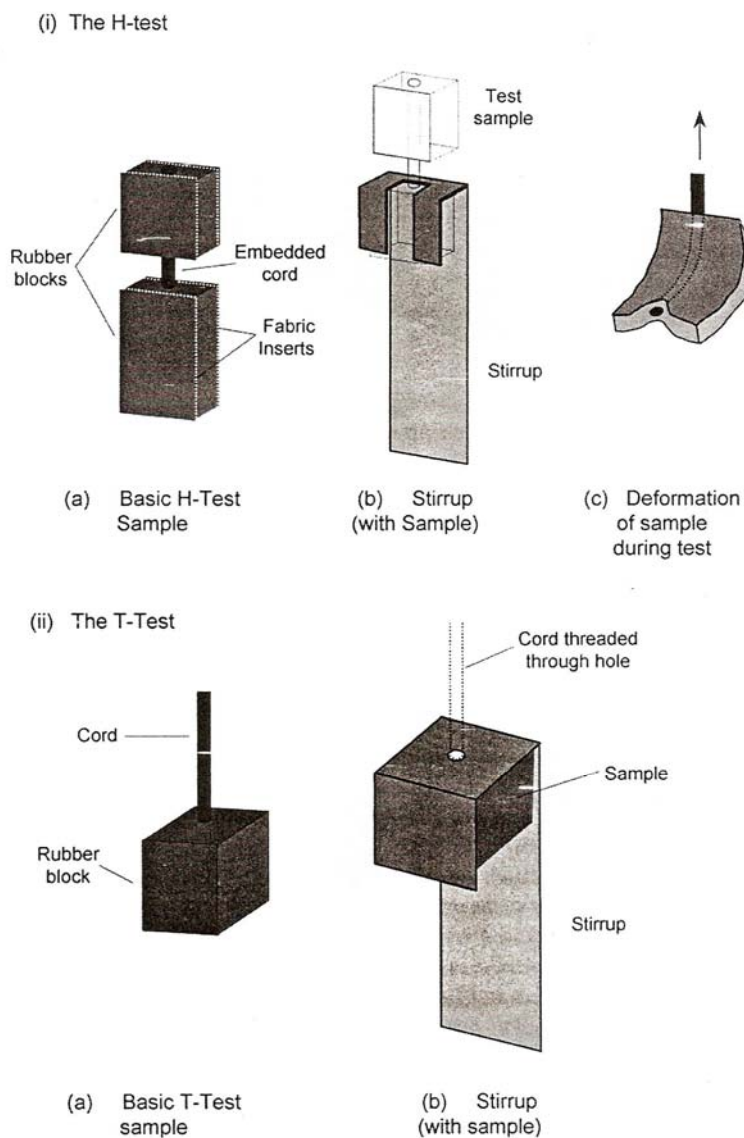
2.1.9.1 การทดสอบแบบคอर्ड

จากที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นว่าการทดสอบแบบคอर्ड มี 2 แบบ คือ การทดสอบแบบ Pull-out และ การทดสอบแบบ แบบ Peel-out ซึ่งทั้ง 2 วิธีนี้มีความแตกต่างกันอยู่มาก และผลการวัดสามารถที่จะแตกต่างกันอย่างสิ้นเชิง

2.1.9.1.1 การทดสอบคอर्डแบบ Pull out

แม้ว่าจะมีวิธีต่างๆ กันมากมายในการทดสอบแบบ Pull out แต่แนวคิดพื้นฐานของวิธีนี้เหมือนกันหมด นั่นคือ การฝังคอर्ड 1 คอर्डลงในยาง (Embedded Cord) แล้วอบตัวอย่าง (Sample) ดังกล่าวให้เกิดการ crosslink ระหว่างคอर्डกับยาง จากนั้นวัดแรงที่ต้องใช้ในการดึงคอर्डออกจากยาง

ในการทดสอบแบบ H คอर्डจะถูกยึดระหว่างก้อนยางสี่เหลี่ยม 2 ก้อน (Rubber Blocks) ซึ่งกำหนดระยะห่างระหว่างก้อนยางทั้ง 2 ก้อนตามมาตรฐาน หลังจากอบยางให้เกิด crosslink และปล่อยตัวอย่างให้เย็นแล้ว ตัวอย่างจะถูกวางลงในห่วงเหล็ก (Stirrup) เพื่อยึดก้อนยางทั้ง 2 จากนั้นจะทำการวัดแรงที่ต้องใช้ในการดึงคอर्डที่ฝังอยู่ในยางให้หลุดออกมาจากก้อนยาง ข้อเสียอย่างหนึ่งของการทดสอบแบบนี้คือ ตัวอย่างที่ถูกทดสอบจะเปลี่ยนรูปทรงเมื่อได้รับแรงเค้น การเปลี่ยนรูปทรงของตัวอย่างนี้จะทำให้ค่าแรงที่วัดได้สูงกว่าค่าที่แท้จริง ซึ่งโดยทั่วไปจะแก้ปัญหาโดยเสริมผ้าใบ Cotton บางๆ ที่ผิวด้านนอกของก้อนยางเพื่อลดการเปลี่ยนรูปร่างเมื่อได้รับแรงเค้น ในการแก้ปัญหาดังกล่าว วิธีการทดสอบได้ถูกปรับปรุงมาเป็นการทดสอบแบบ T ซึ่งเพิ่มความหนาของก้อนยางที่ใช้ทดสอบจาก 4 ม.ม. เป็น 12 ม.ม. เพื่อลดโอกาสที่ก้อนยางจะเสียรูปร่างขนาดทดสอบ



ภาพที่ 2.33 การทดสอบ Adhesion แบบ Pull out

(The Application of Textiles in Rubber, David B. Wootton, 1998)

2.1.9.1.2 การทดสอบคอร์ดแบบ Peel out

ในการทดสอบแบบ Peel out นั้นแทนที่จะดึงคอร์ด 1 คอร์ดออกจากยาง จะเปลี่ยนเป็นการวางคอร์ดหลายๆ คอร์ดลงบนแผ่นยางทั้งสองด้าน จากนั้นอบให้เกิดการยึดเกาะระหว่างยางและคอร์ด แล้ววัดแรงที่ต้องใช้ในการดึงแยกคอร์ดออกจากยาง วิธีการทดสอบแบบนี้ ได้แก่ “Strap Peel Test” ตามมาตรฐานการทดสอบ ASTM D-4393-00

2.2 สถิติในเปรียบเทียบการทดลอง

2.2.1 การทดสอบสมมติฐาน

สมมติฐานทางสถิติ คือ การกำหนดพารามิเตอร์ของการแจกแจงความน่าจะเป็นของ มัชฌิมสองมัชฌิมขึ้นไป เพื่อทดสอบความแตกต่างหรือเท่ากันของมัชฌิม ตัวอย่างเช่น ในการ ทดสอบมัชฌิมที่หนึ่งว่ามีค่าเท่ากับมัชฌิมที่สองหรือไม่ จะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

โดยที่ μ_1 เป็นมัชฌิมของสิ่งตัวอย่างกลุ่มที่หนึ่ง และ μ_2 เป็นมัชฌิมของสิ่งตัวอย่าง กลุ่มที่สอง ประโยคที่ว่า $H_0 = \mu_1 = \mu_2$ เรียกว่า “สมมติฐานหลัก (Null Hypothesis)” และ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ เรียกว่า “สมมติฐานรอง (Alternative Hypothesis)” การทดสอบในที่นี้เป็นการทดสอบ แบบ 2 ด้าน เนื่องจาก $\mu_1 < \mu_2$ หรือ $\mu_1 > \mu_2$ ก็ได้

ในการทดสอบสมมติฐานอาศัยวิธีการในการสุ่มตัวอย่าง การคำนวณค่าสถิติที่ใช้ใน การทดสอบที่เหมาะสม และทำการสรุปเพื่อปฏิเสธหรือยอมรับ H_0 นอกจากนี้ยังต้องมีการกำหนด กลุ่มของค่าที่จะนำไปสู่การปฏิเสธ H_0 ซึ่งกลุ่มของค่านี้เรียกว่า “พื้นที่วิกฤต” หรือ “พื้นที่ของการ ปฏิเสธ” ของการทดสอบ

ความผิดพลาด 2 ประเภทสามารถเกิดขึ้นได้ขณะทดสอบสมมติฐาน ถ้าหากค่า H_0 ถูกปฏิเสธทั้ง ๆ ที่ H_0 ถูกต้อง จะเกิดความผิดพลาดประเภท 1 (Type I Error) ขึ้น แต่ถ้าหาก H_0 ไม่ ถูกปฏิเสธ ทั้ง ๆ ที่ H_0 นั้นไม่ถูกต้อง ความผิดพลาดประเภท 2 (Type II Error) ก็เกิดขึ้น ความ น่าจะเป็นของความผิดพลาดทั้ง 2 ประเภทก่อให้เกิดสัญลักษณ์พิเศษ

$$\alpha = P(\text{type I error}) = P(\text{reject } H_0 / H_0 \text{ is true})$$

$$\beta = P(\text{type II error}) = P(\text{fail to reject } H_0 / H_0 \text{ is false})$$

บางครั้งเป็นการสะดวกกว่าที่จะใช้อำนาจของการทดสอบ (Power) ของการทดสอบเป็นตัวบอก กล่าวคือ

$$\text{Power} = 1 - \beta = P(\text{reject } H_0 / H_0 \text{ is false})$$

ขั้นตอนทั่วไปในการทดสอบสมมติฐาน คือ การกำหนดค่าของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภท 1 หรือ α ซึ่งเรียกว่า ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ แล้วหลังจากนั้นก็ออกแบบวิธีการทดสอบให้มีค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภท 2 หรือ β ให้มีค่าน้อยตามที่เห็นว่าเหมาะสม

ถ้าความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่จะทดสอบทั้งสองกลุ่มมีค่าเท่ากัน จะได้ว่าการทดสอบที่เหมาะสมสำหรับการเปรียบเทียบมัชฌิมของ 2 ปัจจัยในการทดลองแบบสุ่มอย่างบริบูรณ์คือ

$$t_0 = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

โดยที่ y_1 และ y_2 เป็นมัชฌิม ที่มี n_1 และ n_2 เป็นขนาดของกลุ่มตัวอย่าง และ S_p^2 เป็นค่าประมาณของความแปรปรวนร่วม $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ ซึ่งคำนวณได้จาก

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

ค่า S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของแต่ละตัวอย่าง จากนั้นทำการเปรียบเทียบ t_0 กับการแจกแจง t ที่ระดับชั้นความเสรี $n_1 + n_2 - 2$ เพื่อพิจารณาว่าจะปฏิเสธ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ หรือไม่ ถ้า $|t_0| > t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2}$ โดย $t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2}$ เป็นตำแหน่งที่เหนือจากค่า $\alpha/2$ ของการแจกแจงที่มีระดับชั้นความเสรี $n_1 + n_2 - 2$ จะต้องปฏิเสธ H_0 และสรุปว่า มัชฌิมทั้งสองมีความแตกต่างกัน ซึ่งสามารถพิสูจน์ว่าวิธีนี้ถูกต้องได้โดยพิจารณาจากเหตุผลที่ว่า ถ้าทำการสุ่มตัวอย่างจากการแจกแจงแบบปกติที่เป็นอิสระ จะได้ว่าการแจกแจงของ $y_1 - y_2$ เป็น $N[\mu_1 - \mu_2, \sigma^2(1/n_1 + 1/n_2)]$ ดังนั้น ถ้า σ^2 ทราบค่า และถ้า $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ เป็นจริง การแจกแจงของ

$$Z_0 = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

จะเป็น $N(0,1)$ อย่างไรก็ตาม การแทน σ ด้วย S_p ในสมการของ Z_0 ทำให้การแจกแจงของ Z_0 เปลี่ยนจากแบบปกติมาตรฐานเป็นแบบ t ด้วยระดับขั้นความเสรี $n_1 + n_2 - 2$ ซึ่งถ้า H_0 เป็นจริง และ t_0 มีการแจกแจงแบบ $t_{n_1 + n_2 - 2}$ ทำให้สามารถคาดได้ว่า $100(1-\alpha)\%$ ของค่าของ t_0 จะตกอยู่ในช่วง $-t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2}$ และ $t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2}$ ถ้าสมมติฐานหลักเป็นจริงและมีหลักฐานแสดงว่า H_0 ควรจะถูกปฏิเสธตัวอย่างใดก็ตามที่ทำให้ค่าของ t_0 ตกนอกค่าจำกัดจะถือว่าเป็นสิ่งผิดปกติ ดังนั้นการแจกแจง ที่มีระดับขั้นความเสรี $n_1 + n_2 - 2$ เป็นการแจกแจงที่เหมาะสมที่จะนำมาใช้สำหรับการทดสอบ t_0 นั่นคือ สามารถนำมาอธิบายลักษณะของ t_0 ได้เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง โดย α เป็นความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดประเภท 1 สำหรับการทดสอบนี้

ในบางปัญหาอาจต้องการที่จะปฏิเสธ H_0 ก็ต่อเมื่อมีข้อมูลค่าหนึ่งมากกว่าอีกค่าหนึ่ง ซึ่งจึงควรใช้การทดสอบสมมติฐานแบบด้านเดียว กล่าวคือ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ และควรปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t_0 > t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$ แต่ถ้าต้องการปฏิเสธ H_0 เมื่อกรณี μ_1 น้อยกว่า μ_2 ก็ต้องกำหนด $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ และควรปฏิเสธ H_0 ถ้าหากว่า $t_0 < -t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$

2.2.2 การใช้ P-Value ในการทดสอบสมมติฐาน

วิธีรายงานผลของการทดสอบสมมติฐานวิธีหนึ่งคือ การแสดงว่าสมมติฐานหลักจะถูกปฏิเสธหรือไม่ที่ค่า α หรือระดับนัยสำคัญที่กำหนด ตัวอย่างเช่น เราสามารถบอกได้ว่า $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ถูกปฏิเสธที่ระดับนัยสำคัญ .05 คำกล่าวสรุปมักจะไม่เพียงพอ เพราะไม่ได้บอกให้ผู้ตัดสินใจรู้ว่าการทดสอบทางสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่ที่ใดบนพื้นที่วิกฤต ยิ่งกว่านั้นการหาผลลัพธ์โดยวิธีนี้อาจจะไม่เป็นที่พึงพอใจ เนื่องจากผู้ทำการทดลองบางคนอาจไม่ต้องการใช้ระดับความเสี่ยงที่ $\alpha = 0.05$

วิธีการของ P-Value ได้ถูกนำมาใช้อย่างมากเพื่อหลีกเลี่ยงความยุ่งยากดังกล่าว P-Value คือ ความน่าจะเป็นที่ค่าทดสอบทางสถิติ จะมีค่าเป็นอย่างน้อยที่จะทำให้ค่านี้มีค่ามากเท่ากับค่าสังเกต ในทางสถิติเมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง ดังนั้น P-Value นี้จะแสดงถึงน้ำหนักของหลักฐานที่จะใช้ในการปฏิเสธ H_0 และผู้ตัดสินใจสามารถสร้างข้อสรุปที่ระดับนัยสำคัญอื่น ๆ ได้

นอกจากนี้ยังสามารถนิยาม P-Value ว่าเป็นเหมือนกับค่าที่น้อยที่สุดของระดับนัยสำคัญซึ่งนำไปสู่การปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ก็ได้

ปกติแล้วนิยามที่จะบอกว่าค่าทดสอบทางสถิติมีนัยสำคัญก็ต่อเมื่อ สมมติฐานหลัก H_0 ถูกปฏิเสธ ดังนั้นอาจจะพิจารณาค่า P-Value ว่าเป็นค่า α ที่น้อยที่สุดซึ่งทำให้ข้อมูลมีนัยสำคัญ เมื่อรู้ค่า P-Value แล้วผู้ตัดสินใจก็สามารถทราบว่าคุณมามีนัยสำคัญอย่างไร โดยไม่ต้องอาศัยการวิเคราะห์ข้อมูลซึ่งมีการกำหนดระดับนัยสำคัญไว้ก่อน

2.2.3 ช่วงความเชื่อมั่น

ถึงแม้ว่าการทดสอบสมมติฐานจะเป็นวิธีที่ดี แต่บางครั้งไม่ได้บอกถึงรายละเอียดทั้งหมด ดังนั้น จึงเป็นการดีกว่าที่จะมีการกำหนดช่วงของค่าของพารามิเตอร์ ช่วงที่พูดถึงก็คือ “ช่วงความเชื่อมั่น” ในทางวิศวกรรมมีหลายครั้งที่ผู้ทดลองทราบแล้วว่า μ_1 และ μ_2 แตกต่างกัน ดังนั้นการทดสอบสมมติฐาน $\mu_1 - \mu_2$ จึงน่าสนใจเพียงเล็กน้อย แต่ผู้ทดสอบจะให้ความสนใจกับช่วงของความเชื่อมั่นของความต่างระหว่าง $\mu_1 - \mu_2$ มากกว่า

ในการนิยามหรือกำหนดช่วงความเชื่อมั่น กำหนดให้ θ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า และเพื่อที่จะหาค่า θ นี้จำเป็นต้องหาค่าสถิติ L และ U ที่จะทำให้สมการข้างล่างเป็นจริง

$$P(L \leq \theta \leq U) = 1 - \alpha \text{ และช่วง } L \leq \theta \leq U$$

เรียกว่า “ช่วงความเชื่อมั่น $100(1 - \alpha)\%$ ” สำหรับพารามิเตอร์ θ ความหมายของช่วงนี้คือ ในการสุ่มตัวอย่างซ้ำ ๆ กัน แล้วนำมาสร้างช่วงความเชื่อมั่นลักษณะนี้ขึ้นมาเป็นจำนวนมาก จะพบว่า $100(1 - \alpha)\%$ ของช่วงความเชื่อมั่นนี้จะมีค่าที่แท้จริงของ θ อยู่ ค่าสถิติ L และ U เรียกว่า “ค่าล่างและค่าบนของขีดจำกัดความเชื่อมั่น” ตามลำดับ และ $1 - \alpha$ เรียก “สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น” ถ้า $\alpha = 0.05$ เราจะเรียกว่าเป็น ช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับ θ

ในการหาช่วงความเชื่อมั่น $100(1 - \alpha)\%$ ของค่าความแตกต่างที่แท้จริงของ $\mu_1 - \mu_2$ ค่าของช่วงความเชื่อมั่นสามารถหาได้จากสถิติ แบ่งเป็น กรณี $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ และ กรณี $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ทราบค่า

ถ้าหากประชากรทั้งคู่เป็นแบบปกติ หรือมีขนาดใหญ่มาก ดังนั้น Central Limit Theorem สามารถนำมาใช้ได้ การแจกแจงของ Z_0 คือ $N(0,1)$ ถ้าสมมติฐานหลักเป็นจริง ดังนั้น พื้นที่วิกฤตควรจะหาโดยการแจกแจงปกติมากกว่าการแจกแจง t และจะปฏิเสธ H_0 ถ้า $|Z_0| > Z_{\alpha/2}$ โดย $Z_{\alpha/2}$ คือค่าบนของ $\alpha/2\%$ ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน

2.3 ระเบียบการออกแบบการทดลอง

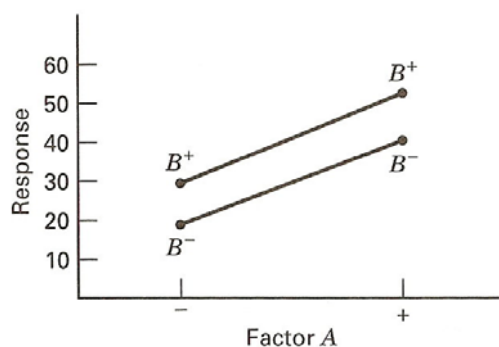
2.3.1 การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียล

การทดลองส่วนมากในทางปฏิบัติ จะเกี่ยวข้องกับการศึกษาถึงผลของปัจจัย (Factor) ตั้งแต่ 2 ปัจจัยขึ้นไป ในกรณีเช่นนี้ การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล (Factorial Design) จะเป็นวิธีการทดลองที่มีประสิทธิภาพสูงสุด การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล หมายถึง การทดลองที่พิจารณาถึงผลที่เกิดจากการรวมกันของระดับ (Level) ของปัจจัยทั้งหมดที่เป็นไปได้ ในการทดลองนั้น ตัวอย่างเช่น กรณี 2 ปัจจัย ถ้าปัจจัย A ประกอบด้วย a ระดับ และปัจจัย B ประกอบด้วย b ระดับ ในการทดลอง 1 เรพลีเคต (Replicate) จะประกอบด้วย การทดลอง ทั้งหมด ab การทดลอง และเมื่อปัจจัยที่เกี่ยวข้องถูกนำมาจัดให้อยู่ในรูปแบบของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล เราจะกล่าวว่าปัจจัยเหล่านี้มีการไขว้ (Crossed) ซึ่งกันและกัน ผลที่เกิดจากปัจจัยหนึ่งหมายถึง การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นกับผลตอบสนอง (Response) ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงระดับของปัจจัยนั้นๆ ซึ่งเรียกว่า ผลหลัก (Main Effect) เนื่องจากว่าความมีอิทธิพลซึ่งเกี่ยวข้องกันกับปัจจัยเบื้องต้นของการทดลอง

การทดลองเชิงแฟกทอเรียล 2 ปัจจัย แต่ละปัจจัยจะประกอบด้วย 2 ระดับ คือ ระดับ “ต่ำ” และ “สูง” ซึ่งจะแทนระดับทั้งสองด้วยเครื่องหมาย “-” และ “+” ตามลำดับ ผลหลักของปัจจัย A ในการทดลองนี้คือผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของผลตอบสนองที่ระดับต่ำและระดับสูงของปัจจัย A หมายความว่า การเพิ่มขึ้นของปัจจัย A จากระดับต่ำไปสู่ระดับสูงจะทำให้

ผลตอบสนองเฉลี่ยเพิ่มขึ้นทีละหน่วย ในทำนองเดียวกัน จะสามารถคำนวณหาค่าผลหลักของปัจจัย B ได้เช่นกัน

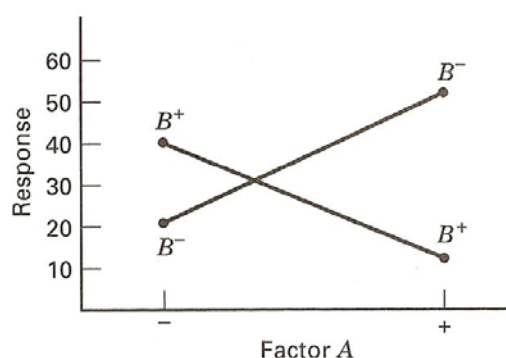
ในการทดลองบางอย่าง อาจพบว่าความแตกต่างของผลตอบสนองที่เกิดขึ้นบนระดับต่างๆ ของปัจจัยหนึ่งจะมีค่าไม่เท่ากันที่ระดับอื่นๆ ทั้งหมดของปัจจัยอื่น ซึ่งหมายความว่าผลตอบสนองของปัจจัยหนึ่งจะขึ้นกับระดับของปัจจัยอื่น ๆ นั้นเอง และเรียกเหตุการณ์นี้ว่า การมีอันตรกิริยา (Interaction) ต่อกันระหว่างปัจจัยที่เกี่ยวข้อง แนวคิดดังกล่าวสามารถแสดงได้ด้วยกราฟ ภาพที่ 2.34 เป็นกราฟระหว่างผลตอบของปัจจัย A ที่ระดับทั้งสองของปัจจัย B จะเห็นว่าเส้นของ B^- และ B^+ จะประมาณได้ว่าขนานกัน ซึ่งลักษณะของกราฟเช่นนี้จะบ่งถึงการไม่มีอันตรกิริยาซึ่งกันและกันของปัจจัยทั้งสอง



ภาพที่ 2.34 การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลที่ไม่มีอันตรกิริยา

(Design and Analysis of Experiment, Douglas C. Montgomery, 2005)

ในทำนองเดียวกัน ภาพที่ 2.35 จะเห็นว่าเส้น B^- และ B^+ ไม่ขนานกัน และสามารถกล่าวได้ว่าปัจจัยทั้งสองมีอันตรกิริยาต่อกัน



ภาพที่ 2.35 การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลที่มีอันตรกิริยา

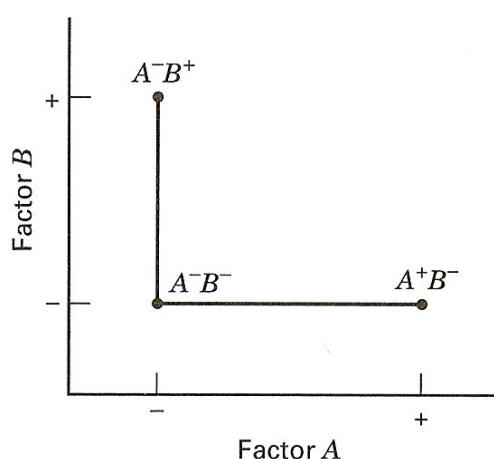
(Design and Analysis of Experiment, Douglas C. Montgomery, 2005)

บ่อยครั้งที่กราฟลักษณะนี้จะถูกนำมาใช้เพื่อแสดงถึงการมีนัยสำคัญ (Significant) ของอันตรกิริยา อย่างไรก็ตาม กราฟเช่นนี้ไม่ควรนำมาใช้แทนเทคนิคการวิเคราะห์ข้อมูลในทางสถิติ เพราะว่าการตีความจากกราฟค่อนข้างที่จะขึ้นกับความคิดเห็นส่วนบุคคล ซึ่งอาจจะทำให้เกิดความเข้าใจผิดหรือวิเคราะห์ผิดพลาดได้ ตามปกติแล้ว เมื่ออันตรกิริยามีค่าสูง ผลหลักจะมีความหมายน้อยมากในทางปฏิบัติ

ความรู้เกี่ยวกับอันตรกิริยาของ AB จะมีประโยชน์มากกว่าความรู้เกี่ยวกับผลหลัก และในกรณีที่อันตรกิริยาระหว่างปัจจัยมีนัยสำคัญ ผู้ทำการทดลองควรจะต้องพิจารณาผลตอบที่เกิดขึ้นที่ระดับต่างๆ ของปัจจัยหนึ่ง (เช่น A) โดยให้ระดับของปัจจัยอื่นคงตัว เพื่อที่จะหาข้อสรุปเกี่ยวกับผลที่เกิดจากปัจจัย A

2.3.1.1 ประโยชน์ของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล

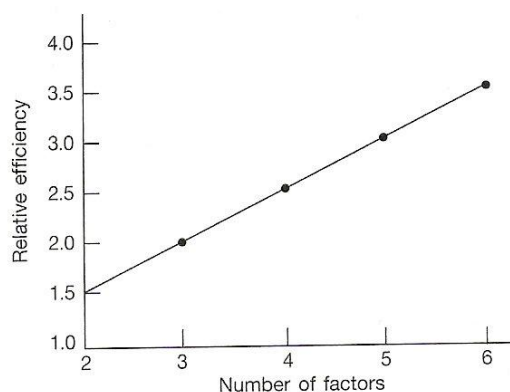
ประโยชน์ของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลสามารถแสดงได้ดีดังนี้ สมมติว่ามี 2 ปัจจัย (A และ B) ที่ต้องการศึกษา แต่ละปัจจัยประกอบด้วย 2 ระดับ ซึ่งจะแทนปัจจัยแต่ละระดับด้วย A^- , A^+ , B^- และ B^+ ตามลำดับ ข้อมูลเกี่ยวกับปัจจัยทั้งสองสามารถหาได้จากการเปลี่ยนระดับของปัจจัยที่ละปัจจัยดังแสดงในภาพที่ 2.36



ภาพที่ 2.36 การทดลองแบบทีละปัจจัย (One factor at a time experiment)
(Design and Analysis of Experiment, Douglas C. Montgomery, 2005)

ผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงปัจจัย A จากน้อยไปมากมีค่าเป็น $A^+ B^- - A^- B^-$ และผลของการเปลี่ยนแปลงปัจจัย B จากน้อยไปมากคือ $A^- B^+ - A^- B^-$ เนื่องจากในการทดลอง อาจ会有ความผิดพลาด (Error) ขึ้น ดังนั้น เราควรจะทำทดลองอย่างน้อย 2 ครั้ง สำหรับการทดลองร่วมปัจจัย (Treatment Combination) แต่ละจุด และนำผลตอบที่ได้มาเฉลี่ยเพื่อประมาณถึงผลที่เกิดขึ้น ดังนั้น เราจะต้องทดลองทั้งสิ้น 6 ครั้ง (2 ครั้งจาก $A^+ B^-$, 2 ครั้งจาก $A^- B^-$, และ 2 ครั้งจาก $A^- B^+$)

ถ้าทำการทดลองเชิงแฟกทอเรียล เราจะต้องทำการทดลองร่วมปัจจัย $A^+ B^+$ เพิ่มขึ้นอีกหนึ่งการทดลอง ในตอนนี้เราสามารถใช่เพียงแค่ 4 การทดลองเท่านั้นเพื่อหาผลที่เกิดจากปัจจัย A นั่นคือ $A^+ B^- - A^- B^-$ และ $A^+ B^+ - A^- B^+$ และผลที่เกิดจากปัจจัย A หาได้จากการนำค่าประมาณที่ได้ทั้งสองค่ามาเฉลี่ยและหาผลต่างของมัน ซึ่งก็คือ $(A^+ B^- - A^- B^-)/2 - (A^+ B^+ - A^- B^+)/2$ นั่นเอง และค่าผลที่เกิดจากปัจจัย A ที่ได้ควรจะมีค่าความถูกต้องใกล้เคียงกับการทดลองแบบที่ละปัจจัย ในทำนองเดียวกัน จากการทดลองร่วมปัจจัยทั้ง 4 ที่กล่าวมานี้ เราก็สามารถหาผลที่เกิดจากปัจจัย B ได้เช่นกัน ดังนั้นประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลต่อการทดลองแบบที่ละปัจจัยมีค่าเป็น $6/4 = 1.5$ ซึ่งตามปกติแล้ว ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนของปัจจัยเพิ่มขึ้น ดังแสดงในภาพที่ 2.37



ภาพที่ 2.37 ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ระหว่างการทดลองแบบแฟกทอเรียลต่อแบบที่ละปัจจัย

(Design and Analysis of Experiment, Douglas C. Montgomery, 2005)

สมมติว่าในการทดลองนี้มีอันตรกิริยาระหว่างปัจจัยเกิดขึ้น ถ้าการทดลองแบบที่ละปัจจัยได้ผลออกมาว่า ผลตอบของ $A^- B^+$ และ $A^+ B^-$ ดีกว่า $A^- B^-$ แล้ว ข้อสรุปก็ควรจะเป็นว่า ผลตอบของ $A^- B^-$ ควรจะดียิ่งกว่านั้นอีก แต่จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นแล้วว่า เมื่อใดก็ตามที่มีอันตรกิริยาระหว่างปัจจัยเกิดขึ้นข้อสรุปเช่นนี้อาจจะนำไปสู่ความผิดพลาดอย่างใหญ่หลวงได้

สรุปก็คือ การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลมีประโยชน์หลายประการ และเป็นการออกแบบที่มีประสิทธิภาพเหนือกว่าการทดลองแบบที่ละปัจจัย ยิ่งกว่านั้นแล้วการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลยังเป็นสิ่งที่จำเป็นเมื่อมีอันตรกิริยาเกิดขึ้น ซึ่งกรณีเช่นนี้ทำให้เราสามารถหาลักษณะข้อสรุปที่ผิดพลาดได้ นอกจากนั้นแล้วการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลทำให้เราสามารถประมาณผลของปัจจัยหนึ่งที่ระดับต่างๆ ของปัจจัยอื่นได้ ทำให้เราสามารถหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล (Valid) ตลอดเงื่อนไขของการทดลองได้

2.3.1.2 รูปทั่วไปของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล

ผลของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล 2 ปัจจัย อาจจะขยายไปสู่กรณีทั่วไปได้ในกรณีที่ปัจจัย A มีจำนวนระดับเท่ากับ a ปัจจัย B มีจำนวนระดับเท่ากับ b ปัจจัย C มีจำนวนระดับเท่ากับ c ต่อไปเช่นนี้เรื่อยๆ และทั้งหมดนี้ถูกจัดให้อยู่ในลักษณะของการทดลองเชิงแฟกทอเรียลซึ่งจะมีจำนวนข้อมูลที่ได้ทั้งหมดในการทดลองเท่ากับ $abc...n$ ครั้ง และจะต้องมีเรพลিকেตอย่างน้อย 2 เรพลিকেต ($n \geq 2$) เพื่อที่จะทำให้สามารถหาค่าผลรวมของกำลังสองที่เกิดจากความผิดพลาดได้ ถ้าอันตรกิริยาที่เป็นไปได้ทั้งหมดถูกนำไปพิจารณาในแบบจำลอง

ถ้าปัจจัยในการทดลองทั้งหมดเป็นแบบค่าตายตัว เราสามารถที่จะคิดสูตรและทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลหลักและอันตรกิริยาได้โดยง่าย สำหรับแบบจำลองแบบผลตายตัว ตัวทดสอบเชิงสถิติสำหรับผลหลักและอันตรกิริยาสามารถหาได้โดยสร้างค่ากำลังสองเฉลี่ยของสิ่งนั้นขึ้น แล้วหารด้วยค่ากำลังสองเฉลี่ยของความผิดพลาด (เหมือนกับกรณีของ 2 ปัจจัย) และการทดสอบสมมติฐานจะใช้ F-Test แบบทดสอบปลายด้านบนหนึ่งด้าน (Upper-Tail, One-Tail Test) จำนวนระดับขั้นความเสรีสำหรับผลหลักของปัจจัยใด ๆ มีค่าเท่ากับจำนวนระดับของปัจจัยนั้นลบด้วย 1 และจำนวนระดับขั้นความเสรีของอันตรกิริยามีค่าเท่ากับผลคูณของระดับขั้นความเสรีของส่วนประกอบของอันตรกิริยานั้นๆ

พิจารณาแบบจำลองการวิเคราะห์ความแปรปรวน 3 ปัจจัย

$$y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl}$$

$$i = 1, 2, \dots, a$$

$$j = 1, 2, \dots, b$$

$$k = 1, 2, \dots, c$$

$$l = 1, 2, \dots, n$$

โดยที่ Y_{ijkl} คือผลตอบสนองที่สังเกตได้เมื่อปัจจัย A อยู่ในระดับ i ปัจจัย B อยู่ในระดับ j และปัจจัย C อยู่ในระดับ k สำหรับเรพลีเคตที่ l ส่วน ε_{ijk} หมายถึง ความผิดพลาดแบบสุ่มที่เกิดขึ้นในการทดลอง

สมมติ A, B และ C มีลักษณะของผลกระทบคงที่ (Fixed Effect) การวิเคราะห์ความแปรปรวน ค่าของ F-Test ของผลหลัก และอันตรกิริยาหาได้โดยตรงจากค่ากำลังสองเฉลี่ย คาดหมายที่ได้ ดังแสดงในตารางที่ 2.7

ตารางที่ 2.7 การวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแบบจำลอง 3 ปัจจัย แบบ Fixed Effect
(Design and Analysis of Experiment, Douglas C. Montgomery, 2005)

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	Expected Mean Square	F_0
A	SS_A	$a - 1$	MS_A	$\sigma^2 + \frac{bcn \sum \tau_i^2}{a - 1}$	$F_0 = \frac{MS_A}{MS_E}$
B	SS_B	$b - 1$	MS_B	$\sigma^2 + \frac{acn \sum \beta_j^2}{b - 1}$	$F_0 = \frac{MS_B}{MS_E}$
C	SS_C	$c - 1$	MS_C	$\sigma^2 + \frac{abn \sum \gamma_k^2}{c - 1}$	$F_0 = \frac{MS_C}{MS_E}$
AB	SS_{AB}	$(a - 1)(b - 1)$	MS_{AB}	$\sigma^2 + \frac{cn \sum \sum (\tau\beta)_{ij}^2}{(a - 1)(b - 1)}$	$F_0 = \frac{MS_{AB}}{MS_E}$
AC	SS_{AC}	$(a - 1)(c - 1)$	MS_{AC}	$\sigma^2 + \frac{bn \sum \sum (\tau\gamma)_{ik}^2}{(a - 1)(c - 1)}$	$F_0 = \frac{MS_{AC}}{MS_E}$
BC	SS_{BC}	$(b - 1)(c - 1)$	MS_{BC}	$\sigma^2 + \frac{an \sum \sum (\beta\gamma)_{jk}^2}{(b - 1)(c - 1)}$	$F_0 = \frac{MS_{BC}}{MS_E}$
ABC	SS_{ABC}	$(a - 1)(b - 1)(c - 1)$	MS_{ABC}	$\sigma^2 + \frac{n \sum \sum \sum (\tau\beta\gamma)_{ijk}^2}{(a - 1)(b - 1)(c - 1)}$	$F_0 = \frac{MS_{ABC}}{MS_E}$
Error	SS_E	$abc(n - 1)$	MS_E	σ^2	
Total	SS_T	$abcn - 1$			

2.3.2 การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2^k

การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลใช้มากในการทดลองที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยหลายปัจจัย ซึ่งต้องการที่จะศึกษาถึงผลร่วมที่มีต่อผลตอบซึ่งเกิดขึ้นจากปัจจัยเหล่านั้น ในหัวข้อ 2.2.1 ได้กล่าวถึง วิธีการทั่วไปในการวิเคราะห์การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลอย่างละเอียดมาแล้ว อย่างไรก็ตาม ยังมีการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลชนิดพิเศษอีกหลายแบบที่มีความสำคัญ ซึ่งได้ถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลายในงานวิจัย และใช้เป็นรากฐานของการออกแบบชนิดอื่นๆ ที่มีความสำคัญอย่างมากในทางปฏิบัติ

กรณีพิเศษของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลที่มีความสำคัญมากที่สุดคือ กรณีที่มีปัจจัย k ปัจจัยซึ่งแต่ละปัจจัยประกอบด้วย 2 ระดับ ระดับเหล่านี้อาจจะเกิดจากข้อมูลเชิงปริมาณ เช่น อุณหภูมิ ความดันหรือเวลา เป็นต้น หรืออาจจะเกิดจากข้อมูลเชิงคุณภาพก็ได้ เช่น เครื่องจักร หรือคนงาน เป็นต้น และใน 2 ระดับที่กล่าวถึงนี้จะแทนระดับ “สูง” หรือ “ต่ำ” ของปัจจัยหนึ่ง ๆ หรือการ “มี” หรือ “ไม่มี” ของปัจจัยนั้นๆ ก็ได้ ใน 1 เพลทเคตที่บริบูรณ์สำหรับการออกแบบเช่นนี้จะประกอบด้วยข้อมูลทั้งสิ้น $2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^k$ ข้อมูล และเราเรียกการออกแบบลักษณะนี้ว่า การออกแบบเป็นแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2^k ซึ่งตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ว่า ปัจจัยทั้งหมดมีค่าตายตัว การออกแบบเป็นแบบเชิงสุ่มบริบูรณ์ (Completely Randomized) และ สมมติฐานเกี่ยวกับความเป็นปกติเป็นที่ยอมรับได้

การออกแบบ 2^k มีประโยชน์มากต่องานทดลองในช่วงเริ่มแรก เมื่อมีปัจจัยเป็นจำนวนมากที่ต้องการที่จะตรวจสอบการออกแบบเช่นนี้จะทำให้เกิดการทดลองจำนวนน้อยที่สุดที่สามารถจะทำได้เพื่อศึกษาถึงผลของปัจจัยทั้ง k ชนิดได้อย่างบริบูรณ์โดยใช้การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล วิธีการวิเคราะห์ที่แบบจำลองทางสถิติสำหรับการออกแบบ 2^k จะประกอบด้วยผลหลัก k ชนิด, $\binom{k}{2}$ อันตรกิริยาของ 2 ปัจจัย, $\binom{k}{3}$ อันตรกิริยาของ 3 ปัจจัย, ... และ 1 อันตรกิริยาของ k ปัจจัย นั่นคือ แบบจำลองบริบูรณ์สำหรับการออกแบบ 2^k จะประกอบไปด้วยผลทั้งสิ้น $2^k - 1$ ชนิด เครื่องหมายสำหรับการทดลองร่วมปัจจัยที่กำหนดให้ก่อนหน้านี้ยังใช้ในรูปแบบทั่วไปได้เช่นกัน ตัวอย่างเช่น abd ในการออกแบบ 2^5 จะหมายถึง การทดลองร่วมปัจจัยที่ A, B และ D อยู่ในระดับสูง และ C และ E อยู่ในระดับต่ำ การทดลองร่วมปัจจัยสามารถเขียนให้อยู่ในลำดับมาตรฐานโดยการเพิ่มปัจจัยเข้าไปทีละตัว และให้ปัจจัยใหม่ที่เพิ่มขึ้นมานี้รวมกับปัจจัยที่อยู่ก่อน

หน้ามัน ตัวอย่างเช่น ลำดับมาตรฐานของการออกแบบ 2^4 คือ (1) ,a,b,ab,c,ac,bc,abc,d,ad,bd, abd, cd,acd, bcd และ abcd ตามลำดับ วิธีการทั่วไปในการวิเคราะห์เชิงสถิติของการออกแบบ 2^k ได้สรุปไว้ในตารางที่ 2.8

ตารางที่ 2.8 ขั้นตอนการวิเคราะห์สำหรับการออกแบบ 2^k

1. หาผลกระทบของปัจจัย
2. สร้างแบบจำลองเบื้องต้น
3. ทดสอบทางสถิติ
4. ปรับแบบจำลอง
5. วิเคราะห์ส่วนตกค้าง
6. แปลผล

2.3.2.1 การออกแบบ 2^k แบบ 1 เรพลิเคต

การทดลองที่จำนวนของปัจจัยที่อยู่ในความสนใจมีปานกลาง จำนวนทั้งหมดของการทดลองรวมปัจจัยของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2^k จะมีขนาดใหญ่ ตัวอย่างเช่น การออกแบบ 2^5 จะประกอบไปด้วย 32 การทดลองรวมปัจจัย การออกแบบ 2^6 จะประกอบไปด้วย 64 การทดลองรวมปัจจัย และเป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ เนื่องจากความจำกัดของทรัพยากรทำให้จำนวนของเรพลิเคตที่เกิดขึ้นในการทดลองนั้นๆ อาจจะมีค่าจำกัด มีบ่อยครั้งที่สามารถทำการทดลองได้เพียงเรพลิเคตเดียวเท่านั้น หรือมีฉะนั้นแล้วจะต้องตัดปัจจัยเริ่มต้นบางตัวทิ้งสำหรับกรณีเช่นนี้ จะต้องตั้งสมมติฐานไว้ก่อนหน้านี้อย่างไรว่า ความผิดพลาดแบบสุ่ม (สิ่งรบกวน) ที่เกิดขึ้นขณะทำการทดลองนั้นมีค่าน้อยพอสมควร บางครั้งเรียกการทดลอง 2^k แบบ 1 เรพลิเคต ว่าแฟกทอเรียลแบบไม่มีเรพลิเคต เมื่อทำการทดลองเพียง 1 เรพลิเคต เราจะสามารถหาค่าประมาณสำหรับความผิดพลาดที่เกิดขึ้นได้ วิธีการหนึ่งที่สามารถใช้ในการวิเคราะห์แฟกทอเรียลแบบไม่มีเรพลิเคตนี้ก็คือ การสมมติให้อันตรกิริยาที่อยู่ในขั้นสูง (High Order) มีค่าน้อยและตัดทิ้งได้ และรวมค่ากำลังสองเฉลี่ยของพวกนี้เข้าด้วยกันเพื่อใช้ประมาณค่าความผิดพลาด แนวความคิดนี้มาจากหลักการของผลที่มีนัยสำคัญจะเกิดจากปัจจัยจำนวนน้อย (Scarcity of Effects) กล่าวคือ ผลที่มีต่อระบบส่วนมากจะเป็นผลที่มาจากผลหลักและอันตร

กิริยาที่อยู่ในขั้นต่ำ และอันตรกิริยาที่อยู่ในขั้นสูงจะมีค่าน้อยและสามารถตัดทิ้งได้ ในบางครั้งเมื่อวิเคราะห์ข้อมูลจากการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบไม่มีเรพลิเคต เราอาจจะพบว่าอันตรกิริยาที่อยู่ในขั้นสูงมีผล การใช้วิธีการดังกล่าวข้างต้นจะไม่เหมาะสมสำหรับกรณีเช่นนี้ ดังนั้นเราจะใช้วิธีการตรวจสอบกราฟ การพล็อตความน่าจะเป็นแบบปกติของค่าประมาณของผลแทนผลที่สามารถตัดทิ้งได้จะมีการกระจายแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวน σ^2 และค่าเหล่านี้จะเรียงตัวอยู่บนเส้นตรงของกราฟที่สร้างขึ้นมา และในแบบจำลองเบื้องต้นที่สร้างขึ้นมา ก็ควรจะประกอบด้วยปัจจัยที่มีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากับศูนย์ โดยดูจากกราฟการพล็อตความน่าจะเป็นแบบปกติ และผลที่ไม่มีผลจะถูกนำมารวมกันเพื่อใช้เป็นตัวประมาณค่าของความผิดพลาด

2.3.2.2 การเพิ่มจุดศูนย์กลางให้แก่การออกแบบ 2^k

ประการสำคัญในการใช้งานการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2 ระดับคือ สมมติฐานเกี่ยวกับความเป็นเชิงเส้น (Linearity) ของผลที่เกิดขึ้นจากปัจจัยต่างๆ แน่นอนว่าความเป็นเชิงเส้นอย่างบริบูรณ์แบบไม่ได้เป็นสิ่งจำเป็นมากมายนัก และระบบ 2^k ยังคงทำงานได้ค่อนข้างดีแม้ในกรณีที่สมมติฐานเกี่ยวกับความเป็นเชิงเส้นจะเป็นได้เพียงโดยประมาณเท่านั้น ในความเป็นจริงแล้วจะสังเกตเห็นว่า ถ้าพจน์ของอันตรกิริยาถูกเติมเข้าไปในผลหลักหรือแบบจำลองขั้นแรก (First-Order Model) นั่นคือ

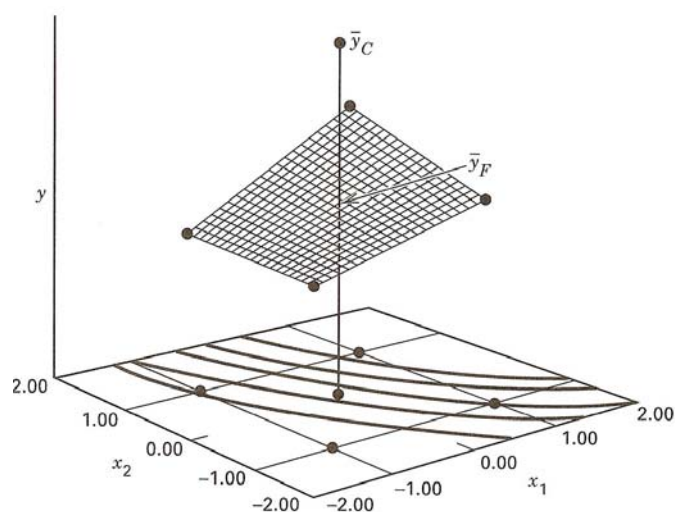
$$Y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

ดังนั้นเราจะมีแบบจำลองที่สามารถแสดงส่วนโค้งบางประการในฟังก์ชันของผลตอบ ส่วนโค้งนี้เกิดจากการบิดเบี้ยวของระนาบ (Plane) ที่ถูกทำให้เกิดขึ้นจากผลของอันตรกิริยา $\beta_{ij} x_i x_j$ มีบางกรณีเช่นกัน ที่ส่วนโค้งในฟังก์ชันผลตอบไม่เพียงพอที่จะสร้างสมการของแบบจำลองตามแบบข้างบนนี้ได้ ในกรณีเช่นนี้แบบจำลองที่เหมาะสมกว่าก็คือ

$$Y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \varepsilon$$

โดยที่ β_{ij} จะแสดงถึงผลขั้นที่สอง (Second-Order Effect) หรือผลแบบควอดรติก (Quadratic Effect) และสมการนี้เรียกว่า แบบจำลองพื้นผิวของผลตอบขั้นที่สอง (Second-Order Response Surface Model) ในการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบสองระดับ ส่วนใหญ่ผู้ทดลองอยากจะใช้สมการของแบบจำลองขั้นแรกมากกว่า แต่ก็เป็นไปได้เช่นกันที่บางครั้งพบว่าแบบจำลองขั้นที่สองจะเหมาะสมกว่า ในกรณีเช่นนี้มีวิธีการเรขาคณิตการทดลองบางจุดในแฟกทอเรียล 2^k ที่จะทำให้การป้องกันส่วนโค้งที่เกิดจากผลขั้นที่สองนี้ และนอกจากนั้นยังทำให้เราสามารถหาค่าประมาณของความผิดพลาดได้อย่างอิสระอีกด้วย วิธีการเช่นนี้ เกิดจากการเติมจุดศูนย์กลางให้แก่การออกแบบ 2^k และเราจะทำการทดลองจำนวน n เรขาคณิตที่จุด $x_i = 0$ ($i = 1, 2, \dots, k$) เหตุผลของการเติมการทดลองเช่นนี้เข้าไปก็คือ จุดศูนย์กลางที่เติมเข้าไปนี้ไม่ได้ส่งผลต่อการประมาณค่าผลตามปกติของการออกแบบ 2^k แต่ประการใด เมื่อเราเติมจุดศูนย์กลางเข้าไป เช่นนี้ เราจะสมมติให้ปัจจัยทั้ง k ตัวนี้เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ

เพื่อแสดงวิธีการดังกล่าว พิจารณาการออกแบบ 2^2 ที่มีข้อมูล 1 ตัวที่แต่ละจุดของแฟกทอเรียล $(-, -)$, $(+, -)$, $(-, +)$ และ $(+, +)$ และมีจำนวนข้อมูลที่จุดศูนย์กลาง $(0, 0)$ อยู่ n_c ตัว ภาพที่ 2.38 แสดงให้เห็นถึงการออกแบบเช่นนี้



ภาพที่ 2.38 การออกแบบ 2^2 ที่มีจุดศูนย์กลาง

(Design and Analysis of Experiment, Douglas C. Montgomery, 2005)

กำหนดให้ y_F เป็นค่าเฉลี่ยของการทดลอง 4 ค่าที่จุดทั้ง 4 ของแฟกทอเรียล และกำหนดให้ y_C เป็นค่าเฉลี่ยของข้อมูล n_c ที่จุดกึ่งกลาง ถ้าผลต่างระหว่าง $y_F - y_C$ มีค่าน้อย จุดศูนย์กลางนี้จะอยู่บนหรือใกล้กับระนาบที่ผ่านจุดของแฟกทอเรียล และจะไม่มีส่วนโค้งแบบควอด

ราติก ค่าผลรวมของกำลังสองสำหรับส่วนโค้งแบบควอดราติกบริสุทธิ์ (Pure quadratic Curvature) ซึ่งมีระดับชั้นความเสรีเท่ากับ 1 หาได้จาก

$$SS_{\text{Pure quadratic}} = \frac{n_F n_C (y_F - y_C)^2}{n_F + n_C}$$

โดยที่ n_F คือจำนวนของจุดในการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล ค่านี้จะถูกนำมาใช้เพื่อเปรียบเทียบกับค่าผิดพลาดของกำลังสองเฉลี่ย เพื่อที่จะทดสอบความเป็นส่วนโค้งแบบบริสุทธิ์ ยิ่งกว่านั้นเมื่อเราเติมจุดเข้าไปที่จุดศูนย์กลางของการออกแบบ 2^k การทดสอบส่วนโค้งดังสมการด้านบน ก็คือการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับ

$$H_0 : \sum_{j=1}^k \beta_{jj} = 0$$

$$H_1 : \sum_{j=1}^k \beta_{jj} \neq 0$$

ยิ่งกว่านั้นถ้าจุดของแฟกทอเรียลในการออกแบบเป็นแบบไม่มีเรพลิเคต ยังสามารถใช้จุดศูนย์กลาง n_C นี้ในการสร้างตัวประมาณของความผิดพลาด ซึ่งมีระดับชั้นความเสรีเท่ากับ $n_C - 1$ ขึ้นได้อีกด้วย

2.3.3 การทดสอบ Lack of Fit ของแบบจำลองการถดถอยอย่างง่ายในการทดลอง 1 ปัจจัย

การเติมจุดศูนย์กลางเข้าไปยังการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล 2^k ทำให้ผู้ทำการทดลองสามารถหาตัวประมาณของความผิดพลาดในการทดลองโดยตรง (Pure Experimental Error) ได้ และทำให้สามารถแบ่งผลรวมของกำลังสองตกค้าง SS_E ไปเป็นสองส่วนได้คือ

$$SS_E = SS_{PE} + SS_{LOF}$$

โดยที่ ss_{PE} คือผลรวมของกำลังสองที่เกิดขึ้นเนื่องจากความผิดพลาดโดยตรง และ ss_{LOF} คือผลรวมของกำลังสองของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเนื่องจาก Lack of Fit การหาส่วนต่างๆ ที่เกี่ยวข้องนี้ในรูปแบบของแบบจำลองการถดถอยได้สมมติว่ามีการทดลองอยู่ n_i ภายใต้ผลตอบที่ระดับ i ของตัวถดถอย x_i , $i = 1, 2, \dots, m$ กำหนดให้ y_{ij} แทนข้อมูลครั้งที่ j บนผลตอบที่ x_i , $i = 1, 2,$

..., m และ $j = 1, 2, \dots, n_i$ มีจำนวนของข้อมูลทั้งหมด (n) เท่ากับผลรวมของ n_i โดยที่ i เท่ากับ 1 ถึง m ซึ่งสามารถเขียนส่วนตกค้างที่ (ij) ได้ดังนี้คือ

$$y_{ij} - \hat{y}_i = (y_{ij} - \bar{y}_i) + (\bar{y}_i - \hat{y}_i)$$

โดยที่ $\bar{y}_i$ คือค่าเฉลี่ยของข้อมูล n_i ที่จุด x_i เมื่อยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ และรวมผลภายในได้ i และ j จะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 + (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$$

ทางด้านซ้ายมือของสมการ คือค่าผลรวมของกำลังสองตกค้างตามปกติ ส่วนประกอบ ทางด้านขวาทั้งสองแทนตัววัดของความผิดพลาดโดยตรง และ Lack of Fit ซึ่งพบว่าผลรวมของกำลังสองของความผิดพลาดโดยตรงคือ

$$SS_{PE} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

โดยสามารถหาได้จากการคำนวณค่าผลรวมของกำลังสองปรับแก้แล้ว ของข้อมูลที่มีการทำซ้ำที่แต่ละระดับของ x_i จำนวนของระดับขึ้นความเสรีทั้งหมดที่เกี่ยวกับค่าผลรวมของกำลังสองของความผิดพลาดโดยตรงคือ

$$\sum_{i=1}^m (n_i - 1) = n - m$$

ค่าผลรวมของกำลังสองสำหรับ Lack of Fit คือ

$$SS_{LOF} = \sum_{i=1}^m n_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$$

ซึ่งหมายถึงค่าผลรวมของกำลังสองที่ถูกถ่วงน้ำหนักของส่วนต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของผลตอบ $\bar{y}_i$ ที่ระดับต่างๆ ของ x_i กับค่าฟิตที่เกี่ยวข้อง ถ้าค่าฟิต $\hat{y}_i$ มีค่าใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยของผลตอบ $\bar{y}_i$ ดังนั้นแสดงว่าฟังก์ชันการถดถอยนั้นมีแนวโน้มที่จะเป็นเส้นตรงอย่างมาก ถ้า $\hat{y}_i$ มีความแตกต่างจาก $\bar{y}_i$ มาก แสดงว่าฟังก์ชันการถดถอยที่สร้างขึ้นมาไม่เป็นแบบเชิงเส้น จะมีระดับขึ้นความเสรีเท่ากับ $m-p$ ที่เกี่ยวกับ SS_{LOF} เพราะว่ามีระดับ m ระดับของ x และระดับของ x

และระดับชั้นความเสรี p ค่าจะเสียไปเนื่องจากจะต้องประมาณพารามิเตอร์ p ตัวให้แก่แบบจำลอง ในด้านการคำนวณแล้ว จะหาค่า SS_{LOF} จากการลบ SS_{PE} จาก SS_E สถิติที่ใช้ในการทดสอบ Lack of Fit คือ

$$F_0 = \frac{SS_{LOF}/(m-p)}{SS_{PE}/(n-m)} = \frac{MS_{LOF}}{MS_{PE}}$$

ถ้าฟังก์ชันการถดถอยเป็นเส้นตรงจริง ดังนั้น $E(y_i) = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}$ และพจน์ที่สองของสมการด้านบน เท่ากับ 0 ทำให้ $E(MS_{LOF}) = \sigma^2$ อย่างไรก็ตาม ถ้าฟังก์ชันการถดถอยไม่เป็นเส้นตรง ดังนั้น $E(y_i) \neq \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}$ และ $E(MS_{LOF}) > \sigma^2$ ยิ่งกว่านั้นถ้าฟังก์ชันการถดถอยเป็นแบบเชิงเส้น ดังนั้นสถิติ F_0 จะมีการกระจายแบบ $F_{m-p, n-m}$ ดังนั้น เพื่อเป็นการทดสอบ Lack of Fit ก็ควรจะคำนวณตัวทดสอบสถิติ F_0 และสรุปว่าฟังก์ชันการถดถอยไม่เป็นเชิงเส้นถ้า $F_0 > F_{\alpha, m-p, n-m}$

การทดสอบด้วยวิธีการเช่นนี้ง่ายที่จะประกอบเข้าเป็นส่วนหนึ่งของการวิเคราะห์ความแปรปรวนถ้าสรุปว่าฟังก์ชันการถดถอยไม่เป็นเส้นตรง ดังนั้นแบบจำลองที่กำลังพิจารณาอยู่ก็ไม่ว่างจะถูกนำมาพิจารณาต่อไป และควรจะพยายามหาสมการที่เหมาะสมกว่าต่อไป ในทางตรงกันข้าม ถ้า F_0 มีค่าไม่เกินกว่า $F_{\alpha, m-p, n-m}$ จะสรุปได้ว่าไม่มีหลักฐานสำหรับ Lack of Fit และสามารถรวม MS_{PE} และ MS_{LOF} เข้าด้วยกันเพื่อประมาณค่า σ^2

2.3.4 พื้นผิวผลตอบสนอง

วิธีการพื้นผิวผลตอบสนอง (Response Surface Methodology, RSM) เป็นการรวบรวมเอาเทคนิคทั้งทางคณิตศาสตร์ และทางสถิติที่มีประโยชน์ต่อการสร้างแบบจำลองและการวิเคราะห์ปัญหาโดยที่ผลตอบสนองที่เราสนใจขึ้นอยู่กับหลายตัวแปร และมีวัตถุประสงค์ที่จะหาค่าที่ดีที่สุดของผลตอบนี้ ตัวอย่างเช่น ผลผลิตของกระบวนการหนึ่งเป็นฟังก์ชันของระดับของปัจจัย x_1 และ x_2 กล่าวคือ

$$y = f(x_1, x_2) + \varepsilon$$

โดยที่ ε คือค่าความผิดพลาดของผลตอบสนอง y ที่เป็นผลมาจากการทดลอง ถ้ากำหนดว่า $E(y) = f(x_1, x_2) = \eta$ ดังนั้น สามารถเขียนสมการของพื้นผิวได้คือ

$$\eta = f(x_1, x_2)$$

ซึ่งเรียกว่า “พื้นผิวผลตอบสนอง (Response Surface)” โดยมากแล้วจะแสดงพื้นผิวผลตอบสนองในรูปแบบของกราฟฟิก โดยที่ η จะถูกพล็อตกับระดับของ x_1 และ x_2 เพื่อที่จะช่วยให้มองเห็นรูปร่างของพื้นผิวผลตอบสนองได้ดียิ่งขึ้น โดยมากแล้วจะพล็อตเส้นโครงร่าง (Contour Plot) ของพื้นผิวผลตอบสนอง ในการสร้างเส้นโครงร่างเช่นนี้ เส้นที่มีค่าของผลตอบคังที่จะถูกวาดอยู่บนระนาบ x_1 และ x_2 เส้นโครงร่างแต่ละเส้นจะมีความสูงของพื้นผิวผลตอบสนองที่เท่ากันค่าหนึ่ง ในปัญหาเกี่ยวกับพื้นผิวผลตอบสนองส่วนมาก จะไม่ทราบความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบสนองและตัวแปรอิสระ ดังนั้น ขั้นตอนแรกก็คือ จะต้องหาตัวประมาณที่เหมาะสมที่จะใช้เป็นตัวแทนสำหรับแสดงความสัมพันธ์ที่แท้จริงระหว่าง y และเซตของตัวแปรอิสระ ซึ่งตามปกติแล้วจะใช้ฟังก์ชันพหุนามที่มีกำลังต่ำ ๆ ที่อยู่ภายใต้อาณาเขตบางส่วนของตัวแปรอิสระ ถ้าแบบจำลองของผลตอบสนองมีความสัมพันธ์เป็นแบบเชิงเส้นกับตัวแปรอิสระ ฟังก์ชันที่จะใช้ในการประมาณความสัมพันธ์นี้ก็คือแบบจำลองกำลังหนึ่ง

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

แต่ถ้ามีส่วนโค้งเข้ามาเกี่ยวข้องในระบบ จะใช้ฟังก์ชันพหุนามที่มีกำลังสูงขึ้น เช่น พหุนามกำลังสอง

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

ปัญหาเกี่ยวกับพื้นผิวผลตอบสนองส่วนมาก จะใช้แบบจำลองหนึ่งในสองแบบที่กล่าวมานี้ แบบจำลองพหุนามที่กล่าวมานี้จะไม่สามารถใช้ประมาณความสัมพันธ์ตลอดพื้นผิวทั้งหมดของตัวแปรอิสระ แต่ทว่าถ้าพื้นผิวที่สนใจอยู่นั้นมีขนาดค่อนข้างเล็ก แบบจำลองเหล่านี้จะใช้งานได้ดีพอสมควร วิธีการกำลังสองน้อยสุด (Least Square Method) ถูกนำมาใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแบบจำลองแบบพหุนาม การวิเคราะห์พื้นผิวเป็นวิธีการแบบมีลำดับขั้นตอน บ่อยครั้งที่การทดลองอยู่ที่จุดบนพื้นผิวผลตอบสนองที่ห่างไกลออกไปจากจุดที่ดี

ที่สุด ซึ่งจะพบว่าผลตอบสนองของระบบนี้ไม่ค่อยเป็นส่วนโค้ง และแบบจำลองกำลังหนึ่งก็พอเพียงในการสร้างแบบจำลองแล้ววัตถุประสงค์ของการทดลองก็คือ การนำการทดลองไปตามแนวทางที่มีการปรับปรุงมากที่สุด และอย่างมีประสิทธิภาพสูงสุดเพื่อที่จะไปใกล้จุดที่ดีที่สุดได้อย่างรวดเร็วที่สุด และเมื่อเราพบอาณาเขตของค่าที่ดีที่สุดแล้ว เราจะนำเอาแบบจำลองที่ซับซ้อนขึ้น เช่น แบบจำลองกำลังสอง เข้ามาใช้ในการวิเคราะห์และการทดลองเช่นนี้จะทำเพื่อที่จะให้สามารถหาจุดที่ดีที่สุดได้ การวิเคราะห์พื้นผิวผลตอบเปรียบเสมือนกับการปีนภูเขา ซึ่งยอดของมันเป็นจุดที่มีผลตอบสูงสุด หรือถ้าค่าที่ดีที่สุดคือค่าที่ต่ำที่สุด ในที่นี้อาจจะคิดเสมือนว่า กำลังเคลื่อนที่ลงสู่หุบเขา จุดประสงค์สุดท้ายของการวิเคราะห์พื้นผิวผลตอบก็คือ การหาเงื่อนไขในการทำงานที่ดีที่สุดสำหรับระบบ หรือเพื่อที่จะหาอาณาเขตของปัจจัยก่อให้เกิดการทำงานที่น่าพอใจ

2.3.4.1 การปีนขึ้นด้วยทางที่ชันที่สุด

บ่อยครั้งที่การประมาณค่าเงื่อนไขการทำงานที่ดีที่สุดเบื้องต้น สำหรับระบบที่กำลังศึกษานั้นจะอยู่ห่างไกลจากจุดที่ดีที่สุดตัวจริง ในกรณีเช่นนั้นวัตถุประสงค์ของผู้ทำการทดลองก็คือ การเคลื่อนที่อย่างรวดเร็วจากจุดที่ดีที่สุด วิธีการที่จะใช้ควรจะเป็นวิธีการที่ง่ายและมีประสิทธิภาพ เมื่อการทดลองอยู่ห่างไกลจากจุดที่ดีที่สุดนั้น โดยมากแล้วจะสมมติว่าแบบจำลองกำลังหนึ่งนั้นเป็นแบบจำลองที่สามารถประมาณพื้นผิวที่แท้จริงสำหรับบริเวณเล็กๆ ของตัวแปร x วิธีการปีนขึ้นด้วยทางที่ชันที่สุด (Steepest Ascent) เป็นวิธีการที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่อย่างเป็นอันดับบนเส้นทางที่มีความชันมากที่สุด กล่าวคือ ในทิศทางที่มีการเพิ่มขึ้นของผลตอบสนองสูงสุดที่สุดในกรณีที่ต้องการหาค่าที่ต่ำที่สุดแทน จะเรียกวิธีการดังกล่าวว่า วิธีการปีนลงด้วยทางที่ชันที่สุด (Steepest Descent) แบบจำลองกำลังหนึ่งที่ถูกสร้างขึ้นมาก็คือ

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j$$

และพื้นผิวผลตอบกำลังหนึ่ง (First-Order Response Surface) จะเป็นเส้นโครงร่างของ $\hat{y}$ ซึ่งจะเป็นอันดับของเส้นขนาน ทิศทางของการปีนขึ้นด้วยทางที่ชันที่สุดคือทิศทางที่ค่า $\hat{y}$ มีค่าเพิ่มขึ้นรวดเร็วที่สุด ทิศทางนี้คือเส้นที่ขนานกับเส้นตั้งฉากกับพื้นผิวที่ถูกสร้างขึ้นมา เราจะใช้เส้นทางเส้นที่ผ่านจุดศูนย์กลางของอาณาเขตที่กำลังสนใจ และตั้งฉากกับพื้นผิวที่สร้างขึ้นมานี้เป็นเส้นทางในการปีนขึ้นที่มีความชันสูงสุด ดังนั้น การก้าวอย่าง (Step) บนเส้นทางเดินนี้จะเป็นส่วนสำคัญกับสัมประสิทธิ์การถดถอย $\{\beta_j\}$ ขนาดที่แท้จริงของก้าวอย่างจะหาได้จากประสบการณ์

เกี่ยวกับกระบวนการของผู้นำการทดลองหรือข้อพิจารณาทางปฏิบัติอื่นๆ การทดลองจะมีการขึ้นบนเส้นทางที่มีความชันมากที่สุด จนกระทั่งค่าของผลตอบแทนไม่สามารถที่จะเพิ่มขึ้นอีกต่อไปได้ หลังจากนั้นแบบจำลองกำลังหนึ่งตัวใหม่อาจจะถูกสร้างขึ้นมา จะต้องมีการหาเส้นทางที่มีความชันสูงสุดขึ้นมาใหม่ และกระบวนการดังที่กล่าวมาข้างต้นนี้จะเกิดขึ้นอีกครั้ง ในที่สุดผู้ทำการทดลองก็จะมาสู่จุดที่อยู่ใกล้กับจุดที่มีค่าดีที่สุด ซึ่งจะถูกรั้งไว้โดยดูจาก Lack of Fit ของแบบจำลองกำลังหนึ่ง เมื่อถึงตอนนั้นการทดลองเพิ่มเติมจะถูกดำเนินการขึ้นเพื่อหาตัวประมาณของค่าที่ดีที่สุดที่เหมาะสม เส้นทางของการปีนขึ้นด้วยความชันสูงสุดจะเป็นสัดส่วนกับเครื่องหมายและขนาดของสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนในแบบจำลองกำลังหนึ่ง

$$\hat{y}_j = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_j$$

เป็นการง่ายที่จะแสดงอัลกอริทึมรูปทั่วไปสำหรับการหาค่าพิกัดของจุดบนเส้นทางที่มีการปีนด้วยความชันสูงสุด สมมติว่าจุด $x_1 = x_2 = \dots = x_k = 0$ เป็นส่วนประกอบของจุดเริ่มต้น ดังนั้น

1. เลือกขนาดของก้าวอย่างจากตัวแปรกระบวนการของตัวใดตัวหนึ่ง กล่าวคือ Δx_j ตามปกติแล้วจะเลือกตัวแปรที่เราทราบค่ามากที่สุด หรือจะเลือกตัวแปรที่มีค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์ความถดถอยมากที่สุด $|\hat{\beta}_j|$

2. ขนาดของก้าวอย่างในตัวแปรอื่น (i) คือ

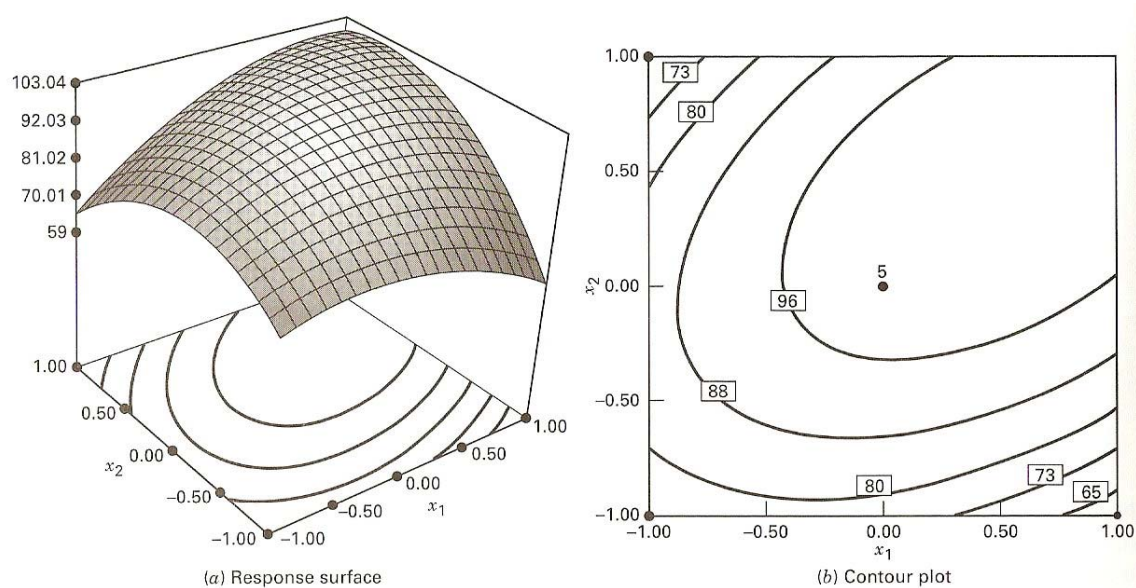
$$\Delta x_i = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\beta}_j / \Delta x_j} \quad i = 1, 2, \dots, k; i \neq j$$

3. เปลี่ยน Δx_j จากตัวแปรที่ถูกเข้ารหัสไปสู่ตัวแปรธรรมชาติ

$$\Delta \xi = \Delta x (\text{ก้าวอย่างหน่วยธรรมชาติ})$$

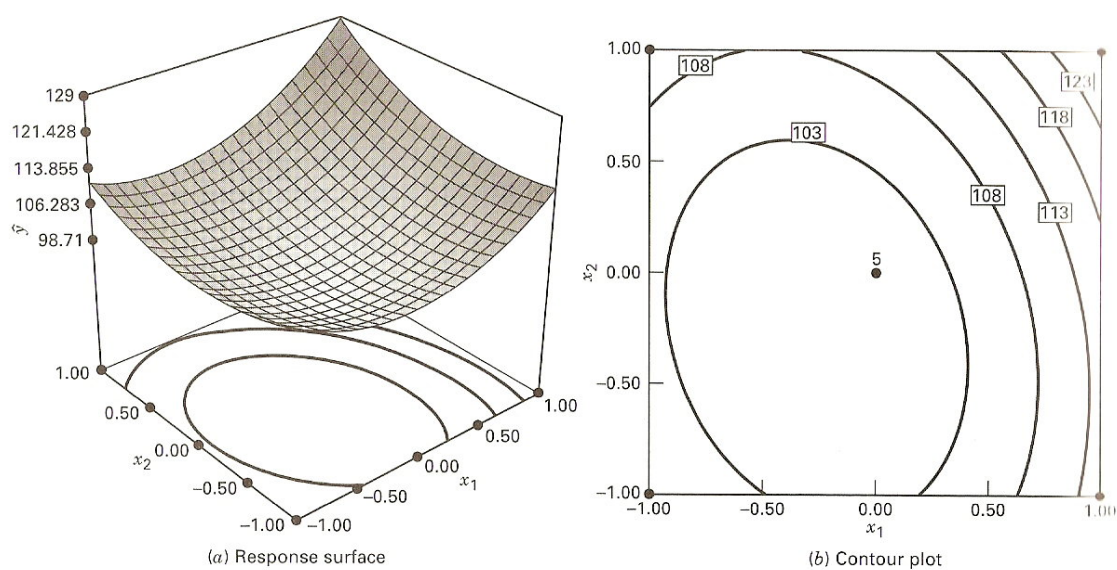
2.3.4.2 ตำแหน่งของจุดหยุดนิ่ง

สมมติว่าต้องการที่จะหาระดับของ $x_1, x_2, \dots, x_k$ ที่จะทำให้ผลตอบแทนมีค่าดีที่สุด จุดนี้ถ้ามีอยู่จริงจะหมายถึงเซตของจุด $x_1, x_2, \dots, x_k$ ที่มีค่าของอนุพันธ์แบบบางส่วน (Partial Derivative) $\partial y / \partial x_1 = \partial y / \partial x_2 = \dots = \partial y / \partial x_k = 0$ และจะเรียกจุดเหล่านี้ $x_{1,s}, x_{2,s}, \dots, x_{k,s}$ ว่าจุดหยุดนิ่ง (Stationary Point) จุดหยุดนิ่งนี้สามารถใช้ในการแทน (1) จุดที่มีค่าผลตอบแทนสูงสุด (2) จุดที่มีค่าผลตอบแทนต่ำสุด, หรือ (3) จุดอานม้า (Saddle Point) ซึ่งทั้งสามทางที่เป็นไปได้แสดงไว้ในภาพที่ 2.39 ถึง 2.41



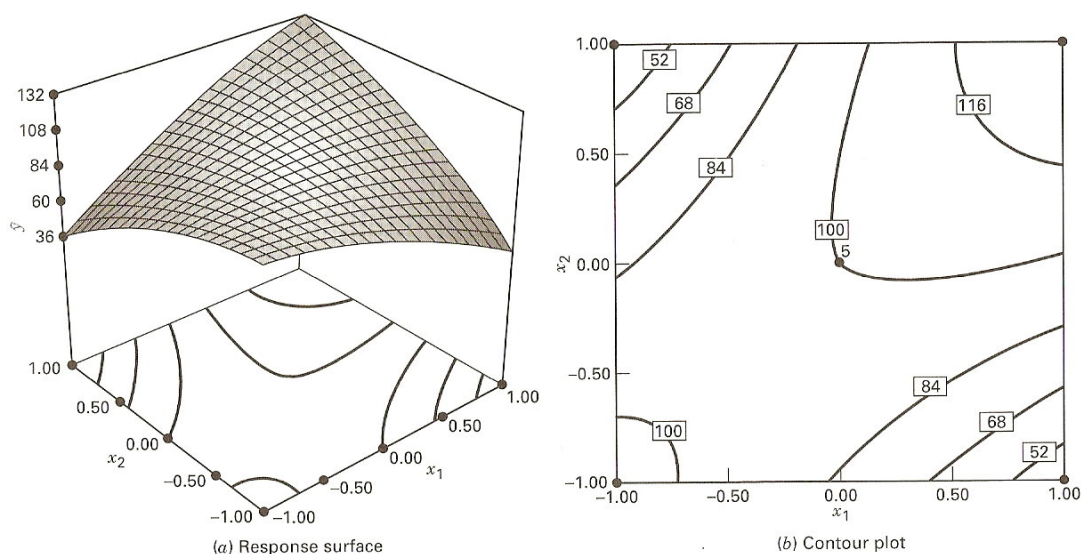
ภาพที่ 2.39 จุดหยุดนิ่งที่ผลตอบสนองมากที่สุด

(Design and Analysis of Experiment, Douglas C. Montgomery, 2005)



ภาพที่ 2.40 จุดหยุดนิ่งที่ผลตอบสนองต่ำที่สุด

(Design and Analysis of Experiment, Douglas C. Montgomery, 2005)



ภาพที่ 2.41 จุดหยุดนิ่งที่ผลตอบสนองที่จุดอานม้า

(Design and Analysis of Experiment, Douglas C. Montgomery, 2005)

กราฟโครงร่าง (Contour Plot) มีความสำคัญมากในการวิเคราะห์พื้นผิวผลตอบสนอง การสร้างกราฟโครงร่างของพื้นผิวผลตอบสนองขึ้นมา จะทำให้ทราบถึงรูปร่างของพื้นผิวและตำแหน่งของจุดที่ดีที่สุดได้ค่อนข้างแม่นยำ ซึ่งอาจจะหาคำตอบทั่วไปทางคณิตศาสตร์สำหรับตำแหน่งของจุดหยุดนิ่ง (Stationary Point) ได้โดยการเขียนแบบจำลองกำลังสองในรูปแบบเมทริกซ์ได้คือ

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + x'b + x'Bx$$

โดยที่

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12}/2 & \cdot & \cdot & \cdot & \hat{\beta}_{1k}/2 \\ & \hat{\beta}_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & \hat{\beta}_{2k}/2 \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ \text{sym.} & & & & & \hat{\beta}_{kk} \end{pmatrix}$$

ซึ่ง b คือ เวกเตอร์ขนาด $(k \times 1)$ ของสัมประสิทธิ์การถดถอยกำลังหนึ่ง และ B คือเมทริกซ์แบบสมมาตรขนาด $(k \times k)$ ซึ่งมีส่วนประกอบในแนวเส้นทแยงมุมหลักเป็นสัมประสิทธิ์ของกำลังสองบริสุทธิ์ (β_{jj}) และส่วนประกอบที่ไม่ได้อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมเป็นครึ่งหนึ่งของ

สัมประสิทธิ์กำลังสองผสม (β_{ij} , $i \neq j$) ค่าอนุพันธ์ของ y เทียบกับส่วนประกอบของเวกเตอร์ x มีค่าเท่ากับ 0 คือ

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial x} = b + 2Bx = 0$$

จุดหยุดนิ่งคือ

$$X_s = -\frac{1}{2} B^{-1} b$$

ยิ่งกว่านั้นโดยการแทนค่าสมการ จะพบว่าค่าผลตอบสนองที่คาดหมายที่จุดหยุดนิ่งคือ

$$\hat{y}_s = \hat{\beta}_0 + \frac{1}{2} x_s' b$$

2.3.4.3 ลักษณะสมบัติของพื้นผิวผลตอบสนอง

เมื่อหาจุดหยุดนิ่งได้แล้ว มีความจำเป็นที่ต้องหาลักษณะสมบัติของพื้นผิวผลตอบสนองในบริเวณใกล้เคียงกับจุดนี้ นั่นคือต้องหาว่าจุดหยุดนิ่งนี้เป็นจุดสูงสุดหรือต่ำสุด หรือเป็นจุดอานม้า (Saddle Point) นอกจากนั้นยังต้องการศึกษาถึงความไวของผลตอบกับตัวแปร x_1 , x_2 , ..., x_k วิธีการแบบตรงไปตรงมาที่จะหาจุดเหล่านี้ก็คือการดูจากกราฟโครงร่างของแบบจำลอง ถ้ามีการทดลองนั้นมีตัวแปรของกระบวนการเพียงแค่ 2 หรือ 3 ตัว การสร้างและการตีความหมายของกราฟโครงร่างนี้จะค่อนข้างง่าย อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ว่าจะมีตัวแปรเพียงแค่ 2 หรือ 3 ตัว ก็ตาม การวิเคราะห์อย่างเป็นทางการที่เรียกว่า การวิเคราะห์แบบบัญญัติ (Canonical Analysis) ก็สามารถนำมาใช้ได้เช่นกัน ซึ่งจะเป็นการช่วยการวิเคราะห์เป็นอย่างมาก ถ้ามีการแปลงรูปของแบบจำลองไปสู่ระบบพิกัดที่มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดหยุดนิ่ง X_s และหลังจากนั้นก็หมุนแกนของระบบนี้จนกระทั่งมันขนานกับแกนหลัก (Principal Axis) ของพื้นผิวผลตอบสนองที่สร้างขึ้นมา ซึ่งสามารถแสดงได้ว่าผลของการแปลงรูปนี้จะทำให้ได้แบบจำลองคือ

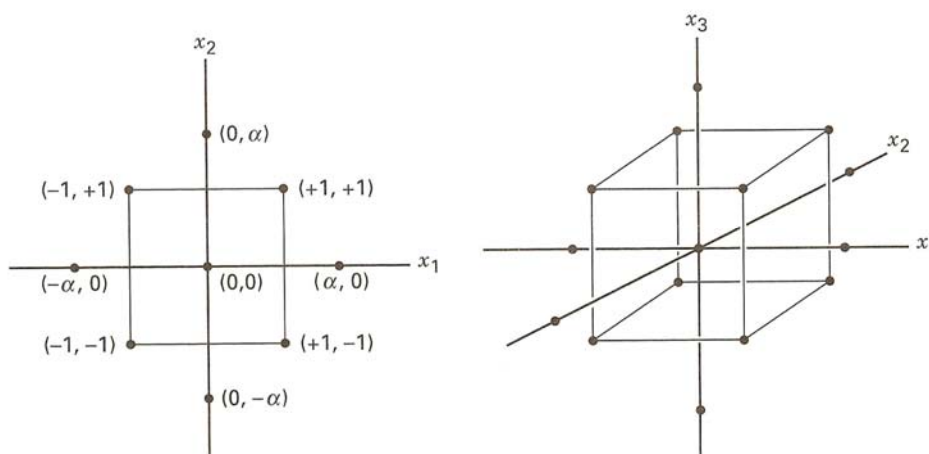
$$\hat{y} = \hat{y}_s + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \dots + \lambda_k w_k^2$$

โดยที่ $\{w_i\}$ คือตัวแปรอิสระที่ถูกแปลงรูป และ $\{\lambda_i\}$ คือค่าคงตัว สมการนี้ถูกเรียกว่า รูปแบบแบบบัญญัติของแบบจำลอง ยิ่งกว่านั้น $\{\lambda_i\}$ จะหมายถึงค่าเฉพาะ หรือ รากลักษณะ (Characteristic Roots) ของเมทริกซ์ B

ธรรมชาติของพื้นผิวผลตอบสนอง สามารถที่จะหาได้จากจุดหยุดนิ่งและเครื่องหมาย และขนาดของ $\{\lambda_i\}$ ประการแรก สมมติว่าจุดหยุดนิ่งอยู่ภายใต้บริเวณของการสำรวจเพื่อที่จะสร้างแบบจำลองกำลังสอง ถ้า $\{\lambda_i\}$ ทั้งหมดมีค่าเป็นบวก ดังนั้น X_s จะเป็นจุดที่มีผลตอบสนองมากที่สุด แต่ถ้า $\{\lambda_i\}$ ทั้งหมดมีค่าเป็นลบ ดังนั้น X_s จะเป็นจุดที่มีผลตอบสนองน้อยสุด และถ้า $\{\lambda_i\}$ ต่าง ๆ มีเครื่องหมายต่างกัน ดังนั้น X_s จะเป็นจุดอานม้า ยิ่งกว่านั้นพื้นผิวจะมีความชันสูงสุดในทิศทางของ w_i ซึ่งทำให้ $|\lambda_i|$ มีค่าสูงสุด

2.3.4.4 การออกแบบ CCD รูปทรงกลม

การออกแบบส่วนประสมกลาง หรือ CCD ซึ่งใช้ในการพิตแบบจำลองอันดับที่สอง โดยทั่วไป CCD จะประกอบด้วย 2^k แฟกทอเรียลที่มี n_f รัน, 2^k รันในแนวแกนหรือในแนวรูปดาว (Star) และ n_c รันที่จุดศูนย์กลาง ภาพ 2.42 แสดง CCD สำหรับ $k = 2$ และ $k = 3$ ปัจจัย



ภาพที่ 2.42 การออกแบบส่วนประสมกลาง (CCD) สำหรับ 2 และ 3 ปัจจัย

(Design and Analysis of Experiment, Douglas C. Montgomery, 2005)

การพัฒนาของ CCD ในทางปฏิบัติส่วนมากจะเกิดขึ้นจากการทดลองแบบเป็นอันดับ ซึ่งเป็นการออกแบบที่มีประสิทธิภาพมากในการพิตแบบจำลองอันดับที่สองมีพารามิเตอร์

อยู่ 2 ตัวในการออกแบบที่จะต้องถูกกำหนด นั่นคือระยะทาง α ของการรันในแนวแกนจากจุดศูนย์กลางของการออกแบบ และจำนวนของจุดศูนย์กลาง n_c

ความสามารถในการหมุนเป็นคุณสมบัติอย่างหนึ่งของรูปทรงกลม (Sphere) นั่นคือ สำหรับบริเวณของทรงกลมที่กำลังสนใจนั้น ทางเลือกที่ดีที่สุดสำหรับ α หาได้จากการพยากรณ์ความแปรปรวนสำหรับ CCD ซึ่งกำหนดให้ $\alpha = \sqrt{k}$ การออกแบบเช่นนี้เรียกว่า CCD รูปทรงกลม (Spherical CCD) ซึ่งจะกำหนดให้ทุกจุดที่อยู่ในการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลและการออกแบบในแนวแกน ให้อยู่บนพื้นผิวของรูปทรงกลมซึ่งมีรัศมี $\sqrt{k}$ การเลือก α ใน CCD จะถูกกำหนดโดยบริเวณที่สนใจ เมื่อบริเวณนี้เป็นรูปทรงกลม การออกแบบจะต้องรวมเอาจุดศูนย์กลางของการรันเข้าไว้ด้วย ทั้งนี้เพื่อจะทำให้ค่าความแปรปรวนของผลตอบที่พยากรณ์ได้มีเสถียรภาพอย่างเป็นที่ยอมรับได้ ตามปกติแล้วแนะนำให้ใช้ 3-5 รัน

เมื่อใช้การออกแบบพื้นผิวผลตอบสนอง บ่อยครั้งที่มีความจำเป็นที่จะต้องพิจารณาถึงการบล็อกเพื่อการจัดตัวแปรบวกรวม ซึ่งเรียกรูปแบบการออกแบบพื้นผิวผลตอบสนองว่า เชิงตั้งฉากแบบบล็อก (Block Orthogonal) ถ้าการออกแบบนี้ถูกแบ่งเป็นบล็อก โดยที่ผลของบล็อกไม่ส่งผลไปยังตัวประมาณพารามิเตอร์ของแบบจำลองพื้นผิวผลตอบสนอง ตามปกติ การออกแบบส่วนประสมกลาง จะถูกสร้างให้บล็อกแบบเชิงตั้งฉากใน 2 บล็อกได้เสมอโดยบล็อกแรกประกอบด้วย n_f จุดแฟกทอเรียล รวมกับ n_{cf} จุดศูนย์กลาง และบล็อกที่สองประกอบด้วย $n_a = 2k$ จุดในแนวแกน รวมกับ n_{ca} จุดศูนย์กลาง เงื่อนไขแรกสำหรับการบล็อกแบบเชิงตั้งฉากจะต้องถูกคงไว้ ไม่ว่าค่า α ที่ใช้ในการทดลองจะเป็นเท่าใดก็ตาม เพื่อคงไว้ซึ่งเงื่อนไขที่สอง

$$\frac{\sum_{u=1}^{n_2} x_{iu}^2}{\sum_{u=1}^{n_1} x_{iu}^2} = \frac{n_a + n_{ca}}{n_f + n_{cf}}$$

ด้านซ้ายมือของสมการ คือ $2\alpha^2/n_1$ และหลังจากแทนค่านี้ลงในสมการ จะสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α ที่จะทำให้เราได้การบล็อกแบบเชิงตั้งฉากได้คือ

$$\alpha = \left[\frac{n_f (n_a + n_{ca})}{2(n_f + n_{cf})} \right]^{1/2}$$

ค่าของ α นี้ไม่ได้ทำให้เกิดการออกแบบที่สามารถหมุนได้ หรือการออกแบบรูปทรงกลม แต่ถ้าต้องการให้การออกแบบนี้สามารถหมุนได้ ดังนั้น $\alpha = (n_r)^{1/4}$ และ

$$(n_r)^{1/2} = \left[\frac{n_f (n_a + n_{ca})}{2(n_f + n_{cf})} \right]^{1/2}$$

การออกแบบ Central Composite เป็นการออกแบบที่มีความยืดหยุ่นมากในด้านความสามารถในการทำให้เกิดการบล็อก ถ้า k มีค่าใหญ่พอ ส่วนของแฟกทอเรียลของการออกแบบจะสามารถถูกแบ่งออกเป็น 2 บล็อกหรือมากกว่าได้ (จำนวนของบล็อกแฟกทอเรียลจะต้องมีค่าเป็นกำลังสองโดยที่ส่วนในแนวแกนจะทำให้เกิดบล็อกขึ้นหนึ่งบล็อก) มี 2 ประเด็นที่สำคัญเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความแปรปรวน เมื่อการออกแบบพื้นผิวผลตอบสนองถูกรันในบล็อกประการแรกเกี่ยวกับการใช้จุดศูนย์กลางเพื่อคำนวณตัวประมาณของค่าผิดพลาดบริสุทธิ์เฉพาะจุดศูนย์กลางที่ถูกรันในบล็อกเดียวกันเท่านั้น ที่สามารถถูกนำมาพิจารณาว่าเป็นเรพลิเคตได้ ดังนั้น พจน์ของค่าผิดพลาดบริสุทธิ์จะถูกคำนวณได้ภายในแต่ละบล็อกเท่านั้น ถ้าความแปรปรวนมีความอยู่กับร่องกับรอยตลอดทั้งบล็อกแล้ว ตัวประมาณค่าผิดพลาดบริสุทธิ์เหล่านี้จะสามารถถูกนำมารวมกลุ่ม (Pooled) กันได้ ประการที่สองเกี่ยวกับผลของบล็อก ถ้าการออกแบบมีการบล็อกอย่างแข็งตั้งฉากใน m บล็อกแล้ว ผลรวมกำลังสองสำหรับบล็อกจะมีค่าเท่ากับ

$$SS_{\text{blocks}} = \sum_{b=1}^m \frac{B_b^2}{n_b} - \frac{G^2}{N}$$

โดยที่ B_b คือ ผลรวมทั้งหมดของ n_b ค่าสังเกตในบล็อกที่ b และ G คือค่าผลรวมทั้งหมดของ N ค่าสังเกตใน m บล็อกทั้งหมด เมื่อบล็อกไม่ได้เป็นแบบแข็งตั้งฉากตรง ๆ แล้ว สามารถนำเอาการทดสอบความมีนัยสำคัญของการถดถอยแบบทั่วไปมาใช้ได้

2.4 การสร้างแบบจำลองการถดถอย

ปัญหามีจำนวนมากเกี่ยวข้องกับตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันตั้งแต่สองตัวขึ้นไป ซึ่งเราสนใจที่จะสร้างแบบจำลองและหาความสัมพันธ์ของตัวแปรเหล่านี้ และใช้แบบจำลองนี้ในการพยากรณ์ค่าที่เหมาะสมที่สุดในการดำเนินกระบวนการ หรือควบคุมกระบวนการปกติแล้ว

สมมติว่ามีตัวแปรตาม (Dependent Variable) อยู่เพียงตัวเดียว หรือผลตอบ (Response) y ที่ขึ้นกับค่าของตัวแปรอิสระ (Independent Variable) จำนวน k ตัว เช่น $x_1, x_2, \dots, x_k$ ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเหล่านี้ถูกกำหนดโดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรียกว่าแบบจำลองการถดถอย (Regression Model) ซึ่งแบบจำลองนี้จะถูกสร้างขึ้นมาให้เหมาะสมกับข้อมูลตัวอย่างเซตหนึ่งในบางครั้งผู้ทดลองทราบถึงรูปแบบที่แน่นอนของความสัมพันธ์ในลักษณะที่เป็นฟังก์ชันระหว่าง y และ $x_1, x_2, \dots, x_k$ กล่าวคือ $y = \phi(x_1, x_2, \dots, x_k)$ อย่างไรก็ตาม ในกรณีส่วนมากแล้วรูปแบบที่แน่นอนของความสัมพันธ์เหล่านี้เป็นสิ่งที่เราไม่ทราบ และดังนั้นผู้ทดลองจะต้องเลือกฟังก์ชันที่เหมาะสมเพื่อที่จะใช้ในการประมาณ ϕ ซึ่งโดยมากแล้วจะใช้แบบจำลองพหุนามอันดับต่ำ (Low Order) ในการประมาณฟังก์ชันนี้ แบบจำลองการถดถอยถูกนำมาใช้บ่อยครั้ง ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองที่ไม่ได้มีการวางแผนล่วงหน้า ซึ่งอาจจะเกิดขึ้นในกรณีของการเก็บข้อมูลจากปรากฏการณ์ที่ไม่สามารถควบคุมได้ หรือจากสิ่งที่ยากที่จะทำซ้ำในอดีต การวิเคราะห์การถดถอยยังมีประโยชน์อย่างมากต่อการทดลองที่ได้มีการออกแบบไว้ล่วงหน้าในกรณีที่บางอย่างเกิดผิดพลาดไปได้เช่นกัน

2.4.1 แบบจำลองการถดถอยแบบเชิงเส้น

การสร้างแบบจำลองการถดถอยแบบเชิงเส้นจากการทดลอง ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบสนองที่สนใจปัจจัยที่คาดว่ามีผลกระทบสองปัจจัย แบบจำลองซึ่งอาจจะใช้แสดงความสัมพันธ์นี้คือ

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$$

โดยที่ y คือผลตอบสนองที่สนใจ x_1 คือปัจจัยควบคุมที่หนึ่ง, และ x_2 คือปัจจัยควบคุมที่สอง แบบจำลองการถดถอยแบบเชิงเส้นพหุคูณนี้ประกอบด้วยตัวแปรอิสระ 2 ตัว ซึ่งจะเรียกตัวแปรอิสระว่า ตัวแปรทำนาย (Predictor Variable หรือ ตัวถดถอย Regressor) คำว่าเชิงเส้นถูกนำมาใช้เนื่องจากว่าสมการด้านบน เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า β_0, β_1 และ β_2 แบบจำลองแสดงให้เห็นถึงระนาบเกินสองมิติของ x_1 และ x_2 พารามิเตอร์ β_0 จะเป็นตัวกำหนดจุดตัดของระนาบ ในบางครั้งเราเรียก β_1 และ β_2 ว่าค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยแบบบางส่วน (Partial Regression Coefficient) เนื่องจากว่า β_1 จะแสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นกับค่าของ y ต่อหนึ่งหน่วยการเปลี่ยนแปลงของ x_1 เมื่อ x_2 คงที่ และ β_2

จะแสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นกับค่าของ y ต่อหนึ่งหน่วยการเปลี่ยนแปลงของ x_2 เมื่อ x_1 คงที่ปกติแล้วตัวแปรผลตอบ y อาจจะเกี่ยวข้องกับตัวแปรถดถอย k ตัว ซึ่งจะมีแบบจำลองเป็น

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

ซึ่งสมการรูปแบบนี้เรียกว่า แบบจำลองการถดถอยแบบเชิงเส้นพหุคูณที่มีตัวแปรถดถอย k ตัว (Multiple Linear Regression Model with k Regressor Variables) พารามิเตอร์ β_j , $j = 0, 1, \dots, k$ ถูกเรียกว่า สัมประสิทธิ์การถดถอย แบบจำลองนี้แสดงระนาบแบบระนาบเกิน (Hyperplane) ที่มีมิติ k ของตัวแปรถดถอย $\{x_j\}$ พารามิเตอร์ β_j แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นกับผลตอบ y ต่อหนึ่งหน่วยของการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นกับ x_j เมื่อตัวแปรอิสระที่เหลือทั้งหมด x_i ($i \neq j$) มีค่าคงตัว สำหรับแบบจำลองที่มีความซับซ้อนมากกว่า ก็ยังอาจจะวิเคราะห์ได้โดยใช้เทคนิคของการถดถอยแบบเชิงเส้นพหุคูณ เช่นพิจารณาแบบจำลองที่มีการเติมพจน์ของอันตรกิริยาลงไปในแบบจำลองอันดับที่หนึ่งซึ่งมี 2 ตัวแปร กล่าวคือ

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon$$

ถ้าให้ $x_3 = x_1 x_2$ และ $\beta_3 = \beta_{12}$ ดังนั้น สมการสามารถที่จะเขียนได้เป็น

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \varepsilon$$

ซึ่งก็คือแบบจำลองการถดถอยเชิงเส้นแบบเชิงเส้นพหุคูณที่มีตัวถดถอย 3 ตัว อีกตัวอย่างหนึ่งก็คือ แบบจำลองพื้นผิวผลตอบ (Response Surface Model) ที่มี 2 ตัวแปร

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon$$

ถ้าให้ $x_3 = x_1^2$, $x_4 = x_2^2$, $x_5 = x_1 x_2$, $\beta_3 = \beta_{11}$, $\beta_4 = \beta_{22}$ และ $\beta_5 = \beta_{12}$ ดังนั้น สมการนี้จะกลายเป็น

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_5 x_5 + \varepsilon$$

ซึ่งก็คือแบบจำลองการถดถอยแบบเชิงเส้นนั่นเอง ตามปกติแบบจำลองการถดถอยแบบใดก็ตามที่มีพารามิเตอร์ (ค่าของ β) เป็นแบบเชิงเส้นจะหมายถึงแบบจำลองการถดถอยแบบเชิงเส้น โดยไม่ต้องพิจารณาถึงรูปร่างของพื้นผิวผลตอบที่ถูกรสร้างขึ้น

2.4.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลองการถดถอยแบบเชิงเส้น

วิธีกำลังสองน้อยสุด (Least Square) เป็นวิธีการที่ใช้มากในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยสำหรับแบบจำลองการถดถอยแบบเชิงเส้นพหุคูณ สมมติว่า $n > k$ เป็นข้อมูลของตัวแปรผลตอบที่เก็บมาได้ กล่าวคือ $y_1, y_2, \dots, y_n$ สำหรับค่า y_i ที่เก็บข้อมูลมาได้แต่ละตัว จะมีตัวแปรถดถอยที่เกี่ยวข้องกับมันอยู่ กำหนดให้ x_{ij} แทนระดับที่ i ของตัวแปร x_j พจน์ของความผิดพลาด ε ในแบบจำลองมี $E(\varepsilon) = 0$ และ $V(\varepsilon) = \sigma^2$ และ $\{\varepsilon_i\}$ เป็นตัวแปรสุ่มแบบไม่มีสหสัมพันธ์ (Uncorrected) ซึ่งสามารถเขียนสมการได้คือ

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

วิธีกำลังสองน้อยสุดจะเลือก β เพื่อให้ผลรวมกำลังสองของความผิดพลาด ε_i มีค่าน้อยสุด ซึ่งเราสามารถเขียนแบบจำลองนี้ในรูปแบบสเกลาร์ได้คือ

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

ความแตกต่างระหว่างข้อมูลที่เก็บได้จริง y_i และค่าที่หามาได้ $\hat{y}_i$ เรียกว่า ส่วนตกค้าง หรือ $e_i = y_i - \hat{y}_i$ ดังนั้น เวกเตอร์ขนาด $(n \times 1)$ ของส่วนตกค้างสามารถเขียนได้คือ

$$e = y - \hat{y}$$

2.5 วรรณกรรมปริทรรศน์

2.5.1 Inada Norio and Yoshida Hiroto (US Patent 5,733,654 ; 1998)

ได้ศึกษาอิทธิพลของส่วนประกอบทางเคมีในน้ำยา RFL ต่อ Adhesion ของไนลอน โดยทดลองผ่านตัวแปรควบคุม 9 ตัว โดยระดับการควบคุมที่เหมาะสมคือ

R/F (อัตราส่วนโดยโมลของ รีซอซินอล ต่อ ฟอรั้มัลดีไฮด์) : 1/2.0 ถึง 1/1.3

RF/L (อัตราส่วนโดยน้ำหนักของ รีซอซินอล และ ฟอรั้มัลดีไฮด์ ต่อ ลาเท็กซ์) : 1/8 ถึง 1/5

S (อัตราส่วนโดยน้ำหนักของ alkali metal hydroxide ต่อ Total solid ของ สารละลาย RFL) : 0.1 ถึง 0.5

A (อัตราส่วนโดยน้ำหนักของ NH_4OH ต่อ Total solid ของ สารละลาย RFL) : 0. ถึง 0.3

S + A (อัตราส่วนโดยน้ำหนักของ alkali metal hydroxide และ NH_4OH ต่อ Total solid ของ สารละลาย RFL) : 0.1 ถึง 0.5

C (อัตราส่วนโดยน้ำหนักของ Total solid ของ สารละลาย RFL เป็น %) : 14 ถึง 22

a (อัตราส่วนโดยน้ำหนักของ VP Latex ต่อ ลาเท็กซ์ทั้งหมด) : 30 ถึง 60

b (อัตราส่วนโดยน้ำหนักของ SBR Latex ต่อ ลาเท็กซ์ทั้งหมด) : 10 ถึง 50

c (อัตราส่วนโดยน้ำหนักของ NR Latex ต่อ ลาเท็กซ์ทั้งหมด) : 25 ถึง 50

2.5.2 Craig Trask and Frederic Pomies (2000)

ได้ศึกษาผลกระทบของ “เกลียวต่อเมตร”, % Stretch ใน heating zone, % relax ใน normalizing zone, อุณหภูมิที่ใช้ใน stretch และ relax โซน และ เวลาใน stretch และ relax โซน ของเส้นใยโพลิเอสเตอร์ 1440 dtex ต่อคุณสมบัติของคอर्डต่อแรงดึง, ความแข็งของผ้าใบ (Stiffness), Strip Adhesion, Goodrich Disk Fatigue และ Flex Fatigue โดยทั้ง 5 ปัจจัยข้างต้นจะถูกทดลองใน 3 ระดับผ่าน Central composite design configuration และ ทฤษฎีพื้นผิวตอบสนอง แล้วนำเสนอผลกระทบหลัก และ ผลกระทบร่วมของบางปัจจัยผ่านทาง แผนภูมิพาเรโต โดยได้ผลดังนี้

ความแข็งแรงแรงดึง

ปัจจัยที่มีผลกระทบมากที่สุดคือ เกลียวต่อเมตรของคอर्ड รองลงมาคือ % Stretch ใน heating zone (ถ้าความแข็งแรงแรงดึงต่ำสามารถแก้ไขได้โดยเพิ่ม % Stretch ใน heating zone) อย่างไรก็ตามความแข็งแรงแรงดึงของคอर्डโดยทั่วไป มีผลมาจากความแข็งแรงของ yarn ที่ใช้ และเนื่องจากค่าเกลียวต่อเมตรจะถูกกำหนดจากระดับความล้าที่ต้องการ เพราะฉะนั้น ค่าที่สูงที่สุดของความแข็งแรงแรงดึง อาจถูกรบกวนจากการปรับ treating condition เพื่อ optimum คุณสมบัติด้านอื่น

ความสามารถในการยืดตัว

ปัจจัยที่มีผลกระทบมากที่สุดคือ เกลียวต่อเมตรของคอर्ड แต่ถ้า เกลียวต่อเมตรของคอर्डถูกกำหนดตายตัว ค่า % Stretch และ relax ใน heating zone จะส่งผลกระทบอย่างมีนัยสำคัญ

การหดตัวเมื่อได้รับความร้อน

ปัจจัยที่มีผลกระทบมากที่สุดคือ % Stretch และ relax ใน heating zone และ อุณหภูมิที่ใช้ในเตาอบ

ความแข็งของผ้าใบ (Stiffness)

ปัจจัยที่มีผลกระทบมากที่สุดคือ อุณหภูมิที่ใช้ใน heating zone

Strip Adhesion

ปัจจัยที่มีผลกระทบมากที่สุดคือ อุณหภูมิ และ เวลาที่ใช้ใน heating zone

Disk และ Flex Fatigue

ปัจจัยที่มีผลกระทบมากที่สุดคือ เกลียวต่อเมตรของคอर्ड รองลงมาคือ % Stretch และ relax ใน heating zone

2.5.3 Masoud Jamshidi, Framarz Afshar Taromi and Naser Mohammadi (2004)

ได้ศึกษาผลกระทบ อุณหภูมิที่ใช้ในการทดสอบค่าความแข็งแรงในการยึดเกาะ (Adhesion) ที่ 25 ถึง 125 C และ อุณหภูมิในการ curing ที่ 130, 140, 150 และ 160 C ต่อค่าความแข็งแรงในการยึดเกาะแบบ H-Adhesion ของคอร์ดีพอลิเอสเตอ์, ไนล่อน 6, และ ไนล่อน 66 ที่ชุบด้วยน้ำยา RFL (Resorcinol-Formaldehyde-Latex) รวมทั้งผลกระทบของการ Heat Aging ของ H-Adhesion ที่ 1 ชั่วโมง ซึ่งจากการทดลองพบว่ายิ่งเพิ่มอุณหภูมิที่ใช้ในการทดสอบ Adhesion และ อุณหภูมิในการ curing ค่า Adhesion ก็ยิ่งลดลง และโดยปกติการ heat aging คอร์ดี ค่า Adhesion จะลดลง แต่ถ้าค่าไม่ตกลง หรือเพิ่มขึ้นแสดงว่า อุณหภูมิในการวัลคาไนเซชันยังไม่พอ

2.5.4 Amit K. Naskar, A.K. Mukherjee, R. Mukhopadhyay (2003)

ได้ทดลองเปรียบเทียบคุณสมบัติทางกายภาพ, Dip Pick Up และ H-Adhesion ของคอร์ดีพอลิเอสเตอ์, ไนล่อน 6, และ ไนล่อน 66 ที่ชุบด้วยน้ำยา RFL (Resorcinol-Formaldehyde-Latex) และพบว่าพอลิเอสเตอ์มีความเสถียรต่อมิติของรูปร่างดีกว่าไนล่อน 6 และ ไนล่อน 66 (Low Shrinkage) แต่จากการทดสอบค่าความแข็งแรง (Breaking Strength) หลังให้ความเครียดกับตัวอย่างที่ $\pm 15\%$ เป็นเวลา 120 ชั่วโมง พบว่าพอลิเอสเตอ์มีความต้านทานความล้าต่ำที่สุด โดยไนล่อน 66 มีความต้านทานความล้าดีที่สุด คือ มีความแข็งแรงที่คงเหลือ (Retention Strength) 80 %, ไนล่อน 6 เหลือ 62 % ขณะที่พอลิเอสเตอ์ตัวอย่างคอร์ดีทดสอบขนาดก่อนที่จะให้ความเครียดครบ 120 ชั่วโมง โดยคุณสมบัติการต้านทานความล้าที่ต่ำของพอลิเอสเตอ์นั้นมาจากการเสื่อมสภาพของพอลิเอสเตอ์คอร์ดี (Degradation) และ ค่า Adhesion ที่ต่ำ ซึ่งการเสื่อมสภาพของพอลิเอสเตอ์คอร์ดีจะสามารถสังเกตเห็นได้จาก Intrinsic Viscosity ที่ลดลงตามเวลาที่ให้ความเครียด นอกจากนี้ ความร้อนที่เกิดขึ้นขณะให้ความเครียด การเสียดสีทางกลของเส้นใย และ สารAmine ในยาง ก็น่าจะเป็นตัวเร่ง (Catalyze) การเสื่อมสภาพของพอลิเอสเตอ์คอร์ดีด้วย ซึ่งเห็นได้จากเทคนิค Scanning electron microscopy

2.5.5 H.M. Wenghoeffer (1974)

ได้ศึกษาผลกระทบของ ของแสง, โอโซน และ ความชื้นที่มีต่อ Adhesion ของผ้าใบ ยางรถยนต์ และพบว่าปัจจัยทั้ง 3 ตัวมีผลอย่างมาก ต่อการลดลงของค่า Adhesion ซึ่งแสดงผลให้เห็นภายในไม่กี่ชั่วโมงหลังเก็บผ้าใบยางรถยนต์ในบรรยากาศ ที่มีปัจจัยทั้ง 3 ตัว ซึ่งแม้แต่รังสี UV จากหลอดไฟฟลูออเรสเซนต์ ก็มีความเข้มข้นพอที่จะลดค่า Adhesion ลงถึง 1 ใน 3 ส่วนของ ค่า Adhesion เริ่มแรก ภายใน 48 ชั่วโมงหลังผ้าใบได้รับแสง

2.5.6 Jean-Francois Fritsch (2000)

ได้ศึกษาผลกระทบของเกลียวต่อเมตรของเส้นใย ต่อความแข็งแรงเมื่อดึงคอรัตจนขาด, การหดตัวเมื่อคอรัตได้รับความร้อน และ ความต้านทานความล้าของผ้าใบ ผลการศึกษาพบว่า ความแข็งแรงดึงที่คอรัตรับได้จนกว่าจะขาดจะลดลงเมื่อจำนวนเกลียวเพิ่มขึ้น ในขณะที่เปอร์เซ็นต์การหดตัวเมื่อคอรัตได้รับความร้อน และ เปอร์เซ็นต์การยืดตัวก่อนที่คอรัตจะขาดเมื่อได้รับแรงดึงจะสูงขึ้นเมื่อจำนวนเกลียวเพิ่มขึ้น ส่วนความต้านทานความล้าของผ้าใบจะสูงขึ้นเมื่อจำนวนเกลียวเพิ่มขึ้น จนถึงค่าหนึ่งเมื่อเพิ่มจำนวนเกลียวขึ้นไปอีกความต้านทานความล้าของผ้าใบก็จะลดลง โดยจำนวนเกลียวต่อเมตรที่ให้ค่า optimum fatigue resistance จะแตกต่างกันตาม denier ปัจจัยในการผลิตผ้าใบยางรถยนต์ที่มีผลต่อความแข็งแรงของคอรัตอีกตัวหนึ่ง ก็คือ ความเร็วรอบในการตีเกลียว ซึ่งจากผลการศึกษาพบว่าความเร็วในการตีเกลียวที่สูงเกิน 5500 รอบต่อนาที จะทำให้ความแข็งแรงของคอรัตลดลงอย่างมากเนื่องจากเกิดการแตกของ filament

2.5.7 Charles Jelferson Shoaf (1963)

ได้ศึกษาหลักการเกิด Adhesion ด้วย Polyisocyanate และ Polyepoxide โดยใช้ Tertiary amine เป็นตัวเร่งปฏิกิริยา ใช้ Dioctyl sodium sulfosuccinate เป็น wetting agent และ Gum Tragacanth เป็นสารเพิ่มความหนืด จากการทดลองพบว่า สัดส่วนของ Polyisocyanate และ Polyepoxide ที่ให้ค่า Adhesion มากที่สุดคือ 60 : 40 %

2.5.8 Joseph Aurelie, Chassagny Michelle and Roux Mariux (2001)

ได้คิดค้นการเติม organic pigment พวก สารประกอบ ethylene-urea ลงใน RFL เพื่อให้ผ้าใบหลังชุบน้ำยามีสีต่างๆ ตั้งแต่ เขียว เหลือง น้ำเงิน โดยไม่ส่งผลกระทบต่อ Adhesion

2.5.9 Chu Judy and Gillick Jame Gregory (2004)

ได้คิดค้นสารละลายสำหรับชุบคอร์ด เรยอน ไนลอน และ โพลีเอสเตอร์ แทน Pre-dip ก่อนที่จะชุบ RFL โดยสารละลายดังกล่าวประกอบด้วย 1 – 4 % โดยน้ำหนักของ oxazoline polymer, 0 – 4 % ของ alkylene glycol monoether และ น้ำ 92 – 99 % ซึ่งสารละลายนี้ให้ผลของ Adhesion ดีกับยางที่ใช้กำมะถันเป็นตัววัลกานไนซ์

2.5.10 Watanabe Hirosuke, Makino Shoji and Kurada Toshimasa (2003)

ได้คิดค้นการชุบน้ำยาเส้นใยโพลีเอสเตอร์ 3 ครั้งเพื่อเพิ่มค่า Adhesion โดย ครั้งที่ 1 ใช้ isocyanate และ epoxide ครั้งที่ 2 ใช้ RFL ตามปกติ ส่วนครั้งที่ 3 ใช้ RFL ที่ประกอบด้วย ยางธรรมชาติ และ vinyl pyridine-styrene-butadiene copolymer อัตราส่วน 10 – 20