

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) เปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน 2) ศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ โดยข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมนำมาวิเคราะห์ ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ซึ่งผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1.1 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน ได้นำเสนอในตารางที่ 7 ถึงตารางที่ 8

1) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T₃

1.1.2 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายด้านของนักเรียนที่เรียน โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน ได้นำเสนอในตารางที่ 9 ถึงตารางที่ 13

1) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียน โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T₃

3) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

4) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

5) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T₃

ตอนที่ 1.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1.2.1 การศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงระหว่างเรียน ได้นำเสนอในตารางที่ 14 ถึง 22

ตอนที่ 2 การศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับ โรงเรียน ครู และนักเรียน

ตอนที่ 2.2 พัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

มีรายละเอียดของผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนดังนี้

ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1.1 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

1) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 7 แสดงการเปรียบเทียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

แหล่งความแปรปรวน	SS	df	MS	F	P
ระหว่างกลุ่ม	1196.342	2	598.171	13.009	.000*
ภายในกลุ่ม	4966.000	108	45.981		
รวม	6162.342	110			

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 7 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และ หลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T₃

ตารางที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T₃

ระยะการทดลอง	ค่าเฉลี่ย	ก่อนการทดลอง	ระหว่างการทดลอง	หลังการทดลอง
		25.568	30.000	33.595
ก่อนการทดลอง	25.568	-	-4.43243*	-8.027*
ระหว่างเรียน	30.000		-	-3.595*
หลังการทดลอง	33.595			-

*p<0.05

จากตารางที่ 8 พบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์หลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน หลังเรียนดีกว่าระหว่างเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.1.2 การเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายด้านของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนได้นำเสนอ

1) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 9 แสดงการเปรียบเทียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

แหล่งความแปรปรวน	SS	df	MS	F	P
ระหว่างกลุ่ม	219.045	2	109.523	15.494	.000*
ภายในกลุ่ม	763.514	108	7.070		
รวม	982.559	110			

*p<0.05

จากตารางที่ 9 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหานักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T₃

ตารางที่ 10 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหานักเรียนที่เรียนโดยใช้ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

ระยะเวลาทดลอง	ค่าเฉลี่ย	ก่อนเรียน	ระหว่างเรียน	หลังเรียน
		12.162	14.514	15.514
ก่อนเรียน	12.162	-	-2.352*	-3.352*
ระหว่างเรียน	14.514		-	-1.000
หลังเรียน	15.514			-

*p<0.05

จากตารางที่ 10 พบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหานักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์หลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 11 แสดงการเปรียบเทียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

แหล่งความแปรปรวน	SS	df	MS	F	P
ระหว่างกลุ่ม	21.315	2	10.658	2.344	.101
ภายในกลุ่ม	419.027	108	4.547		
รวม	512.342	110			

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 11 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4) ผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนวิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 12 แสดงการเปรียบเทียบผลเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทน

ความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

แหล่งความแปรปรวน	SS	df	MS	F	P
ระหว่างกลุ่ม	325.027	2	162.514	17.878	.000*
ภายในกลุ่ม	981.730	108	9.090		
รวม	1306.757	110			

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 12 พบว่า นักเรียนที่เรียน โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5) ผลเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนด้วยวิธี Dunnett T₃

ตารางที่ 13 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ของค่าเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดนักเรียนที่เรียนโดยใช้ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

ระยะการทดลอง	ค่าเฉลี่ย	ก่อนเรียน	ระหว่างเรียน	หลังเรียน
		9.270	11.487	13.460
ก่อนเรียน	9.270	-	-2.217*	-4.19*
ระหว่างเรียน	11.487		-	-1.973*
หลังเรียน	13.460			-

*p<0.05

จากตารางที่ 13 พบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์หลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน หลังเรียนดีกว่าระหว่างเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 1.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1.2.1 การศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ในช่วงระหว่างเรียน โดยคำนวณหาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์จากเกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ตารางที่ 3-5) เพื่อให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 4 ระยะ ได้นำเสนอในตารางที่ 12 ถึง 20

ตารางที่ 14 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านวิเคราะห์ ปัญหา (P1) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	2	5.14	33	89.19	2	5.14
2	5	13.51	30	81.08	2	5.14
3	16	43.24	21	56.76	0	0.00
4	19	51.35	18	48.65	0	0.00

จากตารางที่ 14 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 และระยะที่ 3 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มี พฤติกรรมความคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านวิเคราะห์ปัญหา (P1) ในระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 89.19 81.08 และ 56.76 ตามลำดับ ส่วนในระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมความคิด เชิงคณิตศาสตร์ด้านวิเคราะห์ปัญหา (P1) ในระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 51.35

ตารางที่ 15 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้าน การใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (P2) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	37	100.00	0	0.00	0	0.00
2	37	100.00	0	0.00	0	0.00
3	37	100.00	0	0.00	0	0.00
4	37	100.00	0	0.00	0	0.00

จากตารางที่ 15 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 ระยะที่ 3 ระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนทั้งหมด มีพฤติกรรมความคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (P2) ในระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 100

ตารางที่ 16 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมกรคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการสรุป
คำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา (P3) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	19	51.35	17	45.95	1	2.70
2	29	78.38	8	21.62	0	0.00
3	32	86.49	5	13.51	0	0.00
4	33	89.19	4	10.81	0	0.00

จากตารางที่ 16 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 ระยะที่ 3 ระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมกรคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา (P3) ในระดับคะแนน 2 คะแนน โดยในระยะที่ 4 จะมีจำนวนนักเรียนมากที่สุด รองลงมาคือระยะที่ 3 ระยะที่ 2 และระยะที่ 1 คิดเป็นร้อยละ 89.19 86.49 78.38 และ 51.35 ตามลำดับ

ตารางที่ 17 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมกรคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ความรู้
และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการ
ใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	3	8.11	29	78.38	5	13.51
2	3	8.11	33	89.19	1	2.70
3	4	10.81	33	89.19	0	0.00
4	21	56.76	16	43.24	0	0.00

จากตารางที่ 17 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 และระยะที่ 3 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมกรคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ความรู้ และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1) ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.38 89.19 และ 89.19 ตามลำดับ โดยในระยะที่ 4

จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 56.76

ตารางที่ 18 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (R2) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	0	0.00	0	0.00	37	100.00
2	0	0.00	0	0.00	37	100.00
3	0	0.00	0	0.00	37	100.00
4	0	0.00	0	0.00	37	100.00

จากตารางที่ 18 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 ระยะที่ 3 ระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (P2) ในระดับคะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 100

ตารางที่ 19 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ(R3) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	0	0.00	0	0.00	37	100
2	0	0.00	35	94.86	2	5.14
3	4	10.81	33	89.19	0	0.00
4	27	72.97	10	27.03	0	0.00

จากตารางที่ 19 พบว่า ในระยะที่ 1 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ(R3) ที่ระดับคะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 100 ส่วนระยะที่ 2 และระยะที่ 3 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ(R3) ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 94.86 และ 89.19 ตามลำดับ โดยระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมความคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ(R3) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 72.97

ตารางที่ 20 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา (C1) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	8	21.62	27	72.97	2	5.14
2	8	21.62	28	75.68	1	2.70
3	12	32.43	25	67.57	0	0
4	21	56.76	16	43.24	0	0.00

จากตารางที่ 20 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 และระยะที่ 3 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมความคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา (C1) ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 72.97 75.68 และ 67.57 ตามลำดับ โดยในระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมความคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา (C1) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 56.76

ตารางที่ 21 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา (C2) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	14	37.84	23	62.16	0	0.00
2	27	72.97	10	27.03	0	0.00
3	28	75.68	9	24.32	0	0.00
4	30	81.08	7	18.92	0	0.00

จากตารางที่ 21 พบว่า ในระยะที่ 1 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา (C2) ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.16 โดยในระยะที่ 2 ระยะที่ 3 และระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา (C2) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 72.97 75.97 และ 81.08 ตามลำดับ

ตารางที่ 22 แสดงจำนวน ร้อยละของพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา (C3) ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 4 ระยะ

ระยะการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่	ระดับคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	8	21.62	28	75.68	1	2.70
2	10	27.03	26	70.27	1	2.70
3	18	48.65	19	51.35	0	0.00
4	25	67.57	12	32.43	0	0.00

จากตารางที่ 22 พบว่า ในระยะที่ 1 ระยะที่ 2 และระยะที่ 3 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา (C3) ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 75.68 70.27 และ 51.35 ตามลำดับ โดยในระยะที่ 4 จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา (C3) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 67.57

ตอนที่ 2 การศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

2.1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยได้ทำการทดลองคือ โรงเรียนดอนจานวิทยาคม เป็นโรงเรียนมัธยมศึกษา กลาง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 กาฬสินธุ์ สำนักงานคณะกรรมการ การศึกษาขั้นพื้นฐาน เปิดการสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีห้องเรียน ทั้งหมด 24 ห้องเรียน ซึ่งระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีห้องเรียน 3 ห้องเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีห้องเรียน 4 ห้องเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีห้องเรียน 5 ห้องเรียน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (ม.4-6) มีห้องเรียนระดับชั้นละ 3 ห้องเรียน ซึ่งระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวนนักเรียนเฉลี่ย ห้องละ 35 คน โดยห้องเรียนที่ 1 เป็นห้องเรียนที่มีลักษณะความสะดวกความสามารถทางการเรียนรู้ โรงเรียนดอนจานวิทยาคมในปีการศึกษา 2554 มีค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบทางการศึกษา แห่งชาติขั้นพื้นฐานในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ร้อยละ 27.43 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50

2.1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2555 โรงเรียนดอนจานวิทยาคมมีครูทั้งหมด 38 คน เป็นครูในกลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน เป็นผู้สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 4 คน คิดเป็น ร้อยละ 80.00 และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท จำนวน 1 คน คิดเป็น ร้อยละ 20.00 ซึ่งในระดับ ปริญญาตรีสำเร็จการศึกษาทางการสอนคณิตศาสตร์โดยตรง จำนวน 4 คน และระดับปริญญาโท สำเร็จการศึกษาด้านบริหารการศึกษา 1 คน

ด้านภาระงานในการสอนของครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูแต่ละท่าน ได้รับมอบหมายให้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยประมาณ 15 คาบต่อสัปดาห์ รายวิชาอื่น ๆ เช่น กิจกรรมชุมนุม กิจกรรมลูกเสือ – เนตรนารี และมีภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากงานสอน เช่น งานวิชาการ งานฝ่ายการเงิน งานกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน งานฝ่ายพัสดุ งานนโยบายและแผน เป็นต้น จากการสัมภาษณ์และสังเกตการสอนของครู ได้ข้อมูลว่า ครูเน้นการสอนแบบบรรยาย เนื่องจาก โรงเรียนขาดแคลนในด้านของอุปกรณ์ สื่อการสอนและเทคโนโลยี ทำให้ไม่เอื้อต่อการจัดการเรียน การสอนที่หลากหลาย อีกทั้งครูยังมีภาระงานพิเศษที่ต้องรับผิดชอบส่งผลให้ไม่มีเวลาในการเตรียม สอนมากนัก

2.1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2555 โรงเรียนคอนจันวิทยาคมมีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 673 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 130 คน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 37 คน ซึ่งนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีผลการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง มีความรู้พื้นฐานในเรื่องการคิดคำนวณ การแก้สมการระดับปานกลาง นักเรียนส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับบิดา มารดา ผู้ปกครองของนักเรียนประกอบอาชีพทำนาคิดเป็นร้อยละ 61.16 รับจ้างคิดเป็นร้อยละ 27.03 ค้าขายคิดเป็นร้อยละ 5.405 และพนักงานฝ่ายปกครองคิดเป็นร้อยละ 5.405

2.1.4 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับชุมชน

โรงเรียนคอนจันวิทยาคม ตั้งอยู่เลขที่ 50 ตำบลคอนจัน อำเภอดอนจาน จังหวัดกาฬสินธุ์ เป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาประเภทสหศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 24 กาฬสินธุ์ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ตั้งอยู่บนที่ดินโคกสาธารณะจำนวน 105 ไร่ บริเวณใกล้เคียงโรงเรียนมีที่ว่าการอำเภอดอนจาน ร้านค้า โดยโรงเรียนคอนจันอยู่ห่างจากตัวอำเภอเมืองกาฬสินธุ์ประมาณ 26 กิโลเมตร

ตอนที่ 2.2 พัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ในการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้ทำวิเคราะห์พัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากการทำใบกิจกรรม มาวิเคราะห์ตามกรอบพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น 3 ด้าน ได้แก่ 1) ด้านแก้ปัญหา 2) ด้านการให้เหตุผล 3) ด้านการใช้ตัวแทนความคิด โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ด้านแก้ปัญหา พฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลงในด้านการแก้ปัญหา มีรายละเอียดดังนี้

1.1 พฤติกรรมด้านวิเคราะห์ปัญหา (P1)

ในการศึกษาพัฒนาการพฤติกรรมด้านการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดและสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมด้านวิเคราะห์ปัญหาดังนี้

ก่อนเรียน

ในการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้จากการแยกแยะได้ว่าปัญหาต้องการทราบคืออะไร และปัญหา กำหนดอะไรมาให้ ซึ่งในการวิเคราะห์นั้นปัญหานั้นนักเรียนส่วนใหญ่จะใช้ข้อความจากปัญหามาเขียนเป็นคำตอบ มีนักเรียนบางส่วนที่ใช้ข้อความตามความเข้าใจของตนเอง ดังแสดงในภาพที่ 4

4	1.1 จากปัญหานักเรียนรู้อะไรบ้าง (P1, C1)
	อ่านหนังสือได้ 1 ส่วน 3 ของจำนวนหน้าหนังสือ 10 หน้า
	อ่านหนังสือได้อีก 2 หน้า
	อ่านหนังสือได้อีก 2 หน้า
	1.2 จากปัญหาอะไรที่นักเรียนยังไม่รู้ (P1, C1)
	จำนวนหน้าหนังสือทั้งหมด
4.1	จากปัญหานักเรียนรู้อะไรบ้าง (P1, C1)
	อ่านหนังสือได้ 1 ส่วน 3 ของจำนวนหน้าหนังสือ 10 หน้า
	อ่านหนังสือได้อีก 2 หน้า
	1.2 จากปัญหาอะไรที่นักเรียนยังไม่รู้ (P1, C1)
	จำนวนหน้าหนังสือทั้งหมด

ภาพที่ 4 แสดงการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนที่ระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหา ต้องการทราบตามความเข้าใจของตนเอง และสามารถอธิบายความหมายของสิ่งที่นักเรียนระบุว่าอะไรคือสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ได้ เช่น

คำถาม “นักเรียนบอกครูได้ไหมว่า อ่านหนังสือเป็นจำนวน $\frac{1}{3}$ ของจำนวนหน้าหนังสือหมายความว่าอย่างไร”

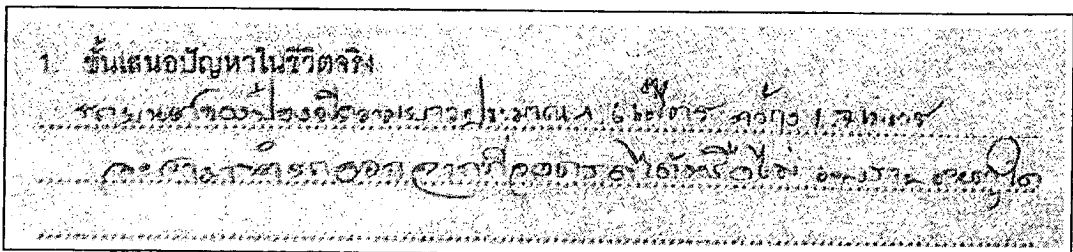
คำตอบ “หมายความว่า เราจะแบ่งหนังสือจำนวนหน้าของหนังสือออกเป็น 3 ส่วนโดยวันแรกเราอ่านได้ 1 ส่วนค่ะ”

ส่วนนักเรียนที่วิเคราะห์ปัญหานั้นจากการใช้ข้อความจากปัญหามาเขียนเป็นคำตอบ พบว่านักเรียนระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและสิ่งที่ปัญหาได้จากการอ่านโจทย์ปัญหาและไม่

สามารถอธิบายความหมายของข้อความที่ระบุได้ โดยนักเรียนจะกล่าวข้อความที่ระบุซ้ำ ๆ เมื่อผู้วิจัยพยายามใช้คำถามกระตุ้น นักเรียนตอบว่าไม่ทราบว่าจะอธิบายว่าอย่างไร แต่เข้าใจค่ะ

ระหว่างเรียน

ในระบะที่ 1 ของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบที่ 1-5 ช่วงแรกของกิจกรรมนักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบได้ แต่ไม่ครบถ้วน ยังขาดเงื่อนไขบางเงื่อนไขในสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้ หรือนักเรียนใช้วิธีการลอกข้อความจากปัญหามาตอบ (ดังแสดงในภาพที่ 5) แต่มีนักเรียนเพียง 2 คนเท่านั้นที่ระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้ด้วยการใช้ข้อความที่ตนเองเข้าใจ



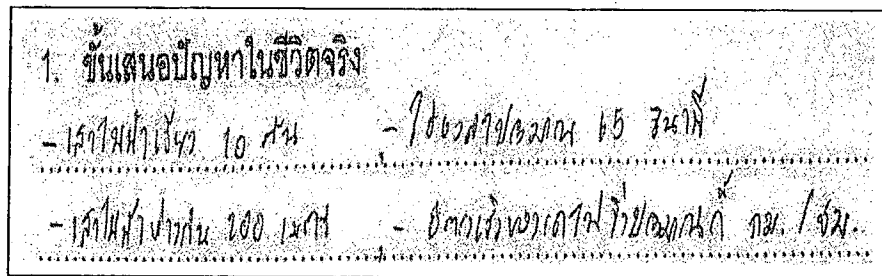
ภาพที่ 5 แสดงการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระบะที่ 1

สำหรับในระบะที่ 2 คาบที่ 6-9 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ปัญหาด้วยการระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้และปัญหาที่ต้องการทราบ แต่ยังไม่ครบถ้วน ขาดข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญบางข้อมูลหรือเงื่อนไข โดยยังเป็นการลอกข้อความจากปัญหา แต่ในระบะนี้นักเรียนบางส่วน (จำนวน 4 คน) สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาที่ต้องการทราบและปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วน และใช้ข้อความที่เขียนด้วยความเข้าใจของตนเอง

ในการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 22 คน) สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้และปัญหาที่ต้องการทราบได้ครบถ้วน แต่ข้อความที่นักเรียนเขียนส่วนใหญ่เป็นการใช้ข้อความจากปัญหา มีนักเรียนเพียงบางส่วนที่ใช้ข้อความตามความเข้าใจของตนเอง และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมนักเรียนที่ระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้และปัญหาที่ต้องการทราบได้ครบถ้วน จากการลอกข้อความในปัญหา พบว่า นักเรียนระบุด้วยการอ่านข้อความในปัญหา แต่เมื่อผู้วิจัย ได้ให้นักเรียนลองอธิบายปัญหาตามความเข้าใจของนักเรียนใหม่ โดยไม่ให้อ่านข้อความในปัญหา นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่ปัญหาที่ต้องการทราบได้และสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้ได้ เกือบครบถ้วน ขาดข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญเพียงเงื่อนไขเดียว และเมื่อผู้วิจัยถามย้่าว่านักเรียนบอกเงื่อนไขครบหรือยัง นักเรียนใช้เวลาคิดและตอบว่าน่าจะครบแล้วค่ะ

ในระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วน ขาดรายละเอียดบางส่วนโดยการระบุยังใช้ข้อความจากปัญหา มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 16 คน) ที่สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ครบถ้วน โดยใช้การเขียนข้อความโดยย่อในการระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้และปัญหาต้องการทราบ

ระยะสุดท้าย ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 พฤติกรรมด้านวิเคราะห์ปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ครบถ้วน โดยมีการแยกแยะข้อความเป็นข้อความสั้นๆ ตามความเข้าใจของตนเอง ดังแสดงในภาพที่ 6



ภาพที่ 6 แสดงการวิเคราะห์ปัญหาจากการระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้และปัญหาต้องการทราบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 4

หลังเรียน

จากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมดสามารถระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ครบถ้วน โดยนักเรียนมีการแยกแยะข้อความสั้นๆ ตามข้อความตามความเข้าใจของตนเอง ใช้การสรุปข้อความจากปัญหา ไม่เขียนลอกข้อความทั้งประโยค และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้และปัญหาต้องการทราบได้ครบถ้วน สามารถอธิบายข้อความที่ตนเองระบุว่ามี ความหมายอย่างไร

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้แต่ไม่ครบถ้วน ใช้การลอกข้อความจากปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญและไม่สำคัญของปัญหา สำหรับในช่วงระหว่างเรียนจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 นักเรียนค่อยๆ มีพัฒนาการในการวิเคราะห์ปัญหาจากการลอกข้อความในปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญและไม่สำคัญของปัญหา เป็นการแยกแยะข้อมูลด้วยการระบุข้อความสั้นๆ ตามความเข้าใจของตนเอง สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและปัญหาที่กำหนดให้ได้ครบถ้วน แต่ก็ยังมี

นักเรียนบางส่วนที่ใช้การลอกข้อความในปัญหาระบุเป็นสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและปัญหา กำหนดให้ และในช่วงหลังเรียน นักเรียนเกือบทั้งหมดสามารถวิเคราะห์ปัญหาโดยระบุสิ่งที่ ปัญหาต้องการทราบและปัญหาคำหนดให้ได้ครบถ้วน โดยข้อความที่ระบุเป็นข้อความที่เป็นข้อมูล หรือเงื่อนไขสำคัญของปัญหา

1.2 ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ (P2)

ในการศึกษาพัฒนาการพฤติกรรมด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ (P2) ของนักเรียน ผู้วิจัย พิจารณาความสามารถของนักเรียนในการเลือกใช้กลยุทธ์ได้เหมาะสมกับการแก้ปัญหา จากการวิเคราะห์ ผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผล การสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมด้านวิเคราะห์ปัญหาดังนี้

ก่อนเรียน

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยพิจารณา จากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน ซึ่งพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาจากการระบุนความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยกลยุทธ์ในการ แก้ปัญหาส่วนใหญ่ที่นักเรียนเลือกใช้การกำหนดตัวแปรและการสร้างสมการ แต่มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 11 คน) ที่ไม่สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้โดยนักเรียนไม่แสดงกลยุทธ์ใน การแก้ปัญหา และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติมพบว่า นักเรียนที่สามารถเลือกกลยุทธ์ที่เหมาะสม กับปัญหา กลยุทธ์ที่นักเรียนเลือกใช้คือการกำหนดตัวแปรและการสร้างสมการ และเมื่อผู้วิจัยให้ เปลี่ยนใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแบบอื่น นักเรียนสามารถเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอีกริธีได้โดย เลือกใช้กลยุทธ์ในการคาดเดาและตรวจสอบ ส่วนนักเรียนที่ไม่สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการ แก้ปัญหาได้ นักเรียนไม่สามารถให้รายละเอียดเพิ่มเติมได้ โดยนักเรียนตอบว่าไม่รู้ว่าจะแก้ปัญหา อย่างไร

ระหว่างเรียน

จากการวิเคราะห์การทำใบกิจกรรมในระยะเวลาที่ 1, 2, 3 และระยะเวลาที่ 4 แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนทั้งหมดสามารถเลือกกลยุทธ์ใช้ในการแก้ปัญหา(P2) ได้เหมาะสมกับปัญหา โดยนักเรียนจะเลือกใช้กลยุทธ์จากความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ และนำข้อมูล จากปัญหาหรือเงื่อนไขที่ได้ระบุ นำมาเชื่อมโยงสร้างความสัมพันธ์จนสามารถสร้างตัวแบบทาง คณิตศาสตร์ได้ นอกจากนี้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหานั้นที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหานั้นส่วนใหญ่เป็นการ ใช้สมการ และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนจะไม่รู้ชื่อกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก แต่นักเรียน

รู้ว่าจะใช้กลยุทธ์ที่เลือกนั้น จากความรู้ที่นักเรียนระบุ โดยเฉพาะในเนื้อหาการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้นั้น นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาจากความรู้ที่นักเรียนระบุโดยนำข้อมูลทีวิเคราะห์มาใช้ร่วมกับความรู้ที่ระบุเพื่อนำมาสู่กลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก

หลังเรียน

จากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนทั้งหมดสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ โดยกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก คือ กลยุทธ์การกำหนดตัวแปรและการสร้างสมการ และกลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนสามารถบอกชื่อกลยุทธ์ที่ตนเองเลือกใช้ในการแก้ปัญหาได้

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนทั้งหมดสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ โดยกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก คือ กลยุทธ์การกำหนดตัวแปรและการสร้างสมการ และกลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา ซึ่งในการเลือกกลยุทธ์นั้นนักเรียนจะเลือกจากการที่นักเรียนระบุความรู้และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เชื่อมโยงกับข้อมูลที่วิเคราะห์ นำมาสู่การใช้กลยุทธ์

1.3 ด้านการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา (P3)

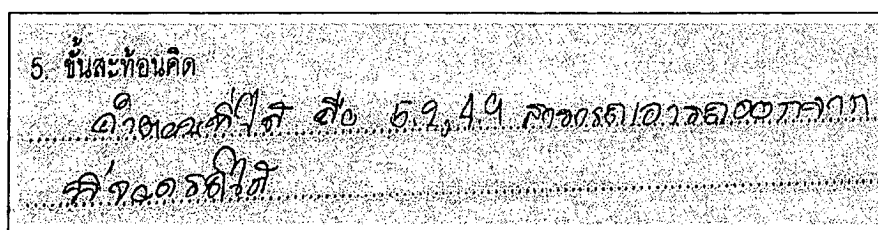
ในการศึกษาพัฒนาการพฤติกรรมด้านการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา (P3) ของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาจำนวนนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วนและสอดคล้องกับปัญหา จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา ของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมด้านการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

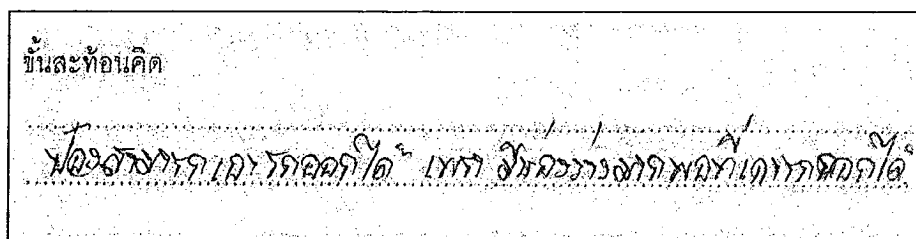
ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา (P3) ผู้วิจัยพิจารณาจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน ซึ่งพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่(จำนวน 15 คน)สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา โดยนักเรียนเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบตามสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ แต่มีนักเรียนบางส่วน(จำนวน 14 คน)ไม่มีการเขียนสรุปคำตอบเนื่องจากไม่สามารถค้นหาคำตอบของปัญหาได้ และเมื่อทำการสัมภาษณ์นักเรียนที่ไม่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องเพิ่มเติม พบว่า นักเรียนไม่สามารถสร้างสมการและแก้สมการได้ และนักเรียนตอบว่าไม่สามารถแก้ปัญหาได้

ระหว่างเรียน

ในระยะที่ 1 ของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบที่ 1-5 พฤติกรรมด้านสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาจำนวน 19 คน นอกจากนี้นักเรียนบางส่วนเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาแต่ไม่ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบ หรือนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบแต่ไม่สอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ถูกต้อง ดังแสดงในรูปที่ 7 และ 8



ภาพที่ 7 แสดงตัวอย่างการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหาแต่ไม่ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1



ภาพที่ 8 แสดงตัวอย่างการสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหาและครบประเด็นตามปัญหาต้องการทราบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 มีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาครบทุกประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 29 คน

ในการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนของนักเรียน พบว่า มีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาครบทุกประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 17 คน และมีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาแต่ไม่ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 20 คน และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องแต่ไม่ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบ เพราะมีนักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบกรณีอื่นได้

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 ในช่วงนี้มีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาครบทุกประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 32 คน

ในระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 มีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาครบทุกประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 33 คน

หลังเรียน

จากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน พบว่า มีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาครบทุกประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 19 คน และมีนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาแต่ไม่ครบตามที่ปัญหาต้องการทราบจำนวน 18 คน และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนที่มีสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้อง ครบประเด็นตามที่ปัญหาต้องการทราบ จากการที่ครูใช้คำถามนำเพื่อให้ให้นักเรียนได้ทบทวนการคิดอีกครั้ง

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหามีจำนวนไม่มากนัก ต่อมาในช่วงระหว่างเรียนจำนวนนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหามีจำนวนเพิ่มขึ้นจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 และในช่วงหลังเรียนมีจำนวนนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาเพิ่มมากขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

2. ด้านการให้เหตุผล พฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลง ดังนี้

2.1 ด้านใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1)

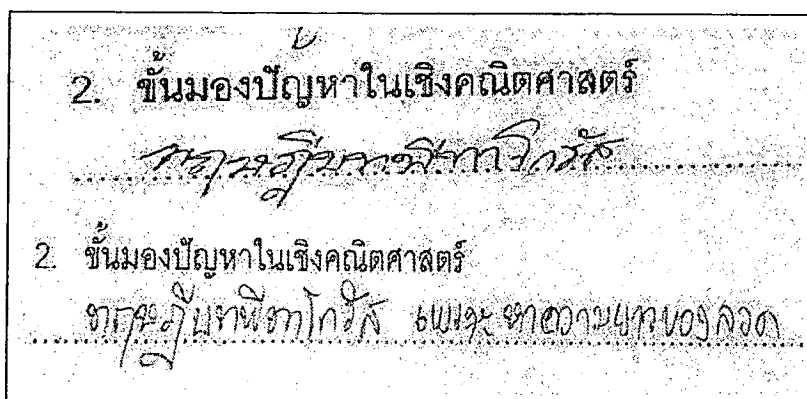
ในการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการระบุนความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลในการระบุนความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ชัดเจน โดยในการให้เหตุผลประกอบนั้นนักเรียนต้องสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุนกับข้อมูลในปัญหาที่นักเรียนวิเคราะห์ เพื่อชี้ให้เห็นว่าปัญหากำหนดเงื่อนไขหรือข้อมูลแบบนี้มาให้และปัญหาต้องการทราบนั้นสามารถใช้ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุนมาแก้ปัญหาได้ โดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถให้เหตุผลประกอบการเลือกความรู้ทางคณิตศาสตร์นี้มาใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา โดยนักเรียนพยายามอธิบายเหตุผลประกอบการเลือกใช้ความรู้ว่าเพราะต้องการแก้ปัญหา จึงใช้ความรู้นี้ ซึ่งเหตุผลของนักเรียนขาดการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เชื่อมโยงกับข้อมูลในปัญหาที่นักเรียนวิเคราะห์ และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนที่สามารถให้เหตุผลประกอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เลือกมาวิเคราะห์ปัญหาได้นั้น นักเรียนจะนำความรู้ที่นำมาเชื่อมโยงกับการวิเคราะห์ปัญหา เช่น นักเรียนตอบว่าใช้ความรู้เรื่องการแก้ปัญหามการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพราะในการหาจำนวนหน้าของหนังสือเราไม่รู้จำนวนหน้าของหนังสือ เราจึงต้องใช้ตัวแปร เป็นต้น สำหรับนักเรียนที่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถให้เหตุผลประกอบความรู้ที่ตนเองเลือกใช้ในการแก้ปัญหานั้น ผู้วิจัยต้องตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและพยายามอธิบายเหตุผล นักเรียนให้เหตุผลโดยใช้ข้อความที่โจทย์ต้องการทราบ เช่น ใช้การแก้สมการเพราะต้องการหาจำนวนหน้าของหนังสือ เป็นต้น

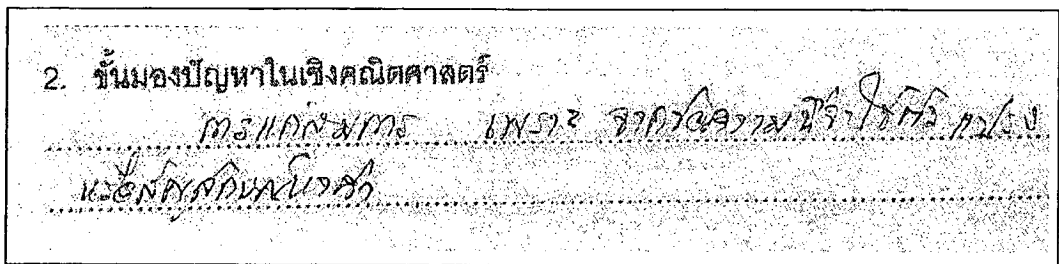
ระหว่างเรียน

ระยะที่ 1 คาบเรียนที่ 1-5 ในระยะนี้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่(จำนวน 29 คน) สามารถระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่อธิบายเหตุผลประกอบความรู้ที่ระบุไม่ชัดเจน โดยเหตุผลที่นักเรียนอธิบายขาดการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหากับความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ จึงไม่ชัดเจนพอที่จะสนับสนุนความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเลือกใช้ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังมีนักเรียนจำนวน 5 คนที่ไม่สามารถระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาได้ และไม่สามารถให้เหตุผลประกอบความรู้ที่ระบุได้ ดังแสดงในภาพที่ 9



ภาพที่ 9 แสดงตัวอย่างการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 ในระยะนี้นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 33 คน) ยังคงสามารถระบุมารู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน ขาดการนำข้อมูลหรือหรือเงื่อนไขในปัญหา มาเชื่อมโยงกับความรู้ที่ตนเองระบุ ส่งผลให้เหตุผลที่นักเรียนอ้างไม่ชัดเจนเป็นเหตุผลจากความรู้สึกลึกหรือพยายามเชื่อมโยงข้อมูลจากปัญหาแต่นักเรียนไม่อธิบายหรืออ้างถึงข้อมูลในปัญหานั้น ดังแสดงในภาพที่ 10



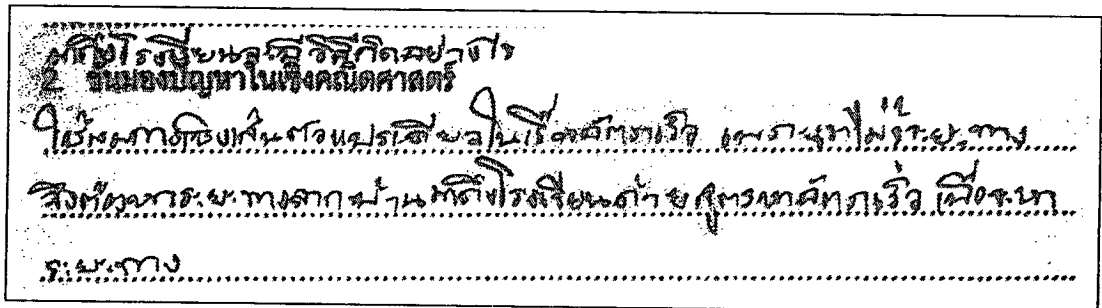
ภาพที่ 10 แสดงตัวอย่างการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์ปัญหา
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 2

จากการวิเคราะห์แบบวัดการเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมด (จำนวน 34 คน) สามารถระบุมารู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยเหตุผลที่นักเรียนให้ประกอบในการเลือกใช้ความรู้เป็นเหตุผลจากสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ มีนักเรียนเพียง 4 คนที่สามารถระบุมารู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยนักเรียนมีการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญในปัญหากับความรู้หรือแนวทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนพยายามอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เลือกในการวิเคราะห์ปัญหาโดยเชื่อมโยงความรู้หรือแนวคิดกับสิ่งที่ปัญหากำหนดให้

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 33 คน) สามารถระบุมารู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน มีนักเรียนเพียง 4 คนที่สามารถระบุมารู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยนักเรียนมีการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญในปัญหากับความรู้หรือแนวทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ

ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุมารู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทาง

คณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยนักเรียนมีการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญในปัญหาเกี่ยวกับความรู้หรือแนวทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ ดังแสดงในภาพที่ 11



ภาพที่ 11 แสดงตัวอย่างการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระบะที่ 4

หลังเรียน

จากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน พบว่า มีนักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยนักเรียนมีการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญในปัญหาเกี่ยวกับความรู้หรือแนวทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุ จำนวน 10 คน และมีนักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนจำนวน 27 คน และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนพยายามที่จะอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เลือก โดยการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญกับความรู้หรือแนวคิดที่เลือก แต่นักเรียนก็ไม่สามารถที่จะอธิบายเหตุผลได้ชัดเจน เมื่อผู้วิจัยพยายามใช้คำถามชี้แนะให้นักเรียนบอกรายละเอียดของความรู้ที่เลือก นักเรียนจึงสามารถให้เหตุผลที่ชัดเจนได้

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนที่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนมีจำนวนไม่มากนัก ต่อมาในช่วงระหว่างเรียน ในระบะที่ 1 ถึงระบะที่ 3 นักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้แต่ยังไม่ชัดเจน และในระบะที่ 4 นักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน สำหรับในช่วงหลังเรียนนักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบาย

เหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาได้แต่ยังไม่ชัดเจน เมื่อเปรียบเทียบจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนค่อย ๆ มีพัฒนาการจากไม่สามารถให้เหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์ปัญหา จนสามารถให้เหตุผลประกอบความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์ปัญหาได้แต่ยังไม่ชัดเจน

2.2 ด้านอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (R2)

ในการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการอธิบายเหตุผลประกอบกลยุทธ์ที่เลือกใช้ได้ โดยนักเรียนสามารถให้เหตุผลโดยการเชื่อมโยงกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือกกับความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุได้ โดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของการอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมดไม่สามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนไม่เขียนแสดงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาจึงไม่เขียนเหตุผลประกอบ มีนักเรียนเพียงบางส่วน (จำนวน 4 คน) ที่พยายามอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ โดยเหตุผลที่นักเรียนอธิบายเป็นการบอกว่าวิธีนี้คุ้นเคยหรือเมื่อใช้วิธีนี้แล้วสามารถหาคำตอบได้ และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนไม่สามารถแสดงแนวคิดหรือให้รายละเอียดเพิ่มเติมได้

ระหว่างเรียน

ระยะที่ 1 คาบเรียนที่ 1-5 นักเรียนทั้งหมดนักเรียนไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 นักเรียนทั้งหมดนักเรียนไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมดไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มีนักเรียนเพียงบางส่วน (จำนวน 4 คน) ที่พยายามอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอธิบายเหตุผลโดยการเชื่อมโยงกับความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระบุกับกลยุทธ์ที่เลือก

เช่น นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาว่าใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และเหตุผลที่นักเรียนอธิบายคือ ใช้การแทนค่าในตัวแปรเพื่อที่จะหาคำตอบ และจากการสัมภาษณ์เพื่อเติมพบว่า นักเรียนอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์จากการที่นักเรียนเลือกใช้ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ปัญหา

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 นักเรียนทั้งหมดนักเรียนไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 ในระยะนี้ นักเรียนทั้งหมดนักเรียนไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

หลังเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนพบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมดไม่แสดงการอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มีนักเรียนเพียงบางส่วน (จำนวน 4 คน) ที่อธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาจากการเลือกความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาจะเป็นตัวกำหนดกลยุทธ์ที่นักเรียนเลือก ตัวอย่างเช่น นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาว่าใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้นักเรียนจะไม่มีภาระบู้ชื่อของกลยุทธ์ แต่นักเรียนจะแสดงการแก้ปัญหาโดยการสร้างสมการจากทฤษฎีบทพีทาโกรัส และให้เหตุผลที่นักเรียนอธิบายคือ เพราะต้องการแทนค่าลงไปในสูตร และจากการสัมภาษณ์เพื่อเติมพบว่า นักเรียนอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์จากการที่นักเรียนเลือกใช้ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ปัญหา

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนเกือบทั้งหมด (จำนวน 34 คน) ไม่สามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนส่วนใหญ่ไม่เขียนแสดงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาจึงไม่เขียนเหตุผลประกอบ ช่วงระหว่างเรียนจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 นักเรียนมีพฤติกรรมอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาไม่เปลี่ยนแปลง โดยนักเรียนไม่แสดงการอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และจากผลการวิเคราะห์งานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ได้ แต่มีจำนวนนักเรียนที่สามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้นจากก่อนเรียน อย่างไรก็ตามในช่วงหลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลการเลือกใช้กลยุทธ์ได้ แต่มีนักเรียนจำนวน 4 คนสามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

2.3 ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ (R3)

ในการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ หรือนักเรียนสามารถใช้การประมาณค่าเพื่อช่วยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ในกิจกรรมและผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนี้

ก่อนเรียน

จากการวิเคราะห์การทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนในพฤติกรรมด้านอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมดไม่แสดงพฤติกรรมการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ แต่มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 3 คน) สามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ โดยนักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ และเมื่อทำการสัมภาษณ์นักเรียนที่ไม่แสดงพฤติกรรมการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบเพิ่มเติม พบว่า นักเรียนไม่สามารถให้รายละเอียดเพิ่มเติมได้ โดยนักเรียนไม่เคยตรวจสอบคำตอบของตนเองและในการสัมภาษณ์นักเรียนที่สามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วยการนำคำตอบที่ได้มาแทนค่าในเงื่อนไขของปัญหา เช่น คำตอบคือ 108 หน้า ถูกเพราะ 108 หน้าเมื่อนำมาแบ่งเป็น 3 ส่วนจะได้ส่วนละ 36 หน้า วันแรกอ่านได้ 1 ส่วนคือ 36 หน้า นำมาบวกกับ 18 แล้วได้ 54 ซึ่ง 54 คือครึ่งหนึ่งพอดี เป็นต้น

ระหว่างเรียน

ระยะที่ 1 คาบเรียนที่ 1-5 นักเรียนทั้งหมดไม่แสดงการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ ซึ่งเหตุผลที่นักเรียนอธิบายเป็นการเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลอย่างคร่าว ๆ ไม่มีการแสดงให้เห็นถึงกระบวนการของการคำนวณเพื่อตรวจสอบยืนยันความถูกต้องของคำตอบ ดังแสดงในภาพที่ 12

5. ชั้นสะท้อนคิด

กตข 500 5 1m	สามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาว 5 เมตร
ขคค 500 11 1m	สามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาว 10.500
ขคค 1000 1 1m	สามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาว 10.500

ภาพที่ 12 แสดงการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้
แต่ยังไม่สมบูรณ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่แสดงพฤติกรรมการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ หรือแสดงการอธิบายความถูกต้องและสมเหตุสมผลของคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ แต่มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 4 คน) สามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ โดยนักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ ดังแสดงในภาพที่ 13 และ 14

3. ให้นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้ พร้อมทั้งอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ (P3, R3, C3)

คำตอบที่ได้ 10 เมตร เพราะว่าถ้าด้านยาว 8 เมตร ด้านอื่นจะยาวกว่า 10 เมตร หรือถ้าด้านยาว 12 เมตร ด้านอื่นจะยาวน้อยกว่า 10 เมตร

ภาพที่ 13 แสดงการอธิบายความถูกต้องของคำตอบแต่ไม่สมเหตุสมผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน

3. ให้นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้ พร้อมทั้งอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ (P3, R3, C3)

คำตอบที่ได้ 10 เมตร เพราะว่าถ้าด้านยาว 8 เมตร ด้านอื่นจะยาวกว่า 10 เมตร หรือถ้าด้านยาว 12 เมตร ด้านอื่นจะยาวน้อยกว่า 10 เมตร

ภาพที่ 14 แสดงการอธิบายความถูกต้องของคำตอบได้สมเหตุสมผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน

และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ พบว่า นักเรียนอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการนำคำตอบที่ค้นพบมาเชื่อมโยงกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ ซึ่งนักเรียนไม่ได้แสดงการคำนวณเพื่อยืนยันคำตอบว่ามีการคำนวณถูกต้องหรือไม่ เช่น นักเรียนยืนยันคำตอบโดยใช้คำว่า น่าจะถูก เพราะล่องน้ำกว้าง 8 เมตรและด้านตรงข้ามมุมฉากซึ่งเป็นความยาวของไม้ต้องยาวกว่าด้านประกอบมุมฉาก เป็นต้น

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ ซึ่งเหตุผลที่นักเรียนอธิบายเป็นการเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลอย่างคร่าว ๆ ไม่มีการแสดงให้เห็นถึงกระบวนการของการคำนวณเพื่อตรวจสอบ ยืนยันความถูกต้องของคำตอบ แต่มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 4 คน) สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ โดยนักเรียนอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่

ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 27 คน) สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ โดยนักเรียนอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ ดังแสดงในภาพที่ 15

5. ชั้นสะท้อนคิด

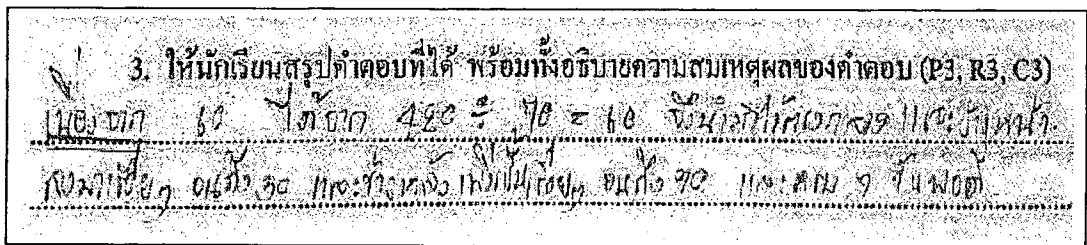
เนื่องจาก แทนสมการที่ 1 ให้ค่าในตารางดังนี้ 1 ชม. ในรอบแรก
 15 ชม. คือใน 0 ชม. หรือ 15 ชม. ในรอบที่ 2 และ 15 ชม.
 10 ชม. 45 ชม. ในรอบที่ 3 15 ชม. คือ ใน 0 ชม. หรือ 15 ชม.

$$15 = \frac{45}{60} = \frac{15 \times 10}{45} = 20 \text{ ชม.}$$

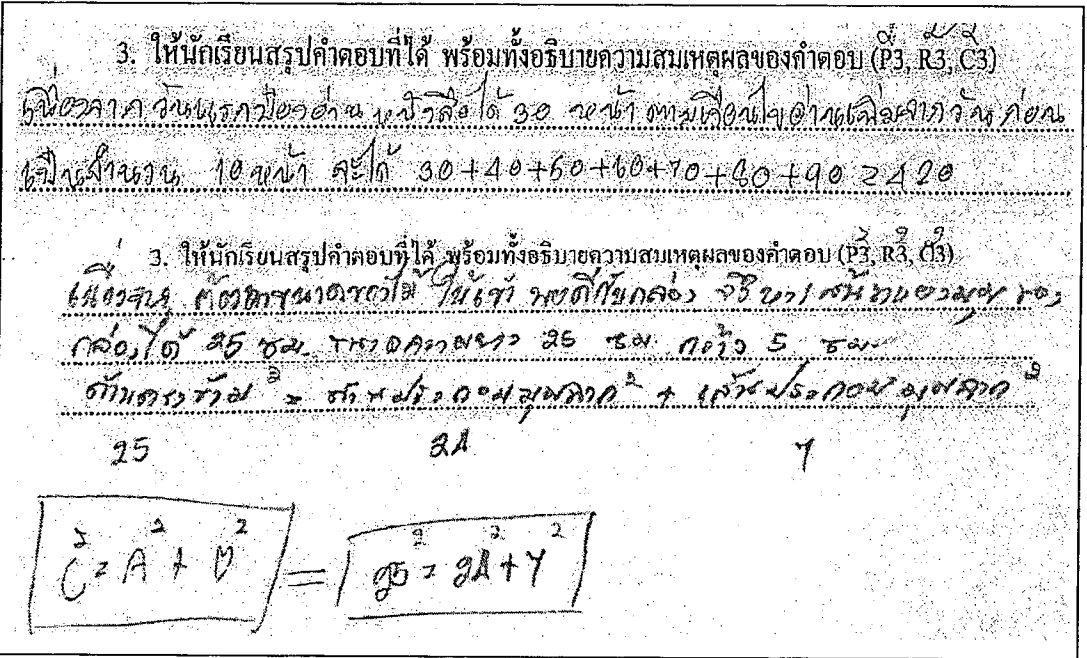
ภาพที่ 15 แสดงการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้
 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

หลังเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่แสดงอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ หรือแสดงการอธิบายความถูกต้องของคำตอบแต่ไม่สมเหตุสมผล โดยเป็นการอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา (ดังแสดงในภาพที่ 16) แต่มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 5 คน) สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้ โดยนักเรียนอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลด้วยการนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเพื่อดูว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ ดังแสดงในภาพที่ 17



ภาพที่ 16 แสดงการอธิบายความถูกต้องของคำตอบแต่ไม่สมเหตุสมผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน



ภาพที่ 17 แสดงการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน

จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า ในตอนแรกนักเรียนไม่สามารถให้รายละเอียดเพิ่มเติมในการอธิบายความถูกต้องและความสอดคล้องของคำตอบ แต่เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามถามนักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ โดยนักเรียนนำคำตอบที่ค้นพบไปแทนในเงื่อนไขในปัญหา และนักเรียนสามารถอธิบายการคำนวณเพื่อยืนยันคำตอบได้ถูกต้อง

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ เนื่องจากนักเรียนไม่คุ้นเคยในการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ต่อมาในช่วงระหว่างเรียน ในระยะที่ 1 นักเรียนยังคงไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้ ในระยะที่ 2 และระยะที่ 3 นักเรียนสามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ ซึ่งเหตุผลที่นักเรียนอธิบายเป็นการเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลอย่างคร่าว ๆ ไม่มีการแสดงให้เห็นถึงกระบวนการของการคำนวณเพื่อตรวจสอบ ยืนยันความถูกต้องของคำตอบ และในระยะที่ 4 นักเรียนสามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้สมบูรณ์ชัดเจนด้วยการนำคำตอบที่ค้นพบไปแทนในเงื่อนไขในปัญหา เพื่อตรวจสอบว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ ในช่วงหลังเรียนไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลได้

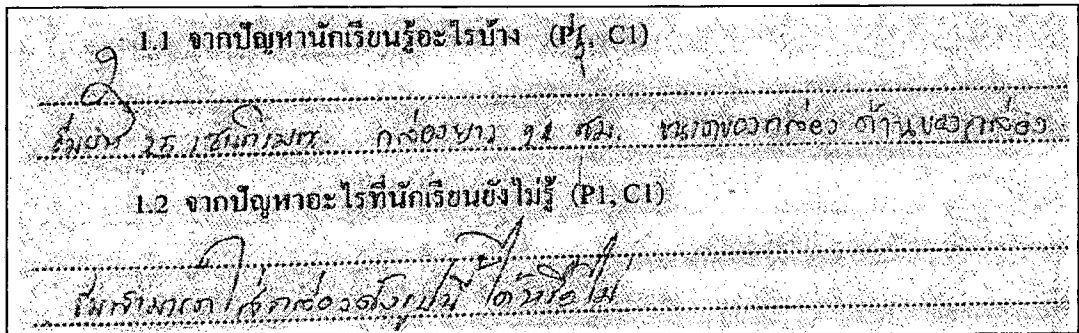
3. ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด พฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลง ดังนี้

3.1 ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา (C1)

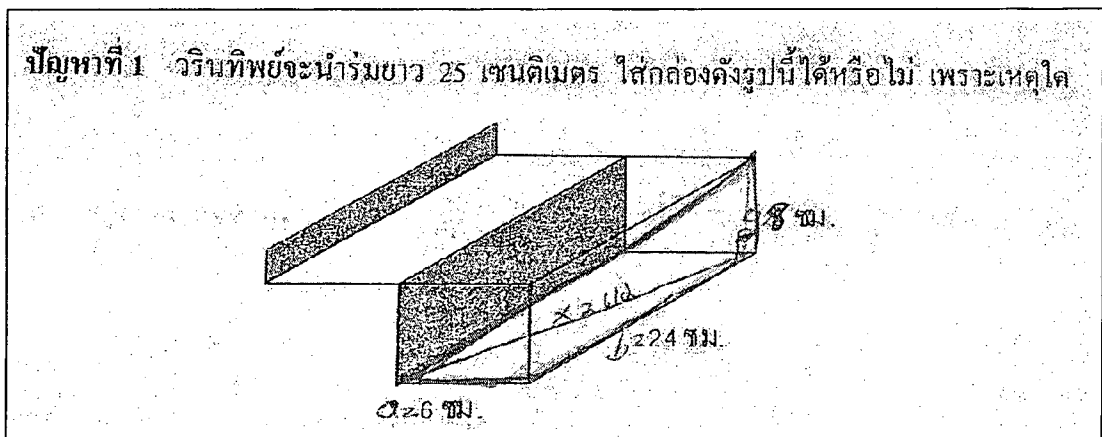
การศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการใช้ข้อความ วาดภาพ คำพูด ใช้การขีดเขียนหรือวงกลมข้อความ สัญลักษณ์หรือตัวแปร กราฟ รวมไปถึงตัวแบบทางเรขาคณิตเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์เพิ่มเติมที่เกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน พบว่านักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาผู้วิจัยพิจารณาจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน ซึ่งพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้พอเข้าใจ แต่ไม่ชัดเจน โดยนักเรียนบางส่วนใช้การวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน ดังแสดงในภาพที่ 18 และ 19



ภาพที่ 18 แสดงการใช้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายพอเข้าใจ แต่ไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

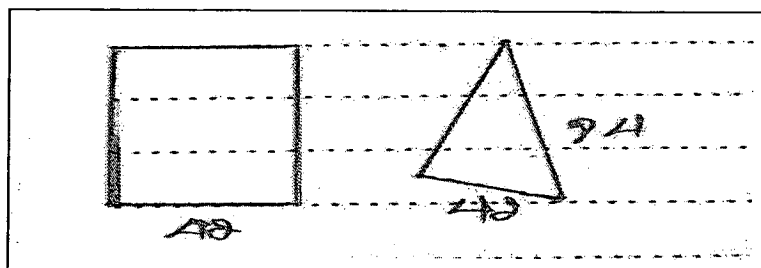


ภาพที่ 19 แสดงการวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เมื่อสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนใช้คำพูดเพื่ออธิบายความเข้าใจในปัญหาของตนเอง จากการอ่านปัญหา เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อให้ นักเรียนแยกแยะสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบ นักเรียนใช้คำพูดบอกสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบสื่อความหมายพอเข้าใจแต่สื่อความหมายไม่เหมาะสม เนื่องจากนักเรียนบอกความกว้างและความสูงของกล่องว่าเป็นด้านข้างของกล่อง นอกจากนี้ นักเรียนบอกความรู้หรือแนวคิดที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน

ระหว่างเรียน

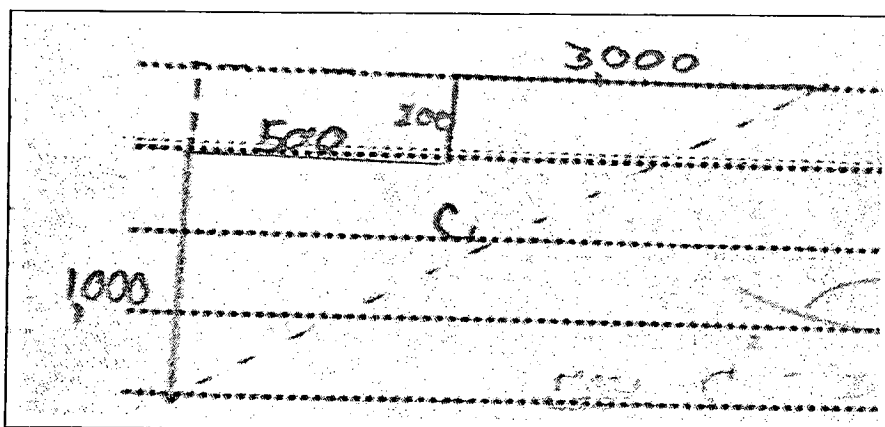
ระยะที่ 1 คาบที่ 1-5 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหา แต่สื่อความหมายไม่ชัดเจน และนักเรียนยังใช้ตัวแบบทางเรขาคณิตเพื่อทำความเข้าใจปัญหา แต่มีนักเรียนบางส่วนใช้ตัวแบบทางเรขาคณิตที่เหมาะสมกับปัญหา แต่ตัวแบบทางเรขาคณิตที่นักเรียนวาดไม่สื่อความหมาย ดังแสดงในภาพที่ 20



ภาพที่ 20 แสดงการใช้ตัวแทนความคิดได้เหมาะสมกับปัญหาแต่ไม่สื่อความหมาย
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหา
สื่อความหมายได้พอเข้าใจ แต่ไม่ชัดเจน มีนักเรียนบางส่วน(จำนวน 4 คน) ใช้การวาดภาพเพื่อทำ
ความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยนักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงเหตุการณ์ในปัญหา
หรือใช้ภาพที่วาดแทนข้อความในปัญหา

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์
ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อ
ความหมายได้พอเข้าใจ แต่ไม่ชัดเจน และมีนักเรียนบางส่วนใช้การวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจ
ปัญหาได้สื่อความหมายได้ชัดเจน ดังแสดงในภาพที่ 21

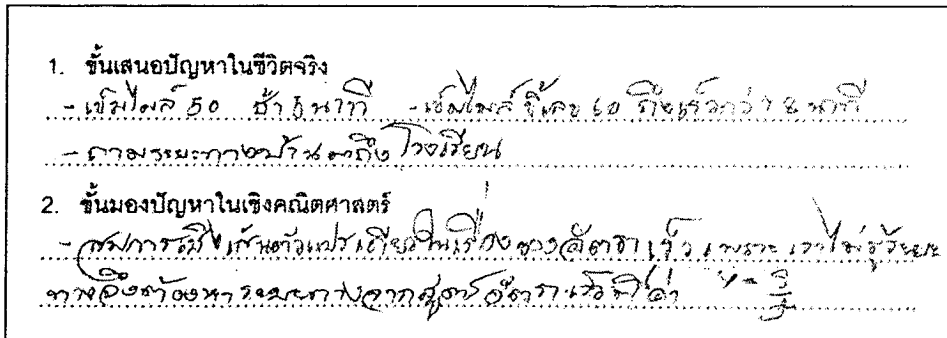


ภาพที่ 21 แสดงการวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

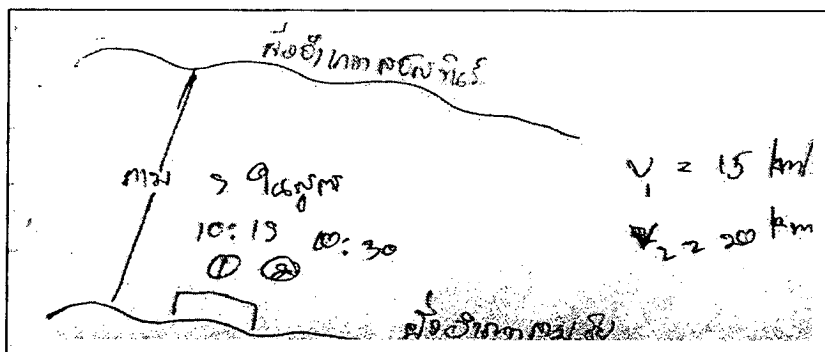
เมื่อสัมภาษณ์เพิ่มเติมนักเรียนที่ใช้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้พอ
เข้าใจแต่ไม่ชัดเจน พบว่า นักเรียนสามารถใช้คำพูดเพื่ออธิบายว่านักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างไร โดยนักเรียน
สามารถอธิบายความเข้าใจปัญหาของตนเองจากการจากแยกแยะสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและ
ปัญหากำหนดให้

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้พอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 7 คน) ใช้การวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยนักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงเหตุการณ์ในปัญหา หรือใช้ตัวแปรแทนข้อความในปัญหา นอกจากนี้มีนักเรียนจำนวน 2 คนที่ใช้การขีดเส้นใต้ข้อความเพื่อแสดงการทำความเข้าใจปัญหา

ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน และนักเรียน(จำนวน 12 คน) ยังใช้การวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยนักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงเหตุการณ์ในปัญหา หรือใช้ภาพที่วาดแทนข้อความในปัญหา นอกจากนี้มีนักเรียนจำนวน 5 คนที่ใช้การขีดเส้นใต้ข้อความเพื่อแสดงการทำความเข้าใจปัญหาดังแสดงในภาพที่ 22 และ 23



ภาพที่ 22 แสดงการใช้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหา



ภาพที่ 23 แสดงการวาดภาพและใช้สัญลักษณ์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

หลังเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน นักเรียนบางส่วนใช้การวาดภาพ ขีดเส้นใต้ข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และเมื่อ

สัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนสามารถใช้คำพูดบอกสิ่งที่ปัญหากำหนดให้และปัญหาต้องการทราบเป็นภาษาของตนเองสื่อความหมายได้ชัดเจน

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา มีนักเรียนบางส่วนที่ใช้การวาดภาพ ในช่วงระหว่างเรียนจากระยะที่ 1 ถึง ระยะที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนข้อความเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้พอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน และในระยะที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยตัวแทนความคิดที่นักเรียนนิยมใช้ คือ ข้อความ การวาดภาพ และการขีดเส้นใต้ ช่วงหลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยตัวแทนความคิดที่นักเรียนนิยมใช้ คือ ข้อความ การวาดภาพและการขีดเส้นใต้ ข้อความ

3.2 ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา (C2)

การศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหานักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการใช้ข้อความ วาดภาพ ใช้คำพูด สัญลักษณ์หรือตัวแปร กราฟ รวมไปถึงตัวแทนทางเรขาคณิตเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน โดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์เพิ่มเติมที่เกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหานักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรและตัวเลขในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายได้แต่ไม่ชัดเจน แต่นักเรียนขาดความรอบคอบในการเขียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหา เช่น เขียนเศษส่วนไม่มีการขีดเส้น การเขียนเลขยกกำลัง โดยนักเรียนเขียน $c^2 = 676$, $c^2 = 26$ หรือ $c^2 = 676$, $c = 26^2$ นอกจากนี้นักเรียนบางส่วน (จำนวน 11 คน) ไม่สามารถเขียนแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้ และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนใช้คำพูดเพื่ออธิบายการแก้ปัญหาได้แต่ไม่ละเอียด แต่เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามนำนักเรียนสามารถอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาเพิ่มเติม แต่ในการคำนวณ นักเรียนอธิบายการถอดรากที่สองผิด โดยนักเรียนอธิบายว่า $27^2 = 540$ และ $7 \times 7 = 14$ เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนทำการคำนวณใหม่นักเรียนไม่สามารถคำนวณได้ เนื่องจากนักเรียนท่องสูตรคูณไม่ได้

ระหว่างเรียน

ระยะที่ 1 คาบเรียนที่ 1-5 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ข้อความในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา แต่ในการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรนั้นมีข้อผิดพลาดในการใช้ ดังแสดงในภาพที่ 24

4. ชั้นแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์
วิเคราะห์ จากทศนิยมทศนิยม
 $S = 9 + 15$
 $S = 1 + 995$
 $S \approx 6.25$
 $S \approx 9.5$
ที่ออกจากห้องคือ 2 แล้ว $95 \times 9 = 850$
หลังจากนั้น 5 นาที

ภาพที่ 24 แสดงการใช้สัญลักษณ์ตัวแปรเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในระยะที่ 1

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 27 คน) สามารถใช้ตัวแปรและตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ชัดเจน มีความรอบคอบในการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรมากขึ้น มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปรสื่อความหมายได้พอเข้าใจ

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 24 คน) ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายพอเข้าใจ โดยนักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้ระบุให้ชัดเจนว่าตัวแปรที่นักเรียนเขียนใช้แทนอะไร แต่พอสื่อให้เข้าใจได้ว่าตัวแปรที่นักเรียนกำหนดแทนสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนสามารถอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาสื่อให้เข้าใจได้ แต่ขาดการอธิบายการกำหนดตัวแปรในการแก้ปัญหาซึ่งเมื่อผู้วิจัยได้ใช้คำถามว่าตัวแปรแต่ละตัวใช้แทนอะไร นักเรียนอธิบายพอเข้าใจได้

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 28 คน) สามารถใช้ตัวแปรและตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ชัดเจน มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปรสื่อความหมายได้ชัดเจน

ระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 นักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 30 คน) สามารถใช้ตัวแปรและตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อสื่อความหมายได้ชัดเจน มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปรสื่อความหมายได้ชัดเจน

หลังเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายชัดเจน และจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายได้ชัดเจน และสามารถอธิบายการกำหนดตัวแปรในการแก้ปัญหาได้

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแปรและตัวเลขในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายได้แต่ไม่ชัดเจน ขาดการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปร การใช้สัญลักษณ์ตัวแปรแสดงแทนความคิดผิดพลาด ต่อมาในช่วงระหว่างเรียน ระยะเวลาที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมายพอเข้าใจ ขาดความรอบคอบในการเขียนสัญลักษณ์หรือตัวแปร ในระยะเวลาที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแปรและตัวแทนทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ชัดเจน มีความรอบคอบในการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรมากขึ้น มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปรสื่อความหมายได้พอเข้าใจ ในระยะเวลาที่ 3 และระยะเวลาที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ตัวแปรและตัวแทนทางคณิตศาสตร์แสดงกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ชัดเจน มีการเขียนอธิบายในการกำหนดตัวแปร และในช่วงหลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมาย ชัดเจนเพิ่มมากขึ้นและเมื่อเปรียบเทียบกับจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ ตัวแปรในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาสื่อความหมาย ชัดเจนเพิ่มขึ้น

3.3 ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา (C3) ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา

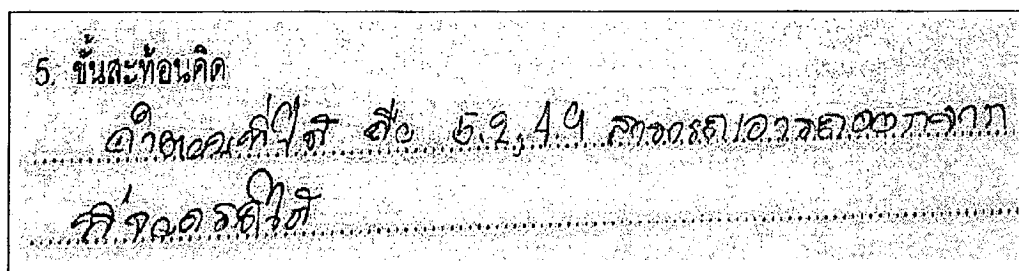
การศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการใช้ข้อความ ตัวเลข ใช้คำพูด สัญลักษณ์หรือตัวแปร เพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน โดยวิเคราะห์จากผลงานเขียนแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน หลังเรียน ใบกิจกรรม และผลการสัมภาษณ์เพิ่มเติมที่เกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา ดังนี้

ก่อนเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่(จำนวน 15) ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการสรุปคำตอบของปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบของปัญหาได้ นอกจากนี้มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 14 คน) ใช้ข้อความและตัวเลขเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจนเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนสรุปคำตอบสั้น ๆ ไม่มีกรอธิบายขยายความ เช่น ในการสรุปคำตอบของปัญหาที่ 3 นักเรียนสรุปคำตอบสั้น ๆ ว่า 50 วินาที แต่เมื่อผู้วิจัยถามว่า 50 วินาที คืออะไร นักเรียนจึงสรุปคำตอบใหม่ว่า ภูวดลวิ่งด้วยอัตราเร็ว 50 วินาที เป็นต้น

ระหว่างเรียน

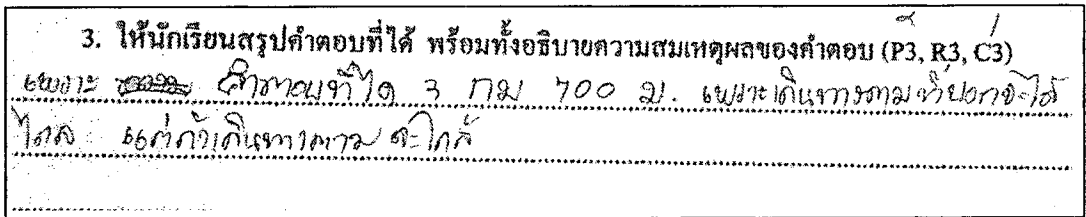
ในระยะที่ 1 คาบที่ 1-5 นักเรียนส่วนใหญ่(จำนวน 28 คน)ใช้ตัวเลขเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาอย่างเดียว หรือใช้ทั้งตัวเลขและข้อความเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม แต่สื่อความหมายได้ชัดเจน ดังแสดงในรูปที่ 25



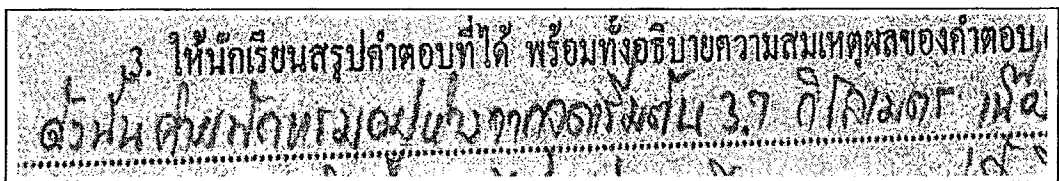
ภาพที่ 25 แสดงการใช้ทั้งตัวเลขและข้อความเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม แต่สื่อความหมายไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6-9 นักเรียนส่วนใหญ่ยังใช้ตัวเลขและข้อความสั้น ๆ แสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายให้พอเข้าใจแต่ยังไม่ชัดเจน โดยนักเรียนใช้การเขียนตัวเลขและข้อความแทนหน่วยของคำตอบที่ต้องการทราบ เช่น ตอบ 21 บาท เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 10 คน) เริ่มสามารถใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน

ในการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนของนักเรียน พบว่า มีนักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 20 คน) ใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายพอเข้าใจ แต่ยังไม่ชัดเจน และมีนักเรียนบางส่วนใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจนสอดคล้องปัญหา ดังแสดงในรูปที่ 26 และ 27



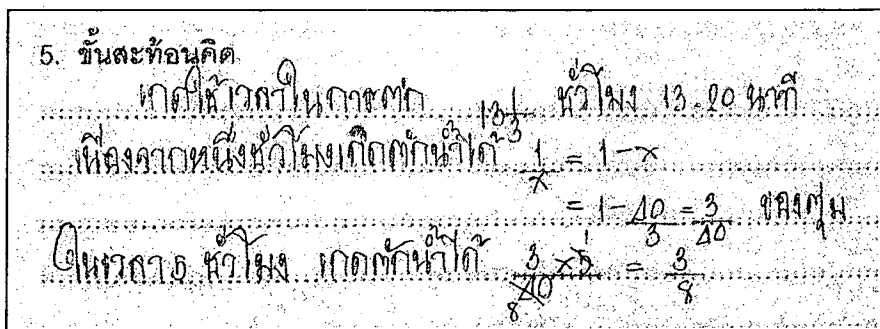
ภาพที่ 26 แสดงการใช้ทั้งตัวเลขและข้อความเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมาย พอเข้าใจ แต่ยังไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง



ภาพที่ 27 แสดงการใช้ทั้งตัวเลขและข้อความเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม แต่สื่อความหมายได้ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนใช้คำพูดแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม แต่ไม่ละเอียดชัดเจน เนื่องจากนักเรียนสรุปคำตอบเฉพาะตัวเลข ผู้วิจัยต้องใช้คำถามย้ำอีกครั้ง นักเรียนจึงอธิบายคำตอบละเอียดและชัดเจนยิ่งขึ้น

ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10-13 ในช่วงนี้มีนักเรียนบางส่วน (จำนวน 18 คน) ใช้ข้อความและตัวเลขแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน นักเรียนเขียนอธิบายการสรุปคำตอบได้ละเอียดชัดเจนมากขึ้น แต่มีนักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 19 คน) ใช้ข้อความและตัวเลขแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายพอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน หรือใช้ข้อความและตัวเลขแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาไม่เหมาะสม ทำให้สื่อความหมายผิด ดังแสดงในภาพที่ 28



ภาพที่ 28 แสดงการใช้ข้อความและตัวเลขเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาไม่เหมาะสม ทำให้สื่อความหมายผิดของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ในระยะที่ 4 คาบเรียนที่ 14-17 มีนักเรียนจำนวน 25 คน ใช้ข้อความและตัวเลขแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน

หลังเรียน

จากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน พบว่า มีนักเรียนจำนวน 19 คน ใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาเหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน ตัวอย่างเช่น วันแรกต้องอ่านหนังสือ 30 หน้า เป็นต้น และมีนักเรียนใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายพอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน จำนวน 18 คน และเมื่อทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนใช้คำพูดสรุปคำตอบของปัญหาเหมาะสม สื่อความหมายพอเข้าใจแต่ไม่ละเอียดชัดเจน เนื่องจากนักเรียนสรุปคำตอบเฉพาะตัวเลขและหน่วยของตัวเลขที่ตอบ เช่น 30 หน้า ผู้วิจัยต้องใช้คำถามซ้ำอีกครั้ง นักเรียนจึงอธิบายคำตอบละเอียดและชัดเจนยิ่งขึ้น

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการสรุปคำตอบของปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบของปัญหาได้ สำหรับในช่วงระหว่างเรียน ระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวเลขเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาอย่างเดียว หรือใช้ทั้งตัวเลขและข้อความสั้น ๆ เพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา แต่ในการใช้ตัวเลขและข้อความสั้น ๆ สื่อความหมายได้พอเข้าใจแต่ไม่ชัดเจน และในระยะที่ 4 ใช้ข้อความและตัวเลขแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน ในช่วงหลังเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวเลขและข้อความแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาเหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน เมื่อเปรียบเทียบจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน นักเรียนค่อยๆมีพัฒนาการจากไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการสรุปคำตอบของปัญหาได้ เริ่มสามารถใช้ตัวแทนความคิดได้เหมาะสม สื่อความหมายไม่ชัดเจน จนสามารถใช้ตัวแทนความคิดได้เหมาะสม สื่อความหมายได้ชัดเจน