

DPL021568

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์
ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์
ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

นางสาวสุนิสา สุมิตรณะ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2555
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



DEVELOPMENT OF AN INSTRUCTIONAL PROCESS FOR ENHANCING
MATHEMATICAL LITERACY OF LOWER-SECONDARY SCHOOL STUDENTS
BY USING REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION AND
DAPIC PROBLEM SOLVING PROCESS

Miss Sunisa Sumirattana

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy Program in Curriculum and Instruction

Department of Curriculum and Instruction

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic year 2012

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริม
การรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น
โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง
และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

โดย

นางสาวสุนิสา สุมิตรณะ

สาขาวิชา

หลักสูตรและการสอน

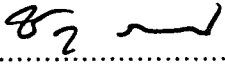
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง


อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

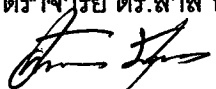
รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง

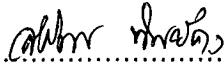
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยรับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาศึกษาศาสตรบัณฑิต

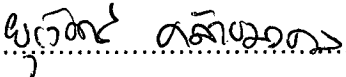

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชนิตา รักษ์พลเมือง)


คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

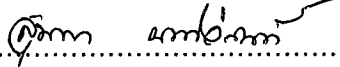

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สำลี ทองธิว)


..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)


..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม
(รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง)


..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.ยุรวรรณ คล้ายมงคล)


..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม)


..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์)

สุณิสา สุมิตรณะ : การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (DEVELOPMENT OF AN INSTRUCTIONAL PROCESS FOR ENHANCING MATHEMATICAL LITERACY OF LOWER-SECONDARY SCHOOL STUDENTS BY USING REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION AND DAPIC PROBLEM SOLVING PROCESS)
 อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร.อัมพร ม้าคนอง, อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม : รศ.ดร.สิริพร ทิพย์คง,
 276 หน้า.

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยและพัฒนา มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) พัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น (2) เพื่อศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนจากผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน แนวคิดทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ คือ แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นผ่านการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิและนำไปทดลองใช้นำร่อง และศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนโดยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา จำนวน 104 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 52 คน และกลุ่มควบคุม 52 คน ใช้เวลาในการทดลอง 45 ชั่วโมง หรือ 15 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาบริบทชีวิตจริง แบบประเมินคุณภาพภาระงาน แบบรายงานความรู้สึกและประเมินตนเอง แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน การวิเคราะห์ข้อมูลใช้ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน t-test และการวิเคราะห์เนื้อหา

ผลการวิจัยพบว่า

1. กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น มีหลักการสำคัญ คือ (1) หลักการใช้บริบทชีวิตจริงและการเข้าใจปัญหา (2) หลักการคิดค้นคณิตศาสตร์และการสร้างความรู้ (3) หลักการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา (4) หลักการมีปฏิสัมพันธ์และสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น และ (5) หลักการประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาที่หลากหลาย ขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ (1) ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง (2) ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา (3) ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน (4) ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน และ (5) ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์
2. ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนพบว่า (1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (3) นักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนไม่แตกต่างจากก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (4) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และด้านสมรรถนะในทิศทางที่ดีขึ้น

ภาควิชา.....หลักสูตรและการสอน..... ลายมือชื่อนิสิต..... สุณิสา สุมิตรณะ
 สาขาวิชา.....หลักสูตรและการสอน..... ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก..... [ลายมือ]
 ปีการศึกษา..... 2555..... ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม..... [ลายมือ]

5184262427 : MAJOR CURRICULUM AND INSTRUCTION

KEYWORDS : MATHEMATICAL LITERACY / INSTRUCTIONAL PROCESS / REALISTIC MATHEMATICS
EDUCATION / DAPIC PROBLEM SOLVING PROCESS

SUNISA SUMIRATTANA : DEVELOPMENT OF AN INSTRUCTIONAL PROCESS FOR ENHANCING
MATHEMATICAL LITERACY OF LOWER-SECONDARY SCHOOL STUDENTS BY USING REALISTIC
MATHEMATICS EDUCATION AND DAPIC PROBLEM SOLVING PROCESS. ADVISOR: ASSOC.
PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., CO-ADVISOR: ASSOC. PROF. SIRIPORN THIPKONG,
Ed.D., 276 pp.

This was a research and development study. The main purposes of this study were to (1) develop an instructional process for enhancing mathematical literacy among students in lower-secondary school and (2) study the quality of the developed instructional process on mathematical literacy. Realistic mathematics education and DAPIC problem solving process were used as the conception for developing the instructional process for enhancing mathematical literacy. The developed instructional process was then verified by experts and tried out. The pretest-posttest control group design was used to investigate its effectiveness on mathematical literacy. The sample consisted of 104 ninth grade students from Nawaminthrachinuthit Bodindecha School, Bangkok; 52 students in the experimental group and another 52 in the control group. The experiment took 15 weeks long. Research instruments were tests of mathematical literacy, observation form for realistic problem solving behavior, task assessment form, self-assessment form, and questionnaire for opinions about the instructional process. Data were analyzed through arithmetic mean, standard deviation, t-test, and content analysis.

The findings were as follows:

1. Principles of the developed instructional process were (1) using real life problems and understanding the problems, (2) reinventing and constructing the knowledge, (3) assessing problem situations and using self developed model, (4) interacting and communicating with others, and (5) applying of problem solving in various problem situations. Five steps of the instructional process were (1) posing real life problems, (2) solving problems individually or in group, (3) presenting and discussing, (4) developing formal mathematics, and (5) applying knowledge.

2. The results of implementing the developed instructional process were: (1) the mathematical literacy of students in the experimental group after learning through instructional process was significantly higher than that of students in the control group at .05 level of significance, (2) the mathematical literacy of students in the experimental group after learning through instructional process was significantly higher than that of before at .05 level of significance, (3) the mathematical literacy of students in the control group after learning was not difference from that of before at .05 level of significance, and (4) the mathematical literacy of students in the experimental group was improved in positive direction.

Department :	Curriculum and Instruction.....	Student's Signature	<i>Sunisa Sumirattana</i>
Field of Study :	Curriculum and Instruction.....	Advisor's Signature	<i>Aumporn Makanong</i>
Academic Year :	2012.....	Co-advisor's Signature	<i>Siriporn Thipkong</i>

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความสามารถจาก รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่สละเวลาให้ความรู้ ให้คำปรึกษา ชี้แนะแนวทางที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย ตลอดจนตรวจแก้ข้อบกพร่องต่างๆ ของวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.สำลี ทองธิว อาจารย์ ดร.ยุรวุฒิ คัล้ายมงคล อาจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม และดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์ ที่ได้ให้ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะเพิ่มเติมในการปรับปรุงแก้ไขให้วิทยานิพนธ์มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิและผู้เชี่ยวชาญทุกท่านที่ได้กรุณาสละเวลาในการตรวจแก้ไขเครื่องมือวิจัยและให้ข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์ยิ่งต่อผู้วิจัย

ขอขอบคุณ อาจารย์ Donald Hally Jewell Mr.Panagiotis Stavrakos และอาจารย์ ดร.พรพิมล ประสงค์พร ที่สละเวลาตรวจแก้ไขบทความวิจัยฉบับภาษาอังกฤษซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการเผยแพร่วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอขอบคุณอาจารย์ ดร.พินดา วราสุนันท์ ที่ให้คำปรึกษาด้านสถิติวิจัยอันเป็นประโยชน์แก่วิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบคุณผู้อำนวยการโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา และคณาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่ให้ความช่วยเหลืออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูล และต้อนรับด้วยไมตรีที่อบอุ่น ขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา ที่ให้ความร่วมมือ และขอบคุณเพื่อนๆ สาขาวิชาหลักสูตรและการสอนทุกคนสำหรับมิตรภาพ ความช่วยเหลือ และกำลังใจตลอดช่วงระยะเวลาของการศึกษา

ขอขอบคุณโครงการเครือข่ายเชิงกลยุทธ์เพื่อการผลิตและพัฒนาอาจารย์ในสถาบันอุดมศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา ที่สนับสนุนทุนในการศึกษาระดับดุษฎีบัณฑิต และการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ผู้ให้กำเนิด ให้ความรัก ความเอื้ออาทร เลี้ยงดูอบรม สั่งสอนให้ผู้วิจัยประพฤติดีมีศีลธรรม สนับสนุนและผลักดันให้ผู้วิจัยได้รับความสำเร็จในการศึกษาการทำงาน และการดำเนินชีวิต ขอขอบคุณน้องๆ และครอบครัว ที่ให้ความรักและเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ทั้งปวงที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่ บิดา มารดา ครูอาจารย์ ผู้ประสิทธิ์ประสาทวิชา และผู้มีพระคุณทั้งหลายที่สนับสนุนให้เกิดวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญแผนภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
คำถามการวิจัย.....	10
วัตถุประสงค์การวิจัย.....	10
สมมติฐานการวิจัย.....	11
ขอบเขตการวิจัย.....	13
คำนิยามศัพท์เฉพาะ.....	15
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	18
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	19
การรู้คณิตศาสตร์.....	20
ความหมายของการรู้หนังสือ.....	20
ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์.....	21
ความสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์.....	24
ลักษณะสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์.....	24
องค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์.....	26
แนวทางการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์.....	34
การประเมินการรู้คณิตศาสตร์.....	36
การศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง.....	43
ความเป็นมาของแนวคิด.....	43
แนวคิด ทฤษฎี.....	46

	หน้า
หลักการสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง	49
แนวคิดในการจัดการเรียนการสอน	51
กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC.....	54
ความเป็นมา.....	54
หลักการของกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC	56
แนวคิดในการจัดการเรียนการสอน	58
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	59
กรอบแนวคิดการวิจัย.....	65
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	66
การพัฒนาระบบการเรียนการสอน.....	69
การศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน และการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย	69
การศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการรู้คณิตศาสตร์.....	70
การศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการศึกษา คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC.....	73
การศึกษาริบทนาการใช้งานคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง	75
การพัฒนาระบบการเรียนการสอน.....	76
การตรวจสอบและปรับปรุงคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน	87
การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน.....	94
การกำหนดแบบแผนการทดลอง.....	95
การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง	95
การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้และพัฒนาสื่อการเรียนรู้.....	96
การพัฒนาเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล	99
การดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล ...	110
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	114
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	116
ผลการพัฒนาระบบการเรียนการสอน.....	116
ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน	126

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	156
สรุปผลการวิจัย.....	162
อภิปรายผลการวิจัย.....	167
ข้อเสนอแนะ.....	173
รายการอ้างอิง.....	176
ภาคผนวก.....	183
ภาคผนวก ก กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คิดศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC.....	184
ภาคผนวก ข รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ.....	206
ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มทดลอง.....	208
ภาคผนวก ง ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ.....	241
ภาคผนวก จ ตัวอย่างเครื่องมือวิจัย.....	248
ภาคผนวก ฉ หนังสือขอความร่วมมือวิจัย.....	263
ภาคผนวก ช การวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือวิจัย.....	265
ภาคผนวก ฌ การวิเคราะห์ข้อมูลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	270
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	276

สารบัญญัตินำ

ตารางที่		หน้า
1	รายละเอียดของขั้นตอนการเรียนการสอน.....	89
2	แบบแผนการทดลอง.....	95
3	รายละเอียดการกำหนดแผนการจัดการเรียนรู้.....	97
4	โครงสร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับร่าง.....	100
5	โครงสร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับคัดเลือก.....	101
6	โครงสร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน.....	103
7	โครงสร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน.....	103
8	องค์ประกอบของเกณฑ์การให้คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ.....	104
9	เปรียบเทียบแนวการสอนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	111
10	รายละเอียดของขั้นตอนการเรียนการสอน.....	120
11	สรุปรายละเอียดการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์.....	125
12	ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	127
13	ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	127
14	ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจำแนกตามบทเรียน.....	128
15	ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจำแนกรายด้าน.....	128
16	ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	129
17	ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	131
18	ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	132

สารบัญแผนภาพ

แผนภาพที่		หน้า
1	การคิดค้นคณิตศาสตร์.....	6
2	การคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	34
3	การประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน.....	44
4	การแก้ปัญหาเชิงจริง.....	45
5	การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบและการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง.....	47
6	การคิดค้นคณิตศาสตร์.....	48
7	กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC.....	57
8	กรอบแนวคิดการวิจัย.....	65
9	ขั้นตอนดำเนินการวิจัย.....	67
10	ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง.....	73
11	ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC.....	74
12	กรอบการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน.....	77
13	หลักการของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและ กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC.....	78
14	วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน.....	80
15	แนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์.....	82
16	ผลการสังเคราะห์ขั้นตอนการเรียนการสอน.....	84
17	ผลการวิเคราะห์ความเชื่อมโยงของขั้นตอนการเรียนการสอนและ การรู้คณิตศาสตร์.....	86

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญที่มีประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในชีวิต การทำงาน และเป็นพื้นฐานของการพัฒนาทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สิริพร ทิพย์คง (2536: 9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีมาแต่โบราณก่อนคริสต์ศักราช มนุษย์ได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเองในชีวิตประจำวัน และโลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางด้านวิทยาศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน สอดคล้องกับ ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ (2545: 20-21) ที่กล่าวว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการนำไปใช้ได้จริงทั้งในชีวิตประจำวันและในงานอาชีพ อาชีพเกือบทุกแขนงจำเป็นต้องมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553: 1) ที่กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวและมีประโยชน์อย่างมากต่อชีวิตมนุษย์

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ได้กำหนดให้มีการจัดการศึกษาเกี่ยวกับความรู้และทักษะด้านคณิตศาสตร์ไว้ในมาตรา 23 วรรค 4 และกำหนดจุดเน้นของการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยนำความรู้ที่เรียนมาประยุกต์ใช้ในชีวิตไว้ในมาตรา 24 วรรค 2 ว่า ให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องจัดกระบวนการเรียนรู้โดย “ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา” (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545: 13-14) และจุดมุ่งหมายของการศึกษาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีความรู้ความเข้าใจในสาระต่างๆ และสามารถใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ อย่างเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 58-63) ประกอบกับการศึกษาภาคบังคับเป็นการศึกษาจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีจุดมุ่งหมายเพื่อเตรียมเยาวชนให้มีความพร้อมเพื่อก้าวออกไปสู่สังคมและการใช้ชีวิตในอนาคต การจัดการศึกษาต้องพัฒนาทั้งความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะที่จำเป็นให้แก่นักเรียน

จากความสำคัญดังกล่าว แสดงถึงความจำเป็นในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่มุ่งพัฒนานักเรียนให้มีความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ สามารถประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ที่มีเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ที่พบในชีวิตจริงได้อย่างเหมาะสม ซึ่งตรงกับความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ดังที่นักศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้นิยามความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ (Good, 1973: 353; Orpwood and Garden, 1998: 62; Evans, 2000: 236; De Lange, 2003: 77, 80; Jablonka, 2003: 78; OECD, 2003: 24; Qualifications and Curriculum Authority [QCA] (อ้างถึงใน Brown and others, 2006); Burkhardt, 2007: 137-138; Martin, 2007: 29; Steen, Turner, and Burkhardt, 2007: 285; Yore, Pimm, and Tuan, 2007: 574; สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549: 1; ราชบัณฑิตยสถาน, 2553: 4, 27) สรุปได้ว่า การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถของบุคคลในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนำมาใช้คณิตศาสตร์ใดมาใช้และใช้อย่างไร Martin (2007: 29) ได้กล่าวไว้ว่า บุคคลผู้รู้คณิตศาสตร์เป็นผู้สามารถใช้คณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล วิเคราะห์ และแก้ปัญหาในโลกจริง มีความสามารถในการตีความและวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสาร เป็นประชากรที่รอบรู้เป็นผู้บริโภคที่ชาญฉลาด

การรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญดังที่ Devlin (2000: 24) และ Watson (2002: 157) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์เป็นทักษะชีวิตอย่างหนึ่งซึ่งเป็นพื้นฐานที่มีความจำเป็นเช่นเดียวกับ การรู้หนังสือ การรู้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการใช้ชีวิตและกระทำอย่างไตร่ตรอง (Yore and others, 2007: 574) ความรู้และความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์ช่วยให้เข้าใจประเด็นหรือความจำเป็นต่างๆ อย่างมีความหมายและทำให้ภารกิจสำเร็จลุล่วง การขาดความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล อาจทำให้เกิดการตัดสินใจที่ผิดพลาดหรือสับสนในชีวิตการทำงาน และชีวิตส่วนตัวเช่นผู้ที่ตัดสินใจอย่างไร้ข้อมูลข่าวสาร (สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และ อัมพลิกา ประโมจน์ย์, 2549: 8, 13) นอกจากนี้ Watson (2002: 157) และ Steen and others (2007: 286) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์เป็นจุดมุ่งหมายหลักอย่างหนึ่งของการจัดการศึกษาในโรงเรียนยุคปัจจุบัน การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนต้องมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการรู้คณิตศาสตร์ นั่นคือ สามารถเลือกและประยุกต์ใช้ความรู้และวิธีการที่มีความเหมาะสมกับสถานการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นภายนอกโรงเรียน และเตรียมความพร้อมให้แก่นักเรียนทุกคนเพื่อการใช้ชีวิตในสังคมที่มีความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี

การรู้คณิตศาสตร์มีลักษณะสำคัญที่แตกต่างจากคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาวิชา ดังที่ De Lange (2003: 80) ได้กล่าวว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นที่ความรู้ในเนื้อหาวิชา แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นที่การใช้คณิตศาสตร์ในโลกจริง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Steen and others (2007: 289) ที่ว่า

*คณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นการใช้คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนในระดับเบื้องต้น
แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นการใช้คณิตศาสตร์เบื้องต้นในระดับที่ซับซ้อน*

การรู้คณิตศาสตร์ใช้ข้อมูลที่เป็นจริง กระบวนการที่แปลกใหม่ และการใช้เหตุผลที่ซับซ้อน แต่ต้องการเพียงเนื้อหาคณิตศาสตร์เบื้องต้นเท่านั้น ในทางตรงกันข้ามคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมีลักษณะเป็นมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม ใช้จำนวนง่าย ๆ กระบวนการที่ตรงไปตรงมา และการประยุกต์ที่เป็นแบบแผน (Steen and others, 2007: 289)

สำหรับประเทศไทยแม้ว่าจะมีการให้ความสำคัญกับการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ แต่จากผลการทดสอบระดับชาติและนานาชาติ และผลการวิจัย พบปัญหาดังต่อไปนี้ ประการที่หนึ่ง ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์แล้วเกิดการลืม จำไม่ได้ ไม่เข้าใจ ไม่เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ มองว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องไกลตัว ห่างไกลจากการดำเนินชีวิต ไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ได้ (สมวงษ์ แปลงประสพโชค, สมเดช บุญประจักษ์ และจรรยา ภูอุดม, 2551) ประการที่สอง การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ (ONET) พบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2550 ปีการศึกษา 2551 และปีการศึกษา 2552 คิดเป็นร้อยละ 25.52 32.64 และ 26.05 ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 ทุกปี (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2552, 2553) ประการที่สาม การประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) โดยองค์กรเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ หรือ OECD (Organization for Economic Cooperation and Development) จัดประเมินการรู้เรื่องการอ่าน (Reading Literacy) การรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และการรู้วิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy) โดยประเมินนักเรียนที่จบการศึกษาภาคบังคับ ซึ่งการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) มีจุดเน้นที่การประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะในปัญหาแปลกใหม่ที่อยู่ในบริบทของโลกในชีวิตจริง เพื่อประเมินว่านักเรียนได้รับการเตรียมพร้อมสำหรับชีวิตในอนาคตได้ดีเพียงไร โดยดำเนินการประเมินอย่างต่อเนื่อง ช่วงเวลาระยะละ 3 ปี เริ่มประเมินระยะที่ 1 ในปี 2000 ผลการประเมินพบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยการรู้คณิตศาสตร์ ในปี 2000 ปี 2003 ปี 2006 และปี 2009 คิดเป็น 432 คะแนน

417 คะแนน 417 คะแนน และ 419 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD ทั้งสี่ครั้ง (ปี 2000 ปี 2003 และปี 2006 ค่าเฉลี่ยของ OECD คิดเป็น 500 คะแนน และปี 2009 ค่าเฉลี่ยของ OECD คิดเป็น 496 คะแนน) (OECD, 2004, 2007, 2010) ผลการประเมินแสดงให้เห็นถึงการขาดคุณภาพของนักเรียนไทยและการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศ

จากความสำคัญและปัญหาดังได้กล่าวข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความจำเป็นในการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาและส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนอย่างจริงจังและเร่งด่วน โดยการจัดการเรียนการสอนของครูมีบทบาทสำคัญยิ่งในการสร้างเสริมประสบการณ์คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนเพื่อขยายประสบการณ์สู่การนำไปใช้ในชีวิต และ Martin (2007: 30) ได้กล่าวว่า การไม่รู้คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นผลมาจากเนื้อหาที่สอนแต่มาจากวิธีที่ครูใช้สอน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบท่องจำกฎหรือสูตรที่ไม่เชื่อมโยงกับชีวิตและประสบการณ์ของนักเรียนไม่ส่งเสริมการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นในการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนจึงจำเป็นต้องแสวงหาแนวทางและวิธีในการจัดการเรียนการสอนของครูเพื่อพัฒนาและส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

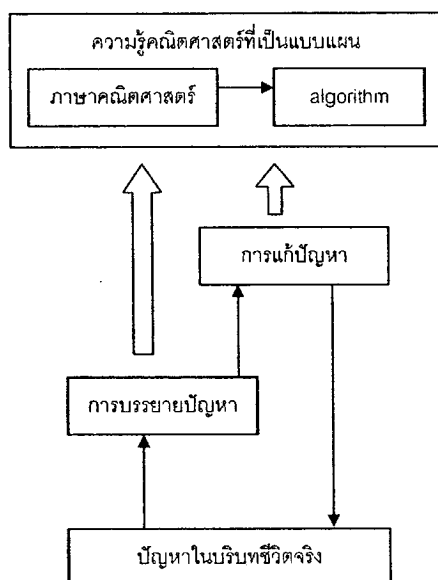
แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education: RME) เป็นแนวคิดหนึ่งในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ซึ่ง Cobb (1994 อ้างถึงใน De Lange, 1996: 59) กล่าวว่า แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีความเหมาะสมกับการสอนที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริง โดยแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงเน้นที่การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากปัญหาในบริบทชีวิตจริง

แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีรากฐานมาจากแนวคิดที่คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมหนึ่งของมนุษย์ คณิตศาสตร์ควรเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ใกล้ชิดกับประสบการณ์ของเด็ก และเกี่ยวข้องกับสังคม คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นเพียงวิชาที่ถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่แล้ว แต่การเรียนคณิตศาสตร์ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ (reinvent) ด้วยการใช้มือปฏิบัติ ดังนั้นจุดเน้นของการศึกษาคณิตศาสตร์จึงไม่ได้อยู่ที่ระบบของคณิตศาสตร์ที่ถูกจัดสร้างไว้อย่างดีแล้ว แต่อยู่ที่กิจกรรมและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 3) กิจกรรมคณิตศาสตร์หรือการคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วยกิจกรรมในการแก้ปัญหา การมองหาปัญหา และการสร้างเนื้อหาวิชา (Gravemeijer, 1997: 320)

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีความแตกต่างจากการสอนแบบดั้งเดิม ดังที่ Gravemejer (1997: 330-331) ได้กล่าวไว้ว่ามีความแตกต่างกันที่วิธีในการดำเนินการประยุกต์ใช้ และ Meyer (2001: 239) กล่าวว่าต่างกันที่จุดเริ่มต้นของการเรียนการสอน วิธีการแบบดั้งเดิมมองว่าคณิตศาสตร์เป็นระบบซึ่งถูกสร้างขึ้นมาไว้เรียบร้อยแล้ว และสามารถประยุกต์ใช้ได้ตามลักษณะทั่วไปของมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ถูกแบ่งเป็นการเรียนความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน จากนั้นจึงเรียนการประยุกต์ใช้ความรู้ดังกล่าว เช่น ในการเรียนพีชคณิตการสอนแบบดั้งเดิมจะเริ่มต้นจากการบรรยายเนื้อหาที่เป็นนามธรรมและเกี่ยวข้องกับตัวแปรต่างๆ สมการและการแก้สมการ หลังจากนั้นนักเรียนได้ฝึกการแก้สมการจนชำนาญแล้ว นักเรียนก็จะประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะต่างๆ ในการแก้ปัญหาเชิงบริบท นั่นคือการเรียนการสอนเริ่มต้นจากความเป็นนามธรรมแล้วจึงไปสู่การประยุกต์ใช้ที่เป็นรูปธรรม แต่ในการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงนั้นมีขั้นตอนกลับกัน นั่นคือคณิตศาสตร์เริ่มต้นในบริบท และพัฒนาทีละน้อยไปสู่สัญลักษณ์ที่เป็นแบบแผน นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมาย ในขั้นก่อนการสร้างความเป็นแบบแผน นักเรียนจะได้สำรวจและค้นพบคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้นผ่านลำดับขั้นตอนการเรียนการสอน

แนวคิดหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง คือ การให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ภายใต้การแนะนำของครู โดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริงมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับประสบการณ์เช่นเดียวกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้คิดค้นคณิตศาสตร์ขึ้นมา ให้นักเรียนพัฒนาและใช้โมเดลแบบไม่เป็นทางการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหา ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนพัฒนาขึ้นจากความรู้แบบไม่เป็นทางการของนักเรียนผ่านการแนะนำของครูและการอภิปรายร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาในระดับความรู้ความเข้าใจที่สูงขึ้น (Freudenthal, 1991 อ้างถึงใน Doorman and others, 2007: 406; Gravemejer, 1997: 322-327) การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในบริบทของการศึกษามี 2 ลักษณะ คือ 1) การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบ (horizontal mathematisation) เป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการจัดการและแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง และ 2) การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (vertical mathematisation) เป็นกระบวนการสร้างความรู้ภายในระบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบมีความเกี่ยวข้องกับการออกจากโลกชีวิตจริงไปสู่โลกของสัญลักษณ์ และการ

คิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้งเป็นการเคลื่อนย้ายอยู่ภายในโลกของสัญลักษณ์ (Treffers, 1978, 1987 อ้างถึงใน Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 4, 2003: 12)



แผนภาพที่ 1 การคิดค้นคณิตศาสตร์ (Reinvention) (Gravemeijer, 1997: 333)

การคิดค้นคณิตศาสตร์ (reinvention) ตามแนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (แสดงดังแผนภาพที่ 1) อาศัยกระบวนการแก้ปัญหาเชิงจริง โดยการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงเริ่มต้นจากการบรรยายปัญหาในบริบทชีวิตจริงให้มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น ใช้การสร้างแบบแผนและการระบุความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา มีการใช้สัญลักษณ์ที่สร้างขึ้นเองและมีความหมาย ซึ่งการบรรยายปัญหาเป็นการทำปัญหาให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นแล้วจึงลงมือแก้ปัญหาด้วยวิธีที่สร้างขึ้นเองไม่ใช่ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เป็นมาตรฐานซึ่งอาจมีความเป็นแบบแผนในระดับมากน้อยต่างกันไป จากนั้นจึงแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริงซึ่งสามารถแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริงได้ง่าย เนื่องจากสัญลักษณ์ที่ใช้เป็นสัญลักษณ์ที่ผู้แก้ปัญหาสร้างขึ้นเองและมีความหมาย จากการแก้ปัญหาในลักษณะดังกล่าวที่ใช้การบรรยายปัญหา การแก้ปัญหา และการแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริงนั้น เมื่อมีการให้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหาจะนำไปสู่กระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (vertical mathematisation) การบรรยายปัญหาโดยใช้กระบวนการทำให้ง่ายขึ้นและการทำให้เป็นแบบแผนสามารถพัฒนาภาษาแบบไม่เป็นทางการไปสู่ภาษาที่เป็นแบบแผนและเป็นมาตรฐานมากขึ้น และการใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันในระยะเวลาจนกลายเป็นกิจวัตรประจำสามารถพัฒนาไปสู่ขั้นตอนวิธีการที่เป็นแบบแผนได้ จากนั้นกระบวนการเรียนรู้ดังกล่าวนี้

จะนำไปสู่การสร้างความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน กระบวนการดังกล่าวนี้ เรียกว่า การคิดค้นคณิตศาสตร์ (Gravemeijer, 1997: 332-333)

ตัวอย่างการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง เริ่มต้นจากครูนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเหมาะสมและมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี ครูให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกแก่นักเรียนในระหว่างการแก้ปัญหา จากนั้นครูกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้น แล้วครูให้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันอีก เมื่อนักเรียนได้แก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน ขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการของนักเรียนจะถูกแปลให้เป็นขั้นตอนที่เป็นแบบแผนมากขึ้น ในการเรียนการสอนนี้ การอภิปรายถือเป็นกิจกรรมที่สำคัญอย่างหนึ่ง ประเด็นในการอภิปราย มุ่งเน้นที่ความถูกต้องของคำตอบ ความเพียงพอและประสิทธิภาพของวิธีการแก้ปัญหา และการตีความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา (Gravemeijer, 1997: 322-327)

หลักการสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงที่ใช้เป็นแนวทางในการออกแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วยหลักการสำคัญ 3 ประการ (Gravemeijer, 1997: 328-342; Gravemeijer and Terwel, 2000: 786-788) คือ

1) การคิดค้นแบบได้รับคำแนะนำ (Guided Reinvention) นักเรียนควรได้รับประสบการณ์ที่มีความคล้ายคลึงกับกระบวนการที่คณิตศาสตร์ถูกคิดค้นขึ้นโดยนักคณิตศาสตร์ ในกระบวนการเรียนการสอนควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์สถานการณ์จริง และได้รับคำแนะนำและการอำนวยความสะดวกจากครูเกี่ยวกับยุทธวิธีวิธีการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการ นักเรียนควรมีโอกาสในการคิดค้นการปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยกระบวนการเรียนรู้ควรเน้นที่กระบวนการมากกว่าผลลัพธ์การคิดค้นในทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2) ปรากฏการณ์วิทยาที่นำมาใช้สอน (Didactical Phenomenology) การสืบสวนสถานการณ์ที่มีหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ถูกประยุกต์อยู่นั้นจะช่วยให้ค้นพบชนิดของการประยุกต์ใช้ที่นำมาใช้ในการสอน และพิจารณาถึงความเหมาะสมของสถานการณ์ที่นำมาใช้ในกระบวนการการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบก้าวหน้า โดยจุดมุ่งหมายของการสืบสวนเชิงปรากฏการณ์วิทยา คือ การหาสถานการณ์ปัญหาที่มีความเฉพาะเจาะจงที่สามารถนำมาใช้ในการสรุปนัยทั่วไปได้ และหาสถานการณ์ที่สามารถนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพื้นฐานของการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้งได้ การกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องเสนอปัญหาเชิงบริบท

ชีวิตจริงที่ได้จากปรากฏการณ์ที่เป็นจริงและมีความหมายแก่นักเรียน ซึ่งช่วยสร้างและกระตุ้นกระบวนการเรียนรู้

3) โมเดลที่สร้างขึ้นเอง (Self-developed Model) โมเดลที่สร้างขึ้นเองทำหน้าที่เป็นตัวเชื่อมระหว่างความรู้แบบไม่เป็นทางการและคณิตศาสตร์แบบเป็นทางการ ในการเรียนรู้ต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้และพัฒนาโมเดลของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งโมเดลที่สร้างขึ้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้ โดยในช่วงแรกนักเรียนจะพัฒนาโมเดลของสถานการณ์ขึ้น ซึ่งเป็นโมเดลที่นักเรียนคุ้นเคย และหลังจากกระบวนการวางนัยทั่วไป และการสร้างแบบแผน โมเดลจะค่อยๆ กลายเป็นโมเดลสำหรับการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งเรียกว่าเป็นการเปลี่ยนจาก model-of เป็น model-for ตัวอย่างของโมเดล เช่น ภาพวาด แผนภาพ เส้นจำนวน ตาราง สมการ เป็นต้น จุดมุ่งหมายเบื้องต้นของการใช้โมเดลควรส่งเสริมให้นักเรียนให้สร้างคณิตศาสตร์โดยเริ่มต้นจากมุมมองของตนเอง ไม่ใช่จากมุมมองของผู้เชี่ยวชาญ

จากหลักการของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงที่ได้กล่าวข้างต้น มีความสอดคล้องกับแนวทางการส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังที่ Hughes-Hallett (2001: 94-98; 2003: 97) ได้ให้แนวทางในการพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรสอนคณิตศาสตร์ในบริบทที่นักเรียนมีความคุ้นเคย มีประสบการณ์ และมีความเข้าใจในบริบทนั้นอย่างเพียงพอ และมีความหมายต่อนักเรียน ซึ่ง De Lange (2003: 87-88) ได้ให้แนวทางในการพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรสอนคณิตศาสตร์ที่อยู่ในโลกจริงของนักเรียน สอนโดยใช้สถานการณ์จริงมาเชื่อมโยงและบูรณาการกับคณิตศาสตร์ และสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาในบริบทที่เหมาะสม ซึ่งมีความสอดคล้องกับหลักการของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง คือ การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริงมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับชีวิตจริง และใกล้ชิดกับประสบการณ์ของนักเรียน

นอกจากนี้ การรู้คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับความสามารถในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ในบริบทชีวิตจริง ดังนั้นความสามารถที่จำเป็นอีกประการหนึ่งของการรู้คณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการแก้ปัญห การส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหานั้น นักเรียนควรมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น การสอนกระบวนการแก้ปัญหานั้นเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาความสามารถการแก้ปัญหานั้น ดังที่ Baroody (1993) และ Kilpatrick (1989) (อ้างถึงใน

อัมพร ม้าคอง, 2553: 47-48) ได้ให้แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง คือ 1) การสอนผ่านการแก้ปัญหา 2) การสอนให้แก้ปัญหา 3) การสอนกระบวนการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (Define: D, Assess: A, Plan: P, Implement: I and Communicate: C) เป็นกระบวนการแก้ปัญหากลุ่มหนึ่งที่มีความยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน และมีประสิทธิภาพ ถูกออกแบบมาให้เหมาะสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC พัฒนาขึ้นจากการบูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya วิธีการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์ และวงจรการแก้ปัญหาทางอุตสาหกรรมตามแนวคิดของ Shewhart ดังนั้นกระบวนการแก้ปัญหานี้จึงเหมาะสำหรับนำมาใช้เพื่อสอนแก้ปัญหาทั้งในวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ สามารถนำไปใช้ได้ทั้งในและนอกห้องเรียน และใช้แก้ปัญหาที่พบในชีวิตจริง (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 234; Center for Mathematics, Science, and Technology [CeMaST], 1998: 10-11) กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ประกอบด้วยองค์ประกอบ 5 ประการ (CeMaST, 1998: 10-11) คือ

1) Define เป็นการกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน ในขั้นนี้อาจใช้การถามคำถาม การเก็บรวบรวมข้อมูลเบื้องต้น การเรียนรู้ศัพท์ใหม่หรือเนื้อหาใหม่ โดยทั่วไปแล้วปัญหามักถูกกำหนดจากประสบการณ์ของนักเรียน

2) Assess เป็นการประเมินสถานการณ์ปัญหา เก็บรวบรวมสารสนเทศต่างๆ ใช้ข้อมูลที่มีเพื่อสร้างข้อสรุปทั่วไปเป็นสมมติฐาน ในขั้นนี้อาจใช้การสืบสวนสอบสวนเพิ่มเติม ก่อนการสืบสวนสอบสวนหลักจะเริ่มขึ้น

3) Plan เป็นการวางแผนการแก้ปัญหาและการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมากมักใช้รูปแบบการทดลองเพื่อควบคุมตัวแปร

4) Implement เป็นการดำเนินการตามแผนที่วางไว้ เก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้มีความเหมาะสมมากขึ้น

5) Communicate เป็นการวิเคราะห์และประเมินผลการดำเนินการ และสื่อสารแลกเปลี่ยนผลลัพธ์กับผู้อื่น โดยประเมินความถูกต้องและความสอดคล้องของผลลัพธ์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการเขียนรายงานหรือการนำเสนอปากเปล่า หรือการสรุปผลโครงการ

ในการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC นั้นมีความยืดหยุ่น ไม่จำเป็นต้องทำตามลำดับขั้นตอน สามารถเริ่มที่ขั้นใดก็ได้ และสามารถข้ามบางขั้นหรือใช้บางขั้นซ้ำได้

ผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา โดยควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ด้วยวิธีการที่หลากหลาย (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 235-236; CeMaST, 1998: 10-11)

จากความสำคัญและแนวคิดดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาใช้ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อเป็นแนวทางในการนำไปใช้จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อให้ นักเรียนเกิดการพัฒนารู้อคณิตศาสตร์

คำถามการวิจัย

1. กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีลักษณะและขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนอย่างไร
2. การจัดการเรียนการสอนตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC สามารถส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นได้หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์การวิจัย

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีวัตถุประสงค์ ดังนี้

1. เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC
2. เพื่อศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC จากผล การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน ดังนี้

2.1 เปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC กับนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติหลังการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน โดยเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ในภาพรวม การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ และ การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

2.2 เปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

2.3 เปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

2.4 ศึกษาพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

สมมติฐานการวิจัย

แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงเป็นแนวคิดในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่มีจุดเน้น คือ การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากปัญหาในบริบทชีวิตจริง ให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ภายใต้การแนะนำของครู โดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริงมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นบริบทที่นักเรียนมีความผูกพัน คำนึง และ สามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดี และมีความหมายต่อนักเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับประสบการณ์เช่นเดียวกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้คิดค้นคณิตศาสตร์ขึ้นมา ให้นักเรียนพัฒนาและใช้โมเดลแบบไม่เป็นทางการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหา ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนพัฒนาขึ้นจากความรู้แบบไม่เป็นทางการของนักเรียนผ่านการแนะนำของครูและการทำงานหรืออภิปรายร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาระดับความรู้ความเข้าใจที่สูงขึ้น (Freudenthal, 1991 อ้างถึงใน Doorman and others, 2007: 406; Gravemeijer, 1997: 322-327) ซึ่งแนวคิดนี้มีความเหมาะสมกับการสอนที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริง (Cobb, 1994 อ้างถึงใน De Lange, 1996: 59) และสอดคล้องกับแนวทางการส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ คือ ควรสอนคณิตศาสตร์ในบริบทที่นักเรียนมีความคุ้นเคย มีประสบการณ์ และมีความเข้าใจในบริบทนั้นอย่างเพียงพอ และมี

ความหมายต่อนักเรียน (Hughes-Hallett, 2001: 94-98; 2003: 97) และควรสอนคณิตศาสตร์ที่อยู่ในโลกจริงของนักเรียน สอนโดยใช้สถานการณ์จริงมาเชื่อมโยงและบูรณาการกับคณิตศาสตร์ และสอนในทัศนคติทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาในบริบทที่เหมาะสม (De Lange, 2003: 87-88) จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัย พบว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงสามารถช่วยกระตุ้นและพัฒนาความรู้ในเนื้อหาวิชา ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหา และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ (Barnes, 2004; Uzel and Uyangor, 2006; Dickinson and others, 2010; Kwon, n.d.) นอกจากนี้ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่จำเป็นประการหนึ่งของการรู้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ในบริบทชีวิตจริงได้ ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการแก้ปัญหาระบบการหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความสามารถดังกล่าว เนื่องจากระบบการแก้ปัญหา DAPIC ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ที่ใช้ได้ทั้งในและนอกห้องเรียนและใช้แก้ปัญหาที่พบในชีวิตจริง มีความยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน และมีประสิทธิภาพ เหมาะสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 235; CeMaST, 1998: 10-11) ประกอบกับองค์ประกอบทั้งห้าประการของกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ซึ่งได้แก่ 1) Define การกำหนดหรือระบุปัญหา 2) Assess การประเมินสถานการณ์ปัญหา 3) Plan การวางแผนการแก้ปัญหา 4) Implement การดำเนินการตามแผนที่วางไว้ 5) Communicate การวิเคราะห์และประเมินผลการดำเนินการ และสื่อสารแลกเปลี่ยนผลลัพธ์กับผู้อื่น กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีความยืดหยุ่นในการนำใช้แก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา (CeMaST, 1998: 10-11) จากการศึกษาเอกสารพบว่า กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นได้ และเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ใช้แก้ปัญหาที่มีความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงกับชีวิตจริงได้ (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 235)

จากการศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยจึงกำหนดสมมติฐานการวิจัย ดังนี้

1. การรู้คณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

2. การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

3. การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

4. การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC สูงกว่าก่อนการทดลอง

5. การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติไม่แตกต่างจากก่อนการทดลอง

ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยและพัฒนา มุ่งพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC และศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยใช้การวิจัยกึ่งทดลองเป็นส่วนหนึ่งของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการทดลองเพื่อศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2

เหตุผลในการกำหนดประชากรเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เนื่องจากนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นเป็นนักเรียนที่อยู่ในระดับการศึกษาภาคบังคับ ซึ่งส่วนหนึ่งเป็นนักเรียนที่จะจบการศึกษาออกไปสู่การใช้ชีวิตในสังคม ดังนั้นจึงจำเป็นต้องได้รับการเตรียมความพร้อมให้มีความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะที่จำเป็น เพื่อการเป็นพลเมืองของสังคมและการใช้ชีวิตในปัจจุบัน และอนาคตอย่างมีคุณภาพ โดยนักเรียนจำเป็นต้องมีการรู้คณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ในชีวิตจริง

2. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรที่ใช้ในการทดลองเพื่อศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน ประกอบด้วย

2.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ กระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษา คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

2.2 ตัวแปรตาม คือ การรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเพื่อศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน คือ สารระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้น ในรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองเพื่อศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน คือ 15 สัปดาห์ รวม 45 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ตั้งแต่เดือนมิถุนายน 2555 ถึงเดือน กันยายน 2555

5. ขอบเขตของการรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ การรู้คณิตศาสตร์ครอบคลุมถึง ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการนำ ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาใน ชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้น เรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนำโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้และ ใช้อย่างไร

6. เนื้อหาในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์

ในงานวิจัยนี้ เนื้อหาที่ใช้ในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ครอบคลุมถึงปัญหาและ สถานการณ์ในโลกจริงที่นักเรียนมีโอกาสพบในชีวิตจริง ทั้งในด้านชีวิตส่วนตัว การเรียน การ ทำงาน และประเด็นสาธารณะ ซึ่งอาศัยการใช้งานและการใช้ประโยชน์จากความรู้คณิตศาสตร์ที่ นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนเพื่อเป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจ จัดการ และแก้ปัญหา เช่น การ อ่านแผนภูมิและตารางที่พบในข่าว การอ่านตารางการเดินรถ การอ่านแผนที่ การคำนวณเกี่ยวกับ ความเร็ว ระยะทาง และปริมาณน้ำมันที่ใช้ การเปรียบเทียบปริมาณ ความยาว พื้นที่ ปริมาตร และราคาเพื่อการตัดสินใจ ความรู้สึกเกี่ยวกับขนาดและพื้นที่ สถิติในชีวิตประจำวัน ความถูกต้อง

นำเชื่อถือของโพลและความเหมาะสมของวิธีการในการเก็บรวบรวมข้อมูลทางสถิติในสถานการณ์บ้านเมืองปัจจุบัน

คำนิยามศัพท์เฉพาะ

การศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education) หมายถึง แนวคิดในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่นำปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ด้วยการลงมือปฏิบัติภายใต้การแนะนำของครู ให้นักเรียนพัฒนาและใช้โมเดลแบบไม่เป็นทางการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหา ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนพัฒนาขึ้นจากความรู้อย่างไม่เป็นทางการของนักเรียนผ่านการแนะนำของครูและการทำงานหรืออภิปรายร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียนซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาในระดับความรู้ความเข้าใจที่สูงขึ้น

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC หมายถึง กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน และใช้แก้ปัญหาที่พบในชีวิตจริง ประกอบด้วยองค์ประกอบ 5 ประการ (CeMaST, 1998) คือ 1) Define การกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน 2) Assess การประเมินสถานการณ์ปัญหา เก็บรวบรวมสารสนเทศต่างๆ ใช้ข้อมูลที่มีเพื่อสร้างข้อสรุปทั่วไปเป็นสมมติฐาน 3) Plan การวางแผนการแก้ปัญหาและการเก็บรวบรวมข้อมูล 4) Implement การดำเนินการตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้มีความเหมาะสมมากขึ้น 5) Communicate การวิเคราะห์และประเมินผลการดำเนินการ และสื่อสารแลกเปลี่ยนผลลัพธ์กับผู้อื่น โดยการแก้ปัญหาไม่จำเป็นต้องทำตามลำดับขั้นตอนสามารถเริ่มที่ขั้นใดก็ได้และสามารถข้ามบางขั้นหรือใช้บางขั้นซ้ำได้ ผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดยนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มาใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีจุดมุ่งหมายเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีหลักการสำคัญ คือ 1) หลักการใช้บริบทชีวิตจริงและการเข้าใจปัญหา 2) หลักการคิดค้นคณิตศาสตร์และการสร้างความรู้ 3) หลักการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองจากการ

ประเมินสถานการณ์ปัญหา 4) หลักการมีปฏิสัมพันธ์และสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น
5) หลักการประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาที่หลากหลาย และมีขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอน
5 ชั้น ดังนี้

1) ชั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง

เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัว
เรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน

2) ชั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา

เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดย
เน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผน
ทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็น
ผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ หรือ
คอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย

3) ชั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน

เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติ
แก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการ
แก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียน
นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความ
เพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความ
สถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบ
ของตนเอง

4) ชั้นสร้างความเป็นแบบแผน

เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการ
อภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอน
วิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา
และใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนา
ความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่

5) ชั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์

เป็นชั้นของการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดยเน้นให้นักเรียนฝึกฝนและประยุกต์ใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ และปัญหาในชีวิตจริง

การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้และใช้อย่างไร ซึ่งสามารถวัดได้จากแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยการรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วยองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ ด้านความรู้ และด้านสมรรถนะ

1) **การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้** หมายถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและมีความสำคัญต่อการเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตจริง ประกอบด้วย

1.1) **ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ความหมาย โครงสร้างของคณิตศาสตร์ แนวคิด หลักการ กฎ สูตร ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์

1.2) **ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ขั้นตอนวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การใช้ศัพท์ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการอ่าน เขียนกราฟและตาราง

2) **การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ** หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนมาใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน ประกอบด้วย ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหาและการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนตามแนวการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

นักเรียน หมายถึง นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ได้แนวทางสำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องในการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมและพัฒนาการรู้คิดศาสตร์ของนักเรียน
2. การวิจัยนี้ช่วยสร้างความตระหนักแก่ผู้ที่เกี่ยวข้องในการส่งเสริมและพัฒนาการรู้คิดศาสตร์ของนักเรียน
3. กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คิดศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคิดศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นทางเลือกอีกแนวทางหนึ่งที่นักการศึกษาและครูจะสามารถนำไปใช้เพื่อพัฒนาการรู้คิดศาสตร์ให้แก่นักเรียน
4. กระบวนการในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คิดศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคิดศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC สามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนอื่นๆ ได้

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การรู้คณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของการรู้หนังสือ
- 1.2 ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์
- 1.3 ความสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์
- 1.4 ลักษณะสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์
- 1.5 องค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์
- 1.6 แนวทางการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์
- 1.7 การประเมินการรู้คณิตศาสตร์

2. การศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง

- 2.1 ความเป็นมาของแนวคิด
- 2.2 แนวคิด ทฤษฎี
- 2.3 หลักการสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง
- 2.4 แนวคิดในการจัดการเรียนการสอน

3. กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

- 3.1 ความเป็นมา
- 3.2 หลักการของกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC
- 3.3 แนวคิดในการจัดการเรียนการสอน

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. การรู้คิดศาสตร์

1.1 ความหมายของการรู้หนังสือ (Literacy)

Good (1973: 342) ให้ความหมายของ Literacy ในพจนานุกรมทางการศึกษาไว้ว่า หมายถึง ความสามารถในการอ่านและการเขียน

Moll (1994: 202 อ้างถึงใน Martin, 2007: 28) กล่าวว่า การรู้หนังสือ (Literacy) หมายถึง ความสามารถในการอ่าน การเขียน การพูด และการใช้ภาษา

Romberg (2001: 5) กล่าวว่า การรู้หนังสือ หมายถึง การใช้ภาษาของมนุษย์ ความสามารถของบุคคลในการอ่าน การเขียน การฟัง และการพูดภาษาใดภาษาหนึ่ง เป็นเครื่องมือที่สำคัญทำหน้าที่เป็นสื่อกลางในกิจกรรมทางสังคมของมนุษย์

Kouba and Champagne (1998: 2) กล่าวว่า การรู้หนังสือเป็นมากกว่าความสามารถในการอ่าน การเขียน การฟัง และการพูด แต่ยังหมายรวมถึงความสามารถในการสื่อสารและการใช้เหตุผลอีกด้วย

ราชบัณฑิตยสถาน (2551: 266) ให้ความหมายของ Literacy ในพจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ โดยแปลเป็นคำไทยว่า การรู้หนังสือ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการอ่านออก เขียนได้ คิดคำนวณได้ ในระดับที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้จริง และอธิบายเพิ่มเติมว่ามาตรฐานการรู้หนังสือของประชากรแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกัน

สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจันย์ (2549: 7) กล่าวว่า Literacy แต่เดิมใช้ในความหมายทางภาษา แปลเป็นไทยว่า อ่านออกเขียนได้ หมายถึง การใช้ภาษาเพื่ออ่าน เขียน ฟัง พูด ซึ่งภาษาเป็นเครื่องมือที่สำคัญของมนุษย์ แต่ในปัจจุบัน คำว่า Literacy ถูกใช้ในความหมายอื่นนอกจากด้านภาษาด้วย โดยคำไทยที่มีความหมายใกล้เคียงกับคำว่า Literacy คือ การรู้เรื่อง

จากความหมายของการรู้หนังสือที่รวบรวมไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การรู้หนังสือเป็นความสามารถของบุคคลในการใช้ภาษาทั้งการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน ในระดับที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์เพื่อเป็นสื่อกลางในการทำความเข้าใจและการสื่อสาร

1.2 ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ พบว่า นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงการรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และคำอื่นๆ ที่มีความหมายใกล้เคียงกับการรู้คณิตศาสตร์ ได้แก่ Quantitative Literacy, Quantitative Reasoning, Functional Mathematics, Mathematical Proficiency และ Numeracy โดย Quantitative Literacy, Quantitative Reasoning และ Mathematical Proficiency ใช้ในสหรัฐอเมริกา Functional Mathematics ใช้ในสหราชอาณาจักร Numeracy เริ่มใช้ในประเทศอังกฤษ และ Mathematical Literacy ใช้แพร่หลายโดยทั่วไป คำต่างๆ เหล่านี้ล้วนมีความหมายใกล้เคียงกัน (Hoogland, 2003: 1; Jablonka, 2003: 76-77; Van Groenestijn, 2003: 229-230; Burkhardt, 2007: 138; Steen and others, 2007: 285) ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า การรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ซึ่งเป็นคำที่ใช้แพร่หลายโดยทั่วไป นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Good (1973: 353) ให้ความหมายของ Mathematical Literacy ในพจนานุกรมทางการศึกษาไว้ว่าหมายถึง การรู้หลักการพื้นฐานและเทคนิคซึ่งเป็นสมรรถนะการใช้งานทางคณิตศาสตร์

Martin (2007: 29) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง การที่บุคคลสามารถใช้คณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล วิเคราะห์ คิดหาวิธี และแก้ปัญหาในสถานการณ์ของโลกจริง บุคคลผู้รู้คณิตศาสตร์เป็นประชากรที่รอบรู้และเป็นผู้บริโภคที่ชาญฉลาด ซึ่งมีความสามารถในการตีความและวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารจำนวนมากที่ไหลบ่าเข้ามาสู่ชีวิตในแต่ละวันทั้งจากหนังสือพิมพ์ โทรทัศน์ และอินเทอร์เน็ต

Yore, Pimm, and Tuan (2007: 574) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์มีความหมายมากกว่าการเข้าใจสาระสำคัญของคณิตศาสตร์ แต่เกี่ยวข้องกับการรู้หลักการพื้นฐานและความสามารถส่วนบุคคลในการใช้การคิดในเชิงคณิตศาสตร์ การสร้างความเข้าใจ และการแก้ปัญหา

Steen, Turner, and Burkhardt (2007: 285) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ความรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในความท้าทายที่พบในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

De Lange (2003: 77, 80) กล่าวว่า สิ่งสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์ คือ การรู้จักเลือกใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่หลากหลาย และการรู้คณิตศาสตร์มีลักษณะที่ไม่เป็นแบบแผนแต่เป็นการหยั่งรู้ ไม่เป็นนามธรรมแต่อิงบริบท ไม่เน้นสัญลักษณ์แต่เน้นรูปธรรม

Jablonka (2003: 78) กล่าวถึงการรู้คณิตศาสตร์ในด้านการใช้ประโยชน์จากความรู้คณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่าการรู้คณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการใช้และประยุกต์ความรู้คณิตศาสตร์ในการปฏิบัติและการใช้งาน

Orpwood and Garden (1998: 62) อธิบายความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ดังที่ได้ใช้ในการศึกษาวิจัยของ TIMSS ไว้ว่าเป็นความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ที่เรียนในโรงเรียนในสถานการณ์ชีวิตประจำวัน ซึ่งไม่ใช่เพียงแค่นักเรียนสามารถคิดคำนวณหรือจัดการกับภาระกิจในบ้านและกิจกรรมยามว่างแบบง่ายๆ เท่านั้น แต่นักการศึกษาคณิตศาสตร์ต้องการให้นักเรียนตระหนักว่าเมื่อใดควรนำเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อทำความเข้าใจข้อมูลข่าวสารบนหน้าหนังสือพิมพ์หรือสื่อสิ่งพิมพ์ต่างๆ เพื่อเป็นตัวช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับการเงินหรือการลงทุนส่วนบุคคล และเพื่อสร้างความกระจ่างในสิ่งที่ซ่อนอยู่ในโครงการด้านสังคมและเศรษฐกิจของท้องถิ่นหรือรัฐบาล นอกจากนี้นักเรียนควรสามารถประยุกต์ใช้ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบททางสังคมที่กว้างขึ้นจากที่พบในชั้นเรียน

OECD (2003: 24) ให้ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถของบุคคลในการระบุและเข้าใจบทบาทคณิตศาสตร์ที่มีในโลกหรือในชีวิตจริง สามารถตัดสินใจปัญหาต่างๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ มีความผูกพันกับคณิตศาสตร์ รู้จักใช้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาและตอบสนองความต้องการในชีวิต

สูนีย์ คล้ายนิล และคณะ (2549: 1) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์ มีความหมายมากกว่าการคิดเลขและการทำโจทย์ การรู้จักรูปคณิตศาสตร์ หรือการจัดการข้อมูล แต่หมายรวมถึงรู้ขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์ สามารถติดตามและประเมินข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ เสนอปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เลือกรูปการนำเสนอสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ และสามารถตัดสินใจปัญหาบนพื้นฐานของคณิตศาสตร์เพื่อแสดงว่าเป็นประชากรที่มีความคิดสร้างสรรค์และรอบคอบ

ราชบัณฑิตยสถาน (2553: 4) ให้ความหมายของ Mathematical Literacy ในพจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ โดยแปลเป็นคำไทยว่า การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง การรู้คณิตศาสตร์ทั้งในแง่ความคิดรวบยอดและขั้นตอน วิธีการนำไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ รวมทั้งการแก้ปัญหา โดยใช้เหตุผล การคิดวิเคราะห์ และการสื่อความหมาย การรู้คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน ประกอบด้วยความรู้ความเข้าใจเรื่องจำนวนและสัญลักษณ์ ตลอดจนการนำไปใช้แก้ปัญหา

Burkhardt (2007: 137-138) กล่าวถึงความหมายของ Quantitative Literacy หมายถึง การคิดเกี่ยวกับปัญหาในชีวิตประจำวันโดยใช้คณิตศาสตร์ นอกจากนี้ Quantitative Literacy เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ในทัศนและทักษะทางคณิตศาสตร์ได้ดี โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับผู้ที่มีผลสัมฤทธิ์คณิตศาสตร์ไม่สูงนัก

Qualifications and Curriculum Authority (QCA) (อ้างถึงใน Brown and others, 2006) ให้ความหมายของ Functional Mathematics ว่าหมายถึง การที่บุคคลมีความเข้าใจในทัศนทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอและรู้ว่าจะใช้ทัศนดังกล่าวเมื่อไรและใช้อย่างไร

Evans (2000: 236) กล่าวว่า Numeracy หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการ การแปลความ และการสื่อสารในเชิงจำนวน ปริมาณ ปริภูมิ สถิติ และข้อมูลสารสนเทศเชิงคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมกับบริบทที่หลากหลาย เข้าร่วมกิจกรรมของสังคมในฐานะที่เป็นส่วนหนึ่งของสังคมและวัฒนธรรมได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ราชบัณฑิตยสถาน (2553: 27) ให้ความหมายของ Numeracy ในพจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ โดยแปลเป็นคำไทยว่า ความสามารถเชิงตัวเลข หมายถึง ความสามารถเกี่ยวกับทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อชีวิตประจำวัน และความสามารถเข้าใจสารสนเทศเชิงคณิตศาสตร์ เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง

จากความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ที่รวบรวมไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถของบุคคลในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนำทัศนทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้และใช้อย่างไร ผู้ที่รู้คณิตศาสตร์ที่แท้จริงไม่ใช่เพียงเป็นผู้มีความรู้มากในวิชาคณิตศาสตร์ แต่ต้องสามารถประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะในสถานการณ์ต่างๆ ที่พบได้อย่างเหมาะสม และสามารถตัดสินใจได้ว่าทัศนใดควรนำมาใช้ในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งไม่ใช่เพียงคุ้นเคยกับคณิตศาสตร์แต่เต็มเปี่ยมไปด้วยความเข้าใจอย่างแท้จริง

1.3 ความสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์

การรู้คณิตศาสตร์เป็นทักษะชีวิตอย่างหนึ่งซึ่งเป็นพื้นฐานที่มีความจำเป็นเช่นเดียวกับการรู้หนังสือ ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้และฝึกฝน (Devlin, 2000: 24; Watson, 2002: 157) ในโลกปัจจุบันบุคคลต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งในการดำเนินชีวิตประจำวัน ความรู้และความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์ช่วยให้เข้าใจประเด็นหรือความจำเป็นต่างๆ อย่างมีความหมายและทำให้ภารกิจสำเร็จลุล่วง การขาดความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล อาจทำให้เกิดการตัดสินใจที่ผิดพลาดหรือสับสนในชีวิตการทำงานและชีวิตส่วนตัว เช่นผู้ที่ตัดสินใจอย่างไร้ข้อมูลข่าวสาร (สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549: 8, 13) กิจกรรมของมนุษย์ และกิจกรรมทางสังคมต้องการการรู้คณิตศาสตร์เพื่อการใช้งานและเพื่อเตรียมคนในการใช้ชีวิต มีความเข้าใจ และกระทำอย่างมีวิจารณญาณ (Yore and others, 2007: 574) ดังนั้น ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นักเรียนจึงไม่เรียนรู้เฉพาะแต่มีทศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ต้องเรียนรู้การใช้แนวคิดเหล่านี้เพื่อแก้ปัญหาแปลกใหม่และเรียนรู้การคิดในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลายให้เป็นคณิตศาสตร์อีกด้วย

การรู้คณิตศาสตร์เป็นจุดมุ่งหมายหลักอย่างหนึ่งของการจัดการศึกษาในโรงเรียนยุคปัจจุบัน การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนต้องมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการรู้คณิตศาสตร์ นั่นคือสามารถเลือกและประยุกต์ใช้ความรู้และวิธีการที่มีความเหมาะสมกับสถานการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นภายนอกโรงเรียน และเตรียมความพร้อมให้แก่ นักเรียนทุกคนเพื่อการใช้ชีวิตในสังคมที่มีความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี (Watson, 2002: 157; Steen and others, 2007: 286)

1.4 ลักษณะสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์

การรู้คณิตศาสตร์มีลักษณะสำคัญที่แตกต่างจากคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาวิชา ดังที่ De Lange (2003: 80) ได้กล่าวว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นที่ความรู้ในเนื้อหาวิชา แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นที่การใช้คณิตศาสตร์ในโลกจริง นอกจากนี้ Steen and others (2007: 289) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์ไม่ได้ต้องการเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่พิเศษหรือแปลกใหม่ แต่ต้องการการเลือกหาเนื้อหาที่เหมาะสมสำหรับแต่ละบริบทเท่านั้น ซึ่ง Steen and others อธิบายความแตกต่างของการรู้คณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ในโรงเรียนว่า

*คณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นการใช้คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนในระดับเบื้องต้น
แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นการใช้คณิตศาสตร์เบื้องต้นในระดับที่ซับซ้อน*

การรู้คณิตศาสตร์ใช้ข้อมูลที่เป็นจริง กระบวนการที่แปลกใหม่ และการใช้เหตุผลที่ซับซ้อน แต่ต้องการเพียงเนื้อหาคณิตศาสตร์เบื้องต้นเท่านั้น ในทางตรงกันข้ามคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมีลักษณะเป็นมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม ใช้จำนวนง่าย ๆ กระบวนการที่ตรงไปตรงมา และการประยุกต์ที่เป็นแบบแผน (Steen and others, 2007: 289)

การรู้คณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ดังที่ Hughes-Hallett (2003: 92) กล่าวว่า การจะสามารถเข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์ในบริบทได้นั้น จำเป็นต้องมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วย แม้ว่าความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์พื้นฐาน จะไม่ได้เป็นเครื่องยืนยันถึงการรู้คณิตศาสตร์ แต่การขาดความรู้พื้นฐานนี้จะไม่ทำให้เกิดการรู้คณิตศาสตร์ได้

นอกจากนี้ Jablonka (2003: 84-96) ได้กล่าวถึง การรู้คณิตศาสตร์ 5 ประเภท ตามจุดมุ่งหมายของการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การรู้คณิตศาสตร์เพื่อการพัฒนามนุษย์ เน้นที่ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแปลความและจัดการชีวิตประจำวัน ซึ่งแนวคิดหลักคือ ปัญหาทุกชนิดสามารถสร้างเป็นโมเดลทางคณิตศาสตร์และแก้ได้ด้วยเทคนิคทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นปัญหาในชีวิตประจำวัน การทำงาน รวมถึงปัญหาในระดับโลก เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการครอบคลุมถึงเนื้อหาคณิตศาสตร์ทั้งหมด

2. การรู้คณิตศาสตร์เพื่อความเป็นเอกลักษณ์ทางวัฒนธรรม เป็นที่ยอมรับในประเทศกำลังพัฒนา ซึ่งพบว่ามีความแตกต่างอย่างมากระหว่างคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเรียนในโรงเรียนกับคณิตศาสตร์ที่นักเรียนใช้ในชีวิตประจำวันและในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน แนวคิดนี้สนับสนุนการให้ความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการในหลักสูตรให้มากขึ้น คณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการนี้ คือ การรู้คณิตศาสตร์นั่นเอง

3. การรู้คณิตศาสตร์เพื่อการเปลี่ยนแปลงทางสังคม การรู้คณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการมองความเป็นจริงที่แตกต่างออกไปและเปลี่ยนแปลงสิ่งต่างๆ การรู้คณิตศาสตร์นำไปสู่ความเป็นประชากรที่มีความคิด คณิตศาสตร์ควรเน้นที่การพิจารณาประเด็นวิกฤติทางสังคมและการเมือง โดยเฉพาะในแงุ่มุมที่เกี่ยวข้องกับสถิติ วิชาอื่นๆ ควรนำมาเชื่อมโยงและใช้เป็นส่วนหนึ่งของโปรแกรมการเรียนการรู้คณิตศาสตร์

4. การรู้คณิตศาสตร์เพื่อความตระหนักในสิ่งแวดล้อม ความคิดว่าคณิตศาสตร์ให้ประโยชน์แก่อุตสาหกรรมและวิทยาศาสตร์ เพื่อพัฒนาชีวิตและความเป็นอยู่ของประชากร ได้รับการยอมรับอย่างแพร่หลายทั่วโลก แต่บุคคลผู้สนับสนุนการรู้คณิตศาสตร์เพื่อความตระหนัก

ในสิ่งแวดล้อมเห็นว่า คณิตศาสตร์นำไปสู่เทคโนโลยีทางการทหารและมลพิษจำนวนมากจากโรงงานอุตสาหกรรม และต้องการเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปสู่การวิเคราะห์เกี่ยวกับปัญหาสิ่งแวดล้อมระดับโลกในทุกกลุ่มคนให้ตระหนักในบทบาทของคณิตศาสตร์ ประเด็นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เพื่อสิ่งแวดล้อมหรือคณิตศาสตร์สีเขียวควรได้รับการพูดถึง เพื่อการสร้างสรรค์และพัฒนา

5. การรู้คณิตศาสตร์เพื่อการประเมินคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ถูกใช้โดยแพร่หลายในสังคม ทั้งในการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ในการอภิปรายทางการเมืองเกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข ในการนำเสนอโมเดลหรือแผนภาพ ในด้านเทคโนโลยี การรู้คณิตศาสตร์ในแนวคิดนี้รวมถึงการเรียนรู้เพื่อระบุ ประเมินคณิตศาสตร์และบทบาทของคณิตศาสตร์ ในการเรียนคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการอภิปรายและการพูดคุยในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

จากลักษณะสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า การรู้คณิตศาสตร์มีลักษณะสำคัญที่แตกต่างจากคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาวิชา คือ คณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นที่ความรู้ในเนื้อหาวิชา แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นที่การใช้งานคณิตศาสตร์ในโลกจริง ซึ่งเป็นการนำความรู้คณิตศาสตร์มาใช้เพื่อแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและซับซ้อน โดยการรู้คณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

1.5 องค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Kilpatrick (2001: 106-108) กล่าวถึง องค์ประกอบของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Proficiency) ประกอบด้วย

1. ความเข้าใจในทัศน์ (Conceptual Understanding) หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

2. ความคล่องแคล่วเกี่ยวกับกระบวนการ (Procedural Fluency) หรือทักษะของนักเรียนในการใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างยืดหยุ่น ถูกต้องแม่นยำ มีประสิทธิภาพ และเหมาะสม

3. สมรรถนะเกี่ยวกับยุทธวิธี (Strategic Competence) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการสร้าง แสดง และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. การให้เหตุผล (Adaptive Reasoning) หมายถึง ความสามารถในการคิดเชิงตรรกะ การไตร่ตรอง การอธิบาย และการตัดสินใจโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์

5. คุณลักษณะและการเห็นประโยชน์ (Productive Disposition) ประกอบด้วย การที่นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความหมาย มีประโยชน์ และมีคุณค่า และมีความเชื่อในคุณค่าของความขยันหมั่นเพียรในการทำงานและมีความตระหนักในตนเองว่านักคิดทางคณิตศาสตร์

Niss (2003: 218-219) กล่าวถึง สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Competencies) ว่าประกอบด้วยสมรรถนะ 8 สมรรถนะ ดังนี้

1. การคิดเป็นคณิตศาสตร์ (Thinking Mathematically)

1.1 การตั้งคำถามในเชิงคณิตศาสตร์และการรู้ลักษณะของคำตอบจากคณิตศาสตร์ ซึ่งไม่จำเป็นต้องตอบคำถามได้ หรือรู้วิธีการหาคำตอบ

1.2 การเข้าใจและการจัดการกับขอบข่ายและข้อจำกัดของมโนทัศน์ที่กำหนดให้

1.3 การขยายขอบข่ายของมโนทัศน์หนึ่งโดยการทำให้สมบัติบางข้อของมโนทัศน์นั้นเป็นนามธรรม เช่น การวางนัยทั่วไปของผลลัพธ์เพื่อขยายขอบเขตของสิ่งนั้น

1.4 การแยกแยะความแตกต่างระหว่างข้อความคณิตศาสตร์ชนิดต่างๆ ได้แก่ข้อความเงื่อนไข ข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ สมมติฐาน คำนิยาม ทฤษฎี การคาดเดา

2. การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (Posing and Solving Mathematical Problems)

2.1 การกำหนดปัญหา การตั้งปัญหา และการระบุปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ชนิดต่างๆ ทั้งในเชิงคณิตศาสตร์หรือเชิงประยุกต์ ปัญหาปลายเปิดหรือปัญหาปลายปิด

2.2 การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ชนิดต่างๆ ในเชิงคณิตศาสตร์หรือเชิงประยุกต์ ปัญหาปลายเปิดหรือปัญหาปลายปิด ทั้งที่ตั้งโดยผู้อื่นหรือด้วยตนเอง

3. การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Modeling Mathematically) เช่น การวิเคราะห์และสร้างตัวแบบ

3.1 การวิเคราะห์หลักการพื้นฐานและสมบัติของตัวแบบที่มีอยู่ ได้แก่ การประเมินขอบเขตและความตรงของตัวแบบ

3.2 การถอดรหัสตัวแบบที่มีอยู่ เช่น การแปลความและการตีความส่วนประกอบของตัวแบบ

3.3 การนำเสนอการสร้างตัวแบบที่สอดคล้องกับบริบทที่กำหนดให้ ได้แก่ โครงสร้าง การคิดในเชิงคณิตศาสตร์ การทำงานกับตัวแบบในการแก้ปัญหา ความตรงของตัวแบบทั้งภายในและภายนอก การวิเคราะห์และสังเคราะห์ตัวแบบทั้งในตัวแบบเองและกับตัวแบบอื่นที่เป็นไปได้ การสื่อสารเกี่ยวกับตัวแบบและผลของตัวแบบ การตรวจสอบและควบคุมกระบวนการทั้งหมดในการสร้างตัวแบบ

4. การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Reasoning Mathematically)

4.1 การติดตามและประเมินข้อโต้แย้งของผู้อื่น

4.2 การรู้ว่าสิ่งใดเป็นการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สิ่งใดไม่เป็น และรู้ว่า การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ต่างจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ชนิดอื่น ๆ อย่างไร เช่น ยุทธวิธีที่ใช้

4.3 การเปิดเผยความคิดที่เป็นพื้นฐานในการโต้แย้งที่กำหนดให้ (โดยเฉพาะอย่างยิ่งการพิสูจน์) ได้แก่ การแยกแยะใจความสำคัญออกจากรายละเอียด การแยกแยะความคิดออกจากหลักการ

4.4 การสร้างข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ และแปลงยุทธวิธีการโต้แย้งไปสู่การพิสูจน์ที่สมเหตุสมผล เช่น การพิสูจน์ข้อความ

5. การแสดงเครื่องหมายแทนวัตถุหรือสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ (Representing Mathematical Entities)

5.1 การเข้าใจและการใช้ประโยชน์ ได้แก่ การถอดรหัส การตีความ และการแยกแยะความแตกต่างของการแสดงเครื่องหมายแทนวัตถุ ปรากฏการณ์ และสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ชนิดต่างๆ

5.2 การเข้าใจและการใช้ประโยชน์จากความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงเครื่องหมายแทนชนิดต่างๆ ของวัตถุและสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นสิ่งเดียวกัน ซึ่งได้แก่ การรู้เกี่ยวกับจุดแข็งและข้อจำกัดของการแสดงเครื่องหมายแทนชนิดต่างๆ นั้น

5.3 การเลือกและการเปลี่ยนการแสดงเครื่องหมายแทนชนิดต่างๆ

6. การจัดการกับสัญลักษณ์และแบบแผนทางคณิตศาสตร์ (Handling Mathematical Symbols and Formalisms)

6.1 การถอดรหัสและการตีความสัญลักษณ์และแบบแผนของภาษาทางคณิตศาสตร์ และการเข้าใจความสัมพันธ์ของสัญลักษณ์และแบบแผนของภาษาทางคณิตศาสตร์กับภาษาธรรมดา

6.2 การเข้าใจธรรมชาติและกฎของระบบทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน ทั้งโครงสร้างไวยากรณ์และความหมาย

6.3 การแปลความจากภาษาธรรมดาเป็นภาษาสัญลักษณ์

6.4 การควบคุมและจัดการกับข้อความและคำบรรยายที่ประกอบด้วยสัญลักษณ์และสูตร

7. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารด้วยคณิตศาสตร์ และการสื่อสารเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Communicating in, with, and about Mathematics)

7.1 การเข้าใจข้อความที่ผู้อื่นเขียน พูด ในภาษาต่างๆ ที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

7.2 การบรรยายเป็นคำพูดหรือรูปแบบของการเขียนได้อย่างถูกต้องตามทฤษฎีในระดับต่างๆ

8. การใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Making Use of Aids and Tools) รวมถึงเทคโนโลยีสารสนเทศ

8.1 การรู้จักและรู้สมบัติของตัวช่วยและเครื่องมือต่างๆ ในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ และรู้ความแตกต่างและข้อจำกัดของตัวช่วยและเครื่องมือดังกล่าว

8.2 สามารถใช้ตัวช่วยและเครื่องมือดังกล่าวได้อย่างได้รตรง

ทั้งนี้ Niss (2003: 218-219) กล่าวว่า สมรรถนะดังกล่าวข้างต้น แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

กลุ่มที่ 1 สมรรถนะที่เป็นความสามารถในการถามและตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์และโดยการใช้คณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ การคิดเป็นคณิตศาสตร์ การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์

กลุ่มที่ 2 สมรรถนะที่เป็นความสามารถในการจัดการกับภาษาและเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ การแสดงเครื่องหมายแทนวัตถุหรือสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ การจัดการกับสัญลักษณ์และแบบแผนทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และ การใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ

OECD (2003: 30-48) และ สุณีย์ คล้ายนิล และคณะ (2549: 16-22) กล่าวถึง องค์ประกอบในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ 3 ด้าน คือ

1. สถานการณ์หรือบริบทของปัญหา (Situations or Contexts) การใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลาย ได้แก่

- 1.1 ชีวิตส่วนตัว
- 1.2 ชีวิตในโรงเรียน ชีวิตการทำงาน และเวลาว่าง
- 1.3 ชุมชนและท้องถิ่น
- 1.4 ชุมชนในโลกวิทยาศาสตร์

2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ (Mathematical Content) ได้แก่

2.1 ปริมาณ (Quantity) จำนวน ความสัมพันธ์ของปริมาณ และแบบรูป การใช้จำนวนเพื่อแสดงปริมาณ และการนับและการวัด กระบวนการและความเข้าใจเรื่องจำนวนที่นำมาใช้ในเรื่องต่างๆ อย่างหลากหลาย

2.2 ที่ว่างและรูปร่าง (Space and Shape) มิติ เรขาคณิต รูปร่าง รูปเรขาคณิตสามมิติ สมบัติของวัตถุและตำแหน่งเปรียบเทียบของวัตถุ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างและภาพในความคิดหรือภาพที่เห็น ความเข้าใจในรูปร่างสามมิติที่แสดงแทนออกมาในภาพสองมิติ ความเข้าใจในเรื่องเงา และภาพที่มีความลึก (perspective)

2.3 การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationship) ความสัมพันธ์ ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร สมการและอสมการ

2.4 ความไม่แน่นอน (Uncertainty) ความน่าจะเป็น สถิติ การเก็บข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ความน่าจะเป็นและการอ้างอิง

3. สมรรถนะ (Competencies) ที่ควรได้รับการกระตุ้นให้สามารถเชื่อมโยงกับโลกจริงที่ปัญหาเกิดขึ้นโดยใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหา ได้แก่

3.1 การคิดและการใช้เหตุผล (Thinking and Reasoning) สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับความสามารถในการตั้งคำถาม รู้คำตอบทางคณิตศาสตร์ บอกความแตกต่างของประโยค (Statements) (เช่น บทนิยาม ทฤษฎี การคาดเดา สมมติฐาน ตัวอย่าง ฯลฯ) และความเข้าใจและการใช้ข้อจำกัดของคณิตศาสตร์

3.2 การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation) เกี่ยวข้องกับการรู้จักการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (และรู้ว่าการพิสูจน์แตกต่างจากการใช้เหตุผลอย่างไร) สามารถติดตามและประเมินการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ มีความรู้สึกถึงความจริง (รู้ว่าอะไรเกิดขึ้นได้/ไม่ได้ และทำไม) และสามารถสร้างและแสดงการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

3.3 การสื่อสาร (Communication) เกี่ยวข้องกับการแสดงออกของตนเอง ความสามารถที่ทำให้ผู้อื่นเข้าใจตน โดยวิธีการต่างๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ ทั้งในรูปของการพูดและการเขียน และสามารถเข้าใจการพูดและการเขียนของผู้อื่นด้วยเช่นกัน

3.4 การสร้างตัวแบบ (Modeling) เกี่ยวข้องกับการวางโครงสร้างของสถานการณ์ที่จะต้องนำมาสร้างเป็นตัวแบบ (model) การแปลความเป็นจริงให้เข้าสู่โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ประเมินความน่าเชื่อถือของตัวแบบ วิเคราะห์ วิจาร์ณ ตัวแบบและผลที่เกิดขึ้น สื่อสารแนวคิดของตัวแบบและผล (รวมทั้งข้อจำกัด) การติดตามและควบคุมกระบวนการของการสร้างตัวแบบ

3.5 การตั้งและการแก้ปัญหา (Problem Posing and Solving) เป็นสมรรถนะที่เกี่ยวข้องกับการตั้งคำถาม การสร้างเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ และการนิยามปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่างๆ (เช่น การแก้ ประยุกต์ คำถามเปิด คำถามปิด) และการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์แบบต่างๆ โดยวิธีการที่หลากหลาย

3.6 การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) สมรรถนะด้านนี้เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส (decoding) และการจัดเป็นรหัส (encoding) การแปลความ การตีความ และการบอกความแตกต่างของการแสดงเครื่องหมายของคณิตศาสตร์แบบต่างๆ และความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงเครื่องหมายแทนแบบต่างๆ การเลือกและการเปลี่ยนระหว่างรูปแบบต่างๆ ของการแสดงเครื่องหมายแทนที่สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์

3.7 การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ (Using Symbolic, Language and Operation) เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส การตีความสัญลักษณ์ ภาษาคณิตศาสตร์

และการเข้าใจความเชื่อมโยงของภาษาคณิตศาสตร์กับภาษาธรรมดา การแปลความจากภาษาธรรมดาไปเป็นสัญลักษณ์หรือภาษาคณิตศาสตร์ สามารถจัดการกับประโยคหรือพจน์ที่มีสัญลักษณ์และสูตร ความสามารถในการใช้ตัวแปร การแก้สมการและการคำนวณ

3.8 ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using Aids and Tools) สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับความรู้ และความสามารถในการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (รวมทั้งเครื่องมือทางเทคโนโลยีสารสนเทศ) ที่สามารถช่วยกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังหมายถึงรวมถึงความรู้ถึงข้อจำกัดของเครื่องมือต่างๆ ด้วย

บุคคลผู้รู้คณิตศาสตร์จำเป็นต้องมีสมรรถนะต่างๆ เหล่านี้ ซึ่งแต่ละบุคคลอาจมีสมรรถนะต่างๆ ในระดับที่แตกต่างกันไป นอกจากนี้จะต้องมีความมั่นใจในความสามารถของตนในการใช้คณิตศาสตร์ และมีความซาบซึ้งในคณิตศาสตร์อีกด้วย

Steen (2001: 7-9) กล่าวถึงรายละเอียดของ Quantitative Literacy ซึ่งสอดคล้องกับการรู้คณิตศาสตร์ ว่ามีองค์ประกอบดังนี้

1. ความมั่นใจในคณิตศาสตร์ (Confidence with Mathematics) รู้สึกสบายใจกับความคิดเกี่ยวกับปริมาณ และการประยุกต์ใช้วิธีการเชิงปริมาณ บุคคลผู้มีความมั่นใจในคณิตศาสตร์มักจะใช้การประมาณค่าในใจ แปลความและตรวจสอบข้อมูลสารสนเทศต่างๆ ความมั่นใจตรงข้ามกับความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์

2. ความซาบซึ้งในคณิตศาสตร์ (Cultural Appreciation) เข้าใจธรรมชาติและประวัติของคณิตศาสตร์ บทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีต่อการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์และความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี และความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่มีต่อการทำความเข้าใจประเด็นสาธารณะต่างๆ

3. การตีความหมายของข้อมูล (Interpreting Data) ใช้เหตุผลกับข้อมูล การอ่านกราฟ การหาข้อสรุป และตระหนักถึงแหล่งที่มาของข้อผิดพลาด ซึ่งต่างจากคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมที่ใช้ข้อมูลเป็นศูนย์กลาง แทนที่จะเป็นการคำนวณ หรือความสัมพันธ์

4. การคิดเชิงตรรกะ (Logical Thinking) วิเคราะห์หลักฐาน ให้เหตุผลอย่างระมัดระวัง เข้าใจข้อโต้แย้ง ตั้งคำถามเกี่ยวกับข้อตกลงเบื้องต้น ป้องกันความผิดพลาด และประเมินความเสี่ยง บุคคลผู้มีนิสัยแห่งการสืบสอบจะไม่ยอมรับคุณค่าที่ผิวเผินเพียงเล็กน้อย แต่จะมองลึกลงไปใต้ผิวภายนอก เนื่องจากต้องการข้อมูลสารสนเทศที่เหมาะสมเพื่อทำความเข้าใจสาระสำคัญ

5. การตัดสินใจ (Making Decisions) การใช้คณิตศาสตร์เพื่อตัดสินใจและแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน บุคคลผู้มีนิสัยเช่นนี้ คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นเพียงสิ่งที่อยู่ภายในห้องเรียนเท่านั้น แต่เป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับชีวิต ซึ่งมีประโยชน์และฝังแน่นอยู่กับการอ่านและการพูด

6. คณิตศาสตร์ในบริบท (Mathematics in Context) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์เฉพาะซึ่งบริบททำให้เกิดความหมาย การใช้ระบบสัญลักษณ์ ยุทธวิธี การแก้ปัญหา และมาตรฐานของความสามารถขึ้นอยู่กับบริบทเฉพาะ

7. ความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) มีการหยั่งรู้เกี่ยวกับความหมายของจำนวน มีความมั่นใจในการประมาณค่า และมีสามัญสำนึกในการใช้จำนวนในการวัดสิ่งต่างๆ

8. ทักษะในการปฏิบัติ (Practical Skills) รู้ว่าจะแก้ปัญหาเชิงปริมาณที่มักพบที่บ้านและที่ทำงานอย่างไร บุคคลผู้มีทักษะนี้จะประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานในสถานการณ์ทั่วไปที่หลากหลายได้อย่างกว้างขวาง

9. ความรู้พื้นฐาน (Prerequisite Knowledge) การมีความสามารถในการใช้เครื่องมือทางพีชคณิต เรขาคณิต และสถิติได้อย่างกว้างขวาง เป็นความต้องการในการศึกษาหลายสาขาหลังจากชั้นมัธยมศึกษา

10. ความรู้สึกเกี่ยวกับสัญลักษณ์ (Symbol Sense) การใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตอย่างสบายใจ รู้สึกไม่ยากลำบากในการอ่านหรือแปลความสัญลักษณ์เหล่านั้น และแสดงออกถึงความรู้สึกที่ดีต่อโครงสร้างและไวยากรณ์ของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

จากองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ที่รวบรวมไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การรู้คณิตศาสตร์มีองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ ด้านความรู้ และด้านสมรรถนะ ซึ่งในงานวิจัยนี้เน้นรายละเอียดในด้านต่างๆ ดังนี้

1) การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ ประกอบด้วย ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

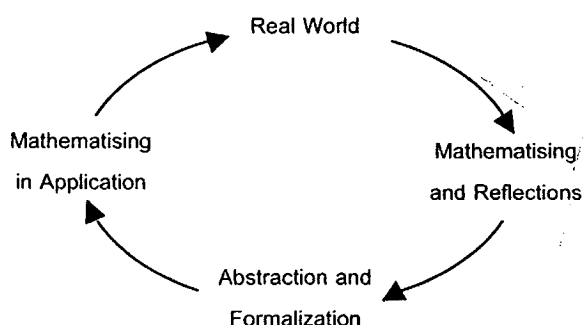
2) การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ประกอบด้วย ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหาและการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

1.6 แนวทางการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้ให้แนวทางในการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Martin (2007: 30) กล่าวว่า การไม่รู้จักคณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นผลมาจากเนื้อหาที่สอน แต่มาจากวิธีที่ครูใช้สอน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมที่เน้นการท่องจำกฎหรือสูตร ใช้เพียงทักษะการคิดคำนวณขั้นต่ำ ทำให้นักเรียนสูญเสียความเชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นประสบการณ์ที่มีความหมาย คณิตศาสตร์ในโรงเรียนไม่มีความเชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง และไม่สามารถใช้เป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ในโลกจริงได้ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมมีความเป็นแบบแผน เป็นนามธรรม และเน้นการใช้สัญลักษณ์มากเกินไป ขาดการหยั่งรู้ การอิงบริบท และความเป็นรูปธรรม ซึ่งแตกต่างจากการเรียนการสอนที่ขยายความคิดของนักเรียนและพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ การสอนคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมที่เป็นแบบขบข่ายและลำดับแบบเชิงเส้นที่มักถูกใช้นั้นไม่มีความเหมาะสมกับการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์

De Lange (1996: 57) กล่าวถึง กระบวนการในการพัฒนามโนทัศน์และแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยเริ่มต้นจากโลกจริง และท้ายสุดต้องสะท้อนผลลัพธ์กลับไปสู่โลกจริง ดังนั้นในการศึกษาคณิตศาสตร์ควรนำปัญหาจากโลกจริงมาคิดในเชิงคณิตศาสตร์แล้วนำกลับไปสู่โลกจริง แสดงดังแผนภาพที่ 2



แผนภาพที่ 2 การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (De Lange, 1996: 57)

Hughes-Hallett (2001: 94-98, 2003: 97) ให้แนวทางการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรสอนคณิตศาสตร์ในบริบท แต่การสอนคณิตศาสตร์ในบริบทมีข้อควรระวังคือ บริบทอาจเป็นอุปสรรคในการเรียนได้ หากนักเรียนขาดประสบการณ์และความเข้าใจในบริบทนั้นอย่างเพียงพอ นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนให้รู้จักใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ปัญหาการณต่างๆ

ที่หลากหลายและเกิดการหยั่งรู้ในการเข้าใจแนวคิดคณิตศาสตร์ในบริบท นอกจากนี้ครูจำเป็นต้องมีการรู้คณิตศาสตร์ด้วย และครูที่สอนในทุกๆ วิชาควรร่วมมือกันในการสอนการรู้คณิตศาสตร์โดยการส่งเสริมให้นักเรียนมองเนื้อหาวิชาต่างๆ ผ่านมุมมองของคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนมองเห็นประโยชน์การใช้งานของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ เหล่านั้น เพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของคณิตศาสตร์ที่มีต่อสาขาวิชาอื่นๆ

การใช้บริบทที่เป็นจริงช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจและแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ซึ่ง Hughes-Hallett (2003: 94) กล่าวถึงงานของ De Corte ที่ศึกษาถึงการแก้ปัญหาของนักเรียนว่า จากปัญหาที่ให้นักเรียนคำนวณหาจำนวนรถที่ใช้โดยสารคนตามจำนวนผู้โดยสารที่กำหนดให้ ปรากฏว่านักเรียนหาคำตอบออกมาได้รถ $33\frac{2}{3}$ คัน ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่สมเหตุผลสมผลนัก แต่หากใช้บริบทที่เป็นจริงมากพอ เช่น ให้นักเรียนเขียนจดหมายถึงบริษัทรถโดยสารเพื่อเช่ารถ คำตอบที่ได้จะมีความสมเหตุผลสมผลมากขึ้น ไม่เป็นเศษส่วนดังคำตอบข้างต้น

De Lange (2003: 87-88) กล่าวถึงการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ควรสอนผ่านการแก้ปัญหาในบริบทที่เหมาะสม โดยการใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์และการวางนัยทั่วไป (generalization)
2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอนควรเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ และควรเป็นคณิตศาสตร์ที่อยู่ในโลกจริงของนักเรียนด้วย สอนโดยใช้สถานการณ์จริงมาเชื่อมโยงและบูรณาการกับคณิตศาสตร์
3. เป้าหมายของการศึกษาไม่ควรเฉพาะเจาะจงอยู่แต่กับเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่ควรคำนึงถึงสมรรถนะต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ด้วย ดังเช่นกรอบการประเมินของ PISA ที่มีการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
4. การรู้คณิตศาสตร์ควรนำไปสู่หลักสูตรที่แตกต่างกันไปตามวัฒนธรรมที่ต่างกัน การรู้คณิตศาสตร์ควรปรับให้เข้ากับวัฒนธรรมและควรถูกกำหนดโดยความต้องการของแต่ละประเทศ
5. เนื้อหาในหลักสูตรต้องมีความทันสมัยโดยควรมีการปรับปรุงอย่างน้อยทุก 5-10 ปี คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความเป็นพลวัตสูง วัฒนธรรมและความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์และสังคมมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว
6. มีความจำเป็นที่ต้องสร้างความเข้าใจหรือข้อตกลงร่วมกันเกี่ยวกับความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน โดยอาจเริ่มต้นจากการทบทวนมาตรฐานการเรียนรู้ในหลักสูตร

จากแนวทางการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ที่รวบรวมไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์จำเป็นต้องแสวงหาแนวทางและวิธีในการจัดการเรียนการสอนของครู เพื่อพัฒนาและส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียน โดยควรสอนคณิตศาสตร์ในบริบทที่นักเรียนมีความคุ้นเคย มีประสบการณ์ และมีความเข้าใจในบริบทนั้นอย่างเพียงพอ และมีความหมายต่อนักเรียน และควรสอนคณิตศาสตร์ที่อยู่ในโลกจริงของนักเรียน สอนโดยใช้สถานการณ์จริงมาเชื่อมโยงและบูรณาการกับคณิตศาสตร์ และสอนมิติทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาในบริบทที่เหมาะสม

1.7 การประเมินการรู้คณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องได้ให้แนวทางในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

การประเมินการรู้คณิตศาสตร์ของ OECD (2003) วัดครอบคลุม 3 ด้าน (OECD, 2003: 30-48, และ สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549: 16-22) คือ

1. สถานการณ์หรือบริบทของปัญหา (Situations or Contexts) การใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลาย ได้แก่

- 1.1 ชีวิตส่วนตัว
- 1.2 ชีวิตในโรงเรียน ชีวิตการทำงาน และเวลาว่าง
- 1.3 ชุมชนและท้องถิ่น
- 1.4 ชุมชนในโลกวิทยาศาสตร์

2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ (Mathematical Content) ได้แก่

2.1 ปริมาณ (Quantity) จำนวน ความสัมพันธ์ของปริมาณ และแบบรูป การใช้จำนวนเพื่อแสดงปริมาณ และการนับและการวัด กระบวนการและความเข้าใจเรื่องจำนวนที่นำมาใช้ในเรื่องต่างๆ อย่างหลากหลาย

2.2 ที่ว่างและรูปร่าง (Space and Shape) มิติ เรขาคณิต รูปร่าง รูปเรขาคณิตสามมิติ สมบัติของวัตถุและตำแหน่งเปรียบเทียบของวัตถุ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างและภาพในความคิดหรือภาพที่เห็น ความเข้าใจในรูปร่างสามมิติที่แสดงแทนออกมาในภาพสองมิติ ความเข้าใจในเรื่องเงา และภาพที่มีความลึก (perspective)

2.3 การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationship)

ความสัมพันธ์ ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร สมการและอสมการ

2.4 ความไม่แน่นอน (Uncertainty) ความน่าจะเป็น สถิติ การเก็บข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ความน่าจะเป็นและการอ้างอิง

3. สมรรถนะ (Competencies) ที่ควรได้รับการกระตุ้นให้สามารถเชื่อมโยงกับโลกจริงที่ปัญหาเกิดขึ้นโดยใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหา ได้แก่

3.1 การคิดและการใช้เหตุผล (Thinking and Reasoning) สมรรถนะนี้

เกี่ยวข้องกับความสามารถในการตั้งคำถาม รู้คำตอบทางคณิตศาสตร์ บอกความแตกต่างของประโยค (Statements) (เช่น บทนิยาม ทฤษฎี การคาดเดา สมมติฐาน ตัวอย่าง ฯลฯ) และความเข้าใจและการใช้ข้อจำกัดของคณิตศาสตร์

3.2 การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation) เกี่ยวข้องกับการรู้จักการ

พิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (และรู้ว่าการพิสูจน์แตกต่างจากการใช้เหตุผลอย่างไร) สามารถติดตามและประเมินการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ มีความรู้สึกถึงความจริง (รู้ว่าอะไรเกิดขึ้น ได้/ไม่ได้ และทำไม) และสามารถสร้างและแสดงการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

3.3 การสื่อสาร (Communication) เกี่ยวข้องกับการแสดงออกของตน

ความสามารถที่ทำให้ผู้อื่นเข้าใจตน โดยวิธีการต่างๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ ทั้งในรูปของการพูดและการเขียน และสามารถเข้าใจการพูดและการเขียนของผู้อื่นด้วยเช่นกัน

3.4 การสร้างตัวแบบ (Modeling) เกี่ยวข้องกับการวางโครงสร้างของ

สถานการณ์ที่จะต้องนำมาสร้างเป็นตัวแบบ (model) การแปลความเป็นจริงให้เข้าสู่โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ประเมินความน่าเชื่อถือของตัวแบบ วิเคราะห์ วิจัย ตัวแบบและผลที่เกิดขึ้น สื่อสารแนวคิดของตัวแบบและผล (รวมทั้งข้อจำกัด) การติดตามและควบคุมกระบวนการของการสร้างตัวแบบ

3.5 การตั้งและการแก้ปัญหา (Problem Posing and Solving) เป็น

สมรรถนะที่เกี่ยวข้องกับการตั้งคำถาม การสร้างเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ และการนิยามปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่างๆ (เช่น การแก้ ประยุกต์ คำถามเปิด คำถามปิด) และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่างๆ โดยวิธีการที่หลากหลาย

3.6 การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) สมรรถนะด้านนี้

เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส (decoding) และการจัดเป็นรหัส (encoding) การแปลความ การตีความ และการบอกความแตกต่างของการแสดงเครื่องหมายของคณิตศาสตร์แบบต่างๆ และ

ความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงเครื่องหมายแทนแบบต่างๆ การเลือกและการเปลี่ยนระหว่างรูปแบบต่างๆ ของการแสดงเครื่องหมายแทนที่สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์

3.7 การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ (Using Symbolic, Language and Operation) เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส การตีความสัญลักษณ์ ภาษาคณิตศาสตร์ และการเข้าใจความเชื่อมโยงของภาษาคณิตศาสตร์กับภาษาธรรมดา การแปลความจากภาษาธรรมดาไปเป็นสัญลักษณ์หรือภาษาคณิตศาสตร์ สามารถจัดการกับประโยคหรือพจน์ที่มีสัญลักษณ์และสูตร ความสามารถในการใช้ตัวแปร การแก้สมการและการคำนวณ

3.8 ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using Aids and Tools) สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับการรับรู้ และความสามารถในการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (รวมทั้งเครื่องมือทางเทคโนโลยีสารสนเทศ) ที่สามารถช่วยกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังหมายรวมถึงความรู้ถึงข้อจำกัดของเครื่องมือต่างๆ ด้วย

ปัญหาที่ OECD/PISA ใช้ในการประเมินเป็นปัญหาที่มีอยู่ในโลกของความเป็นจริง ใช้ความคิดที่สูงขึ้นไปจากระดับการคิดคำนวณที่หาคำตอบเป็นตัวเลข แต่ให้นักเรียนรู้จักคิดใช้เหตุผล และหาคำอธิบายมาประกอบคำตอบของตน ซึ่งปัญหาอาจดูไม่เหมือนโจทย์คณิตศาสตร์แบบที่พบในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ แต่เป็นเรื่องที่นักเรียนอาจต้องพบในชีวิตจริง ทั้งที่เกี่ยวข้องกับชีวิตส่วนตัว การศึกษา การทำงาน หรือประเด็นปัญหาสาธารณะ (สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549)

ในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ PISA 2003 ข้อสอบคณิตศาสตร์ที่ใช้ประกอบด้วยภารกิจทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ แต่ละข้อมีความยากง่ายระดับต่างๆ กัน ข้อสอบหลายๆ ข้อเป็นสถานการณ์หรือภารกิจทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ซับซ้อน สามารถตอบได้ตรงไปตรงมา แต่อีกหลายๆ ข้อนักเรียนจะต้องสร้างคำตอบโดยใช้ข้อมูลหรือสาระที่มีในโจทย์ บางกรณีนักเรียนต้องแสดงวิธีคิดคำนวณ ใช้คำอธิบายเพื่อสนับสนุนผลการคำนวณ แสดงวิธีทำและใช้ระเบียบวิธีการคิด การตรวจให้คะแนนข้อสอบที่เปิดกว้างให้นักเรียนตอบอย่างเสรี ต้องตัดสินโดยครูที่มีความชำนาญในวิชาชีพและผ่านการฝึกอบรมวิธีการตรวจให้คะแนนตามวิธีการของ PISA 2003 โดยเฉพาะคำตอบของนักเรียนที่แตกต่างกันจะมีวิธีการให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้อย่างละเอียดและครอบคลุม และแม้แต่คำตอบที่ไม่ถูกต้องทั้งหมดหรือไม่ครบสมบูรณ์จะมีคะแนนให้เป็นบางส่วน (สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549: 21-22)

การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ TIMSS 2007 (ปรีชาญ เดชศรี และ เกตุวดี กัมพลาศิริ, 2552: 3-6) มีขอบเขตการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ด้านเนื้อหา (content domain) และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ (cognitive domain) มีรายละเอียดดังนี้

1. ด้านเนื้อหา (Content Domain) ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องจำนวน พีชคณิต เรขาคณิต และข้อมูลและโอกาส ซึ่งมีหัวข้อการเรียนรู้ครอบคลุมเนื้อหาตามหลักสูตรของประเทศสมาชิก และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. ด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ (Cognitive Domain) แบ่งเป็น 3 ด้าน คือ พฤติกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้/ความเข้าใจ พฤติกรรมการเรียนรู้ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ และพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านการบูรณาการความรู้และการให้เหตุผล โดยพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ในการประเมินในแต่ละด้าน มีรายละเอียดดังนี้

2.1 ด้านความรู้/ความเข้าใจ ครอบคลุมถึงข้อเท็จจริง กระบวนการ และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องรู้

- 1) ความรู้ (Recall) ระบุนิยาม ศัพท์เฉพาะ และสัญกรณ์
- 2) ความจำ (Recognize) จำเนื้อหาเรื่องรูปทรง จำนวน และนิพจน์ (ทศนิยมและเศษส่วนที่เท่ากัน ความแตกต่างของรูปทรงทางเรขาคณิต)
- 3) การคำนวณ (Compute) ใช้กระบวนการบวก ลบ คูณ หาร ในการคำนวณจำนวนจริง
- 4) การเรียกใช้ข้อมูล (Retrieve) การเรียกใช้ข้อมูลจากกราฟ ตาราง หรือแหล่งข้อมูลอื่นๆ
- 5) การวัด (Measure) ใช้เครื่องมือในการวัดและประมาณค่า
- 6) การจำแนก (Classify/Order) จำแนก/จัดกลุ่มรูปทรง จำนวน และนิพจน์

2.2 ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ เน้นให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้และความเข้าใจในการแก้ปัญหาหรือตอบคำถาม

- 1) การเลือก (Select) เลือกกระบวนการในการนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
- 2) การอธิบาย (Represent) แสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาใช้ในการอ้างอิง

- 3) รูปแบบ (Model) หรือสมการที่ใช้ในการแก้ปัญหา
- 4) การนำไปปฏิบัติ (Implement) การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนแสดงโดยการวาดภาพ
- 5) การแก้ปัญหาทั่วไป (Solve Routine Problems) เช่น การเปรียบเทียบข้อมูลในตาราง

2.3 ด้านการบูรณาการความรู้และการให้เหตุผล เป็นการแก้ปัญหาโดยการรวมเอาปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ปัญหาที่ซับซ้อนและการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน

- 1) การวิเคราะห์ (Analyze) กำหนดและบรรยาย หรือใช้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2) การสรุป (Generalize) สรุปผลการคิดทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหา
- 3) การสังเคราะห์ (Synthesize/Integrate) รวบรวมกระบวนการในการหาคำตอบ
- 4) การยืนยัน (Justify) ยืนยันคำตอบทั้งที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องและที่ผิด
- 5) การแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบ (Solve Non-routine Problems) การแก้ปัญหาที่มีการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

Steen and Forman (2001 อ้างถึงใน Steen and others, 2007: 289-290) กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาที่ดีในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ว่า ภาระงานทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพสูง ต้องเป็นจริง (authentic) มีความซับซ้อน (intricate) น่าสนใจ (interesting) และมีพลังอำนาจ (powerful) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. เป็นจริง (Authentic) แสดงถึงบริบทที่พบโดยทั่วไป เป็นปัญหาที่เป็นจริง ใช้ข้อมูลจริง ซึ่งข้อมูลอาจไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ หรือไม่สอดคล้องกัน ต้องสนองความคาดหวังของผู้ใช้งานคณิตศาสตร์ ใช้ปัจจัยป้อนเข้าและผลลัพธ์ที่เป็นจริง ซึ่งทั้งหมดนี้สะท้อนถึงการบูรณาการคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้
2. มีความซับซ้อน (Intricate) คาดหวังให้นักเรียนระบุคำถามที่ถูกต้อง ต้องการมากกว่าการแทนค่าลงในสูตร ใช้กระบวนการหลายขั้นตอนและการให้เหตุผล กระตุ้นการคิดที่ซับซ้อน ให้นักเรียนเผชิญกับข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์หรือไม่สอดคล้องกัน และสร้างคุณค่าของการทำงานเป็นทีม

3. น่าสนใจ (Interesting) สอดคล้องกับความสนใจของนักเรียน ดึงดูดนักเรียนได้จำนวนมาก ให้แนวทางที่หลากหลาย มีความเชื่อมโยงในแง่มุมต่างๆ ของชีวิตและการทำงานอย่างกว้างขวาง

4. มีพลังอำนาจ (Powerful) กระตุ้นและเชื่อมโยง แผนภูมิ จำนวน สัญลักษณ์ ข้อความ และเทคโนโลยี บูรณาการในแนวตั้งจากความคิดพื้นฐานไปจนถึงหัวเรื่องขั้นสูง ส่งเสริมคณิตศาสตร์ขั้นสูงให้แก่นักเรียน ขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ คุณค่าและการใช้งานคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียน แสดงถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ในการทำงานยุคปัจจุบันที่มีความก้าวหน้าและในชีวิตประจำวัน

Wiggins (2003: 125-126) กล่าวว่า การวัดการรู้คณิตศาสตร์ควรพิจารณาจากหลักฐานที่แสดงถึงการใช้งานจริง (evidence of realistic use) โดยการให้ภาระงานจริงที่ต้องการความสามารถที่มีความซับซ้อน เป็นจริง มีความหมาย สร้างสรรค์ และท้าทายให้ผู้เรียนพิจารณาตัดสินใจปัญหา ซึ่งไม่เป็นเพียงแค่แบบฝึกหัดที่มีการแนะแนวทางหาคำตอบไว้ให้ผู้เรียน แต่ภาระงานต้องสะท้อนให้เห็นถึงวิธีการที่ความรู้และความสามารถของผู้เรียนถูกนำไปใช้ในสถานการณ์ของโลกจริง และความสามารถในการจัดการกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่เป็นจริง

นอกจากนี้ Wiggins (2003: 125-126) ได้กล่าวเพิ่มเติมถึงการให้ภาระงาน ไว้ดังนี้

1. ให้ผู้เรียนได้ลงมือทำ ผู้เรียนต้องใช้ความรู้และทักษะอย่างชาญฉลาดและมีประสิทธิผลในการแก้ปัญหาแบบไม่มีโครงสร้าง ไม่ใช่เพียงแค่ใช้ขั้นตอนวิธีการ สูตร หรือตัวเลขง่ายๆ โดยปราศจากความคิดสร้างสรรค์

2. ต้องการการตัดสินใจและนวัตกรรม แทนที่จะให้ผู้เรียนท่องจำ กล่าวซ้ำ หรือคัดลอก โดยการสาธิต ควรให้ผู้เรียนสำรวจหาโครงการคณิตศาสตร์ โดยควรใช้ความรู้และทักษะที่มีอยู่

3. การสะท้อนบริบทที่ผู้ใหญ่พบในที่ทำงาน ในชีวิตความเป็นพลเมือง และในชีวิตส่วนตัว บริบทหมายรวมถึงสถานการณ์เฉพาะที่มีข้อจำกัด จุดมุ่งหมาย และผู้เกี่ยวข้องที่มีความแตกต่างกันไป

4. ให้โอกาสที่เหมาะสมแก่ผู้เรียนในการซ่อม การฝึกปฏิบัติ ให้คำปรึกษา แนะนำ แหล่งค้นคว้า ให้ผลสะท้อนกลับ พัฒนาความสามารถ และปรับปรุงผลผลิต ลดการปิดบังซ่อนเร้น การบังคับให้นั่งเฉยๆ การทำงานเดี่ยว และลดข้อจำกัดที่ไม่เป็นไปตามธรรมชาติที่ถูกกำหนดขึ้น โดยการทดสอบ (large-scale testing)

จากการสังเคราะห์ลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ จาก OECD (2006) และ Kaplan (2009) พบว่า เนื้อหาที่ใช้ในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์อยู่ในขอบข่ายของคณิตศาสตร์ที่พบในชีวิตประจำวัน การรับข้อมูลข่าวสาร และการตัดสินใจ ซึ่งครอบคลุมถึงการใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจ จัดการ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ที่พบในชีวิตประจำวัน เช่น การอ่านแผนภูมิและตารางที่พบในข่าว การอ่านตารางการเดินรถ การอ่านแผนที่ การคำนวณเกี่ยวกับความเร็ว ระยะทาง และปริมาณน้ำมันที่ใช้ การเปรียบเทียบปริมาณ ความยาว พื้นที่ ปริมาตร และราคา เพื่อการตัดสินใจ ความรู้สึกเกี่ยวกับขนาดและพื้นที่ สถิติในชีวิตประจำวัน ความถูกต้องน่าเชื่อถือของโพลและความเหมาะสมของวิธีการในการเก็บรวบรวมข้อมูลทางสถิติในสถานการณ์บ้านเมืองปัจจุบัน เป็นต้น

จากการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ที่รวบรวมไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การประเมินการรู้คณิตศาสตร์สามารถประเมินได้โดยการให้ภาระงานที่แสดงถึงหลักฐานการใช้งานจริงของความรู้คณิตศาสตร์ หรือการกำหนดโจทย์ ปัญหา หรือสถานการณ์ที่นักเรียนอาจพบในชีวิตจริง ให้นักเรียนคิด ใช้เหตุผล และแก้ปัญหา โดยลักษณะของโจทย์ปัญหาในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ควรเป็นจริง (authentic) มีความซับซ้อน (intricate) น่าสนใจ (interesting) และมีพลังอำนาจ (powerful) และเนื้อหาที่ใช้ในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ครอบคลุมถึงปัญหาและสถานการณ์ในโลกจริงที่นักเรียนมีโอกาสพบในชีวิตจริง ทั้งในด้านชีวิตส่วนตัว การเรียน การทำงาน และประเด็นสาธารณะ ซึ่งอาศัยการใช้งานและการใช้ประโยชน์จากความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนเพื่อเป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจ จัดการ และแก้ปัญหา

2. การศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง

2.1 ความเป็นมาของแนวคิด

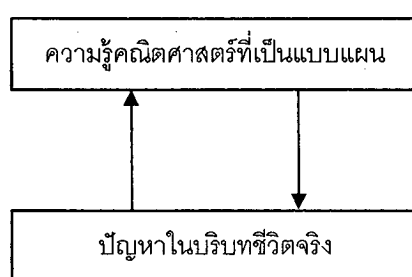
แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education: RME) ริเริ่มโดย Freudenthal และเพื่อนร่วมงานในสถาบัน IOWO ในช่วงปี 1970 ภายหลังเปลี่ยนชื่อเป็นสถาบัน Freudenthal ประเทศเนเธอร์แลนด์ Freudenthal มีแนวคิดว่คณิตศาสตร์ควรเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ใกล้ชิดกับประสบการณ์ของเด็ก และเกี่ยวข้องกับสังคม คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นเพียงวิชาที่ถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่แล้ว แต่คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมหนึ่งของมนุษย์ (mathematics as a human activity) การเรียนคณิตศาสตร์ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ (reinvent) ด้วยการลงมือปฏิบัติ ดังนั้นจุดเน้นของการศึกษาคณิตศาสตร์จึงไม่ได้อยู่ที่ระบบของคณิตศาสตร์ที่ถูกจัดสร้างไว้อย่างดีแล้ว แต่อยู่ที่กิจกรรมและกระบวนการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (mathematisation) (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 3)

กิจกรรมคณิตศาสตร์ หรือการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ Freudenthal หมายถึง กิจกรรมในการแก้ปัญหา การมองหาปัญหา และการสร้างเนื้อหาวิชา (Gravemeijer, 1997: 320) Freudenthal กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุผล 2 ประการ (Gravemeijer, 1997: 321-322) คือ

ประการที่หนึ่ง การคิดเชิงคณิตศาสตร์นอกจากจะเป็นกิจกรรมหลักที่สำคัญของนักคณิตศาสตร์แล้ว การคิดเชิงคณิตศาสตร์ยังทำให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับวิธีการทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่พบในชีวิตประจำวัน เช่น กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ในการมองหาปัญหา นำไปสู่เจตคติทางคณิตศาสตร์ ทำให้รู้ถึงความเป็นไปได้และข้อจำกัดของวิธีการทางคณิตศาสตร์ และรู้ว่าสถานการณ์ใดมีความเหมาะสมในการนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ และสถานการณ์ใดไม่เหมาะสม

ประการที่สอง เกี่ยวข้องกับการคิดค้นคณิตศาสตร์ ขั้นตอนสุดท้ายในคณิตศาสตร์เป็นการสร้างความแบบแผนโดยการสร้างสัจพจน์ (axiomatising) ซึ่งขั้นสุดท้ายนี้ไม่ควรเป็นจุดเริ่มต้นในการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจาก Freudenthal มองว่าการเริ่มต้นจากสัจพจน์สวนทางกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้มาซึ่งข้อสรุป การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ควรใช้กระบวนการคิดค้นคณิตศาสตร์แบบได้รับคำแนะนำ (guided reinvention) ซึ่งนักเรียนจะได้รับประสบการณ์เช่นเดียวกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้คิดค้นคณิตศาสตร์ขึ้นมา

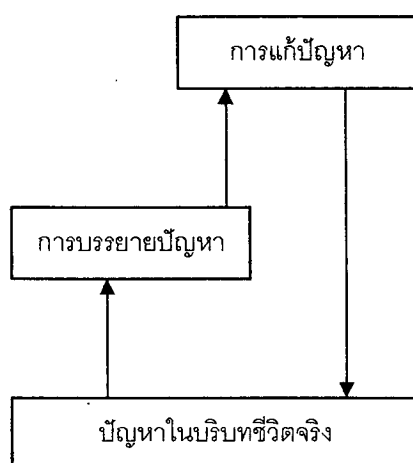
การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีความแตกต่างจากการสอนแบบดั้งเดิม ดังที่ Gravemejer (1997: 330-331) ได้อธิบายถึงความแตกต่างระหว่างการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงกับวิธีการเชิงการประมวลผลข้อมูลข่าวสาร (information processing approach) ไว้ว่ามีความแตกต่างกันที่วิธีในการดำเนินการประยุกต์ใช้ และ Meyer (2001: 239) กล่าวว่าต่างกันที่จุดเริ่มต้นของการเรียนการสอน วิธีการเชิงการประมวลผลข้อมูลข่าวสารหรือวิธีการแบบดั้งเดิมมองว่าคณิตศาสตร์เป็นระบบซึ่งถูกสร้างขึ้นไว้เรียบร้อยแล้ว และสามารถประยุกต์ใช้ได้ตามลักษณะทั่วไปของมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ถูกแบ่งเป็นการเรียนความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน จากนั้นจึงเรียนการประยุกต์ใช้ความรู้ดังกล่าว เช่น ในการเรียนพีชคณิตการสอนแบบดั้งเดิมจะเริ่มต้นจากการบรรยายเนื้อหาที่เป็นนามธรรมและเกี่ยวข้องกับตัวแปรต่างๆ สมการและการแก้สมการ หลังจากที่นักเรียนได้ฝึกการแก้สมการจนชำนาญแล้วนักเรียนก็จะประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะต่างๆ ในการแก้ปัญหาเชิงบริบท นั่นคือการเรียนการสอนเริ่มต้นจากความเป็นนามธรรมแล้วจึงไปสู่การประยุกต์ใช้ที่เป็นรูปธรรม แต่ในการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงนั้นมีขั้นตอนกลับกัน นั่นคือคณิตศาสตร์เริ่มต้นในบริบท และพัฒนาทีละน้อยไปสู่สัญลักษณ์ที่เป็นแบบแผน การเปลี่ยนแปลงนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้ามามีส่วนร่วมในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายในขั้นก่อนการสร้างความเป็นแบบแผน นักเรียนจะได้สำรวจและค้นพบคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้นผ่านลำดับขั้นตอนการเรียนการสอน



แผนภาพที่ 3 การประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน (Gravemejer, 1997: 330)

จากแผนภาพที่ 3 กระบวนการแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน การแก้ปัญหาเริ่มจากการแปลงปัญหาในบริบทชีวิตจริงเป็นปัญหาเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ข้อความหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์โดยนำความรู้คณิตศาสตร์มาใช้แล้วจึงแปลงคำตอบเชิงคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทชีวิตจริง Gravemejer (1997: 330) อธิบาย

เพิ่มเติมว่า การแปลงปัญหาในบริบทชีวิตจริงเป็นปัญหาเชิงคณิตศาสตร์นั้นเป็นการตัดทอนสารสนเทศให้ลดลง รายละเอียดต่างๆ ในปัญหาเดิมถูกตัดทิ้งไป ดังนั้นการแปลงคำตอบเชิงคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทชีวิตจริงจึงต้องการการตีความคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ในบริบทความเป็นจริงของปัญหา รายละเอียดต่างๆ ในปัญหาที่ถูกตัดทิ้งไปจะกลับเข้ามามีบทบาทอีกครั้ง ซึ่งอาจเป็นไปได้ว่าปัญหาเดิมในบริบทชีวิตจริงอาจไม่ยอมรับกับคำตอบเชิงคณิตศาสตร์



แผนภาพที่ 4 การแก้ปัญหาเชิงจริง (Realistic Problem Solving) (Gravemejer, 1997: 331)

จากแผนภาพที่ 4 กระบวนการแก้ปัญหาเชิงจริง ใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางมีขั้นตอนหลักในการแก้ปัญหา 3 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การบรรยายปัญหาในบริบทชีวิตจริงให้มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยการใช้การทำให้เป็นแบบแผน (schematizing) และการระบุความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา มีการใช้สัญลักษณ์ที่สร้างขึ้นเองและมีความหมาย ในขั้นของการบรรยายปัญหานี้ยังไม่สามารถให้คำตอบได้โดยทันที แต่การบรรยายปัญหาเป็นการทำปัญหาให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้น โดยการบรรยายถึงความสัมพันธ์และเน้นสิ่งที่เป็นหัวใจสำคัญหลักและรองให้เด่นชัดขึ้น

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหาที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น (อาจมีความเป็นแบบแผนในระดับมากน้อยต่างกัน) ซึ่งไม่ใช่ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เป็นมาตรฐาน

ขั้นที่ 3 การแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริง ซึ่งสามารถแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริงได้ง่าย เนื่องจากสัญลักษณ์ที่ใช้เป็นสัญลักษณ์ที่ผู้แก้ปัญหาลงมือสร้างขึ้นเองและมีความหมาย

2.2 แนวคิด ทฤษฎี

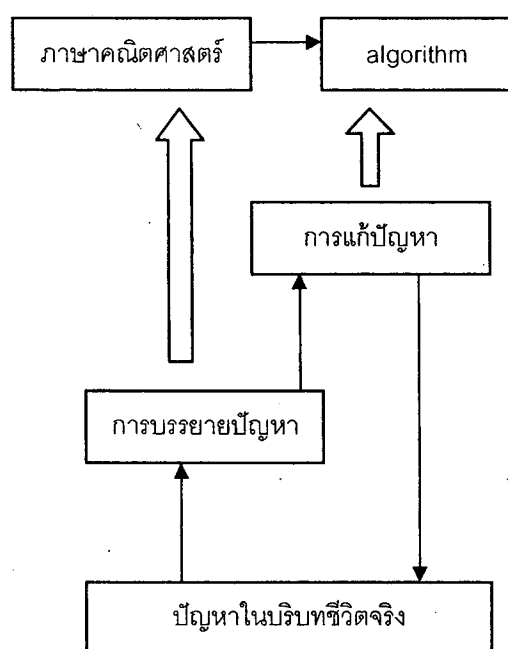
แนวคิดหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง คือ การให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ภายใต้การแนะนำของครู โดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริงมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นบริบทที่นักเรียนมีความผูกพันคุ้นเคย และสามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดี และมีความหมายต่อนักเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับประสบการณ์เช่นเดียวกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้คิดค้นคณิตศาสตร์ขึ้นมาให้นักเรียนพัฒนาและใช้โมเดลแบบไม่เป็นทางการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหา ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนพัฒนาขึ้นจากความรู้แบบไม่เป็นทางการของนักเรียนผ่านการแนะนำของครูและการทำงานหรืออภิปรายร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาระดับความรู้ความเข้าใจที่สูงขึ้น (Freudenthal, 1991 อ้างถึงใน Doorman and others, 2007: 406; Gravemeijer, 1997: 322-327)

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในบริบทของการศึกษาแบ่งเป็น 2 ลักษณะ ดังที่ Treffers (1978, 1987 อ้างถึงใน Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 4; 2003: 12) กล่าวไว้ ดังนี้

1. การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบ (Horizontal Mathematisation) เป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการจัดการและแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

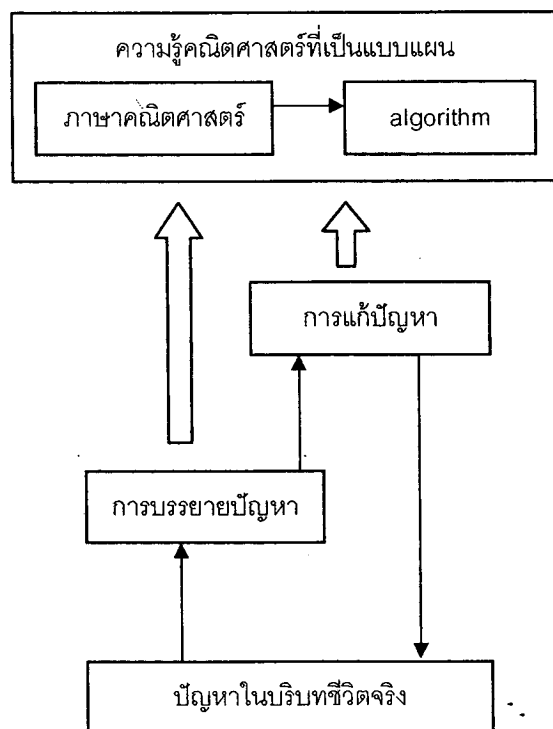
2. การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (Vertical Mathematisation) เป็นกระบวนการสร้างความรู้ (reorganization) ภายในระบบเชิงคณิตศาสตร์ เช่น การค้นหาวีธีลัดหรือค้นพบความเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์และยุทธวิธี จากนั้นก็ประยุกต์ใช้ข้อค้นพบเหล่านั้น

การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบเป็นการนำโลกชีวิตจริงไปสู่โลกของสัญลักษณ์ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้งเป็นการเคลื่อนย้ายอยู่ภายในโลกของสัญลักษณ์ Freudenthal (1991: 41-42) กล่าวว่า แม้อูเหมือนว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบและแนวตั้งมีความแตกต่างกัน แต่ก็ไม่ได้แยกออกจากกันอย่างชัดเจน การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบนี้มีคุณค่าเท่าเทียมกัน และการคิดเชิงคณิตศาสตร์สามารถเกิดขึ้นได้ในระดับที่แตกต่างกันไป



แผนภาพที่ 5 การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบ (\rightarrow)
และการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (\Leftrightarrow) (Gravemeijer, 1997: 332)

จากแผนภาพที่ 5 การจัดการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนได้เรียนรู้การคิดเชิงคณิตศาสตร์จากปัญหาในบริบทชีวิตจริง จากการบรรยายปัญหา การแก้ปัญหา และการแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริง การให้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันจะนำไปสู่กระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (vertical mathematisation) ในการบรรยายปัญหาโดยใช้กระบวนการทำให้ง่ายขึ้น (simplifying) และการทำให้เป็นแบบแผน (formalizing) สามารถพัฒนาภาษาแบบไม่เป็นทางการไปสู่ภาษาที่เป็นแบบแผนและเป็นมาตรฐานมากขึ้น และการใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันในระยะยาวจนกลายเป็นกิจวัตรประจำ สามารถพัฒนาไปสู่ขั้นตอนวิธีการ (algorithm) ที่เป็นแบบแผนได้ จากนั้นกระบวนการเรียนรู้ดังกล่าวนี้จะนำไปสู่การสร้างความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน (formal mathematical knowledge) ซึ่งเรียกว่า การคิดค้นคณิตศาสตร์ (reinvention) (Gravemeijer, 1997: 332-333) แสดงดังแผนภาพที่ 6



แผนภาพที่ 6 การคิดค้นคณิตศาสตร์ (Reinvention)

(Gravemeijer, 1997: 333)

การเรียนคณิตศาสตร์เริ่มต้นจากครูนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเหมาะสม และมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี ครูให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกแก่นักเรียน ในระหว่างทำการแก้ปัญหา จากนั้นครูกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบของตนเอง กับเพื่อนร่วมชั้น แล้วครูให้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันอีก เมื่อนักเรียนได้แก้ปัญหาที่มี ลักษณะคล้ายคลึงกัน ขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการของนักเรียนจะถูกแปลให้เป็น ขั้นตอนที่เป็นแบบแผนมากขึ้น ในการเรียนการสอนนี้ การอภิปรายถือเป็นกิจกรรมที่สำคัญอย่าง หนึ่ง ประเด็นในการอภิปรายมุ่งเน้นที่ความถูกต้องของคำตอบ ความเพียงพอและประสิทธิภาพ ของวิธีการแก้ปัญหา และการตีความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา (Gravemeijer, 1997: 322-327)

2.3 หลักการสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง

หลักการสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงที่ใช้เป็นแนวทางในการออกแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วยหลักการสำคัญ 3 ประการ (Gravemeijer, 1997: 328-342; Gravemeijer and Terwel, 2000: 786-788) ดังนี้

1) การคิดค้นแบบได้รับคำแนะนำ (Guided Reinvention)

ตามหลักการคิดค้นนั้น นักเรียนควรได้รับประสบการณ์ที่มีความคล้ายคลึงกับกระบวนการที่คณิตศาสตร์ถูกคิดค้นขึ้นโดยนักคณิตศาสตร์ หลักการนี้ให้ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนว่า ในกระบวนการเรียนการสอนควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์สถานการณ์จริง และได้รับคำแนะนำและการอำนวยความสะดวกจากครูเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการ นักเรียนควรมีโอกาสในการคิดค้นการปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยกระบวนการเรียนรู้ควรเน้นที่กระบวนการมากกว่าผลลัพธ์การคิดค้นในทัศนทางคณิตศาสตร์

ครูควรศึกษาประวัติของคณิตศาสตร์แล้วนำมาใช้เพื่อเป็นจุดกำเนิดของแรงบันดาลใจ และศึกษายุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการของนักเรียน โดยยุทธวิธีแบบไม่เป็นทางการของนักเรียนจะถูกแปลให้เป็นขั้นตอนที่เป็นแบบแผนมากขึ้น โดยจะต้องใช้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเหมาะสมและมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี

2) ปรัชญาการณวิทย์ที่นำมาใช้สอน (Didactical Phenomenology)

Freudenthal กล่าวถึงความหมายของปรัชญาการณวิทย์ที่นำมาใช้สอนว่าเป็น การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปรัชญาการณวิทย์ที่นำเสนอในทัศนทางคณิตศาสตร์กับตัวมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จุดเน้นอยู่ที่การตีความเชิงคณิตศาสตร์ที่ทำให้เกิดปรัชญาการณวิทย์ในการให้เหตุผลและการคิดคำนวณ

การสืบสวนสถานการณ์ที่มีหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ซ่อนอยู่นั้นจะช่วยให้ค้นพบชนิดของการประยุกต์ใช้ที่นำมาใช้ในการสอน และพิจารณาถึงความเหมาะสมของสถานการณ์ที่นำมาใช้ในกระบวนการคิดค้นคณิตศาสตร์แบบก้าวหน้า (progressive mathematisation) โดยจุดมุ่งหมายของการสืบสวนเชิงปรัชญาการณวิทย์ คือ การหาสถานการณ์ปัญหาที่มีความเฉพาะเจาะจงที่สามารถนำมาใช้ในการสรุปนัยทั่วไปได้ (generalized) และหาสถานการณ์ที่สามารถนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพื้นฐานของการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้งได้

หลักการปรากฏการณ์วิทยาที่นำมาใช้สอน (didactical phenomenology) ให้แนวทางในการกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สนับสนุนกิจกรรมรายบุคคลและการอภิปรายทั้งชั้นเรียน ในการเรียนคณิตศาสตร์ผู้ออกแบบการสอนต้องเสนอปัญหาเชิงบริบทชีวิตจริงที่ได้จากปรากฏการณ์ที่เป็นจริงและมีความหมายแก่นักเรียน ซึ่งช่วยสร้างและกระตุ้นกระบวนการเรียนรู้

3) โมเดลที่สร้างขึ้นเอง (Self-developed Model)

บทบาทของโมเดลที่สร้างขึ้นเองทำหน้าที่เป็นตัวเชื่อมระหว่างความรู้แบบไม่เป็นทางการและคณิตศาสตร์แบบเป็นทางการ ในการเรียนรู้ต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้และพัฒนาโมเดลของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งโมเดลที่สร้างขึ้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้ โดยในช่วงแรกนักเรียนจะพัฒนาโมเดลของสถานการณ์ขึ้น ซึ่งเป็นโมเดลที่นักเรียนคุ้นเคย และหลังจากกระบวนการวางนัยทั่วไป (generalizing) และการสร้างแบบแผน (formalizing) โมเดลจะค่อยๆ กลายเป็นโมเดลสำหรับการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งเรียกว่าเป็นการเปลี่ยนจาก model-of เป็น model-for ตัวอย่างของโมเดล เช่น ภาพวาด แผนภาพ เส้นจำนวน ตาราง สมการ เป็นต้น จุดมุ่งหมายเบื้องต้นของการใช้โมเดลควรส่งเสริมให้นักเรียนให้สร้างคณิตศาสตร์โดยเริ่มต้นจากมุมมองของตนเอง ไม่ใช่จากมุมมองของผู้เชี่ยวชาญ

การพัฒนาโมเดลตามแนวความคิดศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงเกิดขึ้นจากการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการของนักเรียนในการแก้ปัญหาบริบทชีวิตจริง ในช่วงต้นโมเดลถูกใช้เพื่อส่งเสริมยุทธวิธีแบบไม่เป็นทางการที่สอดคล้องกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์เฉพาะ จากนั้นนักเรียนได้รับประสบการณ์ที่คล้ายคลึงกับกระบวนการแก้ปัญหา ตัวเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหาไม่ขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหาอีกต่อไป แต่ได้รับอิทธิพลจากลักษณะเฉพาะทางคณิตศาสตร์ของปัญหา ในขั้นนี้บทบาทของโมเดลเริ่มเปลี่ยนไปเนื่องจากมีลักษณะทั่วไปมากขึ้น และท้ายที่สุดโมเดลกลายเป็นโมเดลที่มีความเป็นเอกลักษณ์ในตัวเอง หลังจากที่ผ่านมากระบวนการทำให้เป็นรูปธรรมแล้ว ในขั้นนี้โมเดลมีความสำคัญมากขึ้นในฐานะของการเป็นฐานในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ มากกว่าเป็นการนำเสนออย่างหนึ่งของปัญหาบริบทชีวิตจริง

2.4 แนวคิดในการจัดการเรียนการสอน

นักการศึกษาคณิตศาสตร์มีการนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

Treffers (1991 อ้างถึงใน Van den Heuvel-Panhuizen, 2000) เสนอหลักการเรียนรู้และการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง ไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. หลักการสร้างและการทำให้เป็นรูปธรรม (Constructing and Concretizing: phenomenological exploration by means of contexts) การเรียนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมในการสร้างความรู้ ไม่ใช่เป็นการรับความรู้ที่ถูกนำเสนอหรือถ่ายทอด การเรียนการสอนควรเริ่มต้นจากพื้นฐานที่เป็นรูปธรรม ซึ่งเน้นการสำรวจเชิงปรากฏการณ์วิทยา ครูสามารถกระตุ้นนักเรียนให้สร้างความรู้จากปรากฏการณ์ที่ถูกกำหนดขึ้นเพื่อเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้

2. หลักของลำดับขั้นและโมเดล (Levels and Models: bridging by vertical instrument) การเรียนในทัศนหรือทักษะทางคณิตศาสตร์ถูกมองว่าเป็นกระบวนการที่มีระยะยาวและเคลื่อนย้ายไปสู่ความเป็นนามธรรมในระดับต่างๆ (จากแบบไม่เป็นทางการไปสู่แบบเป็นทางการ และจากระดับการหยั่งรู้ไปสู่ระดับความเป็นระบบของเนื้อหาวิชา)

3. หลักการคิดสะท้อนและการให้งานพิเศษ (Reflection and Special Assignment: pupils' own constructions and productions) การเพิ่มขึ้นของระดับในกระบวนการเรียนรู้ได้รับการส่งเสริมผ่านการคิดสะท้อน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องให้ความสนใจอย่างมากในการสร้างและผลิตผลงานของนักเรียน หลักในการสอนนั้น นักเรียนต้องได้มีโอกาสและได้รับการกระตุ้นในช่วงเวลาที่สำคัญให้ได้คิดสะท้อนถึงสาระการเรียนรู้ที่พบและคาดการณ์ว่าจะพบต่อไป ภายหน้า จากหลักการนี้ครูต้องมอบหมายงานพิเศษให้นักเรียน เช่น ปัญหาที่มีความขัดแย้ง ซึ่งสามารถช่วยกระตุ้นการสร้างผลงานอย่างอิสระของนักเรียนได้

4. หลักบริบทและปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (Social Context and Interaction: interactive instruction) หลักการนี้เกี่ยวข้องกับความสำคัญของบริบททางสังคม การเรียนรู้ไม่ได้เป็นกิจกรรมที่อยู่โดดๆ แต่เกิดขึ้นในสังคมและถูกชี้นำและได้รับการกระตุ้นจากบริบททางสังคม วัฒนธรรม ตัวอย่างเช่น ในการทำงานเป็นกลุ่ม นักเรียนจะได้มีโอกาสได้แลกเปลี่ยนความคิดและข้อโต้แย้ง เพื่อเรียนรู้จากผู้อื่น ดังนั้นการศึกษาคณิตศาสตร์ควรมีการปฏิสัมพันธ์กันอย่างเป็นธรรมชาติ ปฏิสัมพันธ์ หมายรวมถึง การต่อรอง การแทรกแซง การอภิปราย การร่วมมือ และประเมินผล ซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญในกระบวนการเรียนรู้อย่างสร้างสรรค์

5. หลักการจัดโครงสร้างและการผสมผสานเชื่อมโยง (Structuring and Interweaving: intertwining of learning strands) การเรียนรู้คณิตศาสตร์ไม่ได้ประกอบด้วย การดูซ้ำของความรู้และทักษะที่ไม่มีความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงกัน แต่เป็นการสร้างความรู้และ ทักษะให้เป็นเอกลักษณ์ที่มีโครงสร้าง สาระการเรียนรู้ต่างๆ ไม่สามารถแยกกันอยู่อย่างโดดๆ แต่มี การผสมผสานเชื่อมโยงสาระการเรียนรู้เข้าด้วยกันเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา ดังนั้นหลักในการสอน คือ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องมีความผสมผสานเชื่อมโยงกันและกัน

Van den Heuvel-Panhuizen (2000: 4-9) เสนอหลักในการจัดการเรียนรู้และการสอน คณิตศาสตร์ 6 ประการ ดังนี้

1. หลักการจัดกิจกรรม (Activity Principle) นักเรียนเรียนในทัศนทาง คณิตศาสตร์ผ่านการปฏิบัติกิจกรรม โดยนักเรียนมีส่วนร่วมอย่างเต็มที่ในกระบวนการเรียนรู้ ได้ พัฒนาเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และการหยั่งรู้ด้วยตนเอง ได้เผชิญกับสถานการณ์ปัญหาและ แก้ปัญหานั้นด้วยตนเองด้วยวิธีแบบไม่เป็นทางการ

2. หลักการสอดคล้องกับความเป็นจริง (Reality Principle) ความเป็นจริงเป็น แหล่งที่มาของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรนำบริบทจริงมาใช้ในการคิดเชิง คณิตศาสตร์ ซึ่งต้องเลือกสถานการณ์ปัญหาในบริบทชีวิตจริงเป็นสื่อหรือแหล่งการเรียนรู้

3. หลักการตามลำดับขั้น (Level Principle) ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียน ต้องผ่านลำดับขั้นของความเข้าใจในระดับต่างๆ จากความสามารถในการคิดค้นปัญหาในบริบท แบบไม่เป็นทางการ ไปจนถึงการสร้างวิธีคิดและการสร้างแบบแผน การหยั่งรู้หลักการสำคัญและ ความสัมพันธ์ที่กว้างออกไป การผ่านไปสู่ลำดับขั้นต่างๆเป็นความสามารถในการคิดสะท้อนใน กิจกรรมที่จัดขึ้น

4. หลักการเชื่อมโยงสัมพันธ์หรือบูรณาการ (Inter-twinement Principle) ความรู้ คณิตศาสตร์ไม่ได้อยู่อย่างแยกส่วน การแก้ปัญหาในบริบทต่างๆ ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ หลากหลายมาช่วยในการแก้ปัญหา

5. หลักการมีปฏิสัมพันธ์ (Interaction Principle) การเรียนคณิตศาสตร์ถูกมอง ว่าเป็นกิจกรรมทางสังคม ในการจัดการเรียนการสอนควรให้นักเรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนแนวคิด และวิธีการซึ่งกันและกัน ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาในระดับความรู้ความเข้าใจที่สูงขึ้น

6. หลักการแนะนำ (Guidance Principle) ครูให้นักเรียนได้มีโอกาสคิดค้น คณิตศาสตร์ผ่านการแนะนำของครู โดยครูจัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้ให้เอื้อต่อกระบวนการสร้าง ความรู้ของนักเรียน

Meyer (2001: 238-239) สรุปหลักการในการจัดการเรียนการสอน 5 ประการ ดังนี้

1. การเรียนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมในการสร้างความรู้ ซึ่งแตกต่างจากการเรียนการสอนที่นักเรียนเป็นผู้รับความรู้ที่ครูนำเสนอหรือถ่ายทอดให้เพียงฝ่ายเดียว การสร้างความรู้จะเกิดขึ้นได้เมื่อจุดเริ่มต้นของการเรียนการสอนเป็นประสบการณ์จริงของนักเรียน โดยให้นักเรียนได้เข้าไปมีส่วนร่วมในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่มีความหมายต่อนักเรียนแต่ละคน

2. การเรียนรู้คณิตศาสตร์หรือทักษะต้องใช้ระยะเวลายาวนานและผ่านระดับของความเป็นนามธรรมในระดับต่างๆ ในช่วงต้น กิจกรรมทางคณิตศาสตร์แบบไม่เป็นทางการจะสร้างพื้นฐานที่เป็นรูปธรรมจากสิ่งทีนักเรียนสามารถสรุปและสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น นักเรียนเชื่อมโยงความเป็นรูปธรรมและระดับที่เป็นนามธรรมมากขึ้นจากการสร้างและการใช้โมเดล การวาดภาพ แผนภาพ ตาราง หรือสัญลักษณ์ต่างๆ

3. การเรียนรู้คณิตศาสตร์และพัฒนาการของนักเรียนผ่านระดับต่างๆ ของความเข้าใจนั้นได้รับการสนับสนุนจากการคิดสะท้อนความคิดของตนเองและผู้อื่น นักเรียนต้องได้รับโอกาสที่ดีในการคิดสะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้

4. การเรียนรู้ไม่ได้เกิดขึ้นโดยลำพัง แต่เกิดขึ้นในบริบททางสังคมวัฒนธรรม ดังนั้นการมีปฏิสัมพันธ์จึงเป็นองค์ประกอบที่จำเป็นในการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอนควรกระตุ้นให้นักเรียนได้สะท้อน อธิบายและตัดสินคำตอบ เข้าใจคำตอบของเพื่อน เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับคำตอบอื่น และตั้งคำถามเกี่ยวกับทางเลือก

5. ความเข้าใจคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ถูกสร้างขึ้นและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างกัน ปรัชญาการณจริงที่โครงสร้างและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ปรากฏอยู่มักจะประกอบด้วยคณิตศาสตร์จากหลากหลายสาขาวิชา ดังนั้นสาระการเรียนรู้ควรมีการถักทอเรียงร้อยเข้าด้วยกันมากกว่าจะแยกออกเป็นอิสระจากกัน

3. กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (Define, Assess, Plan, Implement, and Communicate)

3.1 ความเป็นมา

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (Define: D, Assess: A, Plan: P, Implement: I, and Communicate: C) เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในหลักสูตรบูรณาการคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (Integrated Mathematics, Science, and Technology (IMaST)) ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ของศูนย์คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (Center for Mathematics, Science, and Technology (CeMaST)) มหาวิทยาลัยแห่งรัฐ Illinois ด้วยการสนับสนุนจากมูลนิธิวิทยาศาสตร์แห่งชาติอเมริกา (National Science Foundation (NSF)) (CeMaST, 1998) กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีรากฐานมาจากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya วิธีการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์ และวงจรการแก้ปัญหาทางอุตสาหกรรมตามแนวคิดของ Shewhart (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 234) ซึ่งแนวคิดที่ใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีรายละเอียดดังนี้

1. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya

Polya (1985 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553: 41) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ มีการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและมีประสิทธิภาพ ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องหรือผลเฉลยที่เป็นเหตุเป็นผลจากการแก้ปัญหา ขั้นตอนของกระบวนการดังกล่าวมี 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem) ขั้นนี้เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อยๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาดีขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (devising a plan) ขั้นนี้เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหาที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหาในที่สุด ผู้แก้ปัญหอาจเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเคยเห็นปัญหาลักษณะนี้จากที่ไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาลงมือได้ก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้สิ่ง

ที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นได้หรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (carrying out the plan) ขั้นนี้เป็นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อยๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ จะแน่ใจได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (looking back) ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้ และการวิเคราะห์หาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา

2. วิธีการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์ (A Model of Scientific Inquiry)

การสืบสอบทางวิทยาศาสตร์เป็นกระบวนการที่นักวิทยาศาสตร์ใช้เพื่อแก้ปัญหาและตอบคำถาม วิธีการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์เป็นกระบวนการที่ประกอบด้วย การตั้งคำถาม การตั้งสมมติฐาน การทดลอง การวิเคราะห์ และการสร้างข้อสรุป (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 232) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) การตั้งคำถาม (Question) คำถามเบื้องต้นที่นักวิทยาศาสตร์พบมักเกิดขึ้นตามธรรมชาติในขณะที่ค้นหาแบบรูปและความเป็นธรรมดาสามัญของข้อมูล และการสังเกตทางวิทยาศาสตร์ คำถามมักเกี่ยวกับว่าแบบรูปมีลักษณะเป็นแบบเดิมซ้ำๆ หรือไม่ หรือเป็นเพียงเหตุบังเอิญที่เกิดขึ้น

2) การตั้งสมมติฐาน (Hypothesize) โดยทั่วไปแล้วนักวิทยาศาสตร์มักเริ่มต้นด้วยสมมติฐานเกี่ยวกับสิ่งที่เชื่อว่าจะค้นพบ สมมติฐานนี้อยู่บนพื้นฐานของการสังเกตและข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้มาก่อน ซึ่งทำให้นักวิทยาศาสตร์สามารถเดาได้อย่างมีหลักวิชาการ

3) การทดลองหรือทดสอบ (Experiment or Test) นักวิทยาศาสตร์ต้องทดสอบสมมติฐานด้วยการทดลองแบบมีการควบคุม ซึ่งได้รับการวางแผนเพื่อตอบคำถามที่มีความเฉพาะเจาะจง

4) การวิเคราะห์ (Analyze) ข้อมูลที่เก็บในระหว่างการทดลองต้องนำมารวบรวมและวิเคราะห์ วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลขึ้นอยู่กับรูปแบบของการทดลองที่ใช้ นักวิทยาศาสตร์มักเปรียบเทียบผลการทดลองกับผลที่คาดหวังไว้ตามสมมติฐาน

5) การสร้างข้อสรุป (Draw Conclusions) นักวิทยาศาสตร์ต้องตัดสินใจที่จะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานบนพื้นฐานของการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง ในการวิจัยเชิงสถิติอาจเกิดความคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากธรรมชาติของสถิติและความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่ทำให้ไม่สามารถพิสูจน์ได้ว่าสมมติฐานมีความแน่นอน 100%

3. วงจรคุณภาพของ Shewhart (PDCA)

วงจรคุณภาพของ Shewhart ประกอบด้วย การวางแผน การปฏิบัติตามแผน การตรวจสอบ และการปรับปรุงแก้ไข หรือ (Plan-Do-Check-Act) (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 232; Moen and Norman, 2006) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) การวางแผน (Plan) เป็นการกำหนดวัตถุประสงค์หรือเป้าหมาย และกระบวนการหรือขั้นตอนเพื่อให้การดำเนินงานบรรลุเป้าหมายที่ต้องการ กำหนดผลลัพธ์ ความถูกต้องสมบูรณ์

2) การปฏิบัติตามแผน (Do) เป็นการดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบหรือการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งในการดำเนินการจำเป็นต้องศึกษาข้อมูลหรือเงื่อนไขที่เกี่ยวข้อง นอกจากนี้ต้องมีการเก็บรวบรวมหรือบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับการปฏิบัติเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการดำเนินการต่อไป

3) การตรวจสอบ (Check) เป็นกิจกรรมเพื่อประเมินผลว่ามีการปฏิบัติตามแผนหรือไม่ มีปัญหาเกิดขึ้นระหว่างการปฏิบัติหรือไม่ เพื่อให้ทราบข้อมูลในการปรับปรุงคุณภาพการดำเนินการต่อไป

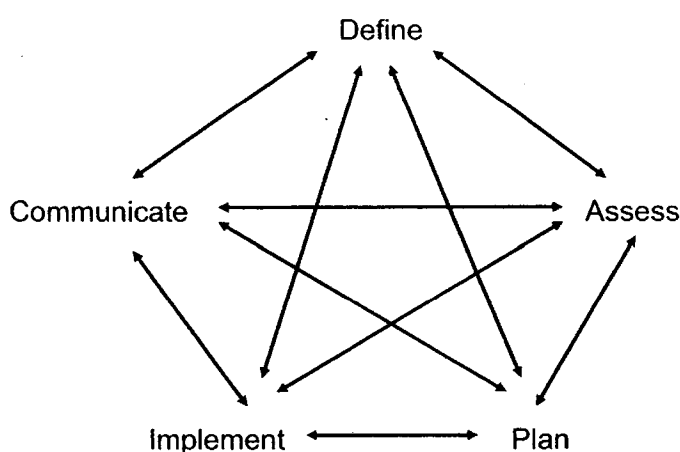
4) การปรับปรุงแก้ไข (Act) เป็นการแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นหลังจากการตรวจสอบ การปรับปรุงอาจนำไปสู่การกำหนดมาตรฐานของวิธีการดำเนินงานที่ต่างจากเดิม

3.2 หลักการของกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ประกอบด้วยองค์ประกอบ 5 ประการ (CeMaST, 1998: 10-11) คือ

1. Define เป็นการกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน ในขั้นนี้อาจใช้การถามคำถาม การเก็บรวบรวมข้อมูลเบื้องต้น การเรียนรู้ศัพท์ใหม่หรือเนื้อหาใหม่ โดยทั่วไปแล้วปัญหามักถูกกำหนดจากประสบการณ์ของนักเรียน

2. Assess เป็นการประเมินสถานการณ์ปัญหา เก็บรวบรวมสารสนเทศต่างๆ ใช้ข้อมูลที่มีเพื่อสร้างข้อสรุปทั่วไปในรูปแบบของสมมติฐาน ในขั้นนี้อาจใช้การสืบสวนสอบสวนเพิ่มเติมก่อนการสืบสวนสอบสวนหลักจะเริ่มขึ้น
3. Plan เป็นการวางแผนการแก้ปัญหาและการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมากมักใช้รูปแบบการทดลองเพื่อควบคุมตัวแปร
4. Implement เป็นการดำเนินการตามแผนที่วางไว้ เก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้มีความเหมาะสมมากขึ้น
5. Communicate เป็นการวิเคราะห์และประเมินผลการดำเนินการ และสื่อสารแลกเปลี่ยนผลลัพธ์ที่ได้กับผู้อื่น โดยประเมินความถูกต้องและความสอดคล้องของผลลัพธ์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการเขียนรายงานหรือการนำเสนอปากเปล่า หรือการสรุปผลโครงการ



แผนภาพที่ 7 กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 236)

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการที่ไม่ซับซ้อน มีความยืดหยุ่น และมีประสิทธิภาพ เหมาะสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สามารถนำไปใช้ได้ทั้งในและนอกห้องเรียน และใช้แก้ปัญหาที่พบในชีวิตจริง ในการแก้ปัญหาไม่จำเป็นต้องทำตามลำดับขั้นตอน สามารถเริ่มที่ขั้นใดก็ได้ และสามารถข้ามบางขั้นหรือใช้บางขั้นซ้ำได้ โดยผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ด้วยวิธีการที่หลากหลาย (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 235-236; CeMaST, 1998: 10-11)

3.3 แนวคิดในการจัดการเรียนการสอน

ในหลักสูตรบูรณาการคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (Integrated Mathematics, Science, and Technology (IMaST)) ของศูนย์คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (Center for Mathematics, Science, and Technology (CeMaST)) มหาวิทยาลัยแห่งรัฐ Illinois แบ่งการเรียนออกเป็นโมดูลต่างๆ ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับปัญหา ในการเรียน นักเรียนต้องนำกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ไปใช้เพื่อแก้ปัญหา (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 234-235)

โมดูลสุขภาพ (Wellness) เป็นโมดูลหนึ่งในหลักสูตรซึ่งมีวัตถุประสงค์ในการประยุกต์ใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับสารอาหาร การออกกำลังกาย และโรคติดต่อ ซึ่งมีผลกระทบต่อชีวิตของนักเรียนและส่งเสริมสุขภาพแก่นักเรียน (IMaST, 1995 อ้างถึงใน Meier, Hovde, and Meier, 1996: 234-235) เนื้อหาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ถูกนำเสนอตลอดทั้งโมดูลเป็นลำดับอย่างต่อเนื่องในการสืบสวนเกี่ยวกับสารอาหาร การออกกำลังกาย และโรคติดต่อ ปัญหาเกี่ยวกับสุขภาพถูกสร้างขึ้นใน 2 ลักษณะ คือ ทำอย่างไรจึงจะมีสุขภาพดีหากเกิดการเจ็บป่วย และทำอย่างไรในการรักษาสุขภาพให้มีสุขภาพที่ดีอยู่เสมอ

ตัวอย่างการใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ของนักเรียนในการแก้ปัญหาในโมดูลสุขภาพ (Wellness) (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 235) แสดงดังต่อไปนี้

D: Define ระบุปัญหาหรือความท้าทาย ความท้าทายสำหรับนักเรียน คือ การมีสุขภาพดี และรักษาสุขภาพให้ดีอยู่เสมอ

A: Assess ประเมินสถานการณ์ปัญหา นักเรียนจำเป็นต้องประเมินสภาวะสุขภาพในปัจจุบันของตนเองและระบุว่าสุขภาพดีหรือไม่ เพื่อให้สามารถระบุปัญหาที่ต้องการได้ดียิ่งขึ้น

P: Plan วางแผน นักเรียนจำเป็นต้องพัฒนาแผนดำเนินการที่จะนำไปสู่การมีสุขภาพดี หรือการรักษาสุขภาพให้ดีอยู่เสมอ

I: Implement การดำเนินการตามแผน นักเรียนจำเป็นต้องปฏิบัติตามอย่างเหมาะสมในการแก้ปัญหาสุขภาพ

C: Communicate การสื่อสาร นักเรียนจำเป็นต้องประเมินว่าได้แก้ปัญหาสุขภาพของตนเองหรือไม่ หรือปรับปรุงเปลี่ยนแปลงแผนดำเนินการเพื่อให้นำไปสู่ผลสำเร็จ และสื่อสารนำเสนอผลลัพธ์

การประยุกต์ใช้ข้อมูลสุขภาพส่วนบุคคลในช่วงกิจกรรมแนะนำ การใช้แบบสอบถามแผนพฤติกรรมสุขภาพส่วนบุคคลซึ่งช่วยทำให้ผลที่ได้มีความเป็นระบบ และการใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่ง่ายไม่ซับซ้อน นำไปสู่กระบวนการเรียนรู้ที่นักเรียนได้ประยุกต์ใช้ความรู้เพื่อแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการเรียนรู้ที่สำคัญ จากตัวอย่างข้างต้น กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการที่ง่ายสำหรับนักเรียนแต่เป็นเครื่องมือที่ทรงพลังที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้หรือใช้ซ้ำ ซึ่งใช้ได้ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 235)

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

Barnes (2004) ศึกษาผลของการนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาใช้ในการสอนซ่อมเสริมให้แก่นักเรียนเกรด 8 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ประเทศแอฟริกาใต้ ผลการศึกษพบว่า การนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาใช้ในการสอนซ่อมเสริม ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำวิชาคณิตศาสตร์ได้

Uzel and Uyangor (2006) ศึกษาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 โรงเรียนประถมศึกษากัด Cigdem Batubey ประเทศตุรกี ที่ได้รับการศึกษาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง ใช้แบบวัดเจตคติที่เป็นมาตรวัดแบบลิเคอร์ท์จำนวน 26 ข้อ แบ่งเป็นข้อคำถามเชิงบวก 13 ข้อ ข้อคำถามเชิงลบ 13 ข้อ มีค่าความเที่ยง 0.94 ศึกษาโดยวัดเจตคติของกลุ่มทดลองที่เรียนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และกลุ่มควบคุมที่เรียนตามแนวคิดดั้งเดิมก่อนและหลังการทดลอง โดยก่อนการทดลองกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีคะแนนเจตคติไม่แตกต่างกัน ผลการศึกษพบว่า หลังการทดลองเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงสูงกว่ากลุ่มควบคุม

Dickinson and others (2010) ศึกษาผลของการนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาใช้ในการสอนคณิตศาสตร์แก่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางถึงต่ำ ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ประเทศอังกฤษ ผลการศึกษพบว่า การนำแนวคิดการศึกษา

คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนและพัฒนาความรู้ในเนื้อหาวิชาให้แก่ นักเรียนได้

Kwon (n.d.) ศึกษาผลของการนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษา เรื่องสมการเชิงอนุพันธ์ ที่มหาวิทยาลัยหญิง Ewha ประเทศเกาหลี ผลการศึกษาพบว่าแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับอุดมศึกษาได้อย่างประสบความสำเร็จ

งานวิจัยในประเทศ

จรรยา ภูอุดม (2544) ศึกษาพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ และเปรียบเทียบพัฒนาการด้านทักษะการคิดเชิงเหตุผลและทักษะการรู้คิด ความเข้าใจในมิติ การนำความรู้ไปใช้ และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนตามรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้กับนักเรียนที่เรียนตามปกติ รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ มีองค์ประกอบหลัก 7 ประการ ได้แก่ 1) สถานการณ์ปัญหา 2) ความรู้สึกลอยากแก้ปัญหา 3) ปฏิสัมพันธ์ทางสังคม 4) ความรู้ความสามารถเดิม 5) กิจกรรมการแก้ปัญหา 6) พัฒนาการทางปัญญา และ 7) เจตคติต่อการเรียน โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน 4 ขั้น คือ ขั้นที่ 1 นำเสนอสถานการณ์ปัญหา ขั้นที่ 2 สร้างความรู้สึกลอยากแก้ปัญหาและวางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ลงมือแก้ปัญหา และขั้นที่ 4 ประเมินผล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนดอนเมืองจาตุรจินดา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 จำนวน 81 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 39 คน กลุ่มควบคุม 42 คน ใช้เวลาในการทดลอง 17 คาบ (6 สัปดาห์) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดทักษะการคิดเชิงเหตุผล แบบทดสอบวัดความเข้าใจในมิติและการนำความรู้ไปใช้ แบบประเมินทักษะการรู้คิด และแบบวัดเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้สามารถช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านทักษะการคิดเชิงเหตุผลดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ มีความเข้าใจในมิติสูงกว่า สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ดีกว่า มีความคงทนของความเข้าใจมากกว่า มีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่า และมีพัฒนาการด้านทักษะการรู้คิดเกี่ยวกับการทำกับตนเองดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ

อนันตนิจ โปธิถาวร (2547) ศึกษาผลของการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริง ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจต่อสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยนำคณิตศาสตร์ไปใช้ให้สัมพันธ์กับในโลกจริงของนักเรียน มีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันที่เป็นชีวิตจริงของนักเรียน และบูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริงและได้นำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาในเรื่องราวหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 และสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 นอกจากนี้ยังมีความพึงพอใจต่อสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ทุกด้านอยู่ในระดับมาก คือ ด้านการมีส่วนร่วม ด้านสัมพันธไมตรี ด้านการสนับสนุนจากครู ด้านเป้าหมายการทำงาน ด้านความเป็นระเบียบในชั้นเรียน ด้านการชี้แจงกฎระเบียบ และด้านความพึงพอใจในการทำงาน

สุริเยส สุขแสง (2548) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์ ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหาหรือเสนอปัญหาที่ทำทนายหรือซับซ้อน เพื่อกระตุ้นหรือยั่วเย้าให้นักเรียนสนใจและอยากใช้ศักยภาพที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา เกิดความท้าทายที่จะเรียนรู้ แก้ปัญหา สรุปมโนทัศน์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนเป็นผู้นำเสนอปัญหาและนักเรียนช่วยกันหาวิธีแก้ปัญหา นั้น มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 6 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 เริ่มต้น ครูกล่าวถึงสาระสำคัญที่จะเรียน โดยกล่าวถึงความสำคัญและเป้าหมายของเรื่องที่จะเรียน และสอบถามนักเรียนว่านักเรียนมีความรู้ในเรื่องที่จะเรียนมาบ้างแล้วหรือไม่อย่างไร ครูกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ในการเรียนเนื้อหา

ขั้นที่ 2 นำเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะสอน ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียนต่อนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอปัญหา

ขั้นที่ 3 มอบหมายงาน ครูมอบหมายงานจากปัญหาหรือสถานการณ์ให้นักเรียนเพื่อเรียนรู้มโนทัศน์ สรุปมโนทัศน์ และวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ค้นหาคำอธิบายทางคณิตศาสตร์ นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดค้นหาคำอธิบายทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่เรียน นักเรียนในกลุ่มช่วยกัน

อภิปรายและแสดงความคิดเห็นว่าสถานการณ์ที่เพื่อนนำเสนอเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับหัวข้อที่เรียนหรือไม่อย่างไร

ขั้นที่ 5 สร้างเป็นโจทย์ปัญหา นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่เรียน แล้วนำเสนอปัญหาดังกล่าวเพื่อให้เพื่อนช่วยกันอภิปรายและแสดงความคิดเห็น เพื่อหาวิธีแก้ปัญหานั้น

ขั้นที่ 6 เริ่มต้นใหม่ ครูให้นักเรียนฝึกฝนการตั้งปัญหา โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะในการตั้งปัญหา

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 แต่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติ

บุญญา แซ่หล่อ (2549) ศึกษาการบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลของการใช้การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการเชื่อมโยง ความลึกในการเข้าใจเนื้อหา และการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน ที่สมัครใจเข้าร่วมโครงการ โดยคัดเลือกจากนักเรียนที่ผ่านการเรียนวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เรื่องค่ากลางของข้อมูล (ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม) การนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง กราฟเส้น และแผนภูมิแท่ง และสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดำเนินการทดลองโดยให้กลุ่มตัวอย่างเรียนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการเชื่อมโยงภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง เป็นเวลา 30 คาบ คาบละ 50 นาที

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงและความลึกในการเข้าใจเนื้อหาในแต่ละระดับ หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง ความสามารถในการเชื่อมโยงมีผลต่อความลึกในการเข้าใจเนื้อหาในรูปแบบความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์แบบเชิงเส้น โดยมีคุณภาพ 35 % และผลการพัฒนาในเชิงคุณภาพจากการสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์โดยเฉพาะในด้านความลึกในการเข้าใจเนื้อหา นักเรียนมีระดับความลึกในการเข้าใจเนื้อหามากขึ้น ส่วนในด้านการเห็นคุณค่า

ของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงนักเรียนทุกคนให้ความคิดเห็นที่ดีต่อคณิตศาสตร์และเห็นว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง

มะลิวรรณ ศรีชัยปัญญา (2550) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนสังกัดคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงเพื่อการเรียนรู้ในชั้นเรียน แล้วนำข้อมูลที่เกี่ยวข้องมาสร้างความสัมพันธ์ในรูปแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้หรือหาคำตอบ มีขั้นตอนการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 สร้างแบบจำลองจากสถานการณ์ในโลกความเป็นจริง โดยนำสถานการณ์ที่นักเรียนสามารถพบในชีวิตจริงหรือชีวิตประจำวันมาใช้เป็นปัญหาประกอบการเรียนการสอนในเนื้อหาส่วนที่เกี่ยวข้องตามหลักสูตร

ขั้นที่ 2 สร้างแบบจำลองในชั้นเรียน โดยครูนำสถานการณ์ปัญหาจากขั้นตอนที่ 1 มาสร้างเป็นแบบจำลองของเหตุการณ์เพื่อการเรียนรู้ในชั้นเรียน โดยปรับให้เหมาะสมและง่ายต่อการเรียนรู้ในชั้นเรียน แสดงให้เห็นการบูรณาการหรือการประยุกต์ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กับเหตุการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง เพื่อให้นักเรียนเห็นถึงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

ขั้นที่ 3 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยนำข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาจากขั้นตอนที่ 2 มาแทนด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือตัวแปรที่แทนความหมายในเรื่องนั้นๆ

ขั้นที่ 4 สรุปหรือหาผลลัพธ์หรือคำตอบ โดยผู้เรียนหรือผู้สอนกับผู้เรียนร่วมกันหาผลสรุปหรือคำตอบของปัญหา โดยใช้หลักการและเทคนิคทางคณิตศาสตร์ เช่น หลักการคำนวณ การวิเคราะห์ การแก้ปัญหา เป็นต้น และสรุปสิ่งที่เรียนรู้

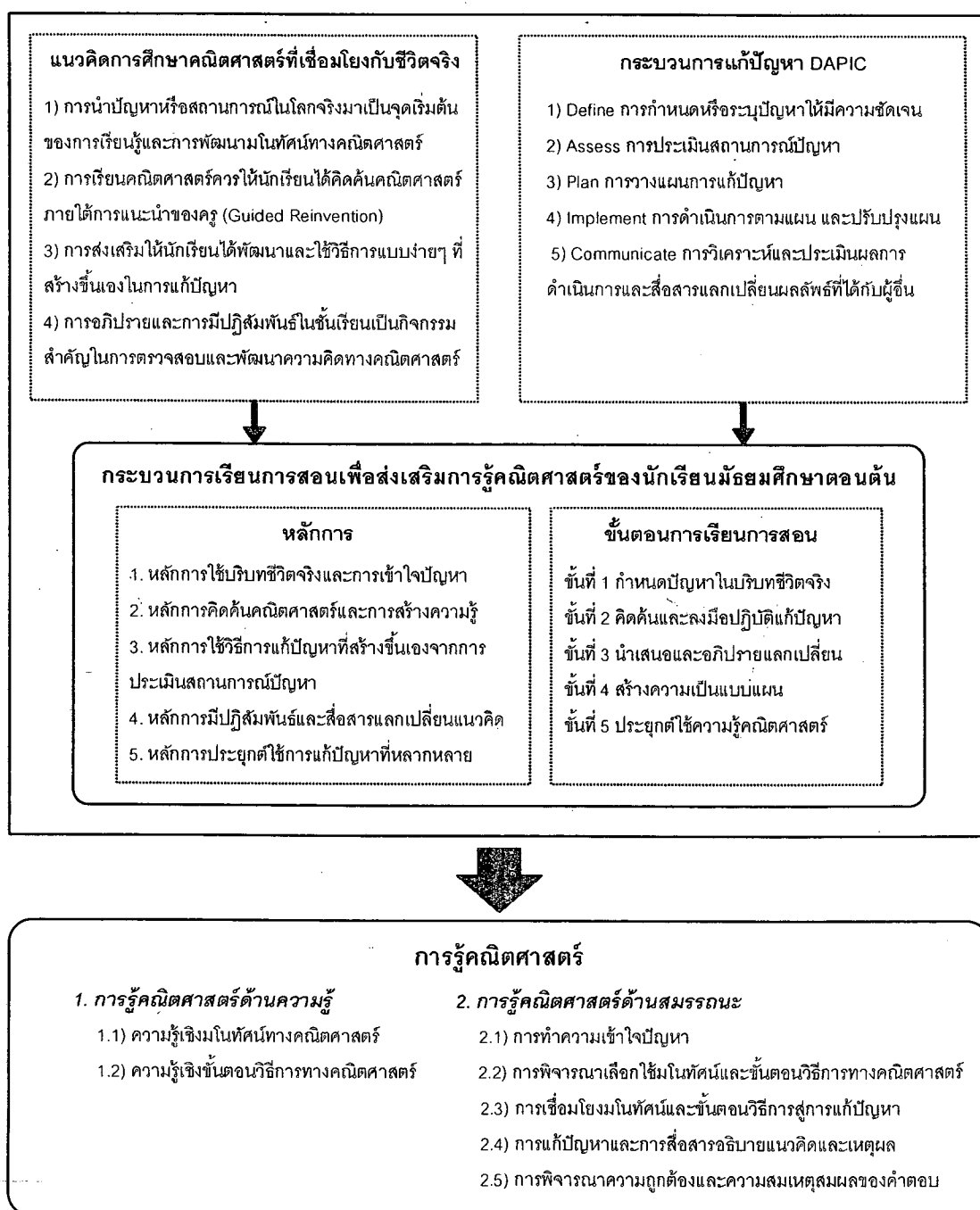
ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 แต่มีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองไม่สูงกว่าก่อนการทดลอง และไม่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

เทพสุดา เกตุทอง (2551) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยนำกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเน้นการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ปัญหาเสมือนในชีวิตจริง โดยการแทนสถานการณ์ปัญหาด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แล้วดำเนินการหาคำตอบทางคณิตศาสตร์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคำตอบทางคณิตศาสตร์ไปอธิบายสถานการณ์ปัญหาดังกล่าว ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

กรอบแนวคิดการวิจัย

จากการศึกษาค้นคว้าแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ทำให้ผู้วิจัยเห็นความสัมพันธ์สอดคล้องของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่สามารถนำมาใช้เป็นแนวคิดพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกำหนดเป็นกรอบแนวคิดการวิจัยดังนี้

แผนภาพที่ 8 กรอบแนวคิดการวิจัย



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นการศึกษาวิจัยและพัฒนา มุ่งพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น และศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นโดยการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน ขั้นตอนดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

1. การศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย
2. การศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการรู้คณิตศาสตร์
3. การศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC
4. การศึกษาบริบทการใช้งานคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2
5. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC
6. การตรวจสอบและปรับปรุงคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

1. การกำหนดแบบแผนการทดลอง
2. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
3. การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้และพัฒนาสื่อการเรียนรู้
4. การพัฒนาเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล

แผนภาพที่ 9 ขั้นตอนดำเนินการวิจัย



กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น
ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC



ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

1. การกำหนดแบบแผนการทดลอง

ใช้การวิจัยแบบกึ่งทดลอง

E	O ₁	X	O ₂
C	O ₃		O ₄

ตัวแปรจัดกระทำ คือ กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น
ตัวแปรตาม คือ การรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัด สพฐ. สพม.2

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา จำนวน 2 ห้องเรียน

3. การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้และพัฒนาสื่อการเรียนรู้

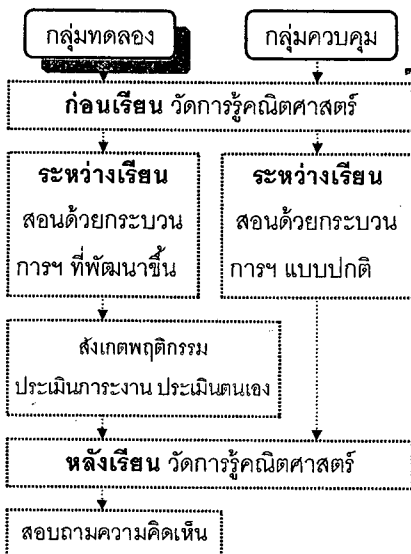
กลุ่มทดลอง ออกแบบตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น

กลุ่มควบคุม ออกแบบตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

4. การพัฒนาเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

- | | |
|---|--|
| 1) แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ | 4) แบบประเมินตนเอง |
| 2) แบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาบริบทชีวิตจริง | 5) แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน |
| 3) แบบประเมินคุณภาพภาระงาน | |

5. การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน



6. การวิเคราะห์ข้อมูล

- 1) เปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมหลังการทดลอง ใช้สถิติ t-test for independent
- 2) เปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม ใช้สถิติ t-test for dependent
- 3) ศึกษาพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ใช้การวิเคราะห์เนื้อหา
- 4) ประเมินความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่มทดลองเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน ใช้ค่าเฉลี่ยและร้อยละ

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้วิจัยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. การศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย ผู้วิจัยศึกษาข้อมูล ดังนี้

1.1 ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จุดมุ่งหมาย ตัวชี้วัดสาระการเรียนรู้แกนกลาง และคุณภาพผู้เรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และแนวทางการจัดการเรียนรู้ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนให้สอดคล้องตามความมุ่งหวังของหลักสูตร โดยผู้วิจัยศึกษาจากเอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) และเอกสารตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551)

ผลการศึกษาพบว่า จุดมุ่งหมายที่สำคัญประการหนึ่งของการศึกษาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีความรู้ความเข้าใจในสาระต่างๆ และสามารถใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ อย่างเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 58-63; สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551)

1.2 ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับสภาพปัจจุบันของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยผู้วิจัยศึกษาจากเอกสารรายงานผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ (ONET) วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2552, 2553) และรายงานการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาสภาพปัญหาและสาเหตุที่นักเรียนไทยอ่อนคณิตศาสตร์และแนวทางแก้ไข (สมวงษ์ แปลงประสพโชค และคณะ, 2551)

ผลการศึกษาพบว่า ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ (ONET) วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2550 ปีการศึกษา 2551 และปีการศึกษา 2552 คิดเป็นร้อยละ 25.52 32.64 และ 26.05 ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 ทุกปี (สถาบันทดสอบทางการศึกษา

แห่งชาติ, 2552, 2553) ปัญหาที่พบในการเรียนคณิตศาสตร์ คือ ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์แล้ว เกิดการลืม จำไม่ได้ ไม่เข้าใจ ไม่เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ มองว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องไกลตัว ห่างไกลจากการดำเนินชีวิต ไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ได้ (สมวงษ์ แปลงประสพโชค และคณะ, 2551)

1.3 ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับสภาพปัจจุบันของการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย ที่จัดโดยองค์กรเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ หรือ OECD ในโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) โดยผู้วิจัย ศึกษาจากเอกสารรายงานผลการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ (OECD, 2003, 2004, 2006, 2007, 2010; สุณีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549)

ผลการศึกษาพบว่า โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA โดย OECD จัดประเมินการรู้เรื่องการอ่าน (Reading Literacy) การรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และการรู้วิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy) ของนักเรียนที่จบการศึกษาภาคบังคับ ซึ่งการรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) มีจุดเน้นที่การประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะในปัญหาแปลกใหม่ที่อยู่ในบริบทของโลกในชีวิตจริง เพื่อประเมินว่านักเรียนได้รับการเตรียมพร้อมสำหรับชีวิตในอนาคตได้ดีเพียงไร โดยดำเนินการประเมินอย่างต่อเนื่อง ช่วงเวลาระยะละ 3 ปี เริ่มประเมินระยะที่ 1 ในปี 2000 ผลการประเมินพบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยการรู้คณิตศาสตร์ในปี 2000 ปี 2003 ปี 2006 และปี 2009 เป็น 432 คะแนน 417 คะแนน 417 คะแนน และ 419 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD ทั้งสี่ครั้ง (ปี 2000 ปี 2003 และปี 2006 ค่าเฉลี่ยของ OECD เป็น 500 คะแนน และปี 2009 ค่าเฉลี่ยของ OECD เป็น 496 คะแนน) (OECD, 2003, 2004, 2006, 2007, 2010; สุณีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549)

2. การศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการรู้คณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัย ศึกษาจากหนังสือ บทความ และรายงานการวิจัย ได้สาระสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

2.1 ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของการรู้คณิตศาสตร์พบว่า นักการศึกษาคณิตศาสตร์ และผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงคำว่า การรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และคำอื่นๆ ที่มีความหมายใกล้เคียงกับการรู้คณิตศาสตร์ ได้แก่ Quantitative Literacy, Quantitative Reasoning, Functional Mathematics, Mathematical Proficiency และ Numeracy โดยคำว่า Quantitative Literacy, Quantitative Reasoning และ Mathematical Proficiency ใช้ในสหรัฐ

อเมริกา คำว่า Functional Mathematics ใช้ในสหราชอาณาจักร คำว่า Numeracy เริ่มใช้ในประเทศอังกฤษ และคำว่า Mathematical Literacy ใช้แพร่หลายโดยทั่วไป คำต่างๆ เหล่านี้มีความหมายใกล้เคียงกัน (Hoogland, 2003: 1; Jablonka, 2003: 76-77; Van Groenestijn, 2003: 229-230; Burkhardt, 2007: 138; Steen and others, 2007: 285) ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า การรู้คณิตศาสตร์ หรือ Mathematical Literacy ซึ่งเป็นคำที่ใช้แพร่หลายโดยทั่วไป

จากความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาคณิตศาสตร์ และผู้เชี่ยวชาญได้กล่าวไว้ (Good, 1973: 353; Orpwood and Garden, 1998: 62; Evans, 2000: 236; De Lange, 2003: 77, 80; Jablonka, 2003: 78; OECD, 2003: 24; Qualifications and Curriculum Authority (QCA) (อ้างถึงใน Brown and others, 2006); Burkhardt, 2007: 137-138; Martin, 2007: 29; Steen and others, 2007: 285; Yore and others, 2007: 574; สุณีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549: 1; ราชบัณฑิตยสถาน, 2553: 4, 27) สรุปได้ว่า การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถของบุคคลในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้และใช้อย่างไร ผู้ที่รู้คณิตศาสตร์ที่แท้จริงไม่ใช่เพียงเป็นผู้มีความรู้มากในวิชาคณิตศาสตร์ แต่ต้องสามารถประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะในสถานการณ์ต่างๆ ที่พบได้อย่างเหมาะสม และสามารถตัดสินใจได้ว่ามโนทัศน์ใดควรนำมาใช้ในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งไม่ใช่เพียงคุ้นเคยกับคณิตศาสตร์แต่เต็มเปี่ยมไปด้วยความเข้าใจอย่างแท้จริง

2.2 ความสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์

การรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญในฐานะของการเป็นทักษะชีวิตอย่างหนึ่ง ซึ่งเป็นพื้นฐานที่มีความจำเป็น การรู้คณิตศาสตร์เป็นจุดมุ่งหมายหลักอย่างหนึ่งของการจัดการศึกษาในโรงเรียนยุคปัจจุบัน การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนต้องมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิด การรู้คณิตศาสตร์ นั่นคือ สามารถเลือกและประยุกต์ใช้ความรู้และวิธีการที่มีความเหมาะสมกับสถานการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นภายนอกโรงเรียน และเตรียมความพร้อมให้แก่ นักเรียนทุกคนเพื่อการใช้ชีวิตในสังคมที่มีความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี (Devlin, 2000: 24; Watson, 2002: 157; Steen and others, 2007: 286; Yore and others, 2007: 574; สุณีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549: 8, 13)

2.3 แนวทางการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์

การไม่รู้คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นผลมาจากเนื้อหาที่สอนแต่มาจากวิธีที่ครูใช้สอน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมที่เน้นการท่องจำกฎหรือสูตร ทำให้คณิตศาสตร์ในโรงเรียนไม่มีความเชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง และไม่สามารถใช้เป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ และแก้ปัญหาในโลกจริงได้ ดังนั้นในการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องแสวงหาแนวทางและวิธีในการจัดการเรียนการสอนของครูเพื่อพัฒนาและส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียน (Martin, 2007: 30)

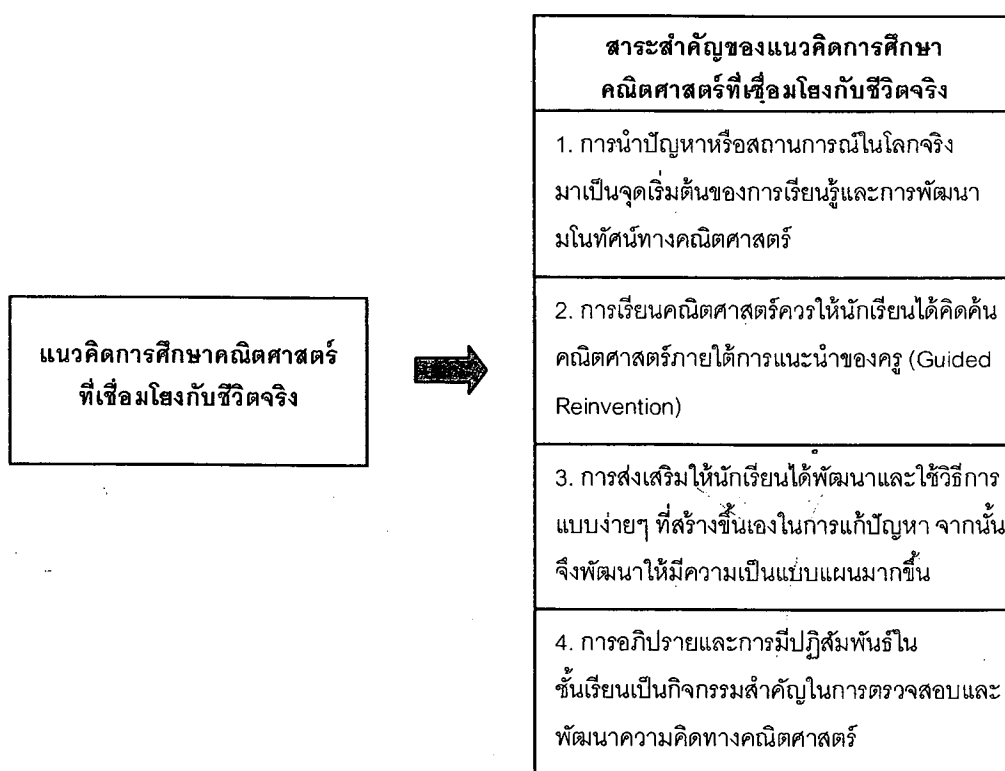
การสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาและส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ควรสอนในบริบทใช้สถานการณ์จริงมาเชื่อมโยงและบูรณาการกับคณิตศาสตร์ และสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาในบริบทที่เหมาะสม โดยบริบทดังกล่าวต้องเป็นบริบทที่นักเรียนมีความคุ้นเคย มีประสบการณ์ และมีความเข้าใจในบริบทนั้นอย่างเพียงพอ และมีความหมายต่อนักเรียน การใช้บริบทที่เป็นจริงจะช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาได้ดีขึ้น นอกจากนี้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรคำนึงถึงสมรรถนะต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ด้วย ไม่ควรเฉพาะเจาะจงอยู่แต่กับเนื้อหาวิชาเท่านั้น (Hughes-Hallett, 2001: 94-98, 2003: 97; De Lange, 2003: 87-88)

2.4 เนื้อหาในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์

จากการสังเคราะห์ลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ จาก OECD (2006) และ Kaplan (2009) พบว่า เนื้อหาที่ใช้ในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์อยู่ในขอบข่ายของคณิตศาสตร์ที่พบในชีวิตประจำวัน การรับข้อมูลข่าวสาร และการตัดสินใจ ซึ่งครอบคลุมถึงการใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจ จัดการ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ที่พบในชีวิตประจำวัน เช่น การอ่านแผนภูมิและตารางที่พบในข่าว การอ่านตารางการเดินรถ การอ่านแผนที่ การคำนวณเกี่ยวกับความเร็ว ระยะทาง และปริมาณน้ำมันที่ใช้ การเปรียบเทียบปริมาณ ความยาว พื้นที่ ปริมาตร และราคาเพื่อการตัดสินใจ ความรู้สึกเกี่ยวกับขนาดและพื้นที่ สถิติในชีวิตประจำวัน ความถูกต้องน่าเชื่อถือของโพลและความเหมาะสมของวิธีการในการเก็บรวบรวมข้อมูลทางสถิติในสถานการณ์บ้านเมืองปัจจุบัน เป็นต้น

3. การศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

3.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง โดยผู้วิจัยศึกษาจากหนังสือ บทความ และรายงานการวิจัย (Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1997; Gravemeijer and Terwel, 2000; Van den Heuvel-Panhuizen, 2000; Meyer, 2001; Barnes: 2004; Uzel and Uyangor: 2006; Doorman and others, 2007; Dickinson and others: 2010; Kwon: n.d.) แล้ววิเคราะห์สาระสำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง เพื่อใช้เป็นหลักการในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน ได้ผลการวิเคราะห์แสดงดังแผนภาพที่ 10

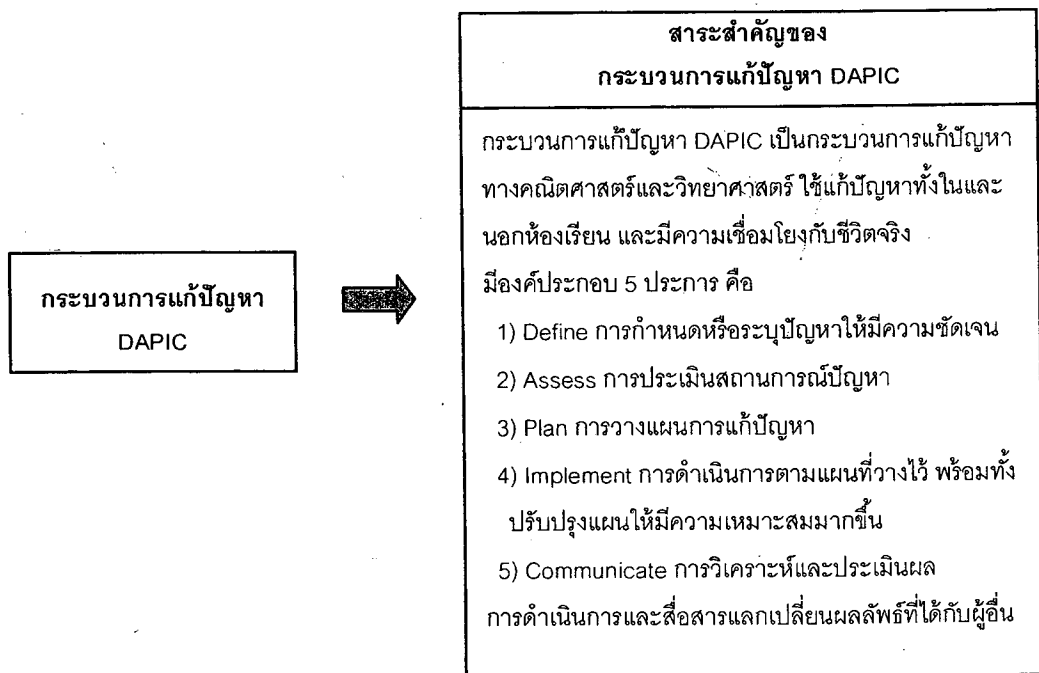


แผนภาพที่ 10 ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง

จากแผนภาพที่ 10 พบว่า สาระสำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง มีดังนี้

- 1) การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริงมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 2) การเรียนคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ภายใต้การแนะนำของครู (Guided Reinvention)
- 3) การส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาและใช้วิธีการแบบต่างๆ ที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหา จากนั้นจึงพัฒนาให้มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น
- 4) การอภิปรายและการมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนเป็นกิจกรรมสำคัญในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

3.2 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC โดยผู้วิจัยศึกษาจากหนังสือ บทความ และรายงานการวิจัย (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 234-236; CeMaST, 1998; อัมพร ม้าคอง, 2553) แล้ววิเคราะห์สาระสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เพื่อใช้เป็นหลักการในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน ได้ผลการวิเคราะห์แสดงดังแผนภาพที่ 11



แผนภาพที่ 11 ผลการวิเคราะห์สาระสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

จากแผนภาพที่ 11 พบว่า สาระสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีดังนี้
กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และ
วิทยาศาสตร์ ใช้แก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียนและมีความเชื่อมโยงกับชีวิตจริง มีองค์ประกอบ
5 ประการ คือ

- 1) Define การกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน
- 2) Assess การประเมินสถานการณ์ปัญหา
- 3) Plan การวางแผนการแก้ปัญหา
- 4) Implement การดำเนินการตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้
มีความเหมาะสมมากขึ้น
- 5) Communicate การวิเคราะห์และประเมินผลการดำเนินการ และ
สื่อสารแลกเปลี่ยนผลลัพธ์ที่ได้กับผู้อื่น

4. การศึกษาบริบทการใช้งานคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น
สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา
เขต 2 ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

4.1 ศึกษาจากการสังเกตและการสัมภาษณ์ มีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 สังเกตกิจกรรมการใช้ชีวิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา
เขต 2 ซึ่งครอบคลุมถึงกิจกรรมที่นักเรียนทำในวันที่ไปโรงเรียน วันหยุดพักผ่อน กิจกรรมของ
โรงเรียน และกิจกรรมส่วนตัว เป็นระยะเวลา 1 เดือน

4.1.2 สัมภาษณ์นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงาน
คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 จำนวน
10 คน เพื่อตรวจสอบยืนยันกับผลการสังเกตที่ได้จากข้อ 4.1.1

4.1.3 นำผลที่ได้จากการสังเกตและการสัมภาษณ์มาวิเคราะห์ความ
เกี่ยวข้องของความรู้คณิตศาสตร์และการใช้งานคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

4.2 ศึกษาจากการให้นักเรียนเขียนบันทึกการใช้งานคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงของ
นักเรียนลงในแบบบันทึกการใช้งานคณิตศาสตร์ในชีวิต มีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 สร้างแบบสอบถามการใช้งานความรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนในชีวิตจริง โดยมีประเด็นครอบคลุมถึงกิจกรรมที่นักเรียนทำในแต่ละวันที่ต้องการการใช้งานความรู้คณิตศาสตร์ ความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนจำเป็นต้องนำมาใช้ในชีวิต และความรู้สึกของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้งานความรู้คณิตศาสตร์

4.2.2 สุ่มโรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 จำนวน 5 โรงเรียน และสุ่มนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวนโรงเรียนละ 50 คน รวม 250 คน ให้นักเรียนตอบแบบสอบถามโดยจดบันทึกกิจกรรมที่ทำในแต่ละวันที่ต้องการการใช้ความรู้คณิตศาสตร์ ความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนจำเป็นต้องนำมาใช้ในชีวิต และความรู้สึกของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้งานความรู้คณิตศาสตร์

4.3 นำผลที่ได้จากการสังเกต การสัมภาษณ์ และการตอบแบบสอบถามมาวิเคราะห์เพื่อสร้างเป็นกรอบบริบทการใช้งานคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 ได้ผลโดยสรุปดังนี้

สถานการณ์ที่นักเรียนใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง ได้แก่ การซื้อขายหรือการใช้จ่ายในชีวิตประจำวัน การคำนวณราคาสินค้าลดราคาเป็นเปอร์เซ็นต์ ค่าโทรศัพท์ เวลา-ค่าโทร การออมเงิน ดอกเบี้ย การชั่งตวงวัด การเปรียบเทียบปริมาณ อัตราส่วนในการทำอาหาร การวัดขนาด ปริมาตร น้ำหนักของวัตถุ การวัดมุม การหาพื้นที่ในการก่อสร้าง การแปลงหน่วยการวัด การคำนวณความเร็ว ระยะทาง อัตราการใช้น้ำมันรถยนต์ การจับเวลา สถิติในการแข่งขันกีฬาหรือการออกกำลังกาย การคาดคะเน รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สถิติ ความน่าจะเป็น

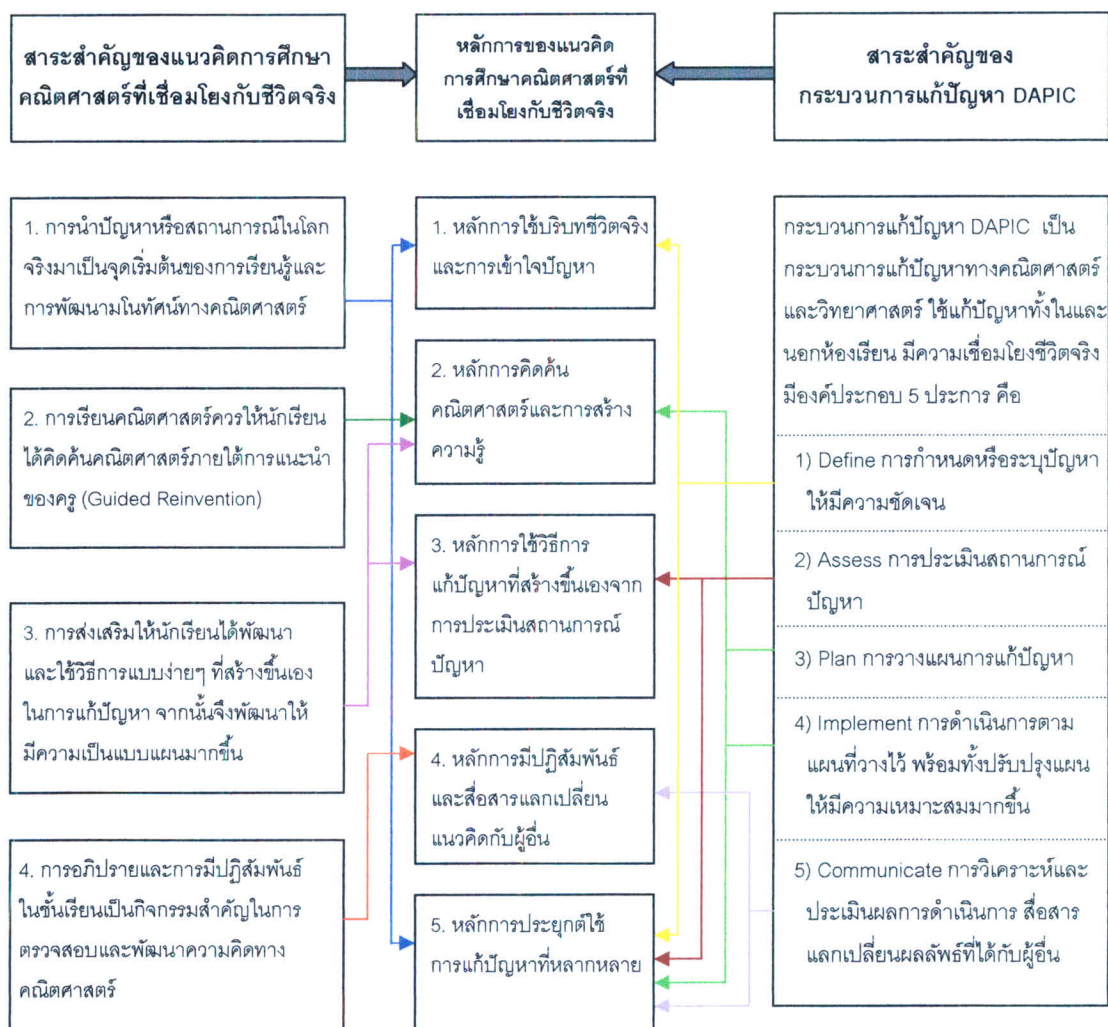
5. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้วิจัยกำหนดกรอบการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน ดังแสดงรายละเอียดในแผนภาพที่ 12



แผนภาพที่ 12 กรอบการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

การดำเนินการพัฒนาระบบการเรียนการสอนแต่ละขั้นตอน มีรายละเอียดดังนี้

5.1 สร้างหลักการของกระบวนการเรียนการสอน ผู้วิจัยนำสาระสำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่วิเคราะห์ได้จากข้อ 3 มาบูรณาการเป็นหลักการของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เพื่อใช้เป็นหลักการของกระบวนการเรียนการสอน แสดงดังแผนภาพที่ 13



แผนภาพที่ 13 หลักการของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

จากแผนภาพที่ 13 หลักการของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่นำมาใช้เป็นหลักการของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มี 5 ประการ ดังนี้

1) หลักการใช้บริบทชีวิตจริงและการเข้าใจปัญหา

การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงที่นักเรียนมีความคุ้นเคยมาเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดีและมีความหมายต่อนักเรียน

2) หลักการคิดค้นคณิตศาสตร์และการสร้างความรู้

การเรียนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมในการสร้างความรู้ ไม่ใช่การถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่ การเรียนคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์โดยการปฏิบัติกิจกรรมภายใต้การให้คำแนะนำของครูเพื่อค้นพบความรู้คณิตศาสตร์

3) หลักการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา

การให้นักเรียนได้พัฒนาและใช้วิธีการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหาจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา โดยวิธีการหรือโมเดลจะเป็นแบบง่าย ๆ เข้าใจได้ง่ายและสื่อความหมาย และค่อย ๆ พัฒนาเป็นวิธีการหรือโมเดลที่เป็นแบบแผนและซับซ้อนมากขึ้น

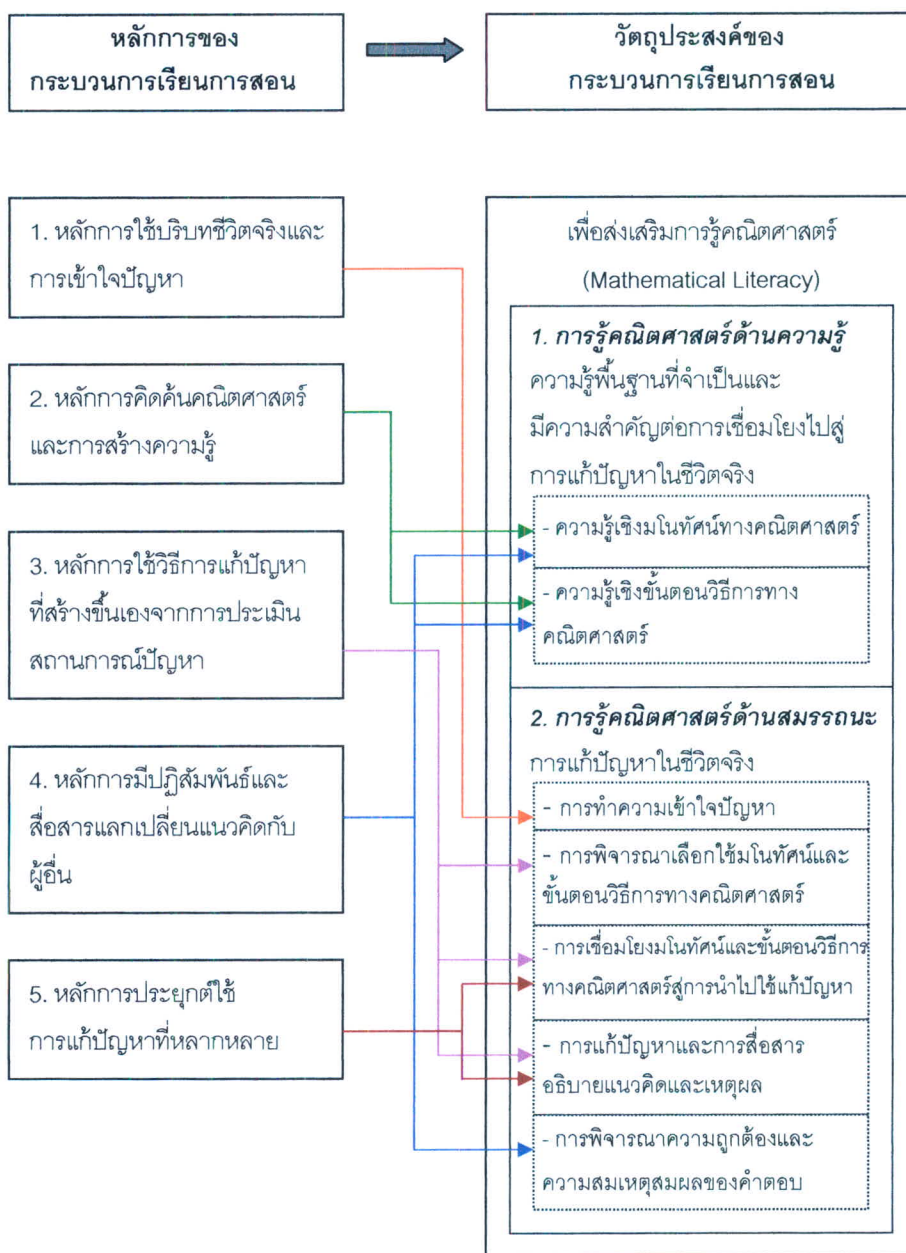
4) หลักการมีปฏิสัมพันธ์และสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น

การอภิปรายสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่นและปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนจะช่วยให้เกิดการตรวจสอบและพัฒนาความคิดเชิงคณิตศาสตร์

5) หลักการประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาที่หลากหลาย

การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย โดยเน้นการพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา

5.2 กำหนดวัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน ผู้วิจัยกำหนด วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน และวิเคราะห์ความเชื่อมโยงระหว่างหลักการของ กระบวนการเรียนการสอนที่ได้จากข้อ 5.1 กับวัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน แสดงดัง แผนภาพที่ 14



แผนภาพที่ 14 วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน

จากแผนภาพที่ 14 วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับ
 ชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC คือ เพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน
 มัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้
 และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริง
 หรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน
 รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนำโมเดลทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้และใช้
 อย่างไร มีองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ ด้านความรู้ และด้านสมรรถนะ

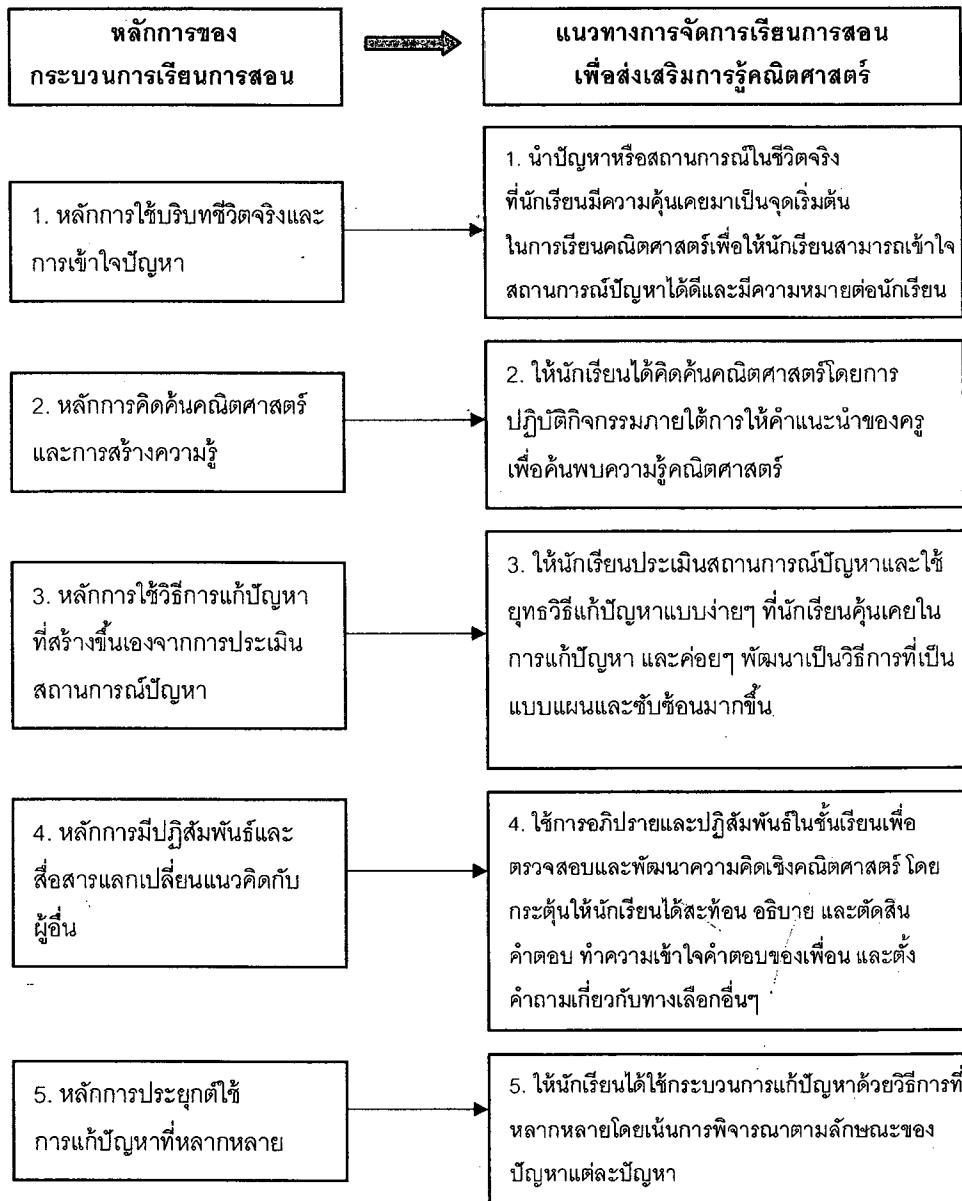
1) การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ หมายถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและมีความสำคัญต่อ
 การเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตจริง ประกอบด้วย

1.1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ
 เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ความหมาย โครงสร้างของคณิตศาสตร์ แนวคิด หลักการ กฎ สูตร ความคิด
 รวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์

1.2) ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความ
 เข้าใจเกี่ยวกับการใช้ขั้นตอนวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การใช้ศัพท์ ภาษาและสัญลักษณ์
 ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการอ่าน เขียนกราฟและตาราง

2) การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้
 คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนมาใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ
 ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน ประกอบด้วย ความสามารถในการ
 ทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การ
 เชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหาและ
 การสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงการ
 พิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5.3 วิเคราะห์แนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำหลักการของกระบวนการเรียนการสอน ที่ได้จากข้อ 5.1 มาวิเคราะห์และพัฒนาเป็นแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ แสดงดังแผนภาพที่ 15



แผนภาพที่ 15 แนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์

จากแผนภาพที่ 15 แนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้
คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับ
ชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีดังนี้

- 1) นำปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงที่นักเรียนมีความคุ้นเคยมาเป็น
จุดเริ่มต้นในการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดีและมี
ความหมายต่อนักเรียน
- 2) ให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์โดยการปฏิบัติกิจกรรมภายใต้การให้
คำแนะนำของครู เพื่อค้นพบความรู้คณิตศาสตร์
- 3) ให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ปัญหาและใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาแบบง่าย ๆ ที่
นักเรียนคุ้นเคยในการแก้ปัญหา และค่อยๆ พัฒนาเป็นวิธีการที่เป็นแบบแผนและซับซ้อนมากขึ้น
- 4) ใช้การอภิปรายและปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนเพื่อตรวจสอบและพัฒนาความคิด
เชิงคณิตศาสตร์ โดยกระตุ้นให้นักเรียนได้สะท้อน อธิบาย และตัดสินคำตอบ ทำความเข้าใจ
คำตอบของเพื่อน และตั้งคำถามเกี่ยวกับทางเลือกอื่นๆ
- 5) ให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายโดยเน้นการ
พิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา

5.4 กำหนดขั้นตอนการเรียนการสอน ผู้วิจัยนำแนวทางการจัดการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ ที่ได้จากข้อ 5.3 มาสังเคราะห์เป็นขั้นตอนการเรียนการสอน แสดง ดังแผนภาพที่ 16

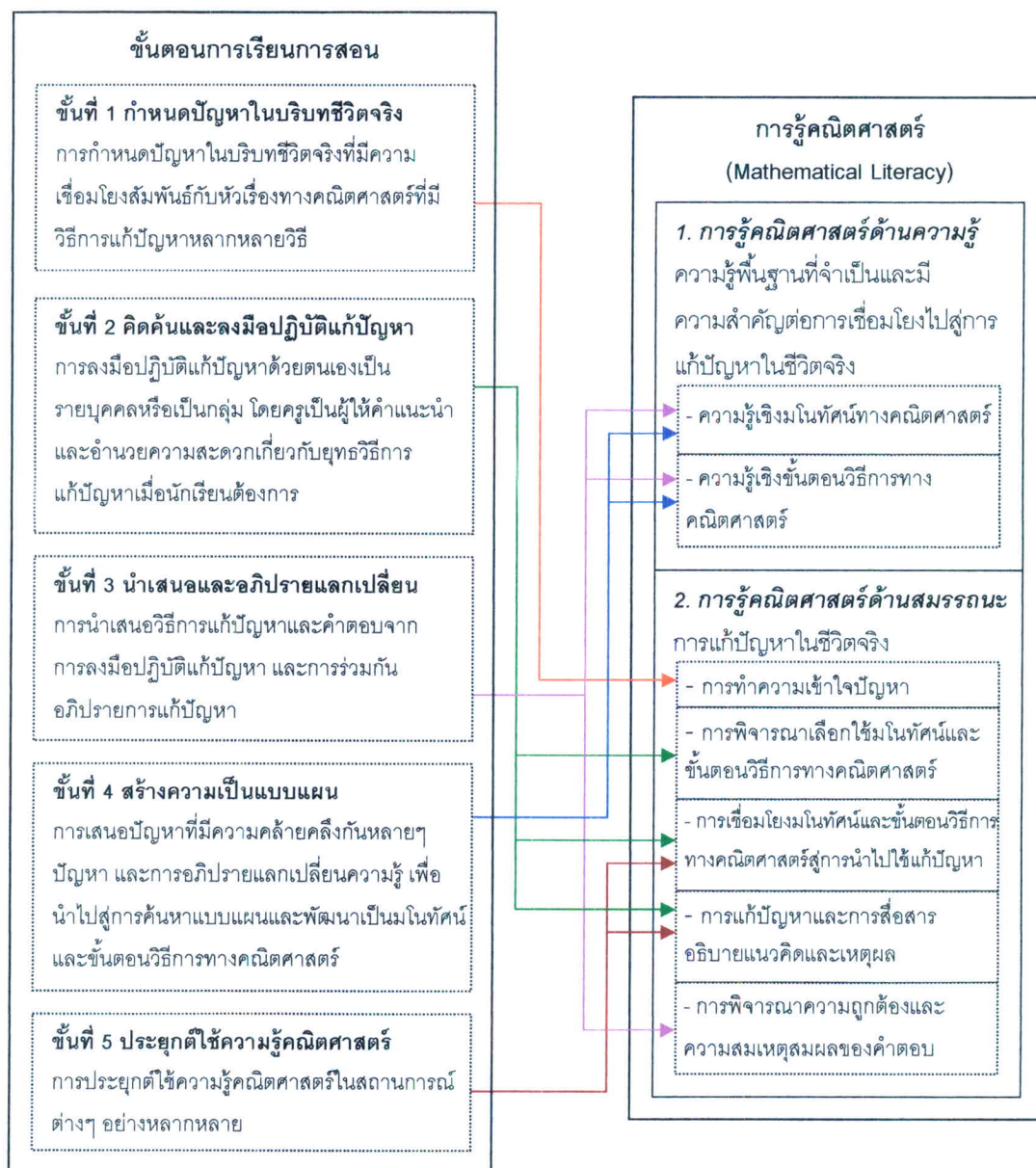


แผนภาพที่ 16 ผลการสังเคราะห์ขั้นตอนการเรียนการสอน

จากแผนภาพที่ 16 ขั้นตอนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีดังนี้

- 1) ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้ นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน
- 2) ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ หรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย
- 3) ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา และคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง
- 4) ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครูในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่
- 5) ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดยเน้นให้นักเรียนฝึกฝนและประยุกต์ใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ และปัญหาในชีวิตจริง

5.5 วิเคราะห์ความเชื่อมโยงของขั้นตอนการเรียนการสอนและการรู้คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำขั้นตอนการเรียนการสอน ที่ได้จากข้อ 5.4 มาวิเคราะห์ความเชื่อมโยงของขั้นตอนการเรียนการสอนและการรู้คณิตศาสตร์ แสดงดังแผนภาพที่ 17



แผนภาพที่ 17 ผลการวิเคราะห์ความเชื่อมโยงของขั้นตอนการเรียนการสอนและการรู้คณิตศาสตร์

5.6 วิเคราะห์กิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทครู และบทบาทนักเรียนในกระบวนการเรียนการสอนตามขั้นตอนการเรียนการสอน

6. การตรวจสอบและปรับปรุงคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

6.1 ตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นโดยผู้ทรงคุณวุฒิ ดำเนินการโดยนำกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาหลักและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วมพิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำกระบวนการเรียนการสอนที่ผ่านการพิจารณาและปรับปรุงไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน พิจารณาตรวจสอบแก้ไข และให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำผลการพิจารณาตรวจสอบและข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนการสอนให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผลการตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คิดศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นสรุปได้ดังนี้

1) ความเป็นมาของกระบวนการเรียนการสอน

การบรรยายความเป็นมาของกระบวนการเรียนการสอนมีความชัดเจน เหตุผลและความจำเป็นในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนมีความเหมาะสม การเรียงเรียงความเป็นมาของกระบวนการเรียนการสอนมีความต่อเนื่องและเหมาะสมทำให้เห็นภาพรวมและจุดเน้นของกระบวนการเรียนการสอนได้ดี

2) แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอน

แนวคิดและทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนมีความเหมาะสม การบรรยายแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอนมีความชัดเจน

3) องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน

หลักการของกระบวนการเรียนการสอน วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน ขั้นตอนการเรียนการสอน และการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ มีความสอดคล้องสัมพันธ์กัน โดยมีรายละเอียดดังนี้

3.1) หลักการของกระบวนการเรียนการสอนมีความชัดเจน และสอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

3.2) วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอนมีความชัดเจนสามารถแสดงถึงสิ่งที่มุ่งหวังให้เกิดขึ้นแก่ผู้เรียน และสอดคล้องกับหลักการของกระบวนการเรียนการสอน

3.3) ขั้นตอนการเรียนการสอนมีความเหมาะสมและสอดคล้องกันอย่างต่อเนื่อง กิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทครู และบทบาทนักเรียน ในขั้นตอนการเรียนการสอน แต่ละขั้นมีความเหมาะสม การสอนตามขั้นตอนการเรียนการสอนสามารถทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

3.4) การวัดและประเมินผลการเรียนรู้มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน เกณฑ์และแนวทางการประเมินผลการเรียนรู้มีความเหมาะสม

นอกจากนี้ ผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมในการปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอน ได้แก่

1) ปรับแก้ภาษาในขั้นตอนการเรียนการสอนแต่ละขั้นให้มีคำสำคัญ (keywords) ที่แสดงถึงการนำทฤษฎีทั้งสองมาใช้อย่างชัดเจน

2) เพิ่มเติมรายละเอียดของการจัดการเรียนการสอนในแต่ละขั้นให้มีความชัดเจนมากขึ้น พร้อมทั้งแก้ไขคำอธิบายบทบาทครูและบทบาทนักเรียนให้มีความชัดเจนมากขึ้น

3) เพิ่มเติมการนำความรู้เดิมมาใช้แก้ปัญหาและเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาใหม่

4) ควรคำนึงถึงบริบทชีวิตจริงของนักเรียนที่มีความแตกต่างกัน

5) อาจเพิ่มเติมกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีบทบาทในการกำหนดปัญหา

ด้วยตนเอง

ผู้วิจัยนำข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิมาปรับปรุงแก้ไขขั้นตอนการเรียนการสอน ได้ผลแสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 รายละเอียดของขั้นตอนการเรียนการสอน

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>1. ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี</p> <p>เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน</p>	<p>1. ครูออกแบบและนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นในการเรียน ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเคยมีประสบการณ์ และเชื่อมโยงไปสู่การเรียนรู้เนื้อหาใหม่</p> <p>2. ครูนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธีแก่นักเรียน โดยใช้รูปภาพ เรื่องราว แผนภูมิ หรือสัญลักษณ์ที่นักเรียนคุ้นเคย</p> <p>3. นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน</p>	<p>1. ศึกษาเนื้อหา คณิตศาสตร์และบริบทชีวิตจริงที่มีความสอดคล้องกัน</p> <p>2. กำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นในการเรียน และกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนเพื่อเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนรู้</p> <p>3. ตรวจสอบความเหมาะสมของปัญหาที่นำมาใช้</p> <p>4. เสนอปัญหาแก่นักเรียน</p>	<p>1. รับฟังการนำเสนอปัญหาของครู</p> <p>2. วิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน</p>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>2. ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการหรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย</p>	<p>1. นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา</p> <p>2. นักเรียนคิดค้นและสร้างสมมติฐานความคิดหรือแบบจำลองความคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือเป็นกลุ่ม โดยอาศัยประสบการณ์เดิมหรือวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคย</p> <p>3. นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม</p> <p>4. ครูให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพบนกระดาน และให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มตามความต้องการของนักเรียน</p>	<p>1. ดูแลและอำนวยความสะดวกแก่นักเรียนในการแก้ปัญหา</p> <p>2. ให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพบนกระดาน และให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม ตามความต้องการของนักเรียน</p>	<p>ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยอิสระหรือได้รับคำแนะนำจากครู ตามระดับความสามารถของตนเอง ดังนี้</p> <p>1) ประเมินสถานการณ์ปัญหา</p> <p>2) วางแผนการแก้ปัญหา โดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองหรือรับคำแนะนำจากครู</p> <p>3) ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้มีความเหมาะสมมากขึ้น</p>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>3. ชี้นำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา และคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง</p>	<p>1. ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหา และคำตอบของตนหรือกลุ่ม</p> <p>2. ครูดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลายและการตีความสถานการณ์ปัญหา</p> <p>3. นักเรียนร่วมอภิปรายเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน สื่อสาร ได้แย้ง และตัดสินคำตอบของตนเอง</p>	<p>ดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา</p>	<p>นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตน อภิปราย เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน สื่อสาร ได้แย้ง และตัดสินคำตอบของตนเอง</p>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>4. ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์ และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่</p>	<p>1. ครูกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา ให้นักเรียนแก้ปัญหา</p> <p>2. นักเรียนพิจารณา ลักษณะของปัญหาและใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายที่มีความเหมาะสมกับลักษณะของปัญหานั้นๆ</p> <p>3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหา และภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยใช้การอภิปราย</p> <p>4. ครูและนักเรียนร่วมกัน อภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์ และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</p> <p>5. ครูและนักเรียนร่วมกัน สรุปมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. กำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา</p> <p>2. กระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยใช้การอภิปราย</p> <p>3. ดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียน แลกเปลี่ยนความคิด ตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. พิจารณาลักษณะของปัญหา</p> <p>2. ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย ที่มีความเหมาะสมกับลักษณะของปัญหา</p> <p>3. พัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยการร่วมกันอภิปราย</p> <p>4. อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิด ตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่</p>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
5. ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ คณิตศาสตร์ เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ ความรู้คณิตศาสตร์ใน สถานการณ์ต่างๆ อย่าง หลากหลาย โดยเน้นให้ นักเรียนฝึกฝนและ ประยุกต์ใช้โมเดลและ ขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่างๆ และ ปัญหาในชีวิตจริง	1. ครูกำหนดปัญหาให้ นักเรียนประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ ต่างๆ อย่างหลากหลาย 2. ครูคอยให้คำแนะนำและ อำนวยความสะดวกเมื่อ นักเรียนต้องการ	กำหนดปัญหาให้ นักเรียนได้ ประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการ ทางคณิตศาสตร์ ใน สถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย	ประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการ ทางคณิตศาสตร์ ใน สถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย

6.2 ตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนเกี่ยวกับความเป็นไปได้ในการนำไปใช้ในสภาพการเรียนการสอนจริง โดยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ 1 แผน จำนวน 3 คาบเรียน ตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นและผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง จากนั้นนำผลที่ได้จากการทดลองสอนไปปรับปรุงแก้ไขกิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทครู และบทบาทนักเรียน ในแต่ละขั้นของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น

ผลการทดลองใช้นำร่องได้ข้อสังเกตในการปรับปรุงกิจกรรมการเรียนการสอนสรุปได้ดังนี้

1) ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง

วิธีการนำเสนอปัญหาจะต้องมีความน่าสนใจและกระตุ้นความสนใจของนักเรียนได้เป็นอย่างดี และครูต้องแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจปัญหานั้นอย่างดีแล้วก่อนการลงมือแก้ปัญหา เนื่องจากการเข้าใจปัญหาเป็นสิ่งสำคัญและส่งผลต่อการลงมือแก้ปัญหาในขั้นถัดไป ครูอาจใช้การถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนก่อนเริ่มลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา นอกจากนี้การใช้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อทบทวนความรู้พื้นฐานและยุทธวิธีการแก้ปัญหาพื้นฐานที่เกี่ยวข้องก่อนการเริ่มเข้าสู่เนื้อหาใหม่ มีความสำคัญและเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาอย่างมาก

2) ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา

นักเรียนรู้สึกว่าเป็นปัญหาที่ใกล้ตัว นักเรียนเข้าใจปัญหาเป็นอย่างดี และให้ความสนใจและร่วมคิดแก้ปัญหาอย่างกระตือรือร้นและตั้งใจ นักเรียนบางคนใช้เวลาในการทำกิจกรรมค่อนข้างนาน และนักเรียนบางคนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ แต่เมื่อได้รับความช่วยเหลือจากครู นักเรียนจึงค่อยๆ เริ่มคิดแก้ปัญหาได้

3) ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน

ในการนำเสนอผลการทำกิจกรรมกลุ่มหน้าชั้นเรียนมีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่สามารถนำเสนอได้ชัดเจนและมีความมั่นใจในการพูด นักเรียนส่วนมากไม่ค่อยกล้าพูด ไม่กล้าอภิปรายแลกเปลี่ยน นักเรียนพูดเสียงเบาและอธิบายความได้ไม่ชัดเจน ผู้วิจัยต้องคอยกระตุ้นให้นักเรียนคิดและเสนอความคิดของตนออกมาโดยการใช้คำถาม สร้างบรรยากาศที่ไม่เครียด ให้คำชมเชย และให้กำลังใจ ในขั้นนี้ใช้เวลาค่อนข้างมากทำให้กิจกรรมการเรียนการสอนล่าช้ากว่าแผนที่กำหนดไว้

4) ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน

ควรเพิ่มการเชื่อมโยงปัญหาในขั้นนี้กับปัญหาในขั้นที่ 1 ให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงของปัญหาเดิมกับปัญหาใหม่ และควรลดเวลาที่ใช้ในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาในขั้นนี้ลงไปเน้นที่ปัญหาแรก แต่ให้ความสำคัญกับการอภิปรายเพื่อนำไปสู่การตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ให้มาก และการที่ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงจากกิจกรรมการแก้ปัญหากับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนทำให้นักเรียนสามารถช่วยกันสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้

5) ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์

นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ได้ โดยเชื่อมโยงปัญหาชีวิตจริงที่ครูให้ในช่วงต้นบทเรียนกับความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนและปัญหาใหม่ที่นักเรียนต้องแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ความรู้

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้วิจัยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. การกำหนดแบบแผนการทดลอง

การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นที่พัฒนาขึ้นตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้วิจัยใช้วิธีการวิจัยแบบกึ่งทดลอง (Quasi-experimental Research) และใช้แบบแผนการทดลองแบบมีกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม วัดก่อนและหลังการทดลอง (The Pretest-Posttest Control Group Design) แสดงดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	การวัดก่อนการทดลอง	ตัวแปรจัดกระทำ	การวัดหลังการทดลอง
E	O ₁	X	O ₂
C	O ₃		O ₄

E คือ กลุ่มทดลอง

C คือ กลุ่มควบคุม

O₁, O₃ คือ ผลที่วัดได้ก่อนการทดลอง

O₂, O₄ คือ ผลที่วัดได้หลังการทดลอง

X คือ ตัวแปรจัดกระทำ (กระบวนการเรียนการสอนเพื่อ

ส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC)

2. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

2.1 กำหนดประชากร ประชากรที่ใช้ในการทดลองเพื่อศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2

2.2 เลือกกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษา

ชั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 (เหตุผลที่ผู้วิจัยเลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เนื่องจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผ่านการเรียนรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมเนื้อหาความรู้วิชาคณิตศาสตร์ของระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมาแล้วทำให้มีความรู้เพียงพอที่เป็นพื้นฐานและเอื้อต่อการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์) ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 104 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน จำนวน 52 คน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน จำนวน 52 คน มีขั้นตอนในการเลือกกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

1) เลือกโรงเรียน ผู้วิจัยเลือกโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 โดยใช้การเลือกแบบเจาะจง มีเกณฑ์ในการพิจารณา คือ เป็นโรงเรียนสหศึกษา มีการจัดนักเรียนในแต่ละห้องแบบคละความสามารถ นักเรียนมาจากครอบครัวที่มีฐานะหลากหลายและผู้ปกครองประกอบอาชีพต่างๆ กัน เช่น รับราชการ ธุรกิจส่วนตัว รับจ้าง เป็นต้น

2) เลือกห้องเรียน ผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แต่ละห้องมาวิเคราะห์เปรียบเทียบค่าเฉลี่ย แล้วเลือกห้องเรียน 2 ห้อง ที่มีคะแนนเฉลี่ยใกล้เคียงกันและความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน จากนั้นนำคะแนนของนักเรียน 2 ห้องนี้ มาทดสอบความแปรปรวนและเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยโดยใช้สถิติ F-test และ t-test for independent พบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน 2 ห้อง ไม่แตกต่างกันและความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียน 2 ห้องนี้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน ดังนั้นจึงเลือกนักเรียน 2 ห้องนี้เป็นกลุ่มตัวอย่างในการทดลอง (ผลการวิเคราะห์แสดงดังภาคผนวก ฉ)

3) สุ่มกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยสุ่มห้องเรียนเข้าเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน โดยใช้การสุ่มอย่างง่าย

3. การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้และพัฒนาสื่อการเรียนรู้ ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้

3.2 เลือกเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อนำมาใช้ในการทดลองสอนได้เนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 จำนวน 3 เรื่อง รวม 45 ชั่วโมง หรือ 15 สัปดาห์ ดังนี้

เรื่องที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร	16 ชั่วโมง
เรื่องที่ 2 กราฟ	15 ชั่วโมง
เรื่องที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น	14 ชั่วโมง

ผู้วิจัยมีเหตุผลและหลักในการเลือกเนื้อหา คือ เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงและตอบสนองการใช้งานคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงของนักเรียน ตามกรอบบริบทการใช้งานคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3.3 วิเคราะห์เนื้อหาและกำหนดแผนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับจำนวนชั่วโมง ตัวชี้วัด และเนื้อหาของรายวิชา ได้แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 15 แผน รวม 45 ชั่วโมง แสดงรายละเอียดดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 รายละเอียดการกำหนดแผนการจัดการเรียนรู้

เรื่อง	จำนวน ชั่วโมง	จำนวน แผนการจัด การเรียนรู้
บทที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร	16	6
1.1 รูปเรขาคณิตสามมิติ	3	1
1.2 ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก	4	1
1.3 ปริมาตรของพีระมิดและกรวย	4	1
1.4 ปริมาตรของทรงกลม	2	1
1.5 พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก	3	2
บทที่ 2 กราฟ	15	5
2.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น	3	1
2.2 กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	7	3
2.3 กราฟกับการนำไปใช้	5	1
บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น	14	4
3.1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	3	1
3.2 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟ	5	2
3.3 โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	6	1
รวม	45 ชั่วโมง	15 แผน

3.4 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้และพัฒนาสื่อการเรียนรู้ โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กับกลุ่มทดลอง ออกแบบตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คิดศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิและข้อสังเกตที่ได้จากการทดลองสอนนำร่อง ซึ่งมีขั้นตอนการเรียนการสอน 5 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน

ขั้นที่ 2 ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ หรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง

ขั้นที่ 4 ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาลักษณะแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหาและใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครูในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่

ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดยเน้นให้นักเรียนฝึกฝนและประยุกต์ใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ และปัญหาในชีวิตจริง

2) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กับกลุ่มควบคุม ออกแบบตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้และสื่อการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาหลักและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วมพิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้และสื่อการเรียนรู้ที่ผ่านการพิจารณาและปรับปรุงไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม และให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้และสื่อการเรียนรู้ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

4. การพัฒนาเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยพัฒนาเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยพัฒนาเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล จำนวน 5 ฉบับ ได้แก่ แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง แบบประเมินคุณภาพภาระงาน แบบรายงานความรู้สึกและประเมินตนเอง และแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน มีรายละเอียดดังนี้

4.1 แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 2 ฉบับ คือ แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ มีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ วัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและมีความสำคัญต่อการเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตจริง ใช้วัดก่อนและหลังการทดลอง แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนและหลังเรียนเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน ครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้น วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 มีขั้นตอนดำเนินการดังนี้

1) ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการและแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ การวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ จากหนังสือ บทความ และรายงานการวิจัย

2) สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ตามตัวชี้วัดและเนื้อหาที่ต้องการวัด โดยแบ่งเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ง

3) สร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับร่าง เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบที่กำหนดขึ้น โดยแบ่งเป็นการวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการวัดความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ในแต่ละเนื้อหาดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 โครงสร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับร่าง

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง สอน	(ฉบับร่าง)		รวม
		การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้		
		ความรู้เชิงมโนทัศน์ จำนวน (ข้อ)	ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ จำนวน (ข้อ)	
พื้นที่ผิวและปริมาตร	16	9	6	15
กราฟ	15	8	8	16
ระบบสมการเชิงเส้น	14	6	8	14
รวม	45	23	22	45

4) นำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับร่างที่สร้างขึ้น ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาหลักและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วมพิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับร่างที่ผ่านการพิจารณาและปรับปรุงไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องของข้อสอบ ความสอดคล้องของข้อสอบกับองค์ประกอบที่ต้องการวัด ความเหมาะสมด้านภาษาและการสื่อความหมายของข้อสอบ และให้ข้อเสนอแนะ จากนั้นนำผลที่ได้มาวิเคราะห์ค่า IOC (ผลการวิเคราะห์ค่า IOC แสดงในภาคผนวก ข) แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC มากกว่า 0.5 และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับร่างให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

5) นำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับร่างที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ รัชดา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 จำนวน 40 คน เพื่อหาค่าความยากและค่าดัชนีอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้

6) นำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับร่างที่ผ่านการทดลองใช้ครั้งที่ 1 มาวิเคราะห์ค่าความยากและค่าดัชนีอำนาจจำแนก แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากระหว่าง 0.2 ถึง 0.8 และค่าดัชนีอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จำนวน 30 ข้อ ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบที่กำหนดขึ้นในข้อ 2) (ผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าดัชนีอำนาจจำแนก แสดงในภาคผนวก ข) ได้ข้อสอบที่มีค่าความยากระหว่าง 0.227 ถึง 0.795 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกระหว่าง 0.213 ถึง 0.679 แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ที่คัดเลือกแล้วแบ่งเป็นการวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการวัดความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ในแต่ละเนื้อหาดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 โครงสร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับคัดเลือก

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง สอน	(ฉบับคัดเลือก)		รวม
		การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้		
		ความรู้เชิงมโนทัศน์ จำนวน (ข้อ)	ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ จำนวน (ข้อ)	
พื้นที่ผิวและปริมาตร	16	6	4	10
กราฟ	15	5	5	10
ระบบสมการเชิงเส้น	14	4	6	10
รวม	45	15	15	30

7) สร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับคู่ขนานกับแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับคัดเลือก จำนวน 30 ข้อ ตามโครงสร้างของข้อสอบที่คัดเลือกในข้อ 6) เพื่อให้เป็นแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับหลังเรียน

8) นำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับที่คัดเลือกแล้วและฉบับคู่ขนานไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 จำนวน 40 คน แล้ววิเคราะห์ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดการรู้

คณิตศาสตร์ด้านความรู้ทั้งสองฉบับ โดยใช้สูตร KR-20 ได้ค่าความเที่ยง 0.762 และ 0.775 ตามลำดับ

9) นำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้วไปจัดทำเป็นแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4.1.2 แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ เป็นแบบทดสอบชนิดเขียนตอบให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดและเหตุผล หรือแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ วัดความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์ที่เรียนมาใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน ใช้วัดก่อนและหลังการทดลอง แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในภาคการศึกษาที่ผ่านมา และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการทดลอง มีขั้นตอนดำเนินการดังนี้

1) ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการและแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ การวัดความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหาและการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล และการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ จากหนังสือ บทความ และรายงานการวิจัย

2) สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนตามตัวชี้วัดและเนื้อหาที่ต้องการวัด รายละเอียดแสดงในภาคผนวก

3) กำหนดโครงสร้างของแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบที่กำหนดขึ้น โดยมีรายละเอียดดังนี้

แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน
ครอบคลุมสมรรถนะในการใช้ความรู้ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ซึ่งเป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในภาคการศึกษาที่ผ่านมา มีรายละเอียดดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 โครงสร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน

การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน			
เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมงสอบ	ฉบับร่าง	ฉบับใช้จริง
		จำนวน(ข้อ)	จำนวน(ข้อ)
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	12	3	2
ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง	18	2	1
การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	12	3	2
รวม	42	8	5

แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน
ครอบคลุมสมรรถนะในการใช้ความรู้ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้น วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ซึ่งเป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการทดลอง มีรายละเอียดดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 โครงสร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน

การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน			
เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมงสอบ	ฉบับร่าง	ฉบับใช้จริง
		จำนวน(ข้อ)	จำนวน(ข้อ)
พื้นที่ผิวและปริมาตร	16	3	2
กราฟ	15	3	2
ระบบสมการเชิงเส้น	14	2	1
รวม	45	8	5

4) สร้างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนฉบับร่าง เป็นแบบทดสอบชนิดเขียนตอบให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดและเหตุผล หรือแสดงวิธีทำ จำนวนฉบับละ 8 ข้อ ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบและโครงสร้างของแบบทดสอบที่กำหนดขึ้น โดยผู้วิจัยกำหนดปัญหาหรือสถานการณ์ที่มีในโลกจริงที่นักเรียนมีโอกาสพบในชีวิตจริง ทั้งในด้านชีวิตส่วนตัว การเรียน การทำงาน และประเด็นสาธารณะ ให้นักเรียนแก้ปัญหา

พร้อมแสดงวิธีคิดและอธิบายแนวคิดของตน ซึ่งปัญหาดังกล่าวจำเป็นต้องอาศัยการใช้งานและการใช้ประโยชน์จากความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนเพื่อเป็นเครื่องมือในการทำ ความเข้าใจ จัดการ และแก้ปัญหา แล้วกำหนดคำถามย่อยให้นักเรียนตอบในประเด็นดังต่อไปนี้

1) การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด 2) การเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ 3) การวางแผนทางการแก้ปัญหา 4) การแสดงวิธีการแก้ปัญหาหรือการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหา 5) การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5) สร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะตามประเด็นคำถามที่ใช้ในการประเมิน มีรายละเอียดดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 องค์ประกอบของเกณฑ์การให้คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

องค์ประกอบของเกณฑ์การให้คะแนน แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ	
การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด (พิจารณาจากคำถามข้อ 1)	2 คะแนน
การเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ (พิจารณาจากคำถามข้อ 2)	2 คะแนน
การวางแผนทางการแก้ปัญหา (พิจารณาจากคำถามข้อ 3)	2 คะแนน
การแสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล (พิจารณาจากคำถามข้อ 4)	2 คะแนน
การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ (พิจารณาจากคำถามข้อ 5)	2 คะแนน
รวม	10 คะแนน

6) นำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนฉบับร่างและเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่สร้างขึ้น ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาหลักและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วมพิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนฉบับร่างและเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผ่านการพิจารณาและปรับปรุงไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องของข้อสอบ ความสอดคล้องของข้อสอบกับองค์ประกอบที่ต้องการวัด ความเหมาะสมด้านภาษาและการสื่อความหมายของข้อสอบ ความเหมาะสมของเกณฑ์การตรวจให้คะแนน และให้ข้อเสนอแนะ จากนั้นนำผลที่ได้มาวิเคราะห์ค่า

IOC (ผลการวิเคราะห์ค่า IOC แสดงในภาคผนวก ข) แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC มากกว่า 0.5 และนำข้อเสนอนี้ที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนฉบับร่างและเกณฑ์การตรวจให้คะแนนให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้ทรงคุณวุฒิให้ข้อเสนอแนะและปรับปรุงเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะได้ผลดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ (ข้อละ 10 คะแนน)

1. การทำความเข้าใจปัญหา

การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด (พิจารณาจากคำถามข้อ 1)	
2 คะแนน	ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน
1 คะแนน	ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องบางส่วน ไม่ครบถ้วน
0 คะแนน	ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด

2. การวางแผนการแก้ปัญหา

การเลือกใช้หมัดศรและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ (พิจารณาจากคำถามข้อ 2)	
2 คะแนน	เลือกใช้หมัดศรและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ
1 คะแนน	เลือกใช้หมัดศรและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แต่ขาดประสิทธิภาพ
0 คะแนน	เลือกใช้หมัดศรและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

การวางแผนทางการแก้ปัญหา (พิจารณาจากคำถามข้อ 3)	
2 คะแนน	ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ
1 คะแนน	ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แต่ขาดประสิทธิภาพ
0 คะแนน	ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

3. การดำเนินการแก้ปัญหา

การแสดงวิธีการแก้ปัญหา (พิจารณาจากคำถามข้อ 4)	
2 คะแนน	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง มีร่องรอยแนวทางการแก้ปัญหาที่ชัดเจน นำไปสู่การได้คำตอบที่ถูกต้อง
1 คะแนน	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือแก้ปัญหาไม่สำเร็จ แต่มีร่องรอยแนวทางการดำเนินการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา
0 คะแนน	แสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยแนวทางการแก้ปัญหา

หรือ การอธิบายและแสดงผล (พิจารณาจากคำถามข้อ 4)	
2 คะแนน	อธิบายและแสดงผลเพื่อตอบปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล
1 คะแนน	อธิบายและแสดงผลเพื่อตอบปัญหาได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน
0 คะแนน	อธิบายและแสดงผลเพื่อตอบปัญหาไม่ถูกต้อง ขาดความสมเหตุสมผล หรือไม่มีการอธิบายและแสดงผล

4. การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ (พิจารณาจากคำถามข้อ 5)	
2 คะแนน	คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล มีร่องรอยการแสดงผลการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ชัดเจน
1 คะแนน	คำตอบถูกต้องและสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน มีร่องรอยการแสดงผลการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ แต่ไม่ชัดเจน
0 คะแนน	คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดความสมเหตุสมผล หรือไม่ปรากฏคำตอบของปัญหา ไม่มีร่องรอยแสดงผลการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

7) นำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะก่อนเรียนและหลังเรียนฉบับร่างที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 เพื่อหาค่าความยากและค่าดัชนีอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะก่อนเรียนและหลังเรียน มีรายละเอียดดังนี้

แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะก่อนเรียน นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ รัชดา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 จำนวน 40 คน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง

แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะหลังเรียน นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ รัชดา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 จำนวน 40 คน

8) นำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะฉบับร่างที่ผ่านการทดลองใช้ครั้งที่ 1 มาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์ค่าความยากและวิเคราะห์ค่าดัชนีอำนาจจำแนกโดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิทนีและซาเบอร์ (Whitney and Sabers) แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากระหว่าง 0.2

ถึง 0.8 และค่าดัชนีอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จำนวนฉบับละ 5 ข้อ ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบและโครงสร้างของแบบทดสอบที่กำหนดขึ้น (ผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าดัชนีอำนาจจำแนก แสดงในภาคผนวก ข) แบบทดสอบวัดการรู้คุณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนได้ข้อสอบที่มีค่าความยากระหว่าง 0.249 ถึง 0.720 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกระหว่าง 0.209 ถึง 0.557 แบบทดสอบวัดการรู้คุณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนได้ข้อสอบที่มีค่าความยากระหว่าง 0.262 ถึง 0.743 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกระหว่าง 0.243 ถึง 0.569

9) นำแบบทดสอบวัดการรู้คุณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนที่คัดเลือกแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 เพื่อวิเคราะห์ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดการรู้คุณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียน มีรายละเอียดดังนี้

แบบทดสอบวัดการรู้คุณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 จำนวน 40 คน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง แล้ววิเคราะห์ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดการรู้คุณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนด้วยวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach alpha coefficient) ได้ค่าความเที่ยง 0.748

แบบทดสอบวัดการรู้คุณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 จำนวน 40 คน แล้ววิเคราะห์ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดการรู้คุณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนด้วยวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach alpha coefficient) ได้ค่าความเที่ยง 0.754

10) นำแบบทดสอบวัดการรู้คุณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้วไปจัดทำเป็นแบบทดสอบวัดการรู้คุณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4.2 แบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง เป็นแบบสังเกตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้บันทึกผลการสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงของนักเรียน โดยผู้วิจัยเป็นผู้บันทึกพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหานักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มีขั้นตอนดำเนินการดังนี้

1) ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการและแนวทางในการสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง จากหนังสือ บทความ และรายงานการวิจัย

2) สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง โดยครอบคลุมประเด็นในการสังเกต คือ การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด การเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การวางแผนทางการแก้ปัญหา การแสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหา การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

3) นำแบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาหลักและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วมพิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่ผ่านการพิจารณาและปรับปรุงไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขแบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

4.3 แบบประเมินคุณภาพภาระงาน เป็นแบบประเมินที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ประเมินคุณภาพของภาระงานที่นักเรียนรับผิดชอบ โดยผู้วิจัยเป็นผู้ประเมินภาระงานของนักเรียนในระหว่างการทดลอง มีขั้นตอนดำเนินการดังนี้

1) ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการและแนวทางในการประเมินคุณภาพภาระงาน จากหนังสือ บทความ และรายงานการวิจัย

2) สร้างแบบประเมินคุณภาพภาระงานและเกณฑ์การให้คะแนน

3) นำแบบประเมินคุณภาพภาระงานและเกณฑ์การให้คะแนนไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาหลักและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วมพิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบประเมินคุณภาพภาระงานและเกณฑ์การให้คะแนนที่ผ่านการพิจารณาและปรับปรุงไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมของเนื้อหาที่ต้องการวัด และเกณฑ์การให้คะแนน และให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขแบบประเมินคุณภาพภาระงานและเกณฑ์การให้คะแนนให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

4.4 แบบรายงานความรู้สึกละประเมินตนเอง เป็นแบบรายงานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อศึกษาความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ การเรียนคณิตศาสตร์ การนำคณิตศาสตร์ มาใช้งานในชีวิตจริง การเห็นคุณค่าและประโยชน์ของคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนเขียนรายงาน ความรู้สึกและประเมินตนเอง เมื่อสิ้นสุดการเรียนสัปดาห์ที่ 5 สัปดาห์ที่ 10 และสัปดาห์ที่ 15 มี ขั้นตอนดำเนินการดังนี้

1) ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการและแนวทางในการประเมินตนเอง จากหนังสือ บทความ และรายงานการวิจัย

2) สร้างแบบรายงานความรู้สึกละประเมินตนเอง เป็นแบบเขียน บรรยาย โดยผู้วิจัยกำหนดข้อคำถามให้นักเรียนเขียนบรรยายความรู้สึกที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ การเรียนคณิตศาสตร์ การนำคณิตศาสตร์มาใช้งานในชีวิตจริง การเห็นคุณค่าและประโยชน์ของ คณิตศาสตร์

3) นำแบบรายงานความรู้สึกละประเมินตนเองไปให้อาจารย์ที่ปรึกษา หลักและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วมพิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบรายงานความรู้สึกละ ประเมินตนเองที่ผ่านการพิจารณาและปรับปรุงไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความ เหมาะสมของข้อคำถาม พฤติกรรมที่ประเมิน และให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มา ปรับปรุงแก้ไขแบบรายงานความรู้สึกละประเมินตนเองให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

4.5 แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน เป็นแบบ สอบถามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนตาม กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนกลุ่มทดลองเป็นผู้ตอบ แบบสอบถามหลังการทดลอง มีขั้นตอนดำเนินการดังนี้

1) ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการและแนวทางในการศึกษาความคิดเห็น เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน จากหนังสือ บทความ และรายงานการวิจัย

2) สร้างแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน เป็นแบบลิเคอร์ทสเกล 5 ระดับ และแบบเขียนบรรยาย

3) นำแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน ไปให้ อาจารย์ที่ปรึกษาหลักและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วมพิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนที่ผ่านการพิจารณาและปรับปรุงไปให้ผู้ทรง คุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมของเนื้อหาและองค์ประกอบในการศึกษาความ

คิดเห็น และให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขแบบสอบถามความคิดเห็น เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

5. การดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ใช้เวลา 15 สัปดาห์ รวม 45 ชั่วโมง เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง คือ สาระการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้น ในรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 มีขั้นตอนดำเนินการดังนี้

5.1 การเตรียมการก่อนดำเนินการทดลอง

1) ติดต่อผู้บริหารโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา เพื่อประสานขอความร่วมมือในการนำกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้ โดยจัดทำหนังสือขอความร่วมมือในการดำเนินการวิจัย จากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2) ชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย ขั้นตอนการวิจัย แนวทางการจัดการเรียนรู้ และการประเมินผลกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นแก่ผู้อำนวยการโรงเรียน รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ และครูผู้รับผิดชอบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา

3) ประสานความร่วมมือในการกำหนดตารางการสอน และขอบเขตเนื้อหาในการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

5.2 ก่อนการทดลอง ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนที่ได้ไปทดสอบความแปรปรวนและเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันและมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงว่าก่อนการทดลองนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน รายละเอียดแสดงในภาพผนวก ฉ

5.3 ผู้วิจัยดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ตั้งแต่เดือนมิถุนายน 2555 ถึงเดือน กันยายน 2555 เป็นเวลา 15 สัปดาห์ รวม 45 ชั่วโมง เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง คือ

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้น ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 โดยกลุ่มทดลองได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยแสดงการเปรียบเทียบแนวการสอนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 เปรียบเทียบแนวการสอนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>1. ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน</p> <p>1) ครูออกแบบและนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นในการเรียนให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเคยมีประสบการณ์ และเชื่อมโยงไปสู่การเรียนรู้เนื้อหาใหม่</p> <p>2) ครูนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธีแก่นักเรียน โดยใช้รูปภาพ เรื่องราว แผนภูมิ หรือสัญลักษณ์ที่นักเรียนคุ้นเคย</p> <p>3) นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน</p>	<p>1. ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน เป็นขั้นทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ที่เคยเรียนไปสู่การเรียนรู้เนื้อหาใหม่ โดยการใช้การสนทนาซักถาม การยกตัวอย่าง และการอภิปราย</p> <p>2. ขั้นปฏิบัติการ เป็นขั้นการสอนเนื้อหาใหม่ให้นักเรียนเข้าใจหลักการ กฎ สูตร ทฤษฎีบท โดยการอธิบายประกอบยกตัวอย่าง การใช้คำถามประกอบ ซึ่งดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551</p> <p>3. ขั้นสรุป เป็นขั้นของการให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญจากบทเรียน</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>2. ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ หรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา 2) นักเรียนคิดค้นและสร้างสมมติฐานความคิดหรือแบบจำลองความคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือเป็นกลุ่ม โดยอาศัยประสบการณ์เดิมหรือวิธีแก้ปัญหานักเรียนมีความคุ้นเคย 3) นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม 4) ครูให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพบนกระดาน และให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มตามความต้องการของนักเรียน <p>3. ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง</p>	<p>4. ขั้นฝึกทักษะ เป็นขั้นการนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>1) ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนหรือกลุ่ม</p> <p>2) ครูดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิด เกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา</p> <p>3) นักเรียนร่วมอภิปราย เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน สื่อสาร ได้แย้ง และตัดสินคำตอบของตนเอง</p> <p>4. ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน</p> <p>เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่</p> <p>1) ครูกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา ให้นักเรียนแก้ปัญหา</p> <p>2) นักเรียนพิจารณาลักษณะของปัญหาและใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายที่มีความเหมาะสมกับลักษณะของปัญหานั้นๆ</p> <p>3) ครูกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหา และภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้นโดยใช้การอภิปราย</p> <p>4) ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้เพื่อตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</p> <p>5) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</p>	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>5. ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดยเน้นให้นักเรียนฝึกฝนและประยุกต์ใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ และปัญหาในชีวิตจริง</p> <p>1) ครูกำหนดปัญหาให้นักเรียนประยุกต์ใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย</p> <p>2) ครูคอยให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเมื่อนักเรียนต้องการ</p>	

5.4 ในระหว่างดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยสังเกตและบันทึกพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง ประเมินภาระงานของนักเรียน โดยใช้แบบประเมินคุณภาพภาระงาน และให้นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนบรรยายความรู้สึกที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ การเรียนคณิตศาสตร์ การนำคณิตศาสตร์มาใช้งานในชีวิตจริง การเห็นคุณค่าและประโยชน์ของคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบรายงานความรู้สึกและประเมินตนเอง

5.5 หลังการทดลอง ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และให้นักเรียนกลุ่มทดลองตอบแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

6. การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

6.1 เปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC กับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ หลังการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน จากแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้าน

ความรู้และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณณะฉบับหลังเรียน วิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test for independent

6.2 เปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณณะระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC และนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ จากแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณณะฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test for dependent

6.3 ศึกษาพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการนำผลการสังเกตพฤติกรรม การแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง จากแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง ผลการประเมินคุณภาพภาระงาน จากแบบประเมินคุณภาพภาระงาน ผลการประเมินตนเองของนักเรียน จากแบบรายงานความรู้สึกและประเมินตนเอง รวมทั้งผลการบันทึกหลังการสอน ปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน จากแบบบันทึกของครู มาวิเคราะห์ตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อหาข้อสรุปและประเมินคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

6.4 ประเมินความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่มทดลองเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC จากแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน วิเคราะห์โดยใช้ค่าเฉลี่ยและร้อยละ

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัยโดยแบ่งออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

ตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

หลักการของกระบวนการเรียนการสอน

หลักการของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นได้มาจากการบูรณาการสาระสำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC แล้วพัฒนาเป็นหลักการของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งหลักการของกระบวนการเรียนการสอนมี 5 ประการ ดังนี้

1) หลักการใช้บริบทชีวิตจริงและการเข้าใจปัญหา

การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงที่นักเรียนมีความคุ้นเคยมาเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดีและมีความหมายต่อนักเรียน

2) หลักการคิดค้นคณิตศาสตร์และการสร้างความรู้

การเรียนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมในการสร้างความรู้ ไม่ใช่การถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่ การเรียนคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์โดยการปฏิบัติกิจกรรมภายใต้การให้คำแนะนำของครูเพื่อค้นพบความรู้คณิตศาสตร์

3) หลักการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา

การให้นักเรียนได้พัฒนาและใช้วิธีการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหาจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา โดยวิธีการหรือโมเดลจะเป็นแบบง่าย ๆ เข้าใจได้ง่ายและสื่อความหมาย และค่อย ๆ พัฒนาเป็นวิธีการหรือโมเดลที่เป็นแบบแผนและซับซ้อนมากขึ้น

4) หลักการมีปฏิสัมพันธ์และสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น

การอภิปรายสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่นและปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนจะช่วยให้เกิดการตรวจสอบและพัฒนาความคิดเชิงคณิตศาสตร์

5) หลักการประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาที่หลากหลาย

การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย โดยเน้นการพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา

วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริง หรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนำมาในทศน์ทางคณิตศาสตร์ได้มาใช้และใช้อย่างไร มีองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ ด้านความรู้ และด้านสมรรถนะ

1) **การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้** หมายถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและมีความสำคัญต่อการเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตจริง ประกอบด้วย

1.1) **ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ความหมาย โครงสร้างของคณิตศาสตร์ แนวคิด หลักการ กฎ สูตร ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์

1.2) **ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ขั้นตอนวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การใช้ศัพท์ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการอ่าน เขียนกราฟและตาราง

2) **การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ** หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนมาใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน ประกอบด้วยความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหาและการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ขั้นตอนการเรียนการสอน

ขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ประกอบด้วย 5 ขั้น ดังนี้

1) ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน

2) ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแนวทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ หรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย

3) ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง

4) ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่

5) **ชั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์**

ในชั้นนี้เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดยเน้นให้นักเรียนฝึกฝนและประยุกต์ใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ และปัญหาในชีวิตจริง

รายละเอียดของกิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทครู และบทบาทนักเรียนในขั้นตอนการเรียนการสอนแต่ละขั้น แสดงดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 รายละเอียดของขั้นตอนการเรียนการสอน

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
1. ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง ในชั้นนี้เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน	1. ครูออกแบบและนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นในการเรียนให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเคยมีประสบการณ์ และเชื่อมโยงไปสู่การเรียนรู้เนื้อหาใหม่ 2. ครูนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธีแก่นักเรียนโดยใช้รูปภาพ เรื่องราว แผนภูมิ หรือสัญลักษณ์ที่นักเรียนคุ้นเคย 3. นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน	1. ศึกษาเนื้อหา คณิตศาสตร์และบริบทชีวิตจริงที่มีความสอดคล้องกัน 2. กำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นในการเรียน และกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนเพื่อเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนรู้ 3. ตรวจสอบความเหมาะสมของปัญหาที่นำมาใช้ 4. เสนอปัญหาแก่นักเรียน	1. รับฟังการนำเสนอปัญหาของครู 2. วิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>2. ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการหรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา 2. นักเรียนคิดค้นและสร้างสมมติฐานความคิดหรือแบบจำลองความคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือเป็นกลุ่ม โดยอาศัยประสบการณ์เดิมหรือวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคย 3. นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม 4. ครูให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพบนกระดาน และให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มตามความต้องการของนักเรียน 	<ol style="list-style-type: none"> 1. ดูแลและอำนวยความสะดวกแก่นักเรียนในการแก้ปัญหา 2. ให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพบนกระดาน และให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม ตามความต้องการของนักเรียน 	<p>ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยอิสระหรือได้รับคำแนะนำจากครู ตามระดับความสามารถของตนเอง ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) ประเมินสถานการณ์ปัญหา 2) วางแผนการแก้ปัญหา โดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองหรือได้รับคำแนะนำจากครู 3) ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้มีเหมาะสมมากยิ่งขึ้น

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>3. ชี้นำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง</p>	<ol style="list-style-type: none"> ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนหรือกลุ่ม ครูดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา นักเรียนร่วมอภิปรายเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน สื่อสาร ได้แย้ง และตัดสินคำตอบของตนเอง 	<p>ดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา</p>	<p>นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตน อภิปรายเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน สื่อสาร ได้แย้ง และตัดสินคำตอบของตนเอง</p>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>4. ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่</p>	<p>1. ครูกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา ให้นักเรียนแก้ปัญหา</p> <p>2. นักเรียนพิจารณา ลักษณะของปัญหาและใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายที่มีความเหมาะสมกับลักษณะของปัญหานั้นๆ</p> <p>3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหา และภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยใช้การอภิปราย</p> <p>4. ครูและนักเรียนร่วมกัน อภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</p> <p>5. ครูและนักเรียนร่วมกัน สรุปมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. กำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา</p> <p>2. กระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยใช้การอภิปราย</p> <p>3. ดำเนินการ อภิปรายเพื่อให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิด ตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. พิจารณาลักษณะของปัญหา</p> <p>2. ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย ที่มีความเหมาะสมกับลักษณะของปัญหา</p> <p>3. พัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยการร่วมกัน อภิปราย</p> <p>4. อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่</p>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
5. ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ คณิตศาสตร์ เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ ความรู้คณิตศาสตร์ใน สถานการณ์ต่างๆ อย่าง หลากหลาย โดยเน้นให้ นักเรียนฝึกฝนและ ประยุกต์ใช้โมเดลและ ขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่างๆ และ ปัญหาในชีวิตจริง	1. ครูกำหนดปัญหาให้ นักเรียนประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ ต่างๆ อย่างหลากหลาย 2. ครูคอยให้คำแนะนำและ อำนวยความสะดวกเมื่อ นักเรียนต้องการ	กำหนดปัญหาให้ นักเรียนได้ ประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการ ทางคณิตศาสตร์ ใน สถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย	ประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการ ทางคณิตศาสตร์ ใน สถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา
ตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา
DAPIC ดำเนินการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนแบ่งเป็นก่อนเรียนและหลังเรียน
โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) การวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ก่อนการใช้กระบวนการเรียนการสอน
ใช้แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนและแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์
ด้านสมรรถนะก่อนเรียน

2) การวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์หลังการใช้กระบวนการเรียนการสอน
ใช้แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนและแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์
ด้านสมรรถนะหลังเรียน

รายละเอียดของการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน
แสดงดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 สรุปรายละเอียดการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์

ระยะ	เครื่องมือ	องค์ประกอบที่วัด	หัวเรื่อง
ก่อนเรียน	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านความรู้ก่อนเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์	ครอบคลุมเนื้อหา คณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการสอน
	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านสมรรถนะก่อนเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ 3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา 4) การแก้ปัญหา และการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล 5) การพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของ คำตอบ	
หลังเรียน	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านความรู้หลังเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์	ครอบคลุมเนื้อหา คณิตศาสตร์ ที่นักเรียนเคย เรียนมาแล้ว
	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านสมรรถนะหลังเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ 3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา 4) การแก้ปัญหา และการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล 5) การพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของ คำตอบ	

ตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

การศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ดำเนินการโดยนำกระบวนการเรียนการสอนไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 104 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน จำนวน 52 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน จำนวน 52 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

การนำเสนอผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน แบ่งเป็น 4 ข้อ ตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้สถิติ t-test for independent ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05
2. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้สถิติ t-test for dependent ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05
3. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม โดยใช้สถิติ t-test for dependent ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05
4. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพที่แสดงถึงพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา

1. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การนำเสนอผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แบ่งเป็น 3 ตาราง ดังนี้

- 1.1 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ในภาพรวม (แสดงดังตารางที่ 12)
- 1.2 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ (แสดงดังตารางที่ 13-15)
- 1.3 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ (แสดงดังตารางที่ 16)

1.1 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 80 คะแนน)

กลุ่ม	n	\bar{x}	s	df	t	sig.
กลุ่มทดลอง	52	55.173	9.453	102	10.492	0.000*
กลุ่มควบคุม	52	36.288	8.894			

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 12 พบว่า การรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) เท่ากับ 55.173 คะแนน และ 36.288 ตามลำดับ และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า หลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

1.2 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางที่ 13-15

ตารางที่ 13 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่ม	n	\bar{x}	s	df	t	sig.
กลุ่มทดลอง	52	22.442	2.789	102	5.190	0.000*
กลุ่มควบคุม	52	19.423	3.133			

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 13 เมื่อพิจารณาการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) เท่ากับ 22.442 คะแนน และ 19.423 ตามลำดับ และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า หลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 14 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจำแนกตามบทเรียน

การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียน	คะแนนเต็ม	กลุ่ม	n	\bar{x}	s	df	t	sig.
บทที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร	10	ทดลอง	52	6.115	1.504	102	3.308	0.001*
		ควบคุม	52	5.096	1.636			
บทที่ 2 กราฟ	10	ทดลอง	52	7.365	1.560	102	4.149	0.000*
		ควบคุม	52	6.077	1.607			
บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น	10	ทดลอง	52	8.962	0.928	102	3.407	0.001*
		ควบคุม	52	8.250	1.186			
คะแนนรวม	30	ทดลอง	52	22.442	2.789	102	5.190	0.000*
		ควบคุม	52	19.423	3.133			

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 14 เมื่อพิจารณาโดยจำแนกตามบทเรียน ได้แก่ บทที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร บทที่ 2 กราฟ บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกบทเรียน

ตารางที่ 15 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจำแนกรายด้าน

การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียน	คะแนนเต็ม	กลุ่ม	n	\bar{x}	s	df	t	sig.
ความรู้เชิงมโนทัศน์	15	ทดลอง	52	10.942	1.434	102	4.105	0.000*
		ควบคุม	52	9.558	1.965			
ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ	15	ทดลอง	52	11.500	1.831	102	4.406	0.000*
		ควบคุม	52	9.865	1.951			
คะแนนรวม	30	ทดลอง	52	22.442	2.789	102	5.190	0.000*
		ควบคุม	52	19.423	3.133			

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 15 เมื่อพิจารณาการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้โดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ พบว่าการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

จากตารางที่ 13-15 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมทั้งในภาพรวม ในทุกบทเรียน และทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

1.3 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ หลังเรียน	คะแนนเต็ม	กลุ่ม	n	\bar{x}	s	df	t	sig.
1. การทำความเข้าใจปัญหา	10	ทดลอง	52	8.558	1.447	102	2.461	0.008*
		ควบคุม	52	7.692	2.082			
2. การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์ และขั้นตอนวิธีการ	10	ทดลอง	52	7.231	1.811	102	8.069	0.000*
		ควบคุม	52	4.058	2.182			
3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และ ขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา	10	ทดลอง	52	6.173	2.341	102	9.788	0.000*
		ควบคุม	52	2.173	1.790			
4. การแก้ปัญหาและสื่อสาร อธิบายแนวคิดและเหตุผล	10	ทดลอง	52	5.635	2.039	102	9.248	0.000*
		ควบคุม	52	1.808	2.179			
5. การพิจารณาความถูกต้อง สมเหตุสมผลของคำตอบ	10	ทดลอง	52	5.135	2.249	102	9.956	0.000*
		ควบคุม	52	1.135	1.826			
คะแนนรวม	50	ทดลอง	52	32.731	8.003	102	10.320	0.000*
		ควบคุม	52	16.865	7.672			

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 16 เมื่อพิจารณาการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) เท่ากับ 32.731 คะแนน และ 16.865 ตามลำดับ และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมี

นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า หลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

เมื่อพิจารณาการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะโดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มีโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเชื่อมโยงมีโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบ พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงว่า หลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

จากการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนในภาพรวม (แสดงดังตารางที่ 12) และจำแนกตามองค์ประกอบ ซึ่งได้แก่ การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ (แสดงดังตารางที่ 13-15) และการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ (แสดงดังตารางที่ 16) ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีการรู้คณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

2. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตารางที่ 17 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง (จำนวนนักเรียน 52 คน)

การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ของกลุ่มทดลอง	คะแนน เต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		\bar{d}	s	df	t	sig.
		\bar{x}	s	\bar{x}	s					
1. การทำความเข้าใจปัญหา	10	7.788	1.893	8.558	1.447	0.769	2.228	51	2.489	0.008*
2. การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์ และขั้นตอนวิธีการ	10	3.885	2.349	7.231	1.811	3.346	2.757	51	8.751	0.000*
3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอน วิธีการสู่การแก้ปัญหา	10	2.192	2.105	6.173	2.341	3.981	2.279	51	12.594	0.000*
4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบาย แนวคิดและเหตุผล	10	1.942	1.934	5.635	2.039	3.692	1.863	51	14.289	0.000*
5. การพิจารณาความถูกต้อง สมเหตุสมผลของคำตอบ	10	1.327	1.801	5.135	2.249	3.808	2.124	51	12.927	0.000*
คะแนนรวม	50	17.135	7.844	32.731	8.003	15.596	8.216	51	13.689	0.000*

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 17 เมื่อพิจารณาในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ก่อนเรียนและหลังเรียน เท่ากับ 17.135 คะแนน และ 32.731 ตามลำดับ และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียน

เมื่อพิจารณาโดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

3. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 18 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม (จำนวนนักเรียน 52 คน)

การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ของกลุ่มควบคุม	คะแนน เดิม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		\bar{d}	s	df	t	sig.
		\bar{x}	s	\bar{x}	s					
1. การทำความเข้าใจปัญหา	10	8.019	1.777	7.692	2.082	-0.327	2.565	51	-0.919	0.362
2. การพิจารณาเลือกใช้หมโนทัศน์ และขั้นตอนวิธีการ	10	3.462	1.975	4.058	2.182	0.596	2.644	51	1.626	0.110
3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอน วิธีการสู่การแก้ปัญหา	10	2.212	1.786	2.173	1.790	-0.038	2.334	51	-0.119	0.906
4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบาย แนวคิดและเหตุผล	10	1.558	1.614	1.808	2.179	0.250	2.496	51	0.722	0.473
5. การพิจารณาความถูกต้อง สมเหตุสมผลของคำตอบ	10	0.904	1.563	1.135	1.826	0.231	2.255	51	0.738	0.464
คะแนนรวม	50	16.154	6.021	16.865	7.672	0.712	8.601	51	0.597	0.553

จากตารางที่ 18 เมื่อพิจารณาในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ของนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ก่อนเรียนและหลังเรียน เท่ากับ 16.154 คะแนน และ 16.865 ตามลำดับ และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มควบคุมหลังเรียนไม่แตกต่างจากก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนไม่เพิ่มขึ้นจากก่อนเรียน

เมื่อพิจารณาโดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้หมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มควบคุมหลังเรียนไม่แตกต่างจากก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนไม่เพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

จากการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง (แสดงดังตารางที่ 17) และนักเรียนกลุ่มควบคุม (แสดงดังตารางที่ 18) แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองเพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลอง แต่นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองไม่เพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลอง

จากข้อ 1 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ข้อ 2 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง และข้อ 3 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ช่วยให้นักเรียนมีการรู้คณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

4. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพที่แสดงถึงพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล แบ่งเป็น 4 ข้อ ดังนี้

4.1 สภาพทั่วไป

4.2 การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

4.3 การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลอง

4.4 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลอง

และกลุ่มควบคุม

แต่ละข้อมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

4.1 สภาพทั่วไป

1) นักเรียน นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีถึงปานกลาง โดยนักเรียนมีระดับคะแนน 4 คิดเป็นร้อยละ 12 ระดับคะแนน 3.5 คิดเป็นร้อยละ 15 ระดับคะแนน 3 คิดเป็นร้อยละ 25 ระดับคะแนน 2.5 คิดเป็นร้อยละ 42 ระดับคะแนน 2 คิดเป็นร้อยละ 4 ระดับคะแนน 1.5 คิดเป็นร้อยละ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ในระดับ 2.5 รองลงมา

คือ ระดับคะแนน 3 ค่าเฉลี่ยของระดับคะแนน คือ 2.91 นักเรียนเรียนพิเศษวันเสาร์ที่โรงเรียนจัดประมาณร้อยละ 10 และเรียนพิเศษนอกโรงเรียนประมาณร้อยละ 30 นักเรียนประมาณร้อยละ 45 คิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก นักเรียนประมาณร้อยละ 20 ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนร้อยละ 30 ไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้หนังสือเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเป็นหลัก และได้รับเอกสารประกอบการสอนและเอกสารทบทวนก่อนสอบกลางภาคและปลายภาคจากครู

2) ครูคณิตศาสตร์ ครูที่รับผิดชอบจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีจำนวน 23 คน มีพื้นฐานการศึกษาระดับปริญญาตรีขึ้นไป โดยมีวุฒิการศึกษาระดับปริญญาตรีทางด้านคณิตศาสตร์ การสอนคณิตศาสตร์ การศึกษาคณิตศาสตร์ การวัดผลการศึกษา วุฒิปริญญาบัณฑิตวิชาชีพครูทางการสอนคณิตศาสตร์ และวุฒิปริญญาโททางการสอนคณิตศาสตร์ การวิจัยและประเมินผลการศึกษา จำนวนคาบสอนเฉลี่ย 18 คาบ/สัปดาห์ ครูส่วนใหญ่เน้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการบรรยายและการใช้เอกสารประกอบการสอน มีครูเพียงบางคนที่จัดกิจกรรมให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง

3) โรงเรียน เป็นโรงเรียนสหศึกษาขนาดใหญ่พิเศษ สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 ตั้งอยู่ที่เขตวังทองหลาง กรุงเทพมหานคร เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 จำนวนรวม 66 ห้องเรียน มีการจัดห้องแบบคละความสามารถและห้องเรียนวิชาการสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ มีบริการทางวิชาการ ได้แก่ ห้องสมุด ห้องคอมพิวเตอร์ ห้องศูนย์คณิตศาสตร์ เป็นต้น สิ่งอำนวยความสะดวกที่จัดให้มีทุกห้องเรียน คือ กระดานไวท์บอร์ด เครื่องฉายแผ่นโปร่งแสง สิ่งอำนวยความสะดวกที่จัดให้มีบางห้องเรียนและในห้องศูนย์คณิตศาสตร์ คือ คอมพิวเตอร์ และโปรเจคเตอร์

4.2 การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

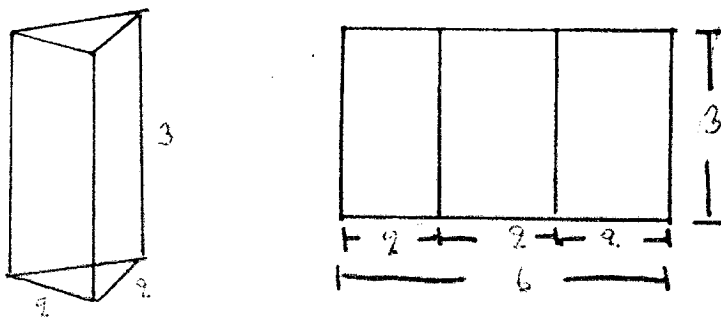
การจัดการเรียนการสอนตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC โดยเริ่มตั้งแต่ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน และขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ ได้ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามกระบวนการเรียนการสอนที่มีต่อการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง สรุปได้ดังนี้

1) ความรู้เชิงมโนทัศน์

ในช่วงเริ่มต้นการทดลอง การดำเนินกิจกรรมให้นักเรียนสร้างความรู้เชิงมโนทัศน์นั้นค่อนข้างยากลำบาก นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการเรียนมโนทัศน์โดยการสร้างมโนทัศน์จากการปฏิบัติกิจกรรม ซึ่งครูจะไม่บอกมโนทัศน์ให้นักเรียนโดยตรงแต่จะให้นักเรียนค่อยๆ สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติกิจกรรม การแก้ปัญหา การอภิปรายร่วมกับครูและเพื่อนในชั้นเรียน นอกจากนี้นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนและยังไม่กล้าพูดหรือแสดงความคิดเห็น ทำให้การเรียนมโนทัศน์ในช่วงแรกต้องใช้เวลาค่อนข้างมาก ครูจึงค่อยๆ สร้างความคุ้นเคยให้นักเรียนในการอภิปรายร่วมกันโดยกำหนดประเด็นคำถามที่น่าสนใจ ใกล้เคียงตัวนักเรียน มาใช้ฝึกฝนให้นักเรียนร่วมเสนอความคิดและอภิปรายร่วมกัน ทำให้นักเรียนค่อยๆ กล้าพูดกล้าแสดงความคิดเห็นมากขึ้น หลังจากนั้นนักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับการอภิปรายและวิธีการเรียนมโนทัศน์ของครูมากขึ้น ทำให้การเรียนมโนทัศน์ราบรื่นขึ้นและนักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้เองจากกิจกรรมของครูและการอภิปรายร่วมกับครูและเพื่อนในชั้นเรียน และเกิดความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์อย่างลึกซึ้ง นักเรียนเรียนรู้ที่มาและการเกิดมโนทัศน์ต่างๆ ว่าเกิดขึ้นมาอย่างไร รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ดังกล่าวกับปัญหาที่พบในชีวิตจริงได้ เนื่องจากนักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์จากการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ในช่วงหลังการทดลองพบว่า นักเรียนสามารถจดจำมโนทัศน์ได้ดี ดังเห็นได้จากผลการทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์

ตัวอย่างความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

แทนติดย้ายประกาศเป็นปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีความยาวด้านละ 2 ฟุต สูง 3 ฟุต จงหาปริมาตรของแท่นและพื้นที่ผิวด้านข้างที่ใช้ติดย้ายประกาศของแท่นนี้



ตัวอย่างข้างต้นแสดงให้เห็นถึงความรู้เชิงมโนทัศน์เกี่ยวกับผิวข้างของปริซึมนักเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับผิวข้างของปริซึมว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้างเท่ากับความยาวของฐานและมีความยาวเท่ากับความสูงของปริซึม และมีจำนวนหน้าที่อยู่ด้านข้างเท่ากับจำนวนด้านของฐานปริซึม

2) ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ

ในช่วงเริ่มต้นการทดลอง การดำเนินกิจกรรมให้นักเรียนคิดค้นและสร้างวิธีการแก้ปัญหาแบบง่าย ๆ ที่นักเรียนคุ้นเคยมาใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงที่ครูกำหนดต้องใช้เวลาค่อนข้างมาก นักเรียนยังไม่สามารถคิดหาวิธีการแก้ปัญหาแบบง่าย ๆ ได้ หรือไม่รู้ว่าจะใช้วิธีการอย่างไร เมื่อครูยกตัวอย่างและให้คำแนะนำ นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองแบบง่าย ๆ ได้ หลังจากนั้นเมื่อครูกำหนดปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น นักเรียนได้ค่อย ๆ พัฒนาวิธีการแก้ปัญหาแบบง่าย ๆ ให้เป็นแบบแผนมากขึ้น ประกอบกับการนำเสนอแลกเปลี่ยนแนวคิดวิธีการแก้ปัญหา ร่วมกับเพื่อน ทำให้นักเรียนได้เห็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธีการและอภิปรายร่วมกับครูเพื่อพัฒนาเป็นขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน และเกิดความรู้ความเข้าใจในขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง นักเรียนรู้ที่มาของขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ว่าเกิดขึ้นมาจากการแก้ปัญหาแบบง่าย ๆ ของนักเรียนนั่นเอง นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถบอกได้ว่าปัญหาที่พบในชีวิตจริงแต่ละปัญหาสามารถนำขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนมาใช้หรืออาจใช้วิธีการแบบง่าย ๆ ที่นักเรียนสร้างขึ้นเองได้ แล้วแต่ความซับซ้อนของปัญหาแต่ละปัญหา ในช่วงหลังการทดลองพบว่า นักเรียนสามารถจดจำและดำเนินการตามขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ดี ดังเห็นได้จากผลการทดสอบความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน



แท่นติดป้ายประกาศเป็นปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีความยาวด้านละ 2 ฟุต สูง 3 ฟุต จงหาปริมาตรของแท่นและพื้นที่ผิวด้านข้างที่ใช้ติดป้ายประกาศของแท่นนี้

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{ปริมาตร} &= \frac{\text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}}{3} \\
 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 \right) \times 3 \\
 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \right) \times 3 \\
 &= 3\sqrt{3} \\
 \text{พื้นที่ผิวข้าง} &= 6 \times 3 \\
 &= 18
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างข้างต้นแสดงให้เห็นถึงความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการในการหาปริมาตรของปริซึมว่าหาได้จากพื้นที่ฐานของปริซึมคูณด้วยความสูงของปริซึม และการหาพื้นที่ผิวข้างของปริซึมหาได้จากพื้นที่ของหน้าทุกหน้าที่อยู่ด้านข้างรวมกัน ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ดังนั้นการหาพื้นที่จึงคำนวณได้จากความกว้างคูณความยาว หรือความยาวรอบรูปฐานของปริซึมคูณด้วยความสูงของปริซึมนั้นเอง

ตัวอย่างขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายของนักเรียน

<p>ปัญหาที่ 2 ก้อยและกบซื้อขนมลองรึกจากร้านค้าตามจำนวนและราคารวมที่แสดงถึงงาน</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">  <p>40 บาท</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">ก้อย</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">  <p>50 บาท</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">กบ</div> </div> <p>นักเรียนทราบหรือไม่ว่า ขนมแต่ละชนิดราคาต่อกล่องเท่าใด</p>	<p>นักเรียนคนที่ 1</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>ก้อย กบ</p> <p>15 10 X</p> <p>$2 \times (15) + (1 \times 10) = 40$</p> <p>$15 + (3 \times 10) = 50$</p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>ก้อย กบ</p> <p>15 12 ✓</p> <p>$(2 \times 15) + (1 \times 12) = 42$</p> <p>$15 + (3 \times 12) = 51$</p> </td> </tr> </table>	<p>ก้อย กบ</p> <p>15 10 X</p> <p>$2 \times (15) + (1 \times 10) = 40$</p> <p>$15 + (3 \times 10) = 50$</p>	<p>ก้อย กบ</p> <p>15 12 ✓</p> <p>$(2 \times 15) + (1 \times 12) = 42$</p> <p>$15 + (3 \times 12) = 51$</p>																														
<p>ก้อย กบ</p> <p>15 10 X</p> <p>$2 \times (15) + (1 \times 10) = 40$</p> <p>$15 + (3 \times 10) = 50$</p>	<p>ก้อย กบ</p> <p>15 12 ✓</p> <p>$(2 \times 15) + (1 \times 12) = 42$</p> <p>$15 + (3 \times 12) = 51$</p>																																
<p>นักเรียนคนที่ 2</p> <p>วิธีคิดส่วนตัว</p> <p>กล่อง Blueberry stick ราคา 14 บาท</p> <p>ถ้า = _____ - 2 กล่อง $14 \times 2 = 28$ บาท</p> <p>\therefore ไลน์เค้ก ราคา $40 - 28 = 12$</p> <p>งบ จึงซื้อจากร้าน Blue berry stick 3 กล่อง = 14 บาท</p> <p>ไลน์เค้ก ราคา $12 \times 3 = 36$</p>	<p>นักเรียนคนที่ 3</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%; text-align: center;">10 บาท</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">20 บาท</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">10 บาท</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">10 บาท</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">13</td> <td style="text-align: center;">13 = 35</td> <td style="text-align: center;">52</td> <td style="text-align: center;">X</td> </tr> <tr style="border: 1px solid black;"> <td style="text-align: center;">14</td> <td style="text-align: center;">14 = 40</td> <td style="text-align: center;">50</td> <td style="text-align: center;">✓</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">15</td> <td style="text-align: center;">15 = 47</td> <td style="text-align: center;">60</td> <td style="text-align: center;">X</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">16</td> <td style="text-align: center;">16 = 42</td> <td style="text-align: center;">56</td> <td style="text-align: center;">X</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">17</td> <td style="text-align: center;">17 = 43</td> <td style="text-align: center;">54</td> <td style="text-align: center;">X</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">18</td> <td style="text-align: center;">18 = 41</td> <td style="text-align: center;">52</td> <td style="text-align: center;">X</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">19</td> <td style="text-align: center;">19 = 42</td> <td style="text-align: center;">50</td> <td style="text-align: center;">X</td> </tr> </table>	10 บาท	20 บาท	10 บาท	10 บาท	13	13 = 35	52	X	14	14 = 40	50	✓	15	15 = 47	60	X	16	16 = 42	56	X	17	17 = 43	54	X	18	18 = 41	52	X	19	19 = 42	50	X
10 บาท	20 บาท	10 บาท	10 บาท																														
13	13 = 35	52	X																														
14	14 = 40	50	✓																														
15	15 = 47	60	X																														
16	16 = 42	56	X																														
17	17 = 43	54	X																														
18	18 = 41	52	X																														
19	19 = 42	50	X																														
<p>นักเรียนคนที่ 4</p> $\begin{aligned} 2a + 1b &= 40 \\ 1a + 3b &= 50 \\ 2a + 6b &= 100 \\ 5b &= 60 \\ 1b &= 12 \\ 1a &= 14 \end{aligned}$ <p>ตรวจสอบ แทนค่าลงในสมการ</p> <p>เมื่อก (2 × 14) + (1 × 12) = 40 ✓</p> <p>กบ (1 × 14) + (3 × 12) = 50 ✓</p>	<p>นักเรียนคนที่ 5</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>x แทน ไลน์เค้ก</p> <p>y แทน คุกกี้</p> <p>$2x + y = 40$ ①</p> <p>$x + 3y = 50$ ②</p> <p>② × 2 → $2x + 6y = 100$ ③</p> <p>① - ③ → $y - 5y = 40 - 100$</p> <p style="text-align: center;">$-4y = -60$</p> <p style="text-align: center;">$y = \frac{-60}{-4} = 15$</p> <p>$\therefore x = 14$</p> <p style="text-align: center;">$y = 12$ ✗</p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>เมื่อก $y = 12$</p> <p>$x + 3y = 50$</p> <p>$x + 3(12) = 50$</p> <p>$x + 36 = 50$</p> <p>$x = 50 - 36$</p> <p style="text-align: center;">$x = 14$</p> </td> </tr> </table>	<p>x แทน ไลน์เค้ก</p> <p>y แทน คุกกี้</p> <p>$2x + y = 40$ ①</p> <p>$x + 3y = 50$ ②</p> <p>② × 2 → $2x + 6y = 100$ ③</p> <p>① - ③ → $y - 5y = 40 - 100$</p> <p style="text-align: center;">$-4y = -60$</p> <p style="text-align: center;">$y = \frac{-60}{-4} = 15$</p> <p>$\therefore x = 14$</p> <p style="text-align: center;">$y = 12$ ✗</p>	<p>เมื่อก $y = 12$</p> <p>$x + 3y = 50$</p> <p>$x + 3(12) = 50$</p> <p>$x + 36 = 50$</p> <p>$x = 50 - 36$</p> <p style="text-align: center;">$x = 14$</p>																														
<p>x แทน ไลน์เค้ก</p> <p>y แทน คุกกี้</p> <p>$2x + y = 40$ ①</p> <p>$x + 3y = 50$ ②</p> <p>② × 2 → $2x + 6y = 100$ ③</p> <p>① - ③ → $y - 5y = 40 - 100$</p> <p style="text-align: center;">$-4y = -60$</p> <p style="text-align: center;">$y = \frac{-60}{-4} = 15$</p> <p>$\therefore x = 14$</p> <p style="text-align: center;">$y = 12$ ✗</p>	<p>เมื่อก $y = 12$</p> <p>$x + 3y = 50$</p> <p>$x + 3(12) = 50$</p> <p>$x + 36 = 50$</p> <p>$x = 50 - 36$</p> <p style="text-align: center;">$x = 14$</p>																																

4.3 การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลอง

การจัดการเรียนการสอนตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ได้ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามกระบวนการเรียนการสอนที่มีต่อการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลอง สรุปได้ดังนี้

1) การทำความเข้าใจปัญหา

ในช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนประมาณร้อยละ 40 ไม่สามารถวิเคราะห์ทำความเข้าใจปัญหาที่กำหนดได้ อาจเพราะยังไม่คุ้นเคยกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หรือมีเจตคติที่ไม่ดีต่อการแก้ปัญหา แต่เมื่อจัดการเรียนการสอนโดยครูกำหนดปัญหาในชีวิตจริงที่ใกล้ตัวนักเรียน และมีความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยวิธีที่น่าสนใจ ทำให้นักเรียนสนใจโจทย์ปัญหาและเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น และสามารถวิเคราะห์ได้ว่าสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คืออะไร เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาเป็นอย่างดีนักเรียนจึงเกิดความรู้สึกรักคิดอยากลองแก้ปัญหาที่ครูนำเสนอ นอกจากนี้นักเรียนยังเกิดความรู้สึกรู้ว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องใกล้ตัว เกี่ยวข้องกับชีวิตของนักเรียนตลอดเวลา

ตัวอย่างการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน

ตัวอย่างที่ 1

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ จำนวนของเหรียญและจำนวนเงิน จำนวนเงินที่ใช้ซื้อของ จำนวนเงินที่เหลือ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เงิน ๑๐๐ บาท จำนวนเหรียญ ๑๐ ๑๐

ตัวอย่างที่ 2

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ จำนวนเงิน จำนวนเงินที่เหลือ จำนวนเงินที่เหลือ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เงิน ๑๐๐ บาท จำนวนเหรียญ ๑๐ ๑๐

ตัวอย่างที่ 3

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาและสิ่งที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง
 สิ่งที่ต้องพิจารณา... นิดเรียนจะเลือกซื้อน้ำผลไม้ในภาชนะ
 แบบใบบัว เงินจำนวนเท่าใด
 สิ่งที่กำหนดให้... มีเงิน 240 บาท ต้องการซื้อน้ำผลไม้
 อย่างน้อย 3 ลิตร

ตัวอย่างที่ 4

สิ่งที่ต้องพิจารณาและสิ่งที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง
 สิ่งที่ต้องพิจารณา... จำนวนรถมอเตอร์ไซด์ และจำนวนเท่าใด
 สิ่งที่กำหนดให้... รถยนต์ 2 คัน นมร้อน 2 แก้ว กล้วยตาก 52 บาท
 รถยนต์ 3 คัน นมร้อน 1 แก้ว กล้วยตาก 44 บาท

ตัวอย่างที่ 5

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาและสิ่งที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง
 สิ่งที่ต้องพิจารณา... ใช้จ่ายเงินต่อชั่วโมงไม่เกิน 15 นาที
 ล.: เลือกใช้บริษัท ๑๐๐ บริษัทใด จึงจะเลือกได้บ้าง
 และเลือกใช้บริษัทเท่าใด
 สิ่งที่กำหนดให้... มาตราค่าใช้ประโยชน์ ๑๐๐ บริษัท A และ B
 และ จำนวนบริษัทในกรณี

จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่กำหนดได้
 อย่างถูกต้องครบถ้วน แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

2) การพิจารณาเลือกใช้ในทัศนและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์
 ในช่วงแรกของการทดลอง มีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่สามารถระบุและเลือกใช้
 มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหาได้ นักเรียนส่วนมากยังไม่ทราบว่าใน
 การแก้ปัญหาแต่ละปัญหานั้นจะเลือกใช้ในทัศนทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้ อาจเนื่องมาจากขาด
 ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาและขาดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้ง เมื่อเวลา
 ผ่านไปหลังจากที่นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาในชีวิตจริงที่ครูกำหนดประกอบกับการที่นักเรียนได้
 เรียนรู้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์จากการใช้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงเป็น
 จุดเริ่มต้นในการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาไปสู่ความรู้คณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนทราบว่าที่มา
 ของความรู้คณิตศาสตร์เกิดขึ้นอย่างไร และได้ลงมือแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการแบบง่ายๆ ที่คุ้นเคย

และพัฒนาไปสู่ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน และมีโอกาสได้ฝึกคิดหาวิธีการและใช้วิธีการแก้ปัญหาหลายๆ วิธี รวมทั้งได้อภิปรายแลกเปลี่ยนวิธีการในการแก้ปัญหาลากหลายวิธีกับเพื่อนในชั้นเรียนทำให้นักเรียนรู้จักวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและรู้ข้อดีและข้อจำกัดของแต่ละวิธี นักเรียนจึงสามารถเลือกใช้หมัดศรและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้นอย่างมาก

ตัวอย่างการพิจารณาเลือกใช้หมัดศรและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ตัวอย่างที่ 1

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

ทางคณิตศาสตร์ เช่น จำนวนคู่จำนวนคี่

ตัวอย่างที่ 2

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

การหาปริมาตร

ตัวอย่างที่ 3

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

ปีคี่คี่คี่คี่ / คี่คี่คี่คี่คี่คี่ / คี่คี่คี่คี่คี่คี่

ตัวอย่างที่ 4

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

การหา พหุคูณของ

การหาจำนวนตัวประกอบ และ พหุคูณ

ตัวอย่างที่ 5

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

การอ่านกราฟ

จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนสามารถระบุได้ถูกต้องเหมาะสมว่าในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการพิจารณาเลือกใช้หมัดศรและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหา

ในช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนร้อยละ 70 ไม่สามารถกำหนดวิธีการหรือวางแผนทางที่นำไปสู่การแก้ปัญหาได้ นักเรียนไม่ทราบว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร ทั้งที่นักเรียนทราบว่าควรนำมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้ แต่ไม่สามารถวางแผนทางการนำมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวมาใช้แก้ปัญหาได้ มีนักเรียนส่วนน้อยที่สามารถวางแผนทางการแก้ปัญหาได้แต่เมื่อครูถามว่าเหตุใดจึงเลือกใช้แนวทางการดังกล่าว หรือมีแนวทางอื่นที่เหมาะสมกว่าอีกหรือไม่ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตอบได้ เมื่อครูใช้กระบวนการสอนผ่านไประยะหนึ่งนักเรียนค่อยๆ เกิดการพัฒนาอย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยเริ่มจากสามารถเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม และวางแผนทางการแก้ปัญหาแบบง่ายๆ ได้ และค่อยๆ เพิ่มระดับความยากและความซับซ้อนของปัญหามากขึ้น จนสามารถกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาที่นำไปสู่การแก้ปัญหาให้สำเร็จได้

ตัวอย่างการเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหานักเรียน

ตัวอย่างที่ 1

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหานี้อย่างไร (ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

1) จากข้อมูลของไอศกรีมรสต่างๆ ของห้างสรรพสินค้า 3 แห่ง คือ ห้าง A, ห้าง B และ

ห้าง C จำนวน ไอศกรีมรสต่างๆ ค่ะ. แล้ว

ตัวอย่างที่ 2

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหานี้อย่างไร (ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

หาพื้นที่ฐานของปริซึม แล้ว คูณ 2 จากนั้นก็หาพื้นที่ผิว

แล้วนำมาบวกกัน จะได้พื้นที่ผิว

ตัวอย่างที่ 3

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหานี้อย่างไร (ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

หาปริมาณของเงินและปริมาณรายได้กลุ่มดังกล่าว

นำปริมาณของเงินลบกับปริมาณรายได้ของแต่ละกลุ่ม

ตัวอย่างที่ 4

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหานี้อย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

หาปริมาตร แทน C และแทน D แล้ว คำนวณ หัก ค่าที่แบ่ง

เท่าไร ให้ได้ 240 บาท และ ปริมาตรรวม 3,000 ลบ.ซม

ตัวอย่างที่ 5

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

ตามปริมาตรของกล่อง C และกล่อง Y หอหที่ได้แล้ว นำปริมาตรของน้ำใน
แต่ละกล่องมาคูณ แล้วนำจำนวนที่คูณได้ปริมาตร 3 ลิตร แล้วนำราคา
ของแต่ละกล่องที่หาได้มาบวกกัน ก็จะได้คำตอบ ^^

จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนสามารถระบุแนวทางดำเนินการในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสมสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหา

4) การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล

ในช่วงแรกของการทดลองนักเรียนไม่ถึงร้อยละ 20 ที่สามารถแก้ปัญหาหรืออธิบายแนวคิดและเหตุผลได้สมบูรณ์ ถูกต้อง มีนักเรียนบางคนที่ยังดำเนินการแก้ปัญหาหรืออธิบายแนวคิดและเหตุผลตามแนวทางที่ได้วางไว้แต่ดำเนินการไม่สำเร็จหรือผิดพลาดบางส่วน เมื่อเวลาผ่านไปหลังจากที่นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการแบบง่าย ๆ ที่สร้างขึ้นเอง และใช้ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน และได้ฝึกฝนแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี นักเรียนค่อย ๆ เกิดพัฒนาการจนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาหรืออธิบายแนวคิดและเหตุผลได้ถูกต้องสมบูรณ์มากขึ้น

ตัวอย่างการแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผลของนักเรียน

ตัวอย่างที่ 1

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

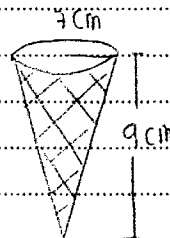
[Sol]

$$\text{สูตร} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^2 \times 9$$

$$= 66 \times 9$$

$$= 462 \text{ ลบ ซม} \quad \underline{\text{Ans}}$$



ตัวอย่างที่ 2

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรรูปสี่เหลี่ยม} &= 25 \times 25 \times 50 \\
 &= (25 \times 25) \times 50 \\
 &= 625 \times 50 \\
 &= 31,250 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

$$\begin{aligned}
 \text{Sol.} \\
 \text{ปริมาตรทรงกลม} &= \frac{4}{3} \pi \times 3^3 = 36 \pi \text{ cm}^3 \\
 \text{ปริมาตรสี่เหลี่ยมคี่เหลี่ยม} &= 4 \pi \times 3 \times 3 \times 3 = 36 \pi \text{ cm}^3 \\
 \text{ปริมาตรหัวโขนทรงกลม} &= 36 \pi - 36 \pi \\
 &= 0 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

$$\begin{aligned}
 \text{เลือกข้อ B 9 ราง เพลา: ราง} &= 25 \text{ มท} \\
 &= 350 \text{ ซม. มท} \\
 1000 \text{ ซม. มท} &= 1 \text{ กม} \\
 &= 350 \times 9 \\
 &= 3150 \text{ ซม. มท} \\
 &= 3 \text{ กม} 150 \text{ ซม. มท} \\
 \text{มีเงิน} &= 240 \text{ มท} \\
 &= 25 \times 9 \\
 &= 240 - 225 \text{ มท} \\
 \text{เหลือเงิน} &= 15 \text{ มท} \\
 &= \text{หอดักเงินที่ดักมา} \\
 \text{เลือกข้อ B 9 ราง} &
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

$$\begin{aligned} \text{แบบ C : } \pi r^2 h \\ = \frac{22}{7} \times 4 \times 4 \times 14 = 704 \text{ ลบ.จณ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แบบ D : } \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ = 64 \times 15 = 960 \text{ ลบ.จณ.} \end{aligned}$$

กำหนดน้ำดื่ม 3 ลิตร เท่ากับ 3,000 ลบ.จณ.

$$\begin{aligned} \text{ข้อ ก) ณะ : แบบ (D) } 3 \text{ รวด} \\ = 64 \times 3 = 192 \\ = 960 \times 3 = 2880 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ : แบบ (B) } 1 \text{ รวด} \\ = 25 \times 1 = 25 \\ = 250 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore 2880 + 250 = 3230 \text{ ลบ.จณ.} \\ \text{รวมเงินทั้งสิ้น } 217 \text{ บาท} \end{aligned}$$

จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ตามแนวทางที่วางไว้ และนำไปสู่การได้คำตอบของปัญหา แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล

5) การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบ

ในช่วงแรกของการทดลองนักเรียนไม่ถึงร้อยละ 20 ที่สามารถแสดงการพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบได้ เนื่องจากนักเรียนไม่ทราบว่า จะดำเนินการอย่างไรจึงจะตรวจสอบได้ว่าคำตอบถูกต้องหรือไม่ หลังจากครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนได้ร่วมอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบและวิธีการแก้ปัญหของเพื่อนในชั้นเรียน จากนั้นให้นักเรียนได้พิจารณาตัดสินคำตอบของตนเอง และให้นักเรียนได้นำเสนอคำตอบและวิธีการแก้ปัญหของตนเองต่อเพื่อนในชั้นเรียนแล้วให้เพื่อนซักถาม นักเรียนค่อยๆ มีพัฒนาการขึ้นโดยเริ่มจากสามารถตัดสินได้ว่าคำตอบของตนและคำตอบของเพื่อนถูกต้องสมเหตุผลหรือไม่ และสามารถพิจารณาว่าวิธีการแก้ปัญหของตนและวิธีการแก้ปัญหของเพื่อนมีความเหมาะสมเพียงใด หรือมีข้อบกพร่องที่และควรแก้ไขอย่างไร

ตัวอย่างการพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบของนักเรียน

ตัวอย่างที่ 1

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ปริมาณของน้ำในถัง = 31,250 ลูกบาศก์เซนติเมตร เป็นสัดส่วนที่ถูกต้อง
 ตรวจสอบโดย ปริมาตรปริซึม = $พหุคูณ \times สูง$
 $21,250 = (10 \times 20) \times 50$
 $31,250 \neq 3,500$

ตัวอย่างที่ 2

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ถูกต้อง เพราะ เมื่อแทนค่า r และ h ลงในสูตรแล้ว ได้คำตอบ 462 ลบ.ซม.

ตัวอย่างที่ 3

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

$d = 3f_2$ ลบ. 9 พหุคูณตัวตั้ง = 18 ๓๕. 9
 คำตอบ ถูกต้อง เพราะ ได้ผลต่างไว้คือ ๓๖ ลบ. ๓๕ และ แทนค่า f_2 ลงในสูตร

ตัวอย่างที่ 4

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ถูกต้อง เพราะ ปริมาตร ไซลินดรั้งตั้งลูก + ปริมาตรพีระมิดทรงกลม = ปริมาตรทรงกลม
 $19\pi + 3\pi = 22\pi$

ตัวอย่างที่ 5

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ถูกต้อง ๖ แบน B กล้อง ๓๕๐ คน. ชม. ถ้า ๑ กล้อง
 จะได้ ๓15๐ คน. ชม. (1000 คน. ชม. = 1 ลิตร) ดังนั้น
 จะได้ 315๐ = 3.15 ลิตร ที่เงิน 240 ถ้า ๑ กล้อง
 จะได้ $9 \times \frac{1000}{2.5} = 225$ บาท จะเหลือเงิน 240-225
 = 15 บาท

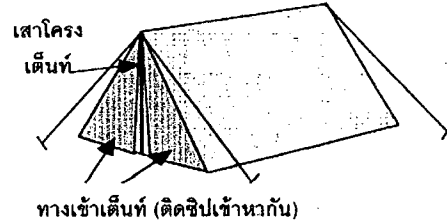
จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนสามารถดำเนินการตรวจสอบความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบ

4.4 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลอง และนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตัวอย่างที่ 1

ออกแบบเต็นท์

เมื่อนักเรียนต้องเป็นผู้ออกแบบเต็นท์ที่มีลักษณะดังกล่าว โดยเต็นท์ต้องมีขนาดใหญ่เพียงพอที่ผู้ใหญ่ 2 คน ที่สูงประมาณ 170 เซนติเมตร สามารถเข้าไปนอนได้



ให้นักเรียนกำหนดความกว้าง ความยาว ความสูงของเต็นท์เองตามความเหมาะสม และหาพื้นที่ของผ้าที่ใช้ทำเต็นท์นี้ โดยต้องคลุมผ้ารอบเต็นท์ทุกด้านและปูพื้นของเต็นท์

1) การทำความเข้าใจปัญหา

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

- 1) สิ่งที่เราต้องการทราบและสิ่งที่เรากำหนดให้มีอะไรบ้าง
 สิ่งที่เราต้องการทราบ.....ในกำหนดความกว้าง, ยาว, สูง และ
 พื้นที่ของผ้าที่ใช้ทำเต็นท์นี้.....
 สิ่งที่เรากำหนดให้.....ขนาดเต็นท์ใหญ่พอที่ผู้ใหญ่ 2 คน
 ที่สูงประมาณ 170 ซม. สามารถเข้าไปนอนได้.....

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

- 1) สิ่งที่เราต้องการทราบและสิ่งที่เรากำหนดให้มีอะไรบ้าง
 สิ่งที่เราต้องการทราบ.....พื้นที่, ยาว, สูง, เต็นท์.....
 สิ่งที่เรากำหนดให้.....ความสูงของผู้ใหญ่ ประมาณ 170 ซม.....

2) การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

- 2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง
พีทาโกรัส, มโนทัศน์เส้นตรง / เส้นขนาน.....

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

- 2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง
การหาปริมาตร และ มโนทัศน์ยาวรอบรูป.....

3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหา

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

ถ้าจะแก้ ความสั้น ความกว้าง ความยาวของด้านทั้งสี่
และรูปร่างก็ได้ ให้ทำเส้นทแยงมุมไปสองเส้นที่หน้า ๑๗๖

คำตอบที่ 2

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

ความยาวของด้านข้างต้องเป็น 170 ซม. ความกว้างของด้านข้าง ต้องหาค่า
ที่นี้ให้หาว่าหาว่าเหลือไปกี่คนได้ ๒ คน นอกทั้งหมด ความกว้างและความยาว
ของด้านข้างได้แล้ว ก็หาว่ามีกี่ตัวของด้านข้าง

คำตอบที่ 3

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

ถ้าจะแก้ค่าความยาวด้านข้าง ความยาวด้านข้าง
ก็ให้ทำเส้นทแยงมุมไปสามเส้นที่หน้า ๑๗๖
เพราะด้านข้างจะไปตามทางแนวเส้น

คำตอบที่ 4

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

1.) หาเส้นทแยงมุม สามเส้น $\times 2$
2.) หาพื้นที่ทแยง
3.) หาพื้นที่ด้านข้าง
4.) หาพื้นที่ส่วนด้านข้าง
5.) หาพื้นที่ทั้งหมดของหน้า

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร
(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

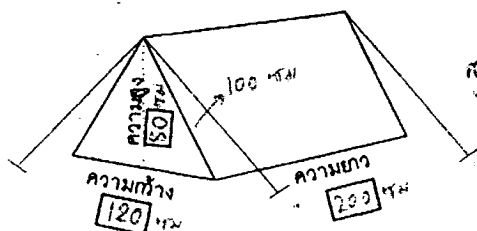
..... วิเคราะห์ความกว้าง ความยาว สูง

4) การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น



สูงคือ $80^2 + 60^2 = 100^2$

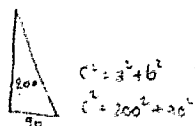
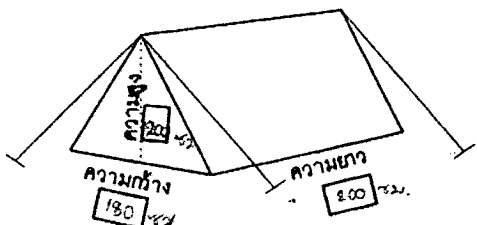
พื้นที่ผิวที่ใช้ทำเต็นท์ = $2 \times (\frac{1}{2} \times 120 \times 80) + 2 \times (120 \times 200) + (200 \times 200)$

= $9,600 + 48,000 + 40,000$

= $98,600$ ตร.ซม.

คำตอบที่ 2 (กำหนดขนาดของเต็นท์ที่เหมาะสมแต่ดำเนินการไม่ครบถ้วน)

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

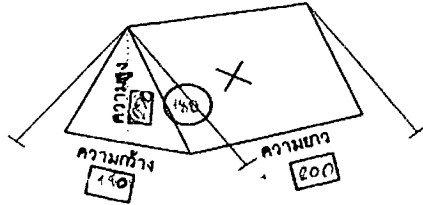


พื้นที่ผิวของเต็นท์ = พื้นที่ส่วนที่ 1 + พื้นที่ผิวข้าง

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

คำตอบที่ 1 (ดำเนินการไม่ถูกต้อง)

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น



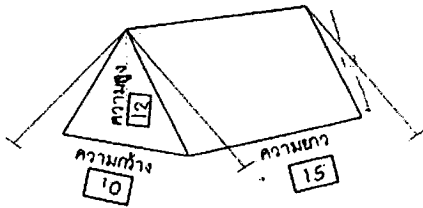
พื้นที่หลังคา = $2 \times \left(\frac{1}{2} \times 140 \times 150 \right) + 3(140 \times 200)$

$= 49,500 + 10,000$

พื้นที่หลังคาทั้งหมด = 59,500 ตร.ม.

คำตอบที่ 2 (ดำเนินการได้ถูกต้องแต่กำหนดขนาดไม่เหมาะสมกับเงื่อนไขของโจทย์)

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น



วิธีทำ

น1. พื้นที่หลังคา = $\frac{1}{2} \times 12 \times 10 \times 2$

$= 120$ ตร.ม.

น2. พื้นที่ด้านข้าง = $15 \times 13 \times 2$

$= 390$ ตร.ม.

น3. พื้นที่ส่วนอื่น = 15×10

$= 150$ ตร.ม.

∴ พื้นที่ทั้งหมด = $120 + 390 + 150$

$= 660$ ตร.ม.

5) การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ

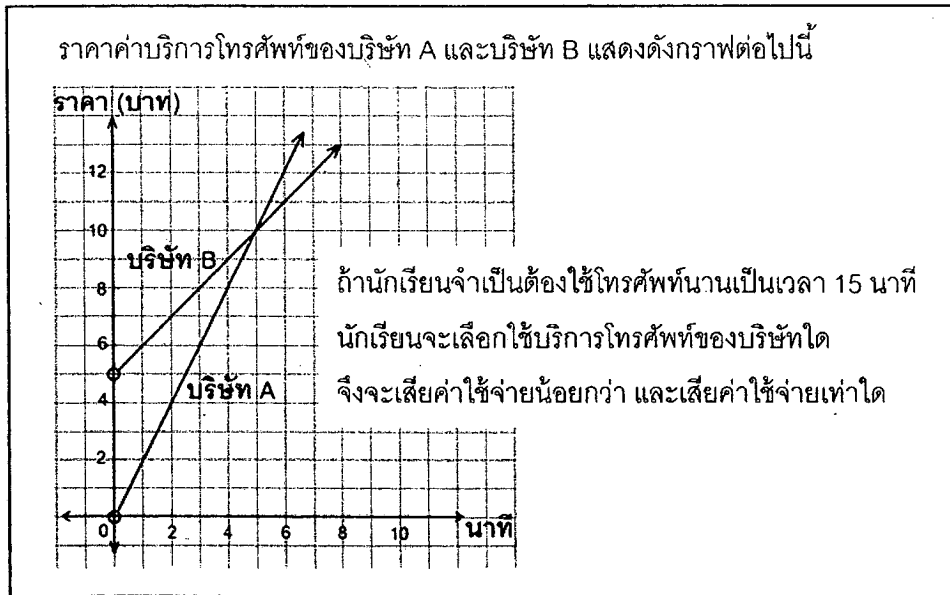
ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ถูก ไม่ถูก. ถ้าไม่ถูก ความกว้างควรตั้งเป็น 20 ม. น่าจะเข้าเงื่อนไขได้

ตัวอย่างที่ 2



1) การทำความเข้าใจปัญหา

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

1) สิ่งที่เราต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ถ้าต้องโทร 25 นาที ใช้ของ บริษัท
A เสียค่า

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ราคาในการโทร ค่าคงที่ (ต่อนาที)

ข. A นาทีละ 2 บาท ค่าแรก 5 บาท

ข. B นาทีแรก 6 บาท นาทีต่อไปนาทีละ 2 บาท

คำตอบที่ 2

1) สิ่งที่เราต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ถ้าจำเป็นต้องใช้โทรศัพท์นาน 15 นาที

จะเลือกใช้บริการของบริษัทใด จึงจะเสียค่าใช้จ่ายน้อยกว่า

และเสียค่าใช้จ่ายเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ราคาของโทรศัพท์ของบริษัท A และ B

และ จำนวนนาทีในการโทร

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ... ข้อใดที่โจทย์ต้องการทราบคือข้อใดข้อหนึ่งหรือข้อใดข้อหนึ่ง
ข้อใดข้อหนึ่ง หรือ ข้อใดข้อหนึ่งข้อใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... มีจำนวนทั้งหมด 15 ข้อ

2) การพิจารณาเลือกไข่มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องกราฟ

คำตอบที่ 2

2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

การจำแนกรูป

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

คำตอบที่ 1

2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

+ x

คำตอบที่ 2

2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

๑. การบวก

๒. การคูณ

3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหา

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

บริษัท A จำนวน ๓๓ + ๑ = ๓๔ บาท
บริษัท B จำนวน ๓๓ + ๕ = ๓๘ บาท

คำตอบที่ 2

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

1) ชิมชิมก็ไล่ กีบทุก.....

2) ชิมจำนวนปลาที่ไล่โดยการพลิก - จำนวนเงิน.....

3) เปลี่ยนที่จับค่าของ.....

คำตอบที่ 3

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

ในนี้ ถ้า วนจากที่ กีบ จำนวน ๑๓ ของวิธีที่ ๒ มาตั้งกัน
วางวิธีที่ ๑ มาดูดีกว่า.....

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

+ ×.....

4) การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

4) จะแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

เพื่อเทียบปลา A และ B จะได้ดังนี้

A : 0 = 0 B : 0 = 0

2 : 4 2 : 7

4 : 8 4 : 9

6 : 12 6 : 11

8 : 13

เมื่อเทียบดูจะเห็นว่า A ขายได้ราคา

เงื่อนงำเหมือนกันจะเห็นความต่างแค่ ๑ บาท

ตั้งแต่ 2 แต่ B เงื่อนงำกลับกันจะต่างกัน

แค่ 5 และครึ่งที่

จับปลาน้ำ A : 15 = 30 บ.

B : 15 = 20 บ.

คำตอบที่ 2

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

วิธีที่ A = 1 นาที = 2 บาท
 วิธีที่ B = 1 ชั่วโมง = 6 บาท ราคิน้ำดื่ม 1 บาท
 วิธีที่ A = 15 x 2
 = 30 บาท
 วิธีที่ B = 1 ชั่วโมง = 1 x 6 = 6 บาท 14 นาที = 14 x 1
 = 6 = 14
 ∴ วิธีที่ B = 16 บาท = 20 บาท
 วิธีที่ B ใช้น้ำดื่มน้อยกว่า 10 บาท

คำตอบที่ 3

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

หากเราไป วิธีที่ A ใช้น้ำดื่ม 2 บาท
 15 นาที = 15 x 2
 = 30 บาท
 วิธีที่ B ใช้น้ำดื่ม 6 บาท ใช้น้ำดื่ม 1 บาท
 15 นาที = ใช้น้ำดื่ม 6 บาท ใช้น้ำดื่ม 2 7 บาท 15 - 2 = 5
 = ใช้น้ำดื่ม 1 + 5
 = 15 + 5
 = 20 บาท
 ∴ ใช้น้ำดื่มวิธีที่ B ใช้น้ำดื่ม 20 บาท น้อยกว่า A 10 บาท

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

คำตอบที่ 1 (อ่านกราฟไม่ถูกต้อง)

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

วิธีที่ A = ใช้น้ำดื่ม 50 บาท

ราคา	0.50	1	1.5	2	2.5	3
นาที	1	2	3	4	5	6

รวมค่าโทรศัพท์ทั้งหมด 15 นาที = 7.50 บาท

วิธีที่ B = ใช้น้ำดื่ม 6 บาท ใช้น้ำดื่ม 2 บาท
 ใช้น้ำดื่ม 1 บาท ใช้น้ำดื่ม 1 บาท

ราคา	1	2	3	4	5
นาที	6	7	8	9	10

รวมค่าโทรศัพท์ทั้งหมด 15 นาที = 10 บาท

∴ ค่าโทรศัพท์วิธีที่ A น้อยกว่า ค่าโทรศัพท์วิธีที่ B = 1.50 บาท

ดังนั้น ควรเลือกใช้น้ำดื่มวิธีที่ A

คำตอบที่ 2 (อ่านกราฟได้ถูกต้องแต่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อได้)

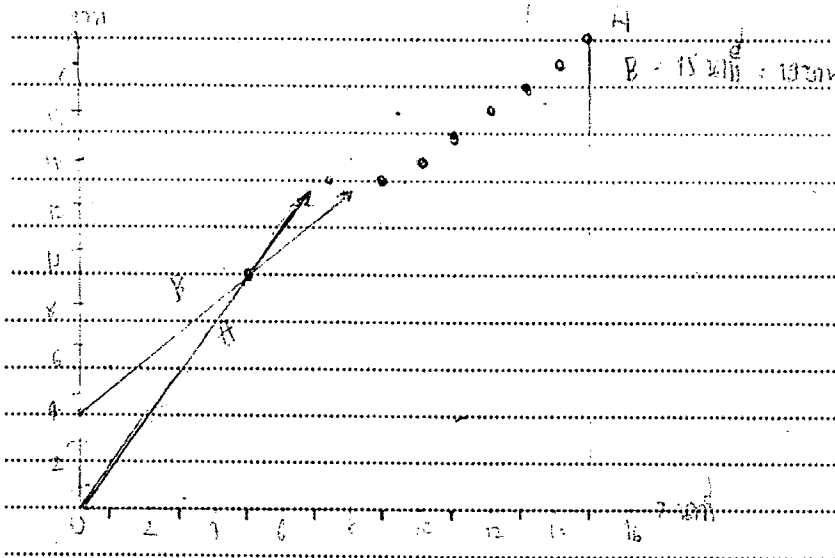
4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

บริษัท A	นาที	1	2	3	4	5	6
	บาท	2	4	6	8	10	12

บริษัท B	นาที	1	2	3	4	5	6
	บาท	6	7	8	9	10	11

คำตอบที่ 3

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น



5) การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

- ข. A นาทีละ 2 บาท โทร 15 นาที = 30 บาท
- ข. B นาทีแรกคิดเงิน 6 บาท โทร 15 นาที = 15 - 1 = 14 นาที
 (โทร = นาทีแรกคิดแพงกว่า นาทีต่อไป)
 นาทีต่อไป นาทีละ 2 บาท เหลือ 14 นาที เท่ากับ 14 บาท
- ข้อ ข. B คือค่าขริกร นาทีแรก 6 บาท นาทีต่อไป คิดเงิน นาทีละ 2 บาท
 2 14 บาท ∴ 6 + 14 = 20 บาท

คำตอบที่ 2

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ออกตัว 1 หน้า บริษัท A 1 นาที ส่งคำวิจารณ์ 2 บท
 15 นาที 1 หน้า บริษัท B 1 นาที ส่งคำวิจารณ์ 6 บท
 15 นาที 1 หน้า บริษัท C 1 นาที ส่งคำวิจารณ์ 10 บท
 บริษัท A จำนวนคำวิจารณ์ $2 \times 1 = 2$ บท
 บริษัท B จำนวนคำวิจารณ์ $6 \times 1 = 6$ บท
 บริษัท C จำนวนคำวิจารณ์ $10 \times 1 = 10$ บท

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

คำตอบที่ 1

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

$B = 15 \text{ นาที}$
 15 นาที

คำตอบที่ 2

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

บริษัท B จำนวนคำวิจารณ์ A

จากตัวอย่างข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ได้แก่ ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้โมเดลและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงโมเดลและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหา และการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล และการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการที่สูงขึ้นและมีความแตกต่างจากนักเรียนกลุ่มควบคุม

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่องการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีสาระสำคัญดังนี้

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

2. เพื่อศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC จากผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน ดังนี้

2.1 เปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC กับนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติหลังการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน โดยเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ในภาพรวม การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ และการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

2.2 เปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

2.3 เปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

2.4 ศึกษาพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

สมมติฐานการวิจัย

1. การรู้คณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ
2. การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ
3. การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ
4. การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC สูงกว่าก่อนการทดลอง
5. การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติไม่แตกต่างจากก่อนการทดลอง

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยและพัฒนา ขั้นตอนดำเนินการวิจัย แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

1. การศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย
2. การศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการรู้คณิตศาสตร์ และแนวทางการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดแนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์
3. การศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC และวิเคราะห์สาระสำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เพื่อใช้เป็นหลักการในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

4. การศึกษาบริบทการใช้งานคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2

5. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

5.1 สร้างหลักการของกระบวนการเรียนการสอน โดยนำสาระสำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มาบูรณาการเป็นหลักการของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เพื่อใช้เป็นหลักการของกระบวนการเรียนการสอน

5.2 กำหนดวัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอนและวิเคราะห์ความเชื่อมโยงระหว่างหลักการของกระบวนการเรียนการสอนที่ได้จากข้อ 5.1 กับวัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน

5.3 วิเคราะห์แนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ โดยนำหลักการของกระบวนการเรียนการสอนที่ได้จากข้อ 5.1 มาวิเคราะห์และพัฒนาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์

5.4 กำหนดขั้นตอนการเรียนการสอน โดยนำแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ที่ได้จากข้อ 5.3 มาสังเคราะห์เป็นขั้นตอนการเรียนการสอน

5.5 วิเคราะห์ความเชื่อมโยงของขั้นตอนการเรียนการสอนและการรู้คณิตศาสตร์ โดยนำขั้นตอนการเรียนการสอน ที่ได้จากข้อ 5.4 มาวิเคราะห์ความเชื่อมโยงของขั้นตอนการเรียนการสอนและการรู้คณิตศาสตร์

5.6 วิเคราะห์กิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทครู และบทบาทนักเรียน ในกระบวนการเรียนการสอนตามขั้นตอนการเรียนการสอน

6. การตรวจสอบและปรับปรุงคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน

6.1 ตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นโดยนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน พิจารณาตรวจสอบแก้ไขและให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำผลการพิจารณาตรวจสอบและข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนการสอน

6.2 ตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนเกี่ยวกับความเป็นไปได้ในการนำไปใช้ในสภาพการเรียนการสอนจริง โดยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนของ

กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นและปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง จากนั้นนำผลที่ได้จากการทดลองสอนไปปรับปรุงแก้ไขกิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทครู และบทบาทนักเรียน ในแต่ละชั้นของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

1. การกำหนดแบบแผนการทดลอง ใช้วิธีการวิจัยแบบกึ่งทดลอง (Quasi-experimental Research) และใช้แบบแผนการทดลองแบบมีกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม วัดก่อนและหลังการทดลอง (The Pretest-Posttest Control Group Design)

2. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

2.1 การกำหนดประชากร ประชากรที่ใช้ในการทดลองเพื่อศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2

2.2 การเลือกกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 104 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน จำนวน 52 คน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน จำนวน 52 คน มีขั้นตอนในการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยการเลือกโรงเรียนแบบเจาะจง มีเกณฑ์ในการพิจารณา คือ เป็นโรงเรียนสหศึกษา มีการจัดนักเรียนในแต่ละห้องแบบละครความสามารถ นักเรียนมาจากครอบครัวที่มีฐานะหลากหลายและผู้ปกครองประกอบอาชีพต่างๆ กัน เช่น รับราชการ ธุรกิจส่วนตัว รับจ้าง เลือกห้องเรียนโดยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มาวิเคราะห์เปรียบเทียบค่าเฉลี่ย ได้ห้องเรียน 2 ห้อง ที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกันและมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นสุ่มห้องเรียนเข้าเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน โดยใช้การสุ่มอย่างง่าย

3. การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้และพัฒนาสื่อการเรียนรู้อุบัติการณ์ ผู้วิจัยศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เลือกเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้ในการทดลองสอน ได้แก่ วิชาคณิตศาสตร์

พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร 16 ชั่วโมง กราฟ 15 ชั่วโมง และระบบสมการเชิงเส้น 14 ชั่วโมง รวมเป็น 45 ชั่วโมง หรือ 15 สัปดาห์ แล้ววิเคราะห์เนื้อหาและกำหนดแผนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับจำนวนชั่วโมง ตัวชี้วัด และเนื้อหาของรายวิชา ได้แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 15 แผน รวมเวลา 45 ชั่วโมง และเขียนแผนการจัดการเรียนรู้และพัฒนาสื่อการเรียนรู้ โดยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กับกลุ่มทดลองออกแบบตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่พัฒนาขึ้น และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กับกลุ่มควบคุมออกแบบตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4. การพัฒนาเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยพัฒนาเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล จำนวน 5 ฉบับ ได้แก่ แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง แบบประเมินคุณภาพภาระงาน แบบรายงานความรู้สึกละประเมินตนเอง และแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 2 ฉบับ คือ แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ผู้วิจัยดำเนินการพัฒนาโดยศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบ สร้างแบบทดสอบ สร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนน และให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแล้วปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาค่าความยาก ค่าดัชนีอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ ผลการตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงในภาคผนวก ข

5. การดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ใช้เวลา 15 สัปดาห์ รวม 45 ชั่วโมง เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง คือ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้น ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1

5.1 การเตรียมการก่อนดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยติดต่อผู้บริหารโรงเรียน นวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา เพื่อประสานขอความร่วมมือในการนำกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้ โดยจัดทำหนังสือขอความร่วมมือในการดำเนินการวิจัย จากคณะ

ครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย ขั้นตอนการวิจัย แนวทางในการจัดการเรียนรู้ และการประเมินผลกระบวนการเรียนการสอน แก่ผู้อำนวยการโรงเรียน รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ และครูผู้รับผิดชอบการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ และประสานความร่วมมือในการกำหนดตารางการสอน และขอเบตเนื้อหาในการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

5.2 ก่อนการทดลอง ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนที่ได้ไปทดสอบความแปรปรวนและเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยพบว่า คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน และมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงว่าก่อนการทดลองนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน รายละเอียดแสดงในภาพผนวก ฉ

5.3 ผู้วิจัยดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ตั้งแต่เดือนมิถุนายน 2555 ถึงเดือน กันยายน 2555 เป็นเวลา 15 สัปดาห์ รวม 45 ชั่วโมง เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง คือ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้น ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 โดยกลุ่มทดลองจัดการเรียนการสอนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC และกลุ่มควบคุมจัดการเรียนการสอนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

5.4 ในระหว่างดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยสังเกตและบันทึกพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง ประเมินภาระงานของนักเรียน โดยใช้แบบประเมินคุณภาพภาระงาน และให้นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนบรรยายความรู้สึกที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ การเรียนคณิตศาสตร์ การนำคณิตศาสตร์มาใช้งานในชีวิตจริง การเห็นคุณค่าและประโยชน์ของคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบรายงานความรู้สึกและประเมินตนเอง

5.5 หลังการทดลอง ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และให้นักเรียนกลุ่มทดลองตอบแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

6.1 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม จากแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะฉบับหลังเรียน วิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test for independent

6.2 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม จากแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์โดยใช้ t-test for dependent

6.3 การศึกษาพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม จากแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาบริบทชีวิตจริง แบบประเมินภาระงาน และแบบรายงานความรู้สึกละและประเมินตนเอง วิเคราะห์โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา

6.4 การประเมินความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่มทดลองเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC จากแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน วิเคราะห์โดยใช้ค่าเฉลี่ยและร้อยละ

สรุปผลการวิจัย

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัยโดยแบ่งออกเป็น 2 ตอน ตามวัตถุประสงค์การวิจัย คือ ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน และตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 4 ประการ คือ หลักการ วัตถุประสงค์ ขั้นตอนการเรียนการสอน และการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. หลักการของกระบวนการเรียนการสอน

หลักการของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีหลักการสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1) หลักการใช้บริบทชีวิตจริงและการเข้าใจปัญหา

การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงที่นักเรียนมีความคุ้นเคยมาเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดีและมีความหมายต่อนักเรียน

2) หลักการคิดค้นคณิตศาสตร์และการสร้างความรู้

การเรียนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมในการสร้างความรู้ ไม่ใช่การถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่ การเรียนคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์โดยการปฏิบัติกิจกรรมภายใต้การให้คำแนะนำของครูเพื่อค้นพบความรู้คณิตศาสตร์

3) หลักการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา

การให้นักเรียนได้พัฒนาและใช้วิธีการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหาจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา โดยวิธีการหรือโมเดลจะเป็นแบบง่ายๆ เข้าใจได้ง่ายและสื่อความหมาย และค่อยๆ พัฒนาเป็นวิธีการหรือโมเดลที่เป็นแบบแผนและซับซ้อนมากขึ้น

4) หลักการมีปฏิสัมพันธ์และสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น

การอภิปรายสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่นและปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนจะช่วยให้เกิดการตรวจสอบและพัฒนาความคิดเชิงคณิตศาสตร์

5) หลักการประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาที่หลากหลาย

การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย โดยเน้นการพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา

2. วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีวัตถุประสงค์เพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และด้านสมรรถนะของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

3. ขั้นตอนการเรียนการสอน

ขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คิดศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ประกอบด้วย 5 ขั้น ดังนี้

1) ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน

2) ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ หรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย

3) ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง

4) ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่

5) **ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์**

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดยเน้นให้นักเรียนฝึกฝนและประยุกต์ใช้โมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ และปัญหาในชีวิตจริง

4. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ดำเนินการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนแบ่งเป็นก่อนเรียนและหลังเรียน โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) การวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ก่อนการใช้กระบวนการเรียนการสอน ใช้แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน

2) การวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์หลังการใช้กระบวนการเรียนการสอน ใช้แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน

ตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

จากการนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ไปทดลองใช้ โดยใช้แบบแผนการทดลองแบบมีกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม วัดก่อนและหลังการทดลอง กลุ่มทดลองได้รับการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้ผลการทดลองสรุปได้ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้สถิติ t-test for independent ที่ระดับนัยสำคัญ .05 พบว่า หลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม ทั้งการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียน

การสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีการรู้คณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

2. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้สถิติ t-test for dependent ที่ระดับนัยสำคัญ .05 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองเพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลอง

3. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม โดยใช้สถิติ t-test for dependent ที่ระดับนัยสำคัญ .05 พบว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนไม่แตกต่างจากก่อนเรียนในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองไม่เพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลอง

4. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเกี่ยวกับพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้เชิงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น และมีความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์มาใช้เพื่อแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง โดยนักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ สามารถเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์และระบุแนวทางการแก้ปัญหาได้เหมาะสม สามารถดำเนินการแก้ปัญหาจนนำไปสู่การได้คำตอบที่ถูกต้อง และสามารถตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ทั้งด้านความรู้และด้านสมรรถนะที่สูงขึ้นจากก่อนการทดลอง

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีประเด็นในการอภิปราย 2 ประเด็น คือ กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น และผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

1. การอภิปรายผลจากกระบวนการเรียนการสอน

การอภิปรายผลจากกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีประเด็นในการอภิปรายดังนี้

1.1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC พัฒนาขึ้นอย่างเป็นระบบและมีแนวคิดทฤษฎีรองรับ ขั้นตอนการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเริ่มจากการศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนให้สอดคล้องตามความมุ่งหวังของหลักสูตร รวมทั้งศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับสภาพปัจจุบันของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย เพื่อนำมาเป็นข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับสภาพปัญหาที่เกิดขึ้น ซึ่งพบว่า การรู้คณิตศาสตร์เป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญประการหนึ่งของการศึกษาคณิตศาสตร์ (Devlin, 2000: 24; Watson, 2002: 157; Steen and others, 2007: 286; Yore and others, 2007: 574) และการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยควรได้รับการส่งเสริมและพัฒนา (สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549) เมื่อได้ข้อมูลเบื้องต้นแล้วจึงศึกษาวิเคราะห์แนวทางในการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ และศึกษาวิเคราะห์แนวคิดทฤษฎีที่นำมาใช้เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่า แนวคิดทฤษฎีที่มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น คือ แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Freudenthal, 1991) และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (CeMaST, 1998) จากนั้นนำสาระสำคัญที่ได้จากการวิเคราะห์แนวคิดทั้งสองนี้มาบูรณาการร่วมกันเพื่อใช้เป็นหลักการของกระบวนการเรียนการสอน และเชื่อมโยงหลักการดังกล่าวมาสู่ขั้นตอนการเรียนการสอน แล้ววิเคราะห์บทบาทครูและบทบาทนักเรียนในขั้นตอนการเรียนการสอนแต่ละขั้น กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นผ่านการ

ตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิพิจารณาตรวจสอบแก้ไขและให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำผลการพิจารณาตรวจสอบและข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนการสอน จากนั้นนำไปทดลองสอนนำร่อง (try out) เพื่อตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนเกี่ยวกับความเป็นไปได้ในการนำไปใช้ในสภาพการเรียนการสอนจริง แล้วนำผลที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไขกิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทครู และบทบาทนักเรียนในแต่ละชั้นของกระบวนการเรียนการสอนให้มีคุณภาพยิ่งขึ้น จากนั้นนำกระบวนการเรียนการสอนที่ผ่านการพัฒนาและปรับปรุงคุณภาพไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างเพื่อศึกษาประสิทธิผลของกระบวนการเรียนการสอนที่มีต่อความรู้ คณิตศาสตร์ของนักเรียน กล่าวโดยสรุปได้ว่า การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนนี้มีการดำเนินการอย่างเป็นระบบ

1.2 จุดเด่นของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีขั้นตอนการเรียนการสอน 5 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาลากหลายวิธี เพื่อให้ นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน 2) ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนแนวทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ หรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย 3) ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง 4) ขั้นสร้างความเป็นแบบแผนเป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง

คณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ 5) ชั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดยเน้นให้นักเรียนฝึกฝนและประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง กระบวนการเรียนการสอนนี้มีจุดเด่นที่แตกต่างจากการเรียนการสอนแบบปกติ คือ

1) การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงที่นักเรียนคุ้นเคยมาใช้เป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่ได้เริ่มต้นจากการเรียนเนื้อหาทฤษฎีหรือสูตรคณิตศาสตร์ ที่เป็นนามธรรม แล้วนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหา แต่การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามกระบวนการเรียนการสอนนี้ เริ่มต้นจากปัญหาในชีวิตจริงที่มีความรู้คณิตศาสตร์แฝงอยู่ นักเรียนได้เข้ามามีส่วนร่วมในกิจกรรมการแก้ปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับตัวนักเรียน นักเรียนได้สำรวจและค้นพบความรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนจากกิจกรรมที่ครูจัดให้ ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์มีความหมายต่อนักเรียน และทำให้นักเรียนได้เห็นความเชื่อมโยงของความรู้คณิตศาสตร์กับปัญหาสถานการณ์ที่นักเรียนพบในชีวิตจริง

2) การให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมภายใต้การให้คำแนะนำของครูเพื่อค้นพบความรู้คณิตศาสตร์ การให้นักเรียนพัฒนาและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง และใช้การอภิปรายสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับเพื่อนและครูเพื่อตรวจสอบและพัฒนาความคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้สร้างหรือค้นพบความรู้คณิตศาสตร์ด้วยตนเองและเข้าใจที่มาของความรู้คณิตศาสตร์

3) การประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย ทำให้นักเรียนได้ฝึกฝนและประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตจริง

1.3 ความสอดคล้องของกระบวนการเรียนการสอนกับการส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีความสอดคล้องกับการส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากมีหลักการของกระบวนการเรียนการสอนที่นำไปสู่การพัฒนาและส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) หลักการใช้

บริบทชีวิตจริงและการเข้าใจปัญหา การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงที่นักเรียนมีความคุ้นเคยมาเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดีและมีความหมายต่อนักเรียน 2) หลักการคิดค้นคณิตศาสตร์และการสร้างความรู้ การเรียนคณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์โดยปฏิบัติกิจกรรมภายใต้การให้คำแนะนำของครูเพื่อค้นพบความรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งการเรียนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมในการสร้างความรู้ ไม่ใช่การถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่ 3) หลักการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา นักเรียนได้พัฒนาและใช้วิธีการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหาวิธีการหรือโมเดลนั้นเป็นแบบง่าย ๆ เข้าใจได้ง่ายและสื่อความหมาย และจากนั้นค่อย ๆ พัฒนาเป็นวิธีการหรือโมเดลที่มีความเป็นแบบแผนและซับซ้อนมากขึ้น 4) หลักการมีปฏิสัมพันธ์และสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น การอภิปรายสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่นและปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนช่วยให้เกิดการตรวจสอบและพัฒนาความคิดเชิงคณิตศาสตร์ 5) หลักการประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายซึ่งพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา ซึ่งหลักการดังกล่าวสอดคล้องกับ Cobb (1994 อ้างถึงใน De Lange, 1996: 59) และสอดคล้องกับแนวทางการส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ ของ Hughes-Hallett (2001: 94-98; 2003: 97) ที่กล่าวว่าควรสอนคณิตศาสตร์ในบริบทที่นักเรียนมีความคุ้นเคย มีประสบการณ์ และมีความเข้าใจในบริบทนั้นอย่างเพียงพอ และมีความหมายต่อนักเรียน และสอดคล้องกับ De Lange (2003: 87-88) ที่กล่าวว่าควรสอนคณิตศาสตร์ที่อยู่ในโลกจริงของนักเรียน สอนโดยใช้สถานการณ์จริงมาเชื่อมโยงและบูรณาการกับคณิตศาสตร์ และสอนในทิศทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาในบริบทที่เหมาะสม

2. การอภิปรายผลจากผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน พบว่า 1) การรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งการรู้คณิตศาสตร์ในภาพรวม การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ และการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ 2) การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ 3) การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ทั้งด้านความรู้และด้านสมรรถนะที่สูงขึ้นจากก่อนการทดลอง ผลการวิจัยดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าการ

จัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ช่วยส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Barnes (2004) Uzel and Uyangor (2006) และ Dickinson and others (2010) ที่พบว่าการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แนวทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงสามารถช่วยกระตุ้นและพัฒนาความรู้ในเนื้อหาวิชา ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหา และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ และสอดคล้องกับ Meier, Hovde, and Meier (1996: 235) ที่กล่าวว่ากระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นเครื่องมือที่ทรงพลังที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทั้งในห้องเรียน นอกห้องเรียน และในชีวิตจริง

จากผลการวิจัยดังกล่าว กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสามารถส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากปัจจัยดังนี้

ประการแรก กระบวนการเรียนการสอนประกอบด้วยขั้นตอนการเรียนการสอนที่มีการนำปัญหาในชีวิตจริงที่นักเรียนมีความคุ้นเคยมาใช้เป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีลักษณะที่สอดคล้องกับแนวทางการส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ ของ Hughes-Hallett (2001: 94-98; 2003: 97) ที่กล่าวว่าควรสอนคณิตศาสตร์ในบริบทที่นักเรียนมีความคุ้นเคย มีประสบการณ์ และมีความเข้าใจในบริบทนั้นเพียงพอ และมีความหมายต่อนักเรียน และสอดคล้องกับ De Lange (2003: 87-88) ที่กล่าวว่าควรสอนคณิตศาสตร์ที่อยู่ในโลกจริงของนักเรียน สอนโดยใช้สถานการณ์จริงมาเชื่อมโยงและบูรณาการกับคณิตศาสตร์ และสอนในทัศนคติทางคณิตศาสตร์ ผ่านการแก้ปัญหาในบริบทที่เหมาะสม จากจุดเด่นของการใช้ปัญหาในชีวิตจริงที่ใกล้ตัวนักเรียน และมีความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน ประกอบกับการนำเสนอของครูด้วยวิธีที่น่าสนใจ ทำให้นักเรียนสนใจใฝ่หาปัญหาและเข้าใจปัญหาได้ดีและสามารถวิเคราะห์ได้ว่าสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คืออะไร และเมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาเป็นอย่างดี นักเรียนจึงเกิดความรู้สึกรักอยากคิดอยากลองแก้ปัญหาที่ครูนำเสนอ

นอกจากนี้ ผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนตามกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ได้สะท้อนให้เห็นว่า นักเรียนเกิดความรู้สึกรู้ว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องใกล้ตัวและเกี่ยวข้องกับชีวิตของนักเรียนตลอดเวลา โดยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ ร้อยละ 73.1 มีความเห็นว่าการเรียนการสอนตามกระบวนการเรียนการสอนนี้ทำให้นักเรียนเห็นว่าหลายสิ่งหลายอย่างที่ถูกรอบตัวล้วนเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

ประการที่สอง กิจกรรมการเรียนการสอนในขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน มีกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้คิดค้นและสร้างวิธีการแก้ปัญหาแบบง่าย ๆ มาใช้แก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวก (facilitator) เกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ ประกอบกับการนำเสนอแลกเปลี่ยนแนวความคิดวิธีการแก้ปัญหาร่วมกันกับเพื่อนในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนได้เห็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธีและรู้ข้อดีและข้อจำกัดของแต่ละวิธีทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาสู่การแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งสะท้อนได้จากผลการสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่พบว่าในช่วงต้นของการทดลองนักเรียนส่วนมากยังไม่ทราบว่าในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหานั้นจะเลือกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้ แต่เมื่อเวลาผ่านไปหลังจากที่นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง และได้เรียนรู้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์จากการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาไปสู่ความรู้คณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนทราบว่าที่มาของความรู้คณิตศาสตร์เกิดขึ้นอย่างไร ได้ฝึกคิดหาวิธีการแก้ปัญหาหลายๆ วิธี นักเรียนสามารถเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น นอกจากนี้การที่นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนคนอื่น ๆ แล้วพิจารณาตัดสินคำตอบของตนเอง ทำให้นักเรียนได้ฝึกฝนการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบจากกิจกรรมดังกล่าวด้วย

ประการที่สาม กิจกรรมการเรียนการสอนในขั้นสร้างความเป็นแบบแผนเน้นให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหาและใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนเพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน นักเรียนได้ร่วมกันสร้างและสรุปมโนทัศน์จากกิจกรรมการอภิปรายระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนกับเพื่อนในชั้นเรียน ทำให้เกิดความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวกับปัญหาที่พบในชีวิตจริงได้ ดังสะท้อนได้จากการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนที่พบว่า นักเรียนร้อยละ 55.8 มีความเห็นว่างิจกรรมการเรียนการสอนทำให้นักเรียนเข้าใจและตระหนักว่าความรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำไปใช้แก้ปัญหาที่พบเห็นในชีวิตจริง และนักเรียนร้อยละ 59.6 มีความเห็นว่างิจกรรมการเรียนการสอนทำให้นักเรียนมั่นใจว่าสามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไปใช้ได้จริงในชีวิตประจำวันของตนเอง

ผลการอภิปรายข้างต้น แสดงให้เห็นว่ากิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละชั้นของ กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นช่วยพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

จากผลการวิจัยครั้งนี้มีข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้ ดังนี้

1.1 ข้อเสนอแนะสำหรับผู้บริหาร

ผู้บริหารควรสนับสนุนให้ครูนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ไปใช้ โดยส่งเสริมให้ครูมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการพัฒนานักเรียนให้เกิดการรู้คณิตศาสตร์ โดยอาจจัดให้มีการประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อให้ครูมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้อง

1.2 ข้อเสนอแนะสำหรับครูคณิตศาสตร์

1.2.1) กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่มีวัตถุประสงค์เฉพาะเพื่อพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน กิจกรรมสำคัญสำหรับครูในกระบวนการเรียนการสอนนี้ คือ การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ การกำหนดปัญหาในชีวิตจริงเพื่อเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา และการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาและการสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ส่วนกิจกรรมสำคัญของนักเรียนคือ การวิเคราะห์ทำความเข้าใจปัญหา การคิดค้นหาวิธีการแก้ปัญหาจากประสบการณ์เดิม การแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาและการสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การนำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้ มีข้อเสนอแนะดังนี้

1) ปัญหาชีวิตจริงที่นำมาใช้เป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนต้องมีความสอดคล้องกับประสบการณ์เดิมของนักเรียนและใกล้ตัวนักเรียน ปัญหาที่นำมาใช้ต้องมีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี และมีหัวข้อทางคณิตศาสตร์ที่ใช้สอนแฝงอยู่ ครูอาจใช้การศึกษาริบทชีวิตจริงของนักเรียนเพื่อเป็นข้อมูลเบื้องต้นสำหรับการกำหนดปัญหาหรือสถานการณ์ที่จะนำมาใช้

ในการเรียนการสอน ครูต้องตรวจสอบว่าปัญหาดังกล่าวมีความเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนหรือไม่ และศึกษาว่าในการแก้ปัญหานั้นมีวิธีการแก้ปัญหามากมายวิธีอะไรบ้าง

2) ควรให้ความสำคัญกับวิธีการนำเสนอปัญหาแก่นักเรียน ซึ่งวิธีการนำเสนอปัญหาควรกระตุ้นความสนใจของนักเรียนได้เป็นอย่างดี และครูต้องแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจปัญหานั้นอย่างดีแล้วก่อนการลงมือแก้ปัญหา เนื่องจากการเข้าใจปัญหาเป็นสิ่งที่สำคัญและส่งผลต่อการลงมือแก้ปัญหานั้นในขั้นถัดไป ครูอาจใช้การถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนก่อนเริ่มลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา นอกจากนี้การให้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อทบทวนความรู้พื้นฐานและยุทธวิธีการแก้ปัญหาพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง ก่อนการเริ่มเข้าสู่เนื้อหาใหม่ มีความสำคัญและเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหามาก

3) ในช่วงแรกของการแก้ปัญหา การอภิปราย และการสร้างความเป็นแบบแผนอาจใช้เวลาค่อนข้างมาก ครูต้องอดทนรอและให้เวลากับนักเรียนได้ทำกิจกรรมที่สำคัญดังกล่าว เพราะนักเรียนจะต้องคิดค้นหาวิธีการและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา นำเสนอ อภิปราย แลกเปลี่ยนแนวคิดวิธีการแก้ปัญหา จนนำไปสู่คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน ในระยะเริ่มต้นนักเรียนอาจต้องอาศัยคำแนะนำจากครูค่อนข้างมาก และครูต้องเข้ามามีบทบาทในการนำอภิปราย แต่เมื่อนักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับการแก้ปัญหาด้วยตนเองและการอภิปราย นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาและนำไปสู่การสร้างและสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้เร็วขึ้น

4) ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละชั้นของกระบวนการเรียนการสอน ครูสามารถเลือกใช้วิธีสอนหรือเทคนิคการสอนได้อย่างหลากหลาย โดยพิจารณาตามความเหมาะสมและสอดคล้องกับขั้นตอนการเรียนการสอน เนื้อหาสาระ ประสบการณ์เดิมของนักเรียนและบริบทของการเรียนการสอน เป็นต้น

1.2.2) ครูที่นำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้ ควรตระหนักถึงบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควรมีลักษณะเป็นผู้ให้คำแนะนำอำนวยความสะดวกในการแก้ปัญหาแก่นักเรียนมากกว่าเป็นผู้บอกความรู้โดยตรง ดังนั้นครูจึงควรศึกษาและทำความเข้าใจบทบาทของตนให้ชัดเจนก่อนนำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้

1.2.3) ครูต้องจัดสถานการณ์ที่เอื้อให้นักเรียนแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหา และสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน โดยครูอาจต้องจัดกิจกรรมเพื่อช่วยให้นักเรียนกล้าพูดกล้าแสดงความคิดเห็นก่อนเริ่มใช้กระบวนการเรียนการสอน

1.2.4) เป้าหมายสำคัญของการใช้กระบวนการเรียนการสอนนี้คือ การให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นครูควรออกแบบและจัดสิ่งแวดล้อมที่เอื้อให้นักเรียนสร้างความรู้ได้อย่างเต็มที่

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาผลของการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่มีต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.2 ควรมีการศึกษาผลของการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่มีผลต่อตัวแปรอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการเชื่อมโยงความสามารถในการสื่อสาร เป็นต้น

2.3 ควรมีการศึกษาผลของการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีการแบ่งระดับความสามารถตามผลการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาความเหมาะสมและข้อจำกัดของกระบวนการเรียนการสอนต่อนักเรียนที่มีผลการเรียนต่างกัน

2.4 กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC อาจนำไปดัดแปลงหรือประยุกต์ใช้ในการพัฒนาการศึกษภาพหรือความสามารถของนักเรียนในด้านอื่นๆ นอกเหนือจากงานวิจัยนี้

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กระทรวงศึกษาธิการ. 2551. **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.**

กรุงเทพมหานคร: ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

จรรยา ภูอุดม. 2544. **การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็น**

ผู้สร้างความรู้. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. 2545. **การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร: สุวีริยาสาส์น.

บุญญา แซ่หล่อ. 2549. **การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการ**

วิเคราะห์ข้อมูลการนำเสนอข้อมูลและพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง

สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต,

สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ปรีชาญ เดชศรี และเกตุดี กัมพลาศิริ. 2552. **การศึกษาแนวโน้มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน**

คณิตศาสตร์นานาชาติ (Trends in International Mathematics Study 2007).

กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

เทพสุดา เกตุทอง. 2551. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของ**

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้

เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัด

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี. วิทยานิพนธ์ปริญญา

มหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

มะลิวรรณ ศรีชัยปัญญา. 2550. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการเชื่อมโยง**

คณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติ

ต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนสังกัด

คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญา

มหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ราชบัณฑิตยสถาน. 2551. **พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ อักษร A – L**

ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. กรุงเทพมหานคร: อรุณการพิมพ์.

ราชบัณฑิตยสถาน. 2553. **พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ อักษร M – Z**

ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. กรุงเทพมหานคร: อรุณการพิมพ์.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. 2552. **ค่าสถิติพื้นฐานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2551**[ออนไลน์]. แหล่งที่มา:

<http://www.niets.or.th/upload-files/uploadfile/5/fa78be61f54b413381a3c0a59ba30818.pdf>[21 ธันวาคม 2553]

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. 2553. **รายงานการวิเคราะห์คะแนนและคุณภาพของแบบทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ ขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

ปีการศึกษา 2552[ออนไลน์]. แหล่งที่มา: <http://www.niets.or.th/upload-files/uploadfile/7/521dbaeff82a8a5df32025bcd34b9fc8.pdf>[21 ธันวาคม 2553]

สมวงษ์ แปลงประสพโชค, สมเดช บุญประจักษ์ และจรรยา ภูอุดม. 2551. **ผลสำรวจสาเหตุนักเรียนไทยอ่อนคณิตศาสตร์และแนวทางแก้ไข. วารสารคณิตศาสตร์.**

53(สิงหาคม-ตุลาคม): 20-28.

สิริพร ทิพย์คง. 2536. **เอกสารคำสอนวิชาทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์.**

. ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจניים. 2549. **การเรียนรู้เพื่อโลกวันพรุ่งนี้.**

กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สุริเยศ สุขแสง. 2548. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของ**

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต.

สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2545. **พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ**

พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545. กรุงเทพมหานคร: พริกหวานกราฟฟิค.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน,

กระทรวงศึกษาธิการ. 2551. **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการ**

เรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช

2551. กรุงเทพมหานคร: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

อนันตนิจ โพธิ์ถาวร. 2547. **ผลของการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจต่อสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ของ**

นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต,

สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. 2553. **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ**. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Barnes, H. 2004. Realistic Mathematics Education: Eliciting Alternative Mathematical Conceptions of Learners. **African Journal of Research in SMT Education**. 8(1): 53-64.
- Brown, M., Coben, D., Hodgen, J., Stevenson, I., and Venkatakrisnan, H. 2006. Functional Mathematics and its Assessment. In Hewitt, D. 2006. **Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics**. 26(1): 29-34.
- Burkhardt, H. 2007. Quantitative Literacy for All: How Can We Make it Happen. In Madison, B. L. and Steen, L. A. (editors). 2008. **Calculation vs. Context: Quantitative Literacy and Its Implications for Teacher Education**. June 22–24, 2007. Wingspread Conference Center, Racine, Wisconsin[Online]. Available from: <http://www.maa.org/ql/cvc/cvc-137-162.pdf>[2009, July 10]
- Center for Mathematics, Science, and Technology. 1998. **IMaST At a Glance: Integrated Mathematics, Science and Technology**. Normal, IL: Illinois State University.
- De Lange, J. 1996. Using and Applying Mathematics in Education. In Bishop, A. J. and others (editors). **International Handbook of Mathematics Education**. pp. 49–97. Dordrecht: Kluwer.
- De Lange, J. 2003. Mathematics for Literacy. In Madison, B. L. and Steen, L. A. (editors). **Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges**. pp. 75-89. New Jersey: National Council on Education and the Disciplines.
- Devlin, K. 2000. The Four Faces of Mathematics. In Burke, M. J. and Curcio, F. R. (editors). 2000. **Learning Mathematics for a New Century**. pp. 16-27. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

- Dickinson, P., Eade, F., Gough, S., and Hough, S. 2010. Using Realistic Mathematics Education with Low to Middle Attaining Pupils in Secondary Schools. In Joubert, M. and Andrews, P. (Editors). 2010. **Proceedings of the British Congress for Mathematics Education**. April 2010.
- Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., Van den Heuvel-Panhuizen, M., De Lange, J., and Wijers, M. 2007. Problem Solving as a Challenge for Mathematics Education in The Netherlands. *ZDM Mathematics Education*. 39: 405-418.
- Evans, J. 2000. **Adults' Mathematical Thinking and Emotions: A Study of Numerate Practices**. London: Routledge/Falmer.
- Freudenthal, H. 1991. **Revisiting Mathematics Education: China Lectures**. Dordrecht: Kluwer.
- Good, C. V. 1973. **Dictionary of Education**. Third Edition. New York: McGraw-Hill.
- Gravemeijer, K. 1997. Mediating Between Concrete and Abstract. In Nunes, T.; and Bryant, P. (editors). 1997. **Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective**. pp. 315-345. United Kingdom: Biddles.
- Gravemeijer, K. and Terwel, J. 2000. Hans Freudenthal: a Mathematician on Didactics and Curriculum Theory. *Journal of Curriculum Studies*. 32(6): 777-796.
- Hoogland, K. 2003. **Mathematical Literacy and Numeracy**[Online]. Available from: http://www.gecijferdheid.nl/pdf/HooglandJablonka_UK.PDF[2008, March 30]
- Hughes-Hallett, D. 2001. Achieving Numeracy: The Challenge of Implementation. In Steen, L. A. (editor). 2001. **Mathematics and Democracy: The Case for Quantitative Literacy**. National Council on Education and the Disciplines[Online]. Available from: <http://www.maa.org/ql/mathanddemocracy.html>[2009, August 23]
- Hughes-Hallett, D. 2003. The Role of Mathematics Courses in the Development of Quantitative Literacy. In Madison, B. L. and Steen, L. A. (editors). 2003. **Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges**. pp. 91-98. New Jersey: National Council on Education and the Disciplines.

- Jablonka, E. 2003. *Mathematical Literacy*. In Bishop, A. J. and others (editors). 2003. **Second International Handbook of Mathematics Education**. pp. 75–102. Dordrecht: Kluwer.
- Kaplan, D. 2009. **Advances in Multilevel Latent Variable Models for PISA Data**. In PISA Research Conference 2009.
- Kilpatrick, J. 2001. *Understanding Mathematical Literacy: The Contribution of Research*. **Educational Studies in Mathematics**. 47 47: 101–116.
- Kouba, V. L. and Champagne, A. B. 1998. **Literacy in the National Science and Mathematics Standards: Communication and Reasoning**. New York: National Research Center on English Learning & Achievement, University at Albany.
- Kwon, O. N. (n.d.). **Conceptualizing the Realistic Mathematics Education Approach in the Teaching and Learning of Ordinary Differential Equations**[Online]. Available from: <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/invKwo.pdf> [2010, February 25]
- Martin, H. 2007. *Mathematical Literacy*. **Principal Leadership**. 7(5): 28-31.
- Meier, S. L., Hovde, R. L., and Meier, R. L. 1996. *Problem Solving: Teachers' Perceptions, Content Area, Model, and Interdisciplinary Connections*. **School Science and Mathematics**. 96(5): 230-237.
- Meyer, M. R. 2001. *Representation in Realistic Mathematics Education*. In Cuoco, A. A. and Curcio, F. R. (editors). 2001. **The Roles of Representation in School Mathematics**. pp. 238-250. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Moen, R. D., and Norman, C. L. 2006. **Evolution of the PDCA Cycle**[online]. Available from: <http://pkpinc.com/files/NA01MoenNormanFullpaper.pdf>[2012, march 14]
- Niss, M. 2003. *Quantitative Literacy and Mathematical Competencies*. In Madison, B. L. and Steen, L. A. (editors). 2003. **Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges**. pp. 215-220. New Jersey: National Council on Education and the Disciplines.

- OECD. 2003. **The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills**. Paris: OECD.
- OECD. 2004. **Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003**. Paris: OECD.
- OECD. 2006. **PISA Released Items-Mathematics**[Online]. Available from: <http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/14/10/38709418.pdf>[2009, May 20]
- OECD. 2007. **PISA 2006: Science Competencies for Tomorrow's World (Executive Summary)**[Online]. Available from: www.oecd.org/dataoecd/15/13/39725224.pdf[2009, May 20]
- OECD. 2010. **PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do: Student Performance in Reading, Mathematics and Science (Volume I)**[Online]. Available from: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264091450-en> [2010, December 21]
- Orpwood, G. and Garden, R. 1998. **Assessing Mathematics and Science Literacy**. (TIMSS Monograph). Vancouver: Pacific Educational Press.
- Romberg, T. A. 2001. **Mathematical Literacy: What Does it Mean for School Mathematics?**. *Wisconsin School News*. (October): 5-8.
- Steen, L. A. 2001. **The Case for Quantitative Literacy**. In Steen, L. A. (editor). 2001. **Mathematics and Democracy: The Case for Quantitative Literacy**. National Council on Education and the Disciplines[Online]. Available from: <http://www.maa.org/ql/mathanddemocracy.html>[2009, August 23]
- Steen, L. A., Turner, R., and Burkhardt, H. 2007. Chapter 3.4.2 Developing Mathematical Literacy. **Modelling and Applications in Mathematics Education: the 14th ICMI study**. (10): 285-294.

- Usiskin, Z. 2001. Quantitative Literacy for the Next Generation. In Steen, L. A. (editor). 2001. **Mathematics and Democracy: The Case for Quantitative Literacy**. National Council on Education and the Disciplines[Online]. Available from: <http://www.maa.org/ql/mathanddemocracy.html>[2009, August 23]
- Uzel, D. and Uyangor, S. M. 2006. Attitudes of 7th Class Students toward Mathematics in Realistic Mathematics Education. **International Mathematical Forum**. (39): 1951-1959.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. 2000. **Mathematics Education in the Netherlands: A guided tour**[Online]. Available from: <http://www.fi.uu.nl/en/rme/TOURdef+ref.pdf> [2009, June 21]
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. 2003. The Didactical Use of Models in Realistic Mathematics Education: an Example from a Longitudinal Trajectory on Percentage. **Educational Studies in Mathematics**. 54: 9–35.
- Van Groenestijn, M. 2003. Numeracy: A Challenge for Adult Education. In Madison, B. L. and Steen, L. A. (editors). 2003. **Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges**. pp. 229-234. New Jersey: National Council on Education and the Disciplines.
- Watson, A. 2002. Teaching for Understanding. In Haggarty, L. (editor). 2002. **Aspects of Teaching Secondary Mathematics: Perspectives on Practice**. pp. 153-162. London: Routledge Falmer.
- Wiggins, G. 2003. "Get Real!" Assessing for Quantitative Literacy. In Madison, B. L., and Steen, L. A. (editors). 2003. **Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges**. pp. 121-143. New Jersey: National Council on Education and the Disciplines.
- Yore, L. D., Pimm, D., and Tuan, H. 2007. The Literacy Component of Mathematical and Scientific Literacy. **International Journal of Science and Mathematics Education** (National Science Council, Taiwan). 5: 559-589.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์
ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์
ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น
ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง
และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

ความเป็นมาของกระบวนการเรียนการสอน

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญที่มีประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในชีวิต การทำงาน และเป็นพื้นฐานของการพัฒนาทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สิริพร ทิพย์คง (2536: 9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีมาแต่โบราณก่อนคริสต์ศักราช มนุษย์ได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเองในชีวิตประจำวัน และโลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางด้านวิทยาศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน สอดคล้องกับ ฉวีวรรณ เศรษฐมาลย์ (2545: 20-21) ที่กล่าวว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการนำไปใช้ได้จริงทั้งในชีวิตประจำวันและในงานอาชีพ อาชีพเกือบทุกแขนงจำเป็นต้องมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553: 1) ที่กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวและมีประโยชน์อย่างมากต่อชีวิตมนุษย์

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ได้กำหนดให้มีการจัดการศึกษาเกี่ยวกับความรู้และทักษะด้านคณิตศาสตร์ไว้ในมาตรา 23 วรรค 4 และกำหนดจุดเน้นของการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยนำความรู้ที่เรียนมาประยุกต์ใช้ในชีวิตไว้ในมาตรา 24 วรรค 2 ว่า ให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องจัดกระบวนการเรียนรู้โดย “ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา” (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545: 13-14) และจุดมุ่งหมายของการศึกษาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีความรู้ความเข้าใจในสาระต่างๆ และสามารถใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 58-63) ประกอบกับการศึกษาภาคบังคับเป็นการศึกษาจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีจุดมุ่งหมายเพื่อเตรียมเยาวชนให้มีความพร้อมเพื่อก้าวออกไปสู่สังคมและการใช้ชีวิตในอนาคต การจัดการศึกษาต้องพัฒนาทั้งความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะที่จำเป็นให้แก่นักเรียน

จากความสำคัญดังกล่าว แสดงถึงความจำเป็นในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่มุ่งพัฒนานักเรียนให้มีความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ สามารถประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ที่มีเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ที่พบในชีวิตจริงได้อย่างเหมาะสม ซึ่งตรงกับ ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ดังที่นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลาย ท่านได้นิยามความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ (Good, 1973: 353; Orpwood and Garden, 1998: 62; Evans, 2000: 236; De Lange, 2003: 77, 80; Jablonka, 2003: 78; OECD, 2003: 24; Qualifications and Curriculum Authority [QCA] (อ้างถึงใน Brown and others, 2006); Burkhardt, 2007: 137-138; Martin, 2007: 29; Steen, Turner, and Burkhardt, 2007: 285; Yore, Pimm, and Tuan, 2007: 574; สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549: 1; ราชบัณฑิตยสถาน, 2553: 4, 27) สรุปได้ว่า การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถของบุคคลในการนำ ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาใน ชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้น เรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้และ ใช้อย่างไร Martin (2007: 29) ได้กล่าวไว้ว่า บุคคลผู้รู้คณิตศาสตร์เป็นผู้สามารถใช้คณิตศาสตร์ใน การให้เหตุผล วิเคราะห์ และแก้ปัญหาในโลกจริง มีความสามารถในการตีความและวิเคราะห์ ข้อมูลข่าวสาร เป็นประชากรที่รอบรู้เป็นผู้บริโภคที่ชาญฉลาด

การรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญดังที่ Devlin (2000: 24) และ Watson (2002: 157) กล่าว ว่า การรู้คณิตศาสตร์เป็นทักษะชีวิตอย่างหนึ่งซึ่งเป็นพื้นฐานที่มีความจำเป็นเช่นเดียวกับการรู้หนังสือ การรู้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการใช้ชีวิตและกระทำอย่างไตร่ตรอง (Yore and others, 2007: 574) ความรู้และความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์ช่วยให้เข้าใจประเด็นหรือ ความจำเป็นต่างๆ อย่างมีความหมายและทำให้ภารกิจสำเร็จลุล่วง การขาดความสามารถในการ ใช้คณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล อาจทำให้เกิดการตัดสินใจที่ผิดพลาดหรือสับสนในชีวิตการทำงาน และชีวิตส่วนตัวเช่นผู้ที่ตัดสินใจอย่างไร้ข้อมูลข่าวสาร (สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และ อัมพลิกา ประโมจณี, 2549: 8, 13) นอกจากนี้ Watson (2002: 157) และ Steen and others (2007: 286) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์เป็นจุดมุ่งหมายหลักอย่างหนึ่งของการจัดการศึกษาใน โรงเรียนยุคปัจจุบัน การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนต้องมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการรู้คณิตศาสตร์ นั่นคือ สามารถเลือกและประยุกต์ใช้ความรู้และวิธีการที่มีความเหมาะสมกับสถานการณ์ต่างๆ ที่ เกิดขึ้นภายนอกโรงเรียน และเตรียมความพร้อมให้แก่ นักเรียนทุกคนเพื่อการใช้ชีวิตในสังคมที่มีความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี

การรู้คณิตศาสตร์มีลักษณะสำคัญที่แตกต่างจากคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาวิชา ดังที่ De Lange (2003: 80) ได้กล่าวว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นที่ความรู้ในเนื้อหาวิชา แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นที่การใช้คณิตศาสตร์ในโลกจริง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Steen and others (2007: 289) ที่ว่า

*คณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นการใช้คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนในระดับเบื้องต้น
แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นการใช้คณิตศาสตร์เบื้องต้นในระดับที่ซับซ้อน*

การรู้คณิตศาสตร์ใช้ข้อมูลที่เป็นจริง กระบวนการที่แปลกใหม่ และการใช้เหตุผลที่ซับซ้อน แต่ต้องการเพียงเนื้อหาคณิตศาสตร์เบื้องต้นเท่านั้น ในทางตรงกันข้ามคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมีลักษณะเป็นมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม ใช้จำนวนง่าย ๆ กระบวนการที่ตรงไปตรงมา และการประยุกต์ที่เป็นแบบแผน (Steen and others, 2007: 289)

สำหรับประเทศไทยแม้ว่าจะมีการให้ความสำคัญกับการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ แต่จากผลการทดสอบระดับชาติและนานาชาติ และผลการวิจัย พบปัญหาดังต่อไปนี้ ประการที่หนึ่ง ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์แล้วเกิดการลืม จำไม่ได้ ไม่เข้าใจ ไม่เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ มองว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องไกลตัว ห่างไกลจากการดำเนินชีวิต ไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ได้ (สมวงษ์ แปลงประสพโชค, สมเดช บุญประจักษ์ และจรรยา ภูอุดม, 2551) ประการที่สอง การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ (ONET) พบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2550 ปีการศึกษา 2551 และปีการศึกษา 2552 คิดเป็นร้อยละ 25.52 32.64 และ 26.05 ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 ทุกปี (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2552, 2553) ประการที่สาม การประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) โดยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ หรือ OECD (Organization for Economic Cooperation and Development) จัดประเมินการรู้เรื่องการอ่าน (Reading Literacy) การรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และการรู้วิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy) โดยประเมินนักเรียนที่จบการศึกษาภาคบังคับ ซึ่งการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) มีจุดเน้นที่การประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะในปัญหาแปลกใหม่ที่อยู่ในบริบทของโลกในชีวิตจริง เพื่อประเมินว่านักเรียนได้รับการเตรียมพร้อมสำหรับชีวิตในอนาคตได้ดีเพียงไร โดยดำเนินการประเมินอย่างต่อเนื่อง ช่วงเวลาระยะละ 3 ปี เริ่มประเมินระยะที่ 1 ในปี 2000 ผลการประเมินพบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยการรู้คณิตศาสตร์ ในปี 2000 ปี 2003 ปี 2006 และปี 2009 คิดเป็น 432 คะแนน

417 คะแนน 417 คะแนน และ 419 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD ทั้งสี่ครั้ง (ปี 2000 ปี 2003 และปี 2006 ค่าเฉลี่ยของ OECD คิดเป็น 500 คะแนน และปี 2009 ค่าเฉลี่ยของ OECD คิดเป็น 496 คะแนน) (OECD, 2004, 2007, 2010) ผลการประเมินแสดงให้เห็นถึงการขาดคุณภาพของนักเรียนไทยและการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศ

จากความสำคัญและปัญหาดังได้กล่าวข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความจำเป็นในการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาและส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนอย่างจริงจังและเร่งด่วน โดยการจัดการเรียนการสอนของครูมีบทบาทสำคัญยิ่งในการสร้างเสริมประสบการณ์คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนเพื่อขยายประสบการณ์สู่การนำไปใช้ในชีวิต และ Martin (2007: 30) ได้กล่าวว่า การไม่รู้คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นผลมาจากเนื้อหาที่สอนแต่มาจากวิธีที่ครูใช้สอน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบท่องจำกฎหรือสูตรที่ไม่เชื่อมโยงกับชีวิตและประสบการณ์ของนักเรียนไม่ส่งเสริมการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นในการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนจึงจำเป็นต้องแสวงหาแนวทางและวิธีในการจัดการเรียนการสอนของครูเพื่อพัฒนาและส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อเป็นแนวทางในการนำไปใช้จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์

แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอน

แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอน ได้แก่ แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education) และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education)

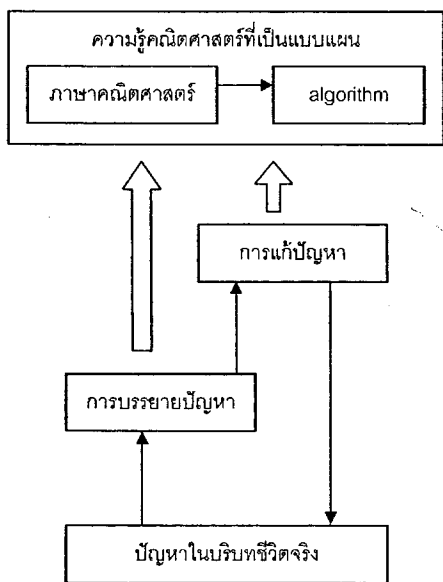
แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education: RME) เป็นแนวคิดหนึ่งในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ซึ่ง Cobb (1994 อ้างถึงใน De Lange, 1996: 59) กล่าวว่า แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีความเหมาะสมกับการสอนที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริง โดย

แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงเน้นที่การพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์จากปัญหาในบริบทชีวิตจริง

แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงริเริ่มโดย Freudenthal และเพื่อนร่วมงานในสถาบัน IOWO ในช่วงปี 1970 ภายหลังเปลี่ยนชื่อเป็นสถาบัน Freudenthal ประเทศเนเธอร์แลนด์ แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีรากฐานมาจากแนวคิดที่คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมหนึ่งของมนุษย์ คณิตศาสตร์ควรเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ใกล้ชิดกับประสบการณ์ของเด็ก และเกี่ยวข้องกับสังคม คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นเพียงวิชาที่ถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่แล้ว แต่การเรียนคณิตศาสตร์ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ (reinvent) ด้วยการลงมือปฏิบัติ ดังนั้นจุดเน้นของการศึกษาคณิตศาสตร์จึงไม่ได้อยู่ที่ระบบของคณิตศาสตร์ที่ถูกจัดสร้างไว้อย่างดีแล้ว แต่อยู่ที่กิจกรรมและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 3) กิจกรรมคณิตศาสตร์หรือการคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วยกิจกรรมในการแก้ปัญหา การมองหาปัญหา และการสร้างเนื้อหาวิชา (Gravemeijer, 1997: 320)

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีความแตกต่างจากการสอนแบบดั้งเดิม ดังที่ Gravemeijer (1997: 330-331) ได้กล่าวไว้ว่ามีความแตกต่างกันที่วิธีในการดำเนินการประยุกต์ใช้ และ Meyer (2001: 239) กล่าวว่าต่างกันในจุดเริ่มต้นของการเรียนการสอน วิธีการแบบดั้งเดิมมองว่าคณิตศาสตร์เป็นระบบซึ่งถูกสร้างขึ้นไว้เรียบร้อยแล้ว และสามารถประยุกต์ใช้ได้ตามลักษณะทั่วไปของมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ถูกแบ่งเป็นการเรียนความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน จากนั้นจึงเรียนการประยุกต์ใช้ความรู้ดังกล่าว เช่น ในการเรียนพีชคณิตการสอนแบบดั้งเดิมจะเริ่มต้นจากการบรรยายเนื้อหาที่เป็นนามธรรมและเกี่ยวข้องกับตัวแปรต่างๆ สมการและการแก้สมการ หลังจากที่นักเรียนได้ฝึกการแก้สมการจนชำนาญแล้ว นักเรียนก็จะประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะต่างๆ ในการแก้ปัญหาเชิงบริบท นั่นคือการเรียนการสอนเริ่มต้นจากความเป็นนามธรรมแล้วจึงไปสู่การประยุกต์ใช้ที่เป็นรูปธรรม แต่ในการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงนั้นมีขั้นตอนกลับกัน นั่นคือคณิตศาสตร์เริ่มต้นในบริบท และพัฒนาทีละน้อยไปสู่สัญลักษณ์ที่เป็นแบบแผน นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมาย ในขั้นก่อนการสร้างความเป็นแบบแผน นักเรียนจะได้สำรวจและค้นพบคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้นผ่านลำดับขั้นตอนการเรียนการสอน

แนวคิดหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง คือ การให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ภายใต้การแนะนำของครู โดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริงมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับประสบการณ์เช่นเดียวกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้คิดค้นคณิตศาสตร์ขึ้นมา ให้นักเรียนพัฒนาและใช้โมเดลแบบไม่เป็นทางการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหา ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนพัฒนาขึ้นจากความรู้แบบไม่เป็นทางการของนักเรียนผ่านการแนะนำของครูและการอภิปรายร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาในระดับความรู้ความเข้าใจที่สูงขึ้น (Freudenthal, 1991 อ้างถึงใน Doorman and others, 2007: 406; Gravemeijer, 1997: 322-327) การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในบริบทของการศึกษามี 2 ลักษณะ คือ 1) การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบ (horizontal mathematisation) เป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการจัดการและแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง และ 2) การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (vertical mathematisation) เป็นกระบวนการสร้างความรู้ภายในระบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบมีความเกี่ยวข้องกับการออกจากโลกชีวิตจริงไปสู่โลกของสัญลักษณ์ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้งเป็นการเคลื่อนย้ายอยู่ภายในโลกของสัญลักษณ์ (Treffers, 1978, 1987 อ้างถึงใน Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 4, 2003: 12)



แผนภาพการคิดค้นคณิตศาสตร์ (Reinvention) (Gravemeijer, 1997: 333)

การคิดค้นคณิตศาสตร์ (reinvention) ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (แสดงดังแผนภาพข้างต้น) อาศัยกระบวนการแก้ปัญหาเชิงจริง โดยการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงเริ่มต้นจากการบรรยายปัญหาในบริบทชีวิตจริงให้มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น ใช้การสร้างแบบแผนและการระบุความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา มีการใช้สัญลักษณ์ที่สร้างขึ้นเองและมีความหมาย ซึ่งการบรรยายปัญหาเป็นการทำปัญหาให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นแล้วจึงลงมือแก้ปัญหาด้วยวิธีที่สร้างขึ้นเองไม่ใช่ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เป็นมาตรฐานซึ่งอาจมีความเป็นแบบแผนในระดับมากน้อยต่างกันไป จากนั้นจึงแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริงซึ่งสามารถแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริงได้ง่าย เนื่องจากสัญลักษณ์ที่ใช้เป็นสัญลักษณ์ที่ผู้แก้ปัญหาสร้างขึ้นเองและมีความหมาย จากการแก้ปัญหาในลักษณะดังกล่าวที่ใช้การบรรยายปัญหา การแก้ปัญหา และการแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริงนั้น เมื่อมีการให้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหาจะนำไปสู่กระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (vertical mathematisation) การบรรยายปัญหาโดยใช้กระบวนการทำให้ง่ายขึ้นและการทำให้เป็นแบบแผนสามารถพัฒนาภาษาแบบไม่เป็นทางการไปสู่ภาษาที่เป็นแบบแผนและเป็นมาตรฐานมากขึ้น และการใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันในระยะยาวจนกลายเป็นกิจวัตรประจำสามารถพัฒนาไปสู่ขั้นตอนวิธีการที่เป็นแบบแผนได้ จากนั้นกระบวนการเรียนรู้ดังกล่าวนี้จะนำไปสู่การสร้างความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน กระบวนการดังกล่าวนี้ เรียกว่า การคิดค้นคณิตศาสตร์ (Gravemeijer, 1997: 332-333)

ตัวอย่างการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง เริ่มต้นจากครูนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเหมาะสมและมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี ครูให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกแก่นักเรียนในระหว่างการแก้ปัญหา จากนั้นครูกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้น แล้วครูให้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันอีก เมื่อนักเรียนได้แก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน ขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการของนักเรียนจะถูกแปลให้เป็นขั้นตอนที่เป็นแบบแผนมากขึ้น ในการเรียนการสอนนี้ การอภิปรายถือเป็นกิจกรรมที่สำคัญอย่างหนึ่ง ประเด็นในการอภิปราย มุ่งเน้นที่ความถูกต้องของคำตอบ ความเพียงพอและประสิทธิภาพของวิธีการแก้ปัญหา และการตีความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา (Gravemeijer, 1997: 322-327)

หลักการสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงที่ใช้เป็นแนวทางในการออกแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วยหลักการสำคัญ 3 ประการ (Gravemeijer, 1997: 328-342; Gravemeijer and Terwel, 2000: 786-788) คือ

1) การคิดค้นแบบได้รับคำแนะนำ (Guided Reinvention) นักเรียนควรได้รับประสบการณ์ที่มีความคล้ายคลึงกับกระบวนการที่คณิตศาสตร์ถูกคิดค้นขึ้นโดยนักคณิตศาสตร์ ในกระบวนการเรียนการสอนควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์สถานการณ์จริง และได้รับคำแนะนำและการอำนวยความสะดวกจากครูเกี่ยวกับยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการ นักเรียนควรมีโอกาสในการคิดค้นการปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยกระบวนการเรียนรู้ควรเน้นที่กระบวนการมากกว่าผลลัพธ์การคิดค้นในทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2) ปรัชญาการณวิทยาที่นำมาใช้สอน (Didactical Phenomenology) การสืบสวนสถานการณ์ที่มีหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ถูกประยุกต์อยู่นั้นจะช่วยให้ค้นพบชนิดของการประยุกต์ใช้ที่นำมาใช้ในการสอน และพิจารณาถึงความเหมาะสมของสถานการณ์ที่นำมาใช้ในกระบวนการการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบก้าวหน้า โดยจุดมุ่งหมายของการสืบสวนเชิงปรัชญาการณวิทยา คือ การหาสถานการณ์ปัญหาที่มีความเฉพาะเจาะจงที่สามารถนำมาใช้ในการสรุปนัยทั่วไปได้ และหาสถานการณ์ที่สามารถนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพื้นฐานของการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้งได้ การกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องเสนอปัญหาเชิงบริบทชีวิตจริงที่ได้จากปรัชญาการณวิทยาที่เป็นจริงและมีความหมายแก่นักเรียน ซึ่งช่วยสร้างและกระตุ้นกระบวนการเรียนรู้

3) โมเดลที่สร้างขึ้นเอง (Self-developed Model) โมเดลที่สร้างขึ้นเองทำหน้าที่เป็นตัวเชื่อมระหว่างความรู้แบบไม่เป็นทางการและคณิตศาสตร์แบบเป็นทางการ ในการเรียนรู้ต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้และพัฒนาโมเดลของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งโมเดลที่สร้างขึ้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้ โดยในช่วงแรกนักเรียนจะพัฒนาโมเดลของสถานการณ์ขึ้น ซึ่งเป็นโมเดลที่นักเรียนคุ้นเคย และหลังจากกระบวนการวางนัยทั่วไป และการสร้างแบบแผน โมเดลจะค่อยๆ กลายเป็นโมเดลสำหรับการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งเรียกว่าเป็นการเปลี่ยนจาก model-of เป็น model-for ตัวอย่างของโมเดล เช่น ภาพวาด แผนภาพ เส้นจำนวน ตาราง สมการ เป็นต้น จุดมุ่งหมายเบื้องต้นของการใช้โมเดลควรส่งเสริมให้นักเรียนให้สร้างคณิตศาสตร์โดยเริ่มต้นจากมุมมองของตนเอง ไม่ใช่จากมุมมองของผู้เชี่ยวชาญ

จากหลักการของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงที่ได้กล่าวข้างต้น มีความสอดคล้องกับแนวทางการส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ ดังที่ Hughes-Hallett (2001: 94-98; 2003: 97) ได้ให้แนวทางในการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรสอนคณิตศาสตร์ในบริบทที่นักเรียนมีความคุ้นเคย มีประสบการณ์ และมีความเข้าใจในบริบทนั้นอย่างเพียงพอ และมีความหมายต่อนักเรียน ซึ่ง De Lange (2003: 87-88) ได้ให้แนวทางในการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรสอนคณิตศาสตร์ที่อยู่ในโลกจริงของนักเรียน สอนโดยใช้สถานการณ์จริงมาเชื่อมโยงและบูรณาการกับคณิตศาสตร์ และสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาในบริบทที่เหมาะสม ซึ่งมีความสอดคล้องกับหลักการของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง คือ การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริงมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับชีวิตจริง และใกล้ชิดกับประสบการณ์ของนักเรียน .

2. กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

การรู้คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับความสามารถในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ในบริบทชีวิตจริง ดังนั้น ความสามารถที่จำเป็นอีกประการหนึ่งของการรู้คณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหานั้น นักเรียนควรมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ด้วยการสอนกระบวนการแก้ปัญหาเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ดังที่ Baroody (1993) และ Kilpatrick (1989) (อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553: 47-48) ได้ให้แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง คือ 1) การสอนผ่านการแก้ปัญหา 2) การสอนให้แก้ปัญหา 3) การสอนกระบวนการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (Define: D, Assess: A, Plan: P, Implement: I and Communicate: C) เป็นกระบวนการแก้ปัญหากลุ่มหนึ่งที่มีความยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน และมีประสิทธิภาพ ถูกออกแบบมาให้เหมาะสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC พัฒนาขึ้นจากการบูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya วิธีการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์ และวงจรการแก้ปัญหาทางอุตสาหกรรมตามแนวคิดของ Shewhart ดังนั้นกระบวนการแก้ปัญหานี้จึงเหมาะสำหรับนำมาใช้เพื่อสอนแก้ปัญหาทั้งในวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ สามารถนำไปใช้ได้ทั้งในและ

นอกห้องเรียน และใช้แก้ปัญหาที่พบในชีวิตจริง (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 234; Center for Mathematics, Science, and Technology [CeMaST], 1998: 10-11) กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ประกอบด้วยองค์ประกอบ 5 ประการ (CeMaST, 1998: 10-11) คือ

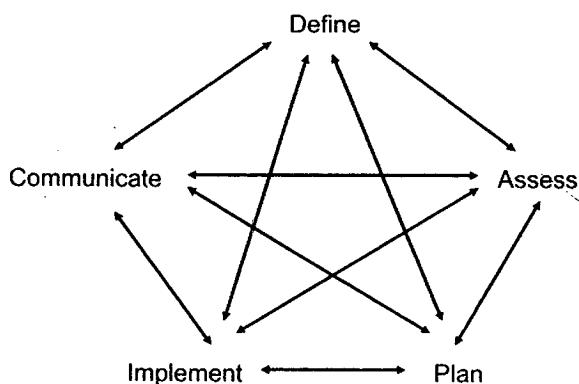
1) Define เป็นการกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน ในขั้นนี้อาจใช้การถามคำถาม การเก็บรวบรวมข้อมูลเบื้องต้น การเรียนรู้ศัพท์ใหม่หรือเนื้อหาใหม่ โดยทั่วไปแล้วปัญหามักถูกกำหนดจากประสบการณ์ของนักเรียน

2) Assess เป็นการประเมินสถานการณ์ปัญหา เก็บรวบรวมสารสนเทศต่างๆ ใช้ข้อมูลที่มีเพื่อสร้างข้อสรุปทั่วไปเป็นสมมติฐาน ในขั้นนี้อาจใช้การสืบสวนสอบสวนเพิ่มเติม ก่อนการสืบสวนสอบสวนหลักจะเริ่มขึ้น

3) Plan เป็นการวางแผนการแก้ปัญหาและการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมากมักใช้รูปแบบการทดลองเพื่อควบคุมตัวแปร

4) Implement เป็นการดำเนินการตามแผนที่วางไว้ เก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้มีความเหมาะสมมากขึ้น

5) Communicate เป็นการวิเคราะห์และประเมินผลการดำเนินการ และสื่อสารแลกเปลี่ยนผลลัพธ์กับผู้อื่น โดยประเมินความถูกต้องและความสอดคล้องของผลลัพธ์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการเขียนรายงานหรือการนำเสนอปากเปล่า หรือการสรุปผลโครงการ



แผนภาพกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 236)

ในการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC นั้นมีความยืดหยุ่น ไม่จำเป็นต้องทำตามลำดับขั้นตอน สามารถเริ่มที่ขั้นใดก็ได้ และสามารถข้ามบางขั้นหรือใช้บางขั้นซ้ำได้ ผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา โดยครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ด้วยวิธีการที่หลากหลาย (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 235-236; CeMaST, 1998: 10-11)

องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีองค์ประกอบต่างๆ ที่มีความสัมพันธ์ สอดคล้อง และส่งเสริมซึ่งกันและกัน ได้แก่ หลักการ วัตถุประสงค์ ขั้นตอนการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล โดยมีรายละเอียด ดังนี้

หลักการของกระบวนการเรียนการสอน

หลักการของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ได้มาจากการบูรณาการสาระสำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC แล้วพัฒนาเป็นหลักการของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งหลักการของกระบวนการเรียนการสอนมี 5 ประการ ดังนี้

1) หลักการใช้บริบทชีวิตจริงและการเข้าใจปัญหา

การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงที่นักเรียนมีความคุ้นเคยมาเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะช่วยให้ นักเรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดีและมีความหมายต่อนักเรียน

2) หลักการคิดค้นคณิตศาสตร์และการสร้างความรู้

การเรียนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมในการสร้างความรู้ ไม่ใช่การถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่ การเรียนคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์โดยการปฏิบัติกิจกรรมภายใต้การให้คำแนะนำของครูเพื่อค้นพบความรู้คณิตศาสตร์

3) หลักการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา

การให้นักเรียนได้พัฒนาและใช้วิธีการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหาจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา โดยวิธีการหรือโมเดลจะเป็นแบบง่าย ๆ เข้าใจได้ง่ายและสื่อความหมาย และค่อย ๆ พัฒนาเป็นวิธีการหรือโมเดลที่เป็นแบบแผนและซับซ้อนมากขึ้น

4) หลักการมีปฏิสัมพันธ์และสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น

การอภิปรายสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่นและปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนจะช่วยให้เกิดการตรวจสอบและพัฒนาความคิดเชิงคณิตศาสตร์

5) หลักการประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาที่หลากหลาย

การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายโดยเน้นการพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา

วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนำโมเดลทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้และใช้อย่างไร มีองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ ด้านความรู้ และด้านสมรรถนะ

1) **การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้** หมายถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและมีความสำคัญต่อการเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตจริง ประกอบด้วย

1.1) **ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ความหมาย โครงสร้างของคณิตศาสตร์ แนวคิด หลักการ กฎ สูตร ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์

1.2) **ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ขั้นตอนวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การใช้ศัพท์ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการอ่าน เขียนกราฟและตาราง

2) **การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ** หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนมาใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน ประกอบด้วย ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหาและการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ขั้นตอนการเรียนการสอน

ขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ประกอบด้วย 5 ขั้น ดังนี้

1) ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน.

2) ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ หรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย

3) ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง

4) ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่

5) ชั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดยเน้นให้นักเรียนฝึกฝนและประยุกต์ใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ และปัญหาในชีวิตจริง

รายละเอียดของกิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทครู และบทบาทนักเรียนในขั้นตอนการเรียนการสอนแต่ละขั้น แสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางแสดงรายละเอียดของขั้นตอนการเรียนการสอน

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>1. ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธีเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน</p>	<p>1. ครูออกแบบและนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นในการเรียน ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเคยมีประสบการณ์ และเชื่อมโยงไปสู่การเรียนรู้เนื้อหาใหม่</p> <p>2. ครูนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธีแก่นักเรียน โดยใช้รูปภาพ เรื่องราว แผนภูมิ หรือสัญลักษณ์ที่นักเรียนคุ้นเคย</p> <p>3. นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน</p>	<p>1. ศึกษาเนื้อหา คณิตศาสตร์และบริบทชีวิตจริงที่มีความสอดคล้องกัน</p> <p>2. กำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นในการเรียน และกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนเพื่อเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนรู้</p> <p>3. ตรวจสอบความเหมาะสมของปัญหาที่นำมาใช้</p> <p>4. เสนอปัญหาแก่นักเรียน</p>	<p>1. รับฟังการนำเสนอปัญหาของครู</p> <p>2. วิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน</p>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>2. ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการหรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา 2. นักเรียนคิดค้นและสร้างสมมติฐานความคิดหรือแบบจำลองความคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือเป็นกลุ่ม โดยอาศัยประสบการณ์เดิมหรือวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคย 3. นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม 4. ครูให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพบนกระดาน และให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มตามความต้องการของนักเรียน 	<ol style="list-style-type: none"> 1. ดูแลและอำนวยความสะดวกแก่นักเรียนในการแก้ปัญหา 2. ให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพบนกระดาน และให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม ตามความต้องการของนักเรียน 	<p>ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยอิสระหรือได้รับคำแนะนำจากครู ตามระดับความสามารถของตนเอง ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) ประเมินสถานการณ์ปัญหา 2) วางแผนการแก้ปัญหา โดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองหรือได้รับคำแนะนำจากครู 3) ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้มีความเหมาะสมมากขึ้น

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>3. ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง</p>	<p>1. ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนหรือกลุ่ม</p> <p>2. ครูดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา</p> <p>3. นักเรียนร่วมอภิปรายเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน สื่อสาร ได้แย้ง และตัดสินคำตอบของตนเอง</p>	<p>ดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา</p>	<p>นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตน</p> <p>เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน สื่อสาร ได้แย้ง และตัดสินคำตอบของตนเอง</p>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>4. ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผนและพัฒนาเป็นมโนทัศน์ และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. ครูกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา ให้นักเรียนแก้ปัญหา 2. นักเรียนพิจารณาลักษณะของปัญหาและใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายที่มีความเหมาะสมกับลักษณะของปัญหานั้นๆ 3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้นโดยใช้การอภิปราย 4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้เพื่อตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ 5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ 	<ol style="list-style-type: none"> 1. กำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา 2. กระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยใช้การอภิปราย 3. ดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิด ตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ 	<ol style="list-style-type: none"> 1. พิจารณาลักษณะของปัญหา 2. ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย ที่มีความเหมาะสมกับลักษณะของปัญหา 3. พัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยการร่วมกันอภิปราย 4. อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>5. ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ คณิตศาสตร์ ในขั้นนี้เป็นขั้นของการ ประยุกต์ใช้ความรู้ คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดย เน้นให้นักเรียนฝึกฝนและ ประยุกต์ใช้โมเดลและ ขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่างๆ และ ปัญหาในชีวิตจริง</p>	<p>1. ครูกำหนดปัญหาให้ นักเรียนประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ ต่างๆ อย่างหลากหลาย</p> <p>2. ครูคอยให้คำแนะนำและ อำนวยความสะดวกเมื่อ นักเรียนต้องการ</p>	<p>กำหนดปัญหาให้ นักเรียนได้ ประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการ ทางคณิตศาสตร์ ใน สถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย</p>	<p>ประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการ ทางคณิตศาสตร์ ใน สถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย</p>

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ดำเนินการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนแบ่งเป็นก่อนเรียนและหลังเรียน โดยมี รายละเอียดดังนี้

1) การวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ก่อนการใช้กระบวนการเรียนการสอน ใช้แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนและแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน

2) การวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์หลังการใช้กระบวนการเรียนการสอน ใช้แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนและแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน

รายละเอียดของการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน แสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางสรุปรายละเอียดของการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์

ระยะ	เครื่องมือ	องค์ประกอบที่วัด	หัวข้อเรื่อง
ก่อนเรียน	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านความรู้ก่อนเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์	ครอบคลุมเนื้อหา คณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการสอน
	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านสมรรถนะก่อนเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ 3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา 4) การแก้ปัญหา และการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล 5) การพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของ คำตอบ	
หลังเรียน	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านความรู้หลังเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์	ครอบคลุมเนื้อหา คณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการสอน
	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านสมรรถนะหลังเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ 3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา 4) การแก้ปัญหา และการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล 5) การพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของ คำตอบ	

แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ใช้วัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และด้านสมรรถนะของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน แบ่งเป็น 2 ฉบับ คือ

ฉบับที่ 1 แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ จำนวน 30 ข้อ วัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและมีความสำคัญต่อการเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตจริง แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนและหลังเรียนเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน ครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสอน

ฉบับที่ 2 แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ เป็นแบบทดสอบชนิดเขียนตอบ ให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดและเหตุผล หรือแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ วัดความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์ที่เรียนมาใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน โดยกำหนดปัญหาหรือสถานการณ์ที่มีในโลกจริงที่นักเรียนมีโอกาสพบในชีวิตจริง ทั้งในด้านชีวิตส่วนตัว การเรียน การทำงาน และประเด็นสาธารณะ ให้นักเรียนแก้ปัญหาพร้อมแสดงวิธีคิดและอธิบายแนวคิดของตน ซึ่งปัญหาดังกล่าวจำเป็นต้องอาศัยการใช้งานและการใช้ประโยชน์จากความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนเพื่อเป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจ จัดการ และแก้ปัญหา ประเมินจากการตอบคำถามในประเด็นดังต่อไปนี้

- 1) การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด
- 2) การเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์
- 3) การวางแผนทางการแก้ปัญหา
- 4) การแสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหา
- 5) การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสอน

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ (10 คะแนน)

1. การทำความเข้าใจปัญหา

การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด (พิจารณาจากคำถามข้อ 1)	
2 คะแนน	ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน
1 คะแนน	ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องบางส่วน ไม่ครบถ้วน
0 คะแนน	ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด

2. การวางแผนการแก้ปัญหา

การเลือกใช้หมัดค้นและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ (พิจารณาจากคำถามข้อ 2)	
2 คะแนน	เลือกใช้หมัดค้นและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ
1 คะแนน	เลือกใช้หมัดค้นและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แต่ขาดประสิทธิภาพ
0 คะแนน	เลือกใช้หมัดค้นและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

การวางแนวทางการแก้ปัญหา (พิจารณาจากคำถามข้อ 3)	
2 คะแนน	ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ
1 คะแนน	ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แต่ขาดประสิทธิภาพ
0 คะแนน	ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

3. การดำเนินการแก้ปัญหา

การแสดงวิธีการแก้ปัญหา (พิจารณาจากคำถามข้อ 4)	
2 คะแนน	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง มีร่องรอยแนวทางการแก้ปัญหาที่ชัดเจน นำไปสู่การได้คำตอบที่ถูกต้อง
1 คะแนน	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือแก้ปัญหาไม่สำเร็จ แต่มีร่องรอยแนวทางการดำเนินการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา
0 คะแนน	แสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยแนวทางการแก้ปัญหา
หรือ การอธิบายและแสดงเหตุผล (พิจารณาจากคำถามข้อ 4)	
2 คะแนน	อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล
1 คะแนน	อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน
0 คะแนน	อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาไม่ถูกต้อง ขาดความสมเหตุสมผล หรือไม่มีกรอธิบายและแสดงเหตุผล

4. การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ (พิจารณาจากคำถามข้อ 5)	
2 คะแนน	คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล มีร่องรอยการแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ชัดเจน
1 คะแนน	คำตอบถูกต้องและสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน มีร่องรอยการแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ แต่ไม่ชัดเจน
0 คะแนน	คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดความสมเหตุสมผล หรือไม่ปรากฏคำตอบของปัญหา ไม่มีร่องรอยแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ภาคผนวก ข

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจกระบวนการเรียนการสอนและแผนการสอน

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศตมาลัย
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทร์หา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
3. อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมน่วม
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. ดร.ณัฐกานต์ รั๊กนาค
โรงเรียนวัดสว่างอารมณ์ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสระบุรีเขต 2

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มทดลอง

แผนการจัดการเรียนรู้
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1
เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 3 ชั่วโมง

1. สาระ

สาระที่ 4: พีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

3. ตัวชี้วัด

แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4. จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

4.1 ด้านความรู้

- 1) หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
- 2) ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแก้โจทย์ปัญหาได้

4.2 ด้านทักษะและกระบวนการ

1) เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสู่การนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้



- 2) แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

4.3 ด้านคุณลักษณะ

- 1) มีความกระตือรือร้นและสนใจเรียน
- 2) มีความรับผิดชอบ

5. สารการเรียนรู้

ปัญหาที่ 1 มีน้และบอยทานขนมในร้านขนมปังนมสด โดยมีน้และบอยทานนมสดและขนมปังปิ้ง ตามจำนวนและราคารวมที่แสดงดังภาพ

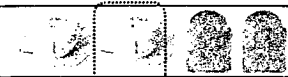



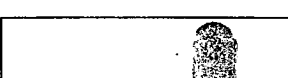
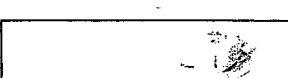
 52 บาท	มีน้
 44 บาท	บอย

นักเรียนทราบหรือไม่ว่า นมสดและขนมปังปิ้งมีราคาอย่างละเท่าใด จงอธิบายวิธีการหาคำตอบของนักเรียน (คำตอบ คือ 17 และ 9 บาท ตามลำดับ)

ในการแก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนอาจใช้วิธีการที่แตกต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

วิธีที่ 1 การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ	
<p>1.1) การเดาคำตอบอย่างสุ่ม</p> <p>นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ×</p> <p>มีน้ $(2 \times 15) + (2 \times 11) = 52$</p> <p>บอย $15 + (3 \times 11) \neq 44$</p> <p>ดังนั้น นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท จึงไม่ใช่คำตอบ</p> <p>นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท ✓</p> <p>มีน้ $(2 \times 17) + (2 \times 9) = 52$</p> <p>บอย $17 + (3 \times 9) = 44$</p> <p>ดังนั้น นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท จึงเป็นคำตอบที่ถูกต้อง</p>	<p>1.2) การเดาคำตอบอย่างเป็นระบบ</p> <p>นมสดราคา 13 บาท ขนมปังปิ้งราคา 13 บาท ×</p> <p>มีน้ $(2 \times 13) + (2 \times 13) = 52$</p> <p>บอย $13 + (3 \times 13) \neq 44$</p> <p>นมสดราคา 14 บาท ขนมปังปิ้งราคา 12 บาท ×</p> <p>มีน้ $(2 \times 14) + (2 \times 12) = 52$</p> <p>บอย $14 + (3 \times 12) \neq 44$</p> <p>นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ×</p> <p>มีน้ $(2 \times 15) + (2 \times 11) = 52$</p> <p>บอย $15 + (3 \times 11) \neq 44$</p> <p>นมสดราคา 16 บาท ขนมปังปิ้งราคา 10 บาท ×</p> <p>มีน้ $(2 \times 16) + (2 \times 10) = 52$</p> <p>บอย $16 + (3 \times 10) \neq 44$</p> <p>นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท ✓</p> <p>มีน้ $(2 \times 17) + (2 \times 9) = 52$</p> <p>บอย $17 + (3 \times 9) = 44$</p> <p>ดังนั้น นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท จึงเป็นคำตอบที่ถูกต้อง</p>

วิธีที่ 2 การแลกเปลี่ยนปริมาณ

	52 บาท
	44 บาท
	$52 - 44 = 8$ บาท
	$44 - 8 = 36$ บาท
	$36 \div 4 = 9$ บาท
	$44 - (3 \times 9)$ $= 17$ บาท

กำหนดให้ น แทน ราคาหมูสด

ป แทน ราคาขนมปังปิ้ง

$$2น + 2ป = 52$$

$$1น + 3ป = 44$$

$$1น - 1ป = 8$$







$$4ป = 36$$

$$1ป = 9$$

$$1น = 17$$

วิธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ

3.1)

	52 บาท
	44 บาท
	$2 \times 44 = 88$ บาท
	$88 - 52 = 36$ บาท
	$36 \div 4 = 9$ บาท
	$44 - (3 \times 9)$ $= 17$ บาท

กำหนดให้ น แทน ราคาหมูสด

ป แทน ราคาขนมปังปิ้ง

$$2น + 2ป = 52$$

$$1น + 3ป = 44$$


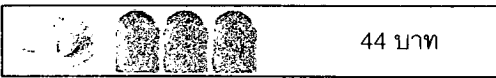




$$2น + 6ป = 88$$

$$4ป = 36$$

$$1ป = 9$$

$$1น = 17$$

3.2)

 52 บาท
 44 บาท
 $52 \div 2 = 26$ บาท
 $44 - 26 = 18$ บาท
 $18 \div 2 = 9$ บาท
 $44 - (3 \times 9) = 17$

กำหนดให้ น แทน ราคานมสด
ป แทน ราคาขนมปังปิ้ง

$$2น + 2ป = 52$$

$$1น + 3ป = 44$$

$$1น + 1ป = 26$$

$$2ป = 18$$

$$1ป = 9$$

$$1น = 17$$

วิธีที่ 4 การสร้างตาราง


4.1)

จำนวนนมสด	จำนวนขนมปังปิ้ง	ราคารวม
2	2	52
1	3	44
2	6	88
0	4	36
0	1	9
1	0	17

4.2)


จำนวนนมสด	จำนวนขนมปังปิ้ง	ราคารวม
2	2	52
1	3	44
1	1	26
0	2	18
0	1	9
1	0	17

ปัญหาที่ 2 ก้อยและกบซื้อขนมจากร้านค้า ตามจำนวนและราคารวมที่แสดงดังภาพ



40 บาท

ก้อย



50 บาท

กบ

นักเรียนทราบหรือไม่ว่า ขนมปังแห้งและแซนวิชราคาส่งละเท่าใด จงอธิบายวิธีการหาคำตอบของนักเรียน (คำตอบ คือ 14 และ 12 บาท ตามลำดับ)

ในการแก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนอาจใช้วิธีการที่แตกต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

วิธีที่ 1 การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ (วิธีนี้อาจทำได้ยากลำบากสำหรับปัญหานี้)

1.1) การเดาคำตอบอย่างสุ่ม

ขนมปังแท่งราคา 15 บาท แขนวชิราคา 10 บาท ×

ก้อย $(2 \times 15) + 10 = 40$

กบ $15 + (3 \times 10) \neq 50$

ดังนั้น ขนมปังแท่งราคา 15 บาท แขนวชิราคา 10 บาท
จึงไม่ใช่คำตอบ

ขนมปังแท่งราคา 12 บาท แขนวชิราคา 16 บาท ×

ก้อย $(2 \times 12) + 16 = 40$

กบ $12 + (3 \times 16) \neq 50$

ดังนั้น ขนมปังแท่งราคา 15 บาท แขนวชิราคา 10 บาท
จึงไม่ใช่คำตอบ







ขนมปังแท่งราคา 14 บาท แขนวชิราคา 12 บาท ✓

ก้อย $(2 \times 14) + 12 = 40$

กบ $14 + (3 \times 12) = 50$

ดังนั้น ขนมปังแท่งราคา 14 บาท แขนวชิราคา 12 บาท
จึงเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

วิธีที่ 2 การแลกเปลี่ยนปริมาณ

	40 บาท
	50 บาท
	$50 - 40 = 10$ บาท
	$50 + 10 = 60$ บาท
	$60 \div 5 = 12$ บาท
	$50 - (3 \times 12) = 14$

กำหนดให้ ป แทน ราคาขนมปังแท่ง
ช แทน ราคาแขนวชิ

$$2ป + 1ช = 40$$

$$1ป + 3ช = 50$$

$$2ช - 1ป = 10$$

$$5ช = 60$$

$$1ช = 12$$

$$1ป = 14$$

วิธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ

40 บาท

50 บาท

$2 \times 50 = 100$ บาท

$100 - 40 = 60$ บาท

$60 \div 5 = 12$ บาท

$50 - (3 \times 12) = 14$

กำหนดให้ ป แทน ราคาขนมปังแท่ง

ช แทน ราคาขนมวิซ

$$2ป + 1ช = 40$$

$$1ป + 3ช = 50$$

$$2ป + 6ช = 100$$

$$5ช = 60$$

$$1ช = 12$$

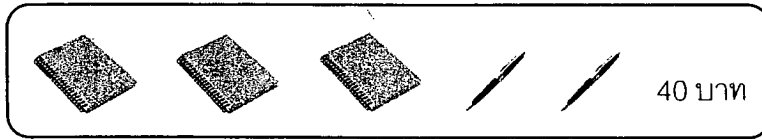
$$1ป = 14$$

วิธีที่ 4 การสร้างตาราง

4.1)

จำนวน ขนมปังแท่ง	จำนวน ขนมวิซ	ราคารวม
2	1	40
1	3	50
2	6	100
0	5	60
0	1	12
1	0	14

ปัญหาที่ 3 ขวัญและชาย ซื้อสมุดและปากกาเพื่อใช้ในวันเปิดเทอมใหม่ โดยขวัญและชาย ซื้อสมุดและปากกา ตามจำนวนและราคารวมที่แสดงดังภาพ



ขวัญ



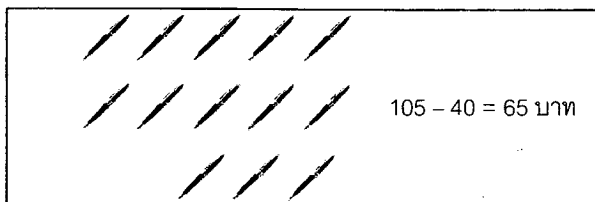
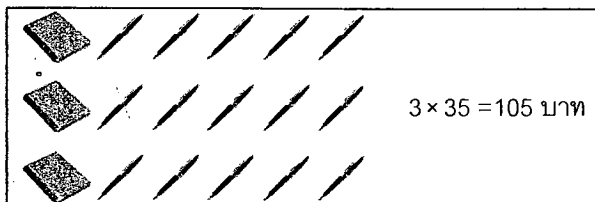
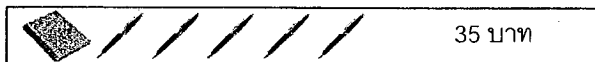
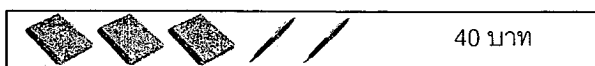
ชาย

นักเรียนทราบหรือไม่ว่า ราคาสมุดและปากการาคาขึ้นละเท่าใด จงอธิบายวิธีการหาคำตอบของนักเรียน (คำตอบ คือ 10 และ 5 บาท ตามลำดับ)

ในการแก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนอาจใช้วิธีการที่แตกต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

วิธีที่ 1 การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ และ
วิธีที่ 2 การแลกเปลี่ยนปริมาณ (อาจทำได้ยากลำบากสำหรับปัญหานี้)

วิธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ



(การใช้ภาพวาดที่มีจำนวนมากเช่นนี้อาจทำได้ยากลำบาก อาจใช้สัญลักษณ์แทนการวาดภาพ)

กำหนดให้ ส แทน ราคาสมุด
ป แทน ราคาปากกา
 $3ส + 2ป = 40$
 $1ส + 5ป = 35$
 $3ส + 15ป = 105$
 $13ป = 65$
 $1ป = 5$
 $1ส = 10$

วิธีที่ 4 การสร้างตาราง

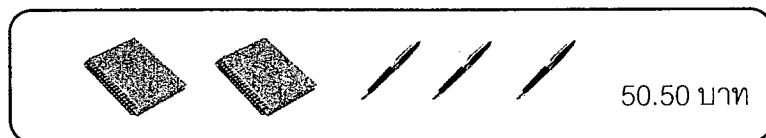
4.1)

จำนวนสมุด	จำนวนปากกา	ราคารวม
3	2	40
1	5	35
3	15	105
0	13	65
0	1	5
1	0	10

ปัญหาที่ 4 แป้งและป๋อมซื้อสมุดและปากกาจากร้านค้าอีกร้านหนึ่ง โดยแป้งและป๋อมซื้อสมุดและปากกา ตามจำนวนและราคารวมที่แสดงดังภาพ



แป้ง



ป๋อม

นักเรียนทราบหรือไม่ว่า ราคาสมุดและปากกาของร้านค้านี้ราคาขึ้นละเท่าใด จงอธิบายวิธีการหาคำตอบของนักเรียน (12.50 และ 8.50 บาท ตามลำดับ)

ในการแก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนอาจใช้วิธีการที่แตกต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้



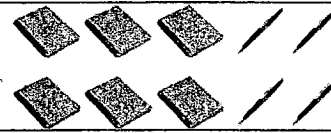
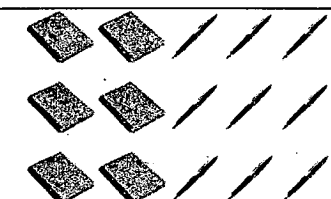
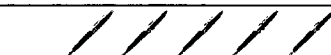
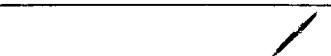

วิธีที่ 1 การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

(วิธีนี้อาจทำได้ยากลำบากสำหรับปัญหานี้)

วิธีที่ 2 การแลกเปลี่ยนปริมาณ

(วิธีนี้อาจทำได้ยากลำบากสำหรับปัญหานี้)

วิธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ

	54.50 บาท
	50.50 บาท
	$2 \times 54.50 = 109$ บาท
	$3 \times 50.50 = 151.50$ บาท
	$151.50 - 109 = 42.50$ บาท
	$42.50 \div 5 = 8.50$ บาท
	$[50.50 - (3 \times 8.50)] \div 2$ $= 12.50$ บาท

กำหนดให้ ส แทน ราคาสมุด

ป แทน ราคาปากกา

$$3ส + 2ป = 54.50$$

$$2ส + 3ป = 50.50$$

$$6ส + 4ป = 109$$

$$6ส + 9ป = 151.50$$

$$5ป = 42.50$$

$$1ป = 8.50$$

$$1ส = 12.50$$

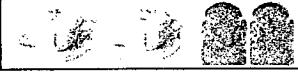


(การใช้ภาพวาดที่มีจำนวนมากเช่นนี้อาจทำได้ยากลำบาก
อาจใช้สัญลักษณ์แทนการวาดภาพ)

วิธีที่ 4 การสร้างตาราง

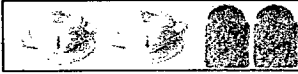




4.1)

จำนวนสมุด	จำนวนปากกา	ราคารวม
3	2	54.50
2	3	50.50
6	4	109
6	9	151.50
0	5	42.50
0	1	8.50
1	0	12.50

จากปัญหาข้างต้น สามารถนำมาเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ดังแสดงต่อไปนี้ และความสัมพันธ์ของปริมาณดังกล่าว เรียกว่า ระบบสมการ

 52 บาท		$2น + 2ป = 52$
 44 บาท		$น + 3ป = 44$




คำตอบของปัญหาข้างต้น ซึ่งได้แก่ ราคาของนมสดและขนมปังปิ้ง เรียกว่า คำตอบของระบบสมการ

 52 บาท		$2น + 2ป = 52$
 44 บาท		$น + 3ป = 44$
 17 บาท		$น = 17$
 9 บาท		$ป = 9$

นมสดราคา 17 บาท และขนมปังปิ้งราคา 9 บาท

การหาราคาของนมสดและขนมปังปิ้ง เรียกว่า การหาคำตอบของระบบสมการ ซึ่งคำตอบของระบบสมการเป็นคำตอบที่สอดคล้องกับสมการทั้งสอง

จากการแก้ปัญหาวิธีที่ 1 การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ เป็นวิธีการหนึ่งในการหาคำตอบของระบบสมการ

 52 บาท		$2น + 2ป = 52$
 44 บาท		$น + 3ป = 44$

นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ×

มีน $(2 \times 15) + (2 \times 11) = 52$

บอย $15 + (3 \times 11) \neq 44$

ดังนั้น นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ไม่เป็นคำตอบของระบบสมการ







นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท ✓

มีน $(2 \times 17) + (2 \times 9) = 52$

บอย $17 + (3 \times 9) = 44$

ดังนั้น นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท เป็นคำตอบของระบบสมการ

จากการแก้ปัญหาวีธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ และวีธีที่ 4 การสร้างตาราง เป็นวิธีการหาคำตอบของระบบสมการ ซึ่งสามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ดังแสดงต่อไปนี้

วิธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ	วิธีที่ 4 การสร้างตาราง																					
 52 บาท	<table border="1"> <thead> <tr> <th>จำนวนนมสด</th> <th>จำนวนขนมปังปิ้ง</th> <th>ราคารวม</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>52</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>3</td> <td>44</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>6</td> <td>88</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>4</td> <td>36</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>17</td> </tr> </tbody> </table>	จำนวนนมสด	จำนวนขนมปังปิ้ง	ราคารวม	2	2	52	1	3	44	2	6	88	0	4	36	0	1	9	1	0	17
จำนวนนมสด		จำนวนขนมปังปิ้ง	ราคารวม																			
2		2	52																			
1		3	44																			
2		6	88																			
0		4	36																			
0		1	9																			
1	0	17																				
 44 บาท																						
 $2 \times 44 = 88$ บาท																						
 $88 - 52 = 36$ บาท																						
 $36 \div 4 = 9$ บาท																						
 $44 - (3 \times 9) = 17$ บาท																						
<p>กำหนดให้ น แทน ราคานมสด ป แทน ราคาขนมปังปิ้ง</p>	$2น + 2ป = 52$ $1น + 3ป = 44$ $2น + 6ป = 88$ $4ป = 36$ $1ป = 9$ $1น = 17$																					

การแก้ระบบสมการดังกล่าวสอดคล้องกับการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$2x + 2y = 52$$

$$x + 3y = 44$$

<p>วิธีที่ 1</p> $2x + 2y = 52 \text{ ----- ①}$ $x + 3y = 44 \text{ ----- ②}$ $2x \text{ ②} \quad 2x + 6y = 88 \text{ ----- ③}$ $\text{③} - \text{①} \quad 4y = 36$ $y = 9$ <p>แทน $y = 9$ ในสมการ ② จะได้</p> $x + 3(9) = 44$ $x + 27 = 44$ $x = 44 - 27$ $x = 17$	<p>วิธีที่ 2</p> $2x + 2y = 52 \text{ ----- ①}$ $x + 3y = 44 \text{ ----- ②}$ $\text{①} + 2 \quad x + y = 26 \text{ ----- ③}$ $\text{②} - \text{③} \quad 2y = 18$ $y = 9$ <p>แทน $y = 9$ ในสมการ ② จะได้</p> $x + 3(9) = 44$ $x + 27 = 44$ $x = 44 - 27$ $x = 17$
---	---

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้คือ (17,9)

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$4x + 7y = 6 \text{ ----- ①}$$

$$-5x - 3y = 4 \text{ ----- ②}$$

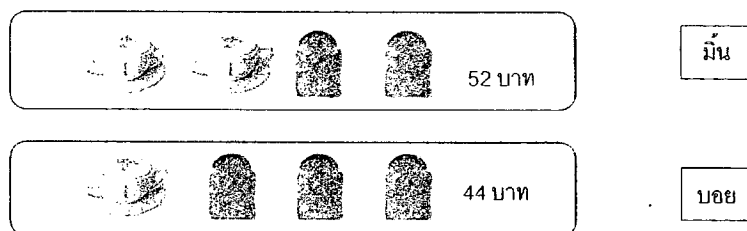
<p>วิธีที่ 1</p> $5x \text{ ①} \quad 20x + 35y = 30 \text{ ----- ③}$ $4x \text{ ②} \quad -20x - 12y = 16 \text{ ----- ④}$ $\text{③} + \text{④} \quad 23y = 46$ $y = 2$ <p>แทน y ด้วย 2 ในสมการ ① จะได้</p> $4x + 7(2) = 6$ $4x + 14 = 6$ $4x = 6 - 14$ $x = -2$	<p>วิธีที่ 2</p> $3x \text{ ①} \quad 12x + 21y = 18 \text{ ----- ③}$ $7x \text{ ②} \quad -35x - 21y = 28 \text{ ----- ④}$ $\text{③} + \text{④} \quad -23x = 46$ $x = -2$ <p>แทน x ด้วย -2 ในสมการ ① จะได้</p> $4(-2) + 7y = 6$ $-8 + 7y = 6$ $7y = 6 + 8$ $y = 2$
---	---

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้คือ (-2,2)

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง

1. ครูนำเสนอปัญหาที่ 1 ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสองคนคือมันและบอยไปทานขนมในร้านขนมปังนมสด โดยมันและบอยทานนมสดและขนมปังปัง ตามจำนวนและราคารวมที่แสดงดังภาพ ครูนำเสนอโดยเล่าเรื่องราวและใช้การแสดงรูปภาพ ดังแสดงต่อไปนี้



ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนทราบหรือไม่ว่า นมสดและขนมปังปังราคาอย่างละเท่าใด ให้นักเรียนอธิบายวิธีการหาคำตอบของตนเอง

2. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และทำความเข้าใจปัญหา โดยครูถามนักเรียนว่า

- โจทย์ต้องการทราบอะไร (นมสดและขนมปังปังราคาอย่างละเท่าใด)
- โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ (จำนวนนมสดและขนมปังปังที่แต่ละคนทาน และราคารวมของแต่ละคน)
- มันและบอยทานนมสดกี่แก้ว และขนมปังปังกี่แผ่น และราคารวมของแต่ละคนเป็นเท่าใด (มันทานนมสด 2 แก้ว ขนมปังปัง 2 แผ่น ราคารวม 52 บาท และบอยทานนมสด 1 แก้ว ขนมปังปัง 3 แผ่น ราคารวม 44 บาท)

ครูเน้นกับนักเรียนว่า นมสดแต่ละแก้วราคาเท่ากัน และขนมปังปังแต่ละแผ่นราคาเท่ากัน สิ่งที่แตกต่างกันคือจำนวนที่แต่ละคนทาน เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาแล้วจึงให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนช่วยกันแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา

1. ครูให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นคู่ โดยให้นักเรียนศึกษาข้อมูลจากโจทย์และค้นหาวิธีการแก้ปัญหาหรือเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาตามประสบการณ์เดิมของนักเรียน เช่น การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ การเปรียบเทียบปริมาณ การสร้างตารางเปรียบเทียบปริมาณ

2. ครูเดินดูนักเรียนแก้ปัญหา และคอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ หรือใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีแตกต่างหลากหลาย

ขั้นที่ 3 ชี้นำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน

1. ครูสุ่มเรียกนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเองหน้าชั้นเรียนที่ละคู่ และเปิดโอกาสให้เพื่อนในชั้นเรียนซักถามเมื่อเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหา



2. ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาที่เพื่อนออกมานำเสนอ แล้วเปรียบเทียบกับวิธีการแก้ปัญหของตนเอง

3. ครูเรียกนักเรียนที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเองหน้าชั้นเรียน และถามนักเรียนว่ามีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปอีกหรือไม่

4. ครูดำเนินการอภิปราย โดยให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหแบบต่างๆ ว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร และขั้นตอนการแก้ปัญหาดังกล่าวมีประสิทธิภาพหรือไม่ และนักเรียนเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน และตัดสินคำตอบของตนเอง

ขั้นที่ 4 ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน

1. ครูนำเสนอปัญหาที่ 2 ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาแรก ที่นักเรียนอีกสองคนคือ ก้อยและ กบ ชื้อขนมปังแท่งและแซนวิชจากร้านค้า ตามจำนวนและราคารวมที่กำหนด แต่ปัญหานี้กระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นแบบแผนมากขึ้น เช่น การเปรียบเทียบปริมาณ การสร้างตารางเปรียบเทียบปริมาณ หรือการใช้สัญลักษณ์ เนื่องจากการหาคำตอบโดยการเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบอาจไม่สะดวกยากลำบากสำหรับปัญหานี้ ครูนำเสนอโดยเล่าเรื่องราวและใช้การแสดงรูปภาพ ดังแสดงต่อไปนี้

	40 บาท	ก้อย
	50 บาท	กบ

ให้นักเรียนหาราคาขนมปังแท่งและราคาแซนวิช และอธิบายวิธีการหาคำตอบของตนเอง

2. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วจับคู่กับเพื่อนช่วยกัน
แก้ปัญหา โดยดำเนินการดังนี้

2.1 ครูให้นักเรียนศึกษาข้อมูลจากโจทย์และค้นหาวิธีการแก้ปัญหาหรือเลือกใช้
วิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนรู้จักและมีความเหมาะสมกับปัญหา เช่น การเดาคำตอบและตรวจสอบ
ความถูกต้องของคำตอบ การเปรียบเทียบปริมาณ การสร้างตารางเปรียบเทียบปริมาณ การเขียน
แผนปริมาณด้วยสัญลักษณ์หรือสมการ

2.2 ครูเดินดูนักเรียนแก้ปัญหา และคอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำ
เกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มี
ความเหมาะสมกับปัญหา หรือใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีแตกต่างหลากหลาย

2.3 ครูสุ่มเรียกนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง
หน้าชั้นเรียนที่ละคู่ และเปิดโอกาสให้เพื่อนในชั้นเรียนซักถามเมื่อเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับขั้นตอนการ
แก้ปัญหา

2.4 ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาที่เพื่อนออกมานำเสนอ แล้ว
เปรียบเทียบกับวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง

2.5 ครูเรียกนักเรียนที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปออกมานำเสนอวิธีการ
แก้ปัญหาและคำตอบของตนเองหน้าชั้นเรียน และถามนักเรียนว่ามีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไป
อีกหรือไม่

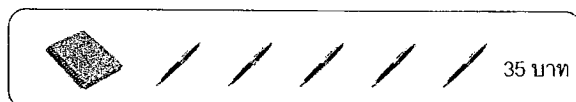
2.6 ครูดำเนินการอภิปราย โดยให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับวิธีการ
แก้ปัญหาแบบต่างๆ ว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร และขั้นตอนการแก้ปัญหาดังกล่าว มีประสิทธิ
ภาพหรือไม่ และนักเรียนเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน และตัดสินคำตอบ
ของตนเอง

3. ครูนำเสนอปัญหาที่ 3 และปัญหาที่ 4 ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหา
แรก และเป็นปัญหาที่กระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นแบบแผนมากขึ้น ครูนำเสนอโดย
เล่าเรื่องราวและใช้การแสดงรูปภาพ ดังแสดงต่อไปนี้ และดำเนินการตามขั้นตอนข้อที่ 2

ปัญหาที่ 3





ขวัญ






ชาย

ปัญหาที่ 4






	54.50 บาท	แปรง
	50.50 บาท	ป้อม

4. ครูเชื่อมโยงวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนไปสู่มโนทัศน์และขั้นตอนการแก้ระบบสมการ ครูใช้การถามตอบและให้นักเรียนร่วมอภิปราย เพื่อพัฒนาเป็นมโนทัศน์ของระบบสมการและขั้นตอนการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน โดยดำเนินการดังนี้

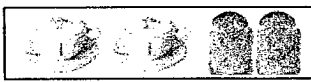

4.1 ครูให้นักเรียนพิจารณาปัญหาที่ 1-4 แล้วถามนักเรียนว่าจากปัญหาดังกล่าวสามารถนำมาเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ได้อย่างไร ครูยกตัวอย่างปัญหาที่ 1 แล้วแนะนำนักเรียนว่าการเขียนความสัมพันธ์ของปริมาณดังกล่าว เรียกว่า ระบบสมการ

	52 บาท		$2น + 2ป = 52$
	44 บาท		$น + 3ป = 44$

4.2 ครูให้นักเรียนพิจารณาคำตอบของปัญหาที่ 1 แล้วถามนักเรียนว่าคำตอบของปัญหาดังกล่าวคืออะไร (นมสดราคา 17 บาท และขนมปังปิ้งราคา 9 บาท) ครูแนะนำนักเรียนว่าคำตอบดังกล่าว เรียกว่า คำตอบของระบบสมการ

	52 บาท		$2น + 2ป = 52$
	44 บาท		$น + 3ป = 44$
	17 บาท		$น = 17$
	9 บาท		$ป = 9$
			นมสดราคา 17 บาท และขนมปังปิ้งราคา 9 บาท

4.3 ครูให้นักเรียนพิจารณาการหาคำตอบของปัญหาที่ 1 ด้วยการเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ แล้วถามนักเรียนว่าคำตอบของระบบสมการมีลักษณะอย่างไร ครูใช้การถามตอบจนนักเรียนสามารถสรุปได้ว่า คำตอบของระบบสมการเป็นคำตอบที่สอดคล้องกับสมการทั้งสอง

	52 บาท	\Rightarrow	$2n + 2p = 52$
	44 บาท		$n + 3p = 44$
<p>นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ✕</p> <p>มีน $(2 \times 15) + (2 \times 11) = 52$</p> <p>บอย $15 + (3 \times 11) \neq 44$</p> <p>ดังนั้น นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ไม่เป็นคำตอบของระบบสมการ</p>			
<p>นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท ✓</p> <p>มีน $(2 \times 17) + (2 \times 9) = 52$</p> <p>บอย $17 + (3 \times 9) = 44$</p> <p>ดังนั้น นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท เป็นคำตอบของระบบสมการ</p>			

4.4 ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่ 1 แล้วถามนักเรียนว่าวิธีการหาคำตอบของปัญหาดังกล่าวมีวิธีใดบ้าง ครูใช้การถามตอบจนนักเรียนสามารถสรุปได้ว่าวิธีการหาคำตอบของระบบสมการวิธีการหนึ่งคือวิธีการเดาคำตอบเพื่อหาคำตอบที่สอดคล้องกับสมการทั้งสอง

4.5 ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่ 1 ด้วยการเปรียบเทียบปริมาณ และการสร้างตารางเปรียบเทียบปริมาณ ครูใช้การถามตอบจนนักเรียนสามารถสรุปได้ว่าวิธีการหาคำตอบของระบบสมการดังกล่าวสอดคล้องกับการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ

$2n + 2p = 52$
$1n + 3p = 44$
$2n + 6p = 88$
$4p = 36$
$p = 9$
$n = 17$

4.6 ครูแนะนำวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่ 1 โดยใช้วิธีการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน โดยยกตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 แล้วแนะนำวิธีการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

4.7 ครูให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหาที่ 2-4 โดยใช้วิธีการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน โดยสุ่มให้นักเรียนทำคนละ 1 ข้อ แล้วสุ่มให้นักเรียนออกมาเฉลยบนกระดาน




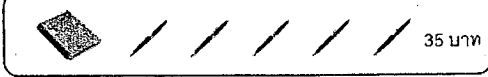



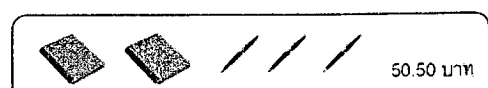
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ของระบบสมการและขั้นตอนการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันอีกครั้ง โดยการถามตอบ

ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์

1. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน
2. ครูคอยให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเมื่อนักเรียนต้องการ
3. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอการแก้ระบบสมการเป็นรายบุคคล พร้อมใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบและพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน
4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 การแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยให้อิสระนักเรียนในการเลือกใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนอาจใช้วิธีการแก้ปัญหาของตนเองหรือใช้สมบัติของการเท่ากัน ตามความเหมาะสมของปัญหา

7. สื่อการเรียนรู้

1) ภาพโจทย์ปัญหา

<p>ปัญหาที่ 1</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  52 บาท </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  44 บาท </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> มัน บอย </div>	<p>ปัญหาที่ 3</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  40 บาท </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  35 บาท </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> ขวัญ ชาย </div>
<p>ปัญหาที่ 2</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  40 บาท </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  50 บาท </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> ก้อย กบ </div>	<p>ปัญหาที่ 4</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  54.50 บาท </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  50.50 บาท </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> แป้ง ป้อม </div>

- 2) แบบฝึกหัดที่ 1 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน
- 3) แบบฝึกหัดที่ 2 การแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

8. การประเมินการเรียนรู้ ประเมินในประเด็นดังต่อไปนี้

- 1) การค้นหาวิธีการแก้ปัญหาและการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหา
- 2) ความถูกต้องของขั้นตอนการแก้ปัญหาและความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ
- 3) พฤติกรรมการร่วมกิจกรรมการตอบคำถามและการอภิปรายในชั้นเรียน
- 4) ความถูกต้องของการทำแบบฝึกหัดที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 2

แผนการจัดการเรียนรู้
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1
เรื่อง พื้นที่ผิวของปริซึม จำนวน 2 ชั่วโมง

1. สาระ

สาระที่ 2: การวัด

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.1: เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

ค 2.2: แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

3. ตัวชี้วัด

1. หาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก

2. ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

3. ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ

4. จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

4.1 ด้านความรู้

1) บอกลักษณะของผิวข้างและฐานของปริซึมได้

2) วาดรูปคลี่ของปริซึมได้

3) หาพื้นที่ผิวของปริซึมและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมได้

4.2 ด้านทักษะและกระบวนการ

1) ใช้เหตุผลในการอธิบายลักษณะของผิวข้างและฐานของปริซึมชนิดต่างๆ ได้

2) เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมไปสู่การนำไปใช้แก้ปัญหาที่พบในชีวิตจริงได้

4.3 ด้านคุณลักษณะ

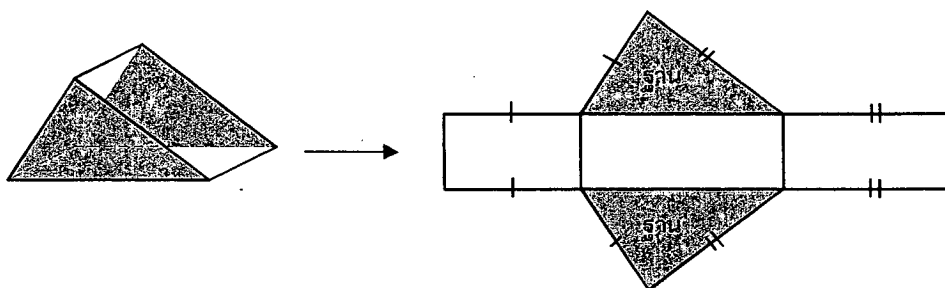
1) มีความกระตือรือร้นและสนใจเรียน

2) มีความรับผิดชอบ

5. สารการเรียนรู้

การหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติใดๆ เป็นการหาพื้นที่ของพื้นผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น

การหาพื้นที่ผิวของปริซึมหาได้โดยหาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดรวมกับพื้นที่ของฐานทั้งสอง ซึ่งอธิบายโดยใช้รูปคลี่ ดังนี้

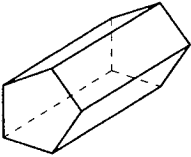
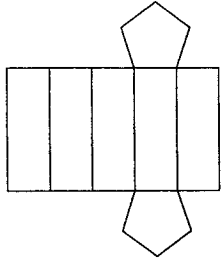
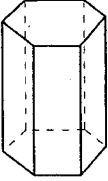
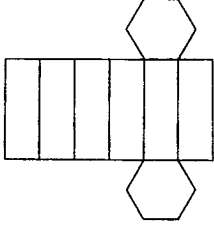
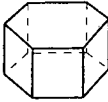
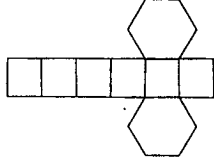


รูปคลี่ของปริซึมสามเหลี่ยม

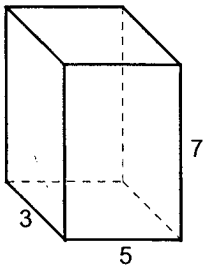
พื้นที่ผิวของปริซึมเท่ากับพื้นที่ทั้งหมดของรูปคลี่ของปริซึม

ตัวอย่างรูปคลี่ของปริซึมชนิดต่างๆ

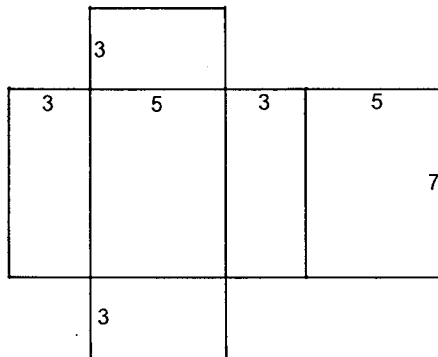
ชื่อปริซึม	ปริซึม	รูปคลี่ของปริซึม
ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า		
ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส		
ปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า		

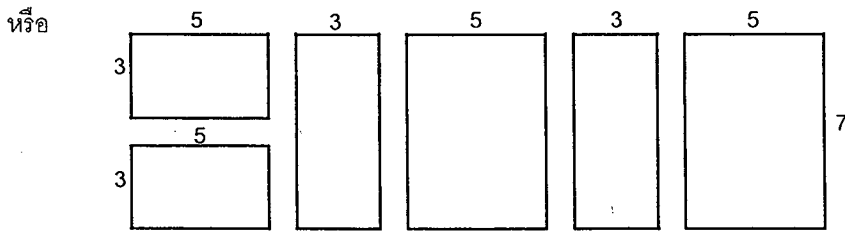
ชื่อปริซึม	ปริซึม	รูปคลี่ของปริซึม
ปริซึมห้าเหลี่ยม		
ปริซึมหกเหลี่ยม ด้านเท่า		
ปริซึมหกเหลี่ยม ด้านเท่า		

ตัวอย่าง 1 จงหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ (กำหนดหน่วยความยาวเป็นเซนติเมตร)



วิธีทำ รูปคลี่ของปริซึม แสดงดังนี้



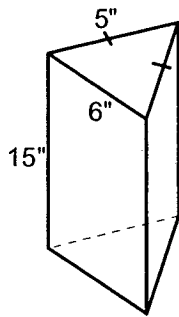


พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ ผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสอง และพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปที่อยู่ด้านข้างของปริซึม
พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ $2 \times (3 \times 5) + 2 \times (3 \times 7) + 2 \times (5 \times 7)$ ตารางเซนติเมตร

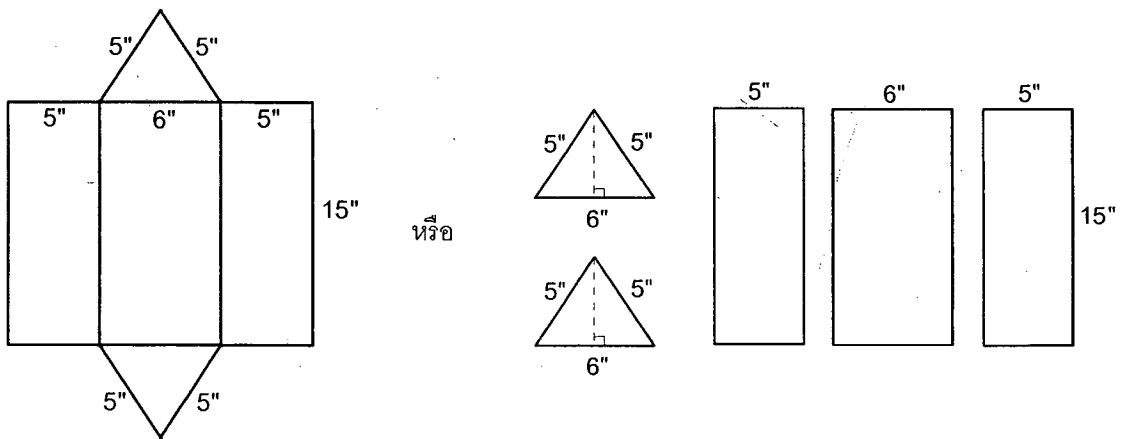
$$= 30 + 42 + 70 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$= 142 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ตัวอย่าง 2 จงหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้



วิธีทำ รูปคลี่ของปริซึม แสดงดังนี้



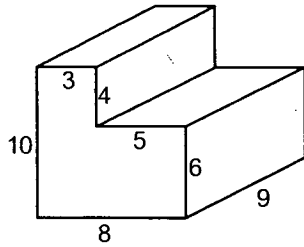
พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ ผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสอง และพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปที่อยู่ด้านข้างของปริซึม

พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ $2 \times (\frac{1}{2} \times 6 \times 4) + (6 \times 15) + 2 \times (5 \times 15)$ ตารางนิ้ว

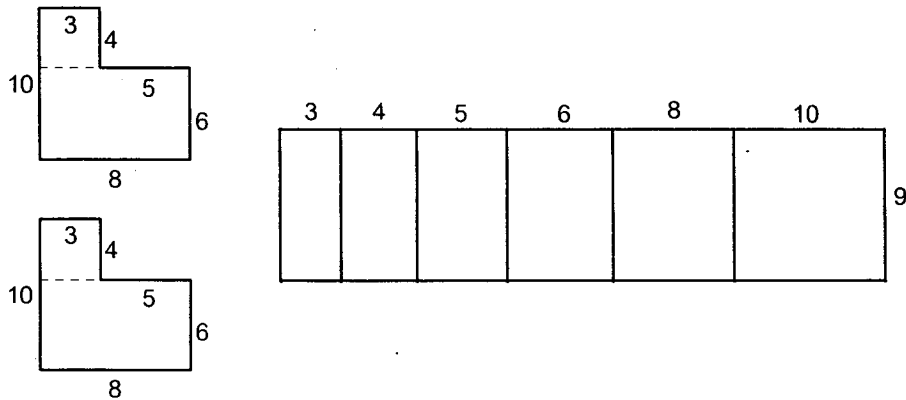
$$= 24 + 90 + 150 \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$= 264 \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตัวอย่าง 3 จงหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ (กำหนดหน่วยความยาวเป็นเซนติเมตร)



วิธีทำ รูปคลี่ของปริซึม แสดงดังนี้



พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ ผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสอง และพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปที่อยู่ด้านข้างของปริซึม
พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ $2 \times [(3 \times 4) + (8 \times 6)] + [(3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10) \times 9]$ ตารางเซนติเมตร

$$= 2 \times (12 + 48) + (36 \times 9) \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$= 120 + 324 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$= 444 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง

1. ครูนำเสนอปัญหาที่ 1 ให้นักเรียนแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบว่ากระดาษที่นำมาใช้ทำกล่องมีพื้นที่เท่าใด ครูนำเสนอปัญหาโดยการเล่าเรื่องของบริษัทแห่งหนึ่งที่ต้องการผลิตกล่องใส่สินค้าโดยอยากทราบว่าต้องใช้กระดาษอย่างน้อยที่สุดเท่าใด และแสดงกล่องสินค้าให้นักเรียนดู และแจกกล่องสินค้าให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด ดังแสดงต่อไปนี้

ปัญหาที่ 1



ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนทราบหรือไม่ว่าในการทำกล่องดังกล่าว ต้องใช้กระดาษอย่างน้อยที่สุดเท่าใด ให้นักเรียนอธิบายวิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาคำตอบ

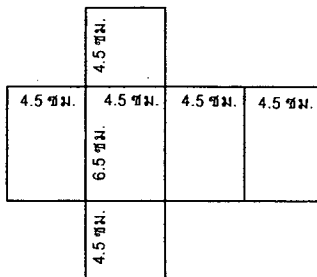
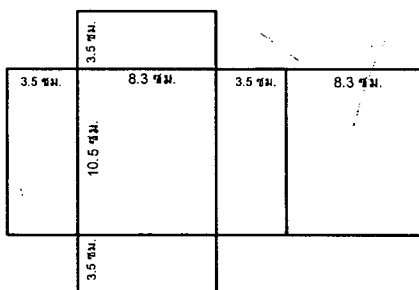
2. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา

3. ครูตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจปัญหาเป็นอย่างดีแล้วหรือไม่ โดยใช้การถามตอบ เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาดีแล้วจึงเข้ากลุ่มช่วยกันแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา

1. ครูแจกอุปกรณ์ให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด (อุปกรณ์ที่แจกให้นักเรียน ประกอบด้วย กล่องสินค้า กรรไกร และไม้บรรทัด)

2. ครูให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเพื่อหาคำตอบว่ากระดาษที่นำมาใช้ทำกล่องมีพื้นที่เท่าใด โดยให้นักเรียนสังเกตลักษณะของผิวด้านข้างและฐานของกล่อง ว่าเป็นรูปอะไร มีความยาวด้านเท่าใด และค้นหาวิธีการแก้ปัญหาหรือเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาตามประสบการณ์เดิมของนักเรียน เช่น ตัดกล่องตามแนวความสูงของกล่องเพื่อพิจารณาผิวด้านข้าง และวัดความยาวของด้าน แล้วคำนวณหาพื้นที่กระดาษที่ใช้ทำกล่อง



3. ครูเดินดูนักเรียนแก้ปัญหา และคอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำในการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ เพื่อให้นักเรียนค้นหาวิธีการแก้ปัญหาจากประสบการณ์หรือความรู้เดิมที่มี

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน

1. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบว่ากระดาษที่นำมาใช้ทำกล่องมีพื้นที่เท่าใดและเสนอคำตอบของกลุ่มหน้าชั้นเรียน และให้เพื่อนกลุ่มอื่นๆ ชักถามเมื่อเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา

2. ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนที่ออกมานำเสนอแล้วเปรียบเทียบกับวิธีการของกลุ่มของตนเอง

3. ครูดำเนินการอภิปราย โดยถามนักเรียนว่าวิธีการหาพื้นที่ของกระดาษที่ใช้ทำกล่องของกลุ่มต่างๆ ว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร วิธีการต่างๆ ให้คำตอบตรงกันหรือไม่ วิธีใดง่ายและสะดวกกว่ากัน จากนั้นให้นักเรียนเปรียบเทียบคำตอบของกลุ่มอื่นๆ กับคำตอบของกลุ่มตนเอง และตัดสินใจว่าคำตอบที่ถูกต้องคืออะไร

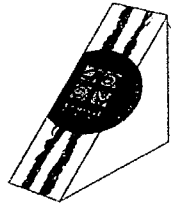
4. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมกับฐานของปริซึมว่ามีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ว่า จำนวนหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมเท่ากับจำนวนเหลี่ยมของฐานปริซึม และความยาวของหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมมีขนาดเท่ากับความยาวของฐานแต่ละด้าน

5. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของความสูงของหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมกับความสูงของปริซึมว่ามีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ว่า ความสูงของหน้าทุกหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมเท่ากับความสูงของปริซึม

ขั้นที่ 4 ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน

1. ครูนำเสนอปัญหาที่ 2 และปัญหาที่ 3 ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับการออกแบบกล่องใส่ขนมและกล่องขนม ให้นักเรียนแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบว่ากระดาษที่นำมาใช้ทำกล่องมีพื้นที่เท่าใด ครูนำเสนอโดยใช้การแสดงรูปภาพ ดังแสดงต่อไปนี้

ปัญหาที่ 2



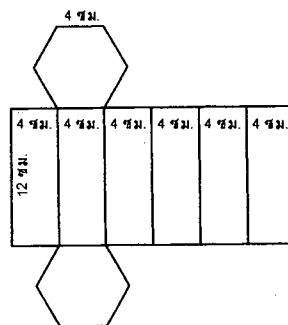
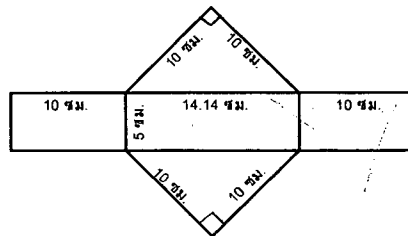
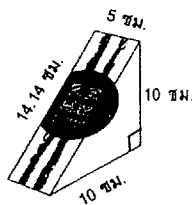
ปัญหาที่ 3



ปัญหาทั้งสองนี้กระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับผิวข้างของปริซึม เนื่องจากนักเรียนไม่ได้รับอุปกรณ์และกล่องสินค้าของจริงเช่นปัญหาที่ 1 นักเรียนจึงต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับผิวข้างของปริซึม และวาดรูปคลี่ของปริซึม แล้วหาพื้นที่ทั้งหมดของรูปคลี่นั้น

2. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วเข้ากลุ่มช่วยกันแก้ปัญหา โดยดำเนินการดังนี้

2.1 ครูให้นักเรียนสังเกตลักษณะของผิวด้านข้างและฐานของกล่อง และค้นหาวิธีการแก้ปัญหาหรือเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความเหมาะสมกับปัญหา เช่น วาดรูปคลี่ของปริซึม แล้วระบุความยาวและความสูงของหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมซึ่งมีขนาดเท่ากับความยาวของฐานแต่ละด้านและความสูงของปริซึมตามลำดับ แล้วหาพื้นที่ทั้งหมดของรูปคลี่นั้น โดยหาผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสองและพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปที่เป็นด้านข้างของปริซึม หรืออาจหาความยาวรอบฐานแล้วคูณด้วยความสูงของปริซึม



2.2 ครูเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มแก้ปัญหา และคอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำในการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ

2.3 ครูสุ่มเรียกนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบว่ากระดาษที่นำมาใช้ทำกล่องมีพื้นที่เท่าใดและเสนอคำตอบของกลุ่มหน้าชั้นเรียน และให้เพื่อนกลุ่มอื่นๆ ชักถามเมื่อเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา

2.4 ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนที่ออกมานำเสนอแล้วเปรียบเทียบกับวิธีการของกลุ่มของตนเอง

2.5 ครูเรียกนักเรียนกลุ่มที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของกลุ่มหน้าชั้นเรียน และถามนักเรียนว่ามีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปอีกหรือไม่

2.6 ครูดำเนินการอภิปราย โดยถามนักเรียนว่าวิธีการหาพื้นที่ของกระดาษที่ใช้ทำกล่องของกลุ่มต่างๆ ว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร วิธีการต่างๆ ให้คำตอบตรงกันหรือไม่ วิธีใดง่ายและสะดวกกว่ากัน จากนั้นให้นักเรียนเปรียบเทียบคำตอบของกลุ่มอื่นๆ กับคำตอบของกลุ่มตนเอง และตัดสินใจว่าคำตอบที่ถูกต้องคืออะไร

3. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมกับฐานของปริซึมว่ามีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ว่า จำนวนหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมเท่ากับจำนวนเหลี่ยมของฐานปริซึม และความยาวของหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมมีขนาดเท่ากับความยาวของฐานแต่ละด้าน

4. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของความสูงของหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมกับความสูงของปริซึมว่ามีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ว่า ความสูงของหน้าทุกหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมเท่ากับความสูงของปริซึม

5. ครูเชื่อมโยงวิธีการแก้ปัญหานักเรียนไปสู่มโนทัศน์และขั้นตอนการหาพื้นที่ผิวของปริซึม โดยใช้การถามตอบและให้นักเรียนร่วมอภิปราย เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ว่า พื้นที่ผิวของปริซึมเท่ากับพื้นที่ทั้งหมดของรูปคลี่ของปริซึม และการหาพื้นที่ผิวของปริซึมหาได้จากผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสองของปริซึม และพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปที่เป็นด้านข้างของปริซึม หรือความยาวรอบฐานปริซึมคูณด้วยความสูงของปริซึม

6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์และขั้นตอนการหาพื้นที่ผิวของปริซึมอีกครั้ง

ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์

1. ครูยกตัวอย่างที่ 1-2 บนกระดานให้นักเรียนร่วมอภิปรายว่าการหาคำตอบของปัญหาดังกล่าวต้องทราบข้อมูลอะไรเพิ่มเติม และดำเนินการแก้ปัญหอย่างไร แล้วแสดงการแก้ปัญหาดังกล่าว โดยใช้การถามตอบ

2. ครูยกตัวอย่างที่ 3 บนกระดาน แล้วสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน


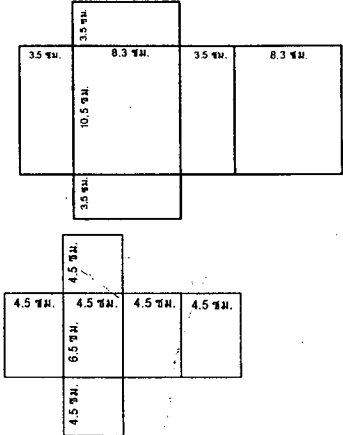

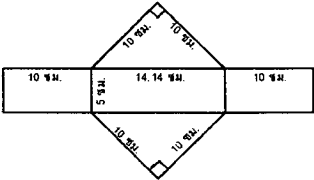

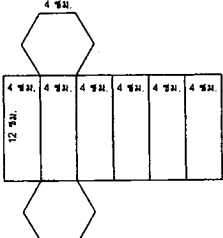
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 การหาพื้นที่ผิวของปริซึม

7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1) ชุดอุปกรณ์ ประกอบด้วย กล่องสินค้า กรรไกร และไม้บรรทัด



2) รูปภาพโจทย์ปัญหาและรูปคลี่ของกล่อง

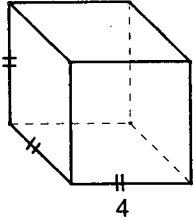
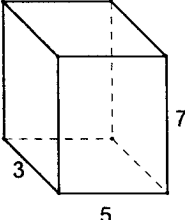
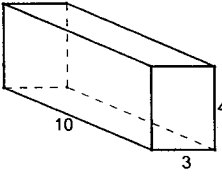
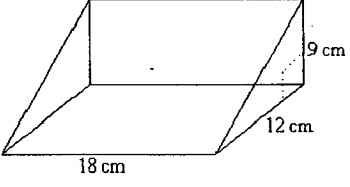
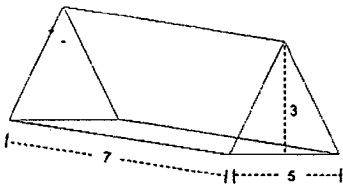
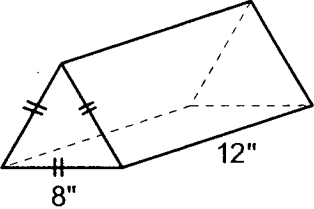
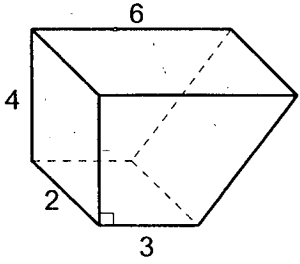
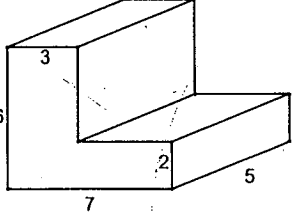
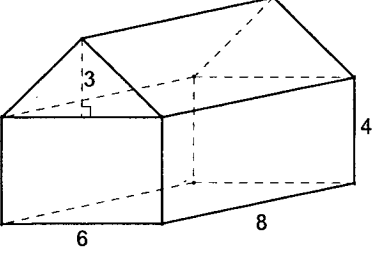
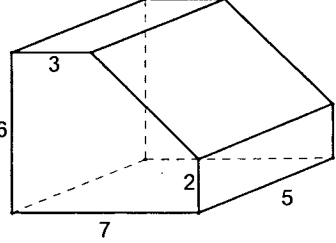
<p>ปัญหาที่ 1</p> 	
<p>ปัญหาที่ 2</p> 	
<p>ปัญหาที่ 3</p> 	

8. การประเมินการเรียนรู้ ประเมินในประเด็นดังต่อไปนี้

- 1) การค้นหาวิธีการแก้ปัญหาและการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหา
- 2) ความถูกต้องของการแก้ปัญหาและความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ
- 3) พฤติกรรมความร่วมมือกิจกรรมกลุ่ม การตอบคำถาม และการอภิปรายในชั้นเรียน
- 4) ความถูกต้องของการทำแบบฝึกหัดที่ 1

แบบฝึกหัดที่ 1
การหาพื้นที่ผิวของปริซึม

จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมต่อไปนี้

<p>1</p> 	<p>2</p> 
<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p> 
<p>9</p> 	<p>10</p> 

ภาคผนวก ง

ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ

1. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คุณิศาสตร์ด้านความรู้
2. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คุณิศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน
3. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คุณิศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน

1. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้

สาระ	มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้ แกนกลาง	หัวเรื่องย่อย	จำนวน ชั่วโมง สอน	ฉบับ tryout		ฉบับ ใช้งานจริง	
						องค์ประกอบที่ต้องการวัด		องค์ประกอบที่ต้องการวัด	
						ความรู้เชิง มโนทัศน์	ความรู้เชิง ขั้นตอน วิธีการ	ความรู้เชิง มโนทัศน์	ความรู้เชิง ขั้นตอน วิธีการ
						จำนวนข้อ		จำนวนข้อ (ข้อที่)	
สาระที่ 3: เรขาคณิต	มาตรฐาน ค 3.1: อธิบาย และวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สองมิติและสามมิติ	1. อธิบายลักษณะและ สมบัติของปริซึม พีระมิด ทรง กระบอก กรวย และทรงกลม	- ลักษณะและสมบัติของ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม	1.1 รูปเรขาคณิตสามมิติ	2	4 ข้อ	-	3 ข้อ (1,2,3)	-
สาระที่ 2: การวัด	มาตรฐาน ค 2.1: เข้าใจ พื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัด และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ ต้องการวัด	1. หาพื้นที่ผิวของปริซึมและ ทรงกระบอก	- พื้นที่ผิวของปริซึม และ ทรงกระบอก	1.3 พื้นที่ผิวของปริซึม และ ทรงกระบอก	3	2 ข้อ	2 ข้อ	1 ข้อ (4)	1 ข้อ (5)
		2. หาปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม	- ปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม	1.2 ปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม					
		3. เปรียบเทียบหน่วย ความจุหรือหน่วยปริมาตร ในระบบเดียวกันหรือต่าง ระบบ และเลือกใช้หน่วย การวัดได้อย่างเหมาะสม	- การเปรียบเทียบหน่วยความ จุหรือหน่วยปริมาตรในระบบ เดียวกันหรือต่างระบบ - การเลือกใช้หน่วยการวัด เกี่ยวกับความจุหรือปริมาตร	- การเปรียบเทียบหน่วยความ จุหรือหน่วยปริมาตรในระบบ เดียวกันหรือต่างระบบ - การเลือกใช้หน่วยการวัด เกี่ยวกับความจุหรือปริมาตร	11	3 ข้อ	4 ข้อ	2 ข้อ (6,7)	3 ข้อ (8, 9,10)
		4. ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับ การวัดในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม	- การคาดคะเนเกี่ยวกับกร วัด	- การคาดคะเนเกี่ยวกับกร วัด					
มาตรฐาน ค 2.2: แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด	1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ	- การใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการ แก้ปัญหา	1.4 การใช้ความรู้เกี่ยวกับ พื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตร ในการแก้ปัญหา						

สาระ	มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	หัวเรื่องย่อย	จำนวนชั่วโมงสอน	ฉบับ tryout		ฉบับ ใช้งานจริง	
						องค์ประกอบที่ต้องการวัด		องค์ประกอบที่ต้องการวัด	
						ความรู้เชิง มโนทัศน์	ความรู้เชิง ขั้นตอน วิธีการ	ความรู้เชิง มโนทัศน์	ความรู้เชิง ขั้นตอน วิธีการ
จำนวนข้อ		จำนวนข้อ (ข้อที่)							
สาระที่ 4: พีชคณิต	มาตรฐาน ค 4.2: ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทน สถานการณ์ต่างๆ ตลอดจน แปลความหมายและ นำไปใช้แก้ปัญหา	2. เขียนกราฟแสดงความ เกี่ยวข้องระหว่างปริมาณ สองชุดที่มีความสัมพันธ์ เชิงเส้น	- กราฟแสดงความ เกี่ยวข้องระหว่างปริมาณ สองชุดที่มีความสัมพันธ์ เชิงเส้น	2.1 กราฟแสดงความ สัมพันธ์ระหว่างปริมาณ ที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น	3	2 ข้อ	2 ข้อ	1 ข้อ (11)	1 ข้อ (12)
		3. เขียนกราฟของสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร	- กราฟของสมการเชิงเส้น สองตัวแปร	2.2 กราฟของสมการเชิง เส้นสองตัวแปร	7	4 ข้อ	3 ข้อ	3 ข้อ (13,14,15)	2 ข้อ (16,17)
		4. อ่านและแปล ความหมายกราฟของ ระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปร และกราฟอื่นๆ	- กราฟของระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร - กราฟอื่นๆ	2.3 กราฟกับการนำไปใช้	5	2 ข้อ	3 ข้อ	1 ข้อ (18)	2 ข้อ (19,20)
				3.1 ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรและกราฟ	4	4 ข้อ	3 ข้อ	3 ข้อ (21,22,23)	2 ข้อ (24,25)
		5. แก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรและนำไปใช้ แก้ปัญหา พร้อมทั้ง ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบ	- ระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรและการนำไปใช้	3.2 การแก้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปรและ โจทย์ปัญหาระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร	10	2 ข้อ	5 ข้อ	1 ข้อ (26)	4 ข้อ (27,28,29, 30)
รวม					45 ชั่วโมง	23 ข้อ	22 ข้อ	15 ข้อ	15 ข้อ
						45 ข้อ		30 ข้อ	

2. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน

สาระ	มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้ แกนกลาง	หัวเรื่องย่อย	จำนวน ชั่วโมง สอน	ด้านสมรรถนะ	
						ฉบับ tryout	ฉบับใช้จริง
						จำนวนข้อ	จำนวนข้อ (ข้อที่)
สาระที่ 1: จำนวนและการ ดำเนินการ	มาตรฐาน ค 1.1: เข้าใจถึงความหลากหลาย ของการแสดงจำนวนและ การใช้จำนวนในชีวิตจริง	1. เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมและเขียนทศนิยม ซ้ำในรูปเศษส่วน	- เศษส่วนและ ทศนิยมซ้ำ	2.1 จำนวนตรรกยะ 2.2 จำนวนอตรรกยะ 2.3 รากที่สอง 2.4 รากที่สาม	18	2 ข้อ	1 ข้อ (3)
		2. จำแนกจำนวนจริงที่กำหนดให้ และยก ตัวอย่างจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	- จำนวนตรรกยะ และ จำนวนอตรรกยะ				
		3. อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของ จำนวนจริง	- รากที่สองและรากที่ สามของจำนวนจริง				
	มาตรฐาน ค 1.2: เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการ ดำเนินการของจำนวนและ ความสัมพันธ์ระหว่าง การดำเนินการต่าง ๆ และใช้ การดำเนินการในการ แก้ปัญหา	1. หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม โดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้ในการ แก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุ สมผลของคำตอบ	- การหารากที่สองและ รากที่สามของจำนวน เต็มโดยการแยกตัว ประกอบและนำไปใช้				
2. อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองและ รากที่สามของจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม บอกความสัมพันธ์ของการยกกำลังกับการหา รากของจำนวนจริง		- รากที่สองและรากที่ สามของจำนวนเต็ม					
มาตรฐาน ค 1.3: ใช้การประมาณค่าในการ คำนวณและแก้ปัญหา	1. หาค่าประมาณของรากที่สอง และรากที่สาม ของจำนวนจริง และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของ คำตอบ	- รากที่สองและรากที่ สามของจำนวนจริง และการนำไปใช้					
มาตรฐาน ค 1.4: เข้าใจระบบจำนวน และนำ สมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้	1. บอกความเกี่ยวข้องของจำนวนจริง จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ	- จำนวนตรรกยะ และ จำนวนอตรรกยะ					

สาระ	มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้ แกนกลาง	หัวเรื่องย่อย	จำนวน ชั่วโมง สอน	ด้านสมรรถนะ	
						ฉบับ tryout	ฉบับใช้จริง
						จำนวนข้อ	จำนวนข้อ (ข้อที่)
สาระที่ 3: เรขาคณิต	มาตรฐาน ค 3.2: ใช้การ นิกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทาง เรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา	2. ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา	- ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับ และการ นำไปใช้	1.1 สมบัติของรูป สามเหลี่ยมมุมฉาก	12	3 ข้อ	2 ข้อ (1,2)
				1.2 ทฤษฎีบท พีทาโกรัส			
				1.3 บทกลับของ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส			
สาระที่ 4: พีชคณิต	มาตรฐาน ค 4.2: ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทน สถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึง ความสัมพันธ์ของคำตอบ	- โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว	3.1 ทบทวนการ แก้สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	12	3 ข้อ	2 ข้อ (4,5)
				3.2 การนำไปใช้			
รวม					42 ชั่วโมง	8 ข้อ	5 ข้อ

3. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คุณิศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน

สาระ	มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	หัวเรื่องย่อย	จำนวน ชั่วโมง สอน	ด้านสมรรถนะ		
						ฉบับ tryout	ฉบับใช้จริง	
						จำนวนข้อ	จำนวนข้อ (ข้อที่)	
สาระที่ 3: เรขาคณิต	มาตรฐาน ค 3.1: อธิบายและวิเคราะห์ รูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ	1. อธิบายลักษณะและ สมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และ ทรงกลม	- ลักษณะและสมบัติของ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม	1.1 รูปเรขาคณิตสามมิติ	2			
สาระที่ 2: การวัด	มาตรฐาน ค 2.1: เข้าใจพื้นฐาน เกี่ยวกับการวัด วัด และคาดคะเนขนาด ของสิ่งที่ต้องการวัด	1. หาพื้นที่ผิวของปริซึมและ ทรงกระบอก	- พื้นที่ผิวของปริซึม และ ทรงกระบอก	1.3 พื้นที่ผิวของปริซึม และ ทรงกระบอก	3			
		2. หาปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม	- ปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม	1.2 ปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม	11	3 ข้อ	2 ข้อ (1,2)	
		3. เปรียบเทียบหน่วยความจุ หรือหน่วยปริมาตรในระบบ เดียวกันหรือต่างระบบ และ เลือกใช้หน่วยการวัดได้อย่าง เหมาะสม	- การเปรียบเทียบหน่วยความ จุหรือหน่วยปริมาตรในระบบ เดียวกันหรือต่างระบบ - การเลือกใช้หน่วยการวัด เกี่ยวกับความจุหรือปริมาตร	- การเปรียบเทียบหน่วยความ จุหรือหน่วยปริมาตรในระบบ เดียวกันหรือต่างระบบ - การเลือกใช้หน่วยการวัด เกี่ยวกับความจุหรือปริมาตร				
		4. ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับ การวัดในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม	- การคาดคะเนเกี่ยวกับ การวัด	- การคาดคะเนเกี่ยวกับ การวัด				
มาตรฐาน ค 2.2: แก้ปัญหาเกี่ยวกับ การวัด	1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ	- การใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการ แก้ปัญหา	1.4 การใช้ความรู้เกี่ยวกับ พื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตร ในการแก้ปัญหา					

สาระ	มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	หัวเรื่องย่อย	จำนวน ชั่วโมง สอน	ด้านสมรรถนะ	
						ฉบับ tryout	ฉบับใช้จริง
						จำนวนข้อ	จำนวนข้อ (ข้อที่)
สาระที่ 4: พีชคณิต	มาตรฐาน ค 4.2: ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และ ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทน สถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปล ความหมายและ นำไปใช้แก้ปัญหา	2. เขียนกราฟแสดงความ เกี่ยวข้องระหว่างปริมาณ สองชุดที่มีความสัมพันธ์ เชิงเส้น	- กราฟแสดงความเกี่ยวข้อง ระหว่างปริมาณสองชุดที่มี ความสัมพันธ์เชิงเส้น	2.1 กราฟแสดงความ สัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่มี ความสัมพันธ์เชิงเส้น	3	3 ข้อ	2 ข้อ (3,4)
		3. เขียนกราฟของสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร	- กราฟของสมการเชิงเส้น สองตัวแปร	2.2 กราฟของสมการเชิงเส้น สองตัวแปร	7		
		4. อ่านและแปล ความหมายกราฟของระบบ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟอื่นๆ	- กราฟของระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร - กราฟอื่นๆ	2.3 กราฟกับการนำไปใช้ 3.1 ระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรและกราฟ	5 4		
		5. แก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรและนำไปใช้ แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนัก ถึงความสมเหตุสมผลของ คำตอบ	- ระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรและการนำไปใช้	3.2 การแก้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปรและโจทย์ ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปร	10	2 ข้อ	1 ข้อ (5)
		รวม					45 ชั่วโมง

ภาคผนวก จ

ตัวอย่างเครื่องมือวิจัย

1. ตัวอย่างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้
2. ตัวอย่างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน
3. ตัวอย่างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน
4. แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง
5. แบบรายงานความรู้สึกละประเมินตนเอง
6. แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน

แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ จำนวน 30 ข้อ
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

โดยทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบให้ตรงกับข้อที่เลือก ดังตัวอย่าง

ข้อ	ก	ข	ค	ง
(0)		X		

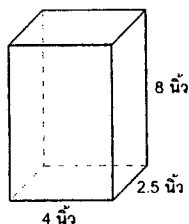
4. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบ ให้ทำเครื่องหมาย = ทับคำตอบเดิม แล้วจึงทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบให้ตรงกับข้อที่เลือกใหม่ ดังตัวอย่าง การเปลี่ยนคำตอบจาก ข เป็น ค ให้ทำดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
(0)		X	X	

5. ห้ามขีดเขียนหรือทำเครื่องหมายใดๆ ลงในข้อสอบ
6. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ และส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบคืนกรรมการคุมสอบ

ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

1. ข้อใดแสดงการหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ได้ถูกต้อง



- ก. $4 \times 2.5 \times 8$ ตารางนิ้ว
 ข. $2(4 + 2.5 + 8)$ ตารางนิ้ว
 ค. $(4 \times 2.5) + (2.5 \times 8) + (4 \times 8)$ ตารางนิ้ว
 ง. $2(4 \times 2.5) + 2(2.5 \times 8) + 2(4 \times 8)$ ตารางนิ้ว

2. จากระบบสมการ $x - 2y = -1$

$$3x + 4y = -8$$

จงพิจารณาขั้นตอนการแก้ระบบสมการดังนี้

$$x - 2y = -1 \text{ ----- ①}$$

$$3x + 4y = -8 \text{ ----- ②}$$

$$2 \times \text{①}; \quad 2x - 4y = -2 \text{ ----- ③}$$

$$\text{②} + \text{③}; \quad (3x + 4y) + (2x - 4y) = (-8) + (-2)$$

$$5x = -10$$

$$x = -2$$

การแก้ระบบสมการในขั้นตอนต่อไป ตรงกับข้อใด

- ก. แทนค่า $x = -2$ ในสมการ ① แล้วหาค่า y
 ข. นำสมการ ① และสมการ ③ มาบวกกัน แล้วหาค่า y
 ค. นำสมการ ② และสมการ ③ มาคูณกัน แล้วหาค่า y
 ง. ไม่สามารถดำเนินการต่อได้เนื่องจากไม่ทราบค่า y

3. จากระบบสมการต่อไปนี้

$$2x = 5y + 1 \text{ ----- ①}$$

$$-7x = 3y - 24 \text{ ----- ②}$$

สมพหุแก้ระบบสมการดังกล่าว แล้วได้คำตอบ คือ (3, 1)

คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบคำตอบของสมพหุอย่างไร

- ก. ถูกต้อง ตรวจสอบโดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ของ x และ y จากสมการ ① ซึ่งมีค่าเป็นจำนวนบวกทั้งคู่ สอดคล้องกับคำตอบที่ได้ซึ่งเป็นจำนวนบวกทั้งคู่เช่นกัน
- ข. ถูกต้อง ตรวจสอบโดย แทนค่า $x = 3$ และ $y = 1$ ลงในสมการทั้งสองแล้วสมการเป็นจริงทั้งสองสมการ
- ค. ไม่ถูกต้อง ตรวจสอบโดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ของ x จากสมการ ① และค่าสัมประสิทธิ์ของ y จากสมการ ② มีค่าเป็น 2 และ 3 ตามลำดับ ซึ่งไม่สอดคล้องกับคำตอบที่ได้
- ง. ไม่ถูกต้อง ตรวจสอบโดย แทนค่า $x = 3$ และ $y = 3$ ลงในสมการ ① และแทนค่า $x = 1$ และ $y = 1$ ลงในสมการ ② แล้วสมการเป็นเท็จ

แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดเขียนตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 90 นาที
3. ให้นักเรียนอ่านโจทย์ที่กำหนด แล้วเขียนอธิบายคำตอบตามข้อคำถามแต่ละข้อ
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ และส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบคืนกรรมการคุมสอบ

คำอธิบายเกี่ยวกับเกณฑ์การให้คะแนน แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนมาใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน ประกอบด้วย ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้โมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงโมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหาและการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยสามารถประเมินได้จากการตอบคำถามในประเด็นดังต่อไปนี้

- 1) การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด
- 2) การเลือกใช้โมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์
- 3) การวางแผนทางการแก้ปัญหา
- 4) การแสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหา
- 5) การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

แบบทดสอบแต่ละข้อประกอบด้วยข้อคำถามย่อย 5 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 10 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา

การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด (พิจารณาจากคำถามข้อ 1)	
2 คะแนน	ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน
1 คะแนน	ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องบางส่วน ไม่ครบถ้วน
0 คะแนน	ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด

2. การวางแผนการแก้ปัญหา

การเลือกใช้หมัดคันและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ (พิจารณาจากคำถามข้อ 2)	
2 คะแนน	เลือกใช้หมัดคันและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ
1 คะแนน	เลือกใช้หมัดคันและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แต่ขาดประสิทธิภาพ
0 คะแนน	เลือกใช้หมัดคันและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

การวางแผนแนวทางแก้ปัญหา (พิจารณาจากคำถามข้อ 3)	
2 คะแนน	ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ
1 คะแนน	ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แต่ขาดประสิทธิภาพ
0 คะแนน	ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

3. การดำเนินการแก้ปัญหา

การแสดงวิธีการแก้ปัญหา (พิจารณาจากคำถามข้อ 4)	
2 คะแนน	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง มีร่องรอยแนวทางการแก้ปัญหาที่ชัดเจน นำไปสู่การได้คำตอบที่ถูกต้อง
1 คะแนน	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือแก้ปัญหาไม่สำเร็จ แต่มีร่องรอยแนวทางการดำเนินการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา
0 คะแนน	แสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยแนวทางการแก้ปัญหา
หรือ การอธิบายและแสดงเหตุผล (พิจารณาจากคำถามข้อ 4)	
2 คะแนน	อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล
1 คะแนน	อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน
0 คะแนน	อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาไม่ถูกต้อง ขาดความสมเหตุสมผล หรือไม่มีกรอธิบายและแสดงเหตุผล

4. การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ (พิจารณาจากคำถามข้อ 5)	
2 คะแนน	คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล มีร่องรอยการแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ชัดเจน
1 คะแนน	คำตอบถูกต้องและสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน มีร่องรอยการแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ แต่ไม่ชัดเจน
0 คะแนน	คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดความสมเหตุสมผล หรือไม่ปรากฏคำตอบของปัญหา ไม่มีร่องรอยแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ตัวอย่างแนวทางการเขียนตอบ

ซูเปอร์มาร์เก็ตแห่งหนึ่งขายน้ำส้มบรรจุขวด ซึ่งมีขนาดบรรจุและราคาขายดังนี้

ขนาดแพ็คเกจใหญ่ บรรจุ 24 ขวด คิดราคาไว้ 210 บาท

ขนาดแพ็คเกจกลาง บรรจุ 8 ขวด คิดราคาไว้ 60 บาท

ขนาดแพ็คเกจเล็ก บรรจุ 3 ขวด คิดราคาไว้ 30 บาท และลดราคาขนาดแพ็คเกจเล็ก 20%



ถ้านักเรียนต้องการซื้อน้ำส้ม 120 ขวด ควรเลือกซื้อขนาดบรรจุขนาดใด

จึงจะได้น้ำส้มที่มีราคาเฉลี่ยต่อขวดถูกที่สุด และต้องจ่ายเงินเท่าใด

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ถ้าต้องซื้อน้ำส้ม 120 ขวด ควรเลือกซื้อแพ็คเกจขนาดใด
ที่ราคาเฉลี่ยต่อขวดถูกที่สุดและจ่ายเงินเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ จำนวนน้ำส้ม (ขวด) และราคาของน้ำส้มในขนาดบรรจุแต่ละขนาด

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

การเปรียบเทียบอัตราส่วน และร้อยละ

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร (ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

คำนวณหาราคาขายของน้ำส้มขนาดแพ็คเกจเล็ก หลังจากหักส่วนลดแล้ว
โดยการเปรียบเทียบร้อยละ

คำนวณหาราคาน้ำส้มต่อขวดในขนาดบรรจุแต่ละขนาด โดยการเปรียบเทียบอัตราส่วน
ของราคาขายต่อจำนวนขวด และ

เลือกซื้อน้ำส้มที่มีราคาขายต่อขวดถูกที่สุดและคำนวณจำนวนเงินที่ต้องจ่าย

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

น้ำส้มขนาดแพ็คเกจเล็ก คิดราคาไว้ 30 บาท ลดราคา 20%

ดังนั้น ราคาขายคือ $30 \times \frac{80}{100} = 24$ บาท

เปรียบเทียบอัตราส่วนของราคาขายต่อจำนวนขวด ในขนาดบรรจุแต่ละขนาด ได้ผลดังนี้

ขนาดแพ็คเกจใหญ่ บรรจุ 24 ขวด ราคา 210 บาท

คิดเป็นราคาขวดละ $\frac{210}{24} = 8.75$ บาท

ขนาดแพ็คเกจกลาง บรรจุ 8 ขวด ราคา 60 บาท

คิดเป็นราคาขวดละ $\frac{60}{8} = 7.5$ บาท

ขนาดแพ็คเกจเล็ก บรรจุ 3 ขวด เมื่อหักส่วนลดแล้ว ราคาขาย คือ 24 บาท

คิดเป็นราคาขวดละ $\frac{24}{3} = 8$ บาท

การเปรียบเทียบราคาน้ำส้มต่อขวดในขนาดบรรจุแต่ละขนาด พบว่า ขนาดแพ็คเกจกลางมีราคา
น้ำส้มต่อขวดถูกที่สุด

โจทย์กำหนดว่า ต้องการซื้อน้ำส้ม 120 ขวด

ดังนั้น จึงเลือกซื้อขนาดแพ็คเกจกลางเป็นจำนวน $\frac{120}{8} = 15$ แพ็ค

และต้องจ่ายเงิน $15 \times 60 = 900$ บาท

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ควรเลือกซื้อขนาดแพ็คเกจกลางจำนวน 15 แพ็ค โดยต้องจ่ายเงิน 900 บาท

ตรวจสอบโดย ตรวจสอบการหาอัตราส่วนของราคาขายต่อจำนวนขวด และราคาล้างหัก
ส่วนลด ดังนี้

ขนาดแพ็คเกจใหญ่

ราคาขวดละ 8.75 บาท บรรจุ 24 ขวด ดังนั้นราคารวมคือ $24 \times 8.75 = 210$ บาท

ขนาดแพ็คเกจกลาง

ราคาขวดละ 7.5 บาท บรรจุ 8 ขวด ดังนั้นราคารวมคือ $8 \times 7.5 = 60$ บาท

ขนาดแพ็คเกจเล็ก

ราคาขวดละ 8 บาท บรรจุ 3 ขวด ดังนั้นราคารวมคือ $3 \times 8 = 24$ บาท

ราคา 24 บาท คือ ราคาเมื่อหักส่วนลด 20% แล้ว

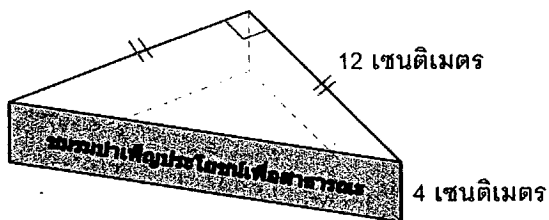
ดังนั้น ราคาก่อนหักส่วนลด คือ $24 \times \frac{100}{80} = 30$ บาท

ค่าที่คำนวณได้มีค่าตรงกับราคาน้ำส้มแต่ละขนาดตามที่โจทย์กำหนด
การหาราคาน้ำส้มต่อขวดคำนวณได้ถูกต้อง

ดังนั้นคำตอบที่ได้จึงถูกต้อง

ตัวอย่างข้อสอบแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน

2. ในงานออกร้านของโรงเรียน นักเรียนชมรมบำเพ็ญประโยชน์เพื่อสาธารณะทำแซนวิชขาย เพื่อหารายได้ในการจัดกิจกรรมของชมรม จึงออกแบบกล่องใส่แซนวิช และต้องการติดฉลาก ชื่อชมรมตามแนวขอบกล่องแซนวิช ซึ่งมีลักษณะดังภาพ



ชมรมแห่งนี้ต้องทำฉลากรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวเท่าใด จึงจะนำฉลากมาติดกล่องใส่แซนวิชได้พอดี

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

2) การกำหนดความยาวของฉลากติดกล่องแซนวิชตามข้อมูลข้างต้น ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

.....

.....

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อกำหนดความยาวของฉลากติดกล่องแซนวิชให้กับชมรมนี้อย่างไร (จงระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

.....

.....

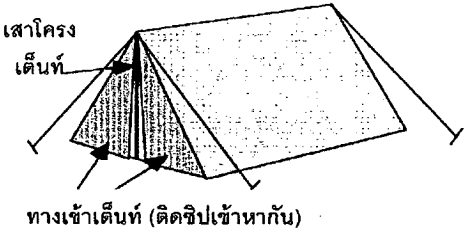
.....

ตัวอย่างข้อสอบแบบทดสอบวัดการรู้คิดศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน

1. ออกแบบเต็นท์

เมื่อนักเรียนต้องเป็นผู้ออกแบบเต็นท์ที่มีลักษณะดังภาพ โดยเต็นท์ต้องมีขนาดใหญ่เพียงพอสำหรับผู้ใหญ่ 2 คน ที่สูงประมาณ 170 เซนติเมตร สามารถเข้าไปนอนได้

ให้นักเรียนกำหนดความกว้าง ความยาว ความสูงของเต็นท์เองตามความเหมาะสม และหาพื้นที่ของผ้าที่ใช้ทำเต็นท์นี้ โดยต้องคลุมผ้ารอบเต็นท์ทุกด้านและปูพื้นของเต็นท์



1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

2) ในการหาพื้นที่ของผ้าที่ใช้ทำเต็นท์นี้ ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

.....

.....

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาพื้นที่ของผ้าที่ใช้ทำเต็นท์นี้อย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

.....

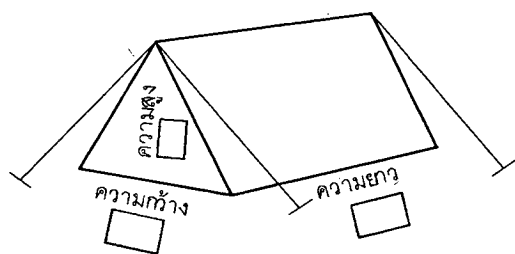
.....

.....

.....

.....

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น



5) สรุปคำตอบ นักเรียนกำหนดเต็นท์นี้ให้มีความกว้าง ความยาว ความสูงเท่าใด และผ้าที่ใช้ทำเต็นท์นี้มีพื้นที่เท่าใด นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง

วันที่สังเกต..... เวลา..... ห้อง.....

ผู้สังเกต.....

ประเด็นในการสังเกต	บันทึกพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก
1. การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและ สิ่งที่โจทย์กำหนด
2. การเลือกใช้ในทศน์และ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์
3. การวางแผนทางการ แก้ปัญหา
4. การแสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือการอธิบายและแสดง เหตุผลเพื่อตอบปัญหา
5. การตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของ คำตอบ

แบบรายงานความรู้สึกและประเมินตนเอง

วันที่ประเมิน..... เวลา.....

ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

ให้นักเรียนเขียนบรรยายตามข้อคำถามต่อไปนี้

<p>1. นักเรียนเข้าใจบทเรียนที่เรียนหรือไม่</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>2. นักเรียนรู้สึกอย่างไรต่อวิชาคณิตศาสตร์</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>3. นักเรียนรู้สึกอย่างไรต่อกิจกรรมการเรียนการสอนของคุณครู</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>4. นักเรียนคิดว่าวิชาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อนักเรียนอย่างไร</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>5. นักเรียนนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริงอย่างไรบ้าง</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน

ประเด็นคำถาม กิจกรรมการเรียนการสอนของครู ทำให้นักเรียน	ระดับความคิดเห็น				
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
	5	4	3	2	1
1. เข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น					
2. ใช้ความคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา					
3. สร้างข้อสรุปหรือสูตรคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง					
4. เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมายและเป็นเหตุเป็นผล					
5. เห็นว่าหลายสิ่งหลายอย่างที่ถูกรอบตัวล้วนเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์					
6. ได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มากขึ้น					
7. ได้รู้ความหมายและที่มาของสูตรคณิตศาสตร์ในเนื้อหาที่เรียน					
8. เข้าใจและตระหนักว่าความรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำไปใช้แก้ปัญหาที่พบเห็นในชีวิตจริง					
9. มั่นใจว่าสามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไปใช้ได้จริงในชีวิตประจำวันของตนเอง					
10. สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ที่เรียนไปใช้ประโยชน์ในการเรียนวิชาอื่นๆ ได้					

ความคิดเห็นเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก จ

หนังสือขอความร่วมมือวิจัย



ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 55-2574

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 เมษายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสุณิสา สุมิตรณะ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการค้างานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง และ รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แผนการสอน แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ และแบบสอบถามการใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคต้น ปีการศึกษา 2555 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ภาคผนวก ซ

การวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือวิจัย

1. ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ
2. ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ

1. ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ

1.1 ผลการประเมินแบบทดสอบวัดการรู้คุณิศาสตร์ด้านความรู้

ข้อ	ความถูกต้องของข้อสอบ				ความสอดคล้องของข้อสอบกับองค์ประกอบที่ต้องการวัด				ความเหมาะสมด้านภาษาและการสื่อความหมาย			
	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการประเมิน IOC	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการประเมิน IOC	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการประเมิน IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	0	1	0.67
2	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
3	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
4	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
5	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
6	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
7	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
8	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
9	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
10	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
11	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
12	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	0	1	0.67
13	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
14	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
15	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
16	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
17	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
18	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
19	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
20	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
21	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
22	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
23	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
24	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
25	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00

ข้อ	ความถูกต้องของข้อสอบ				ความสอดคล้องของข้อสอบ กับองค์ประกอบที่ต้องการวัด				ความเหมาะสมด้านภาษา และการสื่อความหมาย			
	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการ ประเมิน IOC	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการ ประเมิน IOC	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการ ประเมิน IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
26	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
27	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
28	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
29	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
30	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00

1.2 ผลการประเมินแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะก่อนเรียน

ข้อ	ความถูกต้องของข้อสอบ				ความสอดคล้องของข้อสอบ กับองค์ประกอบที่ต้องการวัด				ความเหมาะสมด้านภาษา และการสื่อความหมาย			
	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการ ประเมิน IOC	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการ ประเมิน IOC	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการ ประเมิน IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	0	0.67
2	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	0	0.67
3	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
4	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	0	0.67
5	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	0	0.67

1.3 ผลการประเมินแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะหลังเรียน

ข้อ	ความถูกต้องของข้อสอบ				ความสอดคล้องของข้อสอบ กับองค์ประกอบที่ต้องการวัด				ความเหมาะสมด้านภาษา และการสื่อความหมาย			
	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการ ประเมิน IOC	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการ ประเมิน IOC	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการ ประเมิน IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
2	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	0	0.67
3	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	0	1	1	0.67
4	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00
5	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00	1	1	1	1.00

2. ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ

2.1 ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.795	0.318	16	0.545	0.626
2	0.386	0.292	17	0.455	0.526
3	0.341	0.449	18	0.727	0.246
4	0.773	0.297	19	0.682	0.352
5	0.295	0.615	20	0.659	0.263
6	0.455	0.679	21	0.795	0.225
7	0.227	0.213	22	0.727	0.275
8	0.523	0.555	23	0.795	0.583
9	0.318	0.324	24	0.659	0.637
10	0.273	0.544	25	0.795	0.340
11	0.659	0.506	26	0.477	0.288
12	0.750	0.256	27	0.636	0.506
13	0.750	0.500	28	0.727	0.256
14	0.477	0.412	29	0.659	0.279
15	0.364	0.621	30	0.545	0.292

ค่าความยาก มีค่าระหว่าง 0.227 ถึง 0.795

ค่าดัชนีอำนาจจำแนก มีค่าระหว่าง 0.213 ถึง 0.679

ค่าความเที่ยง (reliability) ฉบับก่อนเรียน เท่ากับ 0.762

ฉบับหลังเรียน เท่ากับ 0.775

2.2 ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะก่อนเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.569	0.453
2	0.720	0.557
3	0.427	0.344
4	0.249	0.346
5	0.377	0.209

ค่าความยาก มีค่าระหว่าง 0.249 ถึง 0.720

ค่าดัชนีอำนาจจำแนก มีค่าระหว่าง 0.209 ถึง 0.557

ค่าความเที่ยง (reliability) เท่ากับ 0.748

2.3 ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะหลังเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.458	0.569
2	0.588	0.277
3	0.262	0.374
4	0.664	0.493
5	0.743	0.243

ค่าความยาก มีค่าระหว่าง 0.262 ถึง 0.743

ค่าดัชนีอำนาจจำแนก มีค่าระหว่าง 0.243 ถึง 0.569

ค่าความเที่ยง (reliability) เท่ากับ 0.754

ภาคผนวก ฅ

การวิเคราะห์ข้อมูลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1. ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย
คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
2. ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย
คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

1. ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง แสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางแสดง ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

กลุ่ม	n	\bar{x}	s	F	sig.	df	t	sig.
กลุ่มทดลอง	52	11.346	1.835	1.656	0.201	102	1.064	0.290
กลุ่มควบคุม	52	10.981	1.663					

จากตาราง พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) เท่ากับ 11.346 คะแนน และ 10.981 ตามลำดับ จากการทดสอบความแปรปรวน พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2. ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนการรู้คณิตศาสตร์ ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การนำเสนอผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แบ่งเป็น 3 ตาราง ดังนี้

- 2.1 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ในภาพรวม
- 2.2 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้อ
- 2.3 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

2.1 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางแสดง ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 80 คะแนน)

กลุ่ม	n	\bar{x}	s	F	sig.	df	t	sig.
กลุ่มทดลอง	52	29.269	9.921	3.452	0.066	102	1.006	0.317
กลุ่มควบคุม	52	27.500	7.890					

จากตาราง พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) เท่ากับ 29.269 คะแนน และ 27.500 ตามลำดับ จากการทดสอบความแปรปรวน พบว่า คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า ก่อนเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.2 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางแสดง ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียน	กลุ่ม	n	\bar{x}	s	F	sig.	df	t	sig.																																																																
บทที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร (10 คะแนน)	ทดลอง	52	2.846	1.406	0.136	0.713	102	0.747	0.457																																																																
	ควบคุม	52	2.635	1.482						บทที่ 2 กราฟ (10 คะแนน)	ทดลอง	52	4.673	1.451	0.211	0.647	102	0.483	0.630	ควบคุม	52	4.538	1.393	บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น (10 คะแนน)	ทดลอง	52	4.615	1.922	0.040	0.842	102	1.188	0.238	ควบคุม	52	4.173	1.876	ความรู้เชิงมโนทัศน์ (15 คะแนน)	ทดลอง	52	6.173	1.757	1.681	0.198	102	0.571	0.569	ควบคุม	52	5.962	2.009	ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ (15 คะแนน)	ทดลอง	52	5.962	2.000	0.007	0.933	102	1.504	0.136	ควบคุม	52	5.385	1.911	คะแนนรวม (30 คะแนน)	ทดลอง	52	12.135	3.138	0.001	0.971	102
บทที่ 2 กราฟ (10 คะแนน)	ทดลอง	52	4.673	1.451	0.211	0.647	102	0.483	0.630																																																																
	ควบคุม	52	4.538	1.393						บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น (10 คะแนน)	ทดลอง	52	4.615	1.922	0.040	0.842	102	1.188	0.238	ควบคุม	52	4.173	1.876	ความรู้เชิงมโนทัศน์ (15 คะแนน)	ทดลอง	52	6.173	1.757	1.681	0.198	102	0.571	0.569	ควบคุม	52	5.962	2.009	ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ (15 คะแนน)	ทดลอง	52	5.962	2.000	0.007	0.933	102	1.504	0.136	ควบคุม	52	5.385	1.911	คะแนนรวม (30 คะแนน)	ทดลอง	52	12.135	3.138	0.001	0.971	102	1.274	0.206	ควบคุม	52	11.346	3.174								
บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น (10 คะแนน)	ทดลอง	52	4.615	1.922	0.040	0.842	102	1.188	0.238																																																																
	ควบคุม	52	4.173	1.876						ความรู้เชิงมโนทัศน์ (15 คะแนน)	ทดลอง	52	6.173	1.757	1.681	0.198	102	0.571	0.569	ควบคุม	52	5.962	2.009	ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ (15 คะแนน)	ทดลอง	52	5.962	2.000	0.007	0.933	102	1.504	0.136	ควบคุม	52	5.385	1.911	คะแนนรวม (30 คะแนน)	ทดลอง	52	12.135	3.138	0.001	0.971	102	1.274	0.206	ควบคุม	52	11.346	3.174																						
ความรู้เชิงมโนทัศน์ (15 คะแนน)	ทดลอง	52	6.173	1.757	1.681	0.198	102	0.571	0.569																																																																
	ควบคุม	52	5.962	2.009						ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ (15 คะแนน)	ทดลอง	52	5.962	2.000	0.007	0.933	102	1.504	0.136	ควบคุม	52	5.385	1.911	คะแนนรวม (30 คะแนน)	ทดลอง	52	12.135	3.138	0.001	0.971	102	1.274	0.206	ควบคุม	52	11.346	3.174																																				
ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ (15 คะแนน)	ทดลอง	52	5.962	2.000	0.007	0.933	102	1.504	0.136																																																																
	ควบคุม	52	5.385	1.911						คะแนนรวม (30 คะแนน)	ทดลอง	52	12.135	3.138	0.001	0.971	102	1.274	0.206	ควบคุม	52	11.346	3.174																																																		
คะแนนรวม (30 คะแนน)	ทดลอง	52	12.135	3.138	0.001	0.971	102	1.274	0.206																																																																
	ควบคุม	52	11.346	3.174																																																																					

จากตาราง เมื่อพิจารณาในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) เท่ากับ 12.135 คะแนน และ 11.346 ตามลำดับ จากการทดสอบความแปรปรวน พบว่า คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า ก่อนเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ไม่แตกต่างกัน

เมื่อพิจารณาโดยจำแนกตามบทเรียน ได้แก่ บทที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร บทที่ 2 กราฟ บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น และพิจารณาโดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันและมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกบทเรียน และทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ แสดงว่า

ก่อนเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ไม่แตกต่างกันในทุกบทเรียน และทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

2.3 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางแสดง ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน	กลุ่ม	n	\bar{x}	s	F	sig.	df	t	sig.																																																																
1. การทำความเข้าใจปัญหา (10 คะแนน)	ทดลอง	52	7.788	1.893	0.028	0.866	102	-0.641	0.523																																																																
	ควบคุม	52	8.019	1.777						2. การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ (10 คะแนน)	ทดลอง	52	3.885	2.349	1.149	0.286	102	0.994	0.322	ควบคุม	52	3.462	1.975	3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา (10 คะแนน)	ทดลอง	52	2.192	2.105	2.336	0.130	102	-0.050	0.960	ควบคุม	52	2.212	1.786	4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล (10 คะแนน)	ทดลอง	52	1.942	1.934	1.894	0.172	102	1.101	0.274	ควบคุม	52	1.558	1.614	5. การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ (10 คะแนน)	ทดลอง	52	1.327	1.801	3.579	0.061	102	1.279	0.204	ควบคุม	52	0.904	1.563	คะแนนรวม (50 คะแนน)	ทดลอง	52	17.135	7.844	3.389	0.069	102
2. การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ (10 คะแนน)	ทดลอง	52	3.885	2.349	1.149	0.286	102	0.994	0.322																																																																
	ควบคุม	52	3.462	1.975						3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา (10 คะแนน)	ทดลอง	52	2.192	2.105	2.336	0.130	102	-0.050	0.960	ควบคุม	52	2.212	1.786	4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล (10 คะแนน)	ทดลอง	52	1.942	1.934	1.894	0.172	102	1.101	0.274	ควบคุม	52	1.558	1.614	5. การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ (10 คะแนน)	ทดลอง	52	1.327	1.801	3.579	0.061	102	1.279	0.204	ควบคุม	52	0.904	1.563	คะแนนรวม (50 คะแนน)	ทดลอง	52	17.135	7.844	3.389	0.069	102	0.715	0.476	ควบคุม	52	16.154	6.021								
3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา (10 คะแนน)	ทดลอง	52	2.192	2.105	2.336	0.130	102	-0.050	0.960																																																																
	ควบคุม	52	2.212	1.786						4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล (10 คะแนน)	ทดลอง	52	1.942	1.934	1.894	0.172	102	1.101	0.274	ควบคุม	52	1.558	1.614	5. การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ (10 คะแนน)	ทดลอง	52	1.327	1.801	3.579	0.061	102	1.279	0.204	ควบคุม	52	0.904	1.563	คะแนนรวม (50 คะแนน)	ทดลอง	52	17.135	7.844	3.389	0.069	102	0.715	0.476	ควบคุม	52	16.154	6.021																						
4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล (10 คะแนน)	ทดลอง	52	1.942	1.934	1.894	0.172	102	1.101	0.274																																																																
	ควบคุม	52	1.558	1.614						5. การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ (10 คะแนน)	ทดลอง	52	1.327	1.801	3.579	0.061	102	1.279	0.204	ควบคุม	52	0.904	1.563	คะแนนรวม (50 คะแนน)	ทดลอง	52	17.135	7.844	3.389	0.069	102	0.715	0.476	ควบคุม	52	16.154	6.021																																				
5. การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ (10 คะแนน)	ทดลอง	52	1.327	1.801	3.579	0.061	102	1.279	0.204																																																																
	ควบคุม	52	0.904	1.563						คะแนนรวม (50 คะแนน)	ทดลอง	52	17.135	7.844	3.389	0.069	102	0.715	0.476	ควบคุม	52	16.154	6.021																																																		
คะแนนรวม (50 คะแนน)	ทดลอง	52	17.135	7.844	3.389	0.069	102	0.715	0.476																																																																
	ควบคุม	52	16.154	6.021																																																																					

จากตาราง เมื่อพิจารณาในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) เท่ากับ 17.135 คะแนน และ 16.154 ตามลำดับ จากการทดสอบความแปรปรวน พบว่า คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า ก่อนเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะไม่แตกต่างกัน

เมื่อพิจารณาโดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา การ

แก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันและมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะ แสดงว่า ก่อนเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะไม่แตกต่างกันในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะ

จากการทดสอบความแปรปรวนและเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนในภาพรวม (ข้อ 2.1) และจำแนกรายด้าน ซึ่งได้แก่ การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ (ข้อ 2.2) และการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะ (ข้อ 2.3) ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกันทั้งในภาพรวมและจำแนกรายด้าน

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวสุนิสา สุมิรัตน์ เกิดวันที่ 24 พฤศจิกายน 2524 ที่กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาศึกษาศาสตรบัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับหนึ่ง) สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ จากคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2545 ในโครงการเร่งรัดผลิตและพัฒนาบัณฑิตระดับปริญญาตรีสาขาคณิตศาสตร์ของประเทศ (รพค.) สำเร็จการศึกษาปริญญาศิลปศาสตรมหาบัณฑิต (ศึกษาศาสตร์-การสอน) สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ จากคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2547 และเข้าศึกษาในหลักสูตรครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2551 โดยได้รับทุนโครงการเครือข่ายเชิงกลยุทธ์เพื่อการผลิตและพัฒนาอาจารย์ในสถาบันอุดมศึกษา จากสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา ปัจจุบันดำรงตำแหน่งอาจารย์ประจำสาขาวิชาการมัธยมศึกษา ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ