

ภาคผนวก

### ภาคผนวก ก

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์  
ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์  
ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น  
ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง  
และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

ความเป็นมาของกระบวนการเรียนการสอน

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญที่มีประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในชีวิต การทำงาน และเป็นพื้นฐานของการพัฒนาทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สิริพร ทิพย์คง (2536: 9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีมาแต่โบราณก่อนคริสต์ศักราช มนุษย์ได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเองในชีวิตประจำวัน และโลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางด้านวิทยาศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน สอดคล้องกับ ฉวีวรรณ เศรษฐมาลย์ (2545: 20-21) ที่กล่าวว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการนำไปใช้ได้จริงทั้งในชีวิตประจำวันและในงานอาชีพ อาชีพเกือบทุกแขนงจำเป็นต้องมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553: 1) ที่กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวและมีประโยชน์อย่างมากต่อชีวิตมนุษย์

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ได้กำหนดให้มีการจัดการศึกษาเกี่ยวกับความรู้และทักษะด้านคณิตศาสตร์ไว้ในมาตรา 23 วรรค 4 และกำหนดจุดเน้นของการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยนำความรู้ที่เรียนมาประยุกต์ใช้ในชีวิตไว้ในมาตรา 24 วรรค 2 ว่า ให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องจัดกระบวนการเรียนรู้โดย “ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา” (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545: 13-14) และจุดมุ่งหมายของการศึกษาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีความรู้ความเข้าใจในสาระต่างๆ และสามารถใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 58-63) ประกอบกับการศึกษาภาคบังคับเป็นการศึกษาจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีจุดมุ่งหมายเพื่อเตรียมเยาวชนให้มีความพร้อมเพื่อก้าวออกไปสู่สังคมและการใช้ชีวิตในอนาคต การจัดการศึกษาต้องพัฒนาทั้งความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะที่จำเป็นให้แก่นักเรียน

จากความสำคัญดังกล่าว แสดงถึงความจำเป็นในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่มุ่งพัฒนานักเรียนให้มีความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ สามารถประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ที่มีเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ที่พบในชีวิตจริงได้อย่างเหมาะสม ซึ่งตรงกับ ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ดังที่นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลาย ท่านได้นิยามความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ (Good, 1973: 353; Orpwood and Garden, 1998: 62; Evans, 2000: 236; De Lange, 2003: 77, 80; Jablonka, 2003: 78; OECD, 2003: 24; Qualifications and Curriculum Authority [QCA] (อ้างถึงใน Brown and others, 2006); Burkhardt, 2007: 137-138; Martin, 2007: 29; Steen, Turner, and Burkhardt, 2007: 285; Yore, Pimm, and Tuan, 2007: 574; สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549: 1; ราชบัณฑิตยสถาน, 2553: 4, 27) สรุปได้ว่า การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถของบุคคลในการนำ ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาใน ชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้น เรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้และ ใช้อย่างไร Martin (2007: 29) ได้กล่าวไว้ว่า บุคคลผู้รู้คณิตศาสตร์เป็นผู้สามารถใช้คณิตศาสตร์ใน การให้เหตุผล วิเคราะห์ และแก้ปัญหาในโลกจริง มีความสามารถในการตีความและวิเคราะห์ ข้อมูลข่าวสาร เป็นประชากรที่รอบรู้เป็นผู้บริโภคที่ชาญฉลาด

การรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญดังที่ Devlin (2000: 24) และ Watson (2002: 157) กล่าว ว่า การรู้คณิตศาสตร์เป็นทักษะชีวิตอย่างหนึ่งซึ่งเป็นพื้นฐานที่มีความจำเป็นเช่นเดียวกับการรู้หนังสือ การรู้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการใช้ชีวิตและกระทำอย่างไตร่ตรอง (Yore and others, 2007: 574) ความรู้และความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์ช่วยให้เข้าใจประเด็นหรือ ความจำเป็นต่างๆ อย่างมีความหมายและทำให้ภารกิจสำเร็จลุล่วง การขาดความสามารถในการ ใช้คณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล อาจทำให้เกิดการตัดสินใจที่ผิดพลาดหรือสับสนในชีวิตการทำงาน และชีวิตส่วนตัวเช่นผู้ที่ตัดสินใจอย่างไร้ข้อมูลข่าวสาร (สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และ อัมพลิกา ประโมจณี, 2549: 8, 13) นอกจากนี้ Watson (2002: 157) และ Steen and others (2007: 286) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์เป็นจุดมุ่งหมายหลักอย่างหนึ่งของการจัดการศึกษาใน โรงเรียนยุคปัจจุบัน การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนต้องมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการรู้คณิตศาสตร์ นั่นคือ สามารถเลือกและประยุกต์ใช้ความรู้และวิธีการที่มีความเหมาะสมกับสถานการณ์ต่างๆ ที่ เกิดขึ้นภายนอกโรงเรียน และเตรียมความพร้อมให้แก่ นักเรียนทุกคนเพื่อการใช้ชีวิตในสังคมที่มีความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี

การรู้คณิตศาสตร์มีลักษณะสำคัญที่แตกต่างจากคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาวิชา ดังที่ De Lange (2003: 80) ได้กล่าวว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นที่ความรู้ในเนื้อหาวิชา แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นที่การใช้คณิตศาสตร์ในโลกจริง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Steen and others (2007: 289) ที่ว่า

*คณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นการใช้คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนในระดับเบื้องต้น  
แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นการใช้คณิตศาสตร์เบื้องต้นในระดับที่ซับซ้อน*

การรู้คณิตศาสตร์ใช้ข้อมูลที่เป็นจริง กระบวนการที่แปลกใหม่ และการใช้เหตุผลที่ซับซ้อน แต่ต้องการเพียงเนื้อหาคณิตศาสตร์เบื้องต้นเท่านั้น ในทางตรงกันข้ามคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมีลักษณะเป็นมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม ใช้จำนวนง่าย ๆ กระบวนการที่ตรงไปตรงมา และการประยุกต์ที่เป็นแบบแผน (Steen and others, 2007: 289)

สำหรับประเทศไทยแม้ว่าจะมีการให้ความสำคัญกับการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ แต่จากผลการทดสอบระดับชาติและนานาชาติ และผลการวิจัย พบปัญหาดังต่อไปนี้ ประการที่หนึ่ง ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์แล้วเกิดการลืม จำไม่ได้ ไม่เข้าใจ ไม่เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ มองว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องไกลตัว ห่างไกลจากการดำเนินชีวิต ไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ได้ (สมวงษ์ แปลงประสพโชค, สมเดช บุญประจักษ์ และจรรยา ภูอุดม, 2551) ประการที่สอง การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ (ONET) พบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2550 ปีการศึกษา 2551 และปีการศึกษา 2552 คิดเป็นร้อยละ 25.52 32.64 และ 26.05 ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 ทุกปี (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2552, 2553) ประการที่สาม การประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) โดยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ หรือ OECD (Organization for Economic Cooperation and Development) จัดประเมินการรู้เรื่องการอ่าน (Reading Literacy) การรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และการรู้วิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy) โดยประเมินนักเรียนที่จบการศึกษาภาคบังคับ ซึ่งการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) มีจุดเน้นที่การประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะในปัญหาแปลกใหม่ที่อยู่ในบริบทของโลกในชีวิตจริง เพื่อประเมินว่านักเรียนได้รับการเตรียมพร้อมสำหรับชีวิตในอนาคตได้ดีเพียงไร โดยดำเนินการประเมินอย่างต่อเนื่อง ช่วงเวลาระยะละ 3 ปี เริ่มประเมินระยะที่ 1 ในปี 2000 ผลการประเมินพบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยการรู้คณิตศาสตร์ ในปี 2000 ปี 2003 ปี 2006 และปี 2009 คิดเป็น 432 คะแนน

417 คะแนน 417 คะแนน และ 419 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD ทั้งสี่ครั้ง (ปี 2000 ปี 2003 และปี 2006 ค่าเฉลี่ยของ OECD คิดเป็น 500 คะแนน และปี 2009 ค่าเฉลี่ยของ OECD คิดเป็น 496 คะแนน) (OECD, 2004, 2007, 2010) ผลการประเมินแสดงให้เห็นถึงการขาดคุณภาพของนักเรียนไทยและการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศ

จากความสำคัญและปัญหาดังได้กล่าวข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความจำเป็นในการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาและส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนอย่างจริงจังและเร่งด่วน โดยการจัดการเรียนการสอนของครูมีบทบาทสำคัญยิ่งในการสร้างเสริมประสบการณ์คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนเพื่อขยายประสบการณ์สู่การนำไปใช้ในชีวิต และ Martin (2007: 30) ได้กล่าวว่า การไม่รู้คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นผลมาจากเนื้อหาที่สอนแต่มาจากวิธีที่ครูใช้สอน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบท่องจำกฎหรือสูตรที่ไม่เชื่อมโยงกับชีวิตและประสบการณ์ของนักเรียนไม่ส่งเสริมการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นในการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนจึงจำเป็นต้องแสวงหาแนวทางและวิธีในการจัดการเรียนการสอนของครูเพื่อพัฒนาและส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อเป็นแนวทางในการนำไปใช้จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์

### **แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอน**

แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอน ได้แก่ แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education) และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### **1. การศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education)**

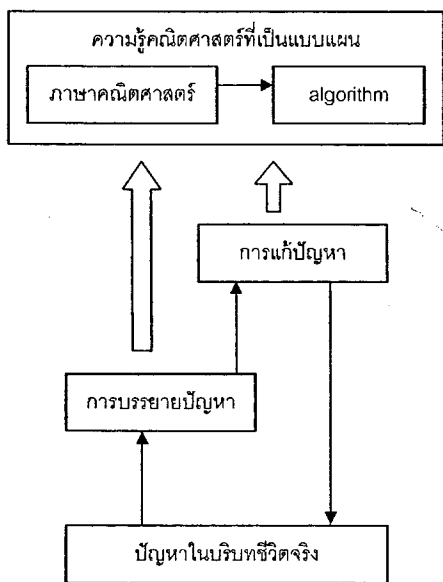
แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education: RME) เป็นแนวคิดหนึ่งในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ซึ่ง Cobb (1994 อ้างถึงใน De Lange, 1996: 59) กล่าวว่า แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีความเหมาะสมกับการสอนที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริง โดย

แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงเน้นที่การพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากปัญหาในบริบทชีวิตจริง

แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงริเริ่มโดย Freudenthal และเพื่อนร่วมงานในสถาบัน IOWO ในช่วงปี 1970 ภายหลังเปลี่ยนชื่อเป็นสถาบัน Freudenthal ประเทศเนเธอร์แลนด์ แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีรากฐานมาจากแนวคิดที่คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมหนึ่งของมนุษย์ คณิตศาสตร์ควรเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ใกล้ชิดกับประสบการณ์ของเด็ก และเกี่ยวข้องกับสังคม คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นเพียงวิชาที่ถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่แล้ว แต่การเรียนคณิตศาสตร์ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ (reinvent) ด้วยการลงมือปฏิบัติ ดังนั้นจุดเน้นของการศึกษาคณิตศาสตร์จึงไม่ได้อยู่ที่ระบบของคณิตศาสตร์ที่ถูกจัดสร้างไว้อย่างดีแล้ว แต่อยู่ที่กิจกรรมและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 3) กิจกรรมคณิตศาสตร์หรือการคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วยกิจกรรมในการแก้ปัญหา การมองหาปัญหา และการสร้างเนื้อหาวิชา (Gravemeijer, 1997: 320)

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีความแตกต่างจากการสอนแบบดั้งเดิม ดังที่ Gravemeijer (1997: 330-331) ได้กล่าวไว้ว่ามีความแตกต่างกันที่วิธีในการดำเนินการประยุกต์ใช้ และ Meyer (2001: 239) กล่าวว่าต่างกันในจุดเริ่มต้นของการเรียนการสอน วิธีการแบบดั้งเดิมมองว่าคณิตศาสตร์เป็นระบบซึ่งถูกสร้างขึ้นไว้เรียบร้อยแล้ว และสามารถประยุกต์ใช้ได้ตามลักษณะทั่วไปของโมทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ถูกแบ่งเป็นการเรียนความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน จากนั้นจึงเรียนการประยุกต์ใช้ความรู้ดังกล่าว เช่น ในการเรียนพีชคณิตการสอนแบบดั้งเดิมจะเริ่มต้นจากการบรรยายเนื้อหาที่เป็นนามธรรมและเกี่ยวข้องกับตัวแปรต่างๆ สมการและการแก้สมการ หลังจากที่นักเรียนได้ฝึกการแก้สมการจนชำนาญแล้ว นักเรียนก็จะประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะต่างๆ ในการแก้ปัญหาเชิงบริบท นั่นคือการเรียนการสอนเริ่มต้นจากความเป็นนามธรรมแล้วจึงไปสู่การประยุกต์ใช้ที่เป็นรูปธรรม แต่ในการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงนั้นมีขั้นตอนกลับกัน นั่นคือคณิตศาสตร์เริ่มต้นในบริบท และพัฒนาทีละน้อยไปสู่สัญลักษณ์ที่เป็นแบบแผน นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมาย ในขั้นก่อนการสร้างความเป็นแบบแผน นักเรียนจะได้สำรวจและค้นพบคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้นผ่านลำดับขั้นตอนการเรียนการสอน

แนวคิดหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง คือ การให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ภายใต้การแนะนำของครู โดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริงมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับประสบการณ์เช่นเดียวกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้คิดค้นคณิตศาสตร์ขึ้นมา ให้นักเรียนพัฒนาและใช้โมเดลแบบไม่เป็นทางการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหา ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนพัฒนาขึ้นจากความรู้แบบไม่เป็นทางการของนักเรียนผ่านการแนะนำของครูและการอภิปรายร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาระดับความรู้ความเข้าใจที่สูงขึ้น (Freudenthal, 1991 อ้างถึงใน Doorman and others, 2007: 406; Gravemeijer, 1997: 322-327) การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในบริบทของการศึกษามี 2 ลักษณะ คือ 1) การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบ (horizontal mathematisation) เป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการจัดการและแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง และ 2) การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (vertical mathematisation) เป็นกระบวนการสร้างความรู้ภายในระบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบมีความเกี่ยวข้องกับการออกจากโลกชีวิตจริงไปสู่โลกของสัญลักษณ์ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้งเป็นการเคลื่อนย้ายอยู่ภายในโลกของสัญลักษณ์ (Treffers, 1978, 1987 อ้างถึงใน Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 4, 2003: 12)



แผนภาพการคิดค้นคณิตศาสตร์ (Reinvention) (Gravemeijer, 1997: 333)

การคิดค้นคณิตศาสตร์ (reinvention) ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (แสดงดังแผนภาพข้างต้น) อาศัยกระบวนการแก้ปัญหาเชิงจริง โดยการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงเริ่มต้นจากการบรรยายปัญหาในบริบทชีวิตจริงให้มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น ใช้การสร้างแบบแผนและการระบุความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา มีการใช้สัญลักษณ์ที่สร้างขึ้นเองและมีความหมาย ซึ่งการบรรยายปัญหาเป็นการทำปัญหาให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นแล้วจึงลงมือแก้ปัญหาด้วยวิธีที่สร้างขึ้นเองไม่ใช่ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เป็นมาตรฐานซึ่งอาจมีความเป็นแบบแผนในระดับมากน้อยต่างกันไป จากนั้นจึงแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริงซึ่งสามารถแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริงได้ง่าย เนื่องจากสัญลักษณ์ที่ใช้เป็นสัญลักษณ์ที่ผู้แก้ปัญหาสร้างขึ้นเองและมีความหมาย จากการแก้ปัญหาในลักษณะดังกล่าวที่ใช้การบรรยายปัญหา การแก้ปัญหา และการแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริงนั้น เมื่อมีการให้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหาจะนำไปสู่กระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (vertical mathematisation) การบรรยายปัญหาโดยใช้กระบวนการทำให้ง่ายขึ้นและการทำให้เป็นแบบแผนสามารถพัฒนาภาษาแบบไม่เป็นทางการไปสู่ภาษาที่เป็นแบบแผนและเป็นมาตรฐานมากขึ้น และการใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันในระยะยาวจนกลายเป็นกิจวัตรประจำสามารถพัฒนาไปสู่ขั้นตอนวิธีการที่เป็นแบบแผนได้ จากนั้นกระบวนการเรียนรู้ดังกล่าวนี้จะนำไปสู่การสร้างความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน กระบวนการดังกล่าวนี้ เรียกว่า การคิดค้นคณิตศาสตร์ (Gravemeijer, 1997: 332-333)

ตัวอย่างการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง เริ่มต้นจากครูนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเหมาะสมและมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี ครูให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกแก่นักเรียนในระหว่างการแก้ปัญหา จากนั้นครูกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้น แล้วครูให้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันอีก เมื่อนักเรียนได้แก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน ขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการของนักเรียนจะถูกแปลให้เป็นขั้นตอนที่เป็นแบบแผนมากขึ้น ในการเรียนการสอนนี้ การอภิปรายถือเป็นกิจกรรมที่สำคัญอย่างหนึ่ง ประเด็นในการอภิปราย มุ่งเน้นที่ความถูกต้องของคำตอบ ความเพียงพอและประสิทธิภาพของวิธีการแก้ปัญหา และการตีความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา (Gravemeijer, 1997: 322-327)

หลักการสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงที่ใช้เป็นแนวทางในการออกแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วยหลักการสำคัญ 3 ประการ (Gravemeijer, 1997: 328-342; Gravemeijer and Terwel, 2000: 786-788) คือ

1) การคิดค้นแบบได้รับคำแนะนำ (Guided Reinvention) นักเรียนควรได้รับประสบการณ์ที่มีความคล้ายคลึงกับกระบวนการที่คณิตศาสตร์ถูกคิดค้นขึ้นโดยนักคณิตศาสตร์ ในกระบวนการเรียนการสอนควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์สถานการณ์จริง และได้รับคำแนะนำและการอำนวยความสะดวกจากครูเกี่ยวกับยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการ นักเรียนควรมีโอกาสในการคิดค้นการปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยกระบวนการเรียนรู้ควรเน้นที่กระบวนการมากกว่าผลลัพธ์การคิดค้นในทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2) ปรัชญาการณวิทยาที่นำมาใช้สอน (Didactical Phenomenology) การสืบสวนสถานการณ์ที่มีหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ถูกประยุกต์อยู่นั้นจะช่วยให้ค้นพบชนิดของการประยุกต์ใช้ที่นำมาใช้ในการสอน และพิจารณาถึงความเหมาะสมของสถานการณ์ที่นำมาใช้ในกระบวนการการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบก้าวหน้า โดยจุดมุ่งหมายของการสืบสวนเชิงปรัชญาการณวิทยา คือ การหาสถานการณ์ปัญหาที่มีความเฉพาะเจาะจงที่สามารถนำมาใช้ในการสรุปนัยทั่วไปได้ และหาสถานการณ์ที่สามารถนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพื้นฐานของการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้งได้ การกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องเสนอปัญหาเชิงบริบทชีวิตจริงที่ได้จากปรัชญาการณวิทยาที่เป็นจริงและมีความหมายแก่นักเรียน ซึ่งช่วยสร้างและกระตุ้นกระบวนการเรียนรู้

3) โมเดลที่สร้างขึ้นเอง (Self-developed Model) โมเดลที่สร้างขึ้นเองทำหน้าที่เป็นตัวเชื่อมระหว่างความรู้แบบไม่เป็นทางการและคณิตศาสตร์แบบเป็นทางการ ในการเรียนรู้ต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้และพัฒนาโมเดลของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งโมเดลที่สร้างขึ้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้ โดยในช่วงแรกนักเรียนจะพัฒนาโมเดลของสถานการณ์ขึ้น ซึ่งเป็นโมเดลที่นักเรียนคุ้นเคย และหลังจากกระบวนการวางนัยทั่วไป และการสร้างแบบแผน โมเดลจะค่อยๆ กลายเป็นโมเดลสำหรับการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งเรียกว่าเป็นการเปลี่ยนจาก model-of เป็น model-for ตัวอย่างของโมเดล เช่น ภาพวาด แผนภาพ เส้นจำนวน ตาราง สมการ เป็นต้น จุดมุ่งหมายเบื้องต้นของการใช้โมเดลควรส่งเสริมให้นักเรียนให้สร้างคณิตศาสตร์โดยเริ่มต้นจากมุมมองของตนเอง ไม่ใช่จากมุมมองของผู้เชี่ยวชาญ

จากหลักการของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงที่ได้กล่าวข้างต้น มีความสอดคล้องกับแนวทางการส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ ดังที่ Hughes-Hallett (2001: 94-98; 2003: 97) ได้ให้แนวทางในการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรสอนคณิตศาสตร์ในบริบทที่นักเรียนมีความคุ้นเคย มีประสบการณ์ และมีความเข้าใจในบริบทนั้นอย่างเพียงพอ และมีความหมายต่อนักเรียน ซึ่ง De Lange (2003: 87-88) ได้ให้แนวทางในการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรสอนคณิตศาสตร์ที่อยู่ในโลกจริงของนักเรียน สอนโดยใช้สถานการณ์จริงมาเชื่อมโยงและบูรณาการกับคณิตศาสตร์ และสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาในบริบทที่เหมาะสม ซึ่งมีความสอดคล้องกับหลักการของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง คือ การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริงมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับชีวิตจริง และใกล้ชิดกับประสบการณ์ของนักเรียน .

## 2. กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

การรู้คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับความสามารถในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ในบริบทชีวิตจริง ดังนั้น ความสามารถที่จำเป็นอีกประการหนึ่งของการรู้คณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหานั้น นักเรียนควรมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ด้วยการสอนกระบวนการแก้ปัญหาเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ดังที่ Baroody (1993) และ Kilpatrick (1989) (อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553: 47-48) ได้ให้แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง คือ 1) การสอนผ่านการแก้ปัญหา 2) การสอนให้แก้ปัญหา 3) การสอนกระบวนการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (Define: D, Assess: A, Plan: P, Implement: I and Communicate: C) เป็นกระบวนการแก้ปัญหากลุ่มหนึ่งที่มีความยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน และมีประสิทธิภาพ ถูกออกแบบมาให้เหมาะสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC พัฒนาขึ้นจากการบูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya วิธีการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์ และวงจรการแก้ปัญหาทางอุตสาหกรรมตามแนวคิดของ Shewhart ดังนั้นกระบวนการแก้ปัญหานี้จึงเหมาะสำหรับนำมาใช้เพื่อสอนแก้ปัญหาทั้งในวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ สามารถนำไปใช้ได้ทั้งในและ

นอกห้องเรียน และใช้แก้ปัญหาที่พบในชีวิตจริง (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 234; Center for Mathematics, Science, and Technology [CeMaST], 1998: 10-11) กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ประกอบด้วยองค์ประกอบ 5 ประการ (CeMaST, 1998: 10-11) คือ

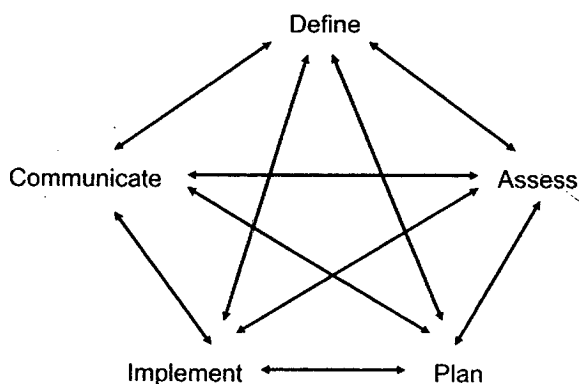
1) Define เป็นการกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน ในขั้นนี้อาจใช้การถามคำถาม การเก็บรวบรวมข้อมูลเบื้องต้น การเรียนรู้ศัพท์ใหม่หรือเนื้อหาใหม่ โดยทั่วไปแล้วปัญหามักถูกกำหนดจากประสบการณ์ของนักเรียน

2) Assess เป็นการประเมินสถานการณ์ปัญหา เก็บรวบรวมสารสนเทศต่างๆ ใช้ข้อมูลที่มีเพื่อสร้างข้อสรุปทั่วไปเป็นสมมติฐาน ในขั้นนี้อาจใช้การสืบสวนสอบสวนเพิ่มเติม ก่อนการสืบสวนสอบสวนหลักจะเริ่มขึ้น

3) Plan เป็นการวางแผนการแก้ปัญหาและการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมากมักใช้รูปแบบการทดลองเพื่อควบคุมตัวแปร

4) Implement เป็นการดำเนินการตามแผนที่วางไว้ เก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้มีความเหมาะสมมากขึ้น

5) Communicate เป็นการวิเคราะห์และประเมินผลการดำเนินการ และสื่อสารแลกเปลี่ยนผลลัพธ์กับผู้อื่น โดยประเมินความถูกต้องและความสอดคล้องของผลลัพธ์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการเขียนรายงานหรือการนำเสนอปากเปล่า หรือการสรุปผลโครงการ



แผนภาพกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 236)

ในการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC นั้นมีความยืดหยุ่น ไม่จำเป็นต้องทำตามลำดับขั้นตอน สามารถเริ่มที่ขั้นใดก็ได้ และสามารถข้ามบางขั้นหรือใช้บางขั้นซ้ำได้ ผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา โดยครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ด้วยวิธีการที่หลากหลาย (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 235-236; CeMaST, 1998: 10-11)

## องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีองค์ประกอบต่างๆ ที่มีความสัมพันธ์ สอดคล้อง และส่งเสริมซึ่งกันและกัน ได้แก่ หลักการ วัตถุประสงค์ ขั้นตอนการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล โดยมีรายละเอียด ดังนี้

### หลักการของกระบวนการเรียนการสอน

หลักการของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ได้มาจากการบูรณาการสาระสำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC แล้วพัฒนาเป็นหลักการของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งหลักการของกระบวนการเรียนการสอนมี 5 ประการ ดังนี้

#### 1) หลักการใช้บริบทชีวิตจริงและการเข้าใจปัญหา

การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงที่นักเรียนมีความคุ้นเคยมาเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะช่วยให้ นักเรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดีและมีความหมายต่อนักเรียน

#### 2) หลักการคิดค้นคณิตศาสตร์และการสร้างความรู้

การเรียนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมในการสร้างความรู้ ไม่ใช่การถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่ การเรียนคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์โดยการปฏิบัติกิจกรรมภายใต้การให้คำแนะนำของครูเพื่อค้นพบความรู้คณิตศาสตร์

#### 3) หลักการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา

การให้นักเรียนได้พัฒนาและใช้วิธีการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหาจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา โดยวิธีการหรือโมเดลจะเป็นแบบง่าย ๆ เข้าใจได้ง่ายและสื่อความหมาย และค่อย ๆ พัฒนาเป็นวิธีการหรือโมเดลที่เป็นแบบแผนและซับซ้อนมากขึ้น

#### 4) หลักการมีปฏิสัมพันธ์และสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น

การอภิปรายสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่นและปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนจะช่วยให้เกิดการตรวจสอบและพัฒนาความคิดเชิงคณิตศาสตร์

## 5) หลักการประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาที่หลากหลาย

การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายโดยเน้นการพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา

### วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

**การรู้คณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนำโมเดลทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้และใช้อย่างไร มีองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ ด้านความรู้ และด้านสมรรถนะ

1) **การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้** หมายถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและมีความสำคัญต่อการเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตจริง ประกอบด้วย

1.1) **ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ความหมาย โครงสร้างของคณิตศาสตร์ แนวคิด หลักการ กฎ สูตร ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์

1.2) **ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ขั้นตอนวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การใช้ศัพท์ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการอ่าน เขียนกราฟและตาราง

2) **การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ** หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนมาใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน ประกอบด้วย ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหาและการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

## ขั้นตอนการเรียนการสอน

ขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ประกอบด้วย 5 ขั้น ดังนี้

### 1) ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน.

### 2) ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ หรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย

### 3) ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง

### 4) ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่

### 5) ชั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดยเน้นให้นักเรียนฝึกฝนและประยุกต์ใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ และปัญหาในชีวิตจริง

รายละเอียดของกิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทครู และบทบาทนักเรียนในขั้นตอนการเรียนการสอนแต่ละขั้น แสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางแสดงรายละเอียดของขั้นตอนการเรียนการสอน

| ขั้นตอนการเรียนการสอน  | กิจกรรมการเรียนการสอน   | บทบาทครู  | บทบาทนักเรียน  |
|--|---|---|--|
| <p>1. ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง</p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน</p> | <p>1. ครูออกแบบและนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นในการเรียน ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเคยมีประสบการณ์ และเชื่อมโยงไปสู่การเรียนรู้เนื้อหาใหม่</p> <p>2. ครูนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธีแก่นักเรียน โดยใช้รูปภาพ เรื่องราว แผนภูมิ หรือสัญลักษณ์ที่นักเรียนคุ้นเคย</p> <p>3. นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน</p> | <p>1. ศึกษาเนื้อหา คณิตศาสตร์และบริบทชีวิตจริงที่มีความสอดคล้องกัน</p> <p>2. กำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นในการเรียน และกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนเพื่อเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนรู้</p> <p>3. ตรวจสอบความเหมาะสมของปัญหาที่นำมาใช้</p> <p>4. เสนอปัญหาแก่นักเรียน</p> | <p>1. รับฟังการนำเสนอปัญหาของครู</p> <p>2. วิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน</p> |

| ขั้นตอนการเรียนการสอน   | กิจกรรมการเรียนการสอน   | บทบาทครู  | บทบาทนักเรียน   |
|---|---|---|---|
| <p><b>2. ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา</b></p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการหรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย</p> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา</li> <li>2. นักเรียนคิดค้นและสร้างสมมติฐานความคิดหรือแบบจำลองความคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือเป็นกลุ่ม โดยอาศัยประสบการณ์เดิมหรือวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคย</li> <li>3. นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม</li> <li>4. ครูให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพบนกระดาน และให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มตามความต้องการของนักเรียน</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ดูแลและอำนวยความสะดวกแก่นักเรียนในการแก้ปัญหา</li> <li>2. ให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพบนกระดาน และให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม ตามความต้องการของนักเรียน</li> </ol> | <p>ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยอิสระหรือได้รับคำแนะนำจากครู ตามระดับความสามารถของตนเอง ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ประเมินสถานการณ์ปัญหา</li> <li>2) วางแผนการแก้ปัญหา โดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองหรือได้รับคำแนะนำจากครู</li> <li>3) ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้มีความเหมาะสมมากขึ้น</li> </ol> |

| ขั้นตอนการเรียนการสอน   | กิจกรรมการเรียนการสอน   | บทบาทครู  | บทบาทนักเรียน   |
|---|---|---|---|
| <p>3. <b>ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน</b></p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง</p> | <p>1. ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนหรือกลุ่ม</p> <p>2. ครูดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา</p> <p>3. นักเรียนร่วมอภิปรายเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน สื่อสาร ได้แย้ง และตัดสินคำตอบของตนเอง</p> | <p>ดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา</p> | <p>นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตน อภิปราย เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน สื่อสาร ได้แย้ง และตัดสินคำตอบของตนเอง</p> |

| ขั้นตอนการเรียนการสอน  | กิจกรรมการเรียนการสอน  | บทบาทครู   | บทบาทนักเรียน   |
|--|--|--|---|
| <p><b>4. ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน</b></p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผนและพัฒนาเป็นมโนทัศน์ และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่</p> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา ให้นักเรียนแก้ปัญหา</li> <li>2. นักเรียนพิจารณาลักษณะของปัญหาและใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายที่มีความเหมาะสมกับลักษณะของปัญหานั้นๆ</li> <li>3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้นโดยใช้การอภิปราย</li> <li>4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้เพื่อตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</li> <li>5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. กำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา</li> <li>2. กระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยใช้การอภิปราย</li> <li>3. ดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิด ตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. พิจารณาลักษณะของปัญหา</li> <li>2. ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย ที่มีความเหมาะสมกับลักษณะของปัญหา</li> <li>3. พัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยการร่วมกันอภิปราย</li> <li>4. อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่</li> </ol> |

| ขั้นตอนการเรียนการสอน   | กิจกรรมการเรียนการสอน  | บทบาทครู  | บทบาทนักเรียน   |
|---|--|---|---|
| <p>5. <b>ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้</b><br/><b>คณิตศาสตร์</b><br/>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการ<br/>ประยุกต์ใช้ความรู้<br/>คณิตศาสตร์ในสถานการณ์<br/>ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดย<br/>เน้นให้นักเรียนฝึกฝนและ<br/>ประยุกต์ใช้โมเดลและ<br/>ขั้นตอนวิธีการทาง<br/>คณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหา<br/>ในสถานการณ์ต่างๆ และ<br/>ปัญหาในชีวิตจริง</p> | <p>1. ครูกำหนดปัญหาให้<br/>นักเรียนประยุกต์ใช้โมเดล<br/>และขั้นตอนวิธีการทาง<br/>คณิตศาสตร์ในสถานการณ์<br/>ต่างๆ อย่างหลากหลาย</p> <p>2. ครูคอยให้คำแนะนำและ<br/>อำนวยความสะดวกเมื่อ<br/>นักเรียนต้องการ</p> | <p>กำหนดปัญหาให้<br/>นักเรียนได้<br/>ประยุกต์ใช้โมเดล<br/>และขั้นตอนวิธีการ<br/>ทางคณิตศาสตร์ ใน<br/>สถานการณ์ต่างๆ<br/>อย่างหลากหลาย</p> | <p>ประยุกต์ใช้โมเดล<br/>และขั้นตอนวิธีการ<br/>ทางคณิตศาสตร์ ใน<br/>สถานการณ์ต่างๆ<br/>อย่างหลากหลาย</p> |

### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ดำเนินการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนแบ่งเป็นก่อนเรียนและหลังเรียน โดยมี รายละเอียดดังนี้

1) การวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ก่อนการใช้กระบวนการเรียนการสอน ใช้แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนและแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน

2) การวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์หลังการใช้กระบวนการเรียนการสอน ใช้แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนและแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน

รายละเอียดของการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน แสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางสรุปรายละเอียดของการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์

| ระยะ      | เครื่องมือ  | องค์ประกอบที่วัด   | หัวข้อเรื่อง                                    |
|-----------|---|--|---|
| ก่อนเรียน | - แบบทดสอบวัด<br>การรู้คณิตศาสตร์<br>ด้านความรู้ก่อนเรียน | การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้<br>1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์<br>2) ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์  | ครอบคลุมเนื้อหา<br>คณิตศาสตร์<br>ที่ใช้ในการสอน |
|           | - แบบทดสอบวัด<br>การรู้คณิตศาสตร์<br>ด้านสมรรถนะก่อนเรียน | การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ<br>1) การทำความเข้าใจปัญหา<br>2) การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง<br>คณิตศาสตร์<br>3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง<br>คณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา<br>4) การแก้ปัญหา และการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทาง<br>คณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล<br>5) การพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของ<br>คำตอบ |   |
| หลังเรียน | - แบบทดสอบวัด<br>การรู้คณิตศาสตร์<br>ด้านความรู้หลังเรียน | การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้<br>1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์<br>2) ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์  | ครอบคลุมเนื้อหา<br>คณิตศาสตร์<br>ที่ใช้ในการสอน |
|           | - แบบทดสอบวัด<br>การรู้คณิตศาสตร์<br>ด้านสมรรถนะหลังเรียน | การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ<br>1) การทำความเข้าใจปัญหา<br>2) การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง<br>คณิตศาสตร์<br>3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง<br>คณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา<br>4) การแก้ปัญหา และการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทาง<br>คณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล<br>5) การพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของ<br>คำตอบ |   |

### **แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์**

แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ใช้วัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้และด้านสมรรถนะของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน แบ่งเป็น 2 ฉบับ คือ

**ฉบับที่ 1** แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ จำนวน 30 ข้อ วัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและมีความสำคัญต่อการเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตจริง แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนและหลังเรียนเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน ครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสอน

**ฉบับที่ 2** แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ เป็นแบบทดสอบชนิดเขียนตอบ ให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดและเหตุผล หรือแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ วัดความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์ที่เรียนมาใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน โดยกำหนดปัญหาหรือสถานการณ์ที่มีในโลกจริงที่นักเรียนมีโอกาสพบในชีวิตจริง ทั้งในด้านชีวิตส่วนตัว การเรียน การทำงาน และประเด็นสาธารณะ ให้นักเรียนแก้ปัญหาพร้อมแสดงวิธีคิดและอธิบายแนวคิดของตน ซึ่งปัญหาดังกล่าวจำเป็นต้องอาศัยการใช้งานและการใช้ประโยชน์จากความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนเพื่อเป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจ จัดการ และแก้ปัญหา ประเมินจากการตอบคำถามในประเด็นดังต่อไปนี้

- 1) การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด
- 2) การเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์
- 3) การวางแผนทางการแก้ปัญหา
- 4) การแสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหา
- 5) การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว และแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสอน

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ (10 คะแนน)

1. การทำความเข้าใจปัญหา

|   |  |
|---|--|
| การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด (พิจารณาจากคำถามข้อ 1) |  |
| 2 คะแนน   | ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน                                    |
| 1 คะแนน   | ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องบางส่วน ไม่ครบถ้วน                              |
| 0 คะแนน   | ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด |

2. การวางแผนการแก้ปัญหา

|   |   |
|---|---|
| การเลือกใช้หมัดค้นและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ (พิจารณาจากคำถามข้อ 2) |   |
| 2 คะแนน   | เลือกใช้หมัดค้นและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ |
| 1 คะแนน   | เลือกใช้หมัดค้นและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แต่ขาดประสิทธิภาพ      |
| 0 คะแนน   | เลือกใช้หมัดค้นและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้                            |

|  |  |
|--|--|
| การวางแนวทางการแก้ปัญหา (พิจารณาจากคำถามข้อ 3) |  |
| 2 คะแนน  | ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ |
| 1 คะแนน  | ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แต่ขาดประสิทธิภาพ      |
| 0 คะแนน  | ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้                            |

3. การดำเนินการแก้ปัญหา

|  |   |
|--|---|
| การแสดงวิธีการแก้ปัญหา (พิจารณาจากคำถามข้อ 4)      |   |
| 2 คะแนน  | แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง มีร่องรอยแนวทางการแก้ปัญหาที่ชัดเจน นำไปสู่การได้คำตอบที่ถูกต้อง                      |
| 1 คะแนน  | แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือแก้ปัญหาไม่สำเร็จ แต่มีร่องรอยแนวทางการดำเนินการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา |
| 0 คะแนน  | แสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยแนวทางการแก้ปัญหา                         |
| หรือ การอธิบายและแสดงเหตุผล (พิจารณาจากคำถามข้อ 4) |   |
| 2 คะแนน  | อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล  |
| 1 คะแนน  | อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน                                      |
| 0 คะแนน  | อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาไม่ถูกต้อง ขาดความสมเหตุสมผล หรือไม่มีกรอธิบายและแสดงเหตุผล                         |

4. การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

|   |  |
|---|--|
| การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ (พิจารณาจากคำถามข้อ 5) |  |
| 2 คะแนน   | คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล มีร่องรอยการแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ชัดเจน                   |
| 1 คะแนน   | คำตอบถูกต้องและสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน มีร่องรอยการแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ แต่ไม่ชัดเจน |
| 0 คะแนน   | คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดความสมเหตุสมผล หรือไม่ปรากฏคำตอบของปัญหา ไม่มีร่องรอยแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ   |

**ภาคผนวก ข**

**รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ**

### รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจกระบวนการเรียนการสอนและแผนการสอน

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศรษฐมาลัย  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทร์หา  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

### รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์  
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
3. อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมน่วม  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. ดร.ณัฐกานต์ รั๊กนาค  
โรงเรียนวัดสว่างอารมณ์ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสระบุรีเขต 2

## ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มทดลอง

**แผนการจัดการเรียนรู้**  
**สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1**  
**เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 3 ชั่วโมง**

---

**1. สาระ**

สาระที่ 4: พีชคณิต

**2. มาตรฐานการเรียนรู้**

ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

**3. ตัวชี้วัด**

แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

**4. จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ**

**4.1 ด้านความรู้**

- 1) หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
- 2) ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแก้โจทย์ปัญหาได้

**4.2 ด้านทักษะและกระบวนการ**

1) เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสู่การนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้



- 2) แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

**4.3 ด้านคุณลักษณะ**

- 1) มีความกระตือรือร้นและสนใจเรียน
- 2) มีความรับผิดชอบ

5. สารการเรียนรู้

**ปัญหาที่ 1** มีน้และบอยทานขนมในร้านขนมปังนมสด โดยมีน้และบอยทานนมสดและขนมปังปิ้ง ตามจำนวนและราคารวมที่แสดงดังภาพ

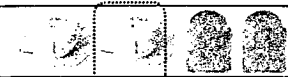



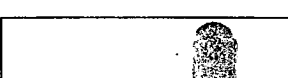
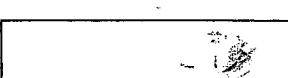
|  |      |
|--|------|
|  <span style="margin-left: 20px;">52 บาท</span> | มีน้ |
|  <span style="margin-left: 20px;">44 บาท</span> | บอย  |

นักเรียนทราบหรือไม่ว่า นมสดและขนมปังปิ้งมีราคาอย่างละเท่าใด จงอธิบายวิธีการหาคำตอบของนักเรียน (คำตอบ คือ 17 และ 9 บาท ตามลำดับ)

ในการแก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนอาจใช้วิธีการที่แตกต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

| วิธีที่ 1 การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ  |  |
|---|--|
| <p>1.1) การเดาคำตอบอย่างสุ่ม</p> <p><b>นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ×</b></p> <p>มีน้ <math>(2 \times 15) + (2 \times 11) = 52</math></p> <p>บอย <math>15 + (3 \times 11) \neq 44</math></p> <p>ดังนั้น นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท จึงไม่ใช่คำตอบ</p> <p><b>นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท ✓</b></p> <p>มีน้ <math>(2 \times 17) + (2 \times 9) = 52</math></p> <p>บอย <math>17 + (3 \times 9) = 44</math></p> <p>ดังนั้น นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท จึงเป็นคำตอบที่ถูกต้อง</p> | <p>1.2) การเดาคำตอบอย่างเป็นระบบ</p> <p><b>นมสดราคา 13 บาท ขนมปังปิ้งราคา 13 บาท ×</b></p> <p>มีน้ <math>(2 \times 13) + (2 \times 13) = 52</math></p> <p>บอย <math>13 + (3 \times 13) \neq 44</math></p> <p><b>นมสดราคา 14 บาท ขนมปังปิ้งราคา 12 บาท ×</b></p> <p>มีน้ <math>(2 \times 14) + (2 \times 12) = 52</math></p> <p>บอย <math>14 + (3 \times 12) \neq 44</math></p> <p><b>นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ×</b></p> <p>มีน้ <math>(2 \times 15) + (2 \times 11) = 52</math></p> <p>บอย <math>15 + (3 \times 11) \neq 44</math></p> <p><b>นมสดราคา 16 บาท ขนมปังปิ้งราคา 10 บาท ×</b></p> <p>มีน้ <math>(2 \times 16) + (2 \times 10) = 52</math></p> <p>บอย <math>16 + (3 \times 10) \neq 44</math></p> <p><b>นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท ✓</b></p> <p>มีน้ <math>(2 \times 17) + (2 \times 9) = 52</math></p> <p>บอย <math>17 + (3 \times 9) = 44</math></p> <p>ดังนั้น นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท จึงเป็นคำตอบที่ถูกต้อง</p> |

**วิธีที่ 2 การแลกเปลี่ยนปริมาณ**

|   |                                   |
|---|-----------------------------------|
|  | 52 บาท                            |
|  | 44 บาท                            |
|  | $52 - 44 = 8$ บาท                 |
|  | $44 - 8 = 36$ บาท                 |
|  | $36 \div 4 = 9$ บาท               |
|  | $44 - (3 \times 9)$<br>$= 17$ บาท |

กำหนดให้ น แทน ราคาหมูสด

ป แทน ราคาขนมปังปิ้ง

$$2น + 2ป = 52$$

$$1น + 3ป = 44$$

$$1น - 1ป = 8$$







$$4ป = 36$$

$$1ป = 9$$

$$1น = 17$$


**วิธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ**

3.1)

|   |                                   |
|---|-----------------------------------|
|  | 52 บาท                            |
|  | 44 บาท                            |
|  | $2 \times 44 = 88$ บาท            |
|  | $88 - 52 = 36$ บาท                |
|  | $36 \div 4 = 9$ บาท               |
|  | $44 - (3 \times 9)$<br>$= 17$ บาท |

กำหนดให้ น แทน ราคาหมูสด

ป แทน ราคาขนมปังปิ้ง

$$2น + 2ป = 52$$

$$1น + 3ป = 44$$

$$2น + 6ป = 88$$

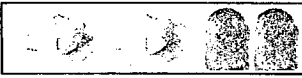
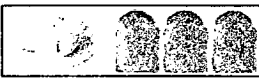
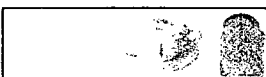

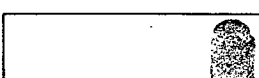
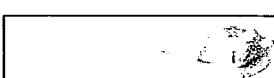
$$4ป = 36$$

$$1ป = 9$$

$$1น = 17$$



3.2)

|   |                          |
|---|--------------------------|
|  | 52 บาท                   |
|  | 44 บาท                   |
|  | $52 \div 2 = 26$ บาท     |
|  | $44 - 26 = 18$ บาท       |
|  | $18 \div 2 = 9$ บาท      |
|  | $44 - (3 \times 9) = 17$ |

กำหนดให้ น แทน ราคานมสด  
ป แทน ราคาขนมปังปิ้ง

$2น + 2ป = 52$   
 $1น + 3ป = 44$   
 $1น + 1ป = 26$   
 $2ป = 18$   
 $1ป = 9$   
 $1น = 17$

วิธีที่ 4 การสร้างตาราง

4.1)


| จำนวนนมสด | จำนวนขนมปังปิ้ง | ราคารวม |
|-----------|-----------------|---------|
| 2         | 2               | 52      |
| 1         | 3               | 44      |
| 2         | 6               | 88      |
| 0         | 4               | 36      |
| 0         | 1               | 9       |
| 1         | 0               | 17      |

4.2)

| จำนวนนมสด | จำนวนขนมปังปิ้ง | ราคารวม |
|-----------|-----------------|---------|
| 2         | 2               | 52      |
| 1         | 3               | 44      |
| 1         | 1               | 26      |
| 0         | 2               | 18      |
| 0         | 1               | 9       |
| 1         | 0               | 17      |

**ปัญหาที่ 2** ก้อยและกบซื้อขนมจากร้านค้า ตามจำนวนและราคารวมที่แสดงดังภาพ

|   |        |                                   |
|---|--------|-----------------------------------|
|  | 40 บาท | <input type="text" value="ก้อย"/> |
|---|--------|-----------------------------------|

|   |        |                                 |
|---|--------|---------------------------------|
|  | 50 บาท | <input type="text" value="กบ"/> |
|---|--------|---------------------------------|

นักเรียนทราบหรือไม่ว่า ขนมปังแห้งและแซนวิชราคาส่งละเท่าใด จงอธิบายวิธีการหาคำตอบของนักเรียน (คำตอบ คือ 14 และ 12 บาท ตามลำดับ)

ในการแก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนอาจใช้วิธีการที่แตกต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**วิธีที่ 1 การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ (วิธีนี้อาจทำได้ยากลำบากสำหรับปัญหานี้)**

1.1) การเดาคำตอบอย่างสุ่ม

**ขนมปังแท่งราคา 15 บาท แขนวชิราคา 10 บาท ×**

ก้อย  $(2 \times 15) + 10 = 40$

กบ  $15 + (3 \times 10) \neq 50$

ดังนั้น ขนมปังแท่งราคา 15 บาท แขนวชิราคา 10 บาท  
จึงไม่ใช่คำตอบ

**ขนมปังแท่งราคา 12 บาท แขนวชิราคา 16 บาท ×**

ก้อย  $(2 \times 12) + 16 = 40$

กบ  $12 + (3 \times 16) \neq 50$

ดังนั้น ขนมปังแท่งราคา 15 บาท แขนวชิราคา 10 บาท  
จึงไม่ใช่คำตอบ







**ขนมปังแท่งราคา 14 บาท แขนวชิราคา 12 บาท ✓**

ก้อย  $(2 \times 14) + 12 = 40$

กบ  $14 + (3 \times 12) = 50$

ดังนั้น ขนมปังแท่งราคา 14 บาท แขนวชิราคา 12 บาท  
จึงเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

**วิธีที่ 2 การแลกเปลี่ยนปริมาณ**

|   |                           |
|---|---------------------------|
|  | 40 บาท                    |
|  | 50 บาท                    |
|  | $50 - 40 = 10$ บาท        |
|  | $50 + 10 = 60$ บาท        |
|  | $60 \div 5 = 12$ บาท      |
|  | $50 - (3 \times 12) = 14$ |

กำหนดให้ ป แทน ราคาขนมปังแท่ง  
ช แทน ราคาแขนวชิ

$$2ป + 1ช = 40$$

$$1ป + 3ช = 50$$



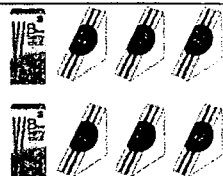



$$2ช - 1ป = 10$$

$$5ช = 60$$

$$1ช = 12$$

$$1ป = 14$$

**วิธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ**

|  |                           |
|--|---------------------------|
|   | 40 บาท                    |
|   | 50 บาท                    |
|   | $2 \times 50 = 100$ บาท   |
|   | $100 - 40 = 60$ บาท       |
|   | $60 \div 5 = 12$ บาท      |
|  | $50 - (3 \times 12) = 14$ |

กำหนดให้ ป แทน ราคาขนมปังแห้ง

ช แทน ราคาแซนวิช

$$2ป + 1ช = 40$$

$$1ป + 3ช = 50$$

$$2ป + 6ช = 100$$

$$5ช = 60$$

$$1ช = 12$$

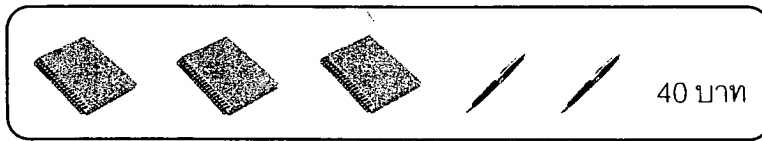
$$1ป = 14$$


**วิธีที่ 4 การสร้างตาราง**

4.1)

| จำนวน<br>ขนมปังแห้ง | จำนวน<br>แซนวิช | ราคารวม |
|---------------------|-----------------|---------|
| 2                   | 1               | 40      |
| 1                   | 3               | 50      |
| 2                   | 6               | 100     |
| 0                   | 5               | 60      |
| 0                   | 1               | 12      |
| 1                   | 0               | 14      |

**ปัญหาที่ 3** ขวัญและชาย ซื้อสมุดและปากกาเพื่อใช้ในวันเปิดเทอมใหม่ โดยขวัญและชาย ซื้อสมุดและปากกา ตามจำนวนและราคารวมที่แสดงดังภาพ



ขวัญ



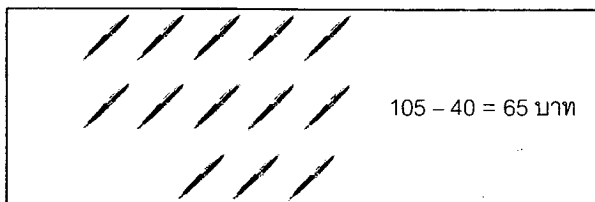
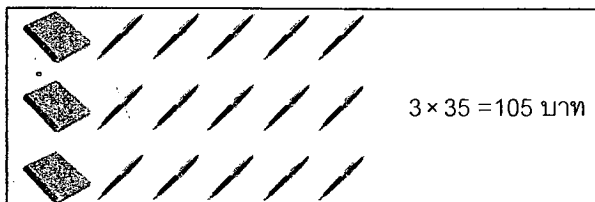
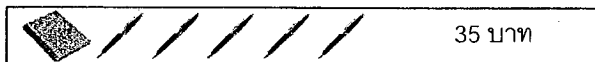
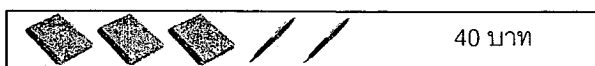
ชาย

นักเรียนทราบหรือไม่ว่า ราคาสมุดและปากการาคาขึ้นละเท่าใด จงอธิบายวิธีการหาคำตอบของนักเรียน (คำตอบ คือ 10 และ 5 บาท ตามลำดับ)

ในการแก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนอาจใช้วิธีการที่แตกต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

วิธีที่ 1 การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ และ  
วิธีที่ 2 การแลกเปลี่ยนปริมาณ (อาจทำได้ยากลำบากสำหรับปัญหานี้)

วิธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ



(การใช้ภาพวาดที่มีจำนวนมากเช่นนี้อาจทำได้ยากลำบาก อาจใช้สัญลักษณ์แทนการวาดภาพ)

กำหนดให้ ส แทน ราคาสมุด  
ป แทน ราคาปากกา  
 $3ส + 2ป = 40$   
 $1ส + 5ป = 35$   
 $3ส + 15ป = 105$   
 $13ป = 65$   
 $1ป = 5$   
 $1ส = 10$

**วิธีที่ 4 การสร้างตาราง**

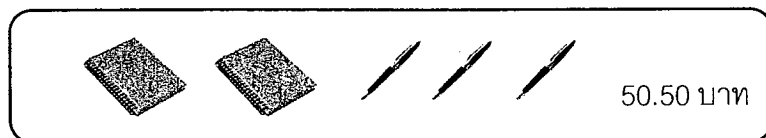
4.1)

| จำนวนสมุด | จำนวนปากกา | ราคารวม |
|-----------|------------|---------|
| 3         | 2          | 40      |
| 1         | 5          | 35      |
| 3         | 15         | 105     |
| 0         | 13         | 65      |
| 0         | 1          | 5       |
| 1         | 0          | 10      |

**ปัญหาที่ 4** แป้งและป๋อมซื้อสมุดและปากกาจากร้านค้าอีกร้านหนึ่ง โดยแป้งและป๋อมซื้อสมุดและปากกา ตามจำนวนและราคารวมที่แสดงดังภาพ



แป้ง



ป๋อม

นักเรียนทราบหรือไม่ว่า ราคาสมุดและปากกาของร้านค้านี้ราคาขึ้นละเท่าใด จงอธิบายวิธีการหาคำตอบของนักเรียน (12.50 และ 8.50 บาท ตามลำดับ)

ในการแก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนอาจใช้วิธีการที่แตกต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้



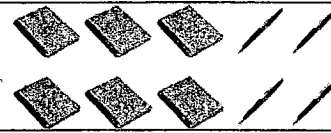
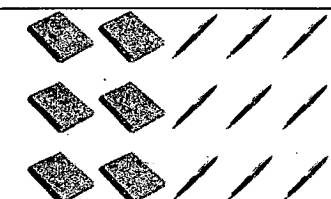
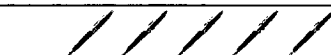
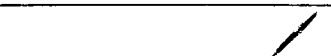

**วิธีที่ 1 การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ**

(วิธีนี้อาจทำได้ยากลำบากสำหรับปัญหานี้)

**วิธีที่ 2 การแลกเปลี่ยนปริมาณ**

(วิธีนี้อาจทำได้ยากลำบากสำหรับปัญหานี้)

### วิธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ

|   |  |
|---|--|
|    | 54.50 บาท                                      |
|    | 50.50 บาท                                      |
|    | $2 \times 54.50 = 109$ บาท                     |
|    | $3 \times 50.50 = 151.50$ บาท                  |
|    | $151.50 - 109 = 42.50$ บาท                     |
|  | $42.50 \div 5 = 8.50$ บาท                      |
|  | $[50.50 - (3 \times 8.50)] \div 2 = 12.50$ บาท |

กำหนดให้ ส แทน ราคาสมุด

ป แทน ราคาปากกา

$$3ส + 2ป = 54.50$$

$$2ส + 3ป = 50.50$$

$$6ส + 4ป = 109$$

$$6ส + 9ป = 151.50$$

$$5ป = 42.50$$

$$1ป = 8.50$$

$$1ส = 12.50$$

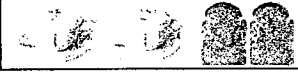


(การใช้ภาพวาดที่มีจำนวนมากเช่นนี้อาจทำได้ยากลำบาก  
อาจใช้สัญลักษณ์แทนการวาดภาพ)

### วิธีที่ 4 การสร้างตาราง

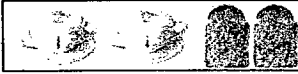




4.1)

| จำนวนสมุด | จำนวนปากกา | ราคารวม |
|-----------|------------|---------|
| 3         | 2          | 54.50   |
| 2         | 3          | 50.50   |
| 6         | 4          | 109     |
| 6         | 9          | 151.50  |
| 0         | 5          | 42.50   |
| 0         | 1          | 8.50    |
| 1         | 0          | 12.50   |

จากปัญหาข้างต้น สามารถนำมาเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ดังแสดงต่อไปนี้ และความสัมพันธ์ของปริมาณดังกล่าว เรียกว่า ระบบสมการ

|  |   |                |
|--|---|----------------|
|  52 บาท |  | $2น + 2ป = 52$ |
|  44 บาท |   | $น + 3ป = 44$  |




คำตอบของปัญหาข้างต้น ซึ่งได้แก่ ราคาของนมสดและขนมปังปิ้ง เรียกว่า คำตอบของระบบสมการ

|  |   |                |
|--|---|----------------|
|  52 บาท   |  | $2น + 2ป = 52$ |
|  44 บาท   |   | $น + 3ป = 44$  |
|  17 บาท |   | $น = 17$       |
|  9 บาท  |   | $ป = 9$        |

นมสดราคา 17 บาท และขนมปังปิ้งราคา 9 บาท

การหาราคาของนมสดและขนมปังปิ้ง เรียกว่า การหาคำตอบของระบบสมการ ซึ่งคำตอบของระบบสมการเป็นคำตอบที่สอดคล้องกับสมการทั้งสอง

จากการแก้ปัญหาวีธีที่ 1 การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ เป็นวิธีการหนึ่งในการหาคำตอบของระบบสมการ

|  |   |                |
|--|---|----------------|
|  52 บาท |  | $2น + 2ป = 52$ |
|  44 บาท |   | $น + 3ป = 44$  |

นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ×

มีน  $(2 \times 15) + (2 \times 11) = 52$

บอย  $15 + (3 \times 11) \neq 44$

ดังนั้น นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ไม่เป็นคำตอบของระบบสมการ







นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท ✓

มีน  $(2 \times 17) + (2 \times 9) = 52$

บอย  $17 + (3 \times 9) = 44$

ดังนั้น นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท เป็นคำตอบของระบบสมการ

จากการแก้ปัญหาวีธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ และวีธีที่ 4 การสร้างตาราง เป็นวิธีการหาคำตอบของระบบสมการ ซึ่งสามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ดังแสดงต่อไปนี้

| วิธีที่ 3 การเปรียบเทียบปริมาณ   | วิธีที่ 4 การสร้างตาราง  |                 |                 |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
|--|--|-----------------|-----------------|---------|---|---|----|---|---|----|---|---|----|---|---|----|---|---|---|---|---|----|
|  52 บาท                         | <table border="1"> <thead> <tr> <th>จำนวนนมสด</th> <th>จำนวนขนมปังปิ้ง</th> <th>ราคารวม</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>52</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>3</td> <td>44</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>6</td> <td>88</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>4</td> <td>36</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>17</td> </tr> </tbody> </table> | จำนวนนมสด       | จำนวนขนมปังปิ้ง | ราคารวม | 2 | 2 | 52 | 1 | 3 | 44 | 2 | 6 | 88 | 0 | 4 | 36 | 0 | 1 | 9 | 1 | 0 | 17 |
| จำนวนนมสด  |  | จำนวนขนมปังปิ้ง | ราคารวม         |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
| 2  |  | 2               | 52              |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
| 1  |  | 3               | 44              |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
| 2  |  | 6               | 88              |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
| 0  |  | 4               | 36              |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
| 0  |  | 1               | 9               |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
| 1  | 0  | 17              |                 |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
|  44 บาท                         |  |                 |                 |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
|  $2 \times 44 = 88$ บาท         |  |                 |                 |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
|  $88 - 52 = 36$ บาท           |  |                 |                 |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
|  $36 \div 4 = 9$ บาท          |  |                 |                 |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
|  $44 - (3 \times 9) = 17$ บาท |  |                 |                 |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |
| <p>กำหนดให้ น แทน ราคานมสด<br/>ป แทน ราคาขนมปังปิ้ง</p>  | $2น + 2ป = 52$ $1น + 3ป = 44$ $2น + 6ป = 88$ $4ป = 36$ $1ป = 9$ $1น = 17$  |                 |                 |         |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |    |   |   |   |   |   |    |

การแก้ระบบสมการดังกล่าวสอดคล้องกับการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$2x + 2y = 52$$

$$x + 3y = 44$$

|   |   |
|---|---|
| <p><b>วิธีที่ 1</b></p> $2x + 2y = 52 \text{ ----- ①}$ $x + 3y = 44 \text{ ----- ②}$ $2x \text{ ②} \quad 2x + 6y = 88 \text{ ----- ③}$ $\text{③} - \text{①} \quad 4y = 36$ $y = 9$ <p>แทน <math>y = 9</math> ในสมการ ② จะได้</p> $x + 3(9) = 44$ $x + 27 = 44$ $x = 44 - 27$ $x = 17$ | <p><b>วิธีที่ 2</b></p> $2x + 2y = 52 \text{ ----- ①}$ $x + 3y = 44 \text{ ----- ②}$ $\text{①} + 2 \quad x + y = 26 \text{ ----- ③}$ $\text{②} - \text{③} \quad 2y = 18$ $y = 9$ <p>แทน <math>y = 9</math> ในสมการ ② จะได้</p> $x + 3(9) = 44$ $x + 27 = 44$ $x = 44 - 27$ $x = 17$ |
|---|---|

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้คือ (17,9)

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$4x + 7y = 6 \text{ ----- ①}$$

$$-5x - 3y = 4 \text{ ----- ②}$$

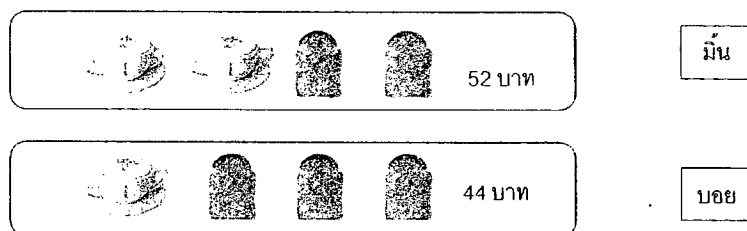
|   |   |
|---|---|
| <p><b>วิธีที่ 1</b></p> $5x \text{ ①} \quad 20x + 35y = 30 \text{ ----- ③}$ $4x \text{ ②} \quad -20x - 12y = 16 \text{ ----- ④}$ $\text{③} + \text{④} \quad 23y = 46$ $y = 2$ <p>แทน <math>y</math> ด้วย 2 ในสมการ ① จะได้</p> $4x + 7(2) = 6$ $4x + 14 = 6$ $4x = 6 - 14$ $x = -2$ | <p><b>วิธีที่ 2</b></p> $3x \text{ ①} \quad 12x + 21y = 18 \text{ ----- ③}$ $7x \text{ ②} \quad -35x - 21y = 28 \text{ ----- ④}$ $\text{③} + \text{④} \quad -23x = 46$ $x = -2$ <p>แทน <math>x</math> ด้วย -2 ในสมการ ① จะได้</p> $4(-2) + 7y = 6$ $-8 + 7y = 6$ $7y = 6 + 8$ $y = 2$ |
|---|---|

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้คือ (-2,2)

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

### ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง

1. ครูนำเสนอปัญหาที่ 1 ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสองคนคือมันและบอยไปทานขนมในร้านขนมปังนมสด โดยมันและบอยทานนมสดและขนมปังปัง ตามจำนวนและราคารวมที่แสดงดังภาพ ครูนำเสนอโดยเล่าเรื่องราวและใช้การแสดงรูปภาพ ดังแสดงต่อไปนี้



ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนทราบหรือไม่ว่า นมสดและขนมปังปังราคาอย่างละเท่าใด ให้นักเรียนอธิบายวิธีการหาคำตอบของตนเอง

2. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และทำความเข้าใจปัญหา โดยครูถามนักเรียนว่า

- โจทย์ต้องการทราบอะไร (นมสดและขนมปังปังราคาอย่างละเท่าใด)
- โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ (จำนวนนมสดและขนมปังปังที่แต่ละคนทาน และราคารวมของแต่ละคน)
- มันและบอยทานนมสดกี่แก้ว และขนมปังปังกี่แผ่น และราคารวมของแต่ละคนเป็นเท่าใด (มันทานนมสด 2 แก้ว ขนมปังปัง 2 แผ่น ราคารวม 52 บาท และบอยทานนมสด 1 แก้ว ขนมปังปัง 3 แผ่น ราคารวม 44 บาท)

ครูเน้นกับนักเรียนว่า นมสดแต่ละแก้วราคาเท่ากัน และขนมปังปังแต่ละแผ่นราคาเท่ากัน สิ่งที่แตกต่างกันคือจำนวนที่แต่ละคนทาน เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาแล้วจึงให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนช่วยกันแก้ปัญหา

### ขั้นที่ 2 ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา

1. ครูให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นคู่ โดยให้นักเรียนศึกษาข้อมูลจากโจทย์และค้นหาวิธีการแก้ปัญหาหรือเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาตามประสบการณ์เดิมของนักเรียน เช่น การเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ การเปรียบเทียบปริมาณ การสร้างตารางเปรียบเทียบปริมาณ

2. ครูเดินดูนักเรียนแก้ปัญหา และคอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ หรือใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีแตกต่างหลากหลาย

### ขั้นที่ 3 ชี้นำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน

1. ครูสุ่มเรียกนักเรียนออกมาแนะนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเองหน้าชั้นเรียนที่ละคู่ และเปิดโอกาสให้เพื่อนในชั้นเรียนซักถามเมื่อเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหา



2. ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาที่เพื่อนออกมาแนะนำเสนอ แล้วเปรียบเทียบกับวิธีการแก้ปัญหของตนเอง

3. ครูเรียกนักเรียนที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปออกมาแนะนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเองหน้าชั้นเรียน และถามนักเรียนว่ามีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปอีกหรือไม่

4. ครูดำเนินการอภิปราย โดยให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ ว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร และขั้นตอนการแก้ปัญหาดังกล่าวมีประสิทธิภาพหรือไม่ และนักเรียนเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน และตัดสินคำตอบของตนเอง

### ขั้นที่ 4 ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน

1. ครูนำเสนอปัญหาที่ 2 ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาแรก ที่นักเรียนอีกสองคนคือก้อยและกบ ชื้อขนมปังแท่งและแซนวิชจากร้านค้า ตามจำนวนและราคารวมที่กำหนด แต่ปัญหานี้กระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นแบบแผนมากขึ้น เช่น การเปรียบเทียบปริมาณ การสร้างตารางเปรียบเทียบปริมาณ หรือการใช้สัญลักษณ์ เนื่องจากการหาคำตอบโดยการเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบอาจไม่สะดวกยากลำบากสำหรับปัญหานี้ ครูนำเสนอโดยเล่าเรื่องราวและใช้การแสดงรูปภาพ ดังแสดงต่อไปนี้

|   |        |                          |
|---|--------|--------------------------|
|  | 40 บาท | <input type="checkbox"/> |
|  | 50 บาท | <input type="checkbox"/> |

ให้นักเรียนหาราคาขนมปังแท่งและราคาแซนวิช และอธิบายวิธีการหาคำตอบของตนเอง

2. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วจับคู่กับเพื่อนช่วยกัน  
แก้ปัญหา โดยดำเนินการดังนี้

2.1 ครูให้นักเรียนศึกษาข้อมูลจากโจทย์และค้นหาวิธีการแก้ปัญหาหรือเลือกใช้  
วิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนรู้จักและมีความเหมาะสมกับปัญหา เช่น การเดาคำตอบและตรวจสอบ  
ความถูกต้องของคำตอบ การเปรียบเทียบปริมาณ การสร้างตารางเปรียบเทียบปริมาณ การเขียน  
แผนปริมาณด้วยสัญลักษณ์หรือสมการ

2.2 ครูเดินดูนักเรียนแก้ปัญหา และคอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำ  
เกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มี  
ความเหมาะสมกับปัญหา หรือใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีแตกต่างหลากหลาย

2.3 ครูสุ่มเรียกนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง  
หน้าชั้นเรียนที่ละคู่ และเปิดโอกาสให้เพื่อนในชั้นเรียนซักถามเมื่อเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับขั้นตอนการ  
แก้ปัญหา

2.4 ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาที่เพื่อนออกมานำเสนอ แล้ว  
เปรียบเทียบกับวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง

2.5 ครูเรียกนักเรียนที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปออกมานำเสนอวิธีการ  
แก้ปัญหาและคำตอบของตนเองหน้าชั้นเรียน และถามนักเรียนว่ามีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไป  
อีกหรือไม่

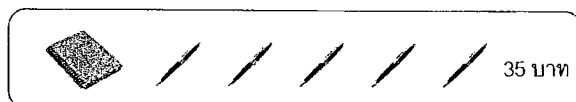
2.6 ครูดำเนินการอภิปราย โดยให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับวิธีการ  
แก้ปัญหาแบบต่างๆ ว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร และขั้นตอนการแก้ปัญหาดังกล่าว มีประสิทธิ  
ภาพหรือไม่ และนักเรียนเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน และตัดสินคำตอบ  
ของตนเอง

3. ครูนำเสนอปัญหาที่ 3 และปัญหาที่ 4 ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหา  
แรก และเป็นปัญหาที่กระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นแบบแผนมากขึ้น ครูนำเสนอโดย  
เล่าเรื่องราวและใช้การแสดงรูปภาพ ดังแสดงต่อไปนี้ และดำเนินการตามขั้นตอนข้อที่ 2

### ปัญหาที่ 3





ขวัญ






ชาย

ปัญหาที่ 4






|   |           |      |
|---|-----------|------|
|  | 54.50 บาท | แปรง |
|  | 50.50 บาท | ป้อม |

4. ครูเชื่อมโยงวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนไปสู่มโนทัศน์และขั้นตอนการแก้ระบบสมการ ครูใช้การถามตอบและให้นักเรียนร่วมอภิปราย เพื่อพัฒนาเป็นมโนทัศน์ของระบบสมการและขั้นตอนการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน โดยดำเนินการดังนี้

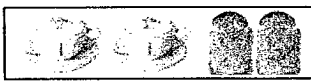

4.1 ครูให้นักเรียนพิจารณาปัญหาที่ 1-4 แล้วถามนักเรียนว่าจากปัญหาดังกล่าวสามารถนำมาเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ได้อย่างไร ครูยกตัวอย่างปัญหาที่ 1 แล้วแนะนำนักเรียนว่าการเขียนความสัมพันธ์ของปริมาณดังกล่าว เรียกว่า ระบบสมการ

|   |        |   |                |
|---|--------|---|----------------|
|  | 52 บาท |  | $2น + 2ป = 52$ |
|  | 44 บาท |   | $น + 3ป = 44$  |

4.2 ครูให้นักเรียนพิจารณาคำตอบของปัญหาที่ 1 แล้วถามนักเรียนว่าคำตอบของปัญหาดังกล่าวคืออะไร (นมสดราคา 17 บาท และขนมปังปิ้งราคา 9 บาท) ครูแนะนำนักเรียนว่าคำตอบดังกล่าว เรียกว่า คำตอบของระบบสมการ

|   |        |   |   |
|---|--------|---|---|
|  | 52 บาท |  | $2น + 2ป = 52$                          |
|  | 44 บาท |   | $น + 3ป = 44$                           |
|  | 17 บาท |   | $น = 17$                                |
|  | 9 บาท  |   | $ป = 9$                                 |
|   |        |   | นมสดราคา 17 บาท และขนมปังปิ้งราคา 9 บาท |

4.3 ครูให้นักเรียนพิจารณาการหาคำตอบของปัญหาที่ 1 ด้วยการเดาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ แล้วถามนักเรียนว่าคำตอบของระบบสมการมีลักษณะอย่างไร ครูใช้การถามตอบจนนักเรียนสามารถสรุปได้ว่า คำตอบของระบบสมการเป็นคำตอบที่สอดคล้องกับสมการทั้งสอง

|   |        |               |                |
|---|--------|---------------|----------------|
|    | 52 บาท | $\Rightarrow$ | $2n + 2p = 52$ |
|    | 44 บาท |               | $n + 3p = 44$  |
| <p><b>นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ✕</b></p> <p>    มีน    <math>(2 \times 15) + (2 \times 11) = 52</math></p> <p>    บอย    <math>15 + (3 \times 11) \neq 44</math></p> <p>ดังนั้น นมสดราคา 15 บาท ขนมปังปิ้งราคา 11 บาท ไม่เป็นคำตอบของระบบสมการ</p> <p><b>นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท ✓</b></p> <p>    มีน    <math>(2 \times 17) + (2 \times 9) = 52</math></p> <p>    บอย    <math>17 + (3 \times 9) = 44</math></p> <p>ดังนั้น นมสดราคา 17 บาท ขนมปังปิ้งราคา 9 บาท เป็นคำตอบของระบบสมการ</p> |        |               |                |

4.4 ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่ 1 แล้วถามนักเรียนว่าวิธีการหาคำตอบของปัญหาดังกล่าวมีวิธีใดบ้าง ครูใช้การถามตอบจนนักเรียนสามารถสรุปได้ว่าวิธีการหาคำตอบของระบบสมการวิธีการหนึ่งคือวิธีการเดาคำตอบเพื่อหาคำตอบที่สอดคล้องกับสมการทั้งสอง

4.5 ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่ 1 ด้วยการเปรียบเทียบปริมาณ และการสร้างตารางเปรียบเทียบปริมาณ ครูใช้การถามตอบจนนักเรียนสามารถสรุปได้ว่าวิธีการหาคำตอบของระบบสมการดังกล่าวสอดคล้องกับการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ

|                |
|----------------|
| $2n + 2p = 52$ |
| $1n + 3p = 44$ |
| $2n + 6p = 88$ |
| $4p = 36$      |
| $p = 9$        |
| $n = 17$       |

4.6 ครูแนะนำวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่ 1 โดยใช้วิธีการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน โดยยกตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 แล้วแนะนำวิธีการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

4.7 ครูให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหาที่ 2-4 โดยใช้วิธีการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน โดยสุ่มให้นักเรียนทำคนละ 1 ข้อ แล้วสุ่มให้นักเรียนออกมาเฉลยบนกระดาน

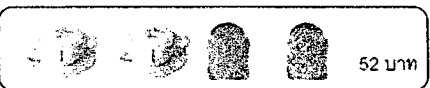


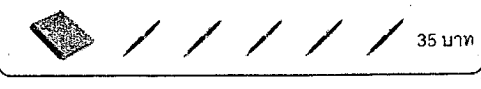


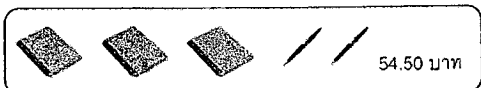
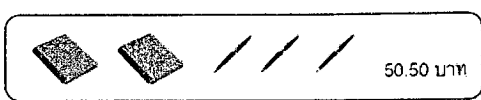
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ของระบบสมการและขั้นตอนการแก้ระบบสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันอีกครั้ง โดยการถามตอบ

**ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์**

1. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน
2. ครูคอยให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเมื่อนักเรียนต้องการ
3. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอการแก้ระบบสมการเป็นรายบุคคล พร้อมใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบและพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน
4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 การแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยให้อิสระนักเรียนในการเลือกใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนอาจใช้วิธีการแก้ปัญหาของตนเองหรือใช้สมบัติของการเท่ากัน ตามความเหมาะสมของปัญหา

**7. สื่อการเรียนรู้**

1) ภาพโจทย์ปัญหา

|  |  |
|--|--|
| <p><b>ปัญหาที่ 1</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  <span style="float: right;">52 บาท</span> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  <span style="float: right;">44 บาท</span> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">มัน</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px; margin-left: 100px;">บอย</span> </div> | <p><b>ปัญหาที่ 3</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  <span style="float: right;">40 บาท</span> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  <span style="float: right;">35 บาท</span> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ขวัญ</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px; margin-left: 100px;">ชาย</span> </div>        |
| <p><b>ปัญหาที่ 2</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  <span style="float: right;">40 บาท</span> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  <span style="float: right;">50 บาท</span> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ก้อย</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px; margin-left: 100px;">กบ</span> </div> | <p><b>ปัญหาที่ 4</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  <span style="float: right;">54.50 บาท</span> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  <span style="float: right;">50.50 บาท</span> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">แป้ง</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px; margin-left: 100px;">ป้อม</span> </div> |

- 2) แบบฝึกหัดที่ 1 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน
- 3) แบบฝึกหัดที่ 2 การแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

#### 8. การประเมินการเรียนรู้ ประเมินในประเด็นดังต่อไปนี้

- 1) การค้นหาวิธีการแก้ปัญหาและการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหา
- 2) ความถูกต้องของขั้นตอนการแก้ปัญหาและความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ
- 3) พฤติกรรมการร่วมกิจกรรมการตอบคำถามและการอภิปรายในชั้นเรียน
- 4) ความถูกต้องของการทำแบบฝึกหัดที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 2



**แผนการจัดการเรียนรู้**  
**สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1**  
**เรื่อง พื้นที่ผิวของปริซึม จำนวน 2 ชั่วโมง**

---

**1. สาระ**

สาระที่ 2: การวัด

**2. มาตรฐานการเรียนรู้**

ค 2.1: เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

ค 2.2: แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

**3. ตัวชี้วัด**

1. หาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก

2. ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

3. ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ

**4. จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ**

**4.1 ด้านความรู้**

1) บอกลักษณะของผิวข้างและฐานของปริซึมได้

2) วาดรูปคลี่ของปริซึมได้

3) หาพื้นที่ผิวของปริซึมและแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมได้

**4.2 ด้านทักษะและกระบวนการ**

1) ใช้เหตุผลในการอธิบายลักษณะของผิวข้างและฐานของปริซึมชนิดต่างๆ ได้

2) เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมไปสู่การนำไปใช้แก้ปัญหาที่พบในชีวิตจริงได้

**4.3 ด้านคุณลักษณะ**

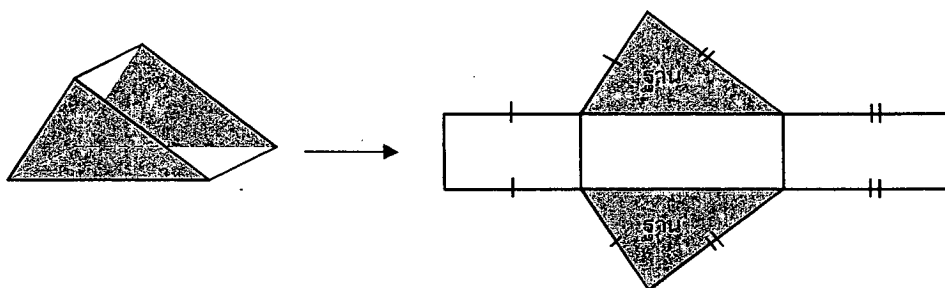
1) มีความกระตือรือร้นและสนใจเรียน

2) มีความรับผิดชอบ

5. สารการเรียนรู้

การหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติใดๆ เป็นการหาพื้นที่ของพื้นผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น

การหาพื้นที่ผิวของปริซึมหาได้โดยหาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดรวมกับพื้นที่ของฐานทั้งสอง ซึ่งอธิบายโดยใช้รูปคลี่ ดังนี้

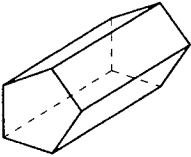
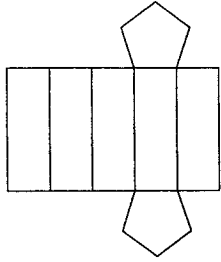
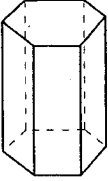
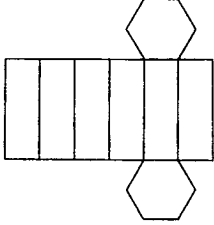
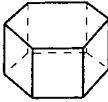
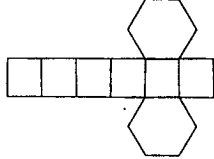


รูปคลี่ของปริซึมสามเหลี่ยม

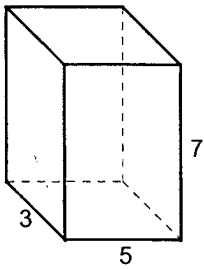
พื้นที่ผิวของปริซึมเท่ากับพื้นที่ทั้งหมดของรูปคลี่ของปริซึม

ตัวอย่างรูปคลี่ของปริซึมชนิดต่างๆ

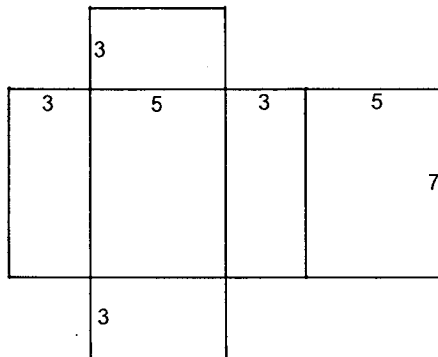
| ชื่อปริซึม               | ปริซึม | รูปคลี่ของปริซึม |
|--------------------------|--------|------------------|
| ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า |        |                  |
| ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส  |        |                  |
| ปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า   |        |                  |

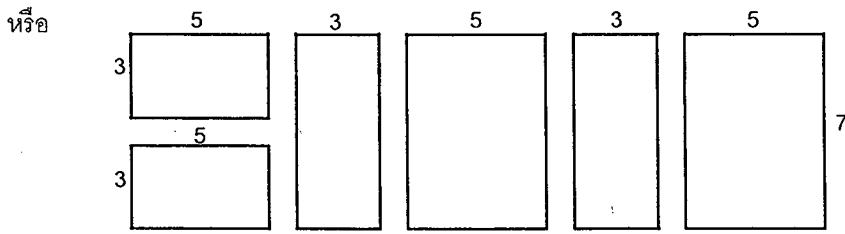
| ชื่อปริซึม                  | ปริซึม   | รูปคลี่ของปริซึม  |
|-----------------------------|--|---|
| ปริซึมห้าเหลี่ยม            |   |   |
| ปริซึมหกเหลี่ยม<br>ด้านเท่า |   |   |
| ปริซึมหกเหลี่ยม<br>ด้านเท่า |  |  |

ตัวอย่าง 1 จงหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ (กำหนดหน่วยความยาวเป็นเซนติเมตร)



วิธีทำ รูปคลี่ของปริซึม แสดงดังนี้



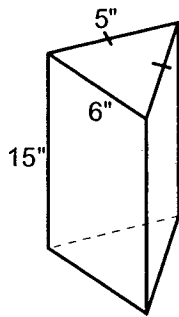


พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ ผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสอง และพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปที่อยู่ด้านข้างของปริซึม  
พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ  $2 \times (3 \times 5) + 2 \times (3 \times 6) + 2 \times (5 \times 6)$  ตารางเซนติเมตร

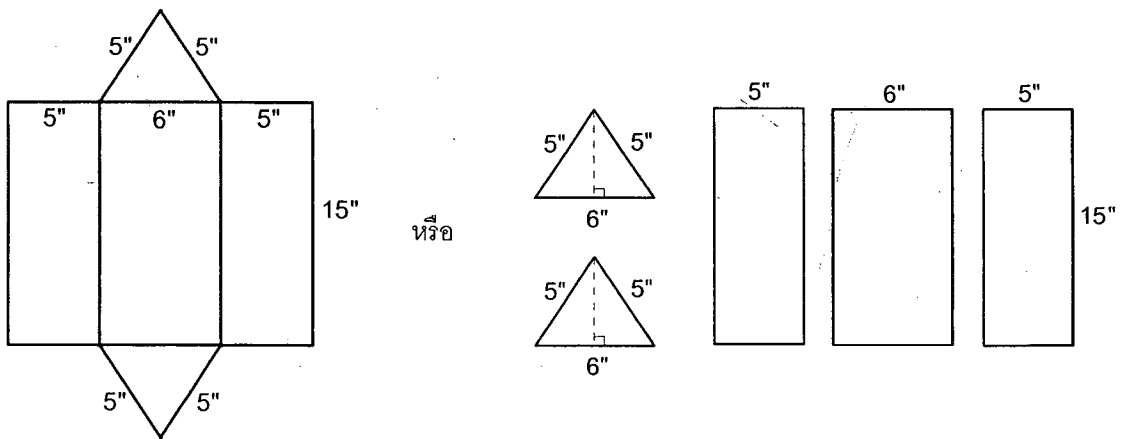
$$= 30 + 36 + 60 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$= 126 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

**ตัวอย่าง 2** จงหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้



**วิธีทำ** รูปคลี่ของปริซึม แสดงดังนี้



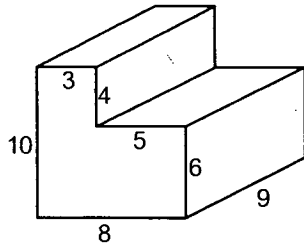
พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ ผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสอง และพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปที่อยู่ด้านข้างของปริซึม

พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ  $2 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 4\right) + (6 \times 15) + 2 \times (5 \times 15)$  ตารางนิ้ว

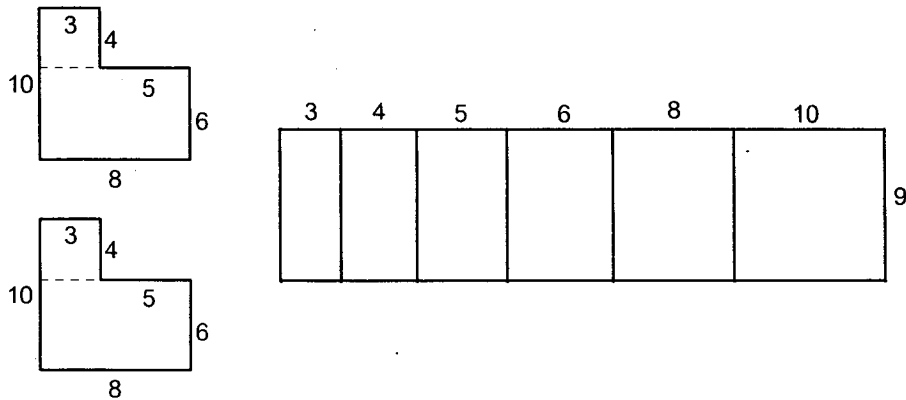
$$= 24 + 90 + 150 \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$= 264 \text{ ตารางนิ้ว}$$

**ตัวอย่าง 3** จงหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ (กำหนดหน่วยความยาวเป็นเซนติเมตร)



**วิธีทำ** รูปคลี่ของปริซึม แสดงดังนี้



พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ ผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสอง และพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปที่อยู่ด้านข้างของปริซึม  
พื้นที่ผิวของปริซึม เท่ากับ  $2 \times [(3 \times 4) + (8 \times 6)] + [(3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10) \times 9]$  ตารางเซนติเมตร

$$= 2 \times (12 + 48) + (36 \times 9) \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$= 120 + 324 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$= 444 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

### ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง

1. ครูนำเสนอปัญหาที่ 1 ให้นักเรียนแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบว่ากระดาษที่นำมาใช้ทำกล่องมีพื้นที่เท่าใด ครูนำเสนอปัญหาโดยการเล่าเรื่องของบริษัทแห่งหนึ่งที่ต้องการผลิตกล่องใส่สินค้าโดยอยากทราบว่าต้องใช้กระดาษอย่างน้อยที่สุดเท่าใด และแสดงกล่องสินค้าให้นักเรียนดู และแจกกล่องสินค้าให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด ดังแสดงต่อไปนี้

ปัญหาที่ 1



ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนทราบหรือไม่ว่าในการทำกล่องดังกล่าว ต้องใช้กระดาษอย่างน้อยที่สุดเท่าใด ให้นักเรียนอธิบายวิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาคำตอบ

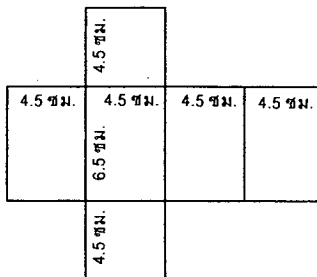
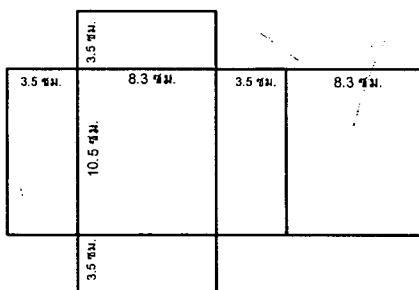
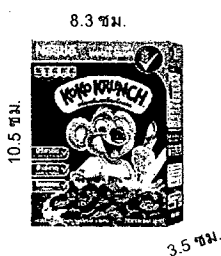
2. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา

3. ครูตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจปัญหาเป็นอย่างดีแล้วหรือไม่ โดยใช้การถามตอบ เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาดีแล้วจึงเข้ากลุ่มช่วยกันแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา

1. ครูแจกอุปกรณ์ให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด (อุปกรณ์ที่แจกให้นักเรียน ประกอบด้วย กล่องสินค้า กรรไกร และไม้บรรทัด)

2. ครูให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเพื่อหาคำตอบว่ากระดาษที่นำมาใช้ทำกล่องมีพื้นที่เท่าใด โดยให้นักเรียนสังเกตลักษณะของผิวด้านข้างและฐานของกล่อง ว่าเป็นรูปอะไร มีความยาวด้านเท่าใด และค้นหาวิธีการแก้ปัญหาหรือเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาตามประสบการณ์เดิมของนักเรียน เช่น ตัดกล่องตามแนวความสูงของกล่องเพื่อพิจารณาผิวด้านข้าง และวัดความยาวของด้าน แล้วคำนวณหาพื้นที่กระดาษที่ใช้ทำกล่อง



3. ครูเดินดูนักเรียนแก้ปัญหา และคอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำในการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ เพื่อให้นักเรียนค้นหาวิธีการแก้ปัญหาจากประสบการณ์หรือความรู้เดิมที่มี

### ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน

1. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบว่ากระดาษที่นำมาใช้ทำกล่องมีพื้นที่เท่าใดและเสนอคำตอบของกลุ่มหน้าชั้นเรียน และให้เพื่อนกลุ่มอื่นๆ ชักถามเมื่อเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา

2. ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนที่ออกมานำเสนอแล้วเปรียบเทียบกับวิธีการของกลุ่มของตนเอง

3. ครูดำเนินการอภิปราย โดยถามนักเรียนว่าวิธีการหาพื้นที่ของกระดาษที่ใช้ทำกล่องของกลุ่มต่างๆ ว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร วิธีการต่างๆ ให้คำตอบตรงกันหรือไม่ วิธีใดง่ายและสะดวกกว่ากัน จากนั้นให้นักเรียนเปรียบเทียบคำตอบของกลุ่มอื่นๆ กับคำตอบของกลุ่มตนเอง และตัดสินใจว่าคำตอบที่ถูกต้องคืออะไร

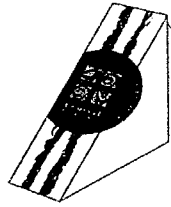
4. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมกับฐานของปริซึมว่ามีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ว่า จำนวนหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมเท่ากับจำนวนเหลี่ยมของฐานปริซึม และความยาวของหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมมีขนาดเท่ากับความยาวของฐานแต่ละด้าน

5. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของความสูงของหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมกับความสูงของปริซึมว่ามีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ว่า ความสูงของหน้าทุกหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมเท่ากับความสูงของปริซึม

### ขั้นที่ 4 ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน

1. ครูนำเสนอปัญหาที่ 2 และปัญหาที่ 3 ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับการออกแบบกล่องใส่แซนวิชและกล่องขนม ให้นักเรียนแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบว่ากระดาษที่นำมาใช้ทำกล่องมีพื้นที่เท่าใด ครูนำเสนอโดยใช้การแสดงรูปภาพ ดังแสดงต่อไปนี้

ปัญหาที่ 2



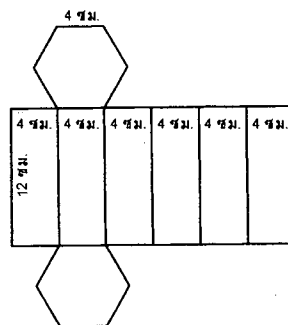
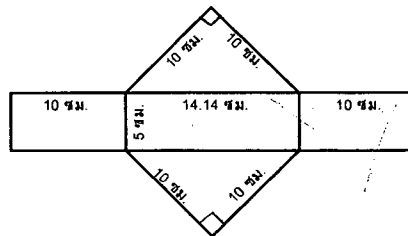
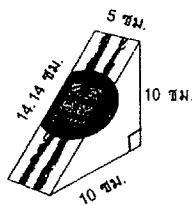
ปัญหาที่ 3



ปัญหาทั้งสองนี้กระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับผิวข้างของปริซึม เนื่องจากนักเรียนไม่ได้รับอุปกรณ์และกล่องสินค้าของจริงเช่นปัญหาที่ 1 นักเรียนจึงต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับผิวข้างของปริซึม และวาดรูปคลี่ของปริซึม แล้วหาพื้นที่ทั้งหมดของรูปคลี่นั้น

2. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วเข้ากลุ่มช่วยกันแก้ปัญหา โดยดำเนินการดังนี้

2.1 ครูให้นักเรียนสังเกตลักษณะของผิวด้านข้างและฐานของกล่อง และค้นหาวิธีการแก้ปัญหาหรือเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความเหมาะสมกับปัญหา เช่น วาดรูปคลี่ของปริซึม แล้วระบุความยาวและความสูงของหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมซึ่งมีขนาดเท่ากับความยาวของฐานแต่ละด้านและความสูงของปริซึมตามลำดับ แล้วหาพื้นที่ทั้งหมดของรูปคลี่นั้น โดยหาผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสองและพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปที่เป็นด้านข้างของปริซึม หรืออาจหาความยาวรอบฐานแล้วคูณด้วยความสูงของปริซึม



2.2 ครูเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มแก้ปัญหา และคอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำในการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ

2.3 ครูสุ่มเรียกนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบว่ากระดาษที่นำมาใช้ทำกล่องมีพื้นที่เท่าใดและเสนอคำตอบของกลุ่มหน้าชั้นเรียน และให้เพื่อนกลุ่มอื่นๆ ชักถามเมื่อเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา

2.4 ครูให้นักเรียนพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนที่ออกมานำเสนอแล้วเปรียบเทียบกับวิธีการของกลุ่มของตนเอง

2.5 ครูเรียกนักเรียนกลุ่มที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของกลุ่มหน้าชั้นเรียน และถามนักเรียนว่ามีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปอีกหรือไม่

2.6 ครูดำเนินการอภิปราย โดยถามนักเรียนว่าวิธีการหาพื้นที่ของกระดาษที่ใช้ทำกล่องของกลุ่มต่างๆ ว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร วิธีการต่างๆ ให้คำตอบตรงกันหรือไม่ วิธีใดง่ายและสะดวกกว่ากัน จากนั้นให้นักเรียนเปรียบเทียบคำตอบของกลุ่มอื่นๆ กับคำตอบของกลุ่มตนเอง และตัดสินใจว่าคำตอบที่ถูกต้องคืออะไร

3. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมกับฐานของปริซึมว่ามีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ว่า จำนวนหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมเท่ากับจำนวนเหลี่ยมของฐานปริซึม และความยาวของหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมมีขนาดเท่ากับความยาวของฐานแต่ละด้าน

4. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของความสูงของหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมกับความสูงของปริซึมว่ามีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ว่า ความสูงของหน้าทุกหน้าที่อยู่ด้านข้างของปริซึมเท่ากับความสูงของปริซึม

5. ครูเชื่อมโยงวิธีการแก้ปัญหานักเรียนไปสู่มโนทัศน์และขั้นตอนการหาพื้นที่ผิวของปริซึม โดยใช้การถามตอบและให้นักเรียนร่วมอภิปราย เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ว่า พื้นที่ผิวของปริซึมเท่ากับพื้นที่ทั้งหมดของรูปคลี่ของปริซึม และการหาพื้นที่ผิวของปริซึมหาได้จากผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสองของปริซึม และพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปที่เป็นด้านข้างของปริซึม หรือความยาวรอบฐานปริซึมคูณด้วยความสูงของปริซึม

6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์และขั้นตอนการหาพื้นที่ผิวของปริซึมอีกครั้ง

ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์

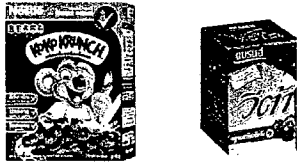
1. ครูยกตัวอย่างที่ 1-2 บนกระดานให้นักเรียนร่วมอภิปรายว่าการหาคำตอบของปัญหาดังกล่าวต้องทราบข้อมูลอะไรเพิ่มเติม และดำเนินการแก้ปัญหอย่างไร แล้วแสดงการแก้ปัญหาดังกล่าว โดยใช้การถามตอบ

2. ครูยกตัวอย่างที่ 3 บนกระดาน แล้วสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน


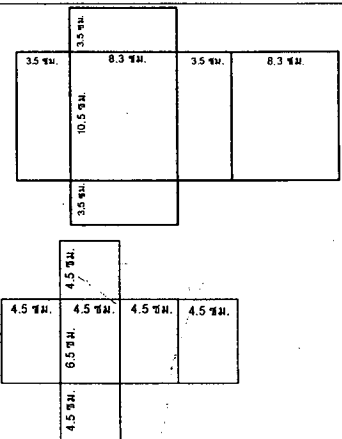
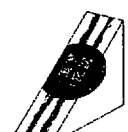
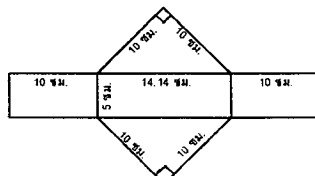

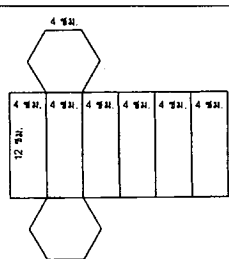
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 การหาพื้นที่ผิวของปริซึม

7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1) ชุดอุปกรณ์ ประกอบด้วย กล่องสินค้า กรรไกร และไม้บรรทัด



2) รูปภาพโจทย์ปัญหาและรูปคลี่ของกล่อง

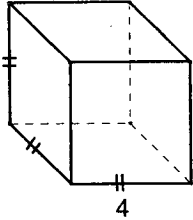
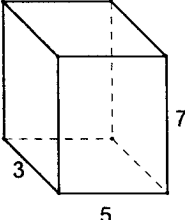
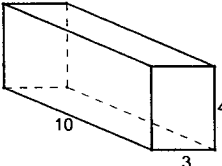
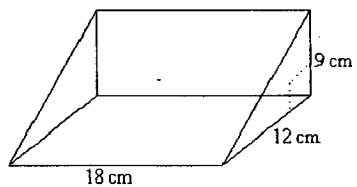
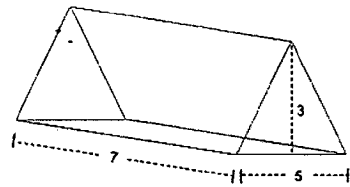
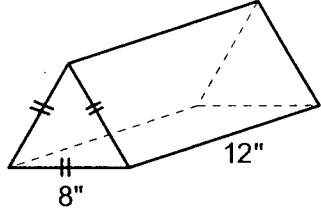
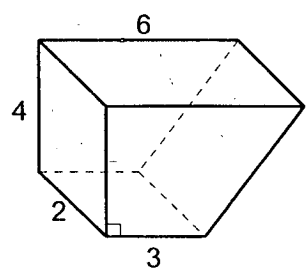
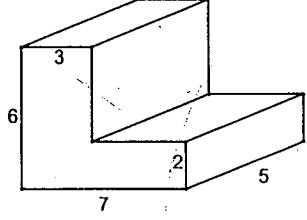
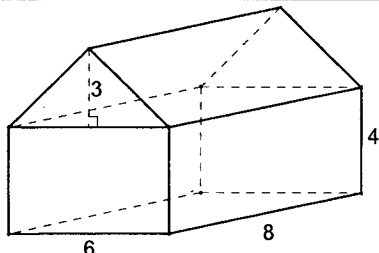
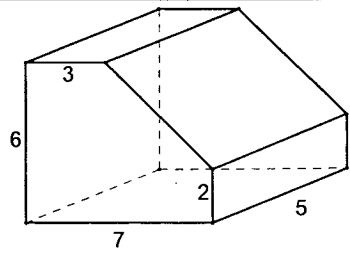
|   |  |
|---|--|
| <p>ปัญหาที่ 1</p>  |  |
| <p>ปัญหาที่ 2</p>  |  |
| <p>ปัญหาที่ 3</p>  |  |

## 8. การประเมินการเรียนรู้ ประเมินในประเด็นดังต่อไปนี้

- 1) การค้นหาวิธีการแก้ปัญหาและการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหา
- 2) ความถูกต้องของการแก้ปัญหาและความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ
- 3) พฤติกรรมความร่วมมือกิจกรรมกลุ่ม การตอบคำถาม และการอภิปรายในชั้นเรียน
- 4) ความถูกต้องของการทำแบบฝึกหัดที่ 1

**แบบฝึกหัดที่ 1**  
**การหาพื้นที่ผิวของปริซึม**

จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมต่อไปนี้

|  |  |
|--|--|
| <p>1</p>    | <p>2</p>     |
| <p>3</p>    | <p>4</p>     |
| <p>5</p>   | <p>6</p>    |
| <p>7</p>  | <p>8</p>   |
| <p>9</p>  | <p>10</p>  |

## ภาคผนวก ง

### ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ

1. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คุณิศาสตร์ด้านความรู้
2. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คุณิศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน
3. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คุณิศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน

1. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้

| สาระ                                      | มาตรฐาน   | ตัวชี้วัด   | สาระการเรียนรู้<br>แกนกลาง  | หัวเรื่องย่อย   | จำนวน<br>ชั่วโมง<br>สอน | ฉบับ tryout             |                                   | ฉบับ ใช้งานจริง         |                                   |
|---|---|---|---|---|-------------------------|-------------------------|-----------------------------------|-------------------------|-----------------------------------|
|   |   |   |   |   |                         | องค์ประกอบที่ต้องการวัด |                                   | องค์ประกอบที่ต้องการวัด |                                   |
|   |   |   |   |   |                         | ความรู้เชิง<br>มโนทัศน์ | ความรู้เชิง<br>ขั้นตอน<br>วิธีการ | ความรู้เชิง<br>มโนทัศน์ | ความรู้เชิง<br>ขั้นตอน<br>วิธีการ |
|   |   |   |   |   |                         | จำนวนข้อ                |                                   | จำนวนข้อ (ข้อที่)       |                                   |
| สาระที่ 3:<br>เรขาคณิต                    | มาตรฐาน ค 3.1: อธิบาย<br>และวิเคราะห์รูปเรขาคณิต<br>สองมิติและสามมิติ                         | 1. อธิบายลักษณะและ<br>สมบัติของปริซึม พีระมิด ทรง<br>กระบอก กรวย และทรงกลม  | - ลักษณะและสมบัติของ<br>ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก<br>กรวย และทรงกลม  | 1.1 รูปเรขาคณิตสามมิติ  | 2                       | 4 ข้อ                   | -                                 | 3 ข้อ<br>(1,2,3)        | -                                 |
| สาระที่ 2:<br>การวัด                      | มาตรฐาน ค 2.1: เข้าใจ<br>พื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัด<br>และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่<br>ต้องการวัด | 1. หาพื้นที่ผิวของปริซึมและ<br>ทรงกระบอก  | - พื้นที่ผิวของปริซึม และ<br>ทรงกระบอก  | 1.3 พื้นที่ผิวของปริซึม และ<br>ทรงกระบอก  | 3                       | 2 ข้อ                   | 2 ข้อ                             | 1 ข้อ<br>(4)            | 1 ข้อ<br>(5)                      |
|   |   | 2. หาปริมาตรของปริซึม<br>ทรงกระบอก พีระมิด กรวย<br>และทรงกลม  | - ปริมาตรของปริซึม<br>ทรงกระบอก พีระมิด กรวย<br>และทรงกลม   | 1.2 ปริมาตรของปริซึม<br>ทรงกระบอก พีระมิด กรวย<br>และทรงกลม   |                         |                         |                                   |                         |                                   |
|   |   | 3. เปรียบเทียบหน่วย<br>ความจุหรือหน่วยปริมาตร<br>ในระบบเดียวกันหรือต่าง<br>ระบบ และเลือกใช้หน่วย<br>การวัดได้อย่างเหมาะสม | - การเปรียบเทียบหน่วยความ<br>จุหรือหน่วยปริมาตรในระบบ<br>เดียวกันหรือต่างระบบ<br>- การเลือกใช้หน่วยการวัด<br>เกี่ยวกับความจุหรือปริมาตร | - การเปรียบเทียบหน่วยความ<br>จุหรือหน่วยปริมาตรในระบบ<br>เดียวกันหรือต่างระบบ<br>- การเลือกใช้หน่วยการวัด<br>เกี่ยวกับความจุหรือปริมาตร | 11                      | 3 ข้อ                   | 4 ข้อ                             | 2 ข้อ<br>(6,7)          | 3 ข้อ<br>(8, 9,10)                |
|   |   | 4. ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับ<br>การวัดในสถานการณ์ต่างๆ<br>ได้อย่างเหมาะสม  | - การคาดคะเนเกี่ยวกับกร<br>วัด  | - การคาดคะเนเกี่ยวกับกร<br>วัด  |                         |                         |                                   |                         |                                   |
| มาตรฐาน ค 2.2:<br>แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด | 1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่<br>พื้นที่ผิว และปริมาตรในการ<br>แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ       | - การใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่<br>พื้นที่ผิว และปริมาตรในการ<br>แก้ปัญหา   | 1.4 การใช้ความรู้เกี่ยวกับ<br>พื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตร<br>ในการแก้ปัญหา  |   |                         |                         |                                   |                         |                                   |

| สาระ                  | มาตรฐาน   | ตัวชี้วัด  | สาระการเรียนรู้แกนกลาง   | หัวเรื่องย่อย   | จำนวนชั่วโมงสอน | ฉบับ tryout             |                                   | ฉบับ ใช้งานจริง         |                                   |
|-----------------------|---|--|--|---|-----------------|-------------------------|-----------------------------------|-------------------------|-----------------------------------|
|                       |   |  |  |   |                 | องค์ประกอบที่ต้องการวัด |                                   | องค์ประกอบที่ต้องการวัด |                                   |
|                       |   |  |  |   |                 | ความรู้เชิง<br>มโนทัศน์ | ความรู้เชิง<br>ขั้นตอน<br>วิธีการ | ความรู้เชิง<br>มโนทัศน์ | ความรู้เชิง<br>ขั้นตอน<br>วิธีการ |
| จำนวนข้อ              |   | จำนวนข้อ (ข้อที่)  |  |   |                 |                         |                                   |                         |                                   |
| สาระที่ 4:<br>พีชคณิต | มาตรฐาน ค 4.2:<br>ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ<br>กราฟ และตัวแบบเชิง<br>คณิตศาสตร์<br>(mathematical<br>model) อื่นๆ แทน<br>สถานการณ์ต่างๆ ตลอดจน<br>แปลความหมายและ<br>นำไปใช้แก้ปัญหา | 2. เขียนกราฟแสดงความ<br>เกี่ยวข้องระหว่างปริมาณ<br>สองชุดที่มีความสัมพันธ์<br>เชิงเส้น                       | - กราฟแสดงความ<br>เกี่ยวข้องระหว่างปริมาณ<br>สองชุดที่มีความสัมพันธ์<br>เชิงเส้น | 2.1 กราฟแสดงความ<br>สัมพันธ์ระหว่างปริมาณ<br>ที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น                  | 3               | 2 ข้อ                   | 2 ข้อ                             | 1 ข้อ<br>( 11 )         | 1 ข้อ<br>( 12 )                   |
|                       |   | 3. เขียนกราฟของสมการ<br>เชิงเส้นสองตัวแปร  | - กราฟของสมการเชิงเส้น<br>สองตัวแปร  | 2.2 กราฟของสมการเชิง<br>เส้นสองตัวแปร   | 7               | 4 ข้อ                   | 3 ข้อ                             | 3 ข้อ<br>(13,14,15)     | 2 ข้อ<br>(16,17)                  |
|                       |   | 4. อ่านและแปล<br>ความหมายกราฟของ<br>ระบบสมการเชิงเส้นสอง<br>ตัวแปร และกราฟอื่นๆ                              | - กราฟของระบบสมการ<br>เชิงเส้นสองตัวแปร<br>- กราฟอื่นๆ                           | 2.3 กราฟกับการนำไปใช้   | 5               | 2 ข้อ                   | 3 ข้อ                             | 1 ข้อ<br>( 18 )         | 2 ข้อ<br>(19,20)                  |
|                       |   |  |  | 3.1 ระบบสมการเชิงเส้น<br>สองตัวแปรและกราฟ   | 4               | 4 ข้อ                   | 3 ข้อ                             | 3 ข้อ<br>(21,22,23)     | 2 ข้อ<br>( 24,25 )                |
|                       |   | 5. แก้ระบบสมการเชิงเส้น<br>สองตัวแปรและนำไปใช้<br>แก้ปัญหา พร้อมทั้ง<br>ตระหนักถึงความ<br>สมเหตุสมผลของคำตอบ | - ระบบสมการเชิงเส้นสอง<br>ตัวแปรและการนำไปใช้                                    | 3.2 การแก้ระบบสมการ<br>เชิงเส้นสองตัวแปรและ<br>โจทย์ปัญหาระบบสมการ<br>เชิงเส้นสองตัวแปร | 10              | 2 ข้อ                   | 5 ข้อ                             | 1 ข้อ<br>(26)           | 4 ข้อ<br>(27,28,29,<br>30)        |
| รวม                   |   |  |  |   | 45<br>ชั่วโมง   | 23 ข้อ                  | 22 ข้อ                            | 15 ข้อ                  | 15 ข้อ                            |
|                       |   |  |  |   |                 | 45 ข้อ                  |                                   | 30 ข้อ                  |                                   |

2. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน

| สาระ  | มาตรฐาน   | ตัวชี้วัด  | สาระการเรียนรู้<br>แกนกลาง   | หัวเรื่องย่อย   | จำนวน<br>ชั่วโมง<br>สอน | ด้านสมรรถนะ |                   |
|---|---|--|--|---|-------------------------|-------------|-------------------|
|   |   |  |  |   |                         | ฉบับ tryout | ฉบับใช้จริง       |
|   |   |  |  |   |                         | จำนวนข้อ    | จำนวนข้อ (ข้อที่) |
| สาระที่ 1:<br>จำนวนและการ<br>ดำเนินการ  | มาตรฐาน ค 1.1:<br>เข้าใจถึงความหลากหลาย<br>ของการแสดงจำนวนและ<br>การใช้จำนวนในชีวิตจริง   | 1. เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมและเขียนทศนิยม<br>ซ้ำในรูปเศษส่วน  | - เศษส่วนและ<br>ทศนิยมซ้ำ  | 2.1 จำนวนตรรกยะ<br><br>2.2 จำนวนอตรรกยะ<br><br>2.3 รากที่สอง<br><br>2.4 รากที่สาม | 18                      | 2 ข้อ       | 1 ข้อ<br><br>(3)  |
|   |   | 2. จำแนกจำนวนจริงที่กำหนดให้ และยก<br>ตัวอย่างจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ   | - จำนวนตรรกยะ และ<br>จำนวนอตรรกยะ  |   |                         |             |                   |
|   |   | 3. อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของ<br>จำนวนจริง  | - รากที่สองและรากที่<br>สามของจำนวนจริง  |   |                         |             |                   |
|   | มาตรฐาน ค 1.2:<br>เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการ<br>ดำเนินการของจำนวนและ<br>ความสัมพันธ์ระหว่าง<br>การดำเนินการต่าง ๆ และใช้<br>การดำเนินการในการ<br>แก้ปัญหา | 1. หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม<br>โดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้ในการ<br>แก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุ<br>สมผลของคำตอบ | - การหารากที่สองและ<br>รากที่สามของจำนวน<br>เต็มโดยการแยกตัว<br>ประกอบและนำไปใช้ |   |                         |             |                   |
| 2. อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองและ<br>รากที่สามของจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม<br>บอกความสัมพันธ์ของการยกกำลังกับการหา<br>รากของจำนวนจริง |   | - รากที่สองและรากที่<br>สามของจำนวนเต็ม  |  |   |                         |             |                   |
| มาตรฐาน ค 1.3:<br>ใช้การประมาณค่าในการ<br>คำนวณและแก้ปัญหา  | 1. หาค่าประมาณของรากที่สอง และรากที่สาม<br>ของจำนวนจริง และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา<br>พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของ<br>คำตอบ                            | - รากที่สองและรากที่<br>สามของจำนวนจริง<br>และการนำไปใช้   |  |   |                         |             |                   |
| มาตรฐาน ค 1.4:<br>เข้าใจระบบจำนวน และนำ<br>สมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้  | 1. บอกความเกี่ยวข้องของจำนวนจริง<br>จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ   | - จำนวนตรรกยะ และ<br>จำนวนอตรรกยะ  |  |   |                         |             |                   |

| สาระ                   | มาตรฐาน  | ตัวชี้วัด   | สาระการเรียนรู้<br>แกนกลาง                            | หัวเรื่องย่อย                                   | จำนวน<br>ชั่วโมง<br>สอน | ด้านสมรรถนะ |                   |
|------------------------|--|---|---|---|-------------------------|-------------|-------------------|
|                        |  |   |   |   |                         | ฉบับ tryout | ฉบับใช้จริง       |
|                        |  |   |   |   |                         | จำนวนข้อ    | จำนวนข้อ (ข้อที่) |
| สาระที่ 3:<br>เรขาคณิต | มาตรฐาน ค 3.2: ใช้การ<br>นิกภาพ (visualization)<br>ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ<br>(spatial reasoning)<br>และใช้แบบจำลองทาง<br>เรขาคณิต (geometric<br>model) ในการแก้ปัญหา        | 2. ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ<br>ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา                                      | - ทฤษฎีบทพีทาโกรัส<br>และบทกลับ และการ<br>นำไปใช้     | 1.1 สมบัติของรูป<br>สามเหลี่ยมมุมฉาก            | 12                      | 3 ข้อ       | 2 ข้อ<br>(1,2)    |
|                        |  |   |   | 1.2 ทฤษฎีบท<br>พีทาโกรัส                        |                         |             |                   |
|                        |  |   |   | 1.3 บทกลับของ<br>ทฤษฎีบทพีทาโกรัส               |                         |             |                   |
| สาระที่ 4:<br>พีชคณิต  | มาตรฐาน ค 4.2:<br>ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ<br>กราฟ และตัวแบบ<br>เชิงคณิตศาสตร์<br>(mathematical<br>model) อื่นๆ แทน<br>สถานการณ์ต่างๆ<br>ตลอดจนแปลความหมาย<br>และนำไปใช้แก้ปัญหา | 1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น<br>ตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึง<br>ความสัมพันธ์ของคำตอบ | - โจทย์ปัญหา<br>เกี่ยวกับสมการเชิง<br>เส้นตัวแปรเดียว | 3.1 ทบทวนการ<br>แก้สมการเชิงเส้น<br>ตัวแปรเดียว | 12                      | 3 ข้อ       | 2 ข้อ<br>(4,5)    |
|                        |  |   |   | 3.2 การนำไปใช้                                  |                         |             |                   |
| รวม                    |  |   |   |   | 42<br>ชั่วโมง           | 8 ข้อ       | 5 ข้อ             |

3. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบทดสอบวัดการรู้คุณิศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน

| สาระ  | มาตรฐาน  | ตัวชี้วัด   | สาระการเรียนรู้แกนกลาง  | หัวเรื่องย่อย   | จำนวน<br>ชั่วโมง<br>สอน | ด้านสมรรถนะ |                   |  |
|---|--|---|---|---|-------------------------|-------------|-------------------|--|
|   |  |   |   |   |                         | ฉบับ tryout | ฉบับใช้จริง       |  |
|   |  |   |   |   |                         | จำนวนข้อ    | จำนวนข้อ (ข้อที่) |  |
| สาระที่ 3:<br>เรขาคณิต                        | มาตรฐาน ค 3.1:<br>อธิบายและวิเคราะห์<br>รูปเรขาคณิตสองมิติ<br>และสามมิติ                         | 1. อธิบายลักษณะและ<br>สมบัติของปริซึม พีระมิด<br>ทรงกระบอก กรวย และ<br>ทรงกลม   | - ลักษณะและสมบัติของ<br>ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก<br>กรวย และทรงกลม  | 1.1 รูปเรขาคณิตสามมิติ  | 2                       |             |                   |  |
| สาระที่ 2:<br>การวัด                          | มาตรฐาน ค 2.1:<br>เข้าใจพื้นฐาน<br>เกี่ยวกับการวัด วัด<br>และคาดคะเนขนาด<br>ของสิ่งที่ต้องการวัด | 1. หาพื้นที่ผิวของปริซึมและ<br>ทรงกระบอก  | - พื้นที่ผิวของปริซึม และ<br>ทรงกระบอก  | 1.3 พื้นที่ผิวของปริซึม และ<br>ทรงกระบอก  | 3                       |             |                   |  |
|   |  | 2. หาปริมาตรของปริซึม<br>ทรงกระบอก พีระมิด กรวย<br>และทรงกลม  | - ปริมาตรของปริซึม<br>ทรงกระบอก พีระมิด กรวย<br>และทรงกลม   | 1.2 ปริมาตรของปริซึม<br>ทรงกระบอก พีระมิด กรวย<br>และทรงกลม   | 11                      | 3 ข้อ       | 2 ข้อ<br>(1,2)    |  |
|   |  | 3. เปรียบเทียบหน่วยความจุ<br>หรือหน่วยปริมาตรในระบบ<br>เดียวกันหรือต่างระบบ และ<br>เลือกใช้หน่วยการวัดได้อย่าง<br>เหมาะสม | - การเปรียบเทียบหน่วยความ<br>จุหรือหน่วยปริมาตรในระบบ<br>เดียวกันหรือต่างระบบ<br>- การเลือกใช้หน่วยการวัด<br>เกี่ยวกับความจุหรือปริมาตร | - การเปรียบเทียบหน่วยความ<br>จุหรือหน่วยปริมาตรในระบบ<br>เดียวกันหรือต่างระบบ<br>- การเลือกใช้หน่วยการวัด<br>เกี่ยวกับความจุหรือปริมาตร |                         |             |                   |  |
|   |  | 4. ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับ<br>การวัดในสถานการณ์ต่างๆ<br>ได้อย่างเหมาะสม  | - การคาดคะเนเกี่ยวกับ<br>การวัด   | - การคาดคะเนเกี่ยวกับ<br>การวัด   |                         |             |                   |  |
| มาตรฐาน ค 2.2:<br>แก้ปัญหาเกี่ยวกับ<br>การวัด | 1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่<br>พื้นที่ผิว และปริมาตรในการ<br>แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ          | - การใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่<br>พื้นที่ผิว และปริมาตรในการ<br>แก้ปัญหา   | 1.4 การใช้ความรู้เกี่ยวกับ<br>พื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตร<br>ในการแก้ปัญหา  |   |                         |             |                   |  |

| สาระ                  | มาตรฐาน  | ตัวชี้วัด  | สาระการเรียนรู้แกนกลาง   | หัวเรื่องย่อย   | จำนวน<br>ชั่วโมง<br>สอน | ด้านสมรรถนะ |                   |
|-----------------------|--|--|--|---|-------------------------|-------------|-------------------|
|                       |  |  |  |   |                         | ฉบับ tryout | ฉบับใช้จริง       |
|                       |  |  |  |   |                         | จำนวนข้อ    | จำนวนข้อ (ข้อที่) |
| สาระที่ 4:<br>พีชคณิต | มาตรฐาน ค 4.2:<br>ใช้นิพจน์ สมการ<br>อสมการ กราฟ และ<br>ตัวแบบเชิง<br>คณิตศาสตร์<br>(mathematical<br>model) อื่นๆ แทน<br>สถานการณ์ต่างๆ<br>ตลอดจนแปล<br>ความหมายและ<br>นำไปใช้แก้ปัญหา | 2. เขียนกราฟแสดงความ<br>เกี่ยวข้องระหว่างปริมาณ<br>สองชุดที่มีความสัมพันธ์<br>เชิงเส้น                       | - กราฟแสดงความเกี่ยวข้อง<br>ระหว่างปริมาณสองชุดที่มี<br>ความสัมพันธ์เชิงเส้น | 2.1 กราฟแสดงความ<br>สัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่มี<br>ความสัมพันธ์เชิงเส้น                  | 3                       | 3 ข้อ       | 2 ข้อ<br>(3,4)    |
|                       |  | 3. เขียนกราฟของสมการ<br>เชิงเส้นสองตัวแปร  | - กราฟของสมการเชิงเส้น<br>สองตัวแปร  | 2.2 กราฟของสมการเชิงเส้น<br>สองตัวแปร   | 7                       |             |                   |
|                       |  | 4. อ่านและแปล<br>ความหมายกราฟของระบบ<br>สมการเชิงเส้นสองตัวแปร<br>และกราฟอื่นๆ                               | - กราฟของระบบสมการ<br>เชิงเส้นสองตัวแปร<br>- กราฟอื่นๆ                       | 2.3 กราฟกับการนำไปใช้<br><br>3.1 ระบบสมการเชิงเส้นสอง<br>ตัวแปรและกราฟ                  | 5<br><br>4              |             |                   |
|                       |  | 5. แก้ระบบสมการเชิงเส้น<br>สองตัวแปรและนำไปใช้<br>แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนัก<br>ถึงความสมเหตุสมผลของ<br>คำตอบ | - ระบบสมการเชิงเส้นสอง<br>ตัวแปรและการนำไปใช้                                | 3.2 การแก้ระบบสมการ<br>เชิงเส้นสองตัวแปรและโจทย์<br>ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น<br>สองตัวแปร | 10                      | 2 ข้อ       | 1 ข้อ<br>(5)      |
|                       |  | รวม  |  |   |                         |             | 45<br>ชั่วโมง     |

## ภาคผนวก จ

### ตัวอย่างเครื่องมือวิจัย

1. ตัวอย่างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้
2. ตัวอย่างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน
3. ตัวอย่างแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน
4. แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง
5. แบบรายงานความรู้สึกละประเมินตนเอง
6. แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน

### แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้

#### คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ จำนวน 30 ข้อ
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

โดยทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบให้ตรงกับข้อที่เลือก ดังตัวอย่าง

| ข้อ | ก | ข | ค | ง |
|-----|---|---|---|---|
| (0) |   | X |   |   |

4. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบ ให้ทำเครื่องหมาย = ทับคำตอบเดิม แล้วจึงทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบให้ตรงกับข้อที่เลือกใหม่ ดังตัวอย่าง การเปลี่ยนคำตอบจาก ข เป็น ค ให้ทำดังนี้

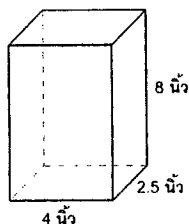
| ข้อ | ก | ข            | ค | ง |
|-----|---|--------------|---|---|
| (0) |   | <del>X</del> | X |   |

5. ห้ามขีดเขียนหรือทำเครื่องหมายใดๆ ลงในข้อสอบ
6. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ และส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบคืนกรรมการคุมสอบ



## ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

1. ข้อใดแสดงการหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ได้ถูกต้อง



- ก.  $4 \times 2.5 \times 8$  ตารางนิ้ว  
 ข.  $2(4 + 2.5 + 8)$  ตารางนิ้ว  
 ค.  $(4 \times 2.5) + (2.5 \times 8) + (4 \times 8)$  ตารางนิ้ว  
 ง.  $2(4 \times 2.5) + 2(2.5 \times 8) + 2(4 \times 8)$  ตารางนิ้ว

2. จากระบบสมการ  $x - 2y = -1$

$$3x + 4y = -8$$

จงพิจารณาขั้นตอนการแก้ระบบสมการดังนี้

$$x - 2y = -1 \text{ ----- ①}$$

$$3x + 4y = -8 \text{ ----- ②}$$

$$2 \times \text{①}; \quad 2x - 4y = -2 \text{ ----- ③}$$

$$\text{②} + \text{③}; \quad (3x + 4y) + (2x - 4y) = (-8) + (-2)$$

$$5x = -10$$

$$x = -2$$

การแก้ระบบสมการในขั้นตอนต่อไป ตรงกับข้อใด

- ก. แทนค่า  $x = -2$  ในสมการ ① แล้วหาค่า  $y$   
 ข. นำสมการ ① และสมการ ③ มาบวกกัน แล้วหาค่า  $y$   
 ค. นำสมการ ② และสมการ ③ มาคูณกัน แล้วหาค่า  $y$   
 ง. ไม่สามารถดำเนินการต่อได้เนื่องจากไม่ทราบค่า  $y$

3. จากระบบสมการต่อไปนี้

$$2x = 5y + 1 \text{ ----- ①}$$

$$-7x = 3y - 24 \text{ ----- ②}$$

สมพหุแก้ระบบสมการดังกล่าว แล้วได้คำตอบ คือ (3, 1)

คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบคำตอบของสมพหุอย่างไร

- ก. ถูกต้อง ตรวจสอบโดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ของ  $x$  และ  $y$  จากสมการ ① ซึ่งมีค่าเป็นจำนวนบวกทั้งคู่ สอดคล้องกับคำตอบที่ได้ซึ่งเป็นจำนวนบวกทั้งคู่เช่นกัน
- ข. ถูกต้อง ตรวจสอบโดย แทนค่า  $x = 3$  และ  $y = 1$  ลงในสมการทั้งสองแล้วสมการเป็นจริงทั้งสองสมการ
- ค. ไม่ถูกต้อง ตรวจสอบโดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ของ  $x$  จากสมการ ① และค่าสัมประสิทธิ์ของ  $y$  จากสมการ ② มีค่าเป็น 2 และ 3 ตามลำดับ ซึ่งไม่สอดคล้องกับคำตอบที่ได้
- ง. ไม่ถูกต้อง ตรวจสอบโดย แทนค่า  $x = 3$  และ  $y = 3$  ลงในสมการ ① และแทนค่า  $x = 1$  และ  $y = 1$  ลงในสมการ ② แล้วสมการเป็นเท็จ

## แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

### คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดเขียนตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 90 นาที
3. ให้นักเรียนอ่านโจทย์ที่กำหนด แล้วเขียนอธิบายคำตอบตามข้อคำถามแต่ละข้อ
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ และส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบคืนกรรมการคุมสอบ

### คำอธิบายเกี่ยวกับเกณฑ์การให้คะแนน แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนมาใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน ประกอบด้วย ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้โมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงโมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหาและการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยสามารถประเมินได้จากการตอบคำถามในประเด็นดังต่อไปนี้

- 1) การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด
- 2) การเลือกใช้โมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์
- 3) การวางแผนทางการแก้ปัญหา
- 4) การแสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหา
- 5) การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

### เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

แบบทดสอบแต่ละข้อประกอบด้วยข้อคำถามย่อย 5 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 10 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

#### 1. การทำความเข้าใจปัญหา

|   |  |
|---|--|
| การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด (พิจารณาจากคำถามข้อ 1) |  |
| 2 คะแนน   | ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน                                    |
| 1 คะแนน   | ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องบางส่วน ไม่ครบถ้วน                              |
| 0 คะแนน   | ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด |

## 2. การวางแผนการแก้ปัญหา

|   |   |
|---|---|
| การเลือกใช้หมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ (พิจารณาจากคำถามข้อ 2) |   |
| 2 คะแนน   | เลือกใช้หมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ |
| 1 คะแนน   | เลือกใช้หมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แต่ขาดประสิทธิภาพ      |
| 0 คะแนน   | เลือกใช้หมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้                            |

|  |  |
|--|--|
| การวางแผนทางการแก้ปัญหา (พิจารณาจากคำถามข้อ 3) |  |
| 2 คะแนน  | ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ |
| 1 คะแนน  | ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แต่ขาดประสิทธิภาพ      |
| 0 คะแนน  | ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน การแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้                            |

## 3. การดำเนินการแก้ปัญหา

|  |   |
|--|---|
| การแสดงวิธีการแก้ปัญหา (พิจารณาจากคำถามข้อ 4)      |   |
| 2 คะแนน  | แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง มีร่องรอยแนวทางการแก้ปัญหาที่ชัดเจน นำไปสู่การได้คำตอบที่ถูกต้อง                      |
| 1 คะแนน  | แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือแก้ปัญหาไม่สำเร็จ แต่มีร่องรอยแนวทางการดำเนินการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา |
| 0 คะแนน  | แสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยแนวทางการแก้ปัญหา                         |
| หรือ การอธิบายและแสดงเหตุผล (พิจารณาจากคำถามข้อ 4) |   |
| 2 คะแนน  | อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล  |
| 1 คะแนน  | อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน                                      |
| 0 คะแนน  | อธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อตอบปัญหาไม่ถูกต้อง ขาดความสมเหตุสมผล หรือไม่มีกรอธิบายและแสดงเหตุผล                         |

## 4. การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

|   |  |
|---|--|
| การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ (พิจารณาจากคำถามข้อ 5) |  |
| 2 คะแนน   | คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล มีร่องรอยการแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ชัดเจน                   |
| 1 คะแนน   | คำตอบถูกต้องและสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน มีร่องรอยการแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ แต่ไม่ชัดเจน |
| 0 คะแนน   | คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดความสมเหตุสมผล หรือไม่ปรากฏคำตอบของปัญหา ไม่มีร่องรอยแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ   |

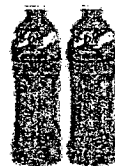
## ตัวอย่างแนวทางการเขียนตอบ

ซูเปอร์มาร์เก็ตแห่งหนึ่งขายน้ำส้มบรรจุขวด ซึ่งมีขนาดบรรจุและราคาขายดังนี้

ขนาดแพ็คใหญ่ บรรจุ 24 ขวด คิดราคาไว้ 210 บาท

ขนาดแพ็คกลาง บรรจุ 8 ขวด คิดราคาไว้ 60 บาท

ขนาดแพ็คเล็ก บรรจุ 3 ขวด คิดราคาไว้ 30 บาท และลดราคาขนาดแพ็คเล็ก 20%



ถ้านักเรียนต้องการซื้อน้ำส้ม 120 ขวด ควรเลือกซื้อขนาดบรรจุขนาดใด

จึงจะได้น้ำส้มที่มีราคาเฉลี่ยต่อขวดถูกที่สุด และต้องจ่ายเงินเท่าใด

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ถ้าต้องซื้อน้ำส้ม 120 ขวด ควรเลือกซื้อแพ็คเกจขนาดใด  
ที่ราคาเฉลี่ยต่อขวดถูกที่สุดและจ่ายเงินเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ จำนวนน้ำส้ม (ขวด) และราคาของน้ำส้มในขนาดบรรจุแต่ละขนาด

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

การเปรียบเทียบอัตราส่วน และร้อยละ

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร (ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

คำนวณหาราคาขายของน้ำส้มขนาดแพ็คเล็ก หลังจากหักส่วนลดแล้ว  
โดยการเปรียบเทียบร้อยละ

คำนวณหาราคาน้ำส้มต่อขวดในขนาดบรรจุแต่ละขนาด โดยการเปรียบเทียบอัตราส่วน  
ของราคาขายต่อจำนวนขวด และ

เลือกซื้อน้ำส้มที่มีราคาขายต่อขวดถูกที่สุดและคำนวณจำนวนเงินที่ต้องจ่าย

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

น้ำส้มขนาดแพ็คเล็ก คิดราคาไว้ 30 บาท ลดราคา 20%

ดังนั้น ราคาขายคือ  $30 \times \frac{80}{100} = 24$  บาท

เปรียบเทียบอัตราส่วนของราคาขายต่อจำนวนขวด ในขนาดบรรจุแต่ละขนาด ได้ผลดังนี้

ขนาดแพ็คใหญ่ บรรจุ 24 ขวด ราคา 210 บาท

คิดเป็นราคาขวดละ  $\frac{210}{24} = 8.75$  บาท

ขนาดแพ็คกลาง บรรจุ 8 ขวด ราคา 60 บาท

คิดเป็นราคาขวดละ  $\frac{60}{8} = 7.5$  บาท

ขนาดแพ็คเล็ก บรรจุ 3 ขวด เมื่อหักส่วนลดแล้ว ราคาขาย คือ 24 บาท

คิดเป็นราคาขวดละ  $\frac{24}{3} = 8$  บาท

การเปรียบเทียบราคาน้ำส้มต่อขวดในขนาดบรรจุแต่ละขนาด พบว่า ขนาดแพ็คเกจกลางมีราคา  
น้ำส้มต่อขวดถูกที่สุด

โจทย์กำหนดว่า ต้องการซื้อน้ำส้ม 120 ขวด

ดังนั้น จึงเลือกซื้อขนาดแพ็คเกจกลางเป็นจำนวน  $\frac{120}{8} = 15$  แพ็ค

และต้องจ่ายเงิน  $15 \times 60 = 900$  บาท

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ควรเลือกซื้อขนาดแพ็คเกจกลางจำนวน 15 แพ็ค โดยต้องจ่ายเงิน 900 บาท

ตรวจสอบโดย ตรวจสอบการหาอัตราส่วนของราคาขายต่อจำนวนขวด และราคาล้างหัก  
ส่วนลด ดังนี้

ขนาดแพ็คเกจใหญ่

ราคาขวดละ 8.75 บาท บรรจุ 24 ขวด ดังนั้นราคารวมคือ  $24 \times 8.75 = 210$  บาท

ขนาดแพ็คเกจกลาง

ราคาขวดละ 7.5 บาท บรรจุ 8 ขวด ดังนั้นราคารวมคือ  $8 \times 7.5 = 60$  บาท

ขนาดแพ็คเกจเล็ก

ราคาขวดละ 8 บาท บรรจุ 3 ขวด ดังนั้นราคารวมคือ  $3 \times 8 = 24$  บาท

ราคา 24 บาท คือ ราคาเมื่อหักส่วนลด 20% แล้ว

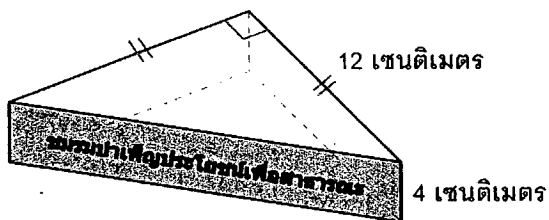
ดังนั้น ราคาก่อนหักส่วนลด คือ  $24 \times \frac{100}{80} = 30$  บาท

ค่าที่คำนวณได้มีค่าตรงกับราคาน้ำส้มแต่ละขนาดตามที่โจทย์กำหนด  
การหาราคาน้ำส้มต่อขวดคำนวณได้ถูกต้อง

ดังนั้นคำตอบที่ได้จึงถูกต้อง

### ตัวอย่างข้อสอบแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน

2. ในงานออกร้านของโรงเรียน นักเรียนชมรมบำเพ็ญประโยชน์เพื่อสาธารณะทำแซนวิชขาย เพื่อหารายได้ในการจัดกิจกรรมของชมรม จึงออกแบบกล่องใส่แซนวิช และต้องการติดฉลาก ชื่อชมรมตามแนวขอบกล่องแซนวิช ซึ่งมีลักษณะดังภาพ



ชมรมแห่งนี้ต้องทำฉลากรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวเท่าใด จึงจะนำฉลากมาติดกล่องใส่แซนวิชได้พอดี

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

2) การกำหนดความยาวของฉลากติดกล่องแซนวิชตามข้อมูลข้างต้น ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

.....

.....

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อกำหนดความยาวของฉลากติดกล่องแซนวิชให้กับชมรมนี้อย่างไร (จงระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

.....

.....

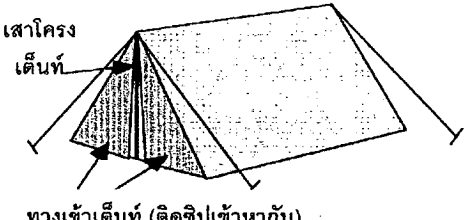
.....



## ตัวอย่างข้อสอบแบบทดสอบวัดการรู้คิดศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียน

1. ออกแบบเต็นท์

เมื่อนักเรียนต้องเป็นผู้ออกแบบเต็นท์ที่มีลักษณะดังภาพ โดยเต็นท์ต้องมีขนาดใหญ่เพียงพอสำหรับผู้ใหญ่ 2 คน ที่สูงประมาณ 170 เซนติเมตร สามารถเข้าไปนอนได้



ให้นักเรียนกำหนดความกว้าง ความยาว ความสูงของเต็นท์เองตามความเหมาะสม และหาพื้นที่ของผ้าที่ใช้ทำเต็นท์นี้ โดยต้องคลุมผ้ารอบเต็นท์ทุกด้านและปูพื้นของเต็นท์

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

2) ในการหาพื้นที่ของผ้าที่ใช้ทำเต็นท์นี้ ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

.....

.....

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาพื้นที่ของผ้าที่ใช้ทำเต็นท์นี้อย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

.....

.....

.....

.....

.....



## แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง

วันที่สังเกต..... เวลา..... ห้อง.....

ผู้สังเกต.....

| ประเด็นในการสังเกต   | บันทึกพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก          |
|--|---|
| 1. การระบุสิ่งที่โจทย์ถามและ<br>สิ่งที่โจทย์กำหนด                        | .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... |
| 2. การเลือกใช้ในทศน์และ<br>ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์                   | .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... |
| 3. การวางแผนทางการ<br>แก้ปัญหา   | .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... |
| 4. การแสดงวิธีการแก้ปัญหา<br>หรือการอธิบายและแสดง<br>เหตุผลเพื่อตอบปัญหา | .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... |
| 5. การตรวจสอบความถูกต้อง<br>และความสมเหตุสมผลของ<br>คำตอบ                | .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... |

## แบบรายงานความรู้สึกและประเมินตนเอง

วันที่ประเมิน..... เวลา.....

ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

ให้นักเรียนเขียนบรรยายตามข้อคำถามต่อไปนี้

|   |
|---|
| <p>1. นักเรียนเข้าใจบทเรียนที่เรียนหรือไม่</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>                     |
| <p>2. นักเรียนรู้สึกอย่างไรต่อวิชาคณิตศาสตร์</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>                   |
| <p>3. นักเรียนรู้สึกอย่างไรต่อกิจกรรมการเรียนการสอนของคุณครู</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>   |
| <p>4. นักเรียนคิดว่าวิชาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อนักเรียนอย่างไร</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <p>5. นักเรียนนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริงอย่างไรบ้าง</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>          |

### แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน

| ประเด็นคำถาม<br><br>กิจกรรมการเรียนการสอนของครู<br>ทำให้นักเรียน                            | ระดับความคิดเห็น |     |         |      |            |
|---|------------------|-----|---------|------|------------|
|   | มากที่สุด        | มาก | ปานกลาง | น้อย | น้อยที่สุด |
|   | 5                | 4   | 3       | 2    | 1          |
| 1. เข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น   |                  |     |         |      |            |
| 2. ใช้ความคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา   |                  |     |         |      |            |
| 3. สร้างข้อสรุปหรือสูตรคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง  |                  |     |         |      |            |
| 4. เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมายและเป็นเหตุเป็นผล                                       |                  |     |         |      |            |
| 5. เห็นว่าหลายสิ่งหลายอย่างที่ถูกรอบตัวล้วนเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์                          |                  |     |         |      |            |
| 6. ได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มากขึ้น   |                  |     |         |      |            |
| 7. ได้รู้ความหมายและที่มาของสูตรคณิตศาสตร์ในเนื้อหาที่เรียน                                 |                  |     |         |      |            |
| 8. เข้าใจและตระหนักว่าความรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำไปใช้แก้ปัญหาที่พบเห็นในชีวิตจริง |                  |     |         |      |            |
| 9. มั่นใจว่าสามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไปใช้ได้จริงในชีวิตประจำวันของตนเอง         |                  |     |         |      |            |
| 10. สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ที่เรียนไปใช้ประโยชน์ในการเรียนวิชาอื่นๆ ได้                   |                  |     |         |      |            |

ความคิดเห็นเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก จ

หนังสือขอความร่วมมือวิจัย



ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 55-2574

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 เมษายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

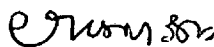
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสุณิสา สุมิตรณะ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการค้างานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคอง และ รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แผนการสอน แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ และแบบสอบถามการใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคต้น ปีการศึกษา 2555 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ



(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

### ภาคผนวก ซ

#### การวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือวิจัย

1. ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ
2. ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ

## 1. ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ

### 1.1 ผลการประเมินแบบทดสอบวัดการรู้คุณิศาสตร์ด้านความรู้

| ข้อ | ความถูกต้องของข้อสอบ |         |         |                  | ความสอดคล้องของข้อสอบกับองค์ประกอบที่ต้องการวัด |         |         |                  | ความเหมาะสมด้านภาษาและการสื่อความหมาย |         |         |                  |
|-----|----------------------|---------|---------|------------------|---|---------|---------|------------------|---------------------------------------|---------|---------|------------------|
|     | ผู้เชี่ยวชาญ         |         |         | ผลการประเมิน IOC | ผู้เชี่ยวชาญ                                    |         |         | ผลการประเมิน IOC | ผู้เชี่ยวชาญ                          |         |         | ผลการประเมิน IOC |
|     | คนที่ 1              | คนที่ 2 | คนที่ 3 |                  | คนที่ 1   | คนที่ 2 | คนที่ 3 |                  | คนที่ 1                               | คนที่ 2 | คนที่ 3 |                  |
| 1   | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 0       | 1       | 0.67             |
| 2   | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 3   | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 4   | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 5   | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 6   | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 7   | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 8   | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 9   | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 10  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 11  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 12  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 0       | 1       | 0.67             |
| 13  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 14  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 15  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 16  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 17  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 18  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 19  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 20  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 21  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 22  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 23  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 24  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |
| 25  | 1                    | 1       | 1       | 1.00             | 1   | 1       | 1       | 1.00             | 1                                     | 1       | 1       | 1.00             |

| ข้อ | ความถูกต้องของข้อสอบ |            |            |                         | ความสอดคล้องของข้อสอบ<br>กับองค์ประกอบที่ต้องการวัด |            |            |                         | ความเหมาะสมด้านภาษา<br>และการสื่อความหมาย |            |            |                         |
|-----|----------------------|------------|------------|-------------------------|---|------------|------------|-------------------------|---|------------|------------|-------------------------|
|     | ผู้เชี่ยวชาญ         |            |            | ผลการ<br>ประเมิน<br>IOC | ผู้เชี่ยวชาญ  |            |            | ผลการ<br>ประเมิน<br>IOC | ผู้เชี่ยวชาญ                              |            |            | ผลการ<br>ประเมิน<br>IOC |
|     | คนที่<br>1           | คนที่<br>2 | คนที่<br>3 |                         | คนที่<br>1  | คนที่<br>2 | คนที่<br>3 |                         | คนที่<br>1                                | คนที่<br>2 | คนที่<br>3 |                         |
| 26  | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    |
| 27  | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    |
| 28  | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    |
| 29  | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    |
| 30  | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    |

### 1.2 ผลการประเมินแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะก่อนเรียน

| ข้อ | ความถูกต้องของข้อสอบ |            |            |                         | ความสอดคล้องของข้อสอบ<br>กับองค์ประกอบที่ต้องการวัด |            |            |                         | ความเหมาะสมด้านภาษา<br>และการสื่อความหมาย |            |            |                         |
|-----|----------------------|------------|------------|-------------------------|---|------------|------------|-------------------------|---|------------|------------|-------------------------|
|     | ผู้เชี่ยวชาญ         |            |            | ผลการ<br>ประเมิน<br>IOC | ผู้เชี่ยวชาญ  |            |            | ผลการ<br>ประเมิน<br>IOC | ผู้เชี่ยวชาญ                              |            |            | ผลการ<br>ประเมิน<br>IOC |
|     | คนที่<br>1           | คนที่<br>2 | คนที่<br>3 |                         | คนที่<br>1  | คนที่<br>2 | คนที่<br>3 |                         | คนที่<br>1                                | คนที่<br>2 | คนที่<br>3 |                         |
| 1   | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 0          | 0.67                    |
| 2   | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 0          | 0.67                    |
| 3   | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    |
| 4   | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 0          | 0.67                    |
| 5   | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 0          | 0.67                    |

### 1.3 ผลการประเมินแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะหลังเรียน

| ข้อ | ความถูกต้องของข้อสอบ |            |            |                         | ความสอดคล้องของข้อสอบ<br>กับองค์ประกอบที่ต้องการวัด |            |            |                         | ความเหมาะสมด้านภาษา<br>และการสื่อความหมาย |            |            |                         |
|-----|----------------------|------------|------------|-------------------------|---|------------|------------|-------------------------|---|------------|------------|-------------------------|
|     | ผู้เชี่ยวชาญ         |            |            | ผลการ<br>ประเมิน<br>IOC | ผู้เชี่ยวชาญ  |            |            | ผลการ<br>ประเมิน<br>IOC | ผู้เชี่ยวชาญ                              |            |            | ผลการ<br>ประเมิน<br>IOC |
|     | คนที่<br>1           | คนที่<br>2 | คนที่<br>3 |                         | คนที่<br>1  | คนที่<br>2 | คนที่<br>3 |                         | คนที่<br>1                                | คนที่<br>2 | คนที่<br>3 |                         |
| 1   | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    |
| 2   | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 0          | 0.67                    |
| 3   | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 0   | 1          | 1          | 0.67                    |
| 4   | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    |
| 5   | 1                    | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    | 1   | 1          | 1          | 1.00                    |

## 2. ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ

### 2.1 ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้

| ข้อที่ | ค่าความยาก<br>(p) | ค่าอำนาจจำแนก<br>(r) | ข้อที่ | ค่าความยาก<br>(p) | ค่าอำนาจจำแนก<br>(r) |
|--------|-------------------|----------------------|--------|-------------------|----------------------|
| 1      | 0.795             | 0.318                | 16     | 0.545             | 0.626                |
| 2      | 0.386             | 0.292                | 17     | 0.455             | 0.526                |
| 3      | 0.341             | 0.449                | 18     | 0.727             | 0.246                |
| 4      | 0.773             | 0.297                | 19     | 0.682             | 0.352                |
| 5      | 0.295             | 0.615                | 20     | 0.659             | 0.263                |
| 6      | 0.455             | 0.679                | 21     | 0.795             | 0.225                |
| 7      | 0.227             | 0.213                | 22     | 0.727             | 0.275                |
| 8      | 0.523             | 0.555                | 23     | 0.795             | 0.583                |
| 9      | 0.318             | 0.324                | 24     | 0.659             | 0.637                |
| 10     | 0.273             | 0.544                | 25     | 0.795             | 0.340                |
| 11     | 0.659             | 0.506                | 26     | 0.477             | 0.288                |
| 12     | 0.750             | 0.256                | 27     | 0.636             | 0.506                |
| 13     | 0.750             | 0.500                | 28     | 0.727             | 0.256                |
| 14     | 0.477             | 0.412                | 29     | 0.659             | 0.279                |
| 15     | 0.364             | 0.621                | 30     | 0.545             | 0.292                |

ค่าความยาก มีค่าระหว่าง 0.227 ถึง 0.795

ค่าดัชนีอำนาจจำแนก มีค่าระหว่าง 0.213 ถึง 0.679

ค่าความเที่ยง (reliability) ฉบับก่อนเรียน เท่ากับ 0.762

ฉบับหลังเรียน เท่ากับ 0.775

## 2.2 ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะก่อนเรียน

| ข้อที่ | ค่าความยาก<br>(p) | ค่าอำนาจจำแนก<br>(r) |
|--------|-------------------|----------------------|
| 1      | 0.569             | 0.453                |
| 2      | 0.720             | 0.557                |
| 3      | 0.427             | 0.344                |
| 4      | 0.249             | 0.346                |
| 5      | 0.377             | 0.209                |

ค่าความยาก มีค่าระหว่าง 0.249 ถึง 0.720

ค่าดัชนีอำนาจจำแนก มีค่าระหว่าง 0.209 ถึง 0.557

ค่าความเที่ยง (reliability) เท่ากับ 0.748

## 2.3 ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะหลังเรียน

| ข้อที่ | ค่าความยาก<br>(p) | ค่าอำนาจจำแนก<br>(r) |
|--------|-------------------|----------------------|
| 1      | 0.458             | 0.569                |
| 2      | 0.588             | 0.277                |
| 3      | 0.262             | 0.374                |
| 4      | 0.664             | 0.493                |
| 5      | 0.743             | 0.243                |

ค่าความยาก มีค่าระหว่าง 0.262 ถึง 0.743

ค่าดัชนีอำนาจจำแนก มีค่าระหว่าง 0.243 ถึง 0.569

ค่าความเที่ยง (reliability) เท่ากับ 0.754

## ภาคผนวก ฅ

### การวิเคราะห์ข้อมูลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1. ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย  
คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
2. ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย  
คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

## 1. ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง แสดงดังตารางต่อไปนี้

**ตารางแสดง** ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

| กลุ่ม       | n  | $\bar{x}$ | s     | F     | sig.  | df  | t     | sig.  |
|-------------|----|-----------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|
| กลุ่มทดลอง  | 52 | 11.346    | 1.835 | 1.656 | 0.201 | 102 | 1.064 | 0.290 |
| กลุ่มควบคุม | 52 | 10.981    | 1.663 |       |       |     |       |       |

จากตาราง พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) เท่ากับ 11.346 คะแนน และ 10.981 ตามลำดับ จากการทดสอบความแปรปรวน พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

## 2. ผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนการรู้คณิตศาสตร์ ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การนำเสนอผลการทดสอบความแปรปรวนและการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แบ่งเป็น 3 ตาราง ดังนี้

- 2.1 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ในภาพรวม
- 2.2 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้อ
- 2.3 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

2.1 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางต่อไปนี้

**ตารางแสดง** ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 80 คะแนน)

| กลุ่ม       | n  | $\bar{x}$ | s     | F     | sig.  | df  | t     | sig.  |
|-------------|----|-----------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|
| กลุ่มทดลอง  | 52 | 29.269    | 9.921 | 3.452 | 0.066 | 102 | 1.006 | 0.317 |
| กลุ่มควบคุม | 52 | 27.500    | 7.890 |       |       |     |       |       |

จากตาราง พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) เท่ากับ 29.269 คะแนน และ 27.500 ตามลำดับ จากการทดสอบความแปรปรวน พบว่า คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า ก่อนเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.2 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางต่อไปนี้

**ตารางแสดง** ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

| การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียน       | กลุ่ม  | n  | $\bar{x}$ | s     | F     | sig.  | df  | t     | sig.  |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                        |       |    |        |       |       |       |     |
|--|--------|----|-----------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|---|-------|----|--------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|--------|----|--------|-------|---|-------|----|--------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|--------|----|--------|-------|---|-------|----|--------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|--------|----|--------|-------|---|-------|----|--------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|--------|----|--------|-------|------------------------|-------|----|--------|-------|-------|-------|-----|
| บทที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร<br>(10 คะแนน) | ทดลอง  | 52 | 2.846     | 1.406 | 0.136 | 0.713 | 102 | 0.747 | 0.457 |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                        |       |    |        |       |       |       |     |
|  | ควบคุม | 52 | 2.635     | 1.482 |       |       |     |       |       | บทที่ 2 กราฟ<br>(10 คะแนน)              | ทดลอง | 52 | 4.673  | 1.451 | 0.211 | 0.647 | 102 | 0.483 | 0.630 | ควบคุม | 52 | 4.538  | 1.393 | บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น<br>(10 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 4.615  | 1.922 | 0.040 | 0.842 | 102 | 1.188 | 0.238 | ควบคุม | 52 | 4.173  | 1.876 | ความรู้เชิงมโนทัศน์<br>(15 คะแนน)       | ทดลอง | 52 | 6.173  | 1.757 | 1.681 | 0.198 | 102 | 0.571 | 0.569 | ควบคุม | 52 | 5.962  | 2.009 | ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ<br>(15 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 5.962  | 2.000 | 0.007 | 0.933 | 102 | 1.504 | 0.136 | ควบคุม | 52 | 5.385  | 1.911 | คะแนนรวม<br>(30 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 12.135 | 3.138 | 0.001 | 0.971 | 102 |
| บทที่ 2 กราฟ<br>(10 คะแนน)                 | ทดลอง  | 52 | 4.673     | 1.451 | 0.211 | 0.647 | 102 | 0.483 | 0.630 |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                        |       |    |        |       |       |       |     |
|  | ควบคุม | 52 | 4.538     | 1.393 |       |       |     |       |       | บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น<br>(10 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 4.615  | 1.922 | 0.040 | 0.842 | 102 | 1.188 | 0.238 | ควบคุม | 52 | 4.173  | 1.876 | ความรู้เชิงมโนทัศน์<br>(15 คะแนน)       | ทดลอง | 52 | 6.173  | 1.757 | 1.681 | 0.198 | 102 | 0.571 | 0.569 | ควบคุม | 52 | 5.962  | 2.009 | ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ<br>(15 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 5.962  | 2.000 | 0.007 | 0.933 | 102 | 1.504 | 0.136 | ควบคุม | 52 | 5.385  | 1.911 | คะแนนรวม<br>(30 คะแนน)                  | ทดลอง | 52 | 12.135 | 3.138 | 0.001 | 0.971 | 102 | 1.274 | 0.206 | ควบคุม | 52 | 11.346 | 3.174 |                        |       |    |        |       |       |       |     |
| บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น<br>(10 คะแนน)    | ทดลอง  | 52 | 4.615     | 1.922 | 0.040 | 0.842 | 102 | 1.188 | 0.238 |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                        |       |    |        |       |       |       |     |
|  | ควบคุม | 52 | 4.173     | 1.876 |       |       |     |       |       | ความรู้เชิงมโนทัศน์<br>(15 คะแนน)       | ทดลอง | 52 | 6.173  | 1.757 | 1.681 | 0.198 | 102 | 0.571 | 0.569 | ควบคุม | 52 | 5.962  | 2.009 | ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ<br>(15 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 5.962  | 2.000 | 0.007 | 0.933 | 102 | 1.504 | 0.136 | ควบคุม | 52 | 5.385  | 1.911 | คะแนนรวม<br>(30 คะแนน)                  | ทดลอง | 52 | 12.135 | 3.138 | 0.001 | 0.971 | 102 | 1.274 | 0.206 | ควบคุม | 52 | 11.346 | 3.174 |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                        |       |    |        |       |       |       |     |
| ความรู้เชิงมโนทัศน์<br>(15 คะแนน)          | ทดลอง  | 52 | 6.173     | 1.757 | 1.681 | 0.198 | 102 | 0.571 | 0.569 |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                        |       |    |        |       |       |       |     |
|  | ควบคุม | 52 | 5.962     | 2.009 |       |       |     |       |       | ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ<br>(15 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 5.962  | 2.000 | 0.007 | 0.933 | 102 | 1.504 | 0.136 | ควบคุม | 52 | 5.385  | 1.911 | คะแนนรวม<br>(30 คะแนน)                  | ทดลอง | 52 | 12.135 | 3.138 | 0.001 | 0.971 | 102 | 1.274 | 0.206 | ควบคุม | 52 | 11.346 | 3.174 |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                        |       |    |        |       |       |       |     |
| ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ<br>(15 คะแนน)    | ทดลอง  | 52 | 5.962     | 2.000 | 0.007 | 0.933 | 102 | 1.504 | 0.136 |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                        |       |    |        |       |       |       |     |
|  | ควบคุม | 52 | 5.385     | 1.911 |       |       |     |       |       | คะแนนรวม<br>(30 คะแนน)                  | ทดลอง | 52 | 12.135 | 3.138 | 0.001 | 0.971 | 102 | 1.274 | 0.206 | ควบคุม | 52 | 11.346 | 3.174 |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                        |       |    |        |       |       |       |     |
| คะแนนรวม<br>(30 คะแนน)                     | ทดลอง  | 52 | 12.135    | 3.138 | 0.001 | 0.971 | 102 | 1.274 | 0.206 |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                        |       |    |        |       |       |       |     |
|  | ควบคุม | 52 | 11.346    | 3.174 |       |       |     |       |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                        |       |    |        |       |       |       |     |

จากตาราง เมื่อพิจารณาในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) เท่ากับ 12.135 คะแนน และ 11.346 ตามลำดับ จากการทดสอบความแปรปรวน พบว่า คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า ก่อนเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ไม่แตกต่างกัน

เมื่อพิจารณาโดยจำแนกตามบทเรียน ได้แก่ บทที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร บทที่ 2 กราฟ บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น และพิจารณาโดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันและมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกบทเรียน และทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ แสดงว่า

ก่อนเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ไม่แตกต่างกันในทุกบทเรียน และทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

2.3 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางต่อไปนี้

**ตารางแสดง** ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

| การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียน                              | กลุ่ม  | n  | $\bar{x}$ | s     | F     | sig.  | df  | t      | sig.  |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |  |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                     |       |    |        |       |       |       |     |
|---|--------|----|-----------|-------|-------|-------|-----|--------|-------|---|-------|----|--------|-------|-------|-------|-----|--------|-------|--------|----|--------|-------|---|-------|----|--------|-------|-------|-------|-----|--------|-------|--------|----|--------|-------|--|-------|----|--------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|--------|----|--------|-------|---|-------|----|--------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|--------|----|--------|-------|---------------------|-------|----|--------|-------|-------|-------|-----|
| 1. การทำความเข้าใจปัญหา (10 คะแนน)                                | ทดลอง  | 52 | 7.788     | 1.893 | 0.028 | 0.866 | 102 | -0.641 | 0.523 |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |  |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                     |       |    |        |       |       |       |     |
|   | ควบคุม | 52 | 8.019     | 1.777 |       |       |     |        |       | 2. การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ (10 คะแนน)         | ทดลอง | 52 | 3.885  | 2.349 | 1.149 | 0.286 | 102 | 0.994  | 0.322 | ควบคุม | 52 | 3.462  | 1.975 | 3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา (10 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 2.192  | 2.105 | 2.336 | 0.130 | 102 | -0.050 | 0.960 | ควบคุม | 52 | 2.212  | 1.786 | 4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล (10 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 1.942  | 1.934 | 1.894 | 0.172 | 102 | 1.101 | 0.274 | ควบคุม | 52 | 1.558  | 1.614 | 5. การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ (10 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 1.327  | 1.801 | 3.579 | 0.061 | 102 | 1.279 | 0.204 | ควบคุม | 52 | 0.904  | 1.563 | คะแนนรวม (50 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 17.135 | 7.844 | 3.389 | 0.069 | 102 |
| 2. การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ (10 คะแนน)         | ทดลอง  | 52 | 3.885     | 2.349 | 1.149 | 0.286 | 102 | 0.994  | 0.322 |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |  |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                     |       |    |        |       |       |       |     |
|   | ควบคุม | 52 | 3.462     | 1.975 |       |       |     |        |       | 3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา (10 คะแนน) | ทดลอง | 52 | 2.192  | 2.105 | 2.336 | 0.130 | 102 | -0.050 | 0.960 | ควบคุม | 52 | 2.212  | 1.786 | 4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล (10 คะแนน)          | ทดลอง | 52 | 1.942  | 1.934 | 1.894 | 0.172 | 102 | 1.101  | 0.274 | ควบคุม | 52 | 1.558  | 1.614 | 5. การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ (10 คะแนน)      | ทดลอง | 52 | 1.327  | 1.801 | 3.579 | 0.061 | 102 | 1.279 | 0.204 | ควบคุม | 52 | 0.904  | 1.563 | คะแนนรวม (50 คะแนน)                                 | ทดลอง | 52 | 17.135 | 7.844 | 3.389 | 0.069 | 102 | 0.715 | 0.476 | ควบคุม | 52 | 16.154 | 6.021 |                     |       |    |        |       |       |       |     |
| 3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา (10 คะแนน) | ทดลอง  | 52 | 2.192     | 2.105 | 2.336 | 0.130 | 102 | -0.050 | 0.960 |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |  |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                     |       |    |        |       |       |       |     |
|   | ควบคุม | 52 | 2.212     | 1.786 |       |       |     |        |       | 4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล (10 คะแนน)          | ทดลอง | 52 | 1.942  | 1.934 | 1.894 | 0.172 | 102 | 1.101  | 0.274 | ควบคุม | 52 | 1.558  | 1.614 | 5. การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ (10 คะแนน)               | ทดลอง | 52 | 1.327  | 1.801 | 3.579 | 0.061 | 102 | 1.279  | 0.204 | ควบคุม | 52 | 0.904  | 1.563 | คะแนนรวม (50 คะแนน)                                      | ทดลอง | 52 | 17.135 | 7.844 | 3.389 | 0.069 | 102 | 0.715 | 0.476 | ควบคุม | 52 | 16.154 | 6.021 |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                     |       |    |        |       |       |       |     |
| 4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล (10 คะแนน)          | ทดลอง  | 52 | 1.942     | 1.934 | 1.894 | 0.172 | 102 | 1.101  | 0.274 |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |  |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                     |       |    |        |       |       |       |     |
|   | ควบคุม | 52 | 1.558     | 1.614 |       |       |     |        |       | 5. การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ (10 คะแนน)               | ทดลอง | 52 | 1.327  | 1.801 | 3.579 | 0.061 | 102 | 1.279  | 0.204 | ควบคุม | 52 | 0.904  | 1.563 | คะแนนรวม (50 คะแนน)   | ทดลอง | 52 | 17.135 | 7.844 | 3.389 | 0.069 | 102 | 0.715  | 0.476 | ควบคุม | 52 | 16.154 | 6.021 |  |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                     |       |    |        |       |       |       |     |
| 5. การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลของคำตอบ (10 คะแนน)               | ทดลอง  | 52 | 1.327     | 1.801 | 3.579 | 0.061 | 102 | 1.279  | 0.204 |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |  |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                     |       |    |        |       |       |       |     |
|   | ควบคุม | 52 | 0.904     | 1.563 |       |       |     |        |       | คะแนนรวม (50 คะแนน)   | ทดลอง | 52 | 17.135 | 7.844 | 3.389 | 0.069 | 102 | 0.715  | 0.476 | ควบคุม | 52 | 16.154 | 6.021 |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |  |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                     |       |    |        |       |       |       |     |
| คะแนนรวม (50 คะแนน)   | ทดลอง  | 52 | 17.135    | 7.844 | 3.389 | 0.069 | 102 | 0.715  | 0.476 |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |  |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                     |       |    |        |       |       |       |     |
|   | ควบคุม | 52 | 16.154    | 6.021 |       |       |     |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |        |       |        |    |        |       |  |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |   |       |    |        |       |       |       |     |       |       |        |    |        |       |                     |       |    |        |       |       |       |     |

จากตาราง เมื่อพิจารณาในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) เท่ากับ 17.135 คะแนน และ 16.154 ตามลำดับ จากการทดสอบความแปรปรวน พบว่า คะแนนการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า ก่อนเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะไม่แตกต่างกัน

เมื่อพิจารณาโดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา การ

แก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันและมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะ แสดงว่า ก่อนเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะไม่แตกต่างกันในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะ

จากการทดสอบความแปรปรวนและเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนในภาพรวม (ข้อ 2.1) และจำแนกรายด้าน ซึ่งได้แก่ การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ (ข้อ 2.2) และการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรณะ (ข้อ 2.3) ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกันทั้งในภาพรวมและจำแนกรายด้าน