

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัยโดยแบ่งออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

ตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

**ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC**

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

## หลักการของกระบวนการเรียนการสอน

หลักการของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นได้มาจากการบูรณาการสาระสำคัญของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC แล้วพัฒนาเป็นหลักการของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งหลักการของกระบวนการเรียนการสอนมี 5 ประการ ดังนี้

### 1) หลักการใช้บริบทชีวิตจริงและการเข้าใจปัญหา

การนำปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงที่นักเรียนมีความคุ้นเคยมาเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดีและมีความหมายต่อนักเรียน

### 2) หลักการคิดค้นคณิตศาสตร์และการสร้างความรู้

การเรียนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมในการสร้างความรู้ ไม่ใช่การถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่ การเรียนคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์โดยการปฏิบัติกิจกรรมภายใต้การให้คำแนะนำของครูเพื่อค้นพบความรู้คณิตศาสตร์

### 3) หลักการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา

การให้นักเรียนได้พัฒนาและใช้วิธีการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหาจากการประเมินสถานการณ์ปัญหา โดยวิธีการหรือโมเดลจะเป็นแบบง่าย ๆ เข้าใจได้ง่ายและสื่อความหมาย และค่อย ๆ พัฒนาเป็นวิธีการหรือโมเดลที่เป็นแบบแผนและซับซ้อนมากขึ้น

### 4) หลักการมีปฏิสัมพันธ์และสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น

การอภิปรายสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่นและปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนจะช่วยให้เกิดการตรวจสอบและพัฒนาความคิดเชิงคณิตศาสตร์

### 5) หลักการประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาที่หลากหลาย

การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย โดยเน้นการพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา

## วัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

**การรู้คณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนำมาใช้ทิศทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้และใช้อย่างไร มีองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ ด้านความรู้ และด้านสมรรถนะ

1) **การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้** หมายถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและมีความสำคัญต่อการเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตจริง ประกอบด้วย

1.1) **ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ความหมาย โครงสร้างของคณิตศาสตร์ แนวคิด หลักการ กฎ สูตร ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์

1.2) **ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ขั้นตอนวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การใช้ศัพท์ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการอ่าน เขียนกราฟและตาราง

2) **การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ** หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนมาใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน ประกอบด้วยความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหาและการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

## ขั้นตอนการเรียนการสอน

ขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ประกอบด้วย 5 ขั้น ดังนี้

### 1) ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน

### 2) ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแนวทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการ หรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย

### 3) ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง

### 4) ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน

ในขั้นนี้เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่

### 5) **ชั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์**

ในชั้นนี้เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย โดยเน้นให้นักเรียนฝึกฝนและประยุกต์ใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ และปัญหาในชีวิตจริง

รายละเอียดของกิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทครู และบทบาทนักเรียนในขั้นตอนการเรียนการสอนแต่ละขั้น แสดงดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 รายละเอียดของขั้นตอนการเรียนการสอน

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<b>1. ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง</b> ในชั้นนี้เป็นขั้นของการกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน	1. ครูออกแบบและนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นในการเรียนให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเคยมีประสบการณ์ และเชื่อมโยงไปสู่การเรียนรู้เนื้อหาใหม่ 2. ครูนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนที่มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธีแก่นักเรียนโดยใช้รูปภาพ เรื่องราว แผนภูมิ หรือสัญลักษณ์ที่นักเรียนคุ้นเคย 3. นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน	1. ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์และบริบทชีวิตจริงที่มีความสอดคล้องกัน 2. กำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นในการเรียน และกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนเพื่อเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนรู้ 3. ตรวจสอบความเหมาะสมของปัญหาที่นำมาใช้ 4. เสนอปัญหาแก่นักเรียน	1. รับฟังการนำเสนอปัญหาของครู 2. วิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แล้วกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p><b>2. ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา</b></p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหาโดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนต้องการหรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องของปัญหาและประเมินสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำไปสู่การวางแผนทางการแก้ปัญหา</li> <li>2. นักเรียนคิดค้นและสร้างสมมติฐานความคิดหรือแบบจำลองความคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือเป็นกลุ่ม โดยอาศัยประสบการณ์เดิมหรือวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคย</li> <li>3. นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม</li> <li>4. ครูให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพบนกระดาน และให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มตามความต้องการของนักเรียน</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ดูแลและอำนวยความสะดวกแก่นักเรียนในการแก้ปัญหา</li> <li>2. ให้คำแนะนำเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพบนกระดาน และให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม ตามความต้องการของนักเรียน</li> </ol>	<p>ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยอิสระหรือได้รับคำแนะนำจากครู ตามระดับความสามารถของตนเอง ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ประเมินสถานการณ์ปัญหา</li> <li>2) วางแผนการแก้ปัญหา โดยคิดค้นและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองหรือได้รับคำแนะนำจากครู</li> <li>3) ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้มีเหมาะสมมากยิ่งขึ้น</li> </ol>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p><b>3. ชี้นำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน</b></p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและการพิจารณาเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียนและตัดสินคำตอบของตนเอง</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนหรือกลุ่ม</li> <li>ครูดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา</li> <li>นักเรียนร่วมอภิปรายเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน สื่อสาร ได้แย้ง และตัดสินคำตอบของตนเอง</li> </ol>	<p>ดำเนินการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเพียงพอ และประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และการตีความสถานการณ์ปัญหา</p>	<p>นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตน อภิปรายเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อนในชั้นเรียน สื่อสาร ได้แย้ง และตัดสินคำตอบของตนเอง</p>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p><b>4. ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน</b></p> <p>ในขั้นนี้เป็นขั้นของการเสนอปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นหาแบบแผน และพัฒนาเป็นมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา และใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันระหว่างนักเรียนและครู ในการตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่</p>	<p>1. ครูกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา ให้นักเรียนแก้ปัญหา</p> <p>2. นักเรียนพิจารณา ลักษณะของปัญหาและใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายที่มีความเหมาะสมกับลักษณะของปัญหานั้นๆ</p> <p>3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหา และภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยใช้การอภิปราย</p> <p>4. ครูและนักเรียนร่วมกัน อภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</p> <p>5. ครูและนักเรียนร่วมกัน สรุปมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. กำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความคล้ายคลึงกันหลายๆ ปัญหา</p> <p>2. กระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยใช้การอภิปราย</p> <p>3. ดำเนินการ อภิปรายเพื่อให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิด ตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่ ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1. พิจารณาลักษณะของปัญหา</p> <p>2. ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย ที่มีความเหมาะสมกับลักษณะของปัญหา</p> <p>3. พัฒนาขั้นตอนการแก้ปัญหาและภาษาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยการร่วมกัน อภิปราย</p> <p>4. อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ตรวจสอบและพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่แฝงอยู่</p>

ขั้นตอนการเรียนการสอน	กิจกรรมการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
5. <b>ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ คณิตศาสตร์</b> เป็นขั้นของการประยุกต์ใช้ ความรู้คณิตศาสตร์ใน สถานการณ์ต่างๆ อย่าง หลากหลาย โดยเน้นให้ นักเรียนฝึกฝนและ ประยุกต์ใช้โมเดลและ ขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่างๆ และ ปัญหาในชีวิตจริง	1. ครูกำหนดปัญหาให้ นักเรียนประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ ต่างๆ อย่างหลากหลาย 2. ครูคอยให้คำแนะนำและ อำนวยความสะดวกเมื่อ นักเรียนต้องการ	กำหนดปัญหาให้ นักเรียนได้ ประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการ ทางคณิตศาสตร์ ใน สถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย	ประยุกต์ใช้โมเดล และขั้นตอนวิธีการ ทางคณิตศาสตร์ ใน สถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย

### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา  
ตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา  
DAPIC ดำเนินการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนแบ่งเป็นก่อนเรียนและหลังเรียน  
โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) การวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ก่อนการใช้กระบวนการเรียนการสอน  
ใช้แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ก่อนเรียนและแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์  
ด้านสมรรถนะก่อนเรียน

2) การวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์หลังการใช้กระบวนการเรียนการสอน  
ใช้แบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนและแบบทดสอบวัดการรู้คณิตศาสตร์  
ด้านสมรรถนะหลังเรียน

รายละเอียดของการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน  
แสดงดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 สรุปรายละเอียดการวัดและประเมินการรู้คณิตศาสตร์

ระยะ	เครื่องมือ	องค์ประกอบที่วัด	หัวเรื่อง
ก่อนเรียน	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านความรู้ก่อนเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์	ครอบคลุมเนื้อหา คณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการสอน
	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านสมรรถนะก่อนเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ 3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา 4) การแก้ปัญหา และการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล 5) การพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของ คำตอบ	
หลังเรียน	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านความรู้หลังเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์	ครอบคลุมเนื้อหา คณิตศาสตร์ ที่นักเรียนเคย เรียนมาแล้ว
	- แบบทดสอบวัด การรู้คณิตศาสตร์ ด้านสมรรถนะหลังเรียน	การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์ 3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทาง คณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา 4) การแก้ปัญหา และการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล 5) การพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของ คำตอบ	

ตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

การศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ดำเนินการโดยนำกระบวนการเรียนการสอนไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ บดินทรเดชา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 104 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน จำนวน 52 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน จำนวน 52 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

การนำเสนอผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน แบ่งเป็น 4 ข้อ ตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้สถิติ t-test for independent ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05
2. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้สถิติ t-test for dependent ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05
3. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม โดยใช้สถิติ t-test for dependent ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05
4. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพที่แสดงถึงพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา

## 1. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การนำเสนอผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แบ่งเป็น 3 ตาราง ดังนี้

- 1.1 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ในภาพรวม (แสดงดังตารางที่ 12)
- 1.2 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ (แสดงดังตารางที่ 13-15)
- 1.3 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ (แสดงดังตารางที่ 16)

1.1 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 80 คะแนน)

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	df	t	sig.
กลุ่มทดลอง	52	55.173	9.453	102	10.492	0.000*
กลุ่มควบคุม	52	36.288	8.894			

\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 12 พบว่า การรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) เท่ากับ 55.173 คะแนน และ 36.288 ตามลำดับ และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า หลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

1.2 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางที่ 13-15

ตารางที่ 13 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	df	t	sig.
กลุ่มทดลอง	52	22.442	2.789	102	5.190	0.000*
กลุ่มควบคุม	52	19.423	3.133			

\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 13 เมื่อพิจารณาการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) เท่ากับ 22.442 คะแนน และ 19.423 ตามลำดับ และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า หลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 14 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจำแนกตามบทเรียน

การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียน	คะแนนเต็ม	กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	df	t	sig.
บทที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร	10	ทดลอง	52	6.115	1.504	102	3.308	0.001*
		ควบคุม	52	5.096	1.636			
บทที่ 2 กราฟ	10	ทดลอง	52	7.365	1.560	102	4.149	0.000*
		ควบคุม	52	6.077	1.607			
บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น	10	ทดลอง	52	8.962	0.928	102	3.407	0.001*
		ควบคุม	52	8.250	1.186			
คะแนนรวม	30	ทดลอง	52	22.442	2.789	102	5.190	0.000*
		ควบคุม	52	19.423	3.133			

\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 14 เมื่อพิจารณาโดยจำแนกตามบทเรียน ได้แก่ บทที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร บทที่ 2 กราฟ บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกบทเรียน

ตารางที่ 15 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจำแนกรายด้าน

การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียน	คะแนนเต็ม	กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	df	t	sig.
ความรู้เชิงมโนทัศน์	15	ทดลอง	52	10.942	1.434	102	4.105	0.000*
		ควบคุม	52	9.558	1.965			
ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ	15	ทดลอง	52	11.500	1.831	102	4.406	0.000*
		ควบคุม	52	9.865	1.951			
คะแนนรวม	30	ทดลอง	52	22.442	2.789	102	5.190	0.000*
		ควบคุม	52	19.423	3.133			

\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 15 เมื่อพิจารณาการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้โดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ พบว่าการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

จากตารางที่ 13-15 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมทั้งในภาพรวม ในทุกบทเรียน และทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

1.3 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ หลังเรียน	คะแนนเต็ม	กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	df	t	sig.
1. การทำความเข้าใจปัญหา	10	ทดลอง	52	8.558	1.447	102	2.461	0.008*
		ควบคุม	52	7.692	2.082			
2. การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์ และขั้นตอนวิธีการ	10	ทดลอง	52	7.231	1.811	102	8.069	0.000*
		ควบคุม	52	4.058	2.182			
3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และ ขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา	10	ทดลอง	52	6.173	2.341	102	9.788	0.000*
		ควบคุม	52	2.173	1.790			
4. การแก้ปัญหาและสื่อสาร อธิบายแนวคิดและเหตุผล	10	ทดลอง	52	5.635	2.039	102	9.248	0.000*
		ควบคุม	52	1.808	2.179			
5. การพิจารณาความถูกต้อง สมเหตุสมผลของคำตอบ	10	ทดลอง	52	5.135	2.249	102	9.956	0.000*
		ควบคุม	52	1.135	1.826			
คะแนนรวม	50	ทดลอง	52	32.731	8.003	102	10.320	0.000*
		ควบคุม	52	16.865	7.672			

\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 16 เมื่อพิจารณาการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) เท่ากับ 32.731 คะแนน และ 16.865 ตามลำดับ และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมี

นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า หลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

เมื่อพิจารณาการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะโดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มีโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเชื่อมโยงมีโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบ พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงว่า หลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

จากการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนในภาพรวม (แสดงดังตารางที่ 12) และจำแนกตามองค์ประกอบ ซึ่งได้แก่ การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ (แสดงดังตารางที่ 13-15) และการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ (แสดงดังตารางที่ 16) ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีการรู้คณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

## 2. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตารางที่ 17 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง (จำนวนนักเรียน 52 คน)

การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ของกลุ่มทดลอง	คะแนน เดิม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		$\bar{d}$	s	df	t	sig.
		$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s					
1. การทำความเข้าใจปัญหา	10	7.788	1.893	8.558	1.447	0.769	2.228	51	2.489	0.008*
2. การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์ และขั้นตอนวิธีการ	10	3.885	2.349	7.231	1.811	3.346	2.757	51	8.751	0.000*
3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอน วิธีการสู่การแก้ปัญหา	10	2.192	2.105	6.173	2.341	3.981	2.279	51	12.594	0.000*
4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบาย แนวคิดและเหตุผล	10	1.942	1.934	5.635	2.039	3.692	1.863	51	14.289	0.000*
5. การพิจารณาความถูกต้อง สมเหตุสมผลของคำตอบ	10	1.327	1.801	5.135	2.249	3.808	2.124	51	12.927	0.000*
คะแนนรวม	50	17.135	7.844	32.731	8.003	15.596	8.216	51	13.689	0.000*

\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 17 เมื่อพิจารณาในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ก่อนเรียนและหลังเรียน เท่ากับ 17.135 คะแนน และ 32.731 ตามลำดับ และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียน

เมื่อพิจารณาโดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

### 3. ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 18 ผลการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม (จำนวนนักเรียน 52 คน)

การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ของกลุ่มควบคุม	คะแนน เดิม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		$\bar{d}$	s	df	t	sig.
		$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s					
1. การทำความเข้าใจปัญหา	10	8.019	1.777	7.692	2.082	-0.327	2.565	51	-0.919	0.362
2. การพิจารณาเลือกใช้หมโนทัศน์ และขั้นตอนวิธีการ	10	3.462	1.975	4.058	2.182	0.596	2.644	51	1.626	0.110
3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอน วิธีการสู่การแก้ปัญหา	10	2.212	1.786	2.173	1.790	-0.038	2.334	51	-0.119	0.906
4. การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบาย แนวคิดและเหตุผล	10	1.558	1.614	1.808	2.179	0.250	2.496	51	0.722	0.473
5. การพิจารณาความถูกต้อง สมเหตุสมผลของคำตอบ	10	0.904	1.563	1.135	1.826	0.231	2.255	51	0.738	0.464
คะแนนรวม	50	16.154	6.021	16.865	7.672	0.712	8.601	51	0.597	0.553

จากตารางที่ 18 เมื่อพิจารณาในภาพรวม พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ของนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ก่อนเรียนและหลังเรียน เท่ากับ 16.154 คะแนน และ 16.865 ตามลำดับ และจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มควบคุมหลังเรียนไม่แตกต่างจากก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนไม่เพิ่มขึ้นจากก่อนเรียน

เมื่อพิจารณาโดยจำแนกรายด้าน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้หมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการสู่การแก้ปัญหา การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ พบว่า การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มควบคุมหลังเรียนไม่แตกต่างจากก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ แสดงว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังเรียนไม่เพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนในทุกองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ

จากการเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง (แสดงดังตารางที่ 17) และนักเรียนกลุ่มควบคุม (แสดงดังตารางที่ 18) แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองเพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลอง แต่นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติมีการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะหลังการทดลองไม่เพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลอง

จากข้อ 1 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ข้อ 2 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง และข้อ 3 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ช่วยให้นักเรียนมีการรู้คณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

#### 4. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพที่แสดงถึงพัฒนาการการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล แบ่งเป็น 4 ข้อ ดังนี้

##### 4.1 สภาพทั่วไป

4.2 การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

4.3 การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลอง

4.4 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลอง

และกลุ่มควบคุม

แต่ละข้อมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

##### 4.1 สภาพทั่วไป

1) นักเรียน นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีถึงปานกลาง โดยนักเรียนมีระดับคะแนน 4 คิดเป็นร้อยละ 12 ระดับคะแนน 3.5 คิดเป็นร้อยละ 15 ระดับคะแนน 3 คิดเป็นร้อยละ 25 ระดับคะแนน 2.5 คิดเป็นร้อยละ 42 ระดับคะแนน 2 คิดเป็นร้อยละ 4 ระดับคะแนน 1.5 คิดเป็นร้อยละ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ในระดับ 2.5 รองลงมา

คือ ระดับคะแนน 3 ค่าเฉลี่ยของระดับคะแนน คือ 2.91 นักเรียนเรียนพิเศษวันเสาร์ที่โรงเรียนจัดประมาณร้อยละ 10 และเรียนพิเศษนอกโรงเรียนประมาณร้อยละ 30 นักเรียนประมาณร้อยละ 45 คิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก นักเรียนประมาณร้อยละ 20 ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนร้อยละ 30 ไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้หนังสือเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเป็นหลัก และได้รับเอกสารประกอบการสอนและเอกสารทบทวนก่อนสอบกลางภาคและปลายภาคจากครู

2) ครูคณิตศาสตร์ ครูที่รับผิดชอบจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีจำนวน 23 คน มีพื้นฐานการศึกษาระดับปริญญาตรีขึ้นไป โดยมีวุฒิการศึกษาระดับปริญญาตรีทางด้านคณิตศาสตร์ การสอนคณิตศาสตร์ การศึกษาคณิตศาสตร์ การวัดผลการศึกษา วุฒิปริญญาบัณฑิตวิชาชีพครูทางการสอนคณิตศาสตร์ และวุฒิปริญญาโททางการสอนคณิตศาสตร์ การวิจัยและประเมินผลการศึกษา จำนวนคาบสอนเฉลี่ย 18 คาบ/สัปดาห์ ครูส่วนใหญ่เน้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการบรรยายและการใช้เอกสารประกอบการสอน มีครูเพียงบางคนที่จัดกิจกรรมให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง

3) โรงเรียน เป็นโรงเรียนสหศึกษาขนาดใหญ่พิเศษ สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 ตั้งอยู่ที่เขตวังทองหลาง กรุงเทพมหานคร เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 จำนวนรวม 66 ห้องเรียน มีการจัดห้องแบบคละความสามารถและห้องเรียนวิชาการสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ มีบริการทางวิชาการ ได้แก่ ห้องสมุด ห้องคอมพิวเตอร์ ห้องศูนย์คณิตศาสตร์ เป็นต้น สิ่งอำนวยความสะดวกที่จัดให้มีทุกห้องเรียน คือ กระดานไวท์บอร์ด เครื่องฉายแผ่นโปร่งแสง สิ่งอำนวยความสะดวกที่จัดให้มีบางห้องเรียนและในห้องศูนย์คณิตศาสตร์ คือ คอมพิวเตอร์ และโปรเจคเตอร์

#### 4.2 การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

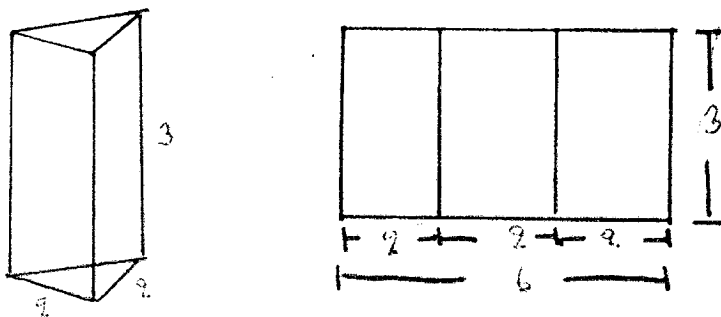
การจัดการเรียนการสอนตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC โดยเริ่มตั้งแต่ขั้นกำหนดปัญหาในบริบทชีวิตจริง ขั้นคิดค้นและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา ขั้นนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยน ขั้นสร้างความเป็นแบบแผน และขั้นประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ ได้ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามกระบวนการเรียนการสอนที่มีต่อการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง สรุปได้ดังนี้

1) ความรู้เชิงมโนทัศน์

ในช่วงเริ่มต้นการทดลอง การดำเนินกิจกรรมให้นักเรียนสร้างความรู้เชิงมโนทัศน์นั้นค่อนข้างยากลำบาก นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการเรียนมโนทัศน์โดยการสร้างมโนทัศน์จากการปฏิบัติกิจกรรม ซึ่งครูจะไม่บอกมโนทัศน์ให้นักเรียนโดยตรงแต่จะให้นักเรียนค่อยๆ สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติกิจกรรม การแก้ปัญหา การอภิปรายร่วมกับครูและเพื่อนในชั้นเรียน นอกจากนี้นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนและยังไม่กล้าพูดหรือแสดงความคิดเห็น ทำให้การเรียนมโนทัศน์ในช่วงแรกต้องใช้เวลาค่อนข้างมาก ครูจึงค่อยๆ สร้างความคุ้นเคยให้นักเรียนในการอภิปรายร่วมกันโดยกำหนดประเด็นคำถามที่น่าสนใจ ใกล้เคียงตัวนักเรียน มาใช้ฝึกฝนให้นักเรียนร่วมเสนอความคิดและอภิปรายร่วมกัน ทำให้นักเรียนค่อยๆ กล้าพูดกล้าแสดงความคิดเห็นมากขึ้น หลังจากนั้นนักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับการอภิปรายและวิธีการเรียนมโนทัศน์ของครูมากขึ้น ทำให้การเรียนมโนทัศน์ราบรื่นขึ้นและนักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้เองจากกิจกรรมของครูและการอภิปรายร่วมกับครูและเพื่อนในชั้นเรียน และเกิดความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์อย่างลึกซึ้ง นักเรียนเรียนรู้ที่มาและการเกิดมโนทัศน์ต่างๆ ว่าเกิดขึ้นมาอย่างไร รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ดังกล่าวกับปัญหาที่พบในชีวิตจริงได้ เนื่องจากนักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์จากการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ในช่วงหลังการทดลองพบว่า นักเรียนสามารถจดจำมโนทัศน์ได้ดี ดังเห็นได้จากผลการทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์

ตัวอย่างความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

แทนติดยายประกาศเป็นปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีความยาวด้านละ 2 ฟุต สูง 3 ฟุต จงหาปริมาตรของแท่นและพื้นที่ผิวด้านข้างที่ใช้ติดยายประกาศของแท่นนี้



ตัวอย่างข้างต้นแสดงให้เห็นถึงความรู้เชิงมโนทัศน์เกี่ยวกับผิวข้างของปริซึม นักเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับผิวข้างของปริซึมว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้างเท่ากับความยาวของฐานและมีความยาวเท่ากับความสูงของปริซึม และมีจำนวนหน้าที่อยู่ด้านข้างเท่ากับจำนวนด้านของฐานปริซึม

## 2) ความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการ

ในช่วงเริ่มต้นการทดลอง การดำเนินกิจกรรมให้นักเรียนคิดค้นและสร้างวิธีการแก้ปัญหาแบบง่าย ๆ ที่นักเรียนคุ้นเคยมาใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงที่ครูกำหนดต้องใช้เวลาค่อนข้างมาก นักเรียนยังไม่สามารถคิดหาวิธีการแก้ปัญหาแบบง่าย ๆ ได้ หรือไม่รู้ว่าจะใช้วิธีการอย่างไร เมื่อครูยกตัวอย่างและให้คำแนะนำ นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นเองแบบง่าย ๆ ได้ หลังจากนั้นเมื่อครูกำหนดปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น นักเรียนได้ค่อยๆ พัฒนาวิธีการแก้ปัญหาแบบง่าย ๆ ให้เป็นแบบแผนมากขึ้น ประกอบกับการนำเสนอแลกเปลี่ยนแนวคิดวิธีการแก้ปัญหา ร่วมกับกันกับเพื่อน ทำให้นักเรียนได้เห็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธีการและอภิปรายร่วมกับครูเพื่อพัฒนาเป็นขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน และเกิดความรู้ความเข้าใจในขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง นักเรียนรู้ที่มาของขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ว่าเกิดขึ้นมาจากการแก้ปัญหาแบบง่าย ๆ ของนักเรียนนั่นเอง นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถบอกได้ว่าปัญหาที่พบในชีวิตจริงแต่ละปัญหาสามารถนำขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนมาใช้หรืออาจใช้วิธีการแบบง่าย ๆ ที่นักเรียนสร้างขึ้นเองได้ แล้วแต่ความซับซ้อนของปัญหาแต่ละปัญหา ในช่วงหลังการทดลองพบว่า นักเรียนสามารถจดจำและดำเนินการตามขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ดี ดังเห็นได้จากผลการทดสอบความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน



แท่นติดป้ายประกาศเป็นปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีความยาวด้านละ 2 ฟุต สูง 3 ฟุต จงหาปริมาตรของแท่นและพื้นที่ผิวด้านข้างที่ใช้ติดป้ายประกาศของแท่นนี้

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{ปริมาตร} &= \frac{\text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}}{3} \\
 &= \left( \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 \right) \times 3 \\
 &= \left( \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \right) \times 3 \\
 &= 3\sqrt{3} \\
 \text{พื้นที่ผิวข้าง} &= 6 \times 3 \\
 &= 18
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างข้างต้นแสดงให้เห็นถึงความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการในการหาปริมาตรของปริซึมว่าหาได้จากพื้นที่ฐานของปริซึมคูณด้วยความสูงของปริซึม และการหาพื้นที่ผิวข้างของปริซึมหาได้จากพื้นที่ของหน้าทุกหน้าที่อยู่ด้านข้างรวมกัน ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ดังนั้นการหาพื้นที่จึงคำนวณได้จากความกว้างคูณความยาว หรือความยาวรอบฐานของปริซึมคูณด้วยความสูงของปริซึมนั้นเอง

ตัวอย่างขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายของนักเรียน

<p><b>ปัญหาที่ 2</b> ก้อยและกบซื้อขนมลงรถจักรยานค์ตามจำนวนและราคารวมที่แสดงถึงงาน</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">  <p>40 บาท</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">ก้อย</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">  <p>50 บาท</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">กบ</div> </div> <p>นักเรียนทราบหรือไม่ว่า ขนมแต่ละชนิดราคาต่อกล่องเท่าใด</p>	<p>นักเรียนคนที่ 1</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>ก้อย    กบ</p> <p>15      10    X</p> <p><math>2 \times (15) + (1 \times 10) = 40</math></p> <p><math>15 + (3 \times 10) = 50</math></p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>ก้อย    กบ</p> <p>15      10    ✓</p> <p><math>(2 \times 15) + (1 \times 10) = 40</math></p> <p><math>15 + (3 \times 10) = 50</math></p> </td> </tr> </table>	<p>ก้อย    กบ</p> <p>15      10    X</p> <p><math>2 \times (15) + (1 \times 10) = 40</math></p> <p><math>15 + (3 \times 10) = 50</math></p>	<p>ก้อย    กบ</p> <p>15      10    ✓</p> <p><math>(2 \times 15) + (1 \times 10) = 40</math></p> <p><math>15 + (3 \times 10) = 50</math></p>																														
<p>ก้อย    กบ</p> <p>15      10    X</p> <p><math>2 \times (15) + (1 \times 10) = 40</math></p> <p><math>15 + (3 \times 10) = 50</math></p>	<p>ก้อย    กบ</p> <p>15      10    ✓</p> <p><math>(2 \times 15) + (1 \times 10) = 40</math></p> <p><math>15 + (3 \times 10) = 50</math></p>																																
<p>นักเรียนคนที่ 2</p> <p>วิธีคิดส่วนตัว</p> <p>กล่อง Blueberry stick ราคา 14 บาท</p> <p>ถ้า = _____ - 2 กล่อง <math>14 \times 2 = 28</math> บาท</p> <p><math>\therefore</math> กล้วยราคา <math>40 - 28 = 12</math></p> <p>งบ จึงซื้อจาง Blue berry stick 3 กล่อง = 14 บาท</p> <p>กล้วยราคา <math>12 \times 3 = 36</math></p>	<p>นักเรียนคนที่ 3</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <th style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Blue</th> <th style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Chocolate</th> <th style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Total</th> <th style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Price</th> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">13</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">13</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">35</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">52 X</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">14</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">11</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">30</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">50 ✓</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">15</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">11</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">41</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">48 X</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">16</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">10</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">42</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">46 X</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">17</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">9</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">43</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">44 X</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">18</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">8</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">41</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">42 X</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">19</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">7</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">42</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">40 X</td> </tr> </table>	Blue	Chocolate	Total	Price	13	13	35	52 X	14	11	30	50 ✓	15	11	41	48 X	16	10	42	46 X	17	9	43	44 X	18	8	41	42 X	19	7	42	40 X
Blue	Chocolate	Total	Price																														
13	13	35	52 X																														
14	11	30	50 ✓																														
15	11	41	48 X																														
16	10	42	46 X																														
17	9	43	44 X																														
18	8	41	42 X																														
19	7	42	40 X																														
<p>นักเรียนคนที่ 4</p> $\begin{aligned} 2a + 1b &= 40 \\ 1a + 3b &= 50 \\ 2a + 6b &= 100 \\ 5b &= 60 \\ b &= 12 \\ 2a &= 16 \\ a &= 8 \end{aligned}$ <p>ตรวจสอบ แทนค่าลงในสมการ</p> <p>เมื่อก (8 + 12) + (1 × 12) = 40 ✓</p> <p>กบ (1 × 8) + (3 × 12) = 50 ✓</p>	<p>นักเรียนคนที่ 5</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>x แทน กล้วย</p> <p>y แทน คุกกี้</p> <p><math>2x + y = 40</math> ①</p> <p><math>x + 3y = 50</math> ②</p> <p>② × 2 → <math>2x + 6y = 100</math> ③</p> <p>① - ③ → <math>y - 5y = 40 - 100</math></p> <p><math>-4y = -60</math></p> <p><math>y = \frac{-60}{-4} = 15</math></p> <p><math>\therefore x = 14</math></p> <p><math>y = 12</math> ✗</p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>เมื่อก <math>y = 12</math></p> <p><math>x + 3y = 50</math></p> <p><math>x + 3(12) = 50</math></p> <p><math>x + 36 = 50</math></p> <p><math>x = 50 - 36</math></p> <p><math>x = 14</math></p> </td> </tr> </table>	<p>x แทน กล้วย</p> <p>y แทน คุกกี้</p> <p><math>2x + y = 40</math> ①</p> <p><math>x + 3y = 50</math> ②</p> <p>② × 2 → <math>2x + 6y = 100</math> ③</p> <p>① - ③ → <math>y - 5y = 40 - 100</math></p> <p><math>-4y = -60</math></p> <p><math>y = \frac{-60}{-4} = 15</math></p> <p><math>\therefore x = 14</math></p> <p><math>y = 12</math> ✗</p>	<p>เมื่อก <math>y = 12</math></p> <p><math>x + 3y = 50</math></p> <p><math>x + 3(12) = 50</math></p> <p><math>x + 36 = 50</math></p> <p><math>x = 50 - 36</math></p> <p><math>x = 14</math></p>																														
<p>x แทน กล้วย</p> <p>y แทน คุกกี้</p> <p><math>2x + y = 40</math> ①</p> <p><math>x + 3y = 50</math> ②</p> <p>② × 2 → <math>2x + 6y = 100</math> ③</p> <p>① - ③ → <math>y - 5y = 40 - 100</math></p> <p><math>-4y = -60</math></p> <p><math>y = \frac{-60}{-4} = 15</math></p> <p><math>\therefore x = 14</math></p> <p><math>y = 12</math> ✗</p>	<p>เมื่อก <math>y = 12</math></p> <p><math>x + 3y = 50</math></p> <p><math>x + 3(12) = 50</math></p> <p><math>x + 36 = 50</math></p> <p><math>x = 50 - 36</math></p> <p><math>x = 14</math></p>																																

### 4.3 การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลอง

การจัดการเรียนการสอนตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ได้ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามกระบวนการเรียนการสอนที่มีต่อการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลอง สรุปได้ดังนี้

#### 1) การทำความเข้าใจปัญหา

ในช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนประมาณร้อยละ 40 ไม่สามารถวิเคราะห์ทำความเข้าใจปัญหาที่กำหนดได้ อาจเพราะยังไม่คุ้นเคยกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หรือมีเจตคติที่ไม่ดีต่อการแก้ปัญหา แต่เมื่อจัดการเรียนการสอนโดยครูกำหนดปัญหาในชีวิตจริงที่ใกล้ตัวนักเรียน และมีความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยวิธีที่น่าสนใจ ทำให้นักเรียนสนใจโจทย์ปัญหาและเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น และสามารถวิเคราะห์ได้ว่าสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คืออะไร เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาเป็นอย่างดีนักเรียนจึงเกิดความรู้สึกรักคิดอยากลองแก้ปัญหาที่ครูนำเสนอ นอกจากนี้นักเรียนยังเกิดความรู้สึกรู้ว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องใกล้ตัว เกี่ยวข้องกับชีวิตของนักเรียนตลอดเวลา

#### ตัวอย่างการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน

##### ตัวอย่างที่ 1

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ..... จำนวนของเหรียญและจำนวนเงิน ..... จำนวนเงินที่ใช้ซื้อของ ..... จำนวนเงินที่เหลือ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ..... เงิน ๑๐๐ บาท ..... จำนวนเหรียญ ๑๐ ..... จำนวนเหรียญ ๕

##### ตัวอย่างที่ 2

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ..... จำนวนเงิน ..... จำนวนเงินที่เหลือ ..... จำนวนเงินที่ใช้ซื้อของ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ..... เงิน ๑๐๐ บาท ..... จำนวนเหรียญ ๑๐ ..... จำนวนเหรียญ ๕



และพัฒนาไปสู่ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน และมีโอกาสได้ฝึกคิดหาวิธีการและใช้วิธีการแก้ปัญหาหลายๆ วิธี รวมทั้งได้อภิปรายแลกเปลี่ยนวิธีการในการแก้ปัญหาลากหลายวิธีกับเพื่อนในชั้นเรียนทำให้นักเรียนรู้จักวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและรู้ข้อดีและข้อจำกัดของแต่ละวิธี นักเรียนจึงสามารถเลือกใช้หมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้นอย่างมาก

### ตัวอย่างการพิจารณาเลือกใช้หมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ตัวอย่างที่ 1

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

ทางคณิตศาสตร์ เช่น จำนวนคู่จำนวนคี่

ตัวอย่างที่ 2

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

การหาปริมาตร

ตัวอย่างที่ 3

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

ปีคี่คี่คี่คี่ / คี่คี่คี่คี่คี่คี่ / คี่คี่คี่คี่คี่คี่

ตัวอย่างที่ 4

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

การหา พหุคูณของ

การหาจำนวนตัวประกอบ และ พหุคูณ

ตัวอย่างที่ 5

2) ในการแก้ปัญหานี้ต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

การอ่านกราฟ

จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนสามารถระบุได้ถูกต้องเหมาะสมว่าในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการพิจารณาเลือกใช้หมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหา

ในช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนร้อยละ 70 ไม่สามารถกำหนดวิธีการหรือวางแผนทางที่นำไปสู่การแก้ปัญหาได้ นักเรียนไม่ทราบว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร ทั้งที่นักเรียนทราบว่าควรนำมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้ แต่ไม่สามารถวางแผนทางการนำมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวมาใช้แก้ปัญหาได้ มีนักเรียนส่วนน้อยที่สามารถวางแผนทางการแก้ปัญหาได้แต่เมื่อครูถามว่าเหตุใดจึงเลือกใช้แนวทางการดังกล่าว หรือมีแนวทางอื่นที่เหมาะสมกว่าอีกหรือไม่ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตอบได้ เมื่อครูใช้กระบวนการสอนผ่านไประยะหนึ่งนักเรียนค่อยๆ เกิดการพัฒนาอย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยเริ่มจากสามารถเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม และวางแผนทางการแก้ปัญหาแบบง่ายๆ ได้ และค่อยๆ เพิ่มระดับความยากและความซับซ้อนของปัญหามากขึ้น จนสามารถกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาที่นำไปสู่การแก้ปัญหาให้สำเร็จได้

ตัวอย่างการเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหานักเรียน

ตัวอย่างที่ 1

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหานี้อย่างไร (ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

1) จากข้อมูลของไอศกรีมรสต่างๆ ของห้างสรรพสินค้า 3 แห่ง คือ ห้าง A, ห้าง B และ

ห้าง C จำนวน ไอศกรีมรสต่างๆ ค่ะ

ตัวอย่างที่ 2

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหานี้อย่างไร (ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

หาพื้นที่ฐานของปริซึม แล้ว คูณ 2 จากพื้นที่ของพื้นที่ผิวข้าง

แล้วนำผลบวกกัน จะได้พื้นที่ผิว

ตัวอย่างที่ 3

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหานี้อย่างไร (ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

หาปริมาณของเงินและปริมาณรายได้กลุ่มคน

นำปริมาณของเงินลบกับปริมาณรายได้กลุ่มคน

ตัวอย่างที่ 4

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหานี้อย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

หาปริมาตร แทน C และแทน D แล้ว คำนวณ หัก ค่าที่แบ่ง

เท่าไร ให้ได้ 240 บาท และ ปริมาตรรวม 3,000 ลบ.ซม

## ตัวอย่างที่ 5

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

ตามปริมาตรของกล่อง C และกล่อง Y หอหว่าได้แล้ว นำปริมาตรของน้ำใน  
แต่ละกล่องมาคูณ แล้วนำจำนวนที่คูณได้ปริมาตร 3 ลิตร แล้วนำราคา  
ของแต่ละกล่องที่หาได้มาบวกกัน ก็จะได้คำตอบ ^^

จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนสามารถระบุแนวทางดำเนินการในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสมสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหา

4) การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล

ในช่วงแรกของการทดลองนักเรียนไม่ถึงร้อยละ 20 ที่สามารถแก้ปัญหาหรืออธิบายแนวคิดและเหตุผลได้สมบูรณ์ ถูกต้อง มีนักเรียนบางคนที่ยังดำเนินการแก้ปัญหาหรืออธิบายแนวคิดและเหตุผลตามแนวทางที่ได้วางไว้แต่ดำเนินการไม่สำเร็จหรือผิดพลาดบางส่วน เมื่อเวลาผ่านไปหลังจากที่นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการแบบง่าย ๆ ที่สร้างขึ้นเอง และใช้ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน และได้ฝึกฝนแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี นักเรียนค่อย ๆ เกิดพัฒนาการจนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาหรืออธิบายแนวคิดและเหตุผลได้ถูกต้องสมบูรณ์มากขึ้น

ตัวอย่างการแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผลของนักเรียน

## ตัวอย่างที่ 1

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

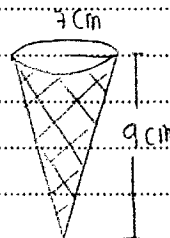
[Sol]

$$\text{สูตร} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^2 \times 9$$

$$= 66 \times 9$$

$$= 462 \text{ ลบ ซม} \quad \underline{\text{Ans}}$$



## ตัวอย่างที่ 2

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรรูปสี่เหลี่ยม} &= 25 \times 25 \times 50 \\
 &= (25 \times 25) \times 50 \\
 &= 625 \times 50 \\
 &= 31,250 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

## ตัวอย่างที่ 3

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

$$\begin{aligned}
 \text{Sol.} \\
 \text{ปริมาตรทรงกลม} &= \frac{4}{3} \pi \times 3^3 = 21 \pi \text{ cm}^3 \\
 \text{ปริมาตรสี่เหลี่ยมคี่เหลี่ยม} &= 4 \pi \times 3 \times 3 \times 3 = 18 \pi \text{ cm}^3 \\
 \text{ปริมาตรหัวโขนทรงกลม} &= 21 \pi - 18 \pi \\
 &= 3 \pi \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

## ตัวอย่างที่ 4

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

$$\begin{aligned}
 \text{เลือกข้อ B 9 ราง เพลา: ราง} &= 25 \text{ มท} \\
 &= 350 \text{ ลม. มท} \\
 1000 \text{ ลม. มท} &= 1 \text{ ลม} \\
 &= 350 \times 9 \\
 &= 3150 \text{ ลม. มท} \\
 &= 3 \text{ ลม} 150 \text{ ลม. มท} \\
 \text{มีเงิน } 240 \text{ มท} \\
 &= 25 \times 9 \\
 &= 240 - 225 \text{ มท} \\
 \text{เหลือเงิน} &= 15 \text{ มท} \\
 &= \text{หอดักเงินที่ดักมา} \\
 \text{เลือกข้อ B 9 ราง}
 \end{aligned}$$

## ตัวอย่างที่ 5

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

$$\begin{aligned} \text{แบบ C : } & \pi r^2 h \\ & = \frac{22}{7} \times 4 \times 4 \times 14 = 704 \text{ ลบ. ซม.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แบบ D : } & \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ & = 64 \times 15 = 960 \text{ ลบ. ซม.} \end{aligned}$$

กำหนดกล่องสูง 3 ลิตร เท่ากับ 3,000 ลบ. ซม.

$$\begin{aligned} \text{ถ้า ภาชนะ แบบ (D) 3 ใบ} \\ & = 64 \times 3 = 192 \\ & = 960 \times 3 = 2880 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ แบบ (B) 1 ใบ} \\ & = 25 \times 1 = 25 \\ & = 250 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore 2880 + 250 & = 3230 \text{ ลบ. ซม.} \\ \text{รวมเงินเงิน} & 217 \text{ บาท} \end{aligned}$$

จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ตามแนวทางที่วางไว้ และนำไปสู่การได้คำตอบของปัญหา แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล

## 5) การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบ

ในช่วงแรกของการทดลองนักเรียนไม่ถึงร้อยละ 20 ที่สามารถแสดงการพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบได้ เนื่องจากนักเรียนไม่ทราบว่า จะดำเนินการอย่างไรจึงจะตรวจสอบได้ว่าคำตอบถูกต้องหรือไม่ หลังจากครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนได้ร่วมอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบและวิธีการแก้ปัญหของเพื่อนในชั้นเรียน จากนั้นให้นักเรียนได้พิจารณาตัดสินคำตอบของตนเอง และให้นักเรียนได้นำเสนอคำตอบและวิธีการแก้ปัญหของตนเองต่อเพื่อนในชั้นเรียนแล้วให้เพื่อนซักถาม นักเรียนค่อยๆ มีพัฒนาการขึ้นโดยเริ่มจากสามารถตัดสินได้ว่าคำตอบของตนและคำตอบของเพื่อนถูกต้องสมเหตุผลหรือไม่ และสามารถพิจารณาว่าวิธีการแก้ปัญหของตนและวิธีการแก้ปัญหของเพื่อนมีความเหมาะสมเพียงใด หรือมีข้อบกพร่องที่และควรแก้ไขอย่างไร

ตัวอย่างการพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบของนักเรียน

ตัวอย่างที่ 1

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ปริมาณของน้ำในถัง = 31,250 ลูกบาศก์เซนติเมตร เป็นสัดส่วนที่ถูกต้อง  
 ตรวจสอบโดย ปริมาตรปริซึม =  $พหุคูณ \times สูง$   
 $21,250 = (10 \times 20) \times 50$   
 $31,250 \neq 3,750$

ตัวอย่างที่ 2

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ถูกต้อง เพราะ เมื่อแทนค่า r และ h ลงในสูตรแล้ว ได้คำตอบ 462 ลบ.ซม.

ตัวอย่างที่ 3

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

$d = 3r_2$  ลบ. 9      พหุคูณข้าง = 18 ลบ. 9  
 คำตอบ ผิดต้อง เพราะ ได้ผลต่างไว้คือ 9 ลบ. 9 และ แทนค่า  $3r_2$  ลงต้อง

ตัวอย่างที่ 4

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ถูกต้อง เพราะ ปริมาตรของก้อนดิน + ปริมาตรที่ขุดไม่ครบ = ปริมาตรรวม  
 $19\pi + 3\pi = 22\pi$

ตัวอย่างที่ 5

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ถูกต้อง 3150 ลบ.ซม. B ก้อน 350 ลบ.ซม. กว้าง 9 ก้อน  
 จะได้ 3150 ลบ.ซม. (1000 ลบ.ซม. = 1 ลิตร) ดังนั้น  
 จะได้ 3150 = 3.15 ลิตร มีเงิน 240 บาท 9 ก้อน  
 จะได้  $9 \times \frac{100}{2.5} = 225$  บาท จะเหลือเงิน 240 - 225  
 = 15 บาท

จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนสามารถดำเนินการตรวจสอบความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการพิจารณาความถูกต้องสมเหตุผลผลของคำตอบ

#### 4.4 การเปรียบเทียบการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะของนักเรียนกลุ่มทดลอง และนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตัวอย่างที่ 1

**ออกแบบเต็นท์**

เมื่อนักเรียนต้องเป็นผู้ออกแบบเต็นท์ที่มีลักษณะดังกล่าว โดยเต็นท์ต้องมีขนาดใหญ่เพียงพอที่ผู้ใหญ่ 2 คน ที่สูงประมาณ 170 เซนติเมตร สามารถเข้าไปนอนได้

ให้นักเรียนกำหนดความกว้าง ความยาว ความสูงของเต็นท์เองตามความเหมาะสม และหาพื้นที่ของผ้าที่ใช้ทำเต็นท์นี้ โดยต้องคลุมผ้ารอบเต็นท์ทุกด้านและปูพื้นของเต็นท์

##### 1) การทำความเข้าใจปัญหา

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

1) สิ่งที่เราต้องการทราบและสิ่งที่เรากำหนดให้มีอะไรบ้าง  
 สิ่งที่เราต้องการทราบ.....ในกำหนดความกว้าง, ยาว, สูง และ  
 พื้นที่ของผ้าที่ใช้ทำเต็นท์นี้.....  
 สิ่งที่เรากำหนดให้.....ขนาดเต็นท์ในรูปพอที่ผู้ใหญ่ 2 คน  
 ที่สูงประมาณ 170 ซม. สามารถเข้าไปนอนได้.....

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

1) สิ่งที่เราต้องการทราบและสิ่งที่เรากำหนดให้มีอะไรบ้าง  
 สิ่งที่เราต้องการทราบ.....พื้นที่, ยาว, สูง, เต็นท์.....  
 สิ่งที่เรากำหนดให้.....ความสูงของผู้ใหญ่ ประมาณ 170 ซม.....

##### 2) การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง  
 .....พีทาโกรัส, เส้นครึ่งวงกลม / เส้นขนาน.....

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง  
 .....การหาปริมาตร และ พื้นที่ผิวของปริซึม.....

## 3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหา

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

ถ้าจะแก้ ความสั้น ความกว้าง ความยาวของด้านทั้งสี่  
และรูปร่างก็ได้ ให้ทำเส้นทแยงมุมไปสองเส้นที่หน้า ๑๖๗ จะได้

คำตอบที่ 2

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

ความยาวของด้านทั้งสี่คือ 170 ซม. ความกว้างของด้านทั้งสี่ ต้องหาคำตอบ  
ที่นี้ให้หาว่าหาว่าเหลือไปกี่คนได้ ๒ คน นอกทั้งหมด ความกว้างและความยาว  
ของด้านทั้งสี่แล้ว ก็หาว่ามีกี่ตัวของด้านทั้งสี่

คำตอบที่ 3

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

ถ้าจะแก้ค่าความยาวด้านทั้งสี่ ความยาวของด้านทั้งสี่  
ก็ให้ทำเส้นทแยงมุมไปสามเส้นที่หน้า ๑๖๗  
เพราะฉะนั้นจะไปตามทางแนวเส้นทแยงมุม

คำตอบที่ 4

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

1.) หาเส้นทแยงมุม สามเส้น  $\times 2$   
2.) หาพื้นที่ทั้งสี่  
3.) หาพื้นที่ด้านทั้งสี่  
4.) หาพื้นที่ส่วนสี่ด้าน  
5.) หาพื้นที่ทั้งหมดของหน้า

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

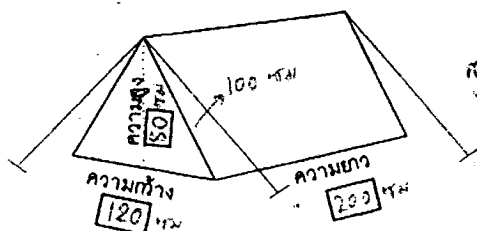
..... วิเคราะห์ความกว้าง ความยาว สูง .....

4) การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น



สูงคือ  $80^2 + 60^2 = 100^2$

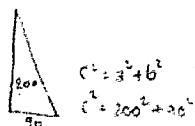
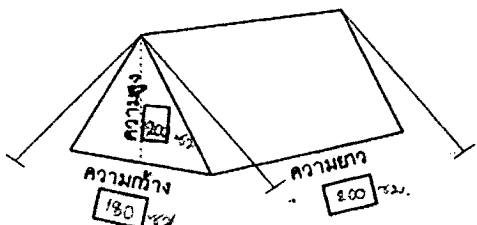
พื้นที่หน้าตัดที่ใช้ทั้งหมด =  $2 \times \left( \frac{1}{2} \times 120 \times 80 \right) + 2 \times (120 \times 200) + (120 \times 200)$

=  $1,000 + 20,000 + 24,000$

=  $23,600$  ตร.ซม.

คำตอบที่ 2 (กำหนดขนาดของเต็นท์ที่เหมาะสมแต่ดำเนินการไม่ครบถ้วน)

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

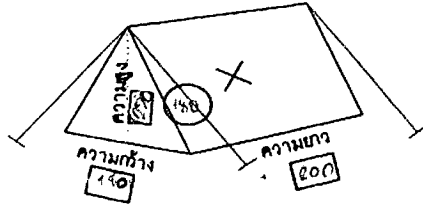


พื้นที่ของเต็นท์ = พื้นที่ส่วนที่ 1 + พื้นที่ผิวข้าง

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

คำตอบที่ 1 (ดำเนินการไม่ถูกต้อง)

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น



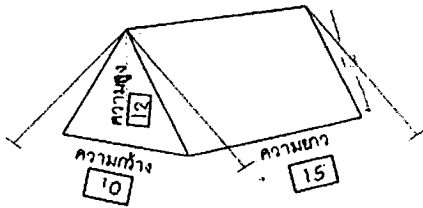
พื้นที่หลังคา =  $2 \times \left( \frac{1}{2} \times 140 \times 150 \right) + 3(140 \times 200)$

$= 49500 + 104000$

พื้นที่หลังคาทั้งหมด = 59400 ตร.ม

คำตอบที่ 2 (ดำเนินการได้ถูกต้องแต่กำหนดขนาดไม่เหมาะสมกับเงื่อนไขของโจทย์)

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น



วิธีทำ

น1. พื้นที่หลังคา =  $\frac{1}{2} \times 12 \times 10 \times 2$

$= 120$  ตร.ม

น2. พื้นที่ด้านข้าง =  $15 \times 12 \times 2$

$= 360$  ตร.ม

น3. พื้นที่ส่วนอื่น =  $15 \times 10$

$= 150$  ตร.ม

∴ พื้นที่ทั้งหมด =  $120 + 360 + 150$

$= 630$  ตร.ม

5) การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ

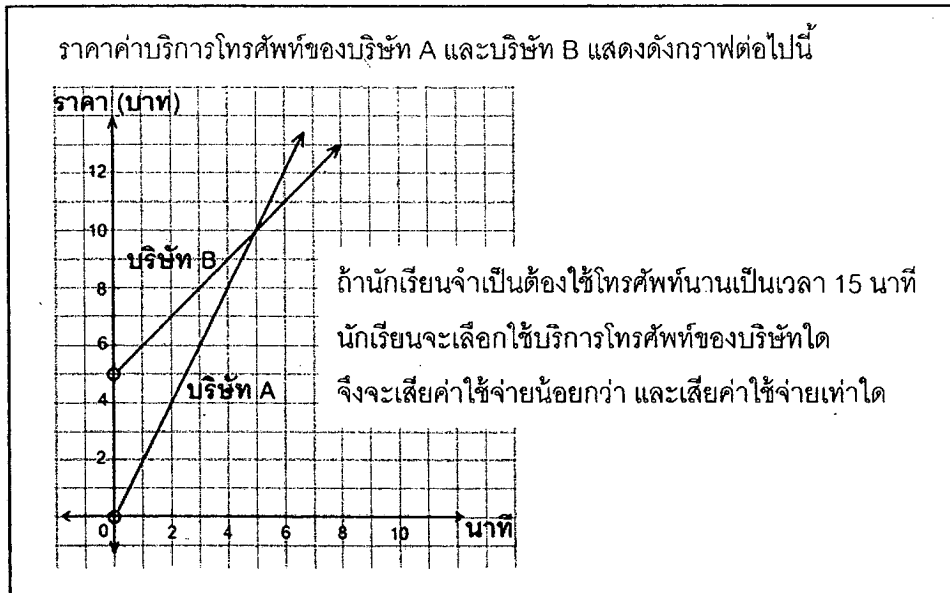
ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ถูก ไม่ถูก. ถ้าหาก ความกว้างยาวด้านนี้ 200 น่าจะเข้าไปนอนได้

ตัวอย่างที่ 2



1) การทำความเข้าใจปัญหา

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

1) สิ่งที่เราต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ถ้าต้องโทร 25 นาที ใช้ของ บริษัท  
A เสียค่า

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ราคาในกรณีโทรศัพท์ (ต่อนาที)

ข. A นาทีละ 2 บาท เท่ากัน ส่วนแรก 5 บาท

ข. B นาทีแรก 6 บาท นาทีต่อไปนาทีละ 2 บาท

คำตอบที่ 2

1) สิ่งที่เราต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ถ้าจำเป็นต้องใช้โทรศัพท์ 15 นาที

จะเลือกใช้บริการของบริษัทใด จึงจะเสียค่าใช้จ่ายน้อยกว่า

และเสียค่าใช้จ่ายเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ราคาของโทรศัพท์ 15 นาที บริษัท A และ B

และ จำนวนนาทีในกรณี

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ... ข้อใดสมมติให้โจทย์ต้องการได้คือหาค่าของ  $x$  และ  $y$  เมื่อค่า  $x$  และ  $y$  ถูก  
หาค่า  $x$  และ  $y$  ให้ค่า  $x$  และ  $y$  ใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... มีค่า  $x$  และ  $y$  ที่สอดคล้องกับสมการ  $x + y = 15$  ใด

2) การพิจารณาเลือกไข่มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

..... ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องกราฟ

คำตอบที่ 2

2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

..... การจำแนกรูป

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

คำตอบที่ 1

2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

.....  $+$   $\times$

คำตอบที่ 2

2) ในการแก้ปัญหาต้องนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้บ้าง

..... ก. การบวก

..... ข. การคูณ

3) การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหา

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

บริษัท A จำนวน  $x$  ชิ้น ราคา  $3x + 5$  บาท  
บริษัท B จำนวน  $y$  ชิ้น ราคา  $4y + 5$  บาท

คำตอบที่ 2

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

1) ชิมมีเงินที่ใส่ ก้อน

2) ชิมจำนวนเงินที่ใส่โดยการพลิก - จำนวนเงิน

3) เปลี่ยนที่รับค่าของ

คำตอบที่ 3

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

ในนี้ ถ้า วนจากที่ปี จำนวน ๑๓ ของวิธีที่ ๒ มาตั้งกัน  
วางวิธีที่ ๑ มาดูดีกว่า

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

3) นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

(ระบุแนวทาง / วิธีการ / ขั้นตอน ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา)

+ ×

4) การแก้ปัญหาและสื่อสารอธิบายแนวคิดและเหตุผล

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

4) จะแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

เพื่อเทียบกราฟ A และ B จะได้ดังนี้

A : 0 = 0      B : 0 = 0

2 = 4      2 = 7

4 = 8      4 = 9

6 = 12      6 = 11

8 = 13

เมื่อเทียบดูจะเห็นว่า A พาดเส้นกราฟ

เงื่อนงำเหมือนกันจะเห็นความต่างเส้น

ที่ละ 2 แต่ B เงื่อนงำกลับกันจะต่างกัน

แต่ 5 และ ๑๓

จำนวนหน้า A : 15 = 30 บ.

B : 15 = 20 บ.

คำตอบที่ 2

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

วิธีที่ A = 1 นาที = 2 บาท  
 วิธีที่ B = 1 ชั่วโมง = 6 บาท ราคิน้ำดื่ม 1 บาท  
 วิธีที่ A = 15 x 2  
 = 30 บาท  
 วิธีที่ C = 1 ชั่วโมง = 1 x 6 = 6 บาท 14 นาที = 14 x 1  
 = 6 = 14  
 ∴ วิธีที่ B = 15 บาท = 20 บาท  
 วิธีที่ B ใช้น้ำดื่มน้อยกว่า 10 บาท

คำตอบที่ 3

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

หากเราไป วิธีที่ A ใช้น้ำดื่ม 2 บาท  
 15 นาที = 15 x 2  
 = 30 บาท  
 วิธีที่ B ใช้น้ำดื่ม 6 บาท ใช้น้ำดื่ม 1 บาท  
 15 นาที = ใช้น้ำดื่ม 6 บาท ใช้น้ำดื่ม 2 7 บาท 15 - 2 = 5  
 = ใช้น้ำดื่ม 1 + 5  
 = 15 + 5  
 = 20 บาท  
 ∴ ใช้น้ำดื่มวิธีที่ B ใช้น้ำดื่ม 20 บาท น้อยกว่า A 10 บาท

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

คำตอบที่ 1 (อ่านกราฟไม่ถูกต้อง)

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

วิธีที่ A = ใช้น้ำดื่ม 50 บาท

ราคา	0.50	1	1.5	2	2.5	3
นาที	1	2	3	4	5	6

รวมค่าโทรศัพท์ทั้งหมด 15 นาที = 7.50 บาท

วิธีที่ B = ใช้น้ำดื่ม 6 บาท ใช้น้ำดื่ม 2 บาท  
 ใช้น้ำดื่ม 1 บาท ใช้น้ำดื่ม 1 บาท

ราคา	1	2	3	4	5
นาที	6	7	8	9	10

รวมค่าโทรศัพท์ทั้งหมด 15 นาที = 10 บาท

∴ ค่าโทรศัพท์วิธีที่ A น้อยกว่า ค่าโทรศัพท์วิธีที่ B = 1.50 บาท

ดังนั้น ควรเลือกใช้น้ำดื่มวิธีที่ A

คำตอบที่ 2 (อ่านกราฟได้ถูกต้องแต่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อได้)

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น

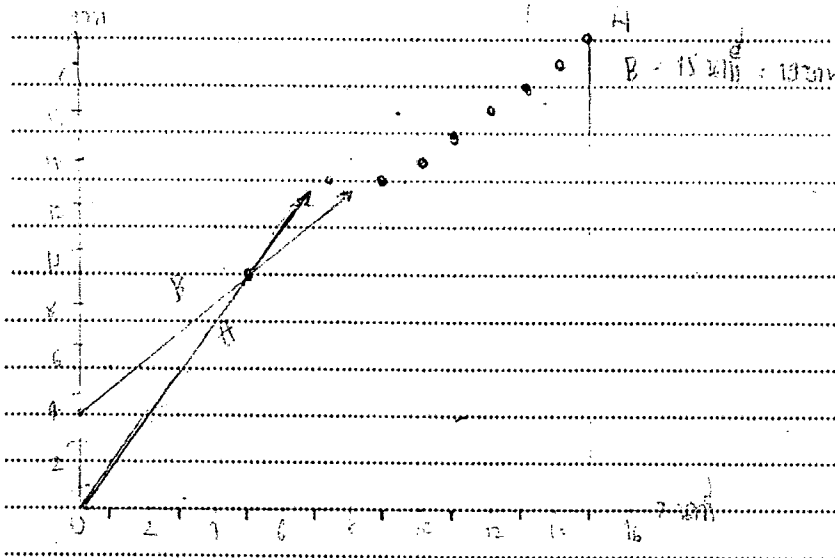
บริษัท A	นาที	1	2	3	4	5	6
	บาท	2	4	6	8	10	12

บริษัท B	นาที	1	2	3	4	5	6
	บาท	6	7	8	9	10	11

คำตอบที่ 3

4) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ตามที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้น



5) การพิจารณาความถูกต้องสมเหตุสมผลของคำตอบ

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คำตอบที่ 1

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

- ข. A นาทีละ 2 บาท โทร 15 นาที = 30 บาท
- ข. B นาทีแรกคิดเงิน 6 บาท โทร 15 นาที = 15 - 1 = 14 นาที  
 (โทร = นาทีแรกคิดแพงกว่า นาทีต่อไป)  
 นาทีต่อไปนาทีละ 2 บาท เหลือ 14 นาที เท่ากับ 14 บาท
- ข้อ ข. B คือค่าขริกร นาทีแรก 6 บาท นาทีต่อไปคิดเงินนาทีละ 2 บาท  
 2 14 บาท ∴ 6 + 14 = 20 บาท

คำตอบที่ 2

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

ออกตัว 1 หน้า บริษัท A 1 นาที ส่งคำวิจารณ์ 2 บท  
 15 นาที 1 หน้า บริษัท B 1 นาที ส่งคำวิจารณ์ 6 บท  
 15 นาที 1 หน้า บริษัท C 1 นาที ส่งคำวิจารณ์ 6 บท  
 บริษัท A จำนวนคำวิจารณ์  $2 \times 1 = 2$  บท  
 บริษัท B จำนวนคำวิจารณ์  $6 \times 1 = 6$  บท  
 บริษัท C จำนวนคำวิจารณ์  $6 \times 1 = 6$  บท

ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม

คำตอบที่ 1

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

$B = 15$  นาที  
 $15$  นาที

คำตอบที่ 2

5) สรุปคำตอบ นักเรียนคิดว่าคำตอบดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ จงแสดงการตรวจสอบ

บริษัท B จำนวนคำวิจารณ์ A

จากตัวอย่างข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ได้แก่ ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือก ใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหา และการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล และการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการที่สูงขึ้นและมีความแตกต่างจากนักเรียนกลุ่มควบคุม