

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การรู้คณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของการรู้หนังสือ
- 1.2 ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์
- 1.3 ความสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์
- 1.4 ลักษณะสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์
- 1.5 องค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์
- 1.6 แนวทางการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์
- 1.7 การประเมินการรู้คณิตศาสตร์

2. การศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง

- 2.1 ความเป็นมาของแนวคิด
- 2.2 แนวคิด ทฤษฎี
- 2.3 หลักการสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง
- 2.4 แนวคิดในการจัดการเรียนการสอน

3. กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

- 3.1 ความเป็นมา
- 3.2 หลักการของกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC
- 3.3 แนวคิดในการจัดการเรียนการสอน

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. การรู้คิดศาสตร์

1.1 ความหมายของการรู้หนังสือ (Literacy)

Good (1973: 342) ให้ความหมายของ Literacy ในพจนานุกรมทางการศึกษาไว้ว่า หมายถึง ความสามารถในการอ่านและการเขียน

Moll (1994: 202 อ้างถึงใน Martin, 2007: 28) กล่าวว่า การรู้หนังสือ (Literacy) หมายถึง ความสามารถในการอ่าน การเขียน การพูด และการใช้ภาษา

Romberg (2001: 5) กล่าวว่า การรู้หนังสือ หมายถึง การใช้ภาษาของมนุษย์ ความสามารถของบุคคลในการอ่าน การเขียน การฟัง และการพูดภาษาใดภาษาหนึ่ง เป็นเครื่องมือที่สำคัญทำหน้าที่เป็นสื่อกลางในกิจกรรมทางสังคมของมนุษย์

Kouba and Champagne (1998: 2) กล่าวว่า การรู้หนังสือเป็นมากกว่าความสามารถในการอ่าน การเขียน การฟัง และการพูด แต่ยังหมายรวมถึงความสามารถในการสื่อสารและการใช้เหตุผลอีกด้วย

ราชบัณฑิตยสถาน (2551: 266) ให้ความหมายของ Literacy ในพจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ โดยแปลเป็นคำไทยว่า การรู้หนังสือ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการอ่านออก เขียนได้ คิดคำนวณได้ ในระดับที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้จริง และอธิบายเพิ่มเติมว่ามาตรฐานการรู้หนังสือของประชากรแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกัน

สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจันย์ (2549: 7) กล่าวว่า Literacy แต่เดิมใช้ในความหมายทางภาษา แปลเป็นไทยว่า อ่านออกเขียนได้ หมายถึง การใช้ภาษาเพื่ออ่าน เขียน ฟัง พูด ซึ่งภาษาเป็นเครื่องมือที่สำคัญของมนุษย์ แต่ในปัจจุบัน คำว่า Literacy ถูกใช้ในความหมายอื่นนอกจากด้านภาษาด้วย โดยคำไทยที่มีความหมายใกล้เคียงกับคำว่า Literacy คือ การรู้เรื่อง

จากความหมายของการรู้หนังสือที่รวบรวมไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การรู้หนังสือเป็นความสามารถของบุคคลในการใช้ภาษาทั้งการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน ในระดับที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์เพื่อเป็นสื่อกลางในการทำความเข้าใจและการสื่อสาร

1.2 ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ พบว่า นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงการรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และคำอื่นๆ ที่มีความหมายใกล้เคียงกับการรู้คณิตศาสตร์ ได้แก่ Quantitative Literacy, Quantitative Reasoning, Functional Mathematics, Mathematical Proficiency และ Numeracy โดย Quantitative Literacy, Quantitative Reasoning และ Mathematical Proficiency ใช้ในสหรัฐอเมริกา Functional Mathematics ใช้ในสหราชอาณาจักร Numeracy เริ่มใช้ในประเทศอังกฤษ และ Mathematical Literacy ใช้แพร่หลายโดยทั่วไป คำต่างๆ เหล่านี้ล้วนมีความหมายใกล้เคียงกัน (Hoogland, 2003: 1; Jablonka, 2003: 76-77; Van Groenestijn, 2003: 229-230; Burkhardt, 2007: 138; Steen and others, 2007: 285) ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า การรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ซึ่งเป็นคำที่ใช้แพร่หลายโดยทั่วไป นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Good (1973: 353) ให้ความหมายของ Mathematical Literacy ในพจนานุกรมทางการศึกษาไว้ว่าหมายถึง การรู้หลักการพื้นฐานและเทคนิคซึ่งเป็นสมรรถนะการใช้งานทางคณิตศาสตร์

Martin (2007: 29) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง การที่บุคคลสามารถใช้คณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล วิเคราะห์ คิดหาวิธี และแก้ปัญหาในสถานการณ์ของโลกจริง บุคคลผู้รู้คณิตศาสตร์เป็นประชากรที่รอบรู้และเป็นผู้บริโภคที่ชาญฉลาด ซึ่งมีความสามารถในการตีความและวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารจำนวนมากที่ไหลบ่าเข้ามาสู่ชีวิตในแต่ละวันทั้งจากหนังสือพิมพ์ โทรทัศน์ และอินเทอร์เน็ต

Yore, Pimm, and Tuan (2007: 574) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์มีความหมายมากกว่าการเข้าใจสาระสำคัญของคณิตศาสตร์ แต่เกี่ยวข้องกับการรู้หลักการพื้นฐานและความสามารถส่วนบุคคลในการใช้การคิดในเชิงคณิตศาสตร์ การสร้างความเข้าใจ และการแก้ปัญหา

Steen, Turner, and Burkhardt (2007: 285) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ความรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในความท้าทายที่พบในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

De Lange (2003: 77, 80) กล่าวว่า สิ่งสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์ คือ การรู้จักเลือกใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่หลากหลาย และการรู้คณิตศาสตร์มีลักษณะที่ไม่เป็นแบบแผนแต่เป็นการหยั่งรู้ ไม่เป็นนามธรรมแต่อิงบริบท ไม่เน้นสัญลักษณ์แต่เน้นรูปธรรม

Jablonka (2003: 78) กล่าวถึงการรู้คณิตศาสตร์ในด้านการใช้ประโยชน์จากความรู้คณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่าการรู้คณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการใช้และประยุกต์ความรู้คณิตศาสตร์ในการปฏิบัติและการใช้งาน

Orpwood and Garden (1998: 62) อธิบายความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ดังที่ได้ใช้ในการศึกษาวิจัยของ TIMSS ไว้ว่าเป็นความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ที่เรียนในโรงเรียนในสถานการณ์ชีวิตประจำวัน ซึ่งไม่ใช่เพียงแค่นักเรียนสามารถคิดคำนวณหรือจัดการกับภาระกิจในบ้านและกิจกรรมยามว่างแบบง่ายๆ เท่านั้น แต่นักการศึกษาคณิตศาสตร์ต้องการให้นักเรียนตระหนักว่าเมื่อใดควรนำเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อทำความเข้าใจข้อมูลข่าวสารบนหน้าหนังสือพิมพ์หรือสื่อสิ่งพิมพ์ต่างๆ เพื่อเป็นตัวช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับการเงินหรือการลงทุนส่วนบุคคล และเพื่อสร้างความกระจ่างในสิ่งที่ซ่อนอยู่ในโครงการด้านสังคมและเศรษฐกิจของท้องถิ่นหรือรัฐบาล นอกจากนี้นักเรียนควรสามารถประยุกต์ใช้ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบททางสังคมที่กว้างขึ้นจากที่พบในชั้นเรียน

OECD (2003: 24) ให้ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถของบุคคลในการระบุและเข้าใจบทบาทคณิตศาสตร์ที่มีในโลกหรือในชีวิตจริง สามารถตัดสินใจปัญหาต่างๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ มีความผูกพันกับคณิตศาสตร์ รู้จักใช้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาและตอบสนองความต้องการในชีวิต

สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ (2549: 1) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์ มีความหมายมากกว่าการคิดเลขและการทำโจทย์ การรู้จักรูปคณิตศาสตร์ หรือการจัดการข้อมูล แต่หมายรวมถึงรู้ขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์ สามารถติดตามและประเมินข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ เสนอปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เลือกวิธีการนำเสนอสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ และสามารถตัดสินใจปัญหาบนพื้นฐานของคณิตศาสตร์เพื่อแสดงว่าเป็นประชากรที่มีความคิดสร้างสรรค์และรอบคอบ

ราชบัณฑิตยสถาน (2553: 4) ให้ความหมายของ Mathematical Literacy ในพจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ โดยแปลเป็นคำไทยว่า การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง การรู้คณิตศาสตร์ทั้งในแง่ความคิดรวบยอดและขั้นตอน วิธีการนำไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ รวมทั้งการแก้ปัญหา โดยใช้เหตุผล การคิดวิเคราะห์ และการสื่อความหมาย การรู้คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน ประกอบด้วยความรู้ความเข้าใจเรื่องจำนวนและสัญลักษณ์ ตลอดจนการนำไปใช้แก้ปัญหา

Burkhardt (2007: 137-138) กล่าวถึงความหมายของ Quantitative Literacy หมายถึง การคิดเกี่ยวกับปัญหาในชีวิตประจำวันโดยใช้คณิตศาสตร์ นอกจากนี้ Quantitative Literacy เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ในทัศนและทักษะทางคณิตศาสตร์ได้ดี โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับผู้ที่มีผลสัมฤทธิ์คณิตศาสตร์ไม่สูงนัก

Qualifications and Curriculum Authority (QCA) (อ้างถึงใน Brown and others, 2006) ให้ความหมายของ Functional Mathematics ว่าหมายถึง การที่บุคคลมีความเข้าใจในทัศนทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอและรู้ว่าจะใช้ทัศนดังกล่าวเมื่อไรและใช้อย่างไร

Evans (2000: 236) กล่าวว่า Numeracy หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการ การแปลความ และการสื่อสารในเชิงจำนวน ปริมาณ ปริภูมิ สถิติ และข้อมูลสารสนเทศเชิงคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมกับบริบทที่หลากหลาย เข้าร่วมกิจกรรมของสังคมในฐานะที่เป็นส่วนหนึ่งของสังคมและวัฒนธรรมได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ราชบัณฑิตยสถาน (2553: 27) ให้ความหมายของ Numeracy ในพจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ โดยแปลเป็นคำไทยว่า ความสามารถเชิงตัวเลข หมายถึง ความสามารถเกี่ยวกับทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อชีวิตประจำวัน และความสามารถเข้าใจสารสนเทศเชิงคณิตศาสตร์ เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง

จากความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ที่รวบรวมไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถของบุคคลในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ไปจากที่พบในชั้นเรียน รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาว่าเมื่อใดควรนำทัศนทางคณิตศาสตร์ใดมาใช้และใช้อย่างไร ผู้ที่รู้คณิตศาสตร์ที่แท้จริงไม่ใช่เพียงเป็นผู้มีความรู้มากในวิชาคณิตศาสตร์ แต่ต้องสามารถประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะในสถานการณ์ต่างๆ ที่พบได้อย่างเหมาะสม และสามารถตัดสินใจได้ว่าทัศนใดควรนำมาใช้ในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งไม่ใช่เพียงคุ้นเคยกับคณิตศาสตร์แต่เต็มเปี่ยมไปด้วยความเข้าใจอย่างแท้จริง

1.3 ความสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์

การรู้คณิตศาสตร์เป็นทักษะชีวิตอย่างหนึ่งซึ่งเป็นพื้นฐานที่มีความจำเป็นเช่นเดียวกับการรู้หนังสือ ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้และฝึกฝน (Devlin, 2000: 24; Watson, 2002: 157) ในโลกปัจจุบันบุคคลต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งในการดำเนินชีวิตประจำวัน ความรู้และความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์ช่วยให้เข้าใจประเด็นหรือความจำเป็นต่างๆ อย่างมีความหมายและทำให้ภารกิจสำเร็จลุล่วง การขาดความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล อาจทำให้เกิดการตัดสินใจที่ผิดพลาดหรือสับสนในชีวิตการทำงานและชีวิตส่วนตัว เช่นผู้ที่ตัดสินใจอย่างไร้ข้อมูลข่าวสาร (สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549: 8, 13) กิจกรรมของมนุษย์ และกิจกรรมทางสังคมต้องการการรู้คณิตศาสตร์เพื่อการใช้งานและเพื่อเตรียมคนในการใช้ชีวิต มีความเข้าใจ และกระทำอย่างมีวิจารณญาณ (Yore and others, 2007: 574) ดังนั้น ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นักเรียนจึงไม่เรียนรู้เฉพาะแต่มีทศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ต้องเรียนรู้การใช้แนวคิดเหล่านี้เพื่อแก้ปัญหาแปลกใหม่และเรียนรู้การคิดในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลายให้เป็นคณิตศาสตร์อีกด้วย

การรู้คณิตศาสตร์เป็นจุดมุ่งหมายหลักอย่างหนึ่งของการจัดการศึกษาในโรงเรียนยุคปัจจุบัน การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนต้องมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการรู้คณิตศาสตร์ นั่นคือสามารถเลือกและประยุกต์ใช้ความรู้และวิธีการที่มีความเหมาะสมกับสถานการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นภายนอกโรงเรียน และเตรียมความพร้อมให้แก่ นักเรียนทุกคนเพื่อการใช้ชีวิตในสังคมที่มีความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี (Watson, 2002: 157; Steen and others, 2007: 286)

1.4 ลักษณะสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์

การรู้คณิตศาสตร์มีลักษณะสำคัญที่แตกต่างจากคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาวิชา ดังที่ De Lange (2003: 80) ได้กล่าวว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นที่ความรู้ในเนื้อหาวิชา แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นที่การใช้คณิตศาสตร์ในโลกจริง นอกจากนี้ Steen and others (2007: 289) กล่าวว่า การรู้คณิตศาสตร์ไม่ได้ต้องการเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่พิเศษหรือแปลกใหม่ แต่ต้องการการเลือกหาเนื้อหาที่เหมาะสมสำหรับแต่ละบริบทเท่านั้น ซึ่ง Steen and others อธิบายความแตกต่างของการรู้คณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ในโรงเรียนว่า

*คณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นการใช้คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนในระดับเบื้องต้น
แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นการใช้คณิตศาสตร์เบื้องต้นในระดับที่ซับซ้อน*

การรู้คณิตศาสตร์ใช้ข้อมูลที่เป็นจริง กระบวนการที่แปลกใหม่ และการใช้เหตุผลที่ซับซ้อน แต่ต้องการเพียงเนื้อหาคณิตศาสตร์เบื้องต้นเท่านั้น ในทางตรงกันข้ามคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมีลักษณะเป็นมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม ใช้จำนวนง่าย ๆ กระบวนการที่ตรงไปตรงมา และการประยุกต์ที่เป็นแบบแผน (Steen and others, 2007: 289)

การรู้คณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ดังที่ Hughes-Hallett (2003: 92) กล่าวว่า การจะสามารถเข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์ในบริบทได้นั้น จำเป็นต้องมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วย แม้ว่าความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์พื้นฐาน จะไม่ได้เป็นเครื่องยืนยันถึงการรู้คณิตศาสตร์ แต่การขาดความรู้พื้นฐานนี้จะไม่ทำให้เกิดการรู้คณิตศาสตร์ได้

นอกจากนี้ Jablonka (2003: 84-96) ได้กล่าวถึง การรู้คณิตศาสตร์ 5 ประเภท ตามจุดมุ่งหมายของการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การรู้คณิตศาสตร์เพื่อการพัฒนามนุษย์ เน้นที่ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแปลความและจัดการชีวิตประจำวัน ซึ่งแนวคิดหลักคือ ปัญหาทุกชนิดสามารถสร้างเป็นโมเดลทางคณิตศาสตร์และแก้ได้ด้วยเทคนิคทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นปัญหาในชีวิตประจำวัน การทำงาน รวมถึงปัญหาในระดับโลก เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการครอบคลุมถึงเนื้อหาคณิตศาสตร์ทั้งหมด

2. การรู้คณิตศาสตร์เพื่อความเป็นเอกลักษณ์ทางวัฒนธรรม เป็นที่ยอมรับในประเทศกำลังพัฒนา ซึ่งพบว่ามีความแตกต่างอย่างมากระหว่างคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเรียนในโรงเรียนกับคณิตศาสตร์ที่นักเรียนใช้ในชีวิตประจำวันและในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน แนวคิดนี้สนับสนุนการให้ความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการในหลักสูตรให้มากขึ้น คณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการนี้ คือ การรู้คณิตศาสตร์นั่นเอง

3. การรู้คณิตศาสตร์เพื่อการเปลี่ยนแปลงทางสังคม การรู้คณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการมองความเป็นจริงที่แตกต่างออกไปและเปลี่ยนแปลงสิ่งต่างๆ การรู้คณิตศาสตร์นำไปสู่ความเป็นประชากรที่มีความคิด คณิตศาสตร์ควรเน้นที่การพิจารณาประเด็นวิกฤติทางสังคมและการเมือง โดยเฉพาะในแง่มุมที่เกี่ยวข้องกับสถิติ วิชาอื่นๆ ควรนำมาเชื่อมโยงและใช้เป็นส่วนหนึ่งของโปรแกรมการเรียนการรู้คณิตศาสตร์

4. การรู้คณิตศาสตร์เพื่อความตระหนักในสิ่งแวดล้อม ความคิดว่าคณิตศาสตร์ให้ประโยชน์แก่อุตสาหกรรมและวิทยาศาสตร์ เพื่อพัฒนาชีวิตและความเป็นอยู่ของประชากร ได้รับการยอมรับอย่างแพร่หลายทั่วโลก แต่บุคคลผู้สนับสนุนการรู้คณิตศาสตร์เพื่อความตระหนัก

ในสิ่งแวดล้อมเห็นว่า คณิตศาสตร์นำไปสู่เทคโนโลยีทางการทหารและมลพิษจำนวนมากจากโรงงานอุตสาหกรรม และต้องการเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปสู่การวิเคราะห์เกี่ยวกับปัญหาสิ่งแวดล้อมระดับโลกในทุกกลุ่มคนให้ตระหนักในบทบาทของคณิตศาสตร์ ประเด็นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เพื่อสิ่งแวดล้อมหรือคณิตศาสตร์สีเขียวควรได้รับการพูดถึง เพื่อการสร้างสรรค์และพัฒนา

5. การรู้คณิตศาสตร์เพื่อการประเมินคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ถูกใช้โดยแพร่หลายในสังคม ทั้งในการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ในการอภิปรายทางการเมืองเกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข ในการนำเสนอโมเดลหรือแผนภาพ ในด้านเทคโนโลยี การรู้คณิตศาสตร์ในแนวคิดนี้รวมถึงการเรียนรู้เพื่อระบุ ประเมินคณิตศาสตร์และบทบาทของคณิตศาสตร์ ในการเรียนคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการอภิปรายและการพูดคุยในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

จากลักษณะสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า การรู้คณิตศาสตร์มีลักษณะสำคัญที่แตกต่างจากคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาวิชา คือ คณิตศาสตร์ในโรงเรียนเน้นที่ความรู้ในเนื้อหาวิชา แต่การรู้คณิตศาสตร์เน้นที่การใช้งานคณิตศาสตร์ในโลกจริง ซึ่งเป็นการนำความรู้คณิตศาสตร์มาใช้เพื่อแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายและซับซ้อน โดยการรู้คณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

1.5 องค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Kilpatrick (2001: 106-108) กล่าวถึง องค์ประกอบของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Proficiency) ประกอบด้วย

1. ความเข้าใจในทัศน์ (Conceptual Understanding) หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

2. ความคล่องแคล่วเกี่ยวกับกระบวนการ (Procedural Fluency) หรือทักษะของนักเรียนในการใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างยืดหยุ่น ถูกต้องแม่นยำ มีประสิทธิภาพ และเหมาะสม

3. สมรรถนะเกี่ยวกับยุทธวิธี (Strategic Competence) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการสร้าง แสดง และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. การให้เหตุผล (Adaptive Reasoning) หมายถึง ความสามารถในการคิดเชิงตรรกะ การไตร่ตรอง การอธิบาย และการตัดสินใจโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์

5. คุณลักษณะและการเห็นประโยชน์ (Productive Disposition) ประกอบด้วย การที่นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความหมาย มีประโยชน์ และมีคุณค่า และมีความเชื่อในคุณค่าของความขยันหมั่นเพียรในการทำงานและมีความตระหนักในตนเองว่านักคิดทางคณิตศาสตร์

Niss (2003: 218-219) กล่าวถึง สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Competencies) ว่าประกอบด้วยสมรรถนะ 8 สมรรถนะ ดังนี้

1. การคิดเป็นคณิตศาสตร์ (Thinking Mathematically)

1.1 การตั้งคำถามในเชิงคณิตศาสตร์และการรู้ลักษณะของคำตอบจากคณิตศาสตร์ ซึ่งไม่จำเป็นต้องตอบคำถามได้ หรือรู้วิธีการหาคำตอบ

1.2 การเข้าใจและการจัดการกับขอบข่ายและข้อจำกัดของมโนทัศน์ที่กำหนดให้

1.3 การขยายขอบข่ายของมโนทัศน์หนึ่งโดยการทำให้สมบัติบางข้อของมโนทัศน์นั้นเป็นนามธรรม เช่น การวางนัยทั่วไปของผลลัพธ์เพื่อขยายขอบเขตของสิ่งนั้น

1.4 การแยกแยะความแตกต่างระหว่างข้อความคณิตศาสตร์ชนิดต่างๆ ได้แก่ข้อความเงื่อนไข ข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ สมมติฐาน คำนิยาม ทฤษฎี การคาดเดา

2. การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (Posing and Solving Mathematical Problems)

2.1 การกำหนดปัญหา การตั้งปัญหา และการระบุปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ชนิดต่างๆ ทั้งในเชิงคณิตศาสตร์หรือเชิงประยุกต์ ปัญหาปลายเปิดหรือปัญหาปลายปิด

2.2 การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ชนิดต่างๆ ในเชิงคณิตศาสตร์หรือเชิงประยุกต์ ปัญหาปลายเปิดหรือปัญหาปลายปิด ทั้งที่ตั้งโดยผู้อื่นหรือด้วยตนเอง

3. การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Modeling Mathematically) เช่น การวิเคราะห์และสร้างตัวแบบ

3.1 การวิเคราะห์หลักการพื้นฐานและสมบัติของตัวแบบที่มีอยู่ ได้แก่ การประเมินขอบเขตและความตรงของตัวแบบ

3.2 การถอดรหัสตัวแบบที่มีอยู่ เช่น การแปลความและการตีความส่วนประกอบของตัวแบบ

3.3 การนำเสนอการสร้างตัวแบบที่สอดคล้องกับบริบทที่กำหนดให้ ได้แก่ โครงสร้าง การคิดในเชิงคณิตศาสตร์ การทำงานกับตัวแบบในการแก้ปัญหา ความตรงของตัวแบบทั้งภายในและภายนอก การวิเคราะห์และสังเคราะห์ตัวแบบทั้งในตัวแบบเองและกับตัวแบบอื่นที่เป็นไปได้ การสื่อสารเกี่ยวกับตัวแบบและผลของตัวแบบ การตรวจสอบและควบคุมกระบวนการทั้งหมดในการสร้างตัวแบบ

4. การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Reasoning Mathematically)

4.1 การติดตามและประเมินข้อโต้แย้งของผู้อื่น

4.2 การรู้ว่าสิ่งใดเป็นการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สิ่งใดไม่เป็น และรู้ว่าการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ต่างจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ชนิดอื่น ๆ อย่างไร เช่น ยุทธวิธีที่ใช้

4.3 การเปิดเผยความคิดที่เป็นพื้นฐานในการโต้แย้งที่กำหนดให้ (โดยเฉพาะอย่างยิ่งการพิสูจน์) ได้แก่ การแยกแยะใจความสำคัญออกจากรายละเอียด การแยกแยะความคิดออกจากหลักการ

4.4 การสร้างข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ และแปลงยุทธวิธีการโต้แย้งไปสู่การพิสูจน์ที่สมเหตุสมผล เช่น การพิสูจน์ข้อความ

5. การแสดงเครื่องหมายแทนวัตถุหรือสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ (Representing Mathematical Entities)

5.1 การเข้าใจและการใช้ประโยชน์ ได้แก่ การถอดรหัส การตีความ และการแยกแยะความแตกต่างของการแสดงเครื่องหมายแทนวัตถุ ปรากฏการณ์ และสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ชนิดต่างๆ

5.2 การเข้าใจและการใช้ประโยชน์จากความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงเครื่องหมายแทนชนิดต่างๆ ของวัตถุและสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นสิ่งเดียวกัน ซึ่งได้แก่ การรู้เกี่ยวกับจุดแข็งและข้อจำกัดของการแสดงเครื่องหมายแทนชนิดต่างๆ นั้น

5.3 การเลือกและการเปลี่ยนการแสดงเครื่องหมายแทนชนิดต่างๆ

6. การจัดการกับสัญลักษณ์และแบบแผนทางคณิตศาสตร์ (Handling Mathematical Symbols and Formalisms)

6.1 การถอดรหัสและการตีความสัญลักษณ์และแบบแผนของภาษาทางคณิตศาสตร์ และการเข้าใจความสัมพันธ์ของสัญลักษณ์และแบบแผนของภาษาทางคณิตศาสตร์กับภาษาธรรมดา

6.2 การเข้าใจธรรมชาติและกฎของระบบทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน ทั้งโครงสร้างไวยากรณ์และความหมาย

6.3 การแปลความจากภาษาธรรมดาเป็นภาษาสัญลักษณ์

6.4 การควบคุมและจัดการกับข้อความและคำบรรยายที่ประกอบด้วยสัญลักษณ์และสูตร

7. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารด้วยคณิตศาสตร์ และการสื่อสารเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Communicating in, with, and about Mathematics)

7.1 การเข้าใจข้อความที่ผู้อื่นเขียน พูด ในภาษาต่างๆ ที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

7.2 การบรรยายเป็นคำพูดหรือรูปแบบของการเขียนได้อย่างถูกต้องตามทฤษฎีในระดับต่างๆ

8. การใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Making Use of Aids and Tools) รวมถึงเทคโนโลยีสารสนเทศ

8.1 การรู้จักและรู้สมบัติของตัวช่วยและเครื่องมือต่างๆ ในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ และรู้ความแตกต่างและข้อจำกัดของตัวช่วยและเครื่องมือดังกล่าว

8.2 สามารถใช้ตัวช่วยและเครื่องมือดังกล่าวได้อย่างได้ตรง

ทั้งนี้ Niss (2003: 218-219) กล่าวว่า สมรรถนะดังกล่าวข้างต้น แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

กลุ่มที่ 1 สมรรถนะที่เป็นความสามารถในการถามและตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์และโดยการใช้คณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ การคิดเป็นคณิตศาสตร์ การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์

กลุ่มที่ 2 สมรรถนะที่เป็นความสามารถในการจัดการกับภาษาและเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ การแสดงเครื่องหมายแทนวัตถุหรือสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ การจัดการกับสัญลักษณ์และแบบแผนทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และ การใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ

OECD (2003: 30-48) และ สุณีย์ คล้ายนิล และคณะ (2549: 16-22) กล่าวถึง องค์ประกอบในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ 3 ด้าน คือ

1. สถานการณ์หรือบริบทของปัญหา (Situations or Contexts) การใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลาย ได้แก่

- 1.1 ชีวิตส่วนตัว
- 1.2 ชีวิตในโรงเรียน ชีวิตการทำงาน และเวลาว่าง
- 1.3 ชุมชนและท้องถิ่น
- 1.4 ชุมชนในโลกวิทยาศาสตร์

2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ (Mathematical Content) ได้แก่

2.1 ปริมาณ (Quantity) จำนวน ความสัมพันธ์ของปริมาณ และแบบรูป การใช้จำนวนเพื่อแสดงปริมาณ และการนับและการวัด กระบวนการและความเข้าใจเรื่องจำนวนที่นำมาใช้ในเรื่องต่างๆ อย่างหลากหลาย

2.2 ที่ว่างและรูปร่าง (Space and Shape) มิติ เรขาคณิต รูปร่าง รูปเรขาคณิตสามมิติ สมบัติของวัตถุและตำแหน่งเปรียบเทียบของวัตถุ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างและภาพในความคิดหรือภาพที่เห็น ความเข้าใจในรูปร่างสามมิติที่แสดงแทนออกมาในภาพสองมิติ ความเข้าใจในเรื่องเงา และภาพที่มีความลึก (perspective)

2.3 การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationship) ความสัมพันธ์ ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร สมการและอสมการ

2.4 ความไม่แน่นอน (Uncertainty) ความน่าจะเป็น สถิติ การเก็บข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ความน่าจะเป็นและการอ้างอิง

3. สมรรถนะ (Competencies) ที่ควรได้รับการกระตุ้นให้สามารถเชื่อมโยงกับโลกจริงที่ปัญหาเกิดขึ้นโดยใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหา ได้แก่

3.1 การคิดและการใช้เหตุผล (Thinking and Reasoning) สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับความสามารถในการตั้งคำถาม รู้คำตอบทางคณิตศาสตร์ บอกความแตกต่างของประโยค (Statements) (เช่น บทนิยาม ทฤษฎี การคาดเดา สมมติฐาน ตัวอย่าง ฯลฯ) และความเข้าใจและการใช้ข้อจำกัดของคณิตศาสตร์

3.2 การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation) เกี่ยวข้องกับการรู้จักการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (และรู้ว่าการพิสูจน์แตกต่างจากการใช้เหตุผลอย่างไร) สามารถติดตามและประเมินการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ มีความรู้สึกถึงความจริง (รู้ว่าอะไรเกิดขึ้น ได้/ไม่ได้ และทำไม) และสามารถสร้างและแสดงการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

3.3 การสื่อสาร (Communication) เกี่ยวข้องกับการแสดงออกของตนเอง ความสามารถที่ทำให้ผู้อื่นเข้าใจตน โดยวิธีการต่างๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ ทั้งในรูปของการพูดและการเขียน และสามารถเข้าใจการพูดและการเขียนของผู้อื่นด้วยเช่นกัน

3.4 การสร้างตัวแบบ (Modeling) เกี่ยวข้องกับการวางโครงสร้างของสถานการณ์ที่จะต้องนำมาสร้างเป็นตัวแบบ (model) การแปลความเป็นจริงให้เข้าสู่โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ประเมินความน่าเชื่อถือของตัวแบบ วิเคราะห์ วิจาร์ณ ตัวแบบและผลที่เกิดขึ้น สื่อสารแนวคิดของตัวแบบและผล (รวมทั้งข้อจำกัด) การติดตามและควบคุมกระบวนการของการสร้างตัวแบบ

3.5 การตั้งและการแก้ปัญหา (Problem Posing and Solving) เป็นสมรรถนะที่เกี่ยวข้องกับการตั้งคำถาม การสร้างเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ และการนิยามปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่างๆ (เช่น การแก้ ประยุกต์ คำถามเปิด คำถามปิด) และการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์แบบต่างๆ โดยวิธีการที่หลากหลาย

3.6 การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) สมรรถนะด้านนี้เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส (decoding) และการจัดเป็นรหัส (encoding) การแปลความ การตีความ และการบอกความแตกต่างของการแสดงเครื่องหมายของคณิตศาสตร์แบบต่างๆ และความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงเครื่องหมายแทนแบบต่างๆ การเลือกและการเปลี่ยนระหว่างรูปแบบต่างๆ ของการแสดงเครื่องหมายแทนที่สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์

3.7 การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ (Using Symbolic, Language and Operation) เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส การตีความสัญลักษณ์ ภาษาคณิตศาสตร์

และการเข้าใจความเชื่อมโยงของภาษาคณิตศาสตร์กับภาษาธรรมดา การแปลความจากภาษาธรรมดาไปเป็นสัญลักษณ์หรือภาษาคณิตศาสตร์ สามารถจัดการกับประโยคหรือพจน์ที่มีสัญลักษณ์และสูตร ความสามารถในการใช้ตัวแปร การแก้สมการและการคำนวณ

3.8 ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using Aids and Tools) สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับความรู้ และความสามารถในการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (รวมทั้งเครื่องมือทางเทคโนโลยีสารสนเทศ) ที่สามารถช่วยกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังหมายถึงรวมถึงความรู้ถึงข้อจำกัดของเครื่องมือต่างๆ ด้วย

บุคคลผู้รู้คณิตศาสตร์จำเป็นต้องมีสมรรถนะต่างๆ เหล่านี้ ซึ่งแต่ละบุคคลอาจมีสมรรถนะต่างๆ ในระดับที่แตกต่างกันไป นอกจากนี้จะต้องมีความมั่นใจในความสามารถของตนในการใช้คณิตศาสตร์ และมีความซาบซึ้งในคณิตศาสตร์อีกด้วย

Steen (2001: 7-9) กล่าวถึงรายละเอียดของ Quantitative Literacy ซึ่งสอดคล้องกับการรู้คณิตศาสตร์ ว่ามีองค์ประกอบดังนี้

1. ความมั่นใจในคณิตศาสตร์ (Confidence with Mathematics) รู้สึกสบายใจกับความคิดเกี่ยวกับปริมาณ และการประยุกต์ใช้วิธีการเชิงปริมาณ บุคคลผู้มีความมั่นใจในคณิตศาสตร์มักจะใช้การประมาณค่าในใจ แปลความและตรวจสอบข้อมูลสารสนเทศต่างๆ ความมั่นใจตรงข้ามกับความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์

2. ความซาบซึ้งในคณิตศาสตร์ (Cultural Appreciation) เข้าใจธรรมชาติและประวัติของคณิตศาสตร์ บทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีต่อการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์และความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี และความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่มีต่อการทำความเข้าใจประเด็นสาธารณะต่างๆ

3. การตีความหมายของข้อมูล (Interpreting Data) ใช้เหตุผลกับข้อมูล การอ่านกราฟ การหาข้อสรุป และตระหนักถึงแหล่งที่มาของข้อผิดพลาด ซึ่งต่างจากคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมที่ใช้ข้อมูลเป็นศูนย์กลาง แทนที่จะเป็นการคำนวณ หรือความสัมพันธ์

4. การคิดเชิงตรรกะ (Logical Thinking) วิเคราะห์หลักฐาน ให้เหตุผลอย่างระมัดระวัง เข้าใจข้อโต้แย้ง ตั้งคำถามเกี่ยวกับข้อตกลงเบื้องต้น ป้องกันความผิดพลาด และประเมินความเสี่ยง บุคคลผู้มีนิสัยแห่งการสืบสอบจะไม่ยอมรับคุณค่าที่ผิวเผินเพียงเล็กน้อย แต่จะมองลึกลงไปใต้ผิวภายนอก เนื่องจากต้องการข้อมูลสารสนเทศที่เหมาะสมเพื่อทำความเข้าใจสาระสำคัญ

5. การตัดสินใจ (Making Decisions) การใช้คณิตศาสตร์เพื่อตัดสินใจและแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน บุคคลผู้มีนิสัยเช่นนี้ คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นเพียงสิ่งที่อยู่ภายในห้องเรียนเท่านั้น แต่เป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับชีวิต ซึ่งมีประโยชน์และฝังแน่นอยู่กับการอ่านและการพูด

6. คณิตศาสตร์ในบริบท (Mathematics in Context) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์เฉพาะซึ่งบริบททำให้เกิดความหมาย การใช้ระบบสัญลักษณ์ ยุทธวิธี การแก้ปัญหา และมาตรฐานของความสามารถขึ้นอยู่กับบริบทเฉพาะ

7. ความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) มีการหยั่งรู้เกี่ยวกับความหมายของจำนวน มีความมั่นใจในการประมาณค่า และมีสามัญสำนึกในการใช้จำนวนในการวัดสิ่งต่างๆ

8. ทักษะในการปฏิบัติ (Practical Skills) รู้ว่าจะแก้ปัญหาเชิงปริมาณที่มักพบที่บ้านและที่ทำงานอย่างไร บุคคลผู้มีทักษะนี้จะประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานในสถานการณ์ทั่วไปที่หลากหลายได้อย่างกว้างขวาง

9. ความรู้พื้นฐาน (Prerequisite Knowledge) การมีความสามารถในการใช้เครื่องมือทางพีชคณิต เรขาคณิต และสถิติได้อย่างกว้างขวาง เป็นความต้องการในการศึกษาหลายสาขาหลังจากชั้นมัธยมศึกษา

10. ความรู้สึกเกี่ยวกับสัญลักษณ์ (Symbol Sense) การใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตอย่างสบายใจ รู้สึกไม่ยากลำบากในการอ่านหรือแปลความสัญลักษณ์เหล่านั้น และแสดงออกถึงความรู้สึกที่ดีต่อโครงสร้างและไวยากรณ์ของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

จากองค์ประกอบของการรู้คณิตศาสตร์ที่รวบรวมไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การรู้คณิตศาสตร์มีองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ ด้านความรู้ และด้านสมรรถนะ ซึ่งในงานวิจัยนี้เน้นรายละเอียดในด้านต่างๆ ดังนี้

1) การรู้คณิตศาสตร์ด้านความรู้ ประกอบด้วย ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

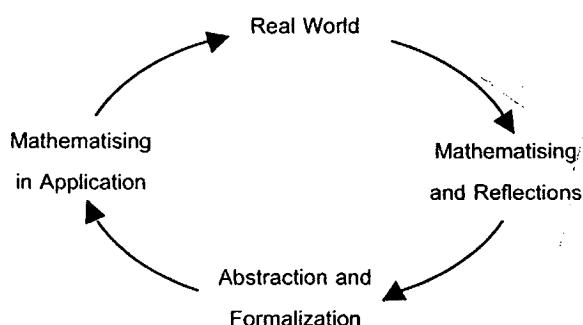
2) การรู้คณิตศาสตร์ด้านสมรรถนะ ประกอบด้วย ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การพิจารณาเลือกใช้มโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่การนำไปใช้แก้ปัญหา การแก้ปัญหาและการสื่อสารและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อตอบปัญหาอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

1.6 แนวทางการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้ให้แนวทางในการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Martin (2007: 30) กล่าวว่า การไม่รู้จักคณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นผลมาจากเนื้อหาที่สอน แต่มาจากวิธีที่ครูใช้สอน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมที่เน้นการท่องจำกฎหรือสูตร ใช้เพียงทักษะการคิดคำนวณขั้นต่ำ ทำให้นักเรียนสูญเสียความเชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นประสบการณ์ที่มีความหมาย คณิตศาสตร์ในโรงเรียนไม่มีความเชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง และไม่สามารถใช้เป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ในโลกจริงได้ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมมีความเป็นแบบแผน เป็นนามธรรม และเน้นการใช้สัญลักษณ์มากเกินไป ขาดการหยั่งรู้ การอิงบริบท และความเป็นรูปธรรม ซึ่งแตกต่างจากการเรียนการสอนที่ขยายความคิดของนักเรียนและพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ การสอนคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมที่เป็นแบบขบข่ายและลำดับแบบเชิงเส้นที่มักถูกใช้นั้นไม่มีความเหมาะสมกับการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์

De Lange (1996: 57) กล่าวถึง กระบวนการในการพัฒนามโนทัศน์และแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยเริ่มต้นจากโลกจริง และท้ายสุดต้องสะท้อนผลลัพธ์กลับไปสู่โลกจริง ดังนั้นในการศึกษาคณิตศาสตร์ควรนำปัญหาจากโลกจริงมาคิดในเชิงคณิตศาสตร์แล้วนำกลับไปสู่โลกจริง แสดงดังแผนภาพที่ 2



แผนภาพที่ 2 การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (De Lange, 1996: 57)

Hughes-Hallett (2001: 94-98, 2003: 97) ให้แนวทางการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรสอนคณิตศาสตร์ในบริบท แต่การสอนคณิตศาสตร์ในบริบทมีข้อควรระวังคือ บริบทอาจเป็นอุปสรรคในการเรียนได้ หากนักเรียนขาดประสบการณ์และความเข้าใจในบริบทนั้นอย่างเพียงพอ นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนให้รู้จักใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ปัญหาการณต่างๆ

ที่หลากหลายและเกิดการหยั่งรู้ในการเข้าใจแนวคิดคณิตศาสตร์ในบริบท นอกจากนี้ครูจำเป็นต้องมีการรู้คณิตศาสตร์ด้วย และครูที่สอนในทุกๆ วิชาควรร่วมมือกันในการสอนการรู้คณิตศาสตร์โดยการส่งเสริมให้นักเรียนมองเนื้อหาวิชาต่างๆ ผ่านมุมมองของคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนมองเห็นประโยชน์การใช้งานของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ เหล่านั้น เพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของคณิตศาสตร์ที่มีต่อสาขาวิชาอื่นๆ

การใช้บริบทที่เป็นจริงช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจและแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ซึ่ง Hughes-Hallett (2003: 94) กล่าวถึงงานของ De Corte ที่ศึกษาถึงการแก้ปัญหาของนักเรียนว่า จากปัญหาที่ให้นักเรียนคำนวณหาจำนวนรถที่ใช้โดยสารคนตามจำนวนผู้โดยสารที่กำหนดให้ ปรากฏว่านักเรียนหาคำตอบออกมาได้รถ $33\frac{2}{3}$ คัน ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่สมเหตุผลสมผลนัก แต่หากใช้บริบทที่เป็นจริงมากพอ เช่น ให้นักเรียนเขียนจดหมายถึงบริษัทรถโดยสารเพื่อเช่ารถ คำตอบที่ได้จะมีความสมเหตุผลสมผลมากขึ้น ไม่เป็นเศษส่วนดังคำตอบข้างต้น

De Lange (2003: 87-88) กล่าวถึงการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ควรสอนผ่านการแก้ปัญหาในบริบทที่เหมาะสม โดยการใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์และการวางนัยทั่วไป (generalization)
2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอนควรเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ และควรเป็นคณิตศาสตร์ที่อยู่ในโลกจริงของนักเรียนด้วย สอนโดยใช้สถานการณ์จริงมาเชื่อมโยงและบูรณาการกับคณิตศาสตร์
3. เป้าหมายของการศึกษาไม่ควรเฉพาะเจาะจงอยู่แต่กับเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่ควรคำนึงถึงสมรรถนะต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ด้วย ดังเช่นกรอบการประเมินของ PISA ที่มีการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
4. การรู้คณิตศาสตร์ควรนำไปสู่หลักสูตรที่แตกต่างกันไปตามวัฒนธรรมที่ต่างกัน การรู้คณิตศาสตร์ควรปรับให้เข้ากับวัฒนธรรมและควรถูกกำหนดโดยความต้องการของแต่ละประเทศ
5. เนื้อหาในหลักสูตรต้องมีความทันสมัยโดยควรมีการปรับปรุงอย่างน้อยทุก 5-10 ปี คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความเป็นพลวัตสูง วัฒนธรรมและความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์และสังคมมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว
6. มีความจำเป็นที่ต้องสร้างความเข้าใจหรือข้อตกลงร่วมกันเกี่ยวกับความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน โดยอาจเริ่มต้นจากการทบทวนมาตรฐานการเรียนรู้ในหลักสูตร

จากแนวทางการพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์ที่รวบรวมไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การพัฒนาการรู้คณิตศาสตร์จำเป็นต้องแสวงหาแนวทางและวิธีในการจัดการเรียนการสอนของครู เพื่อพัฒนาและส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียน โดยควรสอนคณิตศาสตร์ในบริบทที่นักเรียนมีความคุ้นเคย มีประสบการณ์ และมีความเข้าใจในบริบทนั้นอย่างเพียงพอ และมีความหมายต่อนักเรียน และควรสอนคณิตศาสตร์ที่อยู่ในโลกจริงของนักเรียน สอนโดยใช้สถานการณ์จริงมาเชื่อมโยงและบูรณาการกับคณิตศาสตร์ และสอนมิติทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาในบริบทที่เหมาะสม

1.7 การประเมินการรู้คณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องได้ให้แนวทางในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

การประเมินการรู้คณิตศาสตร์ของ OECD (2003) วัดครอบคลุม 3 ด้าน (OECD, 2003: 30-48, และ สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549: 16-22) คือ

1. สถานการณ์หรือบริบทของปัญหา (Situations or Contexts) การใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลาย ได้แก่

- 1.1 ชีวิตส่วนตัว
- 1.2 ชีวิตในโรงเรียน ชีวิตการทำงาน และเวลาว่าง
- 1.3 ชุมชนและท้องถิ่น
- 1.4 ชุมชนในโลกวิทยาศาสตร์

2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ (Mathematical Content) ได้แก่

2.1 ปริมาณ (Quantity) จำนวน ความสัมพันธ์ของปริมาณ และแบบรูป การใช้จำนวนเพื่อแสดงปริมาณ และการนับและการวัด กระบวนการและความเข้าใจเรื่องจำนวนที่นำมาใช้ในเรื่องต่างๆ อย่างหลากหลาย

2.2 ที่ว่างและรูปร่าง (Space and Shape) มิติ เรขาคณิต รูปร่าง รูปเรขาคณิตสามมิติ สมบัติของวัตถุและตำแหน่งเปรียบเทียบของวัตถุ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างและภาพในความคิดหรือภาพที่เห็น ความเข้าใจในรูปร่างสามมิติที่แสดงแทนออกมาในภาพสองมิติ ความเข้าใจในเรื่องเงา และภาพที่มีความลึก (perspective)

2.3 การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationship)

ความสัมพันธ์ ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร สมการและอสมการ

2.4 ความไม่แน่นอน (Uncertainty) ความน่าจะเป็น สถิติ การเก็บข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ความน่าจะเป็นและการอ้างอิง

3. สมรรถนะ (Competencies) ที่ควรได้รับการกระตุ้นให้สามารถเชื่อมโยงกับโลกจริงที่ปัญหาเกิดขึ้นโดยใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหา ได้แก่

3.1 การคิดและการใช้เหตุผล (Thinking and Reasoning) สมรรถนะนี้

เกี่ยวข้องกับความสามารถในการตั้งคำถาม รู้คำตอบทางคณิตศาสตร์ บอกความแตกต่างของประโยค (Statements) (เช่น บทนิยาม ทฤษฎี การคาดเดา สมมติฐาน ตัวอย่าง ฯลฯ) และความเข้าใจและการใช้ข้อจำกัดของคณิตศาสตร์

3.2 การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation) เกี่ยวข้องกับการรู้จักการ

พิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (และรู้ว่าการพิสูจน์แตกต่างจากการใช้เหตุผลอย่างไร) สามารถติดตามและประเมินการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ มีความรู้สึกถึงความจริง (รู้ว่าอะไรเกิดขึ้น ได้/ไม่ได้ และทำไม) และสามารถสร้างและแสดงการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

3.3 การสื่อสาร (Communication) เกี่ยวข้องกับการแสดงออกของตน

ความสามารถที่ทำให้ผู้อื่นเข้าใจตน โดยวิธีการต่างๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ ทั้งในรูปของการพูดและการเขียน และสามารถเข้าใจการพูดและการเขียนของผู้อื่นด้วยเช่นกัน

3.4 การสร้างตัวแบบ (Modeling) เกี่ยวข้องกับการวางโครงสร้างของ

สถานการณ์ที่จะต้องนำมาสร้างเป็นตัวแบบ (model) การแปลความเป็นจริงให้เข้าสู่โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ประเมินความน่าเชื่อถือของตัวแบบ วิเคราะห์ วิจัย ตัวแบบและผลที่เกิดขึ้น สื่อสารแนวคิดของตัวแบบและผล (รวมทั้งข้อจำกัด) การติดตามและควบคุมกระบวนการของการสร้างตัวแบบ

3.5 การตั้งและการแก้ปัญหา (Problem Posing and Solving) เป็น

สมรรถนะที่เกี่ยวข้องกับการตั้งคำถาม การสร้างเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ และการนิยามปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่างๆ (เช่น การแก้ ประยุกต์ คำถามเปิด คำถามปิด) และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่างๆ โดยวิธีการที่หลากหลาย

3.6 การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) สมรรถนะด้านนี้

เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส (decoding) และการจัดเป็นรหัส (encoding) การแปลความ การตีความ และการบอกความแตกต่างของการแสดงเครื่องหมายของคณิตศาสตร์แบบต่างๆ และ

ความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงเครื่องหมายแทนแบบต่างๆ การเลือกและการเปลี่ยนระหว่างรูปแบบต่างๆ ของการแสดงเครื่องหมายแทนที่สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์

3.7 การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ (Using Symbolic, Language and Operation) เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส การตีความสัญลักษณ์ ภาษาคณิตศาสตร์ และการเข้าใจความเชื่อมโยงของภาษาคณิตศาสตร์กับภาษาธรรมดา การแปลความจากภาษาธรรมดาไปเป็นสัญลักษณ์หรือภาษาคณิตศาสตร์ สามารถจัดการกับประโยคหรือพจน์ที่มีสัญลักษณ์และสูตร ความสามารถในการใช้ตัวแปร การแก้สมการและการคำนวณ

3.8 ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using Aids and Tools) สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับการรับรู้ และความสามารถในการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (รวมทั้งเครื่องมือทางเทคโนโลยีสารสนเทศ) ที่สามารถช่วยกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังหมายรวมถึงความรู้ถึงข้อจำกัดของเครื่องมือต่างๆ ด้วย

ปัญหาที่ OECD/PISA ใช้ในการประเมินเป็นปัญหาที่มีอยู่ในโลกของความเป็นจริง ใช้ความคิดที่สูงขึ้นไปจากระดับการคิดคำนวณที่หาคำตอบเป็นตัวเลข แต่ให้นักเรียนรู้จักคิดใช้เหตุผล และหาคำอธิบายมาประกอบคำตอบของตน ซึ่งปัญหาอาจดูไม่เหมือนโจทย์คณิตศาสตร์แบบที่พบในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ แต่เป็นเรื่องที่นักเรียนอาจต้องพบในชีวิตจริง ทั้งที่เกี่ยวข้องกับชีวิตส่วนตัว การศึกษา การทำงาน หรือประเด็นปัญหาสาธารณะ (สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549)

ในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ PISA 2003 ข้อสอบคณิตศาสตร์ที่ใช้ประกอบด้วยภารกิจทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ แต่ละข้อมีความยากง่ายระดับต่างๆ กัน ข้อสอบหลายๆ ข้อเป็นสถานการณ์หรือภารกิจทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ซับซ้อน สามารถตอบได้ตรงไปตรงมา แต่อีกหลายๆ ข้อนักเรียนจะต้องสร้างคำตอบโดยใช้ข้อมูลหรือสาระที่มีในโจทย์ บางกรณีนักเรียนต้องแสดงวิธีคิดคำนวณ ใช้คำอธิบายเพื่อสนับสนุนผลการคำนวณ แสดงวิธีทำและใช้ระเบียบวิธีการคิด การตรวจให้คะแนนข้อสอบที่เปิดกว้างให้นักเรียนตอบอย่างเสรี ต้องตัดสินโดยครูที่มีความชำนาญในวิชาชีพและผ่านการฝึกอบรมวิธีการตรวจให้คะแนนตามวิธีการของ PISA 2003 โดยเฉพาะคำตอบของนักเรียนที่แตกต่างกันจะมีวิธีการให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้อย่างละเอียดและครอบคลุม และแม้แต่คำตอบที่ไม่ถูกต้องทั้งหมดหรือไม่ครบสมบูรณ์จะมีคะแนนให้เป็นบางส่วน (สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549: 21-22)

การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ TIMSS 2007 (ปรีชาญ เดชศรี และ เกตุวดี กัมพลาศิริ, 2552: 3-6) มีขอบเขตการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ด้านเนื้อหา (content domain) และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ (cognitive domain) มีรายละเอียดดังนี้

1. ด้านเนื้อหา (Content Domain) ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องจำนวน พีชคณิต เรขาคณิต และข้อมูลและโอกาส ซึ่งมีหัวข้อการเรียนรู้ครอบคลุมเนื้อหาตามหลักสูตรของประเทศสมาชิก และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. ด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ (Cognitive Domain) แบ่งเป็น 3 ด้าน คือ พฤติกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้/ความเข้าใจ พฤติกรรมการเรียนรู้ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ และพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านการบูรณาการความรู้และการให้เหตุผล โดยพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ในการประเมินในแต่ละด้าน มีรายละเอียดดังนี้

2.1 ด้านความรู้/ความเข้าใจ ครอบคลุมถึงข้อเท็จจริง กระบวนการ และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องรู้

- 1) ความรู้ (Recall) ระบุนิยาม ศัพท์เฉพาะ และสัญกรณ์
- 2) ความจำ (Recognize) จำเนื้อหาเรื่องรูปทรง จำนวน และนิพจน์ (ทศนิยมและเศษส่วนที่เท่ากัน ความแตกต่างของรูปทรงทางเรขาคณิต)
- 3) การคำนวณ (Compute) ใช้กระบวนการบวก ลบ คูณ หาร ในการคำนวณจำนวนจริง
- 4) การเรียกใช้ข้อมูล (Retrieve) การเรียกใช้ข้อมูลจากกราฟ ตาราง หรือแหล่งข้อมูลอื่นๆ
- 5) การวัด (Measure) ใช้เครื่องมือในการวัดและประมาณค่า
- 6) การจำแนก (Classify/Order) จำแนก/จัดกลุ่มรูปทรง จำนวน และนิพจน์

2.2 ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ เน้นให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้และความเข้าใจในการแก้ปัญหาหรือตอบคำถาม

- 1) การเลือก (Select) เลือกกระบวนการในการนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
- 2) การอธิบาย (Represent) แสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาใช้ในการอ้างอิง

3) รูปแบบ (Model) หรือสมการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

4) การนำไปปฏิบัติ (Implement) การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนแสดงโดยการวาดภาพ

5) การแก้ปัญหาทั่วไป (Solve Routine Problems) เช่น การเปรียบเทียบข้อมูลในตาราง

2.3 ด้านการบูรณาการความรู้และการให้เหตุผล เป็นการแก้ปัญหาโดยการรวมเอาปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ปัญหาที่ซับซ้อนและการแก้ปัญหาลายชั้นตอน

1) การวิเคราะห์ (Analyze) กำหนดและบรรยาย หรือใช้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์

2) การสรุป (Generalize) สรุปผลการคิดทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหา

3) การสังเคราะห์ (Synthesize/Integrate) รวบรวมกระบวนการในการหาคำตอบ

4) การยืนยัน (Justify) ยืนยันคำตอบทั้งที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องและที่ผิด

5) การแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบ (Solve Non-routine Problems) การแก้ปัญหาที่มีการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

Steen and Forman (2001 อ้างถึงใน Steen and others, 2007: 289-290) กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาที่ดีในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ว่า ภาระงานทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพสูง ต้องเป็นจริง (authentic) มีความซับซ้อน (intricate) น่าสนใจ (interesting) และมีพลังอำนาจ (powerful) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. เป็นจริง (Authentic) แสดงถึงบริบทที่พบโดยทั่วไป เป็นปัญหาที่เป็นจริง ใช้ข้อมูลจริง ซึ่งข้อมูลอาจไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ หรือไม่สอดคล้องกัน ต้องสนองความคาดหวังของผู้ใช้งานคณิตศาสตร์ ใช้ปัจจัยป้อนเข้าและผลลัพธ์ที่เป็นจริง ซึ่งทั้งหมดนี้สะท้อนถึงการบูรณาการคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้

2. มีความซับซ้อน (Intricate) คาดหวังให้นักเรียนระบุคำถามที่ถูกต้อง ต้องการมากกว่าการแทนค่าลงในสูตร ใช้กระบวนการหลายขั้นตอนและการให้เหตุผล กระตุ้นการคิดที่ซับซ้อน ให้นักเรียนเผชิญกับข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์หรือไม่สอดคล้องกัน และสร้างคุณค่าของการทำงานเป็นทีม

3. น่าสนใจ (Interesting) สอดคล้องกับความสนใจของนักเรียน ดึงดูดนักเรียนได้จำนวนมาก ให้แนวทางที่หลากหลาย มีความเชื่อมโยงในแง่มุมต่างๆ ของชีวิตและการทำงานอย่างกว้างขวาง

4. มีพลังอำนาจ (Powerful) กระตุ้นและเชื่อมโยง แผนภูมิ จำนวน สัญลักษณ์ ข้อความ และเทคโนโลยี บูรณาการในแนวตั้งจากความคิดพื้นฐานไปจนถึงหัวเรื่องขั้นสูง ส่งเสริมคณิตศาสตร์ขั้นสูงให้แก่นักเรียน ขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ คุณค่าและการใช้งานคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียน แสดงถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ในการทำงานยุคปัจจุบันที่มีความก้าวหน้าและในชีวิตประจำวัน

Wiggins (2003: 125-126) กล่าวว่า การวัดการรู้คณิตศาสตร์ควรพิจารณาจากหลักฐานที่แสดงถึงการใช้งานจริง (evidence of realistic use) โดยการให้ภาระงานจริงที่ต้องการความสามารถที่มีความซับซ้อน เป็นจริง มีความหมาย สร้างสรรค์ และท้าทายให้ผู้เรียนพิจารณาตัดสินใจปัญหา ซึ่งไม่เป็นเพียงแค่แบบฝึกหัดที่มีการแนะแนวทางหาคำตอบไว้ให้ผู้เรียน แต่ภาระงานต้องสะท้อนให้เห็นถึงวิธีการที่ความรู้และความสามารถของผู้เรียนถูกนำไปใช้ในสถานการณ์ของโลกจริง และความสามารถในการจัดการกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่เป็นจริง

นอกจากนี้ Wiggins (2003: 125-126) ได้กล่าวเพิ่มเติมถึงการให้ภาระงาน ไว้ดังนี้

1. ให้ผู้เรียนได้ลงมือทำ ผู้เรียนต้องใช้ความรู้และทักษะอย่างชาญฉลาดและมีประสิทธิผลในการแก้ปัญหาแบบไม่มีโครงสร้าง ไม่ใช่เพียงแค่ใช้ขั้นตอนวิธีการ สูตร หรือตัวเลขง่ายๆ โดยปราศจากความคิดสร้างสรรค์

2. ต้องการการตัดสินใจและนวัตกรรม แทนที่จะให้ผู้เรียนท่องจำ กล่าวซ้ำ หรือคัดลอก โดยการสาธิต ควรให้ผู้เรียนสำรวจหาโครงการคณิตศาสตร์ โดยควรใช้ความรู้และทักษะที่มีอยู่

3. การสะท้อนบริบทที่ผู้ใหญ่พบในที่ทำงาน ในชีวิตความเป็นพลเมือง และในชีวิตส่วนตัว บริบทหมายรวมถึงสถานการณ์เฉพาะที่มีข้อจำกัด จุดมุ่งหมาย และผู้เกี่ยวข้องที่มีความแตกต่างกันไป

4. ให้โอกาสที่เหมาะสมแก่ผู้เรียนในการซ่อม การฝึกปฏิบัติ ให้คำปรึกษา แนะนำ แหล่งค้นคว้า ให้ผลสะท้อนกลับ พัฒนาความสามารถ และปรับปรุงผลผลิต ลดการปิดบังซ่อนเร้น การบังคับให้นั่งเฉยๆ การทำงานเดี่ยว และลดข้อจำกัดที่ไม่เป็นไปตามธรรมชาติที่ถูกกำหนดขึ้น โดยการทดสอบ (large-scale testing)

จากการสังเคราะห์ลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ จาก OECD (2006) และ Kaplan (2009) พบว่า เนื้อหาที่ใช้ในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์อยู่ในขอบข่ายของคณิตศาสตร์ที่พบในชีวิตประจำวัน การรับข้อมูลข่าวสาร และการตัดสินใจ ซึ่งครอบคลุมถึงการใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจ จัดการ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ที่พบในชีวิตประจำวัน เช่น การอ่านแผนภูมิและตารางที่พบในข่าว การอ่านตารางการเดินรถ การอ่านแผนที่ การคำนวณเกี่ยวกับความเร็ว ระยะทาง และปริมาณน้ำมันที่ใช้ การเปรียบเทียบปริมาณ ความยาว พื้นที่ ปริมาตร และราคา เพื่อการตัดสินใจ ความรู้สึกเกี่ยวกับขนาดและพื้นที่ สถิติในชีวิตประจำวัน ความถูกต้องน่าเชื่อถือของโพลและความเหมาะสมของวิธีการในการเก็บรวบรวมข้อมูลทางสถิติในสถานการณ์บ้านเมืองปัจจุบัน เป็นต้น

จากการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ที่รวบรวมไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การประเมินการรู้คณิตศาสตร์สามารถประเมินได้โดยการให้ภาระงานที่แสดงถึงหลักฐานการใช้งานจริงของความรู้คณิตศาสตร์ หรือการกำหนดโจทย์ ปัญหา หรือสถานการณ์ที่นักเรียนอาจพบในชีวิตจริง ให้นักเรียนคิด ใช้เหตุผล และแก้ปัญหา โดยลักษณะของโจทย์ปัญหาในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ควรเป็นจริง (authentic) มีความซับซ้อน (intricate) น่าสนใจ (interesting) และมีพลังอำนาจ (powerful) และเนื้อหาที่ใช้ในการประเมินการรู้คณิตศาสตร์ครอบคลุมถึงปัญหาและสถานการณ์ในโลกจริงที่นักเรียนมีโอกาสพบในชีวิตจริง ทั้งในด้านชีวิตส่วนตัว การเรียน การทำงาน และประเด็นสาธารณะ ซึ่งอาศัยการใช้งานและการใช้ประโยชน์จากความรู้คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในชั้นเรียนเพื่อเป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจ จัดการ และแก้ปัญหา

2. การศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง

2.1 ความเป็นมาของแนวคิด

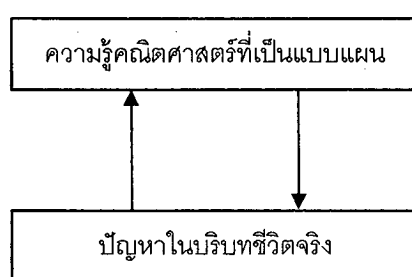
แนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง (Realistic Mathematics Education: RME) ริเริ่มโดย Freudenthal และเพื่อนร่วมงานในสถาบัน IOWO ในช่วงปี 1970 ภายหลังเปลี่ยนชื่อเป็นสถาบัน Freudenthal ประเทศเนเธอร์แลนด์ Freudenthal มีแนวคิดว่คณิตศาสตร์ควรเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ใกล้ชิดกับประสบการณ์ของเด็ก และเกี่ยวข้องกับสังคม คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นเพียงวิชาที่ถ่ายทอดเนื้อหาความรู้ที่มีอยู่แล้ว แต่คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมหนึ่งของมนุษย์ (mathematics as a human activity) การเรียนคณิตศาสตร์ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ (reinvent) ด้วยการลงมือปฏิบัติ ดังนั้นจุดเน้นของการศึกษาคณิตศาสตร์จึงไม่ได้อยู่ที่ระบบของคณิตศาสตร์ที่ถูกจัดสร้างไว้อย่างดีแล้ว แต่อยู่ที่กิจกรรมและกระบวนการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (mathematisation) (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 3)

กิจกรรมคณิตศาสตร์ หรือการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ Freudenthal หมายถึง กิจกรรมในการแก้ปัญหา การมองหาปัญหา และการสร้างเนื้อหาวิชา (Gravemeijer, 1997: 320) Freudenthal กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุผล 2 ประการ (Gravemeijer, 1997: 321-322) คือ

ประการที่หนึ่ง การคิดเชิงคณิตศาสตร์นอกจากจะเป็นกิจกรรมหลักที่สำคัญของนักคณิตศาสตร์แล้ว การคิดเชิงคณิตศาสตร์ยังทำให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับวิธีการทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่พบในชีวิตประจำวัน เช่น กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ในการมองหาปัญหา นำไปสู่เจตคติทางคณิตศาสตร์ ทำให้รู้ถึงความเป็นไปได้และข้อจำกัดของวิธีการทางคณิตศาสตร์ และรู้ว่าสถานการณ์ใดมีความเหมาะสมในการนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ และสถานการณ์ใดไม่เหมาะสม

ประการที่สอง เกี่ยวข้องกับการคิดค้นคณิตศาสตร์ ขั้นตอนสุดท้ายในคณิตศาสตร์เป็นการสร้างความแบบแผนโดยการสร้างสัจพจน์ (axiomatising) ซึ่งขั้นสุดท้ายนี้ไม่ควรเป็นจุดเริ่มต้นในการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจาก Freudenthal มองว่าการเริ่มต้นจากสัจพจน์สวนทางกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้มาซึ่งข้อสรุป การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ควรใช้กระบวนการคิดค้นคณิตศาสตร์แบบได้รับคำแนะนำ (guided reinvention) ซึ่งนักเรียนจะได้รับประสบการณ์เช่นเดียวกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้คิดค้นคณิตศาสตร์ขึ้นมา

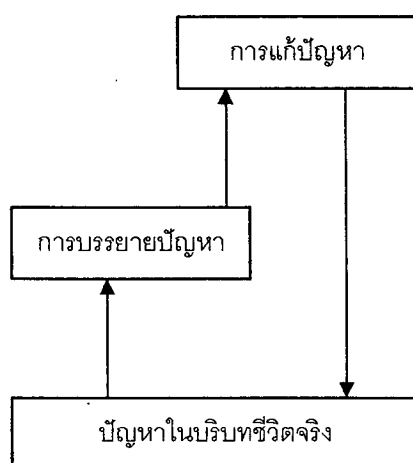
การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีความแตกต่างจากการสอนแบบดั้งเดิม ดังที่ Gravemejer (1997: 330-331) ได้อธิบายถึงความแตกต่างระหว่างการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงกับวิธีการเชิงการประมวลผลข้อมูลข่าวสาร (information processing approach) ไว้ว่ามีความแตกต่างกันที่วิธีในการดำเนินการประยุกต์ใช้ และ Meyer (2001: 239) กล่าวว่าต่างกันที่จุดเริ่มต้นของการเรียนการสอน วิธีการเชิงการประมวลผลข้อมูลข่าวสารหรือวิธีการแบบดั้งเดิมมองว่าคณิตศาสตร์เป็นระบบซึ่งถูกสร้างขึ้นไว้เรียบร้อยแล้ว และสามารถประยุกต์ใช้ได้ตามลักษณะทั่วไปของมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีการ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ถูกแบ่งเป็นการเรียนความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน จากนั้นจึงเรียนการประยุกต์ใช้ความรู้ดังกล่าว เช่น ในการเรียนพีชคณิตการสอนแบบดั้งเดิมจะเริ่มต้นจากการบรรยายเนื้อหาที่เป็นนามธรรมและเกี่ยวข้องกับตัวแปรต่างๆ สมการและการแก้สมการ หลังจากที่นักเรียนได้ฝึกการแก้สมการจนชำนาญแล้วนักเรียนก็จะประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะต่างๆ ในการแก้ปัญหาเชิงบริบท นั่นคือการเรียนการสอนเริ่มต้นจากความเป็นนามธรรมแล้วจึงไปสู่การประยุกต์ใช้ที่เป็นรูปธรรม แต่ในการเรียนการสอนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงนั้นมีขั้นตอนกลับกัน นั่นคือคณิตศาสตร์เริ่มต้นในบริบท และพัฒนาทีละน้อยไปสู่สัญลักษณ์ที่เป็นแบบแผน การเปลี่ยนแปลงนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้ามามีส่วนร่วมในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายในขั้นก่อนการสร้างความเป็นแบบแผน นักเรียนจะได้สำรวจและค้นพบคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้นผ่านลำดับขั้นตอนการเรียนการสอน



แผนภาพที่ 3 การประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน (Gravemejer, 1997: 330)

จากแผนภาพที่ 3 กระบวนการแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน การแก้ปัญหาเริ่มจากการแปลงปัญหาในบริบทชีวิตจริงเป็นปัญหาเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ข้อความหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์โดยนำความรู้คณิตศาสตร์มาใช้แล้วจึงแปลงคำตอบเชิงคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทชีวิตจริง Gravemejer (1997: 330) อธิบาย

เพิ่มเติมว่า การแปลงปัญหาในบริบทชีวิตจริงเป็นปัญหาเชิงคณิตศาสตร์นั้นเป็นการตัดทอนสารสนเทศให้ลดลง รายละเอียดต่างๆ ในปัญหาเดิมถูกตัดทิ้งไป ดังนั้นการแปลงคำตอบเชิงคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทชีวิตจริงจึงต้องการการตีความคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ในบริบทความเป็นจริงของปัญหา รายละเอียดต่างๆ ในปัญหาที่ถูกตัดทิ้งไปจะกลับเข้ามามีบทบาทอีกครั้ง ซึ่งอาจเป็นไปได้ว่าปัญหาเดิมในบริบทชีวิตจริงอาจไม่ยอมรับกับคำตอบเชิงคณิตศาสตร์



แผนภาพที่ 4 การแก้ปัญหาเชิงจริง (Realistic Problem Solving) (Gravemejer, 1997: 331)

จากแผนภาพที่ 4 กระบวนการแก้ปัญหาเชิงจริง ใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางมีขั้นตอนหลักในการแก้ปัญหา 3 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การบรรยายปัญหาในบริบทชีวิตจริงให้มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยการใช้การทำให้เป็นแบบแผน (schematizing) และการระบุความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา มีการใช้สัญลักษณ์ที่สร้างขึ้นเองและมีความหมาย ในขั้นของการบรรยายปัญหานี้ยังไม่สามารถให้คำตอบได้โดยทันที แต่การบรรยายปัญหาเป็นการทำปัญหาให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้น โดยการบรรยายถึงความสัมพันธ์และเน้นสิ่งที่เป็นหัวใจสำคัญหลักและรองให้เด่นชัดขึ้น

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหาที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น (อาจมีความเป็นแบบแผนในระดับมากน้อยต่างกัน) ซึ่งไม่ใช่ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เป็นมาตรฐาน

ขั้นที่ 3 การแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริง ซึ่งสามารถแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริงได้ง่าย เนื่องจากสัญลักษณ์ที่ใช้เป็นสัญลักษณ์ที่ผู้แก้ปัญหาลงมือสร้างขึ้นเองและมีความหมาย

2.2 แนวคิด ทฤษฎี

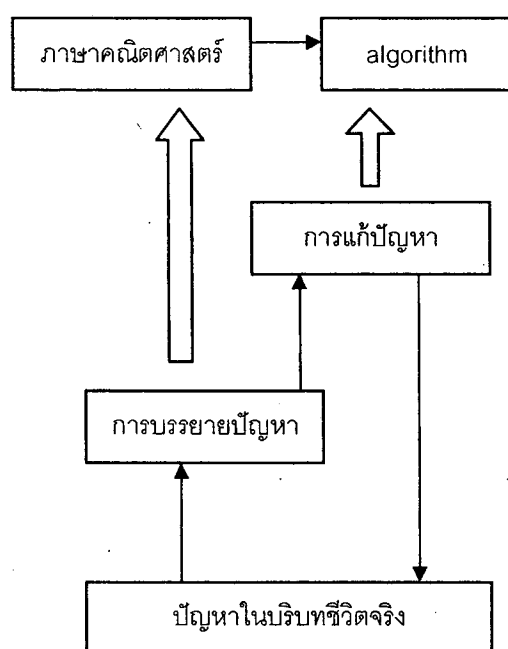
แนวคิดหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง คือ การให้นักเรียนได้คิดค้นคณิตศาสตร์ภายใต้การแนะนำของครู โดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริงมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นบริบทที่นักเรียนมีความผูกพันคุ้นเคย และสามารถเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดี และมีความหมายต่อนักเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับประสบการณ์เช่นเดียวกับกระบวนการที่นักคณิตศาสตร์ได้คิดค้นคณิตศาสตร์ขึ้นมาให้นักเรียนพัฒนาและใช้โมเดลแบบไม่เป็นทางการที่สร้างขึ้นเองในการแก้ปัญหา ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนพัฒนาขึ้นจากความรู้แบบไม่เป็นทางการของนักเรียนผ่านการแนะนำของครูและการทำงานหรืออภิปรายร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาระดับความรู้ความเข้าใจที่สูงขึ้น (Freudenthal, 1991 อ้างถึงใน Doorman and others, 2007: 406; Gravemeijer, 1997: 322-327)

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในบริบทของการศึกษาแบ่งเป็น 2 ลักษณะ ดังที่ Treffers (1978, 1987 อ้างถึงใน Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 4; 2003: 12) กล่าวไว้ ดังนี้

1. การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบ (Horizontal Mathematisation) เป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการจัดการและแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

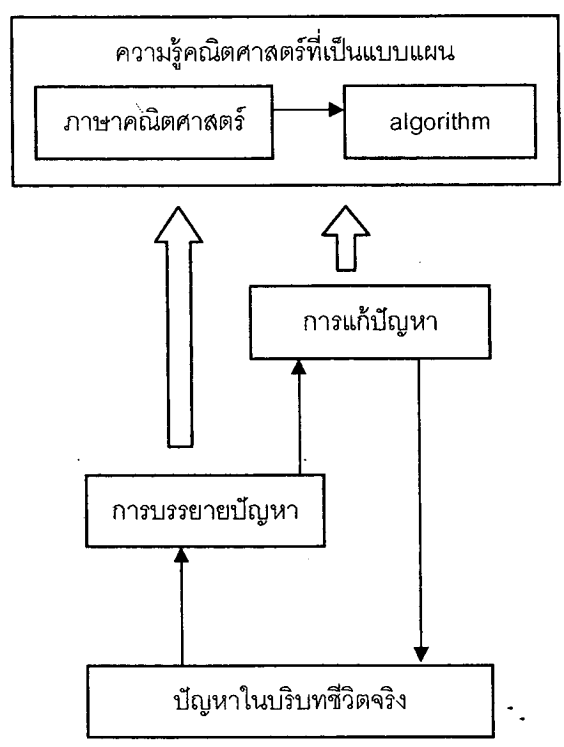
2. การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (Vertical Mathematisation) เป็นกระบวนการสร้างความรู้ (reorganization) ภายในระบบเชิงคณิตศาสตร์ เช่น การค้นหาวิธีลัดหรือค้นพบความเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์และยุทธวิธี จากนั้นก็ประยุกต์ใช้ข้อค้นพบเหล่านั้น

การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบเป็นการนำโลกชีวิตจริงไปสู่โลกของสัญลักษณ์ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้งเป็นการเคลื่อนย้ายอยู่ภายในโลกของสัญลักษณ์ Freudenthal (1991: 41-42) กล่าวว่า แม้อูเหมือนว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบและแนวตั้งมีความแตกต่างกัน แต่ก็ไม่ได้แยกออกจากกันอย่างชัดเจน การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบนี้มีคุณค่าเท่าเทียมกัน และการคิดเชิงคณิตศาสตร์สามารถเกิดขึ้นได้ในระดับที่แตกต่างกันไป



แผนภาพที่ 5 การคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวราบ (\rightarrow)
และการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (\Uparrow) (Gravemeijer, 1997: 332)

จากแผนภาพที่ 5 การจัดการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนได้เรียนรู้การคิดเชิงคณิตศาสตร์จากปัญหาในบริบทชีวิตจริง จากการบรรยายปัญหา การแก้ปัญหา และการแปลงคำตอบกลับไปสู่บริบทชีวิตจริง การให้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันจะนำไปสู่กระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้ง (vertical mathematisation) ในการบรรยายปัญหาโดยใช้กระบวนการทำให้ง่ายขึ้น (simplifying) และการทำให้เป็นแบบแผน (formalizing) สามารถพัฒนาภาษาแบบไม่เป็นทางการไปสู่ภาษาที่เป็นแบบแผนและเป็นมาตรฐานมากขึ้น และการใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันในระยะยาวจนกลายเป็นกิจวัตรประจำ สามารถพัฒนาไปสู่ขั้นตอนวิธีการ (algorithm) ที่เป็นแบบแผนได้ จากนั้นกระบวนการเรียนรู้ดังกล่าวนี้จะนำไปสู่การสร้างความรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผน (formal mathematical knowledge) ซึ่งเรียกว่า การคิดค้นคณิตศาสตร์ (reinvention) (Gravemeijer, 1997: 332-333) แสดงดังแผนภาพที่ 6



แผนภาพที่ 6 การคิดค้นคณิตศาสตร์ (Reinvention)
(Gravemeijer, 1997: 333)

การเรียนคณิตศาสตร์เริ่มต้นจากครูนำเสนอปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเหมาะสม และมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี ครูให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกแก่นักเรียน ในระหว่างทำการแก้ปัญหา จากนั้นครูกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบของตนเอง กับเพื่อนร่วมชั้น แล้วครูให้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันอีก เมื่อนักเรียนได้แก้ปัญหาที่มี ลักษณะคล้ายคลึงกัน ขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการของนักเรียนจะถูกแปลให้เป็น ขั้นตอนที่เป็นแบบแผนมากขึ้น ในการเรียนการสอนนี้ การอภิปรายถือเป็นกิจกรรมที่สำคัญอย่าง หนึ่ง ประเด็นในการอภิปรายมุ่งเน้นที่ความถูกต้องของคำตอบ ความเพียงพอและประสิทธิภาพ ของวิธีการแก้ปัญหา และการตีความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา (Gravemeijer, 1997: 322-327)

2.3 หลักการสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง

หลักการสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงที่ใช้เป็นแนวทางในการออกแบบการเรียนการสอน ประกอบด้วยหลักการสำคัญ 3 ประการ (Gravemeijer, 1997: 328-342; Gravemeijer and Terwel, 2000: 786-788) ดังนี้

1) การคิดค้นแบบได้รับคำแนะนำ (Guided Reinvention)

ตามหลักการคิดค้นนั้น นักเรียนควรได้รับประสบการณ์ที่มีความคล้ายคลึงกับกระบวนการที่คณิตศาสตร์ถูกคิดค้นขึ้นโดยนักคณิตศาสตร์ หลักการนี้ให้ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนว่า ในกระบวนการเรียนการสอนควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์สถานการณ์จริง และได้รับคำแนะนำและการอำนวยความสะดวกจากครูเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการ นักเรียนควรมีโอกาสในการคิดค้นการปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นแบบแผนมากขึ้น โดยกระบวนการเรียนรู้ควรเน้นที่กระบวนการมากกว่าผลลัพธ์การคิดค้นในทัศนทางคณิตศาสตร์

ครูควรศึกษาประวัติของคณิตศาสตร์แล้วนำมาใช้เพื่อเป็นจุดกำเนิดของแรงบันดาลใจ และศึกษายุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการของนักเรียน โดยยุทธวิธีแบบไม่เป็นทางการของนักเรียนจะถูกแปลให้เป็นขั้นตอนที่เป็นแบบแผนมากขึ้น โดยจะต้องใช้ปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่มีความเหมาะสมและมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี

2) ปรัชญาการณวิทยาที่นำมาใช้สอน (Didactical Phenomenology)

Freudenthal กล่าวถึงความหมายของปรัชญาการณวิทยาที่นำมาใช้สอนว่าเป็น การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปรัชญาการณวิทยาที่นำเสนอในทัศนทางคณิตศาสตร์กับตัวมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จุดเน้นอยู่ที่การตีความเชิงคณิตศาสตร์ที่ทำให้เกิดปรัชญาการณวิทยาในการให้เหตุผลและการคิดคำนวณ

การสืบสวนสถานการณ์ที่มีหัวเรื่องทางคณิตศาสตร์ซ่อนอยู่นั้นจะช่วยให้ค้นพบชนิดของการประยุกต์ใช้ที่นำมาใช้ในการสอน และพิจารณาถึงความเหมาะสมของสถานการณ์ที่นำมาใช้ในกระบวนการคิดค้นคณิตศาสตร์แบบก้าวหน้า (progressive mathematisation) โดยจุดมุ่งหมายของการสืบสวนเชิงปรัชญาการณวิทยา คือ การหาสถานการณ์ปัญหาที่มีความเฉพาะเจาะจงที่สามารถนำมาใช้ในการสรุปนัยทั่วไปได้ (generalized) และหาสถานการณ์ที่สามารถนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพื้นฐานของการคิดเชิงคณิตศาสตร์แนวตั้งได้

หลักการปรากฏการณ์วิทยาที่นำมาใช้สอน (didactical phenomenology) ให้แนวทางในการกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สนับสนุนกิจกรรมรายบุคคลและการอภิปรายทั้งชั้นเรียน ในการเรียนคณิตศาสตร์ผู้ออกแบบการสอนต้องเสนอปัญหาเชิงบริบทชีวิตจริงที่ได้จากปรากฏการณ์ที่เป็นจริงและมีความหมายแก่นักเรียน ซึ่งช่วยสร้างและกระตุ้นกระบวนการเรียนรู้

3) โมเดลที่สร้างขึ้นเอง (Self-developed Model)

บทบาทของโมเดลที่สร้างขึ้นเองทำหน้าที่เป็นตัวเชื่อมระหว่างความรู้แบบไม่เป็นทางการและคณิตศาสตร์แบบเป็นทางการ ในการเรียนรู้ต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้และพัฒนาโมเดลของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งโมเดลที่สร้างขึ้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้ โดยในช่วงแรกนักเรียนจะพัฒนาโมเดลของสถานการณ์ขึ้น ซึ่งเป็นโมเดลที่นักเรียนคุ้นเคย และหลังจากกระบวนการวางนัยทั่วไป (generalizing) และการสร้างแบบแผน (formalizing) โมเดลจะค่อยๆ กลายเป็นโมเดลสำหรับการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งเรียกว่าเป็นการเปลี่ยนจาก model-of เป็น model-for ตัวอย่างของโมเดล เช่น ภาพวาด แผนภาพ เส้นจำนวน ตาราง สมการ เป็นต้น จุดมุ่งหมายเบื้องต้นของการใช้โมเดลควรส่งเสริมให้นักเรียนให้สร้างคณิตศาสตร์โดยเริ่มต้นจากมุมมองของตนเอง ไม่ใช่จากมุมมองของผู้เชี่ยวชาญ

การพัฒนาโมเดลตามแนวความคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงเกิดขึ้นจากการแก้ปัญหาแบบไม่เป็นทางการของนักเรียนในการแก้ปัญหาบริบทชีวิตจริง ในช่วงต้นโมเดลถูกใช้เพื่อส่งเสริมยุทธวิธีแบบไม่เป็นทางการที่สอดคล้องกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์เฉพาะ จากนั้นนักเรียนได้รับประสบการณ์ที่คล้ายคลึงกับกระบวนการแก้ปัญหา ตัวเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหาไม่ขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหาอีกต่อไป แต่ได้รับอิทธิพลจากลักษณะเฉพาะทางคณิตศาสตร์ของปัญหา ในขั้นนี้บทบาทของโมเดลเริ่มเปลี่ยนไปเนื่องจากมีลักษณะทั่วไปมากขึ้น และท้ายที่สุดโมเดลกลายเป็นโมเดลที่มีความเป็นเอกลักษณ์ในตัวเอง หลังจากที่ผ่านมากระบวนการทำให้เป็นรูปธรรมแล้ว ในขั้นนี้โมเดลมีความสำคัญมากขึ้นในฐานะของการเป็นฐานในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ มากกว่าเป็นการนำเสนออย่างหนึ่งของปัญหาบริบทชีวิตจริง

2.4 แนวคิดในการจัดการเรียนการสอน

นักการศึกษาคณิตศาสตร์มีการนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

Treffers (1991 อ้างถึงใน Van den Heuvel-Panhuizen, 2000) เสนอหลักการเรียนรู้และการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง ไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. หลักการสร้างและการทำให้เป็นรูปธรรม (Constructing and Concretizing: phenomenological exploration by means of contexts) การเรียนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมในการสร้างความรู้ ไม่ใช่เป็นการรับความรู้ที่ถูกนำเสนอหรือถ่ายทอด การเรียนการสอนควรเริ่มต้นจากพื้นฐานที่เป็นรูปธรรม ซึ่งเน้นการสำรวจเชิงปรากฏการณ์วิทยา ครูสามารถกระตุ้นนักเรียนให้สร้างความรู้จากปรากฏการณ์ที่ถูกกำหนดขึ้นเพื่อเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้

2. หลักของลำดับขั้นและโมเดล (Levels and Models: bridging by vertical instrument) การเรียนในทัศนหรือทักษะทางคณิตศาสตร์ถูกมองว่าเป็นกระบวนการที่มีระยะยาวและเคลื่อนย้ายไปสู่ความเป็นนามธรรมในระดับต่างๆ (จากแบบไม่เป็นทางการไปสู่แบบเป็นทางการ และจากระดับการหยั่งรู้ไปสู่ระดับความเป็นระบบของเนื้อหาวิชา)

3. หลักการคิดสะท้อนและการให้งานพิเศษ (Reflection and Special Assignment: pupils' own constructions and productions) การเพิ่มขึ้นของระดับในกระบวนการเรียนรู้ได้รับการส่งเสริมผ่านการคิดสะท้อน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องให้ความสนใจอย่างมากในการสร้างและผลิตผลงานของนักเรียน หลักในการสอนนั้น นักเรียนต้องได้มีโอกาสและได้รับการกระตุ้นในช่วงเวลาที่สำคัญให้ได้คิดสะท้อนถึงสาระการเรียนรู้ที่พบและคาดการณ์ว่าจะพบต่อไป ภายหน้า จากหลักการนี้ครูต้องมอบหมายงานพิเศษให้นักเรียน เช่น ปัญหาที่มีความขัดแย้ง ซึ่งสามารถช่วยกระตุ้นการสร้างผลงานอย่างอิสระของนักเรียนได้

4. หลักบริบทและปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (Social Context and Interaction: interactive instruction) หลักการนี้เกี่ยวข้องกับความสำคัญของบริบททางสังคม การเรียนรู้ไม่ได้เป็นกิจกรรมที่อยู่โดดๆ แต่เกิดขึ้นในสังคมและถูกชี้นำและได้รับการกระตุ้นจากบริบททางสังคม วัฒนธรรม ตัวอย่างเช่น ในการทำงานเป็นกลุ่ม นักเรียนจะได้มีโอกาสได้แลกเปลี่ยนความคิดและข้อโต้แย้ง เพื่อเรียนรู้จากผู้อื่น ดังนั้นการศึกษาคณิตศาสตร์ควรมีการปฏิสัมพันธ์กันอย่างเป็นธรรมชาติ ปฏิสัมพันธ์ หมายรวมถึง การต่อรอง การแทรกแซง การอภิปราย การร่วมมือ และประเมินผล ซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญในกระบวนการเรียนรู้ที่สร้างสรรค์

5. หลักการจัดโครงสร้างและการผสมผสานเชื่อมโยง (Structuring and Interweaving: intertwining of learning strands) การเรียนรู้คณิตศาสตร์ไม่ได้ประกอบด้วย การดูซ้ำของความรู้และทักษะที่ไม่มีความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงกัน แต่เป็นการสร้างความรู้และ ทักษะให้เป็นเอกลักษณ์ที่มีโครงสร้าง สาระการเรียนรู้ต่างๆ ไม่สามารถแยกกันอยู่อย่างโดดๆ แต่มี การผสมผสานเชื่อมโยงสาระการเรียนรู้เข้าด้วยกันเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา ดังนั้นหลักในการสอน คือ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องมีความผสมผสานเชื่อมโยงกันและกัน

Van den Heuvel-Panhuizen (2000: 4-9) เสนอหลักในการจัดการเรียนรู้และการสอน คณิตศาสตร์ 6 ประการ ดังนี้

1. หลักการจัดกิจกรรม (Activity Principle) นักเรียนเรียนมนในทัศนทาง คณิตศาสตร์ผ่านการปฏิบัติกิจกรรม โดยนักเรียนมีส่วนร่วมอย่างเต็มที่ในกระบวนการเรียนรู้ ได้ พัฒนาเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และการหยั่งรู้ด้วยตนเอง ได้เผชิญกับสถานการณ์ปัญหาและ แก้ปัญหานั้นด้วยตนเองด้วยวิธีแบบไม่เป็นทางการ

2. หลักการสอดคล้องกับความเป็นจริง (Reality Principle) ความเป็นจริงเป็น แหล่งที่มาของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรนำบริบทจริงมาใช้ในการคิดเชิง คณิตศาสตร์ ซึ่งต้องเลือกสถานการณ์ปัญหาในบริบทชีวิตจริงเป็นสื่อหรือแหล่งการเรียนรู้

3. หลักการตามลำดับขั้น (Level Principle) ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียน ต้องผ่านลำดับขั้นของความเข้าใจในระดับต่างๆ จากความสามารถในการคิดค้นปัญหาในบริบท แบบไม่เป็นทางการ ไปจนถึงการสร้างวิธีคิดและการสร้างแบบแผน การหยั่งรู้หลักการสำคัญและ ความสัมพันธ์ที่กว้างออกไป การผ่านไปสู่ลำดับขั้นต่างๆเป็นความสามารถในการคิดสะท้อนใน กิจกรรมที่จัดขึ้น

4. หลักการเชื่อมโยงสัมพันธ์หรือบูรณาการ (Inter-twinement Principle) ความรู้ คณิตศาสตร์ไม่ได้อยู่อย่างแยกส่วน การแก้ปัญหาในบริบทต่างๆ ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ หลากหลายมาช่วยในการแก้ปัญหา

5. หลักการมีปฏิสัมพันธ์ (Interaction Principle) การเรียนคณิตศาสตร์ถูกมอง ว่าเป็นกิจกรรมทางสังคม ในการจัดการเรียนการสอนควรให้นักเรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนแนวคิด และวิธีการซึ่งกันและกัน ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาในระดับความรู้ความเข้าใจที่สูงขึ้น

6. หลักการแนะนำ (Guidance Principle) ครูให้นักเรียนได้มีโอกาสคิดค้น คณิตศาสตร์ผ่านการแนะนำของครู โดยครูจัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้ให้เอื้อต่อกระบวนการสร้าง ความรู้ของนักเรียน

Meyer (2001: 238-239) สรุปหลักการในการจัดการเรียนการสอน 5 ประการ ดังนี้

1. การเรียนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมในการสร้างความรู้ ซึ่งแตกต่างจากการเรียนการสอนที่นักเรียนเป็นผู้รับความรู้ที่ครูนำเสนอหรือถ่ายทอดให้เพียงฝ่ายเดียว การสร้างความรู้จะเกิดขึ้นได้เมื่อจุดเริ่มต้นของการเรียนการสอนเป็นประสบการณ์จริงของนักเรียน โดยให้นักเรียนได้เข้าไปมีส่วนร่วมในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่มีความหมายต่อนักเรียนแต่ละคน

2. การเรียนรู้คณิตศาสตร์หรือทักษะต้องใช้ระยะเวลายาวนานและผ่านระดับของความเป็นนามธรรมในระดับต่างๆ ในช่วงต้น กิจกรรมทางคณิตศาสตร์แบบไม่เป็นทางการจะสร้างพื้นฐานที่เป็นรูปธรรมจากสิ่งทีนักเรียนสามารถสรุปและสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น นักเรียนเชื่อมโยงความเป็นรูปธรรมและระดับที่เป็นนามธรรมมากขึ้นจากการสร้างและการใช้โมเดล การวาดภาพ แผนภาพ ตาราง หรือสัญลักษณ์ต่างๆ

3. การเรียนรู้คณิตศาสตร์และพัฒนาการของนักเรียนผ่านระดับต่างๆ ของความเข้าใจนั้นได้รับการสนับสนุนจากการคิดสะท้อนความคิดของตนเองและผู้อื่น นักเรียนต้องได้รับโอกาสที่ดีในการคิดสะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้

4. การเรียนรู้ไม่ได้เกิดขึ้นโดยลำพัง แต่เกิดขึ้นในบริบททางสังคมวัฒนธรรม ดังนั้นการมีปฏิสัมพันธ์จึงเป็นองค์ประกอบที่จำเป็นในการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอนควรกระตุ้นให้นักเรียนได้สะท้อน อธิบายและตัดสินคำตอบ เข้าใจคำตอบของเพื่อน เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับคำตอบอื่น และตั้งคำถามเกี่ยวกับทางเลือก

5. ความเข้าใจคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ถูกสร้างขึ้นและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างกัน ปรัชญาการณจริงที่โครงสร้างและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ปรากฏอยู่มักจะประกอบด้วยคณิตศาสตร์จากหลากหลายสาขาวิชา ดังนั้นสาระการเรียนรู้ควรมีการถักทอเรียงร้อยเข้าด้วยกันมากกว่าจะแยกออกเป็นอิสระจากกัน

3. กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (Define, Assess, Plan, Implement, and Communicate)

3.1 ความเป็นมา

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (Define: D, Assess: A, Plan: P, Implement: I, and Communicate: C) เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในหลักสูตรบูรณาการคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (Integrated Mathematics, Science, and Technology (IMaST)) ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ของศูนย์คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (Center for Mathematics, Science, and Technology (CeMaST)) มหาวิทยาลัยแห่งรัฐ Illinois ด้วยการสนับสนุนจากมูลนิธิวิทยาศาสตร์แห่งชาติอเมริกา (National Science Foundation (NSF)) (CeMaST, 1998) กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีรากฐานมาจากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya วิธีการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์ และวงจรการแก้ปัญหาทางอุตสาหกรรมตามแนวคิดของ Shewhart (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 234) ซึ่งแนวคิดที่ใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการแก้ปัญหา DAPIC มีรายละเอียดดังนี้

1. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya

Polya (1985 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553: 41) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ มีการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและมีประสิทธิภาพ ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องหรือผลเฉลยที่เป็นเหตุเป็นผลจากการแก้ปัญหา ขั้นตอนของกระบวนการดังกล่าวมี 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem) ขั้นนี้เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อยๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาดีขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (devising a plan) ขั้นนี้เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหาที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหาในที่สุด ผู้แก้ปัญหอาจเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเคยเห็นปัญหาลักษณะนี้จากที่ไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาลงมือได้ก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้สิ่ง

ที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นได้หรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (carrying out the plan) ขั้นนี้เป็นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อยๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ จะแน่ใจได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (looking back) ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้ และการวิเคราะห์หาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา

2. วิธีการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์ (A Model of Scientific Inquiry)

การสืบสอบทางวิทยาศาสตร์เป็นกระบวนการที่นักวิทยาศาสตร์ใช้เพื่อแก้ปัญหาและตอบคำถาม วิธีการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์เป็นกระบวนการที่ประกอบด้วย การตั้งคำถาม การตั้งสมมติฐาน การทดลอง การวิเคราะห์ และการสร้างข้อสรุป (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 232) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) การตั้งคำถาม (Question) คำถามเบื้องต้นที่นักวิทยาศาสตร์พบมักเกิดขึ้นตามธรรมชาติในขณะที่ค้นหาแบบรูปและความเป็นธรรมดาสามัญของข้อมูล และการสังเกตทางวิทยาศาสตร์ คำถามมักเกี่ยวกับว่าแบบรูปมีลักษณะเป็นแบบเดิมซ้ำๆ หรือไม่ หรือเป็นเพียงเหตุบังเอิญที่เกิดขึ้น

2) การตั้งสมมติฐาน (Hypothesize) โดยทั่วไปแล้วนักวิทยาศาสตร์มักเริ่มต้นด้วยสมมติฐานเกี่ยวกับสิ่งที่เชื่อว่าจะค้นพบ สมมติฐานนี้อยู่บนพื้นฐานของการสังเกตและข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้มาก่อน ซึ่งทำให้นักวิทยาศาสตร์สามารถเดาได้อย่างมีหลักวิชาการ

3) การทดลองหรือทดสอบ (Experiment or Test) นักวิทยาศาสตร์ต้องทดสอบสมมติฐานด้วยการทดลองแบบมีการควบคุม ซึ่งได้รับการวางแผนเพื่อตอบคำถามที่มีความเฉพาะเจาะจง

4) การวิเคราะห์ (Analyze) ข้อมูลที่เก็บในระหว่างการทดลองต้องนำมารวบรวมและวิเคราะห์ วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลขึ้นอยู่กับรูปแบบของการทดลองที่ใช้ นักวิทยาศาสตร์มักเปรียบเทียบผลการทดลองกับผลที่คาดหวังไว้ตามสมมติฐาน

5) การสร้างข้อสรุป (Draw Conclusions) นักวิทยาศาสตร์ต้องตัดสินใจที่จะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานบนพื้นฐานของการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง ในการวิจัยเชิงสถิติอาจเกิดความคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากธรรมชาติของสถิติและความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่ทำให้ไม่สามารถพิสูจน์ได้ว่าสมมติฐานมีความแน่นอน 100%

3. วงจรคุณภาพของ Shewhart (PDCA)

วงจรคุณภาพของ Shewhart ประกอบด้วย การวางแผน การปฏิบัติตามแผน การตรวจสอบ และการปรับปรุงแก้ไข หรือ (Plan-Do-Check-Act) (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 232; Moen and Norman, 2006) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) การวางแผน (Plan) เป็นการกำหนดวัตถุประสงค์หรือเป้าหมาย และกระบวนการหรือขั้นตอนเพื่อให้การดำเนินงานบรรลุเป้าหมายที่ต้องการ กำหนดผลลัพธ์ ความถูกต้องสมบูรณ์

2) การปฏิบัติตามแผน (Do) เป็นการดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบหรือการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งในการดำเนินการจำเป็นต้องศึกษาข้อมูลหรือเงื่อนไขที่เกี่ยวข้อง นอกจากนี้ต้องมีการเก็บรวบรวมหรือบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับการปฏิบัติเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการดำเนินการต่อไป

3) การตรวจสอบ (Check) เป็นกิจกรรมเพื่อประเมินผลว่ามีการปฏิบัติตามแผนหรือไม่ มีปัญหาเกิดขึ้นระหว่างการปฏิบัติหรือไม่ เพื่อให้ทราบข้อมูลในการปรับปรุงคุณภาพการดำเนินการต่อไป

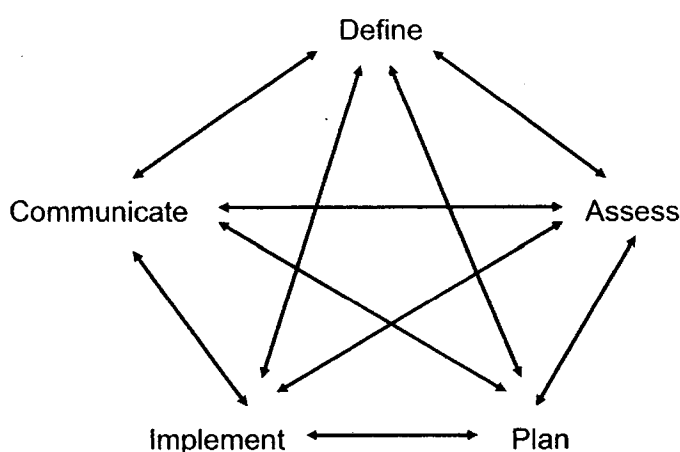
4) การปรับปรุงแก้ไข (Act) เป็นการแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นหลังจากการตรวจสอบ การปรับปรุงอาจนำไปสู่การกำหนดมาตรฐานของวิธีการดำเนินงานที่ต่างจากเดิม

3.2 หลักการของกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ประกอบด้วยองค์ประกอบ 5 ประการ (CeMaST, 1998: 10-11) คือ

1. Define เป็นการกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน ในขั้นนี้อาจใช้การถามคำถาม การเก็บรวบรวมข้อมูลเบื้องต้น การเรียนรู้ศัพท์ใหม่หรือเนื้อหาใหม่ โดยทั่วไปแล้วปัญหามักถูกกำหนดจากประสบการณ์ของนักเรียน

2. Assess เป็นการประเมินสถานการณ์ปัญหา เก็บรวบรวมสารสนเทศต่างๆ ใช้ข้อมูลที่มีเพื่อสร้างข้อสรุปทั่วไปในรูปแบบของสมมติฐาน ในขั้นนี้อาจใช้การสืบสวนสอบสวนเพิ่มเติมก่อนการสืบสวนสอบสวนหลักจะเริ่มขึ้น
3. Plan เป็นการวางแผนการแก้ปัญหาและการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมากมักใช้รูปแบบการทดลองเพื่อควบคุมตัวแปร
4. Implement เป็นการดำเนินการตามแผนที่วางไว้ เก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งปรับปรุงแผนให้มีความเหมาะสมมากขึ้น
5. Communicate เป็นการวิเคราะห์และประเมินผลการดำเนินการ และสื่อสารแลกเปลี่ยนผลลัพธ์ที่ได้กับผู้อื่น โดยประเมินความถูกต้องและความสอดคล้องของผลลัพธ์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการเขียนรายงานหรือการนำเสนอปากเปล่า หรือการสรุปผลโครงการ



แผนภาพที่ 7 กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 236)

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการที่ไม่ซับซ้อน มีความยืดหยุ่น และมีประสิทธิภาพ เหมาะสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สามารถนำไปใช้ได้ทั้งในและนอกห้องเรียน และใช้แก้ปัญหาที่พบในชีวิตจริง ในการแก้ปัญหาไม่จำเป็นต้องทำตามลำดับขั้นตอน สามารถเริ่มที่ขั้นใดก็ได้ และสามารถข้ามบางขั้นหรือใช้บางขั้นซ้ำได้ โดยผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาตามลักษณะของปัญหาแต่ละปัญหา ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ด้วยวิธีการที่หลากหลาย (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 235-236; CeMaST, 1998: 10-11)

3.3 แนวคิดในการจัดการเรียนการสอน

ในหลักสูตรบูรณาการคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (Integrated Mathematics, Science, and Technology (IMaST)) ของศูนย์คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (Center for Mathematics, Science, and Technology (CeMaST)) มหาวิทยาลัยแห่งรัฐ Illinois แบ่งการเรียนออกเป็นโมดูลต่างๆ ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับปัญหา ในการเรียน นักเรียนต้องนำกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ไปใช้เพื่อแก้ปัญหา (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 234-235)

โมดูลสุขภาพ (Wellness) เป็นโมดูลหนึ่งในหลักสูตรซึ่งมีวัตถุประสงค์ในการประยุกต์ใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับสารอาหาร การออกกำลังกาย และโรคติดต่อ ซึ่งมีผลกระทบต่อชีวิตของนักเรียนและส่งเสริมสุขภาพแก่นักเรียน (IMaST, 1995 อ้างถึงใน Meier, Hovde, and Meier, 1996: 234-235) เนื้อหาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ถูกนำเสนอตลอดทั้งโมดูลเป็นลำดับอย่างต่อเนื่องในการสืบสวนเกี่ยวกับสารอาหาร การออกกำลังกาย และโรคติดต่อ ปัญหาเกี่ยวกับสุขภาพถูกสร้างขึ้นใน 2 ลักษณะ คือ ทำอย่างไรจึงจะมีสุขภาพดีหากเกิดการเจ็บป่วย และทำอย่างไรในการรักษาสุขภาพให้มีสุขภาพที่ดีอยู่เสมอ

ตัวอย่างการใช้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ของนักเรียนในการแก้ปัญหาในโมดูลสุขภาพ (Wellness) (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 235) แสดงดังต่อไปนี้

D: Define ระบุปัญหาหรือความท้าทาย ความท้าทายสำหรับนักเรียน คือ การมีสุขภาพดี และรักษาสุขภาพให้ดีอยู่เสมอ

A: Assess ประเมินสถานการณ์ปัญหา นักเรียนจำเป็นต้องประเมินสภาวะสุขภาพในปัจจุบันของตนเองและระบุว่าสุขภาพดีหรือไม่ เพื่อให้สามารถระบุปัญหาที่ต้องการได้ดียิ่งขึ้น

P: Plan วางแผน นักเรียนจำเป็นต้องพัฒนาแผนดำเนินการที่จะนำไปสู่การมีสุขภาพดี หรือการรักษาสุขภาพให้ดีอยู่เสมอ

I: Implement การดำเนินการตามแผน นักเรียนจำเป็นต้องปฏิบัติตามอย่างเหมาะสมในการแก้ปัญหาสุขภาพ

C: Communicate การสื่อสาร นักเรียนจำเป็นต้องประเมินว่าได้แก้ปัญหาสุขภาพของตนเองหรือไม่ หรือปรับปรุงเปลี่ยนแปลงแผนดำเนินการเพื่อให้นำไปสู่ผลสำเร็จ และสื่อสารนำเสนอผลลัพธ์

การประยุกต์ใช้ข้อมูลสุขภาพส่วนบุคคลในช่วงกิจกรรมแนะนำ การใช้แบบสอบถามแผนพฤติกรรมสุขภาพส่วนบุคคลซึ่งช่วยทำให้ผลที่ได้มีความเป็นระบบ และการใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่ง่ายไม่ซับซ้อน นำไปสู่กระบวนการเรียนรู้ที่นักเรียนได้ประยุกต์ใช้ความรู้เพื่อแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการเรียนรู้ที่สำคัญ จากตัวอย่างข้างต้น กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการที่ง่ายสำหรับนักเรียนแต่เป็นเครื่องมือที่ทรงพลังที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้หรือใช้ซ้ำ ซึ่งใช้ได้ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน (Meier, Hovde, and Meier, 1996: 235)

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

Barnes (2004) ศึกษาผลของการนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาใช้ในการสอนซ่อมเสริมให้แก่นักเรียนเกรด 8 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ประเทศแอฟริกาใต้ ผลการศึกษพบว่า การนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาใช้ในการสอนซ่อมเสริม ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำวิชาคณิตศาสตร์ได้

Uzel and Uyangor (2006) ศึกษาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 โรงเรียนประถมศึกษากัด Cigdem Batubey ประเทศตุรกี ที่ได้รับการศึกษาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง ใช้แบบวัดเจตคติที่เป็นมาตราวัดแบบลิเคอร์ท์จำนวน 26 ข้อ แบ่งเป็นข้อคำถามเชิงบวก 13 ข้อ ข้อคำถามเชิงลบ 13 ข้อ มีค่าความเที่ยง 0.94 ศึกษาโดยวัดเจตคติของกลุ่มทดลองที่เรียนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และกลุ่มควบคุมที่เรียนตามแนวคิดดั้งเดิมก่อนและหลังการทดลอง โดยก่อนการทดลองกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีคะแนนเจตคติไม่แตกต่างกัน ผลการศึกษพบว่า หลังการทดลองเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนตามแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงสูงกว่ากลุ่มควบคุม

Dickinson and others (2010) ศึกษาผลของการนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาใช้ในการสอนคณิตศาสตร์แก่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางถึงต่ำ ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ประเทศอังกฤษ ผลการศึกษพบว่า การนำแนวคิดการศึกษา

คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนและพัฒนาความรู้ในเนื้อหาวิชาให้แก่ นักเรียนได้

Kwon (n.d.) ศึกษาผลของการนำแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษา เรื่องสมการเชิงอนุพันธ์ ที่มหาวิทยาลัยหญิง Ewha ประเทศเกาหลี ผลการศึกษาพบว่าแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับอุดมศึกษาได้อย่างประสบความสำเร็จ

งานวิจัยในประเทศ

จรรยา ภูอุดม (2544) ศึกษาพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ และเปรียบเทียบพัฒนาการด้านทักษะการคิดเชิงเหตุผลและทักษะการรู้คิด ความเข้าใจในมิติ การนำความรู้ไปใช้ และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนตามรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้กับนักเรียนที่เรียนตามปกติ รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ มีองค์ประกอบหลัก 7 ประการ ได้แก่ 1) สถานการณ์ปัญหา 2) ความรู้สึกลอยากแก้ปัญหา 3) ปฏิสัมพันธ์ทางสังคม 4) ความรู้ความสามารถเดิม 5) กิจกรรมการแก้ปัญหา 6) พัฒนาการทางปัญญา และ 7) เจตคติต่อการเรียน โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน 4 ขั้น คือ ขั้นที่ 1 นำเสนอสถานการณ์ปัญหา ขั้นที่ 2 สร้างความรู้สึกลอยากแก้ปัญหาและวางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ลงมือแก้ปัญหา และขั้นที่ 4 ประเมินผล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนดอนเมืองจาตุรจินดา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 จำนวน 81 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 39 คน กลุ่มควบคุม 42 คน ใช้เวลาในการทดลอง 17 คาบ (6 สัปดาห์) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดทักษะการคิดเชิงเหตุผล แบบทดสอบวัดความเข้าใจในมิติและการนำความรู้ไปใช้ แบบประเมินทักษะการรู้คิด และแบบวัดเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้สามารถช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านทักษะการคิดเชิงเหตุผลดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ มีความเข้าใจในมิติสูงกว่า สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ดีกว่า มีความคงทนของความเข้าใจมากกว่า มีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่า และมีพัฒนาการด้านทักษะการรู้คิดเกี่ยวกับการทำกับตนเองดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ

อนันตนิจ โปธิถาวร (2547) ศึกษาผลของการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริง ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจต่อสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยนำคณิตศาสตร์ไปใช้ให้สัมพันธ์กับในโลกจริงของนักเรียน มีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันที่เป็นชีวิตจริงของนักเรียน และบูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริงและได้นำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาในเรื่องราวหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 และสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 นอกจากนี้ยังมีความพึงพอใจต่อสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ทุกด้านอยู่ในระดับมาก คือ ด้านการมีส่วนร่วม ด้านสัมพันธไมตรี ด้านการสนับสนุนจากครู ด้านเป้าหมายการทำงาน ด้านความเป็นระเบียบในชั้นเรียน ด้านการชี้แจงกฎระเบียบ และด้านความพึงพอใจในการทำงาน

สุริเยส สุขแสง (2548) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์ ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหาหรือเสนอปัญหาที่ทำทนายหรือซับซ้อน เพื่อกระตุ้นหรือยั่วเย้าให้นักเรียนสนใจและอยากใช้ศักยภาพที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา เกิดความท้าทายที่จะเรียนรู้ แก้ปัญหา สรุปมโนทัศน์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนเป็นผู้นำเสนอปัญหาและนักเรียนช่วยกันหาวิธีแก้ปัญหา นั้น มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 6 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 เริ่มต้น ครูกล่าวถึงสาระสำคัญที่จะเรียน โดยกล่าวถึงความสำคัญและเป้าหมายของเรื่องที่จะเรียน และสอบถามนักเรียนว่านักเรียนมีความรู้ในเรื่องที่จะเรียนมาบ้างแล้วหรือไม่อย่างไร ครูกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ในการเรียนเนื้อหา

ขั้นที่ 2 นำเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะสอน ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียนต่อนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอปัญหา

ขั้นที่ 3 มอบหมายงาน ครูมอบหมายงานจากปัญหาหรือสถานการณ์ให้นักเรียนเพื่อเรียนรู้มโนทัศน์ สรุปมโนทัศน์ และวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่เรียน นักเรียนในกลุ่มช่วยกัน

อภิปรายและแสดงความคิดเห็นว่าสถานการณ์ที่เพื่อนนำเสนอเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับหัวข้อที่เรียนหรือไม่อย่างไร

ขั้นที่ 5 สร้างเป็นโจทย์ปัญหา นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่เรียน แล้วนำเสนอปัญหาดังกล่าวเพื่อให้เพื่อนช่วยกันอภิปรายและแสดงความคิดเห็น เพื่อหาวิธีแก้ปัญหานั้น

ขั้นที่ 6 เริ่มต้นใหม่ ครูให้นักเรียนฝึกฝนการตั้งปัญหา โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะในการตั้งปัญหา

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 แต่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติ

บุญญา แซ่หล่อ (2549) ศึกษาการบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลของการใช้การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการเชื่อมโยง ความลึกในการเข้าใจเนื้อหา และการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน ที่สมัครใจเข้าร่วมโครงการ โดยคัดเลือกจากนักเรียนที่ผ่านการเรียนวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เรื่องค่ากลางของข้อมูล (ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม) การนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง กราฟเส้น และแผนภูมิแท่ง และสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดำเนินการทดลองโดยให้กลุ่มตัวอย่างเรียนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการเชื่อมโยงภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง เป็นเวลา 30 คาบ คาบละ 50 นาที

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงและความลึกในการเข้าใจเนื้อหาในแต่ละระดับ หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง ความสามารถในการเชื่อมโยงมีผลต่อความลึกในการเข้าใจเนื้อหาในรูปแบบความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์แบบเชิงเส้น โดยมีคุณภาพ 35 % และผลการพัฒนาในเชิงคุณภาพจากการสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์โดยเฉพาะในด้านความลึกในการเข้าใจเนื้อหา นักเรียนมีระดับความลึกในการเข้าใจเนื้อหามากขึ้น ส่วนในด้านการเห็นคุณค่า

ของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงนักเรียนทุกคนให้ความคิดเห็นที่ดีต่อคณิตศาสตร์และเห็นว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง

มะลิวรรณ ศรีชัยปัญญา (2550) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนสังกัดคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงเพื่อการเรียนรู้ในชั้นเรียน แล้วนำข้อมูลที่เกี่ยวข้องมาสร้างความสัมพันธ์ในรูปแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้หรือหาคำตอบ มีขั้นตอนการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 สร้างแบบจำลองจากสถานการณ์ในโลกความเป็นจริง โดยนำสถานการณ์ที่นักเรียนสามารถพบในชีวิตจริงหรือชีวิตประจำวันมาใช้เป็นปัญหาประกอบการเรียนการสอนในเนื้อหาส่วนที่เกี่ยวข้องตามหลักสูตร

ขั้นที่ 2 สร้างแบบจำลองในชั้นเรียน โดยครูนำสถานการณ์ปัญหาจากขั้นตอนที่ 1 มาสร้างเป็นแบบจำลองของเหตุการณ์เพื่อการเรียนรู้ในชั้นเรียน โดยปรับให้เหมาะสมและง่ายต่อการเรียนรู้ในชั้นเรียน แสดงให้เห็นการบูรณาการหรือการประยุกต์ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กับเหตุการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง เพื่อให้นักเรียนเห็นถึงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

ขั้นที่ 3 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยนำข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาจากขั้นตอนที่ 2 มาแทนด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือตัวแปรที่แทนความหมายในเรื่องนั้นๆ

ขั้นที่ 4 สรุปหรือหาผลลัพธ์หรือคำตอบ โดยผู้เรียนหรือผู้สอนกับผู้เรียนร่วมกันหาผลสรุปหรือคำตอบของปัญหา โดยใช้หลักการและเทคนิคทางคณิตศาสตร์ เช่น หลักการคำนวณ การวิเคราะห์ การแก้ปัญหา เป็นต้น และสรุปสิ่งที่เรียนรู้

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 แต่มีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองไม่สูงกว่าก่อนการทดลอง และไม่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

เทพสุดา เกตุทอง (2551) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยนำกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเน้นการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ปัญหาเสมือนในชีวิตจริง โดยการแทนสถานการณ์ปัญหาด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แล้วดำเนินการหาคำตอบทางคณิตศาสตร์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคำตอบทางคณิตศาสตร์ไปอธิบายสถานการณ์ปัญหาดังกล่าว ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

กรอบแนวคิดการวิจัย

จากการศึกษาค้นคว้าแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ทำให้ผู้วิจัยเห็นความสัมพันธ์สอดคล้องของแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงและกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่สามารถนำมาใช้เป็นแนวคิดพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกำหนดเป็นกรอบแนวคิดการวิจัยดังนี้

แผนภาพที่ 8 กรอบแนวคิดการวิจัย

