บทที่ 3
วิธีการดำเนินการวิจัย

จากเงื่อนไขเริ่มต้นคือทุกทีมต้องพบกันหมดและเป็นการแข่งแบบเหย้า-เยือนและจะจัดแข่งขันเฉพาะเสาร์-อาทิตย์ เราสามารถคำนวณได้ว่า จำนวนนัดการแข่งขันทั้งหมด เมื่อ n จำนวนทีม จะมีการแข่งขันทั้งหมด

$$2 \times C_{n,2} = 2 \times \binom{n}{2} = \frac{2\times n!}{2!(n-2)!} = n(n-1) \text{ คู่}$$

แต่ในวันเสาร์หรือวันอาทิตย์ทุกทีมจะต้องเข้าแข่ง จะได้ว่า 1 สัปดาห์จะมีการแข่งขันทั้งหมด n คู่ นั่นคือจะใช้เวลาในการแข่งขันทั้งหมด $(n-1)$ สัปดาห์ ในการคำนวณ จากการดำเนินกาหาค่าที่เหมาะสมที่สุด จะได้ขั้นตอนดำเนินการดังนี้

1. ผลเฉลยที่เป็นได้ (Feasible Patterns)

ในขั้นตอนแรกออกแบบปัญหาให้อยู่ในรูปกำหนดการจำนวนเต็ม กำหนดตัวแปรออกแบบและเงื่อนไขบังคับ

กำหนดให้ n แทน จำนวนทีมที่นำมาคำนวณ

c_{ij} แทน ระยะทางของถนนเส้นจากเมือง i ไปเมือง j

$x_{i,j}^{pq}$ แทน การจัดแข่งที่ทีม i เป็นทีมเยือน ทีม j เป็นทีมเหย้า ในสัปดาห์ที่ p

$p = 1,2,..,(n-1), i,j = 1,2,3,\dots,n$

กรณีที่ $p \geq 10$ เขียน $x_{i,j}^{pq}$ แทนด้วย $x_{i,j}^{p,q}$

เมื่อ $q = 1$ ถ้ามีการแข่งในวันเสาร์ หรือ $q = 2$ ถ้ามีการแข่งในวันอาทิตย์

โดย $x_{i,j}^{pq} = 0$ ถ้าไม่มีการจัดแข่งขัน หรือ $x_{i,j}^{pq} = 1$ ถ้ามีการจัดแข่งขัน

และ $Y = [y_{ij}]_{n\times n}$ เมื่อ y_{ij} คือจำนวนการใช้เส้นทางจากเมือง i ไปเมือง j

ดังนั้น จากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถเขียนสมการจุดประสงค์ได้

สมการจุดประสงค์ $min(\sum y_{ij}c_{ij})$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_p^{(n-1)}\sum_q^2 x_{i,j}^{pq} = 1 \qquad ,\forall i \neq j$$
$$\sum_i^n (x_{j,i}^{pq} + x_{i,j}^{pq}) = 1 \qquad ,\forall i \neq j, \forall p,q$$
$$\sum_i x_{i,j}^{pq} + x_{j,i}^{pq} \leq 1 \qquad ,\forall i,p,q$$
$$\sum_i x_{i,i}^{pq} = 0 \qquad ,\forall i,p,q$$
$$x_{i,j}^{pq} = 0 \;\; or \;\; 1$$

โดยอธิบายความหมายแต่ละสมการดังนี้

1) สำหรับ การจัดแข่งที่ทีม i เป็นทีมเยือน ทีม j เป็นทีมเหย้า ทีมต้องพบกันทุกทีมและแข่งแค่เพียง 1 ครั้ง จะได้สมการที่ 1

2) ทุกวันในการแข่งขัน ทีม i จะต้องเป็นทีมเหย้าหรือเยือน

3) ในวันเดียวกัน จะมีการจัด ที่ทีม i เป็นทีมเยือน ทีม j เป็นทีมเหย้า หรือ มีทีม j เป็นทีมเยือน ทีม i เป็นทีมเหย้า เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

4) ไม่มี การจัดแข่งที่ทีม i เป็นทีมเหย้า ทีม i เป็นทีมเยือน

5) ถ้ามีการแข่งขัน $x_{i,j}^{pq} = 1$ ถ้าไม่มีการจัดแข่งขัน $x_{i,j}^{pq} = 0$

ตัวอย่างที่ 3.1 ปัญหาการจัดแข่งขันกีฬา จำนวน 4 ทีม คือ ชุดที่ 1 จะได้

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 318 & 146 & 71 \\ 318 & 0 & 417 & 391 \\ 146 & 417 & 0 & 191 \\ 71 & 391 & 191 & 0 \end{bmatrix}$$

เขียนให้อยู่ในรูปกำหนดการจำนวนได้เต็ม จะได้ $n = 4, p = 1,2,3,4$ และ $i,j = 1,2,3,4$

สมการเป้าหมายคือ $min(\sum y_{ij}c_{ij})$

ภายใต้ข้อจำกัดคือ

$$x_{1,2}^{11} + x_{1,2}^{12} + x_{1,2}^{21} + x_{1,2}^{22} + x_{1,2}^{31} + x_{1,2}^{32} = 1$$
$$x_{1,3}^{11} + x_{1,3}^{12} + x_{1,3}^{21} + x_{1,3}^{22} + x_{1,3}^{31} + x_{1,3}^{32} = 1$$
$$x_{1,4}^{11} + x_{1,4}^{12} + x_{1,4}^{21} + x_{1,4}^{22} + x_{1,4}^{31} + x_{1,4}^{32} = 1$$
$$x_{2,1}^{11} + x_{2,1}^{12} + x_{2,1}^{21} + x_{2,1}^{22} + x_{2,1}^{31} + x_{2,1}^{32} = 1$$
$$x_{2,3}^{11} + x_{2,3}^{12} + x_{2,3}^{21} + x_{2,3}^{22} + x_{2,3}^{31} + x_{2,3}^{32} = 1$$
$$x_{2,4}^{11} + x_{2,4}^{12} + x_{2,4}^{21} + x_{2,4}^{22} + x_{2,4}^{31} + x_{24}^{32} = 1$$
$$x_{3,1}^{11} + x_{3,1}^{12} + x_{3,1}^{21} + x_{3,1}^{22} + x_{3,1}^{31} + x_{3,1}^{32} = 1$$
$$x_{3,2}^{11} + x_{3,2}^{12} + x_{3,2}^{21} + x_{3,2}^{22} + x_{3,2}^{31} + x_{3,2}^{32} = 1$$

$$x_{3,4}^{11}+x_{3,4}^{12}+x_{3,4}^{21}+x_{3,4}^{22}+x_{3,4}^{31}+x_{3,4}^{32}=1$$
$$x_{4,1}^{11}+x_{4,1}^{12}+x_{4,1}^{21}+x_{4,1}^{22}+x_{4,1}^{31}+x_{4,1}^{32}=1$$
$$x_{4,2}^{11}+x_{4,2}^{12}+x_{4,2}^{21}+x_{4,2}^{22}+x_{4,2}^{31}+x_{4,2}^{32}=1$$
$$x_{4,3}^{11}+x_{4,3}^{12}+x_{4,3}^{21}+x_{4,3}^{22}+x_{4,3}^{31}+x_{4,3}^{32}=1$$
$$x_{1,2}^{11}+x_{1,3}^{11}+x_{1,4}^{11}+x_{2,1}^{11}+x_{3,1}^{11}+x_{4,1}^{11}=1$$
$$x_{1,2}^{12}+x_{1,3}^{12}+x_{1,4}^{12}+x_{2,1}^{12}+x_{3,1}^{12}+x_{4,1}^{12}=1$$
$$\vdots$$
$$x_{4,1}^{12}+x_{4,2}^{12}+x_{4,3}^{12}+x_{1,4}^{12}+x_{2,4}^{12}+x_{3,4}^{12}=1$$
$$x_{1,2}^{11}+x_{2,1}^{11}\le 1, x_{1,2}^{12}+x_{2,1}^{12}\le 1,\ldots,x_{1,2}^{32}+x_{2,1}^{32}\le 1$$
$$\vdots$$
$$x_{4,3}^{11}+x_{3,4}^{11}\le 1, x_{4,3}^{12}+x_{3,4}^{12}\le 1,\ldots,x_{4,3}^{32}+x_{3,4}^{32}\le 1$$
$$x_{1,1}^{11}=x_{2,2}^{11}=x_{3,3}^{11}=x_{4,4}^{11}=x_{1,1}^{12}=x_{2,2}^{12}=\cdots=x_{4,4}^{32}=0$$
$$x_{i,j}^{pq}=0\ \ or\ \ 1\ ,\forall i,j,p,q$$

หลังจากได้ผลเฉลยแล้ว จะนำมานับเส้นทางจากเงื่อนไขการจัดแข่งขันทุกทีมต้องพบกันหมด ซึ่งต้องเดินทางไปในวันเสาร์ และ เดินทางกลับในวันอาทิตย์ จะมีวิธีนับดังนี้

นั่นคือถ้ามีการจัดแข่งในวันเสาร์ $x_{i,j}^{p1}$ นับการใช้เส้นทาง y_{ij} เพิ่ม 1 ครั้ง

และถ้ามีการจัดแข่งในวันอาทิตย์ $x_{i,j}^{p2}$ นับการใช้เส้นทาง y_{ji} เพิ่ม 1 ครั้ง

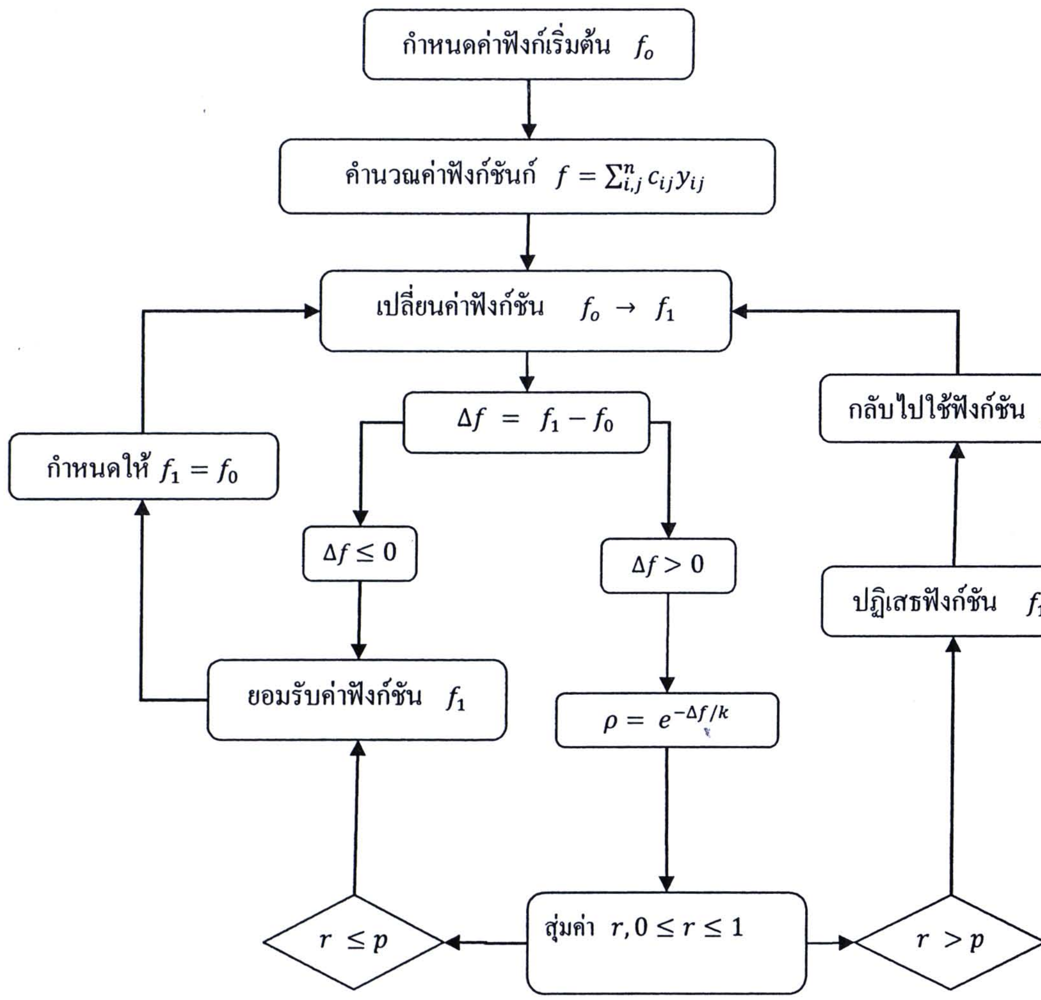
ส่วนในการเดินทางในวันเสาร์-อาทิตย์ จะสามารถแบ่งการเดินทางของแต่ละทีม $k=1,2,\ldots,n$ ได้ดังนี้

1) แบบเหย้าแล้วเหย้านั่นคือ ถ้า $x_{i,k}^{p1}=x_{j,k}^{p2}=1$ ไม่นับการใช้เส้นทางเพิ่ม
2) แบบเหย้าแล้วเยือนนั่นคือ ถ้า $x_{i,k}^{p1}=x_{k,j}^{p2}=1$ นับการใช้เส้นทาง y_{kj} เพิ่ม 1 ครั้ง
3) แบบเยือนแล้วเยือนนั่นคือ ถ้า $x_{k,i}^{p1}=x_{k,j}^{p2}=1$ นับการใช้เส้นทาง y_{ij} เพิ่ม 1 ครั้ง
4) แบบเยือนแล้วเหย้านั่นคือ ถ้า $x_{k,j}^{p1}=x_{i,k}^{p2}=1$ นับการใช้เส้นทาง y_{jk} เพิ่ม 1 ครั้ง

ดังนั้นจะได้ ระยะทางรวมตลอดการจัดการแข่นขัน จะได้ $f=\sum y_{ij}c_{ij}$ โดย กำหนดให้ $f_0=\sum y_{ij}c_{ij}$ ซึ่งผลเฉลยที่เป็นไปได้จะมีจำนวนมาก ซึ่งการหาผลเฉลยในที่นี้ จะใช้ระเบียบวิธีมอนติ คาร์โล หาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด

2. ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด (Optimal solution)

โดยระเบียบมอนติ คาร์โลดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 3.1 แผนภาพแสดงระเบียบวิธี มอนติ คาร์โล ของฟังก์ชันจุดประสงค์