

บทที่ 2

วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง สมการ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาอุดรธานี เขต 1 ครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณกรรม เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนา โดยนำเสนอตามลำดับดังนี้

1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ความสำคัญของการเชื่อมโยง
 - 2.3 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
3. ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.3 ทักษะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.4 การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
4. แนวคิดและการพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 4.1 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 4.2 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 4.3 การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 4.4 ประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 4.5 การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 5.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.1 ความสำคัญของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, น. 1)

1.2 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2552, น. 2 - 4)

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจในระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1.3 คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

คุณภาพผู้เรียนคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 59) ได้กำหนดให้นักเรียนที่จบการศึกษาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีคุณภาพดังนี้

1. มีความรู้ เข้าใจ และมีความรู้ลึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง ร้อยละ การดำเนินการของจำนวน สมบัติเกี่ยวกับจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ สามารถหาค่าประมาณของจำนวนนับและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งได้

2. มีความรู้ เข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร ความจุ เวลา เงิน ทิศ แผนที่ และขนาดของมุม สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้ที่เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3. มีความรู้และเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะ สมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด มุม และเส้นขนาน

4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้ แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาและเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัวและแก้สมการ

5. รวบรวมข้อมูล อภิปรายประเด็นต่างๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น และตาราง และนำเสนอข้อมูลเป็นแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ และกราฟเส้น ใช้ความรู้เรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการคาดคะเนการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้

6. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1.4 คำอธิบายรายวิชา สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คำอธิบายรายวิชา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เวลาเรียน 160 ชั่วโมงต่อปี

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกทักษะการแก้ปัญหาในสาระต่อไปนี้

จำนวนนับ หลักเลขและค่าประจำหลัก ค่าของตัวเลขในแต่ละหลัก การเขียนในรูปกระจายการเรียงลำดับจำนวน การประมาณค่าใกล้เคียงเป็นจำนวนเต็มสิบ เต็มร้อย เต็มพัน เต็มหมื่น เต็มแสน เต็มล้าน จำนวนเฉพาะ การแยกตัวประกอบ ห.ร.ม. ค.ร.น.

เศษส่วน เศษส่วนที่เท่ากัน การเปรียบเทียบ และการเรียงลำดับเศษส่วน สมบัติการสลับที่ของการบวก สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก สมบัติการสลับที่ของการคูณ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

ทศนิยม การอ่าน และการเขียนทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง หลักเลข และค่าประจำหลักของตัวเลขในแต่ละหลัก การเขียนในรูปกระจาย การเปรียบเทียบ และการเรียงลำดับทศนิยม การเขียนทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งในรูปเศษส่วน และการเขียนเศษส่วน ที่มีตัวส่วนเป็นตัวประกอบของ 10, 100 หรือ 1,000 ในรูปทศนิยม ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ การประมาณค่าใกล้เคียงเป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง สองตำแหน่ง สมบัติการสลับที่ของการบวก สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก สมบัติการสลับที่ของการคูณ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

การบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน และโจทย์ปัญหา การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับระคน การบวก การลบ การคูณ และการหารที่มีผลลัพธ์เป็นทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง โจทย์ปัญหา และโจทย์ปัญหาระคน โจทย์ปัญหาการคูณ และการหาร (บัญญัติไตรยางศ์) โจทย์ปัญหาร้อยละ

การหาความยาว ความยาวรอบรูปวงกลม โจทย์ปัญหาและสถานการณ์

การหาพื้นที่ การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม การหาพื้นที่ของรูปวงกลม การคาดคะเนพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมเป็นตารางเมตร ตารางเซนติเมตร และตารางวา โจทย์ปัญหา และสถานการณ์

การหาปริมาตร การหาปริมาตรและ / หรือความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ทิศ แขนง แผนผัง การบอกชื่อ และทิศทางของทิศทั้งแปดทิศ มาตรฐาน การอ่านแผนที่และแผนผัง การเขียนแผนผัง

รูปร่างชนิดและสมบัติบางประการของรูปเรขาคณิต มุมที่มีขนาดเท่ากัน การแบ่งครึ่งมุมโดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์ การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงโดยใช้ไม้บรรทัด เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม การสร้างรูปสี่เหลี่ยม ส่วนประกอบของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด รูปคลื่น สมบัติของเส้นขนาน การพิจารณาเส้นขนานโดยอาศัยสมบัติของเส้นขนาน

สมการและการแก้สมการ สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า 1 ตัว สมการที่เป็นจริง สมการที่เป็นเท็จ คำตอบของสมการ การแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า 1 ตัว โจทย์ปัญหา

สถิติและความน่าจะเป็นเบื้องต้น การอ่าน และการเขียนแผนภูมิเปรียบเทียบ กราฟเส้น แผนภูมิวงกลม การเก็บรวบรวมข้อมูล ความหมาย และการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นหรือไม่เกิดขึ้น ไม่เกิดขึ้นแน่นอนโดยใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม รู้จักใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อการสื่อสาร สื่อความหมาย นำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน สามารถเชื่อมโยงความรู้หลักการ กระบวนการคณิตศาสตร์ เพื่อการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เห็นคุณค่า มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ รอบคอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

1.5 มาตรฐาน ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลาง

การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และการแก้
 โจทย์ปัญหา เรื่อง สมการ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขต
 พื้นที่การศึกษาประถมศึกษาอุตรดิตถ์ เขต 1 เกี่ยวข้องกับมาตรฐาน ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้
 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังตาราง

สาระที่ 4 พิชคณิต

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัว แบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอด จนแปลความหมาย และนำไป ใช้แก้ปัญหา	1. เขียนสมการจากสถานการณ์ หรือปัญหา และแก้สมการพร้อม ทั้งตรวจคำตอบ	- สมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่า หนึ่งตัว - การแก้สมการโดยใช้สมบัติของ การเท่ากันเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร - การแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการ

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 6.1 มีความ สามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ และการนำ เสนอ การเชื่อมโยงความรู้ ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความ คิดริเริ่มสร้างสรรค์	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา 2. ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาใน สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม 3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และ สรุปผลได้อย่างเหมาะสม 4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ใน การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการ นำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม 5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ 6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	-

2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการหลายท่านกล่าวถึงความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1991, p. 102) ได้เสนอความหมายทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ คือ การผสมผสานแนวคิดที่เกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งเป็น

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา คือ การนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันสัมพันธ์กัน ผู้เรียนประยุกต์นำความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้ผู้เรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้สัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์ กับวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ กีฬาหรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง ตรงกับสภาพชีวิตจริง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 84) เสนอว่าการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้ และทักษะ กระบวนการที่มีในเนื้อหากับงานที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น จำแนกตามลักษณะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ได้เป็น 2 แบบ

1. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะ กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหา ได้หลากหลายวิธีหรือกระทัดรัดขึ้น และทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความหมาย สำหรับผู้เรียนมากยิ่งขึ้น

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นการนำความรู้ และทักษะ กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้ของศาสตร์อื่นๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ พันธุกรรมศาสตร์ จิตวิทยา และเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมาย และผู้เรียนเห็นความสำคัญของการเรียน

คณิตศาสตร์การจำแนกในแต่ละลักษณะข้างต้น ได้รวมเอาการนำความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริงด้วย

อัมพร ม้าคอน (2554, น. 60) ให้ความหมาย การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมา กับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ทำให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้ และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำ ในห้องเรียนมี 3 ประเภท ดังนี้

1. การเชื่อมโยงภายในคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นในเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน
3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถหรือกระบวนการนำความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์กัน การผสมผสานแนวคิดที่เกี่ยวข้องกัน มาสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล องค์ประกอบเดียวกันเพื่อใช้ในการเรียนรู้ เนื้อหาใหม่หรือ ทำให้สามารถแก้ปัญหา ได้หลากหลายวิธีหรือกระทัดรัดขึ้น แบ่งการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็น การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ และการเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

2.2 ความสำคัญของการเชื่อมโยง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The Nation Council of Teacher of Mathematics, 1989, p. 84) ระบุว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างศาสตร์ต่างๆ นั้น จะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องแยกความคิดรวบยอดออกจากความคิดรวบยอดในวิชาอื่นๆ ไม่ว่าจะเป็นวิชาคณิตศาสตร์หรือสังคมศึกษา การเรียนการสอนที่สัมพันธ์เชื่อมโยงความคิดรวบยอดจากหลายๆ สาขาวิชาเข้าด้วยกัน จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ที่สำคัญที่สุดคือช่วยให้เกิดการถ่าย โอนการเรียนรู้ (Transfer of learning) ระหว่างสิ่งที่เรียนรู้เข้ากับชีวิตจริงได้ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนได้เข้าใจเนื้อหา คณิตศาสตร์ลึกซึ้ง และยาวนานขึ้น เห็นว่าสิ่งที่ตนเรียนมีประโยชน์ มีคุณค่า และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 98) ระบุว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ในเนื้อหาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหา คณิตศาสตร์ ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น อีกทั้งยังช่วยทำให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่าน่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้

อัมพร ม้าคะนอง (2554, น. 60) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ สะท้อนให้เห็นถึงการใช้งานของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่สามารถพบเห็นได้ทั่วไป การเชื่อมโยง มีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย (Meaningful learning) เนื่องจาก การเชื่อมโยงจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียน ได้ดีขึ้นตลอดจน มองเห็นความสำคัญและคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ที่ สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่นได้ ทำให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าสนใจ ไม่ใช่เป็นเพียงวิชาที่ เรียนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม เพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์เฉพาะในห้องเรียนอีกต่อไป ด้วย เหตุผลดังกล่าว ทักษะการเชื่อมโยงจึงถูกเน้นมากในการเรียนการสอนปัจจุบัน

จากข้อมูลข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนมี การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย สามารถเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น สัมพันธ์ความรู้ คณิตศาสตร์ที่เรียนกับปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ผู้เรียนมองเห็นความสำคัญและคุณค่าของ คณิตศาสตร์ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้พัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อวัดทักษะการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการกับความรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ ซึ่งการที่ผู้เรียนจะแก้ปัญหาได้ จะต้อง อาศัยทักษะการเชื่อมโยงระหว่างความรู้คณิตศาสตร์ด้วยกัน

2.3 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะ และกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ทาง คณิตศาสตร์นั้น สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000, pp. 277-278) กล่าวว่า วัตถุประสงค์ของการพัฒนาการเชื่อมโยง สำหรับผู้เรียนในเกรด 6-8 ดังนี้ ครูต้องมีบทบาทในการเลือกปัญหาที่เป็นการเชื่อมโยงแนวคิดทาง คณิตศาสตร์ทั้งภายใน และภายนอกหลักสูตร รวมไปถึงการช่วยให้ผู้เรียนสร้างแนวคิดทาง คณิตศาสตร์ และพัฒนาแนวคิดใหม่ครูต้องตระหนัก และเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ที่ถูกพัฒนาขึ้น ไม่ควรสอนแบบรวบรัดหรือย่อ แต่ควรมีการร่วมกันคิดร่วมกันทำครูจำเป็นต้องดัด ลินใจได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งเป็นสิ่งที่กระตุ้นให้ผู้เรียนใช้คำหรือเครื่องหมายที่เหมาะสมในการ สนับสนุนความเข้าใจความคิดรวบยอดใหม่ของพวกเขา เช่น สัดส่วนและพีชคณิต ครูเพิ่มความ เข้าใจทางคณิตศาสตร์กับนักเรียน ด้วยการใช้สาขาวิชาอื่นเป็นแหล่งข้อมูลปัญหาหลายปัญหา

ตัวอย่าง เช่น การศึกษาวิชาวิทยาศาสตร์ และวิชาสังคมศึกษา เป็นการเพิ่มโอกาสในการเรียนเกี่ยวกับการ วัสดุ และพืชชนิด ศิลปะสามารถนำมาใช้สร้างความเข้าใจ เกี่ยวกับรูปร่าง สมมาตร ความคล้าย และการถ่ายทอดของแบบรูปทางเรขาคณิต ครูศิลปะ สามารถบรรยายยุทธวิธี เมื่อมีความเหมาะสมโดยยกตัวอย่างขัดแย้งทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสูตรช่วยให้ผู้เรียนตระหนัก และวิเคราะห์รูปแบบของการอ้างเหตุผล และข้อเท็จจริง ซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2554, น. 61- 62) กล่าวว่า สิ่งสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนพัฒนา ทักษะการเชื่อมโยงได้คือ ผู้เรียนต้องมีความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่จะนำไปใช้ เชื่อมโยงเป็นอย่างไรดี มีประสบการณ์ การเห็นถึงความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันของสิ่งที่จะเชื่อมโยงและมี ทักษะในการเชื่อมโยง หรือสร้างความสัมพันธ์ในทางคณิตศาสตร์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง จึงไม่ควรแยกเนื้อหาที่สัมพันธ์กันออกจากกัน แต่ควรสอนร่วมกัน ไปเช่น สอนทั้งจำนวนและการดำเนินการ พืชชนิด เรขาคณิต เพื่อให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ ของเนื้อหาที่มีความเกี่ยวข้องกัน และสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ อันจะทำให้เข้าใจภาพรวม คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น ผู้สอนต้องตระหนักถึงประเด็นนี้ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 168) ระบุว่า ใน การจัดการเรียนการสอนที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ นอกจากครูจะต้องเข้าใจมาตรฐาน การเรียนรู้ทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้แล้ว ครูจะต้องตีความ มาตรฐานเหล่านั้นออกมาเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ สอดคล้องกับวัย พื้นความรู้เดิม และสิ่งแวดล้อมต่างๆ ของผู้เรียน ตลอดจนการประเมินผลที่ คำนึงถึงทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีทักษะ/ กระบวนการ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ทางด้านทักษะ/กระบวนการทาง คณิตศาสตร์แต่ละด้าน อาจพิจารณาได้ใน 3 ส่วน คือ การเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอน การ ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน และการประเมินผล

จากข้างต้นสรุปว่า การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนไม่ควร สอนแบบรวบรัด ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิด อธิบายถึงสิ่งที่ตนคิด ได้นำเสนอแนวคิดของตน อย่างอิสระ ใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ต่างๆ สอดแทรกในการเรียนเสมอ ผู้เรียนจะได้ฝึกนำ ความรู้และเนื้อหาสาระ กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้เชื่อมโยงในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือ นำความรู้กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ

การวัดความสามารถในการเชื่อมโยง

การประเมินทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยประเมินตามสภาพจริง โดยที่กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2546, น. 17-23) กล่าวว่า การประเมินผลตามสภาพจริงในคณิตศาสตร์เป็นการประเมินผลได้จากการเรียนรู้ในวิธีการที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การบันทึก การทดลอง และรวบรวมข้อมูลจากผลงานที่ลงมือปฏิบัติจริง เพื่อให้ได้ข้อมูลที่แสดง สมรรถภาพของผู้เรียนอย่างเพียงพอ และตรงตามจริง การประเมินตามสภาพจริงควรให้ความสำคัญกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนที่สอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนในแต่ละคน ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินที่สอดคล้องกับวิธีประเมินผล จำแนกได้ 2 ประเภท ดังนี้

1. แบบทดสอบ เป็นเครื่องมือที่ผู้สอนสร้างขึ้นเพื่อใช้ทดสอบผู้เรียน ประกอบด้วยแบบทดสอบประเภทต่างๆ ได้แก่ แบบเลือกตอบแบบถูกผิด แบบเติมคำ แบบเปรียบเทียบ แบบเขียนตอบ และแบบแสดงวิธีทำ

2. ภาระงานที่ได้รับมอบหมาย ใช้เป็นเครื่องมือวัดผลที่ผู้สอนและผู้เรียนมีส่วนร่วมกันกำหนดขอบเขตและเกณฑ์ต่างๆ ในการทำงาน ซึ่งประกอบด้วยแบบฝึกหัด ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าทางคณิตศาสตร์ และการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ แฟ้มสะสมงานและโครงการคณิตศาสตร์ก็เป็นภาระงานที่ได้รับมอบหมายที่ผู้สอน ผู้เรียน และผู้ที่เกี่ยวข้องอื่น ๆ อาจร่วมกันประเมินผลงานของผู้เรียนตามความเหมาะสม

โดยสรุป การประเมินทักษะและกระบวนการต่างๆทางคณิตศาสตร์ ด้วยวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งมีความสำคัญเท่าเทียมกับการประเมินด้านความรู้ ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ต้องปลูกฝังให้ผู้เรียน ให้เป็นผู้ที่มีคุณภาพ สามารถนำความรู้ไปบูรณาการประยุกต์ใช้ ปรับตัว และดำรงชีวิตอย่างมีความสุข

3. ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553, น. 3) กล่าวถึงความหมาย ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2554, น.3) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น โจทย์ปัญหาหรือเรื่องราว หรือโจทย์เชิงสนทนา ซึ่งบรรยายด้วยถ้อยคำและตัวเลขมีคำถามที่ ต้องการคำตอบในเชิงปริมาณ

แอนเดอร์สัน และพิงกรี (Anderson and Pingry, 1973, p. 228) ให้ความหมายของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาข้อสรุป หรือเป็นคำตอบซึ่งผู้ แก้ปัญหาจะทำได้โดยจะต้องมีกระบวนการ ซึ่งต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และ การตัดสินใจประกอบกัน

แครมเมอร์ (Kramer, 1978, p. 478) ให้ความหมายโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ว่า เป็นปัญหาเชิงปริมาณที่ใช้ภาษาอธิบายสถานการณ์ โดยในสถานการณ์นั้นประกอบด้วยคำถามที่ บุคคลไม่สามารถตอบได้เลยในขณะนั้น

จากความหมายข้างต้น พอสรุปว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือ ปัญหาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่อาจอยู่ในรูปข้อความ ตัวเลข และอื่นๆ ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งยังไม่มีรู้ วิธีการหรือคำตอบนั้นในทันที ซึ่งจะหาคำตอบได้ต้องอาศัยรู้ ทักษะ ความสามารถ และประสบการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มาใช้ในการหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

3.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1957, pp. 23-29) ระบุประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ การพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ใน รูปจำนวน ปริมาณ วิธีการ หรือคำอธิบายให้เหตุผล มีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ

1.1 สิ่งที่ต้องการหา

1.2 สิ่งที่กำหนดให้

1.3 เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ ปัญหาให้พิสูจน์ส่วนใหญ่จะอยู่ในรูป “ถ้า p แล้ว q” ส่วนที่ สำคัญของปัญหาให้พิสูจน์สามารถแบ่งได้ 2 ส่วน คือ

2.1 สิ่งที่กำหนดให้ หรือสมมติฐาน

2.2 สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ หรือผลสรุป

การแยกส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์ ช่วยให้ปัญหามีความชัดเจนขึ้น สามารถ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาหรือพิสูจน์ได้เร็วขึ้น

เรย์ และคณะ (Reys, et al., 1992, p. 29) แบ่งประเภทปัญหาโดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหและความซับซ้อนของปัญหาได้ 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (routine problems) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเรื่องราว มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนนักและคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non-routine problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน เป็นปัญหาแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญห ในการแก้ปัญหผู้แก้ปัญหต้องใช้ความรู้ และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกันเพื่อกำหนดวิธีแก้ปัญห

บาร์ดูดี (Baroody, 1993, pp. 2-54, 2-55) แบ่งประเภทปัญหาโดยพิจารณาจากเป้าหมายการหาคำตอบ 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาที่มีคำตอบแน่นอน ส่วนใหญ่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว

2. ปัญหาที่มีเป้าหมายไม่เฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาแบบปลายเปิด มีคำตอบเปิดกว้าง คำตอบที่ถูกต้องมีหลายคำตอบ

วิชัย พาณิชยสว (2545, น. 10) ได้แบ่งประเภทโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภทใหญ่ ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาในชั้นเรียน (Standard Textbook Problems) พบเห็นอยู่ทั่วไปในหนังสือเรียน ซึ่งใช้ในการสอน ลักษณะเด่นของโจทย์ปัญหานี้ คือ หาคำตอบได้โดยวิธี และลำดับขั้นตอนที่ใช้อยู่บ่อยๆ โจทย์ปัญหาในชั้นเรียนเกือบทั้งหมด เป็นโจทย์ปัญหามาตรฐาน (Routine Problems) ซึ่งอยู่ในรูปแบบที่เด็กเคยเห็นเคยเรียนจนคุ้นเคย แล้วสามารถหาคำตอบโดยวิธีที่ใช้ข้อกำหนดหรือเกณฑ์เดิมๆ โดยผู้เรียนจะแปลเรื่องราว ของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ และคำนวณหาคำตอบได้ทันที อาจเป็นโจทย์ ปัญหาชั้นเดียว หรือโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอนก็ได้ โจทย์ปัญหาประเภทนี้ผู้เรียนหาคำตอบได้ โดยไม่ต้องใช้ความสามารถใดๆ ที่แปลกใหม่ไปจากเดิม

2. โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญห (Process Problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่ไม่จำเจ ผู้เรียนจะยังไม่สามารถหาคำตอบโดยการแปลโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ และคิดคำนวณหาคำตอบตามวิธีที่ใช้อยู่เดิมๆ ได้ แต่ผู้เรียนจะต้องวางแผนการนำวิธีการมาใช้ในการแก้ปัญห โจทย์ประเภทนี้อาจเกี่ยวข้องกับเรื่องราวหรือเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันของบุคคล หรือเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาอื่น และในบางครั้งคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ได้อาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

จากประเภทและลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังกล่าวผู้วิจัยสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาแบ่งได้หลายประเภทตามลักษณะของการแบ่ง และโจทย์ปัญหาในทุกประเภทมีความเกี่ยวข้องโดยตรงกับความสามารถในการหาคำตอบหรือการแก้โจทย์ปัญหาของผู้เรียน ควรให้ผู้เรียน ได้ฝึกและคุ้นเคยกับแก้ปัญหามากมายในหลาย ๆ รูปแบบ

3.3 ทักษะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2556, น.70) ให้ความหมาย การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์แก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์

เนื่องจากการแก้ปัญหามathematics เป็นทักษะ กระบวนการอย่างหนึ่ง ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งได้กำหนดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ไว้ 5 ประการ ประกอบด้วย 1) ความสามารถในการแก้ปัญหา 2) ความสามารถในการให้เหตุผล 3) ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ 4) ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และ 5) ความสามารถในการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และช่วยทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความหมาย เนื่องจากความรู้ทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม และใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย จึงมีความยากและซับซ้อนต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน การที่ผู้สอนส่งเสริม และพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนไปพร้อมกับการเรียนรู้เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนลงมือทำกิจกรรม ให้มีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้งานหรือแก้ปัญหา จะช่วยให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น.77) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหา ว่าเป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดเชื่อมโยง คิดเชิงตรรกะเพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด ความสามารถในการแก้ปัญหามathematics ของผู้เรียนขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่มาใช้แปลความ ตีความ หรือวิเคราะห์ เพื่อให้มีความเข้าใจในปัญหา รวมถึงการ

เลือกเทคนิคหรือวิธีที่จะช่วยทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น ซึ่งจะนำไปสู่แนวทางในการหาคำตอบ

2. ความรู้พื้นฐาน ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนมีอยู่เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนคิดและหาวิธีแก้ปัญห ผู้เรียนที่มีความรู้พื้นฐานดี จะสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่มีไปใช้ในการแก้ปัญหได้อย่างหลากหลายและมีประสิทธิภาพ

3. ประสบการณ์ในการแก้ปัญห ผู้เรียนที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามักสามารถระลึกถึงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญห รวมถึงกลวิธีแก้ปัญหได้หลากหลาย ทำให้สามารถตัดสินใจเลือกใช้วิธีแก้ปัญหามีประสิทธิภาพได้อย่างรวดเร็ว

4. เจตคติต่อการแก้ปัญห ผู้เรียนที่มีเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญห จะมีความพยายามและความอดทนในการแก้ปัญห ซึ่งในกระบวนการแก้ปัญหานั้น ไม่ว่าจะได้คำตอบหรือไม่ ผู้เรียนจะได้เรียนรู้และพัฒนาประสบการณ์จากการคิดและการทำงานเพื่อแก้ปัญห

กระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์มีวิธีการที่หลากหลาย มีผู้เสนอแนวคิดประกอบด้วยหลายขั้นตอน ในที่นี้ขอเสนอกระบวนการแก้ปัญหที่เป็นที่ยอมรับและใช้กันอย่างแพร่หลาย คือกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1957, pp. 16-17) ซึ่งได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอน ที่เรียกว่า กระบวนการแก้ปัญหสี่ขั้นตอนของโพลยา มีสาระที่สำคัญดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการทำความเข้าใจโจทย์ (Understanding the Problem)

เป็นขั้นตอนแรกในการพิจารณาหรือมองที่ตัวปัญหา วิเคราะห์ประเด็นปัญหาว่าต้องการให้หาอะไร กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด มีความรู้ใดที่เกี่ยวข้อง การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่างๆ มาช่วย เช่น การวาดรูป การเขียนแผนภูมิ การเขียนสรุปสาระของปัญหาตามความเข้าใจด้วยสำนวนของตนเอง ในการเรียนการสอน เริ่มจากการนำโจทย์ปัญหามาให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจโจทย์ โดยให้อ่านและพิจารณาโจทย์ปัญหา ให้อธิบายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจของผู้เรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญห (Devising a Plan)

การวางแผนแก้ปัญหเป็นขั้นการหาความต่อเนื่องระหว่างตัวข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ กับสิ่งที่ต้องการทราบ เป็นขั้นตอนที่ต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหโดยวิธีใด จะหาคำตอบอย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ พิจารณาลักษณะของสิ่งต่างๆ ในปัญหาวกกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหที่มีอยู่ วิธีการ กฎเกณฑ์สมบัติ หรือสูตรใดที่จะทำให้เกิดความเป็นไปได้มากที่สุด แล้วกำหนดเป็นแนวทางและตัดสินใจเลือกวิธีที่จะใช้ในการแก้ปัญห เขียนเป็นแบบแผนของการแก้โจทย์ปัญหาไว้เป็นลำดับขั้นตอน

ขั้นที่ 3 ขั้นการปฏิบัติตามแผน (Carrying Out the Plan)

เป็นขั้นตอนลงมือแก้ปัญหาโดยปฏิบัติตามแผนที่กำหนดไว้ในขั้นที่ 2 โดยการแสดงวิธีทำ และคำนวณหาคำตอบโดยต้องมีการตรวจสอบความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแต่ละขั้นตอน ในการคำนวณหาคำตอบผู้เรียนจำเป็นต้องมีทักษะการคิดคำนวณ เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร การแก้สมการ ในการลงมือแก้ปัญหานี้ เป็นการพิสูจน์หรือหาคำตอบ ตามลำดับขั้นตอนที่ได้วางแผนไว้ ถ้ามีการวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างรอบครอบถูกต้องก็จะส่งผลให้การแก้ปัญหาได้ถูกต้องด้วย

ขั้นที่ 4 ขั้นการตรวจสอบ (Looking Back)

เป็นขั้นการที่พิจารณาย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบที่ขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อดูความถูกต้องของวิธีการหาคำตอบและความถูกต้องของคำตอบ เพื่อให้เกิดความแน่ใจว่าคำตอบถูกต้องสมบูรณ์แล้วหรือไม่ มีวิธีการแก้ปัญหายังอื่นอีกหรือไม่ หากพบว่ามีข้อบกพร่องจะต้องมีการแก้ไขให้ถูกต้องก่อนที่จะสรุปการแก้ปัญหา ปรับปรุงวิธีการให้กะทัดรัดชัดเจน เหมาะสมขึ้น ซึ่งครูผู้สอนจำเป็นต้องให้ความสำคัญกับขั้นตอนนี้เพิ่มขึ้นแทนที่จากเดิมที่มีครูผู้สอนบางส่วนเน้นสอนเพื่อให้ได้ผลลัพธ์หรือคำตอบเท่านั้นให้ความสำคัญของคำตอบที่ถูกต้องมากกว่ากระบวนการในการหาคำตอบ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบตามขั้นตอนต่าง ๆ ที่ได้ดำเนินการมาแล้ว โดยการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และต้องพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่นหรือวิธีการคิดด้วยวิธีอื่นได้อีก

จากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนตามแนวคิดของโพลยาข้างต้น ผู้วิจัยเห็นเป็นขั้นตอนการแก้ปัญหาหรือโจทย์ปัญหาที่มีลำดับขั้นตอนชัดเจน เมื่อปฏิบัติตามขั้นตอนจนครบจะสามารถแก้ปัญหา หรือค้นหาคำตอบได้สำเร็จ ซึ่งควรฝึกให้ผู้เรียนนำกระบวนการแก้ ปัญหา กลยุทธ์แก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

3.4 การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553, น.10-12) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียนซึ่งจะเป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้มีทักษะ และความสามารถในการแก้ปัญหา และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนคณิตศาสตร์ มุ่งองค์ประกอบสำคัญ คือ

1. ความสามารถเกี่ยวกับการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่มีผลโดยตรงต่อความสามารถนี้ คือ ทักษะหรือความสามารถเรื่องการอ่าน และการฟัง เนื่องจากผู้เรียนจะรับรู้ปัญหาจากการอ่าน และการฟัง เมื่อพบปัญหาผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหา ซึ่งต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ บทนิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดง

ถึงศักยภาพทางสมองในการระลึกถึงและสามารถนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ปัจจัยสำคัญอีกประการหนึ่งที่ช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อผู้เรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ ได้พบปัญหาต่างๆ หลายรูปแบบซึ่งอาจมีโครงสร้างปัญหาที่คล้าย หรือแตกต่างกัน มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่างๆ ที่เหมาะสมกับปัญหา ถ้าพบปัญหาใหม่สามารถที่จะนำประสบการณ์เดิมมาพิจารณาเทียบเคียง ปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกันกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยมาก่อนบ้างหรือไม่ ปัญหาใหม่นั้นสามารถแยกเป็นปัญหาย่อยๆ ที่มีโครงสร้างของปัญหาคือคล้ายปัญหาที่เคยแก้มาหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีแบบใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้บ้าง ผู้เรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถด้านการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล ภายหลังที่ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปเป็นการลงมือปฏิบัติตามแผน ซึ่งในขั้นตอนนี้ปัญหบางปัญหาต้องใช้การคิดคำนวณและบางปัญหาจะต้องใช้กระบวนการให้เหตุผล

การคิดคำนวณถือเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา หากแม้ว่าทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัด มีการวางแผนแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ไม่ประสบความสำเร็จ

สำหรับปัญหาที่ต้องการอธิบายให้เหตุผล ผู้เรียนต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด ต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปแก้ปัญหาแต่ละระดับชั้น

4. แรงจูงใจ เหตุจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งผู้เรียนผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคย และไม่สามารถหาวิธีการหรือหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ผู้เรียนจะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อที่จะให้ได้คำตอบ ผู้เรียนผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีแรงจูงใจที่จะสร้างพลังในการคิด โดยแรงจูงใจนี้เกิดจากปัจจัยต่างๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่างๆ เหล่านี้จะต้องใช้เวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในผู้เรียน โดยผ่านกิจกรรมต่างๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ติดยึดกับรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย ยอมรับรูปแบบและวิธีใหม่ๆ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับ

กระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการทักษะ ความเข้าใจ และความสามารถแก้ปัญหาตลอดจนแรงขับที่มีอยู่ เชื่อมโยงกับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่อย่างมีประสิทธิภาพ

6. ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ผู้แก้ปัญหาต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดีพอ และสามารถนำความรู้นั้นมาใช้ได้อย่างสอดคล้องกับปัญหา จึงจะทำให้แก้ปัญหาได้

7. ระดับสติปัญญา มีสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้เรียนที่มีระดับสติปัญญาค่ำ

8. การอบรมเลี้ยงดู ผู้เรียนที่มาจากครอบครัว ซึ่งมีการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่าผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย และแบบเข้มงวดกวดขัน

9. วิธีสอนของครู กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นตัวผู้เรียนโดยเปิดโอกาสให้คิดอย่างเป็นอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับความคิดของผู้เรียน ย่อมจะส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่ากิจกรรมการเรียนการสอนแบบที่ครูเป็นผู้บอกให้

นอกจากนี้กระทรวงศึกษาธิการ (2557, น. 22) กล่าวถึงองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การมองเห็นภาพ หมายความว่า ผู้ที่จะแก้ปัญหามองทะลุและกว้างไกลมองเห็นแนวทางที่จะคิดแก้ปัญหา

2. การจินตนาการ ในการคิดแก้ปัญหานั้น จะต้องรู้จักจินตนาการว่าควรจะเป็นอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา

3. การจัดกระทำอย่างมีทักษะ เมื่อเห็นแนวทางแล้วก็ลงมือทำอย่างมีระบบมีขั้นตอน ทำด้วยความชำนาญ

4. การวิเคราะห์ จะต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นการกระทำนั้น

5. การสรุป เมื่อลงมือทำจนมองเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้

6. การโยงความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นยิ่งในการแก้ปัญหา เมื่อโจทย์ปัญหาพูดถึงเรื่องอะไร ก็สามารถที่จะสัมพันธ์ถึงเรื่องต่อไป และเห็นแนวการแก้ปัญหา

ประยูร อาษานาม (2548, น. 44 - 45) ระบุสาเหตุที่ทำให้ผู้เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้ มีดังนี้

1. ครูเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการแก้ปัญหา ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาครูควรชี้แนะแนวทางและช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหา วิธีการแก้ปัญหา และใช้ทักษะการคิดคำนวณหาคำตอบมากกว่าที่จะเน้นการคำนวณอย่างเดียว

2. ผู้เรียนขาดทักษะในการอ่าน และการแปลความหมายของปัญหา
3. การเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาเวลาไม่เพียงพอหรือไม่เหมาะสม
4. ภาษาและคำที่ใช้ในโจทย์ปัญหาไม่กระตุ้นหรือส่งเสริมให้เกิดความคิดเชิงวิเคราะห์

5. ผู้เรียนไม่เข้าใจคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์
6. ผู้เรียนไม่รู้จักคะแนนหรือประมาณค่าคำตอบ
7. ผู้เรียนด้อยสมรรถภาพในการคิดในใจ
8. ผู้เรียนขาดความสามารถในการคิดคำนวณ โดยเฉพาะวิธีการคิดคำนวณสำหรับโจทย์ปัญหาแต่ละข้อ

9. คำที่ใช้ในโจทย์ปัญหาไม่เหมาะกับวัยและระดับสติปัญญาของเด็ก
10. บรรยากาศห้องเรียนไม่ส่งเสริมการเรียนรู้ เด็กไม่กล้าแสดงออก กลัวทำผิดเป็นต้น

วิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

เมื่อพิจารณาจากองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาและกระบวนการปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553, น. 12) กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา ผู้เรียนควรได้รับการฝึกฝนให้อ่านข้อความ อ่านปัญหา แล้วทำความเข้าใจ โดยอาจเริ่มจากการตั้งคำถามให้ผู้เรียนตอบ ต่อไปให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจเองโดยอาจใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ สร้างแบบจำลอง การปรับเปลี่ยนขนาดของปริมาณต่าง ๆ ของตัวปัญหา การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ฝึกให้ผู้เรียนวางแผนก่อนลงมือทำ เช่น ในการทำแบบฝึกหัดควรฝึกให้ผู้เรียนเขียนแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ ก่อนที่จะลงมือทำอย่างละเอียดชัดเจน ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับผู้เรียนโดยตรง แต่ควรใช้คำถามเพื่อกระตุ้นผู้เรียนให้คิดด้วยตนเอง นอกจากนี้ควรจัดหาปัญหาที่แปลกใหม่มาให้ผู้เรียนฝึกคิดอยู่เสมอ

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน การวางแผนเป็นการลำดับแนวความคิดหลักในการแก้ปัญหา เมื่อจะลงมือดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความ ทำความเข้าใจแผน ก่อนนำแผนไปปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ซึ่งครูสามารถฝึกฝน ผู้เรียนได้จากการทำแบบฝึกหัดนั้นเอง โดยฝึกให้ผู้เรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อน แล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น นอกจากนี้ควรให้ผู้เรียนฝึกการตรวจสอบความถูกต้องความเป็นไปได้ของแผนที่วางไว้ก่อนที่จะลงมือดำเนินการตามแผน

4. การพัฒนาความสามารถด้านการตรวจสอบ ขั้นตรวจสอบของการแก้ปัญหาครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น คือ การมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ ปรับปรุงและพัฒนาให้เหมาะสมยิ่งขึ้น อีกประเด็นหนึ่งคือ การมองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลง การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีแนวทางดังนี้

- 1) กระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ฝึกให้ เคยชินจนเป็นนิสัย
- 2) ฝึกให้ผู้เรียนคาดคะเนคำตอบ และฝึกการตีความหมายของคำตอบ
- 3) ส่งเสริมให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี
- 4) ให้ผู้เรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามความคิดเห็นของผู้วิจัย ต้องอาศัยการฝึกฝนในด้านต่างๆทั้งในเรื่องความสามารถในการเข้าใจปัญหา ทำกิจกรรมต่าง ๆ ฝึกให้ผู้เรียนวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ และลำดับความคิด พิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ ซึ่งจะสามารถพัฒนาความรู้นำไปสู่การแก้ปัญหา ตลอดจนมีเจตคติที่ดีมีความมุ่งมั่นในการแก้ปัญหาให้ประสบความสำเร็จ และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้

4. แนวคิดและการพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัย

4.1 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย

ความหมายของการวินิจฉัย มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยไว้ ดังนี้

โชติ เพชรชื่น (2549, น. 7) ให้ความหมายของวินิจฉัยไว้ว่า วินิจฉัยเป็นการวัดเพื่อวิเคราะห์หาจุดเด่นจุดด้อยในการเรียน ตลอดจนบ่งชี้ถึงสาเหตุของความด้อยหรือความบกพร่องของผู้เรียนแต่ละคน

สำนักทดสอบทางการศึกษา (2556, น. 9) ระบุว่า การวินิจฉัย หมายถึง การค้นหาข้อบกพร่องในวิชาต่าง ๆ ของผู้เรียนด้วยการทดสอบวินิจฉัยเพื่อตัดสินว่าผู้เรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับความสามารถตรงไหน เรื่องใด สาเหตุจากอะไร อันจะนำไปสู่การพัฒนาการเรียนการสอน และความรอบรู้ (Mastery learning) ของผู้เรียน

กู๊ด (Good, 1973, p. 9) กล่าวว่า การวินิจฉัย หมายถึง การค้นหาความสามารถของผู้เรียนทั้งที่เป็นจุดด้อยหรือข้อบกพร่องโดยการใช้แบบทดสอบ และวิธีการอื่นๆ เพื่อจะได้ข้อมูลเกี่ยวกับผู้เรียน

กรอนลันด์ (Gronlund, 1981, p. 27) กล่าวว่า การวินิจฉัย หมายถึง การค้นหาจุดอ่อนของผู้เรียนในด้านความรู้ ความเข้าใจ และทักษะการวินิจฉัยข้อบกพร่องจะช่วยให้การกำหนดงานเพิ่มเติมให้แก่ผู้เรียนหรือช่วยให้ผู้สอนปรับปรุงวิธีการสอนในบางเนื้อหาวิชาซึ่งเป็นประเด็นสำคัญของหลักสูตร

จากความหมายของการวินิจฉัยข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่าการวินิจฉัย หมายถึง การค้นหาว่าผู้เรียนมีข้อบกพร่อง จุดอ่อนหรือจุดด้อย ในการเรียนของผู้เรียน และหาสาเหตุของปัญหาหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นรายบุคคลโดยการใช้แบบทดสอบ หรือวิธีการอื่นๆ เพื่อให้ได้ข้อมูลและทำการแก้ไขสาเหตุของจุดอ่อนหรือข้อบกพร่องทางการเรียนที่พบต่อไป

4.2 รูปแบบของการวินิจฉัย

กรมวิชาการ (2546, น. 28) กล่าวถึงรูปแบบของการวินิจฉัยว่าสามารถทำได้ ดังนี้

4.2.1 รูปแบบทั่วไป ประกอบด้วยขั้นตอนตามลำดับ ดังนี้

- 1) การใช้ข้อสอบแบบสำรวจ (Survey test) เป็นการวินิจฉัยโดยใช้ข้อสอบทั่วไปตามหลักสูตร โดยอาจใช้ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test) เพื่อวัดว่าเด็กมีความสามารถในด้านใดบ้าง
- 2) การวินิจฉัยโดยระบุจุดบกพร่อง (Identify weakness) เป็นการวินิจฉัยโดยระบุจุดที่บกพร่องเพื่อบ่งชี้ข้อบกพร่องของแต่ละสมรรถภาพ
- 3) การวินิจฉัยโดยระบุสาเหตุความบกพร่อง (Diagnose the causes of weakness) เป็นการวินิจฉัยโดยระบุลักษณะของความบกพร่อง โดยใช้ข้อสอบวินิจฉัยเพื่อพิจารณาข้อบกพร่องทีละจุด ซึ่งอาจมีหลายสาเหตุ เช่น มีสาเหตุมาจากสติปัญญา ทักษะ เจตคติ และสภาพแวดล้อม เป็นต้น

4.2.2 รูปแบบการวินิจฉัยโดยใช้ข้อสอบวินิจฉัย ประกอบด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้

- 1) การวิเคราะห์งาน (Task analysis) คือ การนำเอาเนื้อหาสาระตามหลักสูตรมาสร้างเป็นความสามารถย่อย ตามลำดับขั้นตอนการพัฒนาความรู้ความสามารถเพื่อวิเคราะห์ให้ครอบคลุมเนื้อหา กระบวนการ และผลผลิต
 - 2) การสร้างข้อสอบวัดผลแต่ละงาน (Test item writing) การสร้างแบบทดสอบ 2 ครั้ง ครั้งแรกเป็นแบบทดสอบอัตนัยเพื่อค้นหาสาเหตุความบกพร่อง และเอาคำตอบของเด็กที่ทำผิดมาสร้างแบบทดสอบครั้งที่สอง ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย
 - 3) การนำข้อสอบไปทดลองใช้ (Operational, Try - out)
 - 4) การทบทวนและจัดชุดข้อสอบ (Revise, organization) คือ การวิเคราะห์สิ่งที่จะทดสอบว่าจำเป็นจริงๆ เพียงใด และจัดชุดข้อสอบ
 - 5) การนำข้อสอบวินิจฉัยไปใช้กับเด็กที่มีปัญหาการเรียน
- รูปแบบและลักษณะของการประเมินที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยปัญหาหรือข้อบกพร่องของผู้เรียน มีหลากหลายวิธี ส่วนใหญ่นิยมอยู่ในรูปของแบบทดสอบวินิจฉัย

4.2.3 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย

นักการศึกษาให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย ดังนี้

โชติ เพชรจีน (2549, น.7) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดเพื่อวิเคราะห์ค้นหาจุดเด่น จุดด้อยในการเรียน ตลอดจนบ่งชี้ถึงสาเหตุของความบกพร่องหรือข้อด้อยของผู้เรียนแต่ละคน

ศิริเดช สุชีวะ (2550, น.258) ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อค้นหาข้อบกพร่อง จุดอ่อน หรือจุดด้อยของผู้เรียนทั้งในทางวิชาการและทางด้านจิตใจ เพื่อแยกผู้เรียนว่ามีความสามารถดีหรือด้อยในเรื่องใด และหาสาเหตุว่าผู้เรียนมีผลการเรียนด้อยเนื่องมาจากสาเหตุใด แบบทดสอบวินิจฉัยนี้นอกจากจะเป็นประโยชน์ทางวิชาการแล้ว ยังใช้เป็นประโยชน์ในการตรวจสอบความผิดปกติทางด้านร่างกายและจิตใจด้วย

สมนึก ภัททิยธนี (2553, น. 8) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัยใช้ในการวัดผลเพื่อค้นหาจุดบกพร่องของผู้เรียนที่มีปัญหาว่า ยังไม่เกิดการเรียนรู้ในจุดใด หากทางช่วยเหลือที่จะช่วยให้ผู้เรียนเจริญงอกงาม บรรลุผลตามจุดมุ่งหมายที่วางไว้ ช่วยให้ครูสามารถจัด สอนซ่อมเสริมได้

บุญชม ศรีสะอาด (2553, น.10) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่ใช้ทดสอบให้เห็นจุดบกพร่อง จุดที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคในการเรียนแต่ละเรื่อง

ของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อจะได้หาทางแก้ไขได้ตรงจุดยิ่งขึ้น สามารถช่วยเหลือให้ผู้เรียนที่มีปัญหาหรืออุปสรรคในการเรียนให้บรรลุจุดประสงค์ในการเรียน หรือเกิดการเรียนรู้ได้เหมือนกับคนอื่น ๆ

เพนนี (Payne, 1968, p.167) กล่าวว่า การสอบวินิจฉัยทั่วไปจะทำการทดสอบเมื่อเสร็จสิ้นการจัดการเรียนการสอน ซึ่งอาจจัดเป็นการทดสอบเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มเพื่อชี้ให้เห็นถึงจุดบกพร่องของการเรียนรู้ในรายละเอียดของแต่ละคนอันจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอน

ธอร์นไดค์ และเฮเกน (Thorndike and Hagen, 1969, p. 646) กล่าวว่า แบบทดสอบ วินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับรวบรวมปัญหา และสาเหตุของปัญหาที่ทำให้เกิดความบกพร่องในการเรียนในวิชาต่าง ๆ ไว้ในแบบทดสอบเพื่อเป็นแนวทางในการจัดหาวิธีการสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด และเป็นการช่วยปรับปรุงความรู้ของผู้เรียนให้เพิ่มขึ้นด้วย

อดัมส์ และทอร์เกอร์สัน (Adams and Torgerson, 1964, pp. 39 - 40) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่ใช้เพื่อทดสอบและชี้ให้เห็นจุดบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่องของผู้เรียน

บราวน์ (Brown, 1970, p. 225) กล่าวถึงความหมายแบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับค้นหาจุดบกพร่องเรื่องการเรียนรู้ของผู้เรียนรายบุคคล โดยมุ่งที่จะทำการสอนซ่อมเสริมและทำการแนะแนว ซึ่งสามารถชี้ให้เห็นถึงจุดอ่อน หรือจุดบกพร่องของผู้เรียนรายบุคคล ในแต่ละส่วนย่อยๆ ของแบบทดสอบ

กรมวิชาการ (2539, น. 2) ระบุความหมายแบบทดสอบวินิจฉัยว่า เป็นแบบทดสอบที่ใช้ค้นหาความบกพร่องทางการเรียนของผู้เรียนเป็นรายบุคคล ผลจากการตอบแบบทดสอบสามารถบอกได้ว่านักเรียนเกิดความบกพร่องในทักษะใด รวมทั้งบอกสาเหตุของความบกพร่องนั้นด้วย ข้อบกพร่องอาจเป็นความบกพร่องของผู้เรียนหรือของครูผู้สอนก็ได้ บางโอกาสอาจเจอจุดเด่น หรือความสามารถพิเศษของผู้เรียนก็ได้ ผลการวินิจฉัยนำมาเพื่อการแก้ไขและส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนให้ถูกต้องและตรงจุด ตลอดจนปรับปรุงการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ทั้งนี้จะใช้แบบสอบในระหว่างการเรียนการสอนในหน่วยบทเรียนนั้นๆ

ผู้วิจัยสรุปได้ว่าแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่สร้างแล้วใช้ค้นหาจุดอ่อนหรือข้อบกพร่องทางการเรียนในเนื้อหาต่าง ๆ ของผู้เรียนเป็นรายบุคคล นักเรียนที่มีปัญหาว่า ยังไม่เกิดการเรียนรู้ในจุดใด เพื่อใช้ข้อมูลในการแก้ไขและปรับปรุงการเรียนการสอนช่วยในการจัดกิจกรรมทางการเรียนการสอนและการสอนซ่อมเสริม รวมทั้งเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

4.3 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจัย

นักการศึกษากล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยไว้ดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2553, น.11 - 12) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจัยมีลักษณะ ดังนี้

1) มุ่งวัดเป็นเรื่อง ๆ หรือเป็นด้าน ๆ ถ้าต้องการทดสอบทักษะย่อย ๆ ก็อาจแบ่งเป็นแบบทดสอบย่อย ๆ โดยวัดตามทักษะย่อยนั้น

2) คะแนนแต่ละด้านใช้ค้นหาจุดบกพร่องด้านนั้น ๆ เพราะฉะนั้นคะแนนรวมของแต่ละคนจึงไม่เป็นประโยชน์ในการใช้แบบทดสอบวินิจัย

3) มีจำนวนข้อสอบหลายข้อที่ใช้วัดทักษะเดียวกัน ซึ่งจะทำให้เพิ่มโอกาสในการทำแบบทดสอบผิดพลาดได้มากขึ้น จะช่วยให้สามารถจำแนกผู้เรียนได้อย่างเพียงพอว่ามีความบกพร่องในการเรียนรู้อะไร และชี้ให้เห็นถึงจุดบกพร่องได้อย่างชัดเจน

4) มักจะเป็นแบบไม่เร่งรัดเวลาในการทำแบบทดสอบ โดยจะเริ่มจากข้อสอบที่ง่าย ๆ แล้วค่อย ๆ เพิ่มความยาก และโดยส่วนรวมแล้วจะมีลักษณะค่อนข้างง่ายกว่าแบบทดสอบที่มุ่งสำรวจ

5) การสร้างแบบทดสอบชนิดนี้ จะสร้างจากฐานของการวิเคราะห์ทักษะเฉพาะด้านที่จะส่งผลให้การเรียนรู้ได้สำเร็จและจากการศึกษาข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องต่าง ๆ ที่มักจะเกิดขึ้นกับผู้เรียน

6) ความเป็นมาตรฐานของแบบทดสอบ จะอยู่ในรูปแบบที่ว่าเครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินการสอบอยู่ภายใต้กฎเกณฑ์หรือสถานภาพเดียวกัน และมีความเป็นปรนัยในการให้คะแนน

กัญญา ลินทรตันศิริกุล (2545, น. 249) ระบุลักษณะของแบบทดสอบวินิจัย ไว้ดังนี้

- 1) ประกอบด้วยข้อสอบที่ค่อนข้างง่ายและมีจำนวนมากข้อ
- 2) ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการจะวัดแต่ละทักษะย่อย
- 3) ใช้ค้นหาสาเหตุของจุดบกพร่องในการเรียน
- 4) ใช้วัดทักษะพื้นฐานและระดับความรู้ของผู้เรียน
- 5) ให้ความสำคัญกับคะแนนในส่วนย่อย ส่วนคะแนนรวมสำคัญน้อยมาก
- 6) ผลสอบจะนำไปสู่การแก้ไขจุดบกพร่องของผู้เรียน
- 7) ประเมินผลทั้ง 3 โดเมน ได้แก่ พุทธิพิสัย เจตคติ และทักษะพิสัย
- 8) ไม่กำหนดเวลาที่ใช้สอบ

กรอนลันด์ (Gronlund, 1976, p.139) บอกลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยไว้ ดังนี้

- 1) ใช้ความบกพร่องในการเรียนเป็นข้อบ่งชี้ในการวัด
- 2) ความบกพร่องที่จะวัดเป็นความบกพร่องเฉพาะอย่าง
- 3) ข้อสอบมีลักษณะค่อนข้างง่าย
- 4) ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนรู้การสอน
- 5) สร้างขึ้นเพื่อใช้หาข้อบกพร่องในการเรียน
- 6) ใช้ผลในการพิจารณาการจัดการสอนซ่อมเสริม

สิงห์ (Singha, 1974, pp.200 -205) กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจัย ไว้

ดังนี้

- 1) มีจำนวนคำถามมากข้อและครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้
- 2) ต้องมีการวิเคราะห์และสรุปเนื้อหาอย่างระมัดระวัง
- 3) คำถามจะเป็นคำถามที่ค่อนข้างง่าย
- 4) ไม่จำกัดเวลาในการทดสอบ
- 5) จัดคำถามแยกไว้เป็นเรื่อง ๆ ของแบบทดสอบย่อย ซึ่งประกอบไปด้วยกลุ่ม

ข้อสอบที่วัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ และจะมีการวิเคราะห์คะแนนในแต่ละส่วนของแบบทดสอบย่อย

6) ไม่ต้องสร้างเกณฑ์ปกติ เพราะแบบทดสอบต้องการค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนเป็นรายบุคคลมากกว่าการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน

- 7) แบบสอบวินิจัยตั้งอยู่บนนิยามของการเรียนเพื่อความรู้

บลูม และคณะ (Bloom and others, 1971, pp. 91 - 92) กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยไว้ ดังนี้

- 1) เป็นแบบทดสอบที่ใช้เพื่อหาจุดบกพร่องของผู้เรียนกับทักษะพื้นฐาน เช่น หาระดับการเรียนรู้ การคัดแยก การปรับปรุงวิธีสอน และหาว่าผู้เรียนคนใดต้องสอนซ้ำ
- 2) เพื่อใช้ทดสอบระหว่างการเรียนรู้การสอน เมื่อผู้เรียนได้รับการฝึกจากวิธีสอนแบบปกติแล้ว
- 3) นำไปใช้ประเมินผลได้ทั้งพฤติกรรมด้านความรู้ ด้านความรู้สึก และด้านการปฏิบัติ

- 4) แบบทดสอบมีทั้งเพื่อการวินิจฉัยมาตรฐาน และแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น
- 5) มีจำนวนข้อมากมาย และแต่ละข้อควรมีค่าความยากตั้งแต่ 0.65 ขึ้นไป
- 6) การประเมินผลคะแนนจากแบบทดสอบใช้ได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์และอิงกลุ่ม

7) การรายงานคะแนนจากแบบทดสอบสามารถทำได้โดยการเขียนเส้นภาพของแต่ละคนในแต่ละทักษะย่อย

อาห์แมนน์ และกล็อค (Ahmann and Glock, 1967, pp.364 - 365) กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยไว้ ดังนี้

- 1) แบบทดสอบวินิจัยจะเน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา
- 2) เกณฑ์ปกติไม่สำคัญในแบบสอบวินิจัย
- 3) แบบทดสอบวินิจัย ประกอบด้วยกลุ่มข้อสอบที่ได้จากการวิเคราะห์คำตอบของผู้เรียนเป็นรายข้อ แล้วรวบรวมคำตอบที่เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนที่มีจำนวนมากไว้เพื่อนำไปค้นหาจุดบกพร่อง

4) แบบทดสอบวินิจัยใช้เพื่อแก้ปัญหาการเรียนที่มีคะแนนต่ำจากการทดสอบ
อดัมส์ และทอร์เกอร์สัน (Adams and Torgerson, 1964, p. 472) กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยไว้ ดังนี้

- 1) แบบทดสอบวินิจัยจะแบ่งออกเป็นแบบทดสอบย่อยๆ เพื่อใช้วัดทักษะเฉพาะด้านของการเรียนวิชาต่างๆ และจะต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำในการวินิจัยที่เหมาะสมกับข้อบกพร่องแต่ละด้าน

2) แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับจะต้องมีปริมาณมากพอที่ใช้วัดความสามารถของแต่ละบุคคลได้อย่างมีความเชื่อมั่น

3) ตามปกติแบบสอบวินิจัยจะใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ ดังนั้นข้อสอบจึงมักมีจำนวนข้อมาก ๆ และเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย

4) เกณฑ์ปกติไม่มีความสำคัญในแบบทดสอบวินิจัย เพราะว่าจุดประสงค์ที่สำคัญที่สุดของแบบทดสอบวินิจัย คือ เพื่อที่จะค้นหาว่าสิ่งใดที่ผู้เรียนไม่สามารถทำได้ และมีสาเหตุใดที่ทำให้ไม่ได้ มากกว่าที่จะใช้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน

แบบทดสอบวินิจัยที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยได้ คือ

- 1) แบบทดสอบวินิจัยแยกเป็นฉบับย่อย ๆ ใช้วัดทักษะเฉพาะอย่าง
- 2) แบบทดสอบย่อยต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำ เพื่อการวินิจัยที่เหมาะสม
- 3) มีข้อสอบหลายๆ ข้อที่ใช้วัดทักษะในเรื่องเดียวกันทำให้การจำแนกความสามารถในการเรียนได้อย่างถูกต้อง
- 4) ข้อสอบค่อนข้างง่ายและมีจำนวนมากข้อ
- 5) ข้อสอบแต่ละข้อสามารถค้นหาสาเหตุของการตอบข้อสอบผิดได้

6) แยกคะแนนแต่ละตอนเพื่อหาข้อบกพร่องในแต่ละด้าน จึงมุ่งวิเคราะห์คำตอบเป็นรายข้อ ไม่ให้ความสำคัญกับคะแนนรวมของผู้เรียนแต่ละคน

7) แบบทดสอบวินิจฉัยเน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาเป็นสำคัญ

8) เกณฑ์ปกติไม่มีการสร้าง เพราะมีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาข้อบกพร่องในการเรียนของผู้เรียนเป็นรายบุคคล มากกว่าเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์

4.4 การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัย

มีนักการศึกษากล่าวถึงวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2553, น. 29) กล่าวถึง แบบสอบวินิจฉัยว่าสร้างจากรากฐานของการวิเคราะห์ทักษะเฉพาะที่จะส่งผลให้ผู้เรียนเรียนได้สำเร็จ การสร้างแบบสอบวินิจฉัยสามารถดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

- 1) กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบ
 - 2) ศึกษาทฤษฎี วิธีการ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบสอบวินิจฉัยและวิธีการเขียนข้อสอบ
 - 3) วิเคราะห์เนื้อหา จุดมุ่งหมายของหลักสูตร จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
 - 4) กำหนดจุดประสงค์ องค์ประกอบหรือทักษะย่อย และทดสอบทักษะย่อยเพื่อที่จะวินิจฉัย
 - 5) ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเหมาะสมในการดำเนินการตามขั้นตอนที่ 4
 - 6) เขียนข้อคำถามเพื่อสำรวจเป็นแบบเดิมคำ
 - 7) นำแบบทดสอบเพื่อสำรวจไปทดสอบ
 - 8) วิเคราะห์ค่าความยากเป็นรายข้อ
 - 9) สร้างแบบสอบวินิจฉัย โดยใช้ผลจากขั้นตอนที่ 8 คัดเลือกปรับปรุงข้อสอบและสร้างตัวดวงจากคำตอบที่ผิด
 - 10) ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงตามเนื้อหาและกำหนดจุดตัด
 - 11) ทดสอบครั้งที่ 1
 - 12) วิเคราะห์ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และปรับปรุงข้อสอบ
 - 13) ทำการทดสอบครั้งที่ 2
 - 14) วิเคราะห์หาคุณภาพรายข้อ และทั้งฉบับของแบบทดสอบ
 - 15) จัดทำคู่มือการใช้แบบทดสอบ และจัดพิมพ์แบบทดสอบเป็นรูปเล่ม
- ศิริเดช สุชีวะ (2550, น. 259 - 260) ได้สรุปขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ ดังนี้

- 1) ศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหาหรือทักษะอย่างละเอียดแล้วแบ่งออกเป็นเนื้อหาย่อย ๆ
- 2) ศึกษาและรวบรวมสาเหตุของข้อบกพร่องทางการเรียนในเนื้อหาย่อยเหล่านั้นเพื่อนำมาสร้างเป็นตัวลงในแบบทดสอบ
- 3) เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์และข้อบกพร่องที่ต้องการวัดในแต่ละด้าน
- 4) เรียบเรียงข้อสอบไว้เป็นด้าน ๆ เพื่อสะดวกในการวินิจฉัย โดยในแต่ละด้านควรมีข้อสอบค่อนข้างง่ายไม่น้อยกว่า 3 ข้อ
- 5) ตรวจสอบความถูกต้องของแบบทดสอบ แล้วนำไปทดลองใช้เพื่อปรับปรุงแก้ไข

6) เขียนคู่มือและแบบแผนการวินิจฉัย

บุญศรี พรหมมาพันธุ์ และนวลเสน่ห์ วงศ์เชิดธรรม (2545, น. 246 - 247) ได้กล่าวถึง เทคนิคในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยว่า ครูผู้สอนจะต้องทำตลอดเวลาและทุกวิชาที่สอน เพื่อช่วยให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น การวินิจฉัยการเรียนของผู้เรียนจำเป็นต้องอาศัยวิธีการวินิจฉัยหลาย ๆ วิธีประกอบกัน ได้แก่ สังเกตขณะสอน ศึกษารายกรณี ทดสอบและสัมภาษณ์ผู้ปกครอง ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

- 1) การสังเกตขณะสอน เพื่อพิจารณาความสนใจเรียนและความมีสมาธิในการเรียนของผู้เรียน
- 2) การศึกษาผู้เรียนเป็นรายกรณี เพื่อศึกษาสภาพทั่ว ๆ ไปเกี่ยวกับผู้เรียนที่คาดว่าจะมีปัญหาทางการเรียน
- 3) การทดสอบ ซึ่งจำแนกเป็นการทดสอบอย่างละเอียดและการทดสอบที่ดำเนินการตามปกติ คือ
 - 3.1 การทดสอบอย่างละเอียด กระทำเพื่อค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียนของผู้เรียนให้ตรงจุดที่สุด และสามารถทราบว่าจะต้องแก้ไขที่ส่วนใด
 - 3.2 การทดสอบที่ดำเนินการตามปกติ เพื่อดูความก้าวหน้าในการเรียนและดูผลการเรียนที่ได้จากการสอนผู้เรียน
- 4) การสัมภาษณ์ผู้ปกครอง เพื่อปรึกษาผู้ปกครองเกี่ยวกับปัญหาทางการเรียนและปัญหาด้านอื่น ๆ ของผู้เรียน สำหรับกระบวนการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน อาจจำแนกได้เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้
 - ขั้นตอนที่ 1 การระบุตัวผู้เรียนที่มีข้อบกพร่อง
 - ขั้นตอนที่ 2 การระบุข้อบกพร่องทางการเรียน

ขั้นตอนที่ 3 การระบุงค์ประกอบที่เป็นสาเหตุของข้อบกพร่อง

ขั้นตอนที่ 4 การแก้ไขข้อบกพร่อง

สิงห์ (Singha, 1974, p. 201) กล่าวว่า การสร้างแบบทดสอบวินิจัยมีลักษณะสำคัญ คือ

- 1) กรณีสสร้างแบบทดสอบเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบหรือแบบตอบสั้น ๆ ควร มีจำนวนข้อไม่น้อยกว่า 3 ข้อ ในแต่ละเนื้อหาย่อย
- 2) ไม่จำเป็นต้องสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร เพราะไม่ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาและวิธีการ
- 3) ไม่ต้องสร้างเกณฑ์ปกติในการวินิจัย เพราะจุดมุ่งหมายของการสร้างแบบทดสอบก็เพื่อค้นหาจุดบกพร่อง และสาเหตุของจุดบกพร่องมากกว่าจะเป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 4) แบบทดสอบวินิจัย ควรจะเรียงข้อสอบตามลำดับเนื้อหา คือเอาข้อความที่อยู่ในเนื้อหาเดียวกันเข้าไว้ด้วยกันโดยไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงความยาก
- 5) แบบทดสอบวินิจัยสามารถเป็นแบบทดสอบมาตรฐาน หรือเป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น แต่แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นมักจะคุ้มค่ามากกว่า เพราะประหยัดเวลาและกำลังงานเมื่อเปรียบกับแบบทดสอบมาตรฐาน

บราวน์ (Brown, 1970, p. 303) กล่าวถึง การสร้างแบบทดสอบวินิจัยว่าควรพิจารณาตามหลักการ ดังนี้

- 1) แบ่งทักษะที่จะทำการวัดออกเป็นองค์ประกอบย่อย ๆ ให้ชัดเจน
- 2) แบ่งเป็นแบบทดสอบย่อย ๆ หลายฉบับ และสร้างให้แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับสามารถวัดองค์ประกอบย่อยของทักษะนั้นได้เพียงองค์ประกอบเดียว
- 3) แบบทดสอบย่อยทุกฉบับ ต้องวัดทักษะย่อยที่ต้องการวัดได้จริง เพราะถ้าแบบทดสอบย่อยนั้นไม่สามารถวัดทักษะย่อยนั้นได้จริงแล้ว จะไม่สามารถพิจารณาหาสาเหตุของจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลได้ถูกต้องตามความเป็นจริง
- 4) คะแนนจากแบบทดสอบย่อยจะต้องกำหนดแนวทางให้เหมาะสมเพื่อให้สามารถจัดหาวิธีการสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด

จากข้อมูลสรุปการสร้างแบบทดสอบวินิจัยได้ ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายและวางแผนการสร้างแบบทดสอบ
2. ศึกษาทฤษฎี งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง หลักสูตร คู่มือครู และแบบเรียน เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาแล้วเขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3. สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจตามจุดประสงค์การเรียนรู้จำนวนมากข้อ นักการศึกษาได้กำหนดไว้ว่าในเนื้อหาย่อย ๆ ควรมีไม่น้อยกว่า 3 ข้อ

4. นำแบบทดสอบเพื่อสำรวจไปทดสอบ

5. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ทดลองใช้ และพัฒนาแบบทดสอบให้มีคุณภาพ

6. จัดทำคู่มือดำเนินการใช้แบบทดสอบวินิจฉัย

4.5 ประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัย

นักการศึกษากล่าวถึงประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัย ดังนี้

โชติ เพชรชื่น (2549, น.10 - 11) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยว่ามีประโยชน์ต่อผู้เรียน ผู้สอน และผู้บริหาร คือ

1. ช่วยให้ผู้เรียนรู้ข้อบกพร่องของตนเองโดยดูจากผลการสอบแต่ละส่วนว่ามีส่วนไหนบ้างที่ได้คะแนนน้อยกว่าปกติ หรือคะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ เมื่อรู้ข้อบกพร่องหรือจุดด้อยแล้วก็จะได้ปรับปรุงหรือฟื้นฟูความรู้ความเข้าใจหรือฝึกทักษะในเรื่องนั้น ๆ เป็นการแก้ปัญหาเฉพาะคน บางคนอาจมีข้อบกพร่องเพียงจุดเดียว ด้านเดียว สำหรับบางคนอาจบกพร่องในหลาย จุด หลายเรื่องหรือหลายด้านไม่เท่ากัน

2. ครูที่ทำการสอนหรือครูที่ดูแลจะสามารถช่วยเหลือผู้เรียนได้ตรงจุด ทำให้ปัญหาของผู้เรียนหายไปโดยเร็วเป็นการประหยัดเวลา นอกจากนั้นยังต้องตระหนักว่าวิธีการสอนที่เคยใช้อยู่เดิมอาจไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้สอนเสริม ควรแสวงหาหรือใช้วิธีสอนใหม่ ซึ่งแตกต่างไปจากวิธีการสอนแบบเก่าที่เคยใช้สอนเรื่องนั้น ๆ มาแล้ว

3. ผู้บริหารโรงเรียนสามารถจัดการ สนับสนุน และอำนวยความสะดวกให้แก่ครูผู้สอนหรือครูที่ปรึกษา ตลอดจนตัวผู้เรียนเองได้ตรงประเด็นหรือตรงความต้องการ ผลที่เกิดขึ้นก็คือ ผู้เรียนเรียนรู้ได้ตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้ของหลักสูตร

บลูม (Bloom, 1971, pp. 91 - 101) กล่าวถึงประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยโดยสรุปไว้ ดังนี้

ประโยชน์สำหรับผู้เรียน

1. การสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียนผล จะทำให้ผู้เรียนได้ประเมินตนเองได้รู้ว่าตนเองมีจุดประสงค์ใดที่ยังบกพร่องอยู่ และสมควรที่จะได้รับการแก้ไขในด้านใด ทำให้ผู้เรียนรู้ในความสามารถของตนเอง ถือเป็นจุดมุ่งหมายหลักสูตรที่สำคัญอย่างหนึ่ง

2. ผลจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียน จะเป็นเครื่องช่วยตัดสินใจว่าผู้เรียนมีความสามารถเข้าใจในเนื้อหาหรือมีทักษะในเรื่องนั้นหรือไม่ ตลอดจนมีความพร้อมที่จะเรียนต่อหรือไม่

3. เป็นแรงจูงใจให้กับผู้เรียนเตรียมความพร้อมในการเรียนอยู่เสมอ ถ้าหากผู้เรียนได้ทราบว่าจบเนื้อหาแล้วจะมีการทดสอบวินิจฉัยในการเรียน ผู้เรียนจะกลัวความล้มเหลวทำให้สนใจในการเรียนมากยิ่งขึ้น

ประโยชน์สำหรับครูผู้สอน

1. ช่วยปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ของครู คือ ผู้สอนจะได้รู้ว่าควรสอนเรื่องอะไร หัวข้อใดที่ผู้เรียนยังมีข้อบกพร่องอยู่ เนื้อหาในบางเรื่องต้องใช้ความรู้พื้นฐานเดิมที่เรียนมาแล้ว หากครูผู้สอนยังไม่สามารถแก้ไขข้อบกพร่องในเรื่องเดิมได้ จะทำให้การเรียนเนื้อหาต่อจะไม่ประสบผลสำเร็จ

2. ช่วยเตรียมบทเรียนได้ตรงตามความต้องการของผู้เรียนโดยใช้เทคนิคได้อย่างเหมาะสมกับผู้เรียนในเนื้อหาแต่ละตอน เพราะเนื้อหาแต่ละตอนมีความยากไม่เหมือนกัน หากว่าครูได้ทราบว่าเนื้อหาตอนใดเป็นปัญหามากต่อผู้เรียน ครูผู้สอนก็ควรจะต้องพุ่งเป้าเป็นพิเศษในเนื้อหาตอนนั้นๆ และหาวิธีสอนที่จะทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จได้

3. สามารถประหยัดเวลาและแรงงานของครูผู้สอนในการวินิจฉัย ทำให้มีเวลาในการสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลมากขึ้น

ประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัย ตามที่ได้ศึกษาผู้วิจัยสรุปได้ว่า แบบทดสอบวินิจฉัยมีประโยชน์ต่อผู้เรียน คือ ทำให้สามารถประเมินตนเองได้ว่ามีความรู้ เข้าใจเนื้อหาเพียงใด มีแรงจูงใจในการเรียน และมีประโยชน์ต่อครู คือ ได้ทราบข้อด้อยในการเรียนของผู้เรียนแต่ละคน มีข้อมูลในการวางแผนในการสอนซ่อมเสริมให้ผู้เรียน ปรับปรุงการสอนของครูและประหยัดเวลาและแรงงานทำให้ครูมีเวลาในการสอนซ่อมเสริมผู้เรียนเป็นรายบุคคลได้

4.5 การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย

แบบทดสอบวินิจฉัยที่ผู้วิจัยหาคุณภาพในครั้งนี้ เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยในแนวอิงเกณฑ์ โดยผู้วิจัยขอเสนอการหาคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัยตามแนวแบบทดสอบอิงเกณฑ์ ดังนี้

1. ความตรงของแบบทดสอบ (Validity)

ถ้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543, น. 246) ให้ความหมายว่าแบบทดสอบอิงเกณฑ์เกี่ยวกับเรื่องของความตรงเชิงเนื้อหา เป็นเครื่องมือที่วัดได้ตามเนื้อหาหรือวัดได้ตรงตามเกณฑ์สัมพัทธ์ หมายถึงคุณภาพของเครื่องมือที่เอาผลการวัดของแบบทดสอบไปหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ที่ต้องการ ส่วนความตรงตามโครงสร้างหมายถึงคุณภาพของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามลักษณะหรือตามทฤษฎีต่าง ๆ ของโครงสร้างนั้น

วิธีการหาค่าความตรงของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ มีวิธีการคำนวณหาได้ดังนี้

1. ความตรงเชิงเนื้อหา(Content Validity) สมนึก ภัททิยธนี (2551, น. 194-212) เป็นความเที่ยงตรงที่ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาว่า ข้อสอบแต่ละข้อนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์นั้นหรือไม่ โดยใช้สูตรของโรวินลลีและแฮมเบิลตัน ซึ่งคำนวณจากค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ดังนี้

$$IOC = \frac{ER}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องมีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง +1

ΣR แทน ผลรวมของการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. ความตรงตามเกณฑ์สัมพัทธ์ (Criterion Validity) หมายถึง คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ผลจากการวัดของแบบทดสอบหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ที่ต้องการ จำแนกเป็น 2 ชนิด ดังนี้

2.1 ความตรงเชิงสภาพ หมายถึง แบบทดสอบอิงเกณฑ์ที่สามารถวัดความรู้ (Master) และไม่รู้ (Non-Master) ของนักเรียนในการทดสอบ (Test status) ในแต่ละจุดประสงค์ว่าตรงกับสถานภาพความรู้จริง (Known status) หรือไม่ ถ้าตรงกับสภาพความรู้จริงก็แสดงว่ามีความเที่ยงตรงสูง

2.2 ความตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive Validity) หมายถึง ความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ หมายถึง แบบทดสอบที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนของแบบทดสอบไปหาความสัมพันธ์กับผลงานที่สำเร็จแล้ว เพื่อพยากรณ์สถานภาพในอนาคต (Future status)

2.3 ความตรงเชิงโครงสร้าง(Construct Validity) หมายถึง คุณภาพของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตามลักษณะหรือตามทฤษฎีต่างๆของโครงสร้างนั้น หรือวัดได้ครอบคลุมตามลักษณะของโครงสร้างแบบทดสอบมาตรฐาน มีวิธีคำนวณ ดังนี้

- 1) คำนวณจากค่าความสัมพันธ์
- 2) คำนวณจากหลายลักษณะหลายวิธี
- 3) คำนวณจากการวิเคราะห์องค์ประกอบ
- 4) คำนวณจากกลุ่มที่รู้คำตอบอยู่แล้ว

ในครั้งนี้นำวิธีใช้วิธีการคำนวณค่าความตรงของแบบทดสอบวินิจฉัยจากการพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Item – Objective Congruence: IOC) โดยใช้สูตรของโรวินลลีและแฮมเบิลตัน เพื่อใช้ในการตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา

2. ความเที่ยงของแบบทดสอบ (Reliability)

สมนึก ภัททิยธนี (2551, น.226-231) ความเที่ยงหรือความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ มีหลายแนวคิดจำแนกเป็น 2 แนวคิดคือ

1. ความเที่ยงที่เป็นการตรวจหาความสอดคล้องในการจำแนกผู้รอบรู้และผู้ไม่รอบรู้กลุ่มนี้มีความเชื่อว่าแบบทดสอบที่มีความเชื่อมั่นจะสามารถจำแนกผู้สอบว่าใครเป็นผู้รอบรู้ (สอบผ่าน) ใครเป็นผู้ไม่รอบรู้ (สอบไม่ผ่าน) ได้อย่างคงเดิมซึ่งวิธีการพิจารณาความสอดคล้องในการจำแนกผู้รอบรู้กับผู้ไม่รอบรู้ทำได้ 2 วิธีคือ

วิธีที่ 1 ใช้แบบทดสอบคู่ขนาน 2 ฉบับ ทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเดียว

วิธีที่ 2 ใช้แบบทดสอบฉบับเดิม สอบซ้ำกับนักเรียนกลุ่มเดียว

2. ความเที่ยงที่เป็นการตรวจหาความสอดคล้องของคะแนนแต่ละคนที่แปรปรวนไปจากคะแนนจุดตัด โดยใช้แบบทดสอบ 1 ฉบับ ทดสอบกับนักเรียน 1 กลุ่ม ครั้งเดียว ซึ่งมีวิธีคำนวณหาค่าความเที่ยงได้หลายวิธี ในที่นี้ขอกล่าวถึง 1 วิธี คือ วิธีของโลเวทท์ (Lovett Method) วิธีนี้นำแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ฉบับเดียว ไปทดสอบนักเรียนกลุ่มเดียว เพียงครั้งเดียว สามารถนำผลมาวิเคราะห์ หาค่าความเที่ยงได้จากสูตร

$$r_{cc} = 1 - \frac{k \sum x_1 - \sum x^2}{(k-1) \sum (x_1 - c)^2}$$

เมื่อ r_{cc}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
K	แทน	จำนวนข้อสอบ
X_1	แทน	คะแนนของแต่ละกลุ่ม
C	แทน	คะแนนเกณฑ์หรือจุดตัดของแบบทดสอบ

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้วิธีการคำนวณหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบอิงเกณฑ์จากสูตรไบโนเมียล (Binomial Formula) ของโลเวทท์ (Lovett)

3. ความยาก (Difficulty)

สมนึก ภัททิยธนี (2551, น. 194-212) ได้เสนอแนวคิดว่าการหาความยากของข้อสอบแบบอิงเกณฑ์ใช้สูตรเดียวกับการหาความยากของข้อสอบแบบอิงกลุ่ม และมีความหมายอย่างเดียวกันคือ ความยากของข้อสอบ (Difficulty) หมายถึงอัตราส่วนของจำนวนคนที่ตอบถูกกับจำนวนคนที่ตอบทั้งหมด การหาความยากของข้อสอบแบบอิงเกณฑ์จะใช้สูตร ดังนี้

$$\text{สูตร } P = \frac{R}{N}$$

เมื่อ P แทน ค่าความยากของข้อสอบ

R แทน จำนวนคนที่ตอบถูก

N แทน จำนวนคนทั้งหมด

ค่าความยากมีการแปลความหมาย โดยที่ค่าความยากมีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 การแปลความหมายค่าความยากมีเกณฑ์ในการพิจารณา บุญเชิด ภิญโญนนท์พงษ์ (2545, น. 76) ดังนี้

ค่าความยาก	ความหมาย
0.81-1.00	ข้อสอบง่ายมาก
0.61-0.80	ข้อสอบง่าย
0.51-0.60	ข้อสอบค่อนข้างง่าย
0.50	ข้อสอบยากง่ายพอเหมาะ
0.40-0.49	ข้อสอบค่อนข้างยาก
0.20-0.39	ข้อสอบยาก
0.00-0.19	ข้อสอบยากมาก

4. ค่าอำนาจจำแนก(Discrimination)

สมนึก ภักทิษณี (2551, น. 214-216) ได้เสนอแนวคิดว่าความสามารถของข้อสอบในการจำแนกผู้สอบที่มีคุณลักษณะหรือความสามารถแตกต่างกันออกจากกันได้ การวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อแบบอิงเกณฑ์มีหลายวิธี แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงการหาค่าอำนาจจำแนกการสอบครั้งเดียวหลังสอน เพื่อจำแนกผู้สอบออกเป็นกลุ่มรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์) กับกลุ่มไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์) ซึ่งเป็นวิธีหาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบที่เสนอโดยแบรนแนน (Brennan) ค่าอำนาจจำแนกที่หาโดยวิธีนี้ เรียกว่า ดัชนีบี (B-Index) หรือ Brennan-Index อำนาจจำแนกของข้อสอบในที่นี้ หมายถึงผลต่างระหว่างอัตราส่วนของจำนวนคนในกลุ่มรอบรู้ กับอัตราส่วนจำนวนคนในกลุ่มไม่รอบรู้ ที่ตอบถูก แบรนแนน (Brennan) ได้พัฒนาสูตรหาค่าอำนาจจำแนกที่เรียกว่า ดัชนีบี (B-Index) หรือ (Brennan Index) โดยมีสูตรในการคำนวณ ดังนี้

สูตรในการหาค่าดัชนีบี (B-Index)

$$B = \frac{H}{N_H} - \frac{L}{N_L}$$

เมื่อ B คือ ค่าอำนาจจำแนก

H คือ จำนวนผู้เรียนในกลุ่มรอบรู้ที่ตอบข้อสอบข้อนั้นถูก

L	คือ	จำนวนผู้เรียนในกลุ่มไม่รอบรู้ที่ตอบข้อสอบข้อนั้นถูก
N_H	คือ	จำนวนผู้เรียนในกลุ่มรอบรู้ทั้งหมด
N_L	คือ	จำนวนผู้เรียนในกลุ่มไม่รอบรู้ทั้งหมด

การหาค่าอำนาจจำแนกดัชนีบี (B-Index) แบ่งเป็นกลุ่มรอบรู้และกลุ่มไม่รอบรู้ ต้องใช้คะแนนจุดตัด ทั้งนี้จำนวนนักเรียนในกลุ่มรอบรู้และไม่รอบรู้อาจจะไม่เท่ากันก็ได้ การแปลความหมายค่าดัชนีบี มีเกณฑ์ในการพิจารณา ดังนี้

ค่าดัชนีบี (B)	ความหมาย
1.00	บ่งชี้ผู้รอบรู้-ไม่รอบรู้ได้ถูกต้องทุกคน
0.50-0.99	บ่งชี้ผู้รอบรู้-ไม่รอบรู้ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
0.20-0.49	บ่งชี้ผู้รอบรู้-ไม่รอบรู้ได้เป็นบางส่วน
0.00-0.19	บ่งชี้ผู้รอบรู้-ไม่รอบรู้ได้ถูกต้องน้อยมากหรือไม่ถูกเลย
ต่ำกว่า 0.00	บ่งชี้ผู้รอบรู้-ไม่รอบรู้ผิดพลาด หรือตรงกันข้ามกับความเป็นจริง

6. อำนาจการวินิจฉัย

การหาอำนาจวินิจฉัยของแบบทดสอบวินิจฉัย ต้องกำหนดเกณฑ์หรือคะแนนจุดตัด (Cutting Score) ที่เหมาะสมก่อน เพื่อแยกผู้เรียนออกเป็นกลุ่มสูงหรือกลุ่มที่ผ่านเกณฑ์ที่ได้คะแนนเท่ากับหรือมากกว่าจุดตัดเป็นต้นไป ส่วนผู้เรียนเป็นกลุ่มต่ำหรือกลุ่มไม่ผ่านเกณฑ์ที่ได้คะแนนน้อยกว่าคะแนนที่เป็นจุดตัด แล้วหาค่าร้อยละสัดส่วนของผู้เรียนในการทำแบบทดสอบที่ตอบถูกในแต่ละข้อ แต่ละเรื่อง หรือในแต่ละทักษะที่ต้องการวินิจฉัยของผู้เรียนทั้งที่อยู่ในกลุ่มสูงและและกลุ่มต่ำ โดยปกติสัดส่วนผู้เรียนที่อยู่ในกลุ่มสูงต้องมีจำนวนร้อยละของการตอบถูกมากกว่าผู้เรียนที่อยู่ในกลุ่มต่ำ ยิ่งจำนวนร้อยละของการตอบถูกของผู้เรียนที่อยู่ในกลุ่มสูงมีมากเท่าใด ย่อมเป็นสิ่งที่แสดงถึงความสามารถในการวินิจฉัยของแบบทดสอบนั้นได้ดียิ่งขึ้นด้วย ในทางตรงกันข้ามหากสัดส่วนการตอบถูกของผู้เรียนในกลุ่มต่ำมีจำนวนร้อยละมากกว่าผู้เรียนในกลุ่มต่ำด้วยตนเอง หรือมากกว่าผู้เรียนกลุ่มสูง ย่อมแสดงถึงความสามารถในการวินิจฉัยของแบบทดสอบนั้นย่อมมีน้อยลงด้วย ซึ่งในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทักษะการแก้โจทย์ปัญหาเรื่อง สมการและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในครั้งนี้ ผู้วิจัยกำหนด อำนาจการวินิจฉัยของแบบทดสอบไว้ที่ร้อยละ 70

แนวคิดเกี่ยวกับวิธีกำหนดคะแนนจุดตัด หรือคะแนนมาตรฐาน

คะแนนจุดตัด (Cut-off Scores) เรียกกันในชื่อต่าง ๆ เช่น เกณฑ์ (Criteria) มาตรฐาน (Standard) คะแนนผ่าน (Passing Score) ระดับความรอบรู้ (Mastery Level) หรือความสามารถต่ำสุด (Minimal Competence) มีความหมาย ดังนี้

ลัวน สายยศ และอังคณา สายยศ (2548, น. 266) ให้ความหมายของคะแนนจุดตัดว่า หมายถึง คะแนนที่น้อยที่สุดที่ผู้เรียนจะต้องทำได้ ในการที่จะได้รับการตัดสินให้เป็น ผู้รอบรู้

แฮมเบิลตัน (Hambleton, 1978, p. 27) กล่าวว่า มาตรฐาน (Standard) หมายถึง คะแนนที่ได้จากการสอบที่ใช้ในการแยกผู้สอบออกเป็น 2 กลุ่ม ตามระดับความสามารถที่แตกต่าง กัน คือ เป็นกลุ่มที่รอบรู้ (Masters) และกลุ่มที่ไม่รอบรู้ (Non-Masters)

วิธีการกำหนดคะแนนจุดตัด

การกำหนดคะแนนจุดตัด แฮมเบิลตันและไอก์เนอร์ (Hambleton and Eignor, 1980, pp. 103 - 107 อ้างถึงในลัวน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2548, น. 268) ได้แบ่งวิธีหาคะแนนจุดตัดออกเป็น 3 วิธี คือ

1. การกำหนดคะแนนจุดตัดโดยวิธีการพิจารณา (Judgmental methods)

เป็นการกำหนดคะแนนจุดตัดโดยให้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณาตัดสินจาก เนื้อหาและข้อสอบแต่ละข้อ แล้วคำนวณหาค่าคะแนนจุดตัด ซึ่งมีผู้เสนอวิธีการหาคะแนนจุดตัดไว้ หลายวิธี เช่น วิธีของนิเคลสกี วิธีของแองกอฟฟ์ และวิธีของอ็อบล ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยขอนำเสนอ รายละเอียดเฉพาะ วิธีการของแองกอฟฟ์ ดังนี้

1.1 วิธีของนิเคลสกี (Nedelsky) เป็นวิธีที่กำหนดคะแนนที่เป็นจุดตัดของ แบบทดสอบเลือกตอบโดยมีวิธีการดังนี้

1.1.1 ให้ผู้เชี่ยวชาญในเนื้อหาวิชาพิจารณาตัวเลือกของแบบทดสอบ เลือกตอบแต่ละข้อว่า ตัวเลือกไหนที่คิดว่าผู้เรียนที่มีความสามารถต่ำสุด (Lowest D Student) ที่จะไม่เลือกตอบ

1.1.2 หาค่าความน่าจะเป็นจากตัวเลือกที่เหลือที่ผู้เรียนจะเลือกตอบ เช่น ข้อสอบมี 5 ตัวเลือก และผู้เชี่ยวชาญคิดว่าผู้เรียนที่มีความสามารถต่ำที่สุดจะไม่เลือกตอบ 2 ตัวเลือก แล้วตัวเลือกที่เหลือ 3 ตัวเลือกมาหาค่าความน่าจะเป็นที่ผู้เรียนจะเลือกตอบมีค่า $\frac{1}{3}$ หรือ 0.33

1.1.3 คำนวณผลรวมของค่าความน่าจะเป็นของแต่ละข้อของแบบทดสอบ ใช้สัญลักษณ์ว่า M

1.1.4 นำค่า M ของผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนมาคำนวณค่าเฉลี่ยใช้สัญลักษณ์ μ_M และค่าคะแนนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ M ใช้สัญลักษณ์ σ_M แล้วคำนวณคะแนนจุดตัด จากสูตร ดังนี้

$$\text{คะแนนจุดตัด } (C_x) = \mu_M + K \sigma_M$$

เมื่อ K คือ ตัวคงที่มีค่า $-1, 0, 1$ และ 2 เมื่อให้ผู้เรียนที่มีความรู้ต่ำสุด มีโอกาสตก 16%, 50%, 84% และ 98% ตามลำดับ ซึ่งกำหนดโดยผู้เชี่ยวชาญทางเนื้อหาวิชา โดยทั่วไปแล้วมักจะกำหนดค่า K อยู่ระหว่าง 0.5 ถึง 1.0

1.2 วิธีของแองกอฟฟ์ (Angoff) เป็นวิธีกำหนดคะแนนจุดตัดของผู้เชี่ยวชาญในการสอนวิชานั้น โดยพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อว่า ผู้ที่มีค่าความน่าจะเป็น (โอกาสที่จะตอบถูก) ในการตอบถูกข้อนั้นอย่างน้อยเท่าไร แล้วหาค่าเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญเหล่านั้นเป็นคะแนนจุดตัด ดังตัวอย่างของแบบทดสอบเลือกตอบวิชาคณิตศาสตร์ที่มีค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกในแต่ละข้อของผู้เชี่ยวชาญ 3 คน ได้ข้อมูลดังนี้

ค่าความน่าจะเป็นของแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เชี่ยวชาญแต่ละคน

ค่าความน่าจะเป็น ของผู้เชี่ยวชาญคนที่	ข้อสอบข้อที่					รวม
	1	2	3	4	5	
1	0.33	0.80	0.20	0.20	0.50	2.03
2	0.50	0.90	0.33	0.90	0.75	3.38
3	0.40	1.00	0.20	0.33	0.50	2.43
รวม						7.84

จากข้อมูลคะแนนจุดตัดมีค่า $= 7.84 / 3 = 2.61$ หรือ เท่ากับ 3 คะแนน แสดงว่า แบบทดสอบ 5 ข้อนี้มีคะแนนจุดตัดที่ 3 คะแนน

1.3 วิธีของอีเบล (Ebel's technique) เป็นการพิจารณาจากลักษณะความยากง่ายและความเกี่ยวข้องในเนื้อหาของแบบทดสอบอิงเกณฑ์เป็นหลักในการพิจารณาความสำเร็จที่คาดหวังไว้ในข้อสอบ

2. การกำหนดจุดตัดโดยวิธีเชิงประจักษ์ (Empirical methods)

เป็นการกำหนดคะแนนจุดตัดด้วยคะแนนจากการทดสอบผู้เรียน ซึ่งมีอยู่หลายวิธีด้วยกัน เช่น วิธีทฤษฎีการตัดสินใจ (Decision-Theoretic Approach) ของแกลสส์ (Glass), วิธีของฮวิน (Huynh), วิธีของคราเวลล์ (Krie-wall)

3. การกำหนดคะแนนจุดตัดโดยวิธีแบบผสม (Combination methods)

เป็นการกำหนดคะแนนจุดตัดที่มีทั้งวิธีพิจารณาคุณประโยชน์และเชิงประจักษ์ (Judgmental- Empirical) ซึ่งมีอยู่หลายวิธีด้วยกัน เช่น วิธีกลุ่มตรงข้าม (Contrasting groups) ของไซกีและลิวินตัน (Zieky & Novick) เป็นต้น

การหาคะแนนจุดตัดมีหลายวิธี การสร้างแบบทดสอบวินิจัยของผู้วิจัยในครั้งนี้เป็นแบบอิงเกณฑ์ ได้พิจารณาวิธีที่มีความเหมาะสม สะดวกและมีความถูกต้องในการรวบรวมข้อมูลโดยผู้วิจัยเลือกใช้วิธีของแองกอฟฟ์ (Angoff) ในการกำหนดหาคะแนนจุดตัด

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศ

ศุภนันท์ บุญชิต (2559, น. 87- 96) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจัยทักษะการคำนวณและการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 716 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวินิจัยทักษะการคำนวณและการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ผลการวิจัยพบว่า ได้แบบทดสอบวินิจัย 2 ทักษะ คือ ทักษะการคำนวณและทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีคุณภาพด้านความตรงเชิงเนื้อหา ความเที่ยงเท่ากับ 0.973 ความยาก 0.46 - 0.78 ค่าอำนาจจำแนก 0.25 - 0.69 และอำนาจการวินิจัยผ่านเกณฑ์ แบบทดสอบมีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด

เรื่องตัวประกอบของจำนวนนับ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การ ศึกษาประถมศึกษา นครนายก กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 908 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกโดยใช้ฟอร์มข้อสอบจำนวน 5 ฉบับ ฉบับละ 20 ข้อ รวม 100 ข้อ ได้แบบทดสอบวินิจัยที่มีค่าความตรงตามเนื้อหา มีค่าเฉลี่ย 0.80 - 1.00 มีค่าความยาก 0.54-0.70 ค่าอำนาจจำแนกโดยใช้สูตรของ Brennan มีค่า 0.54 -0.86 ความเที่ยงโดยใช้สูตรของ Livingston มีค่า 0.960-0.970 หาจุดตัดโดยวิธีของ Angoff แต่ละฉบับได้คะแนนจุดตัด 12 เท่ากันทุกฉบับ

วิสารัตน์ วงศ์บุรี (2556, น.77 - 82) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่อง ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 4 พีชคณิต เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการ สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดกรุงเทพมหานคร เขตบางแค กลุ่มตัวอย่างจำนวน 623 คน เครื่องมือ เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 2 ฉบับ คือ ฉบับที่ 1 เมื่อโจทย์ กำหนดตัวแปรไม่ทราบค่ามาให้จำนวน 40 ข้อ ฉบับที่ 2 เมื่อโจทย์ไม่กำหนดตัวแปรไม่ทราบค่า จำนวน 40 ข้อ พบว่าแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 2 ฉบับ มีค่าความยากของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.35 - 0.79 ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.20 - 0.58 ค่าความเชื่อมั่นหรือความเที่ยงโดยใช้ สูตรไบโนเมียลของแบบทดสอบแต่ละฉบับ มีค่า 0.9289 และ 0.9197 และคะแนนจุดตัดโดยใช้ วิธีของเกลสส์มีค่าเป็น 20 ทั้ง 2 ฉบับ

จารุวรรณ กุศลการณ์ (2554, น. 102 - 106) ได้พัฒนาแบบสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนชลประทานวิทยา จังหวัดนนทบุรี กลุ่มตัวอย่างจำนวน 317 คน เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบสอบวินิจฉัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 2 ฉบับ ฉบับที่ 1 การหาพื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 47 ข้อ และฉบับที่ 2 การเปรียบเทียบหน่วยปริมาตร และการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรจำนวน 45 ข้อ คุณภาพของแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับ ค่าความตรงของข้อสอบวินิจฉัยทั้ง 2 ฉบับ มีค่า 0.80 - 1.00 มีค่าความยาก 0.66 - 0.79 ค่าอำนาจจำแนก 0.36 - 0.96 แบบสอบฉบับที่ 1 และ 2 มีค่าความเที่ยง 0.966 และ 0.812 คะแนนจุดตัดของแบบสอบวินิจฉัยทั้ง 2 ฉบับ 40 และ 39 ตามลำดับ

หทัยรัตน์ ราพึงจิตต์ (2553, น.76 - 82) ได้พัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสตรีวัดระฆัง กรุงเทพมหานคร ประชากรจำนวน 265 คน เครื่องมือที่ใช้เป็น แบบทดสอบวินิจฉัยจำนวน 2 ฉบับ ฉบับที่ 1 เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 23 ข้อ ฉบับที่ 2 เป็นข้อสอบแบบ เขียนตอบ จำนวน 12 ข้อ พบว่าแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 2 ฉบับ มีค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของ เท่ากับ 1.00 แบบทดสอบฉบับที่ 1 มีค่าความยาก 0.59 - 0.73 ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.55- 0.94 ค่าความเที่ยงโดยใช้สูตรของโลเวทท์ มีค่า 0.989 และแบบทดสอบฉบับที่ 2 มีค่าความยาก 0.51 - 0.67 ค่าอำนาจจำแนก 0.51- 0.63 ค่าความเที่ยงโดยใช้สูตรของโลเวทท์ มีค่า 0.990

วิทยา นุราณ (2556, น. 90 - 97) พัฒนาการทดสอบวินิจฉัยทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ดำเนินการทดสอบด้วยคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนในสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา มัธยมศึกษาเขต 20 กลุ่มตัวอย่างจำนวน 570 คน เครื่องมือเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยที่ดำเนินการทดสอบด้วยคอมพิวเตอร์ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 4 เรื่อง เรื่องละ 10 ข้อ ความตรงเชิง

เนื้อหาของแบบทดสอบ มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60 – 1.00 อำนาจจำแนกของแบบทดสอบ ทั้ง 4 ฉบับ มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.28 – 0.71 ความเที่ยงของแบบทดสอบทั้ง 4 ฉบับ มีค่า 0.73, 0.66, 0.70, 0.71 และมีค่าความเที่ยง 0.60, 0.54, 0.54 และ 0.54 ตามลำดับ

อารีรัตน์ แสงดาว (2559, น. 49 - 52) ได้พัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสุพรรณบุรี เขต 1 กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 444 คน เครื่องมือที่ใช้ในการ วิจัย คือ แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 60 ข้อ ฉบับที่ 1 เรื่องจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมและบทประยุกต์ ฉบับที่ 2 เรื่องสมการและการแก้สมการ รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม และรูปเรขาคณิตสามมิติ ได้แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องที่มีค่าความ ตรงตามเนื้อหา โดยมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 1.00 ทุกข้อ ฉบับที่ 1 มีค่าความยากตั้งแต่ 0.65-0.87 ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.21 - 0.71 ความเที่ยงโดยใช้สูตรของ Livingston มีค่า 0.930 ฉบับที่ 2 มีค่าความยากตั้งแต่ 0.65-0.86 ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.27 - 0.82 ความเที่ยงมีค่า 0.930

วิดา ช่อนคำ (2551, น. 118 - 119) ได้ทำวิจัยเรื่อง การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนและการดำเนินการสำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่ม ตัวอย่างจำนวน 226 คน โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 3 ฉบับ ฉบับที่ 1 ทักษะการคิดคำนวณ ฉบับที่ 2 ทักษะการให้เหตุผล ฉบับที่ 3 ทักษะการแก้ปัญหา พบว่า แบบ ทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ มีค่าความยากของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.31 - 0.80 และค่าอำนาจ จำแนก ของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.20 - 0.56 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแต่ละฉบับซึ่งคำนวณ โดยใช้สูตรไบโนเมียล มีค่า 0.8711, 0.6269 และ 0.6767 ตามลำดับ คะแนนจุดตัดของ แบบทดสอบมีค่า 15, 4 และ 7 ตามลำดับ

5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ

อิสเมลล์ (Ismail, 1995, p. 75-A) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา นำไปใช้กับนักเรียนเกรด 6 ในประเทศมาเลเซีย จำนวน 1,225 คน โดยมีจุดประสงค์เพื่อพัฒนาแบบทดสอบสำหรับวินิจฉัยและแก้ไข้ปัญหาในเรื่องการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้ผลว่า แบบทดสอบมีค่าอำนาจจำแนกดีและมีความเชื่อมั่นสูง แต่ข้อ คำถามอาจจะยากเกินไปสำหรับผู้เรียนที่เรียนอ่อนมาก ในอนาคต ผลจากการวินิจฉัยจะถูก นำไปใช้ โดยนำแบบทดสอบที่ได้ไปวินิจฉัยนักเรียน สำหรับโรงเรียนที่มีชั้นเรียนขนาดใหญ่และ ครูผู้สอนไม่สามารถจัดหาแบบทดสอบวินิจฉัยมาประเมินผู้เรียนของตนเองได้

โบว์แมน (Bowman, 1976, p. 7260 - A) ได้ทำการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยคณิตศาสตร์เบื้องต้น เพื่อหาจุดเด่นและจุดบกพร่องในการเรียนเรื่อง การบวก ลบ คูณ และหาร จำนวนต่างๆ ในการแก้โจทย์ปัญหาและพีชคณิตเบื้องต้นของผู้เรียนใน เพื่อช่วยเหลือผู้ที่มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่ำและใช้ทดสอบเป็นกลุ่มโดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 435 คนโดยนำคำตอบของแต่ละคนมาพิจารณาว่า ผู้เรียนมีจุดเด่นและจุดบกพร่องในเรื่องใด และมักผิดเกี่ยวกับเรื่องใด ข้อมูลที่ได้จะบันทึกเป็นเส้นภาพ (Profile) เพื่อความสะดวกที่จะตีความหมายจากผลงานของผู้เรียน ปรากฏว่าแบบทดสอบชุดนี้มีประโยชน์ในการจัดสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลได้อย่างเหมาะสมตามข้อบกพร่องในเรื่องที่พบ

เอลลิส (Ellis, 1972, p. 2234 - A) ได้วิจัยจุดบกพร่องของนักเรียนประถมศึกษา กลุ่มนักเรียนเกรด 6 จำนวน 690 คน การเรียนในเรื่องการคำนวณเลขจำนวนเต็มที่เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นบ่อยๆ แล้วนำผลการทดสอบแยกผู้เรียนเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ตอบถูกต้องทั้งหมด กลุ่มที่ทำถูกวิธีแต่คำตอบผิด และกลุ่มที่ทำผิดทั้งวิธีและคำตอบ กลุ่มที่ทำถูกวิธีแต่คำตอบผิด ได้รับการทดสอบย่อยด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อหาจุดบกพร่อง ซึ่งพบว่ามีข้อบกพร่องในเรื่องการบวกร้อยละ 17 การคูณหลักเดียวร้อยละ 14 การคูณด้วยเลขสองหลักร้อยละ 16

บอยเดน (Boyden, 1970, p.1504 - A) สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิต (Verbal Arithmetic Problem Solving) สำหรับนักเรียนเกรด 5 ไปสอบผู้เรียน จำนวน 993 คน ใช้แบบทดสอบลักษณะที่เป็นแบบตอบอิสระใช้สำรวจ ได้ผลสำรวจจุดบกพร่องในลักษณะต่างๆ 12 ประการ สร้างเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยแบบเลือกตอบจากคำตอบที่ผู้เรียนส่วนมากตอบผิดจากแบบทดสอบสำรวจสร้างเป็นตัวलग วิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบหาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้สูตรของคูเดอร์ - ริชาร์ดสัน 20 ค่าอำนาจจำแนกโดยใช้ Point - Biserial Correlation แบบทดสอบสำรวจมีค่าความเชื่อมั่น 0.727 - 0.850 และค่าอำนาจจำแนก 0.00 - 0.74 ส่วนแบบทดสอบวินิจฉัยมีค่าความเชื่อมั่น 0.80 และค่าอำนาจจำแนก 0.334 - 0.629 ผลจากการศึกษา แบบทดสอบที่สร้างขึ้นสามารถใช้ค้นหาจุดบกพร่องในการเรียนเป็นรายบุคคลและทั้งชั้นได้ และเป็นประโยชน์ในการจัดสอนซ่อมเสริมอย่างมาก

จากการศึกษาผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศสรุปให้เห็นแนวทางในการพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยได้ว่า แบบทดสอบวินิจฉัยที่มีการพัฒนาขึ้นเป็นแบบทดสอบที่มีคุณภาพ สามารถค้นหาจุดบกพร่องในการเรียนของผู้เรียนในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการวิเคราะห์ข้อบกพร่องอื่นๆ มีประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน เพื่อพัฒนาให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นต่อไป