



ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ

โดย

นางสาวอุษณีย์ จันทะสุวรรณ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (สถิติประยุกต์)

สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

ปีการศึกษา 2561

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ

โดย

นางสาวอุษณีย์ จันทะสุวรรณ



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติประยุกต์)

สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

ปีการศึกษา 2561

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

Confidence Intervals for Different Medians of
Lognormal Distribution

BY

MISS USANEE JANTHASUWAN



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE (APPLIED STATISTICS)
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND STATISTICS
FACULTY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
THAMMASAT UNIVERSITY
ACADEMIC YEAR 2018
COPYRIGHT OF THAMMASAT UNIVERSITY

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

วิทยานิพนธ์

ของ

นางสาวอุษณีย์ จันทะสุวรรณ

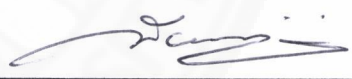
เรื่อง

ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ

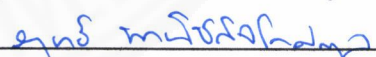
ได้รับการตรวจสอบและอนุมัติ ให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติประยุกต์)

เมื่อ วันที่ 24 กรกฎาคม พ.ศ. 2562

ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพียรพูล เกิดวิชัย)

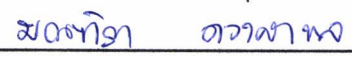
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์


(รองศาสตราจารย์ ดร. วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล)

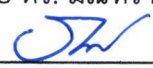
กรรมการสอบวิทยานิพนธ์


(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุปราณี ลิขสวัสดิ์)

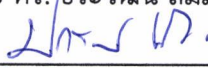
กรรมการสอบวิทยานิพนธ์


(อาจารย์ ดร. มณฑิรา ดวงสาพล)

กรรมการสอบวิทยานิพนธ์


(อาจารย์ ดร. ชีระวัฒน์ สิมมาจันทร์)

คณบดี


(รองศาสตราจารย์ปกรณ์ เสริมสุข)

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจก- แจงล็อกปรกติ
ชื่อผู้เขียน	นางสาวอุษณีย์ จันทะสุวรรณ
ชื่อปริญญา	วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (สถิติประยุกต์)
สาขาวิชา/คณะ/มหาวิทยาลัย	คณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รองศาสตราจารย์ ดร. วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล
ปีการศึกษา	2561

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอและเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ โดยใช้วิธี Method of Variance Estimates Recovery (MOVER) ซึ่งช่วงความเชื่อมั่นที่ศึกษามี 5 วิธี ได้แก่ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior การวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการจำลองด้วยเทคนิคมอนติ-คาร์โลโดยในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นดังกล่าว โดยพิจารณาจากค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่ไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนด และมีความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด ผลการศึกษาสรุปได้ดังนี้ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มมากขึ้น และช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าเป็นสูงสุดจะมีประสิทธิภาพสูงกว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ ก็ต่อเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก ในทางกลับกันช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์จะมีประสิทธิภาพสูงกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าเป็นสูงสุด ก็ต่อเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ หากพิจารณาเฉพาะช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ จะได้ว่า ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior มีประสิทธิภาพสูงที่สุด

คำสำคัญ: การประมาณค่า, ค่าวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง, การแจกแจงความน่าจะเป็น, ความน่าจะเป็นคัมรวม, ความยาวเฉลี่ย

Thesis Title	Confidence Intervals for Different Medians of Lognormal Distribution
Author	Miss Usanee Janthasuwan
Degree	Master of Science (Applied Statistics)
Department/Faculty/University	Mathematics and Statistics Faculty of Science and Technology Thammasat University
Thesis Advisor	Associate Professor Dr. Wararit Panichkitkosolkul
Academic Year	2018

ABSTRACT

The purposes of this research are to propose and compare the confidence intervals for different medians of lognormal distribution using Method of Variance Estimates Recovery (MOVER). There are five methods of the confidence intervals studied: Confidence interval for maximum likelihood estimator, Bayes credible interval with Uniform prior, Bayes credible interval with right invariant prior, Bayes credible interval with left invariant prior and Bayes credible interval with Jeffreys rule prior. This research uses a Monte Carlo simulation technique to compare the efficiency of the confidence interval. The coverage probability that has a coverage probability higher than 95% of confidence level with the smallest expected length are considered. The results of this study show that when the coefficient of variation increases, the expected length of the confidence interval will also increase. The confidence interval for maximum likelihood estimator is more effective than Bayes credible interval when the sample size is small. On the other hand, Bayes credible interval is more effective than confidence interval for maximum likelihood estimator when the sample size is large. If considering only the Bayes credible interval, Bayes credible interval with Jeffreys rule prior is the most effective.

Keywords: Estimation, Central tendency, Probability distribution, Coverage probability, Expected length

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีด้วยความช่วยเหลือและเอาใจใส่ของ รองศาสตราจารย์ ดร.วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา และคำแนะนำ ตรวจทาน ตลอดจนแก้ไขความผิดพลาด ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง นอกจากนี้ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพียรพูล เกิดวิชัย ประธานกรรมการสอบ วิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุปรานี ลิขสวัสดิ์ อาจารย์ ดร. มณฑิรา ดวงสาพล และอาจารย์ ดร. ชีระวัฒน์ สิมมาจันทร์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์และ สถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ที่ได้ให้ความรู้แก่ผู้วิจัย และ ขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่ประจำโครงการปริญญาโท สาขาวิชาสถิติประยุกต์ ที่ช่วยประสานงาน และอำนวยความสะดวกให้แก่ผู้วิจัย

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณ บิดา มารดา และเพื่อน ๆ สาขาวิชาสถิติประยุกต์ทุกคนที่คอย ให้กำลังใจ สนับสนุน และให้ความช่วยเหลือตลอดการทำงานวิจัยนี้

นางสาวอุษณีย์ จันทะสุวรรณ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	(1)
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	(2)
กิตติกรรมประกาศ	(3)
สารบัญตาราง	(7)
สารบัญภาพ	(9)
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	4
1.3 ขอบเขตการวิจัย	4
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	5
1.5 นิยามศัพท์	5
บทที่ 2 วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
2.1 การแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัย	6
2.1.1 การแจกแจงลือกปรกติ	6
2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	7
2.2.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์	7
2.2.2 ทฤษฎีบทขีดจำกัดส่วนกลาง	8
2.2.3 วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด	9
2.2.4 สมบัติของตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุด	9

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
2.2.5 ทฤษฎีที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์	12
2.2.6 การประมาณของเบส์	13
2.2.7 วิธีของเบส์	13
2.2.8 การประมาณแบบช่วงของเบส์	14
2.3 ช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธี MOVER	26
2.4 การจำลองข้อมูลโดยวิธีมอนติคาร์โล	30
2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	30
 บทที่ 3 วิธีการวิจัย	 35
3.1 แผนการวิจัย	35
3.2 เกณฑ์ในการเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่น	36
3.2.1 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม	36
3.2.2 ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น	38
3.3 ขั้นตอนการวิจัย	39
 บทที่ 4 ผลการวิจัย	 41
4.1 การเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจง- ล็อกปกติ สำหรับสถานการณ์จำลองต่าง ๆ	41
4.1.1 การเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการ แจกแจงล็อกปกติ สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างสองกลุ่มเท่ากัน	43
4.1.2 การเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการ แจกแจงล็อกปกติ สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 น้อยกว่า ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2	53
4.1.3 การเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการ แจกแจงล็อกปกติ สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มากกว่า ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2	63

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
4.2 ร้อยละของจำนวนค่าความน่าจะเป็นคัมรวม กรณีที่มีประสิทธิภาพ สำหรับขนาดตัวอย่างต่าง ๆ	73
4.3 ร้อยละของค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเฉพาะที่สั้นที่สุด และมี ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมผ่านเกณฑ์ที่กำหนด	76
4.4 การประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง	79
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	82
5.1 สรุปผลการวิจัย	82
5.1.1 กรณีที่ขนาดตัวอย่างสองกลุ่มเท่ากัน	83
5.1.2 กรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 น้อยกว่ากลุ่มที่ 2	83
5.1.3 กรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มากกว่ากลุ่มที่ 2	84
5.2 อภิปรายผลการวิจัย	85
5.3 ข้อเสนอแนะ	86
รายการอ้างอิง	87
ภาคผนวก	89
ภาคผนวก ก โปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัย	90
ภาคผนวก ข ผลลัพธ์การจำลองโปรแกรม	98
ภาคผนวก ค ข้อมูลจริงที่ใช้ในงานวิจัย	104
ประวัติผู้เขียน	106

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 40, n_2 = 40$	44
4.2 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 60, n_2 = 60$	46
4.3 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 80, n_2 = 80$	47
4.4 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 100, n_2 = 100$	49
4.5 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 150, n_2 = 150$	50
4.6 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 200, n_2 = 200$	52
4.7 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 40, n_2 = 60$	54
4.8 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 60, n_2 = 80$	56
4.9 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 80, n_2 = 100$	58
4.10 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 100, n_2 = 150$	60
4.11 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 150, n_2 = 200$	62
4.12 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 60, n_2 = 40$	64

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.13 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 80, n_2 = 60$	66
4.14 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 100, n_2 = 80$	68
4.15 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 150, n_2 = 100$	70
4.16 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 200, n_2 = 150$	72
4.17 ร้อยละของจำนวนค่าความน่าจะเป็นคัมรวม	75
4.18 ร้อยละของค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเฉพาะที่สั้นที่สุด และมี ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมผ่านเกณฑ์ที่กำหนด	78
4.19 ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ และ ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี เมื่อนำมาใช้กับข้อมูลจริง	81
5.1 วิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ประสิทธิภาพที่สูงที่สุดใน สถานการณ์ต่าง ๆ ของข้อมูลที่กำหนด ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%	84

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1 ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงล็อกปกติที่มีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเหมือนกัน แต่พารามิเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันแตกต่างกัน	7
2.2 เหตุการณ์ E บนเหตุการณ์ k เหตุการณ์ที่เกิดพร้อมกันไม่ได้	13
3.1 แผนผังสำหรับขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย	39
4.1 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 40, n_2 = 40$	44
4.2 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 60, n_2 = 60$	45
4.3 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 80, n_2 = 80$	47
4.4 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 100, n_2 = 100$	48
4.5 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 150, n_2 = 150$	50
4.6 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 200, n_2 = 200$	51
4.7 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 40, n_2 = 60$	54
4.8 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 60, n_2 = 80$	55
4.9 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 80, n_2 = 100$	57
4.10 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 100, n_2 = 150$	59
4.11 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 150, n_2 = 200$	61

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4.12 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 60, n_2 = 40$	64
4.13 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 80, n_2 = 60$	65
4.14 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 100, n_2 = 80$	67
4.15 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 150, n_2 = 100$	69
4.16 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 200, n_2 = 150$	71
4.17 แสดง Q-Q-plots สำหรับข้อมูลต้นฉบับและข้อมูลถูกแปลงโดยใช้การแปลง แบบลิ็อก	80

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันการศึกษาวิจัยดำเนินการต่าง ๆ จะใช้ระเบียบวิธีทางสถิติในการหาข้อสรุปเกี่ยวกับประชากร เมื่อค่าสังเกตของตัวอย่างสุ่มถูกเก็บรวบรวมเป็นข้อมูล และได้มีการนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟ แผนภูมิ ตาราง ฯลฯ พร้อมทั้งนำมาวิเคราะห์โดยใช้วิธีทางสถิติ ซึ่งมีวัตถุประสงค์ที่สำคัญคือการนำข้อมูลที่ได้มาหาข้อสรุป และนำผลสรุปที่ได้นี้ไปอ้างอิงถึงประชากร โดยเราสามารถจำแนกกระบวนการทางสถิติได้เป็น สถิติเชิงพรรณนาเป็นกระบวนการรวบรวมข่าวสารข้อมูลหรือค่าสังเกตต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่ต้องการศึกษา มาจัดเป็นหมวดหมู่ให้เข้าใจง่าย และสถิติเชิงอนุมานเป็นกระบวนการสรุปผลเกี่ยวกับประชากรจากข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างที่เลือกมา ซึ่งสามารถจำแนกได้เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ และการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ นอกจากนี้สถิติเชิงอนุมานยังมีส่วนสำคัญในทุก ๆ สาขาวิชาไม่ว่าจะเป็นทางธุรกิจ สังคม เศรษฐกิจ วิทยาศาสตร์ และในสาขาวิชาอื่น ๆ

เนื่องจากค่าพารามิเตอร์เป็นค่าที่คำนวณได้โดยใช้ประชากร ดังนั้นเราจึงไม่ทราบค่าที่แท้จริงเป็นเท่าใด จึงต้องใช้ข้อมูลจากตัวอย่าง เพื่อหาค่าประมาณของพารามิเตอร์นั้น ๆ การประมาณค่าพารามิเตอร์ทำได้สองวิธี วิธีแรกคือ การประมาณแบบจุด การประมาณแบบนี้จะใช้เพียงค่าเดียวเป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ โดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่าง ค่าประมาณแบบจุดนี้อาจมีค่าเท่ากับค่าพารามิเตอร์หรือไม่ก็ได้ และมีโอกาสคลาดเคลื่อนไปจากค่าพารามิเตอร์ได้ ดังนั้นการประมาณแบบจุดนี้มักไม่แน่นอน อีกทั้งยังมีหลักเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาคัดเลือกตัวประมาณหลายประการ เช่น ความเพียงพอ ความไม่เอนเอียง ความคงเส้นคงวา ความมีประสิทธิภาพ เป็นต้น วิธีที่สองคือ การประมาณค่าแบบช่วง เป็นการประมาณโดยอาศัยการประมาณค่าแบบจุด และการแจกแจงของตัวประมาณแบบจุด ซึ่งการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรจะอยู่ในช่วงใดช่วงหนึ่ง โดยช่วงของการประมาณค่าจะบอกถึงค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของพารามิเตอร์ ค่าประมาณพารามิเตอร์จึงเป็นได้ทุก ๆ ค่าที่อยู่ในช่วงนี้ นอกจากนี้ช่วงความเชื่อมั่นจะแคบหรือกว้างขึ้นอยู่กับระดับความเชื่อมั่น ความแปรปรวนของตัวประมาณ และการแจกแจงของสถิติทดสอบ ผลจากการประมาณแบบช่วงนี้ทำให้เราเชื่อมั่นได้ในระดับหนึ่งว่าค่าพารามิเตอร์ที่สนใจจะอยู่ในขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณ การประมาณแบบช่วงนี้ยังบอกถึงความแม่นยำของค่าประมาณที่ได้ และยังให้ค่าประมาณซึ่งใช้ประโยชน์ได้ดีกว่าค่าประมาณแบบจุดอีกด้วย (สายชล สีนสมบูรณ์ทอง, 2555)

การแจกแจงล็อกปรกติ (Lognormal Distribution) เป็นการแจกแจงหนึ่งที่ประชากรไม่ได้เกิดขึ้นภายใต้การแจกแจงปรกติ ในทางทฤษฎีความน่าจะเป็นการแจกแจงล็อกปรกติเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่องของตัวแปรสุ่ม ซึ่งนำไปประยุกต์ใช้กับงานด้านต่าง ๆ อย่างกว้างขวาง เช่น งานด้านการแพทย์นำไปใช้อธิบายเกี่ยวกับระยะเวลาในการแพร่กระจายของเชื้อโรคในผู้ป่วย งานด้านบริหารธุรกิจและเศรษฐศาสตร์นำไปใช้อธิบายเกี่ยวกับระยะเวลาของการจ้างงาน งานด้านสังคมศาสตร์นำไปใช้อธิบายเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อมูลตลาดหุ้น งานทางด้านวิศวกรรมศาสตร์นำไปใช้อธิบายเกี่ยวกับระยะเวลาซ่อมของระบบไฟฟ้าจากเหตุไฟฟ้าขัดข้อง เป็นต้น

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น เมื่อเราเก็บรวบรวมข้อมูลได้แล้ว วิธีการหนึ่งที่เราจะอธิบายลักษณะของข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมมาคือการอธิบายค่ากลางของข้อมูลซึ่งเป็นตัวแทนของข้อมูลทั้งหมด หรือที่เรียกว่าการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง โดยมีวิธีการทำได้หลายวิธี แต่ที่นิยมใช้กันทั่วไปคือการหาค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยม แต่ละวิธีมีทั้งข้อดีและข้อเสีย และมีความเหมาะสมไม่เหมือนกัน ขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูลที่เรารวบรวมมา ซึ่งถ้าข้อมูลมีลักษณะสมมาตร การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางสามารถใช้ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน ค่าฐานนิยม อย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้ เนื่องจากค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน ค่าฐานนิยม มีค่าไม่แตกต่างกัน แต่ถ้าข้อมูลมีลักษณะไม่สมมาตรหรือมีการเบี่ยงเบนไปทางใดทางหนึ่ง ข้อมูลลักษณะนี้ควรใช้ค่ามัธยฐาน และค่ามัธยฐานสามารถคำนวณได้ง่าย เข้าใจง่าย อีกทั้งยังไม่ถูกกระทบกระเทือนเมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประมาณค่าแบบช่วง เช่น ในงานวิจัยของ Wang (2006) ได้สนใจศึกษาค่าพี (P-value) ที่จะใช้ในการพิจารณาความสามารถในการเข้าใกล้ค่าจริงของพารามิเตอร์ โดยมีการปรับค่าพี (Modified P-value) เพื่อให้มีค่าประมาณที่ได้เข้าใกล้ค่าจริงของพารามิเตอร์มากยิ่งขึ้น ต่อมา Wang (2008) ได้ศึกษาต่อยอดโดยนำค่าพินาสสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรให้มีประสิทธิภาพและครอบคลุมค่าจริงมากยิ่งขึ้น

Zellner (1971) ได้เสนอตัวประมาณค่าของค่าเฉลี่ยและค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติหลายตัวประมาณ และมีการพิจารณาถึงปัญหาของการอนุมานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ของการแจกแจงล็อกปรกติ อีกทั้งยังมีการเปรียบเทียบค่าประมาณของเบส์ ต่อมา Padgett and Wei (1977) ได้มีการพัฒนาตัวประมาณของเบส์ของฟังก์ชันการแจกแจงล็อกปรกติ โดยมีการแจกแจงก่อน (Prior distribution) 2 การแจกแจง คือ normal prior สำหรับค่าเฉลี่ย และ gamma prior สำหรับการผกผันของพารามิเตอร์บ่งขนาด (Scale parameter) จากนั้น D' Cunha and Rao (2014a) ได้พัฒนาช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ (Bayesian credible interval) สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของการแจกแจงล็อกปรกติ และเปรียบเทียบกับช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็น

เป็นสูงสุด ในปีเดียวกันนั้น D' Cunha and Rao (2014b) ได้ศึกษาตัวประมาณแบบเบส์และช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกปกติ ซึ่งมีการแจกแจงก่อนคือ Right invariant prior และ Left invariant prior จากนั้นนำมาเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ต่อมา D' Cunha and Rao (2016) ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์กับช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ โดยมีการแจกแจงก่อนคือ Uniform prior, Right invariant prior, Left invariant prior และ Jeffreys rule prior ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์มีประสิทธิภาพมากกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด จากนั้นผู้วิจัยสนใจเกี่ยวกับการประมาณค่าแบบช่วงของประชากร 2 กลุ่ม จึงได้ศึกษางานวิจัยของ Zou et al. (2009) เสนอวิธีการที่เรียกว่า Method of Variance Estimates Recovery (MOVER) ซึ่งวิธี MOVER ได้รับการออกแบบเพื่อนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ทั่วไปและเพื่อให้มีอัตราความครอบคลุมที่เพียงพอในขั้นตอนการประมาณที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่มีการแจกแจงล็อกปกติ ข้อได้เปรียบของวิธี MOVER คือง่ายต่อการใช้งาน โดยมีความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับพื้นฐานทางสถิติเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ต่อมา คັນสนีย์ คุ่มเกิด (2554) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่มด้วยวิธี MOVER และทราบสัมประสิทธิ์การแปรผัน ในการศึกษาครั้งนี้ประชากรที่ศึกษามีการแจกแจงแกมมาเปรียบเทียบกับประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ต่อมา Harvey and Vander (2012) ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์สำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกปกติ โดยวิธี MOVER ซึ่งมีการแจกแจงก่อนคือ Jeffreys prior และ Jeffreys rule prior จากนั้น Krishnamoorthy and Hasan (2017) ได้ศึกษาปัญหาการประมาณอัตราส่วนของสัมประสิทธิ์การแปรผันของประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระของการแจกแจงล็อกปกติ โดยใช้วิธี MOVER และสำหรับช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธี MOVER สามารถนำไปใช้กับการแจกแจงได้ในหลายรูปแบบ เช่น การแจกแจงล็อกปกติ การแจกแจงไคกำลังสอง แจกแจงแบบเลขชี้กำลัง การแจกแจงแกมมา การแจกแจงไวบูลล์ ฯลฯ อีกทั้งวิธีนี้เคยถูกนำไปใช้ในกรณีพิเศษ เช่น การสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับส่วนประกอบความแปรปรวน การสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสองประชากรปกติ และสำหรับผลต่างระหว่างสองประชากรของสถิติแคปปา (Kappa statistics) วิธีนี้ถูกนำไปใช้กับปัญหาการประมาณชีวมวล และมีความเกี่ยวข้องกับวิธีการที่เสนอสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลทวิภาค (Binary data) ในบริบทที่หลากหลาย

จากงานวิจัยที่ผ่านมายังไม่มีนักวิจัยท่านใดศึกษาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ โดยใช้วิธี MOVER ดังนั้นในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจึงมุ่งเน้นศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะนั้นจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimator) กับช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ โดยใช้วิธี MOVER ซึ่งในการประมาณค่าแบบเบส์กำหนดการแจกแจงก่อน 4 การแจกแจง คือ Uniform prior, Right invariant prior, Left invariant prior และ Jeffreys rule prior สำหรับประชากรสองกลุ่มให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมเข้าใกล้ระดับความเชื่อมั่นและให้มีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย มีดังต่อไปนี้

1.2.1 เพื่อเสนอช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ 5 วิธี ได้แก่ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะนั้นจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior, Right invariant prior, Left invariant prior และ Jeffreys rule prior โดยใช้วิธี MOVER

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นโดยพิจารณาค่าความน่าจะเป็นคัมรวม และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปกติ ซึ่งมีช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 5 วิธี ได้แก่

1.2.2.1 ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะนั้นจะเป็นสูงสุด

1.2.2.2 ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior

1.2.2.3 ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior

1.2.2.4 ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior

1.2.2.5 ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior

1.3 ขอบเขตการวิจัย

ขอบเขตการวิจัย มีดังนี้

1.3.1 กำหนดประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน

1.3.2 กำหนดให้ n_1 คือขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 คือขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2

ตัวอย่างขนาดเล็กคือ 40 60

ตัวอย่างขนาดใหญ่คือ 80 100 150 200

1.3.3 ระดับความเชื่อมั่น เท่ากับ 95%

1.3.4 กำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยประชากรสองกลุ่ม คือ

$$\mu_1 = \ln(1000)$$

$$\mu_2 = \ln(1000)$$

1.3.5 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของประชากรทั้งสองกลุ่ม คือ

$$CV = 0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.7 \ 1.5 \ 2 \text{ และ } 2.5$$

1.3.6 ทำการจำลองทั้งหมด 10,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 ทำให้ได้ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปกติ

1.4.2 เพื่อเป็นทางเลือกในการเลือกใช้ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปกติ

1.4.3 เพื่อเป็นแนวทางในการประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงที่มีขนาดต่างกัน และประชากรไม่ได้เกิดขึ้นภายใต้การแจกแจงปกติ

1.5 นิยามศัพท์

1.5.1 ความน่าจะเป็นคัมรวม (Coverage probability) คือ ความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ โดยประเมินจากข้อมูลการทำซ้ำหลาย ๆ รอบ (ราชบัณฑิตยสภา, 2561)

1.5.2 ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (Expected length) คือ ค่าเฉลี่ยของความยาวช่วงความเชื่อมั่น

บทที่ 2

วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ 5 วิธี ได้แก่ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior, Right invariant prior, Left invariant prior และ Jeffreys rule prior โดยใช้วิธี MOVER (Method of Variance Estimates Recovery) โดยในบทนี้จะกล่าวถึงการแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐาน การประมาณค่าแบบเบส์ ช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธี MOVER การจำลองข้อมูลโดยวิธีมอนติคาร์โล และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้

2.1 การแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัย

2.1.1 การแจกแจงล็อกปกติ (Lognormal Distribution)

กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงล็อกปกติ โดยมีพารามิเตอร์ μ และ σ เขียนแทนด้วย $X \sim LN(\mu, \sigma^2)$ จะได้ว่า $Z = \ln(X) \sim N(\mu, \sigma^2)$ ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบโลเคชัน – สเกล (Location - Scale) ดังนั้นการแจกแจงล็อกปกติเป็นการแจกแจงล็อก – โลเคชัน – สเกล (Log - Location - Scale) จึงสามารถเขียนฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) คือ

$$F(x; \mu, \sigma) = \Phi_N\left(\frac{\ln(x) - \mu}{\sigma}\right)$$

เมื่อ $x > 0$

$-\infty < \mu < \infty$ เป็นพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง (Location parameter)

$\sigma > 0$ เป็นพารามิเตอร์บ่งขนาด (Scale parameter)

Φ_N เป็นการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติมาตรฐาน ($N(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$)

การแจกแจงล็อกปกติมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) คือ

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2}, \quad x > 0, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$$

ลักษณะทั่วไปของตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงล็อกปรกติ

2.1.1.1 ค่าเฉลี่ย

$$E(X) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)$$

2.1.1.2 ค่าความแปรปรวน

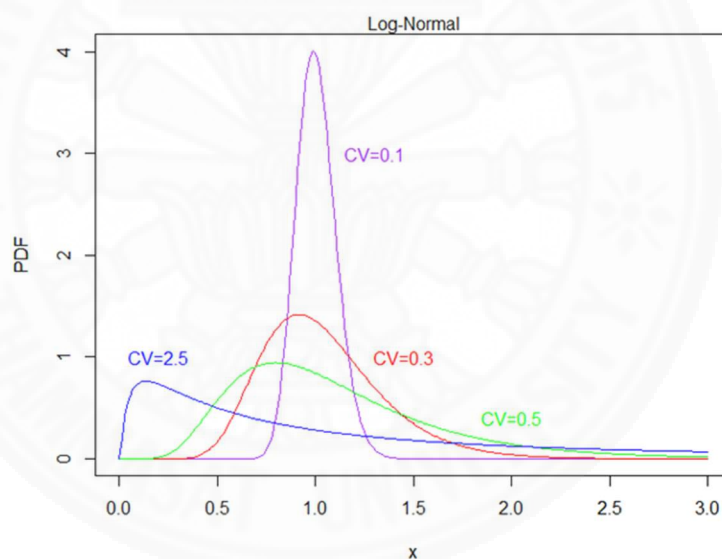
$$\text{Var}(X) = [\exp(\sigma^2) - 1] \exp(2\mu + \sigma^2)$$

2.1.1.3 ค่ามัธยฐาน

$$\text{Median} = \exp(\mu)$$

2.1.1.3 ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน

$$CV = (\exp(\sigma^2) - 1)^{1/2}$$



ภาพที่ 2.1 ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงล็อกปรกติที่มีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเหมือนกัน แต่พารามิเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างกัน

2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.2.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parameter estimation)

เนื่องจากค่าพารามิเตอร์เป็นค่าที่ได้โดยใช้ประชากร ดังนั้นเราจึงไม่ทราบค่าที่แท้จริงเป็นเท่าใด จึงต้องใช้ข้อมูลจากตัวอย่างเพื่อหาค่าประมาณของพารามิเตอร์นั้น ๆ การประมาณค่าพารามิเตอร์สามารถแบ่งออกเป็น 2 วิธี ดังนี้

2.2.1.1 การประมาณค่าแบบจุด (Point estimation)

การประมาณค่าแบบจุด เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร โดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่าง ซึ่งจะใช้เพียงค่าเดียวเพื่อที่จะประมาณค่าพารามิเตอร์

2.2.1.2 การประมาณค่าแบบช่วง (Interval estimation)

การประมาณค่าแบบช่วง เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรว่าจะอยู่ในช่วงใดช่วงหนึ่ง โดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่าง ซึ่งช่วงของการประมาณค่าจะบอกถึงค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของพารามิเตอร์ θ มักเป็นช่วงของจำนวนจริงหรือเซตของจุดหลายจุด เรียกว่าช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) หรือ เซตความเชื่อมั่น (Confidence set) ช่วงหรือเซตดังกล่าวได้มาโดยอาศัยตัวประมาณ $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ ของ θ มีการใช้การแจกแจงความน่าจะเป็นของ $\hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ ในการสร้างช่วงความเชื่อมั่นหรือเซตความเชื่อมั่น (ประชุม สุวดี, 2545)

นิยาม 2.1 กำหนดให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นเป็น $f(x; \theta)$ เมื่อ $\theta \in \Omega$ ให้ $t_1(X_1, \dots, X_n)$ และ $t_2(X_1, \dots, X_n)$ เป็นสถิติ 2 ตัว ซึ่ง $t_1 < t_2$ และ $\tau(\theta)$ เป็นพารามิเตอร์ จะได้ว่า $P(t_1 < \tau(\theta) < t_2) = 1 - \alpha$, $\theta \in \Omega$ เมื่อ $1 - \alpha$ ไม่ขึ้นอยู่กับ θ แล้วเรียกช่วงสุ่ม (t_1, t_2) ว่า ช่วงความเชื่อมั่น $(1 - \alpha) \times 100\%$ ของ $\tau(\theta)$ เรียก $1 - \alpha$ ว่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence coefficient) หรือระดับความเชื่อมั่น (Confidence level) และเรียก t_1 และ t_2 ว่าขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (Lower confidence limit) และขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (Upper confidence limit) ของ $\tau(\theta)$ ตามลำดับ (สายชล สันสมบูรณ์ทอง, 2555)

นิยาม 2.2 กำหนดให้ t_1 และ t_2 เป็นสถิติที่ $P(\tau(\theta) < t_1) = P(\tau(\theta) > t_2) = \frac{\alpha}{2}$ แล้วเรียก (t_1, t_2) ว่า ช่วงความเชื่อมั่นศูนย์กลาง (Central confidence interval) ขนาด $(1 - \alpha) \times 100\%$ ของ $\tau(\theta)$ ช่วงความเชื่อมั่นที่ไม่มีคุณสมบัติดังกล่าวนี้จะเรียกว่า ช่วงความเชื่อมั่นไม่ศูนย์กลาง (Non-central confidence interval) (สายชล สันสมบูรณ์ทอง, 2555)

2.2.2 ทฤษฎีบทขีดจำกัดส่วนกลาง (Central limit theorem)

การวิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างถือเป็นสถิติที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการนำไปใช้วิเคราะห์ ถ้าสุ่มตัวอย่างมาขนาด n ซ้ำ ๆ กันหลายครั้งจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างจะมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2/n แต่ในกรณีทั่วไป ตัวอย่างสุ่มที่ใช้ไม่จำเป็นต้องมาจากการแจกแจงปกติ ในกรณีที่ตัวอย่างสุ่มมาจากการแจกแจงแบบอื่น การหาการแจกแจงความน่าจะเป็นของค่าเฉลี่ยอาจทำได้ยาก โดยเฉพาะเมื่อ n มีค่ามาก จึงต้องใช้การแจกแจงโดยประมาณแทน ดังนั้น

ถ้าสามารถหาได้ว่าการแจกแจงความน่าจะเป็นของค่าเฉลี่ยเข้าใกล้การแจกแจงแบบใดเมื่อ $n \rightarrow \infty$ ก็ย่อมทำให้การอนุมานทำได้สะดวกยิ่งขึ้น

ทฤษฎีที่ 2.1 ทฤษฎีบทขีดจำกัดส่วนกลาง (Central limit theorem)

กำหนดให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงความน่าจะเป็นเหมือนกัน โดยมีค่าเฉลี่ยเป็น $E(X_i) = \mu$ และความแปรปรวนจำกัด (Finite variance) เป็น $Var(X_i) = \sigma^2$ ให้ $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ แล้ว ตัวสถิติ $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ จะลู่เข้าในการแจกแจงไปสู่ตัวแปรสุ่ม Z ที่มีการแจกแจง

ปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย $\mu = 0$ และความแปรปรวน $\sigma^2 = 1$ กล่าวคือ $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ จะมีลิมิตการแจกแจง

ปกติมาตรฐานโดยประมาณ (Asymptotically standard normal)

2.2.3 วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด (Method of maximum likelihood) (สายชล สีน-สมบูรณ์ทอง, 2555)

นิยาม 2.3 กำหนดให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นเป็น $f(x; \theta)$ และฟังก์ชันภาวน่าจะเป็น (Likelihood function) ของตัวแปรสุ่ม คือฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ $X_1, \dots, X_n$ โดยที่เป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ θ ฟังก์ชันภาวน่าจะเป็นเขียนแทนด้วย L หรือ $L(\theta)$ หรือ $L(\theta; x_1, \dots, x_n)$ นั่นคือ

$$\begin{aligned} L(\theta) &= L(\theta; x_1, \dots, x_n) \\ &= f(x_1; \theta) \cdots f(x_n; \theta) \\ &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \end{aligned}$$

นิยาม 2.4 ตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator: MLE) ของพารามิเตอร์ θ คือ $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ ที่ทำให้ฟังก์ชันภาวน่าจะเป็น $L(\theta)$ มีค่าสูงสุด

2.2.4 สมบัติของตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุด

2.2.4.1 ตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์ θ จะเป็นฟังก์ชันของสถิติที่มีความพอเพียงของ θ

2.2.4.2 ถ้ามีตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงและความแปรปรวนเท่ากับขีดจำกัดล่างหรือขีดต่ำสุด (Minimum variance bound unbiased estimator: MVBUE) ของพารามิเตอร์ θ แล้วเราอาจจะหาตัวประมาณนั้นได้โดยวิธีแบบภาวน่าจะเป็นสูงสุด

2.2.4.3 ตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุดไม่จำเป็นต้องมีเพียงตัวเดียว

2.2.4.4 ภายใต้เงื่อนไขทั่วไป ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นตัวประมาณที่คงเส้นคงวา

2.2.4.5 ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดไม่จำเป็นจะต้องเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง

2.2.4.6 ถ้ามีตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพ ภายใต้เงื่อนไขปกติ ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะได้เป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งมีประโยชน์สำหรับการหาตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด โดยไม่ต้องพิจารณาตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงทีละตัว เพียงแต่หาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด แล้วดูว่าเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงหรือไม่ และมีความแปรปรวนเท่ากับขีดจำกัดล่างของอสมการคราเมอร์ราวหรือไม่ ถ้าใช่ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดนี้จะเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด

2.2.4.7 ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมักจะให้ตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพเมื่อใกล้กัน ทำให้หาตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพเมื่อใกล้กันโดยไม่ต้องหาขีดจำกัดการแจกแจง

งานวิจัยนี้จะกำหนดให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n ที่สุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ โดยมีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 กำหนดให้ $Z_i = \ln X_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ เมื่อ Z มีการแจกแจงล็อกปกติที่มีพารามิเตอร์ μ และ σ^2

วิธีการหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์ μ และ σ^2 คือ

$$\begin{aligned}
 f(z; \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z-\mu)^2} \\
 L(\mu, \sigma^2) &= f(z_1; \mu, \sigma^2) \cdots f(z_n; \mu, \sigma^2) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z_1-\mu)^2} \cdots \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z_n-\mu)^2} \\
 &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2} \\
 \ln[L(\mu, \sigma^2)] &= \ln(2\pi)^{-\frac{n}{2}} + \ln(\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} + \ln e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2} \\
 &= -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2
 \end{aligned}$$

หาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ μ

$$\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma^2)}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (z_i - \mu) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n z_i - n\mu = 0$$

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$$

นั่นคือ $\hat{\mu} = \bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_i$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ μ

หาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ σ^2

$$\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma^2)}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2 = 0$$

$$-n\sigma^2 + \sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2 = n\sigma^2 \quad ; \text{ ใ้ } \bar{z} \text{ แทน } \mu$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2$$

นั่นคือ $\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ σ^2

$$\text{และ } \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2} = S$$

นั่นคือ $S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2}$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ σ

หาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ e^μ

$$\text{จาก } \hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i}{n} = \bar{Z}$$

$$\text{จะได้ว่า } e^{\hat{\mu}} = e^{\sum_{i=1}^n Z_i / n} = e^{\bar{Z}}$$

นั่นคือ $e^{\bar{Z}}$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ e^{μ}

2.2.5 ทฤษฎีที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์

ทฤษฎีที่ 2.2 (D' Cunha and Rao, 2016)

กำหนดให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n ที่สุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ โดยมีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 , กำหนดให้ $Z_i = \ln X_i, i = 1, 2, \dots, n$ เมื่อ Z มีการแจกแจงล็อกปกติที่มีพารามิเตอร์ μ และ σ^2 และให้ $\bar{Z}$ และ S^2 แทนตัวประมาณภาวะ-

น่าจะเป็นสูงสุดของ μ และ σ^2 ตามลำดับ โดยที่ $\bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i}{n}$ และ $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2}{n}$

จากค่าประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ คือ $\theta = e^{\mu}$ และตัวประมาณคือ $\hat{\theta} = e^{\hat{\mu}} = e^{\bar{Z}}$ และคำนวณความแปรปรวนเชิงเส้นกำกับ โดยการใช่วิธีเดลต้า (Delta Method) คือ

$$Var(h(\bar{X})) = \frac{\sigma^2 [h^{(1)}(\mu)]^2}{n} + \frac{\sigma^2}{n}$$

ดังนั้นความแปรปรวนเชิงเส้นกำกับของ θ

เมื่อ $h(\mu) = e^{\mu}$ จะได้ $h^{(1)}(\mu) = e^{\mu}$

$$Var(\theta) = \frac{\sigma^2 [e^{\mu}]^2}{n} + \frac{\sigma^2}{n}$$

ตัวประมาณความแปรปรวนเชิงเส้นกำกับของ θ

$$\widehat{Var}(\hat{\theta}) = e^{2\bar{Z}} \frac{S^2}{n} + \frac{S^2}{n}$$

จากทฤษฎีบทขีดจำกัดส่วนกลางจะได้ว่า $Z = \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sqrt{\widehat{Var}(\hat{\theta})}} \sim N(0,1)$ ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นเชิงเส้น-

กำกับ $(1-\alpha) \times 100\%$ ของพารามิเตอร์ θ ของตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด คือ

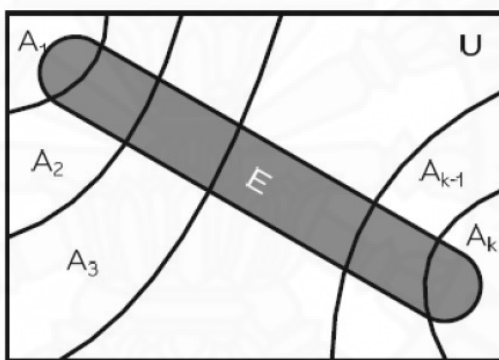
$$\left(\hat{\theta} - z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\theta})}, \hat{\theta} + z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\theta})} \right) \quad (2.1)$$

โดยที่ $z_{\alpha/2}$ คือ เปอร์เซ็นไทล์ที่ $(1-\alpha) \times 100$ ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน

2.2.6 การประมาณของเบส์ (Bayes' estimation)

ทฤษฎีของเบส์ (Bayes' theorem) ถูกพัฒนาขึ้นโดย Thomas Bayes โดยใช้หลักการของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขมาพัฒนาเป็นทฤษฎีบทดังกล่าว โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ถ้าให้เอกภพสัมพัทธ์ U ประกอบด้วยเหตุการณ์ที่ไม่สามารถเกิดขึ้นได้พร้อมกันจำนวน k เหตุการณ์คือ $A_1, A_2, \dots, A_k$ ดังภาพที่ 2.2 และให้ E เป็นเหตุการณ์หนึ่งในปริภูมิตัวอย่างที่เกิดจากการทดลองเดียวกันนี้และต้องเป็นส่วนหนึ่งของ A_i เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, k$ จะสามารถคำนวณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของเหตุการณ์หนึ่งใน A_i เมื่อเหตุการณ์ E เกิดขึ้น



ภาพที่ 2.2 เหตุการณ์ E บนเหตุการณ์ k เหตุการณ์ที่เกิดพร้อมกันไม่ได้

2.2.7 วิธีของเบส์ (Bayes method)

กำหนดให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นเป็น $f(x; \theta) = f(x|\theta)$ โดยที่ θ เป็นค่าของตัวแปรเชิงสุ่ม และ $g(\theta)$ หรือ $f(x|\theta)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นแบบมีเงื่อนไข (Conditional density function) ของ X

นิยาม 2.5 ฟังก์ชัน $g(\theta)$ เรียกว่า ฟังก์ชันการแจกแจงก่อน (Prior distribution function) ของ Θ และ $h(\theta|x_1, \dots, x_n)$ เรียกว่า ฟังก์ชันความหนาแน่นของ Θ เมื่อกำหนด $x_1, \dots, x_n$ เรียกว่า ฟังก์ชันการแจกแจงหลังหรือฟังก์ชันโพสทีเรีย (Posterior distribution function) ของ Θ (สายชล สีนสมบูรณ์ทอง, 2555)

ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ $X_1, \dots, X_n$ เมื่อกำหนด $\Theta = \theta$ ให้

$$\begin{aligned} f(x_1, \dots, x_n | \theta) &= f(x_1 | \theta) \cdots f(x_n | \theta) \\ &= \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) \end{aligned}$$

ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ $X_1, \dots, X_n$ เมื่อกำหนด θ และฟังก์ชันความหนาแน่นของ θ คือ

$$\begin{aligned} f(x_1, \dots, x_n | \theta) \cdot g(\theta) &= f(x_1 | \theta) \cdots f(x_n | \theta) \cdot g(\theta) \\ &= \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) \cdot g(\theta) \end{aligned}$$

ดังนั้น ฟังก์ชันการแจกแจงหลังหรือฟังก์ชันโพสทีเรียของ θ คือ

$$\begin{aligned} h(\theta | x_1, \dots, x_n) &= \frac{f(x_1, \dots, x_n | \theta) \cdot g(\theta)}{\int f(x_1, \dots, x_n | \theta) \cdot g(\theta) d\theta} \\ &= \frac{\prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) \cdot g(\theta)}{\int \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) \cdot g(\theta) d\theta} \end{aligned}$$

2.2.8 การประมาณแบบช่วงของเบส์ (Bayesian Interval estimation)

นิยาม 2.6 ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ขนาด $(1-\alpha) \times 100\%$ ของ θ คือ ช่วง (t_1, t_2) ที่ทำให้

$$\int_{t_1}^{t_2} h(\theta | x_1, \dots, x_n) d\theta = 1 - \alpha$$

ในทางปฏิบัติ เราจะเลือก t_1, t_2 ที่ทำให้ช่วง (t_1, t_2) มีความยาวของช่วงน้อยที่สุด ในที่นี้ t_1, t_2 เป็นฟังก์ชันของค่าสังเกต $X_1, \dots, X_n$

ในงานวิจัยนี้จะใช้การแจกแจงก่อน 4 แจกแจง คือ Uniform prior, Right invariant prior, Left invariant prior และ Jeffreys rule prior โดยการแจกแจงก่อนทั้ง 4 การแจกแจงมีความแตกต่างกันขึ้นอยู่กับ การกระจายของข้อมูล และการเลือกใช้ในแต่ละการแจกแจงต้องพิจารณาสารสนเทศ (Information) ถ้าไม่ทราบสารสนเทศเลยให้ใช้ Uniform prior แต่ถ้าทราบสารสนเทศบางส่วนว่ามีการแจกแจงแบบโค้งปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน $\sigma, \sigma^2, \sigma^3$ ก็ให้ใช้การแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior, Left invariant prior, Jeffreys rule prior ตามลำดับ และยิ่งข้อมูลมีความเป็นสารสนเทศมาก ค่าความแปรปรวนก็จะยิ่งน้อย

งานวิจัยนี้จะกำหนดให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n ที่สุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ โดยมีพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 กำหนดให้ $Z_i = \ln X_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ เมื่อ Z มีการแจกแจงล็อกปกติที่มีพารามิเตอร์ μ และ σ^2

วิธีการคำนวณหาตัวประมาณแบบเบส์ และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ มีดังนี้

พิสูจน์ ฟังก์ชันการแจกแจงก่อน เท่ากับ 1

$$\therefore g(\mu, \sigma^2) = 1; \text{Uniform prior}$$

$$\begin{aligned} f(z; \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z-\mu)^2} \\ f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) &= f(z_1; \mu, \sigma^2) \cdots f(z_n; \mu, \sigma^2) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z_1-\mu)^2} \cdots \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z_n-\mu)^2} \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (z_i-\mu)^2} \end{aligned}$$

$$\text{จาก } \sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 + n(\bar{z} - \mu)^2$$

จะได้

$$\begin{aligned} f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 + n(\bar{z} - \mu)^2\right)\right) \\ &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2}{\sigma^2}\right) \\ &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& f(z_1, \dots, z_n \mid \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \cdot (1) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(z_1, \dots, z_n \mid \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) d\mu d\sigma^2 \\
&= \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) d\mu d\sigma^2 \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) d\mu d\sigma^2 \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \\
&\quad \left[\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma/\sqrt{n}}\right) d\frac{(\bar{z} - \mu)}{\sigma/\sqrt{n}} \left(-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \right] d\sigma^2 \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \left[-\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma/\sqrt{n}}\right) d\frac{(\bar{z} - \mu)}{\sigma/\sqrt{n}} \right] d\sigma^2 \\
&= (-1) \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) d\sigma^2 \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}(n-1)S^2\right)^{\frac{n+1}{2}}} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h(\mu, \sigma^2 | z_1, \dots, z_n) &= \frac{f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2)}{\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) d\mu d\sigma^2} \\
&= \frac{\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right)}{\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}(n-1)S^2\right)^{\frac{n+1}{2}}} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2/n}} \frac{\left(\frac{(n-1)S^2}{2}\right)^{\frac{n+1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right)^{\frac{(n+1)}{2}-1} e^{-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}}
\end{aligned}$$

เนื่องจากฟังก์ชันการแจกแจงหลังข้างต้นนี้เป็นฟังก์ชันการแจกแจงที่ไม่มีรูปแบบปิด (No closed form solution) หรือมีความซับซ้อนในการหาค่าพารามิเตอร์ และไม่สามารถเขียนออกมาเป็นสูตรสมการทางคณิตศาสตร์ได้ จึงใช้วิธีการจำลองมอนติคาร์โล ในการหาตัวประมาณแบบเบส์สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ คือ $E(e^\mu | z_1, \dots, z_n) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{\mu_i}$ โดยที่ M เป็นจำนวนรอบของการทำซ้ำ

ในกรณีที่ $\frac{n+1}{2} = \alpha$ และ $\frac{(n-1)S^2}{2} = \beta$ แล้วการแจกแจงหลังนี้คือ การแจกแจงแกมมาผกผันการแจกแจงปรกติ (Normal inverse gamma distribution) ดังนั้นหาช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior จะได้เป็น

1. สร้างตัวอย่างสุ่ม $X_1, \dots, X_n$ จากการแจกแจงปรกติ โดยมีค่าเฉลี่ย μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ
2. คำนวณค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$) และค่าความแปรปรวนของตัวอย่าง (S^2)
3. สร้างตัวแปรสุ่ม W จากการแจกแจงแกมมาผกผัน (Inverse gamma distribution) โดยมี $\alpha = \frac{n+1}{2}$ และ $\beta = \frac{(n-1)S^2}{2}$
4. สร้างตัวแปรสุ่ม H จากการแจกแจงปรกติ โดยมีค่าเฉลี่ย $\bar{X}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\frac{v}{n}$ เมื่อ $v = \frac{1}{W}$

5. คำนวณหาตัวประมาณแบบเบส์สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ คือ e^H

6. คำนวณช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior คือ

$$(U_{\alpha/2}, U_{1-\alpha/2}) \quad (2.2)$$

โดยที่ $U_{\alpha/2}$ คือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $(\alpha/2) \times 100$ ของการแจกแจงหลัง เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior

$U_{1-\alpha/2}$ คือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $(1-\alpha/2) \times 100$ ของการแจกแจงหลังเมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior

พิสูจน์ ฟังก์ชันการแจกแจงก่อน เท่ากับ $\frac{1}{\sigma}$

$$\therefore g(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma}; \text{ Right invariant prior}$$

$$f(z; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z-\mu)^2}$$

$$\begin{aligned} f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) &= f(z_1; \mu, \sigma^2) \cdots f(z_n; \mu, \sigma^2) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z_1-\mu)^2} \cdots \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z_n-\mu)^2} \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (z_i-\mu)^2} \end{aligned}$$

$$\text{จาก } \sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 + n(\bar{z} - \mu)^2$$

จะได้

$$\begin{aligned} f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 + n(\bar{z} - \mu)^2\right)\right) \\ &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2}{\sigma^2}\right) \\ &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& f(z_1, \dots, z_n \mid \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sigma}\right) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(z_1, \dots, z_n \mid \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) d\mu d\sigma^2 \\
&= \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) d\mu d\sigma^2 \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) d\mu d\sigma^2 \\
&= (-1) \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) d\sigma^2 \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}(n-1)S^2\right)^{\frac{n+2}{2}}} \Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h(\mu, \sigma^2 \mid z_1, \dots, z_n) &= \frac{f(z_1, \dots, z_n \mid \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2)}{\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(z_1, \dots, z_n \mid \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) d\mu d\sigma^2} \\
&= \frac{\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right)}{\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}(n-1)S^2\right)^{\frac{n+2}{2}}} \Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2/n}} \frac{\left(\frac{(n-1)S^2}{2}\right)^{\frac{n+2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right)^{\left(\frac{n+2}{2}\right)-1} e^{-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}}
\end{aligned}$$

เนื่องจากฟังก์ชันการแจกแจงหลังข้างต้นนี้เป็นฟังก์ชันการแจกแจงที่ไม่มีรูปแบบปิด หรือมีความซับซ้อนในการหาค่าพารามิเตอร์ และไม่สามารถเขียนออกมาเป็นสูตรสมการทางคณิตศาสตร์ได้ จึงใช้วิธีการจำลองมอนติคาร์โลในการหาตัวประมาณแบบเบส์สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อก-ปรกติ คือ $E(e^\mu | z_1, \dots, z_n) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{\mu_i}$ โดยที่ M เป็นจำนวนรอบของการทำซ้ำ

ในกรณีที่ $\frac{n+2}{2} = \alpha$ และ $\frac{(n-1)S^2}{2} = \beta$ แล้วการแจกแจงหลังนี้คือ การแจกแจงแกมมาผกผันการแจกแจงปรกติ (Normal inverse gamma distribution) ดังนั้นการหาตัวประมาณแบบเบส์สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ มีดังนี้

1. สร้างตัวอย่างสุ่ม $X_1, \dots, X_n$ จากการแจกแจงปรกติ โดยมีค่าเฉลี่ย μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ
2. คำนวณค่าเฉลี่ย $(\bar{X})$ และค่าความแปรปรวนของตัวอย่าง (S^2)
3. สร้างตัวแปรสุ่ม W จากการแจกแจงแกมมาผกผัน (Inverse gamma distribution) โดยมี $\alpha = \frac{n+2}{2}$ และ $\beta = \frac{(n-1)S^2}{2}$
4. สร้างตัวแปรสุ่ม H จากการแจกแจงปรกติ โดยมีค่าเฉลี่ย $\bar{X}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\frac{\sqrt{v}}{n}$ เมื่อ $v = \frac{1}{W}$
5. คำนวณหาตัวประมาณแบบเบส์สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ คือ e^H
6. คำนวณช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior คือ

$$(R_{\alpha/2}, R_{1-\alpha/2}) \quad (2.3)$$

โดยที่ $R_{\alpha/2}$ คือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $(\alpha/2) \times 100$ ของการแจกแจงหลัง เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior

$R_{1-\alpha/2}$ คือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $(1-\alpha/2) \times 100$ ของการแจกแจงหลัง เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior

พิสูจน์ ฟังก์ชันการแจกแจงก่อน เท่ากับ $\frac{1}{\sigma^2}$

$$\therefore g(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma^2}; \text{ Left invariant prior}$$

$$\begin{aligned}
f(z; \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z-\mu)^2} \\
f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) &= f(z_1; \mu, \sigma^2) \cdots f(z_n; \mu, \sigma^2) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z_1-\mu)^2} \cdots \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z_n-\mu)^2} \\
&= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (z_i-\mu)^2}
\end{aligned}$$

$$\text{จาก } \sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 + n(\bar{z} - \mu)^2$$

จะได้

$$\begin{aligned}
f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 + n(\bar{z} - \mu)^2\right)\right) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2}{\sigma^2}\right) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n+1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) d\mu d\sigma^2 \\
&= \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n+1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) d\mu d\sigma^2 \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^{n+1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) d\mu d\sigma^2 \\
&= (-1) \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^{n+1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) d\sigma^2 \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}(n-1)S^2\right)^{\frac{n+3}{2}}} \Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h(\mu, \sigma^2 | z_1, \dots, z_n) &= \frac{f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2)}{\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) d\mu d\sigma^2} \\
&= \frac{\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n+1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right)}{\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}(n-1)S^2\right)^{\frac{n+3}{2}}} \Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2/n}} \frac{\left(\frac{(n-1)S^2}{2}\right)^{\frac{n+3}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right)^{\left(\frac{n+3}{2}\right)-1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{n-1}{2}\right) S^2}
\end{aligned}$$

เนื่องจากฟังก์ชันการแจกแจงหลังข้างต้นนี้เป็นฟังก์ชันการแจกแจงที่ไม่มีรูปแบบปิด หรือมีความซับซ้อนในการหาค่าพารามิเตอร์ และไม่สามารถเขียนออกมาเป็นสูตรสมการทางคณิตศาสตร์ได้ จึงใช้วิธีการจำลองมอนติคาร์โลในการหาตัวประมาณแบบเบส์สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อก-ปรกติ คือ $E(e^\mu | z_1, \dots, z_n) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{\mu_i}$ โดยที่ M เป็นจำนวนรอบของการทำซ้ำ

ในกรณีที่ $\frac{n+3}{2} = \alpha$ และ $\frac{(n-1)S^2}{2} = \beta$ แล้วการแจกแจงหลังนี้คือ การแจกแจงแกมมาผกผันการแจกแจงปกติ (Normal inverse gamma distribution) ดังนั้นการหาตัวประมาณแบบเบส์สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ มีดังนี้

1. สร้างตัวอย่างสุ่ม $X_1, \dots, X_n$ จากการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ
2. คำนวณหาค่าเฉลี่ย $(\bar{X})$ และค่าความแปรปรวนของตัวอย่าง (S^2)
3. สร้างตัวแปรสุ่ม W จากการแจกแจงแกมมาผกผัน (Inverse gamma distribution) โดยมี $\alpha = \frac{n+3}{2}$ และ $\beta = \frac{(n-1)S^2}{2}$
4. สร้างตัวแปรสุ่ม H จากการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย $\bar{X}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\frac{v}{n}$ เมื่อ $v = \frac{1}{W}$
5. คำนวณหาตัวประมาณแบบเบส์สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ คือ e^H
6. คำนวณช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior คือ

$$(L_{\alpha/2}, L_{1-\alpha/2}) \quad (2.4)$$

โดยที่ $L_{\alpha/2}$ คือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $(\alpha/2) \times 100$ ของการแจกแจงหลัง เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior
 $L_{1-\alpha/2}$ คือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $(1-\alpha/2) \times 100$ ของการแจกแจงหลัง เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior

พิสูจน์ ฟังก์ชันการแจกแจงก่อน เท่ากับ $\frac{1}{\sigma^3}$

$$\therefore g(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma^3}; \text{ Jeffreys rule prior}$$

$$\begin{aligned}
f(z; \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z-\mu)^2} \\
f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) &= f(z_1; \mu, \sigma^2) \cdots f(z_n; \mu, \sigma^2) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z_1-\mu)^2} \cdots \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z_n-\mu)^2} \\
&= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (z_i-\mu)^2}
\end{aligned}$$

จาก $\sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 + n(\bar{z} - \mu)^2$

จะได้

$$\begin{aligned}
f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 + n(\bar{z} - \mu)^2\right)\right) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2}{\sigma^2}\right) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n-1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sigma^3}\right) \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n+2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) d\mu d\sigma^2 \\
&= \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n+2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) d\mu d\sigma^2 \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^{n+2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) d\mu d\sigma^2 \\
&= (-1) \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma^{n+2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) d\sigma^2 \\
&= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}(n-1)S^2\right)^{\frac{n+4}{2}}} \Gamma\left(\frac{n+4}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h(\mu, \sigma^2 | z_1, \dots, z_n) &= \frac{f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2)}{\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(z_1, \dots, z_n | \mu, \sigma^2) \cdot g(\mu, \sigma^2) d\mu d\sigma^2} \\
&= \frac{\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{n}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{n(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sigma^{n+2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right)}{\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n-1} \sqrt{n}} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}(n-1)S^2\right)^{\frac{n+4}{2}}} \Gamma\left(\frac{n+4}{2}\right)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{n}}{\sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{(\bar{z} - \mu)^2}{\sigma^2/n}} \frac{\left(\frac{(n-1)S^2}{2}\right)^{\frac{n+4}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n+4}{2}\right)} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right)^{\left(\frac{n+4}{2}\right)-1} e^{-\frac{1}{2} \frac{(n-1)}{\left(\frac{n-1}{2}\right)} S^2}
\end{aligned}$$

เนื่องจากฟังก์ชันการแจกแจงหลังข้างต้นนี้เป็นฟังก์ชันการแจกแจงที่ไม่มีรูปแบบปิด หรือมีความซับซ้อนในการหาค่าพารามิเตอร์ และไม่สามารถเขียนออกมาเป็นสูตรสมการทางคณิตศาสตร์ได้ จึงใช้วิธีการจำลองมอนติคาร์โลในการหาตัวประมาณแบบเบสส์สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงลือก-ปรกติ คือ $E(e^\mu | z_1, \dots, z_n) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{\mu_i}$ โดยที่ M เป็นจำนวนรอบของการทำซ้ำ

ในกรณีที่ $\frac{n+4}{2} = \alpha$ และ $\frac{(n-1)S^2}{2} = \beta$ แล้วการแจกแจงหลังนี้คือ การแจกแจงแกมมาผกผันการแจกแจงปกติ (Normal inverse gamma distribution) ดังนั้นการหาตัวประมาณแบบเบส์สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ มีดังนี้

1. สร้างตัวอย่างสุ่ม $X_1, \dots, X_n$ จากการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ
2. คำนวณหาค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$) และค่าความแปรปรวนของตัวอย่าง (S^2)
3. สร้างตัวแปรสุ่ม W จากการแจกแจงแกมมาผกผัน (Inverse gamma distribution) โดยมี $\alpha = \frac{n+4}{2}$ และ $\beta = \frac{(n-1)S^2}{2}$
4. สร้างตัวแปรสุ่ม H จากการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย $\bar{X}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\frac{v}{n}$ เมื่อ $v = \frac{1}{W}$
5. คำนวณหาตัวประมาณแบบเบส์สำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติ คือ e^H
6. คำนวณช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior คือ

$$(J_{\alpha/2}, J_{1-\alpha/2}) \quad (2.5)$$

โดยที่ $J_{\alpha/2}$ คือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $(\alpha/2) \times 100$ ของการแจกแจงหลัง เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior

$J_{1-\alpha/2}$ คือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $(1-\alpha/2) \times 100$ ของการแจกแจงหลัง เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior

2.3 ช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธี MOVER (Method of Variance Estimates Recovery)

Donner and Zou (2008) ได้เสนอช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีการแจกแจงปกติ และทราบสัมประสิทธิ์การแปรผันด้วยวิธีประมาณค่าความแปรปรวนให้ใกล้เคียงค่าจริงมากที่สุด ซึ่งวิธีการนี้เป็นการประมาณค่าความแปรปรวนของขอบเขตล่าง และขอบเขตบน โดยการสร้างช่วงความเชื่อมั่น 2 ทาง อาศัยทฤษฎีขีดจำกัดกลาง (The Central Limit Theorem: CLT) สำหรับฟังก์ชันพารามิเตอร์ที่สนใจ $\theta_1 + \theta_2$ ซึ่งกำหนดโดย

$$(\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{\theta}_1) + \widehat{Var}(\hat{\theta}_2)} \quad (2.6)$$

โดยที่ $z_{\alpha/2}$ คือ เปอร์เซ็นไทล์ที่ $(\alpha/2) \times 100$ ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน
 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ คือ ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของพารามิเตอร์ θ_1, θ_2 ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน
 $\widehat{Var}(\hat{\theta}_1), \widehat{Var}(\hat{\theta}_2)$ คือ ค่าประมาณความแปรปรวนของ $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ ที่มี $\widehat{Var}(\hat{\theta}_1)$ และ $\widehat{Var}(\hat{\theta}_2)$ เป็นอิสระต่อกัน

โดยสมมติให้ช่วงความเชื่อมั่น 2 ทาง ที่ระดับความเชื่อมั่น $(\alpha/2) \times 100\%$ สำหรับ $\theta_1 + \theta_2$ เมื่อกำหนดให้

L คือ ขอบเขตล่าง (Lower bound) ของพารามิเตอร์ $\theta_1 + \theta_2$

U คือ ขอบเขตบน (Upper bound) ของพารามิเตอร์ $\theta_1 + \theta_2$

l_i คือ ขอบเขตล่างของพารามิเตอร์ θ_i

u_i คือ ขอบเขตล่างของพารามิเตอร์ θ_i

การประมาณค่าสำหรับ $\widehat{Var}(\hat{\theta}_i)$ เพื่อให้ได้ค่า L เป็นพื้นฐานบนเงื่อนไขของ $\theta_1 = l_1$ และ $\theta_2 = l_2$

การใช้ทฤษฎีขีดจำกัดกลาง ภายใต้เงื่อนไข $\theta_i = l_i$

$$\text{จะได้ว่า} \quad \frac{(\hat{\theta}_i - l_i)^2}{\widehat{Var}(\hat{\theta}_i)} = z_{\alpha/2}^2$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \widehat{Var}(\hat{\theta}_i) = \frac{(\hat{\theta}_i - l_i)^2}{z_{\alpha/2}^2}$$

ในทำนองเดียวกัน การประมาณค่าสำหรับ $\widehat{Var}(\hat{\theta}_i)$ เพื่อให้ได้ค่า U เป็นพื้นฐานบนเงื่อนไขของ

$\theta_1 = u_1$ และ $\theta_2 = u_2$ การใช้ทฤษฎีขีดจำกัดกลาง ภายใต้เงื่อนไข $\theta_i = u_i$

$$\text{จะได้ว่า} \quad \frac{(u_i - \hat{\theta}_i)^2}{\widehat{Var}(\hat{\theta}_i)} = z_{\alpha/2}^2$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \widehat{Var}(\hat{\theta}_i) = \frac{(u_i - \hat{\theta}_i)^2}{z_{\alpha/2}^2}$$

ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $\theta_1 + \theta_2$ ได้จาก (L, U) จะได้

$$\begin{aligned} L &= (\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{\theta}_1) + \widehat{Var}(\hat{\theta}_2)} \\ &= (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{(\hat{\theta}_1 - l_1)^2}{z_{\alpha/2}^2} + \frac{(\hat{\theta}_2 - l_2)^2}{z_{\alpha/2}^2}} \\ &= (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2) - \sqrt{(\hat{\theta}_1 - l_1)^2 + (\hat{\theta}_2 - l_2)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U &= (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2) + z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{\theta}_1) + \widehat{Var}(\hat{\theta}_2)} \\ &= (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2) + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{(u_1 - \hat{\theta}_1)^2}{z_{\alpha/2}^2} + \frac{(u_2 - \hat{\theta}_2)^2}{z_{\alpha/2}^2}} \\ &= (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2) + \sqrt{(u_1 - \hat{\theta}_1)^2 + (u_2 - \hat{\theta}_2)^2} \end{aligned}$$

ขีดจำกัดช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $\theta_1 - \theta_2$ สามารถสร้างได้จากการแทนค่า $\theta_1 + (-\theta_2)$ และแทนช่วงความเชื่อมั่นของ $-\theta_2$ ด้วย $(-u_2, -l_2)$ ดังนั้นสามารถสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $\theta_1 - \theta_2$ โดยแทนค่า (l_2, u_2) ด้วย $(-u_2, -l_2)$ ลงในค่า (L, U) และช่วงความเชื่อมั่น 2 ทาง ที่ $(\alpha/2) \times 100\%$ สำหรับผลต่าง $\theta_1 - \theta_2$ เป็นดังนี้

$$(L^*, U^*) = \left((\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) - \sqrt{(\hat{\theta}_1 - l_1)^2 + (u_2 - \hat{\theta}_2)^2}, (\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) + \sqrt{(u_1 - \hat{\theta}_1)^2 + (\hat{\theta}_2 - l_2)^2} \right) \quad (2.7)$$

ข้อดีของวิธีนี้คือไม่ต้องการการแจกแจงพื้นฐานใด ๆ สำหรับ $\hat{\theta}_i$ มีการหาช่วงความเชื่อมั่นแยกกันต่างหากสำหรับสองพารามิเตอร์ และเป็นวิธีที่ง่ายต่อการใช้งาน โดยมีความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับพื้นฐานทางสถิติเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

อีกทั้งวิธีนี้เคยถูกนำไปใช้ในกรณีพิเศษ เช่น การสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับส่วนประกอบความแปรปรวน การสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสองประชากรปกติ และสำหรับผลต่างระหว่างสองประชากรของสถิติแคปปา (Kappa statistics) วิธีนี้ถูกนำไปใช้กับปัญหาการประมาณชีวมวล และมีความเกี่ยวข้องกับวิธีการที่เสนอสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลทวิภาค (Binary data) ในบริบทที่หลากหลาย

จากช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่ามัธยฐานในสมการ (2.1) กำหนดให้ $\theta_1 = e^{\mu_1}$, $\theta_2 = e^{\mu_2}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(l_1^*, u_1^*) &= \left(\hat{\theta}_1 - z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{\theta}_1)}, \hat{\theta}_1 + z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{\theta}_1)} \right) \\ (l_2^*, u_2^*) &= \left(\hat{\theta}_2 - z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{\theta}_2)}, \hat{\theta}_2 + z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{\theta}_2)} \right)\end{aligned}$$

$$\text{โดยที่ } \widehat{Var}(\hat{\theta}_1) = e^{2\bar{z}_1} \frac{S_{z_1}^2}{n_1} + \frac{S_{z_1}^2}{n_1} \quad \text{และ} \quad \widehat{Var}(\hat{\theta}_2) = e^{2\bar{z}_2} \frac{S_{z_2}^2}{n_2} + \frac{S_{z_2}^2}{n_2}$$

กำหนดให้ $\hat{\theta}_1 = e^{\bar{z}_1}$, $\hat{\theta}_2 = e^{\bar{z}_2}$, $\alpha = 0.05$, $l_1 = l_1^*$, $l_2 = l_2^*$, $u_1 = u_1^*$ และ $u_2 = u_2^*$ จากนั้นแทนค่าทั้งหมดลงในสมการ (2.7) ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $(\alpha/2) \times 100\%$ สำหรับผลต่าง $\theta_1 - \theta_2$ คือ

$$CI_{MLE} = \left((e^{\bar{z}_1} - e^{\bar{z}_2}) - \sqrt{(e^{\bar{z}_1} - l_1^*)^2 + (u_2^* - e^{\bar{z}_2})^2}, (e^{\bar{z}_1} - e^{\bar{z}_2}) + \sqrt{(u_1^* - e^{\bar{z}_1})^2 + (e^{\bar{z}_2} - l_2^*)^2} \right) \quad (2.8)$$

จากช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่ามัธยฐานในสมการ (2.2) กำหนดให้ $\theta_1 = e^{\mu_1}$, $\theta_2 = e^{\mu_2}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(l_{U1}^*, u_{U1}^*) &= (U_{(\alpha/2)1}, U_{(1-\alpha/2)1}) \\ (l_{U2}^*, u_{U2}^*) &= (U_{(\alpha/2)2}, U_{(1-\alpha/2)2})\end{aligned}$$

กำหนดให้ $\hat{\theta}_1 = e^{\bar{z}_1}$, $\hat{\theta}_2 = e^{\bar{z}_2}$, $\alpha = 0.05$, $l_1 = l_{U1}^*$, $l_2 = l_{U2}^*$, $u_1 = u_{U1}^*$ และ $u_2 = u_{U2}^*$ จากนั้นแทนค่าทั้งหมดลงในสมการ (2.7) ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $(\alpha/2) \times 100\%$ สำหรับผลต่าง $\theta_1 - \theta_2$ คือ

$$CI_{Uni} = \left((e^{\bar{z}_1} - e^{\bar{z}_2}) - \sqrt{(e^{\bar{z}_1} - l_{U1}^*)^2 + (u_{U2}^* - e^{\bar{z}_2})^2}, (e^{\bar{z}_1} - e^{\bar{z}_2}) + \sqrt{(u_{U1}^* - e^{\bar{z}_1})^2 + (e^{\bar{z}_2} - l_{U2}^*)^2} \right) \quad (2.9)$$

จากช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่ามัธยฐานในสมการ (2.3) กำหนดให้ $\theta_1 = e^{\mu_1}$, $\theta_2 = e^{\mu_2}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(l_{R1}^*, u_{R1}^*) &= (R_{(\alpha/2)1}, R_{(1-\alpha/2)1}) \\ (l_{R2}^*, u_{R2}^*) &= (R_{(\alpha/2)2}, R_{(1-\alpha/2)2})\end{aligned}$$

กำหนดให้ $\hat{\theta}_1 = e^{\bar{z}_1}$, $\hat{\theta}_2 = e^{\bar{z}_2}$, $\alpha = 0.05$, $l_1 = l_{R1}^*$, $l_2 = l_{R2}^*$, $u_1 = u_{R1}^*$ และ $u_2 = u_{R2}^*$ จากนั้นแทนค่าทั้งหมดลงในสมการ (2.7) ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $(\alpha/2) \times 100\%$ สำหรับผลต่าง $\theta_1 - \theta_2$ คือ

$$CI_{Right} = \left((e^{\bar{z}_1} - e^{\bar{z}_2}) - \sqrt{(e^{\bar{z}_1} - l_{R1}^*)^2 + (u_{R2}^* - e^{\bar{z}_2})^2}, (e^{\bar{z}_1} - e^{\bar{z}_2}) + \sqrt{(u_{R1}^* - e^{\bar{z}_1})^2 + (e^{\bar{z}_2} - l_{R2}^*)^2} \right) \quad (2.10)$$

จากช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่ามัธยฐานในสมการ (2.4) กำหนดให้ $\theta_1 = e^{\mu_1}$, $\theta_2 = e^{\mu_2}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(l_{L1}^*, u_{L1}^*) &= (L_{(\alpha/2)1}, L_{(1-\alpha/2)1}) \\ (l_{L2}^*, u_{L2}^*) &= (L_{(\alpha/2)2}, L_{(1-\alpha/2)2})\end{aligned}$$

กำหนดให้ $\hat{\theta}_1 = e^{\bar{e}_1}$, $\hat{\theta}_2 = e^{\bar{e}_2}$, $\alpha = 0.05$, $l_1 = l_{L1}^*$, $l_2 = l_{L2}^*$, $u_1 = u_{L1}^*$ และ $u_2 = u_{L2}^*$ จากนั้นแทนค่าทั้งหมดลงในสมการ (2.7) ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $(\alpha/2) \times 100\%$ สำหรับผลต่าง $\theta_1 - \theta_2$ คือ

$$CI_{Left} = \left((e^{\bar{e}_1} - e^{\bar{e}_2}) - \sqrt{(e^{\bar{e}_1} - l_{L1}^*)^2 + (u_{L2}^* - e^{\bar{e}_2})^2}, (e^{\bar{e}_1} - e^{\bar{e}_2}) + \sqrt{(u_{L1}^* - e^{\bar{e}_1})^2 + (e^{\bar{e}_2} - l_{L2}^*)^2} \right) \quad (2.11)$$

จากช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่ามัธยฐานในสมการ (2.5) กำหนดให้ $\theta_1 = e^{\mu_1}$, $\theta_2 = e^{\mu_2}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} (l_{J1}^*, u_{J1}^*) &= (J_{(\alpha/2)1}, J_{(1-\alpha/2)1}) \\ (l_{J2}^*, u_{J2}^*) &= (J_{(\alpha/2)2}, J_{(1-\alpha/2)2}) \end{aligned}$$

กำหนดให้ $\hat{\theta}_1 = e^{\bar{e}_1}$, $\hat{\theta}_2 = e^{\bar{e}_2}$, $\alpha = 0.05$, $l_1 = l_{J1}^*$, $l_2 = l_{J2}^*$, $u_1 = u_{J1}^*$ และ $u_2 = u_{J2}^*$ จากนั้นแทนค่าทั้งหมดลงในสมการ (2.7) ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $(\alpha/2) \times 100\%$ สำหรับผลต่าง $\theta_1 - \theta_2$ คือ

$$CI_{eff} = \left((e^{\bar{e}_1} - e^{\bar{e}_2}) - \sqrt{(e^{\bar{e}_1} - l_{J1}^*)^2 + (u_{J2}^* - e^{\bar{e}_2})^2}, (e^{\bar{e}_1} - e^{\bar{e}_2}) + \sqrt{(u_{J1}^* - e^{\bar{e}_1})^2 + (e^{\bar{e}_2} - l_{J2}^*)^2} \right) \quad (2.12)$$

2.4 การจำลองข้อมูลโดยวิธีมอนติคาร์โล (Simulation by Monte Carlo Method)

วิธีมอนติคาร์โลเป็นเทคนิคการจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย โดยมีการจำลองตัวเลขสุ่ม (Random Number) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษาซึ่งยังไม่แน่ใจในผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น ซึ่งการศึกษาค้างนี้จะใช้เทคนิคมอนติคาร์โลในการสร้างข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา โดยมีขั้นตอนที่สำคัญของการจำลองข้อมูลดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การสร้างเลขสุ่ม การสร้างเลขสุ่มเป็นขั้นตอนที่สำคัญในวิธีมอนติคาร์โล เนื่องจากหลักการของวิธีมอนติคาร์โลนั้นจะใช้ตัวเลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหา ลักษณะของตัวเลขสุ่มที่ดีที่นำมาใช้จะมีการแจกแจงเอกรูป (Uniform Distribution) ในช่วง $[0, 1]$ และตัวเลขสุ่มเป็นอิสระต่อกัน จากนั้นนำเลขสุ่มที่ได้ไปสร้างตัวเลขสุ่มตามลักษณะที่ต้องการศึกษา เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับปัญหานั้น ๆ

ขั้นตอนที่ 2 การประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษาโดยใช้เลขสุ่ม ขั้นตอนนี้นับขึ้นอยู่กับปัญหาที่ต้องการศึกษาซึ่งเป็นขั้นตอนที่ใช้เลขสุ่มในการหาคำตอบตามสูตรหรือการคำนวณในปัญหาที่ศึกษา บางปัญหาอาจใช้เลขสุ่มโดยตรง แต่บางปัญหาอาจใช้ตัวเลขสุ่มเพียงบางขั้นตอนของปัญหาเท่านั้น

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองกระทำซ้ำ การทดลองโดยใช้กระบวนการสุ่ม (Random Process) มาทดลองกระทำซ้ำ ๆ กันจำนวนหลายครั้งเพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา ซึ่งการทดลองที่กระทำซ้ำ ๆ กันนั้นจะเป็นการช่วยลดความไม่แน่นอนของคำตอบได้

จากหลักการของวิธีมอนติคาร์โลจะเห็นได้ว่า การใช้เลขสุ่มเพื่อเป็นพื้นฐานในการหาคำตอบของปัญหาเป็นวิธีการที่จะนำไปสู่แนวคิดทางทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณโดยเฉพาะทฤษฎีความน่าจะเป็นที่จะนำไปสู่การอ้างอิงผลสรุปในสถานการณ์ของข้อมูลจริงเพราะไม่มีผลกระทบจากปัจจัยอื่น ๆ เข้ามาเกี่ยวข้อง ในการทดลองเมื่อกระทำซ้ำ ๆ กันเป็นจำนวนมากแล้ว ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์หาค่าต่าง ๆ ในแต่ละครั้งจะหมดไป (Counter Balance) มีความถูกต้องและแม่นยำมากขึ้น (มานพ วรารักษ์, 2548)

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ปวรศรั โกสิยรัตน์ (2547) ได้ศึกษาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างของมัธยฐานของตัวอย่างโดยไม่จำกัดการแจกแจง โดยทำการเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับผลต่างของมัธยฐานของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน มีวิธีการประมาณแบบช่วง 4 วิธี คือวิธีการประมาณค่าแบบแมน-วิทนีย์-วิลส์คอกสัน วิธีการประมาณค่าแบบแมน-วิทนีย์-วิลส์คอกสันโดยวิธีบูทสเตรป วิธีการประมาณค่าแบบแฮทแมนสเปอร์เจอร์และมูล วิธีการประมาณค่าแบบไฟล์และโบเนทท์ ซึ่งประชากรมีการแจกแจงปกติ การแจกแจงโคก้างสอง การแจกแจงล็อกปกติ การแจกแจงเลขชี้กำลัง และการแจกแจงไวบูลล์ โดยวิธีการประมาณค่าทั้ง 4 วิธี มีความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง ทั้งขนาดตัวอย่างเท่ากัน และขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าวิธีการประมาณค่าแบบแมน-วิทนีย์-วิลส์คอกสัน ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นใกล้เคียงกับค่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด จึงเป็นวิธีการประมาณค่าที่ดีที่สุด

คันสนีย์ คุ่มเกิด (2554) การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่มด้วยวิธี MOVER และทราบค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน โดยพิจารณาจากความน่าจะเป็นคุ่มรวม ในการศึกษาครั้งนี้ประชากรที่ศึกษามีการแจกแจงแกมมาเปรียบเทียบกับประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ในการศึกษาครั้งนี้กำหนดขนาดตัวอย่าง 2 กลุ่ม คือ ขนาดตัวอย่างเท่ากัน ($n=m$) และขนาดตัวอย่างแตกต่างกัน ($n>m$) โดยที่ขนาดตัวอย่างถูกแบ่งออกเป็น 3 ขนาด คือ ตัวอย่างขนาดเล็ก (10, 20) ตัวอย่างขนาดกลาง (50, 100) และตัวอย่างขนาดใหญ่ (200, 300) กำหนดอัตราส่วนสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น 10, 4, 2, 1, 0.50, 0.33, 0.20 และ 0.10 ในแต่ละสถานการณ์จำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลมีการทำซ้ำจำนวน 10,000 รอบ ผลการศึกษาพบว่าช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรด้วยวิธี MOVER เมื่อทราบค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน จะเหมาะสมต่อการแจกแจงแกมมา เมื่ออัตราส่วนของ

สัมประสิทธิ์การแปรผันมีค่า 10 และ 4 เนื่องจากความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่ามากกว่า 0.95 และช่วงความเชื่อมั่นวิธีนี้จะเหมาะสมกับประชากรที่มีการแจกแจงปกติในทุกกรณี

สอาด นิวิศพงศ์ (2559) ได้นำเสนอช่วงความเชื่อมั่นใหม่สำหรับผลต่างของค่าเฉลี่ย และอัตราส่วนของความแปรปรวนสำหรับการแจกแจงล็อกปกติ เมื่อทราบค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน นอกจากนี้ยังศึกษาขอบบนของ p-value ของผลต่างค่าเฉลี่ย และอัตราส่วนของค่าความแปรปรวนสำหรับการแจกแจงล็อกปกติ โดยช่วงความเชื่อมั่นที่นำเสนอมีความน่าจะเป็นคัมรวมเข้าใกล้ระดับความเชื่อมั่น และมีความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้น

กุลนิดา เหมะรักษ์ (2560) ได้เสนอช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างส่วนกลับของค่าเฉลี่ยประชากรปกติ เมื่อทราบค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันและปริภูมิพารามิเตอร์มีขอบเขต โดยช่วงความเชื่อมั่นที่ศึกษามี 3 ช่วงความเชื่อมั่น คือ ช่วงความเชื่อมั่นน้อยทั่วไป (Generalized Confidence Interval: GCI) ช่วงความเชื่อมั่นโดยใช้วิธี Method of Variance Estimates Recovery (MOVER) และช่วงความเชื่อมั่นแบบประมาณโดยวิธี Approximation Confidence Interval with Method of Variance Estimates Recovery (AMOVER) การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นดังกล่าวจะศึกษาภายใต้กรณีที่ปริภูมิพารามิเตอร์ไม่มีขอบเขตและมีขอบเขต สำหรับการหาช่วงความเชื่อมั่นภายใต้ปริภูมิพารามิเตอร์มีขอบเขตจะใช้หลักการหาช่วงความเชื่อมั่นร่วม (Intersection) ระหว่างปริภูมิพารามิเตอร์กับช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 3 วิธีดังกล่าว การวิจัยจะพิจารณาจากค่าความน่าจะเป็นคัมรวมและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ผลการศึกษาสรุปได้ดังนี้ สำหรับกรณีปริภูมิพารามิเตอร์ไม่มีขอบเขตและมีขอบเขตให้ผลที่ใกล้เคียงกัน กล่าวคือ เมื่อพิจารณาที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม ส่วนใหญ่ช่วงแบบ MOVER และ AMOVER ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความเชื่อมั่นที่กำหนดและเมื่อพิจารณาที่ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงแบบ MOVER และ AMOVER ให้ความยาวช่วงที่สั้นที่สุด

Padgett and Wei (1977) ได้มีการพัฒนาตัวประมาณของเบสของฟังก์ชันการแจกแจงล็อกปกติ โดยมีการแจกแจงก่อน (Prior Distribution) 2 การแจกแจง คือ normal prior สำหรับค่าเฉลี่ย และ gamma prior สำหรับการผกผันของพารามิเตอร์บ่งขนาด (Scale parameter) และมีการเปรียบเทียบตัวประมาณแบบเบสกับตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงที่มีความแปรปรวนต่ำที่สุด แสดงให้เห็นว่าตัวประมาณแบบเบสมีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อเทียบกับตัวประมาณอื่น ๆ

Zou et al. (2009) ได้เสนอวิธีการที่เรียกว่า " Method of Variance Estimates Recovery " (MOVER) ซึ่งวิธี MOVER ได้รับการออกแบบเพื่อนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ทั่วไป และเพื่อให้มีอัตราความครอบคลุมที่เพียงพอในขั้นตอนการประมาณที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่มีการ

แจกแจงล็อกปรกติ ข้อได้เปรียบของวิธี MOVER คือง่ายต่อการใช้งาน โดยมีความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับพื้นฐานทางสถิติเพียงเล็กน้อยเท่านั้น และเป็นวิธีที่ง่ายในการหลีกเลี่ยงการใช้งานของช่วงความเชื่อมั่นที่เหลื่อมล้ำกันระหว่างสองช่วงความเชื่อมั่นที่แยกกันต่างหาก

Harvey and Vander (2012) ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์สำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกปรกติ โดยวิธี MOVER สำหรับวิธีการประมาณของเบส์มีการแจกแจงก่อนคือ Jeffreys prior และ Jeffreys rule prior นำมาเปรียบเทียบและพิจารณาเพื่อความน่าจะเป็นคัมรวมที่ดีที่สุด และความยาวของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด จากผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ที่สร้างขึ้นมีความน่าจะเป็นคัมรวมเข้าใกล้ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด นอกจากนี้ยังได้ศึกษาการแจกแจงล็อกปรกติสองตัวแปร และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์สำหรับความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่มของการแจกแจงล็อกปรกติ

D' Cunha and Rao (2014a) ได้พัฒนาช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ (Bayesian Credible Interval) สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของการแจกแจงล็อกปรกติ และเปรียบเทียบกับช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด แสดงให้เห็นว่าภายใต้ภาวะปรกติอย่างอ่อนตัวประมาณแบบเบส์สำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกปรกติดังมีอยู่ และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์มีความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นกว่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นอื่น ๆ

D' Cunha and Rao (2014b) ได้ศึกษาตัวประมาณแบบเบส์และช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกปรกติ เปรียบเทียบความน่าจะเป็นคัมรวมและความยาวของช่วงความเชื่อมั่น ระหว่างช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์กับช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกปรกติ ซึ่งมีการแจกแจงก่อนคือ Right invariant prior และ Left invariant prior มีการกำหนดค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1, 1.5, 2 และ 2.5 กำหนดพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกปรกติเท่า 1000 กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20, 40, 60, 80, 100, 150 และ 200 จากผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์มีความน่าจะเป็นคัมรวมเข้าใกล้ระดับความเชื่อมั่น และมีความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นกว่า ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์มีประสิทธิภาพมากกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

D' Cunha and Rao (2016) ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์กับช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับค่ามัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ ซึ่งการประมาณของเบส์จะกำหนดการแจกแจงก่อน คือ Uniform prior, Right invariant prior, Left invariant prior และ Jeffreys rule prior ในงานวิจัยนี้จะกำหนดพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\log(1000)$ กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20, 40, 60, 80, 100, 150 และ 200 กำหนด

ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1, 1.5, 2 และ 2.5 โดยใช้ความน่าจะเป็นคัมรวมเข้าใกล้ และมีความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ จากผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์มีประสิทธิภาพมากกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เนื่องจากมีความน่าจะเป็นคัมรวมเข้าใกล้ระดับความเชื่อมั่น และมีความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นกว่า

Krishamoorthy and Hasan (2017) ได้ศึกษาปัญหาการประมาณอัตราส่วนของค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันของการแจกแจงล็อกปกติ และมีการนำเสนอช่วงความเชื่อมั่นในรูปแบบปิด ซึ่งขึ้นอยู่กับวิธี MOVER (Method of Variance Estimate Recovery) และอีกวิธีหนึ่งขึ้นอยู่กับวิธีการ fiducial จากผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าความน่าจะเป็นคัมรวมเข้าใกล้ระดับความเชื่อมั่น และมีความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้น สำหรับตัวอย่างขนาดเล็กถึงปานกลาง

Thangjai and Niwitpong (2017) ได้เสนอช่วงความเชื่อมั่นใหม่สำหรับสัมประสิทธิ์การแปรผันของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังแบบสองพารามิเตอร์ ได้เปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นโดยใช้วิธี adjusted method of variance estimates recovery method (adjusted MOVER) วิธีช่วงความเชื่อมั่นนัยทั่วไป (GCI) และวิธีตัวอย่างขนาดใหญ่พิจารณาประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นเหล่านี้จากค่าความน่าจะเป็นคัมรวมและความยาวเฉลี่ยของช่วง โดยการประมาณจะใช้เทคนิคการจำลองมอนติคาร์โล จากผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าควรพิจารณา GCI เป็นทางเลือกในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ CV แบบถ่วงน้ำหนักของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังแบบสองพารามิเตอร์ อย่างไรก็ตาม ช่วงความเชื่อมั่น adjusted MOVER สามารถใช้ในการประมาณค่า CV ถ่วงน้ำหนักเมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็นค่าบวก

บทที่ 3

วิธีการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปกติ ระหว่างช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์กับช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด โดยใช้วิธี MOVER (Method of Variance Estimates Recovery) และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นโดยพิจารณาค่าความน่าจะเป็นคัมรวม (Coverage Probability) และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (Expected Length) ซึ่งมีช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 5 วิธี ได้แก่

1. ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด
2. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior
3. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior
4. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior
5. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior

3.1 แผนการวิจัย

ในการศึกษาและเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้จำลองข้อมูลมาจากโปรแกรม R โดยมีการกำหนดค่าต่าง ๆ ไว้ดังนี้

3.3.1 กำหนดประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน

3.3.2 กำหนดให้ n_1 คือขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 คือขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2

ตัวอย่างขนาดเล็กคือ 40 60

ตัวอย่างขนาดใหญ่คือ 80 100 150 200

3.3.3 ระดับความเชื่อมั่น เท่ากับ 95%

3.3.4 กำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยประชากรสองกลุ่ม คือ

$$\mu_1 = \ln(1000)$$

$$\mu_2 = \ln(1000)$$

3.3.5 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของประชากรทั้งสองกลุ่ม คือ

$$CV = 0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.7 \ 1.5 \ 2 \text{ และ } 2.5$$

จากการแจกแจงล็อกปรกติ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ

$$CV = (\exp(\sigma^2) - 1)^{1/2} \quad \text{นั่นคือ} \quad \sigma^2 = \ln(CV^2 + 1)$$

CV	σ^2
0.1	0.0100
0.3	0.0862
0.5	0.2231
0.7	0.3988
1	0.6931
1.5	1.1787
2	1.6094
2.5	1.9810

3.3.6 ทำการจำลองทั้งหมด 10,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด

3.2 เกณฑ์ในการเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่น

เกณฑ์การวัดประสิทธิภาพของค่าความน่าจะเป็นคัมรวม (Coverage Probability: CP) ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (Expected Length: EL) จะพิจารณาวิธีการประมาณที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมใกล้เคียงกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด และวิธีที่ให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุดจะถือว่าวิธีนี้เป็นวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรที่ดีที่สุดสำหรับสถานการณ์ โดยคำนวณค่าความน่าจะเป็นคัมรวมและความยาวโดยเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสามารถหาได้ดังนี้

3.2.1 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม (Coverage Probability: CP)

ความน่าจะเป็นคัมรวม คือความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นหรือขอบเขตความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ โดยที่พารามิเตอร์ผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติคือ $(e^{\mu_1} - e^{\mu_2})$ ซึ่งจะพิจารณาจากข้อมูลการทำซ้ำหลาย ๆ รอบ เมื่อกำหนดให้ $I_i(e^{\mu_1} - e^{\mu_2})$ แทนค่าครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นในการทำซ้ำรอบที่ i ของพารามิเตอร์ $(e^{\mu_1} - e^{\mu_2})$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบฟังก์ชันได้ ดังนี้

$$I_i(e^{\mu_1} - e^{\mu_2}) = \begin{cases} 1 & ; L_i \leq e^{\mu_1} - e^{\mu_2} \leq U_i \\ 0 & ; e^{\mu_1} - e^{\mu_2} < L_i \text{ หรือ } e^{\mu_1} - e^{\mu_2} > U_i \end{cases}$$

เมื่อ i มีค่าตั้งแต่ $1, 2, \dots, M$

M คือจำนวนรอบการทำซ้ำ ในงานวิจัยนี้ใช้ 10,000 รอบ

L_i คือค่าขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ $e^{\mu_1} - e^{\mu_2}$ ในการทำซ้ำรอบที่ i

U_i คือค่าขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ $e^{\mu_1} - e^{\mu_2}$ ในการทำซ้ำรอบที่ i

$I_i(e^{\mu_1} - e^{\mu_2})$ มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ $e^{\mu_1} - e^{\mu_2}$ ตกอยู่ภายในช่วงความเชื่อมั่น (L_i, U_i) ที่ประมาณขึ้นในรอบที่ i และ $I_i(e^{\mu_1} - e^{\mu_2})$ มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อ $e^{\mu_1} - e^{\mu_2}$ ตกอยู่นอกช่วงความเชื่อมั่น (L_i, U_i) ที่ประมาณขึ้นในรอบที่ i

การคำนวณความน่าจะเป็นคัมรวมสามารถทำได้จากผลรวมของจำนวนรอบทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $e^{\mu_1} - e^{\mu_2}$ ทหารด้วยจำนวนรอบของการทำซ้ำ ซึ่งจำนวนรอบของการทำซ้ำเท่ากับจำนวนช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด โดยที่จำนวนรอบที่ทำซ้ำที่ใช้ในงานวิจัยนี้เท่ากับ 10,000 รอบ นั่นคือ

$$\widehat{CP} = \frac{\sum_{i=1}^{10,000} I_i(e^{\mu_1} - e^{\mu_2})}{10,000} \quad (3.1)$$

เมื่อ $\sum_{i=1}^{10,000} I_i(e^{\mu_1} - e^{\mu_2})$ คือผลรวมของจำนวนรอบที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์

การทดสอบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นโดยพิจารณาจากค่าความน่าจะเป็นคัมรวม เป็นการทดสอบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จะมีค่าความน่าจะเป็นคัมรวม เท่ากับค่าที่คาดคะเนไว้หรือไม่ จะใช้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนประชากรกลุ่มเดียว โดยใช้ตัวสถิติทดสอบ Z มาใช้ในการพิจารณาดังกล่าว ซึ่งการทดสอบสัดส่วนของประชากรกลุ่มเดียว เป็นการทดสอบเมื่อต้องการทราบว่า สัดส่วนของประชากร เท่ากับสัดส่วนที่คาดคะเนไว้หรือไม่ โดยการศึกษาจากสัดส่วนของกลุ่มตัวอย่าง

การทดสอบสมมติฐาน

$H_0 : CP \geq CP_0$ (ความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่าไม่น้อยกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด)

$H_1 : CP < CP_0$ (ความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่าน้อยกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด)

ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ $Z = \frac{\widehat{CP} - CP_0}{\sqrt{CP_0 Q_0 / M}}$ เมื่อกำหนดให้ $Q_0 = 1 - CP_0$

บริเวณวิกฤติ ในการทดสอบ คือ $Z < -Z_\alpha$

ดังนั้น จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อ

$$Z < -Z_\alpha \text{ หรือ } \frac{\widehat{CP} - CP_0}{\sqrt{CP_0 Q_0 / M}} < -Z_\alpha \text{ หรือ } \widehat{CP} < CP_0 - Z_\alpha \sqrt{\frac{CP_0 Q_0}{M}}$$

นั่นคือ จะไม่ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0

$$Z \geq -Z_\alpha \text{ หรือ } \frac{\widehat{CP} - CP_0}{\sqrt{CP_0 Q_0 / M}} \geq -Z_\alpha \text{ หรือ } \widehat{CP} \geq CP_0 - Z_\alpha \sqrt{\frac{CP_0 Q_0}{M}}$$

โดยที่ CP คือ ความน่าจะเป็นคัมรวม

CP_0 คือ ความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนด

$\widehat{CP}$ คือ ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่ได้จากการทดลอง

M คือ จำนวนรอบของการทำซ้ำทั้งหมด

α คือ ระดับนัยสำคัญที่กำหนด ในที่นี้กำหนดให้ $\alpha = 0.05$

ดังนั้น เมื่อคำนวณค่าต่าง ๆ แล้ว จะได้ว่าการทดสอบสมมติฐาน เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

$H_0 : CP \geq 0.95$ (ความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่าไม่น้อยกว่า 0.95)

$H_1 : CP < 0.95$ (ความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่าน้อยกว่า 0.95)

นั่นคือ จะไม่ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อ

$$\widehat{CP} \geq 0.95 - (1.645) \sqrt{\frac{(0.95)(0.05)}{10,000}} \approx 0.9464$$

กล่าวคือ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จะมีประสิทธิภาพ ก็ต่อเมื่อ ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464

3.2.2 ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (Expected Length: EL)

ค่าความยาวของช่วงความเชื่อมั่น โดยคำนวณได้จากผลต่างระหว่างค่าขอบเขตบนและค่าขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น $Len_i(e^{\mu_1} - e^{\mu_2})$ แทนค่าความยาวของช่วงความเชื่อมั่นในการทำซ้ำรอบที่ i ของพารามิเตอร์ $e^{\mu_1} - e^{\mu_2}$ สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$Len_i(e^{\mu_1} - e^{\mu_2}) = U_i - L_i$$

ในงานวิจัยนี้มีการทำซ้ำทั้งหมด 10,000 รอบ ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สามารถคำนวณได้โดยการหาผลรวมของความยาวของช่วงความเชื่อมั่นของจำนวนรอบที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $e^{\mu_1} - e^{\mu_2}$ หารด้วยจำนวนรอบของการทำซ้ำทั้งหมด และสามารถเขียนเป็นสูตรได้ ดังนี้

$$EL = \frac{\sum_{i=1}^{10,000} Len_i(e^{\mu_1} - e^{\mu_2})}{10,000} \quad (3.2)$$

ดังนั้น วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนด ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% จะถือว่าช่วงความเชื่อมั่นนั้นมีประสิทธิภาพ จากนั้น นำวิธีที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่ไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดไปทำการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของความเชื่อมั่น และหากวิธีใดให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด จะถือว่าวิธีการประมาณแบบช่วงนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุดสำหรับสถานการณ์นั้น

3.3 ขั้นตอนการวิจัย

3.3.1 กำหนดค่าพารามิเตอร์ ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน จากนั้นสร้างตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงปกติ และแปลงให้มีการแจกแจงล็อกปกติ โดยใช้โปรแกรม R ในการจำลองข้อมูล

3.3.2 นำตัวอย่างสุ่มที่ได้มาคำนวณค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน

3.3.3 คำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นของค่ามัธยฐานสำหรับประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปกติ ทั้งช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุดและช่วงความเชื่อมั่นแบบเบสส์

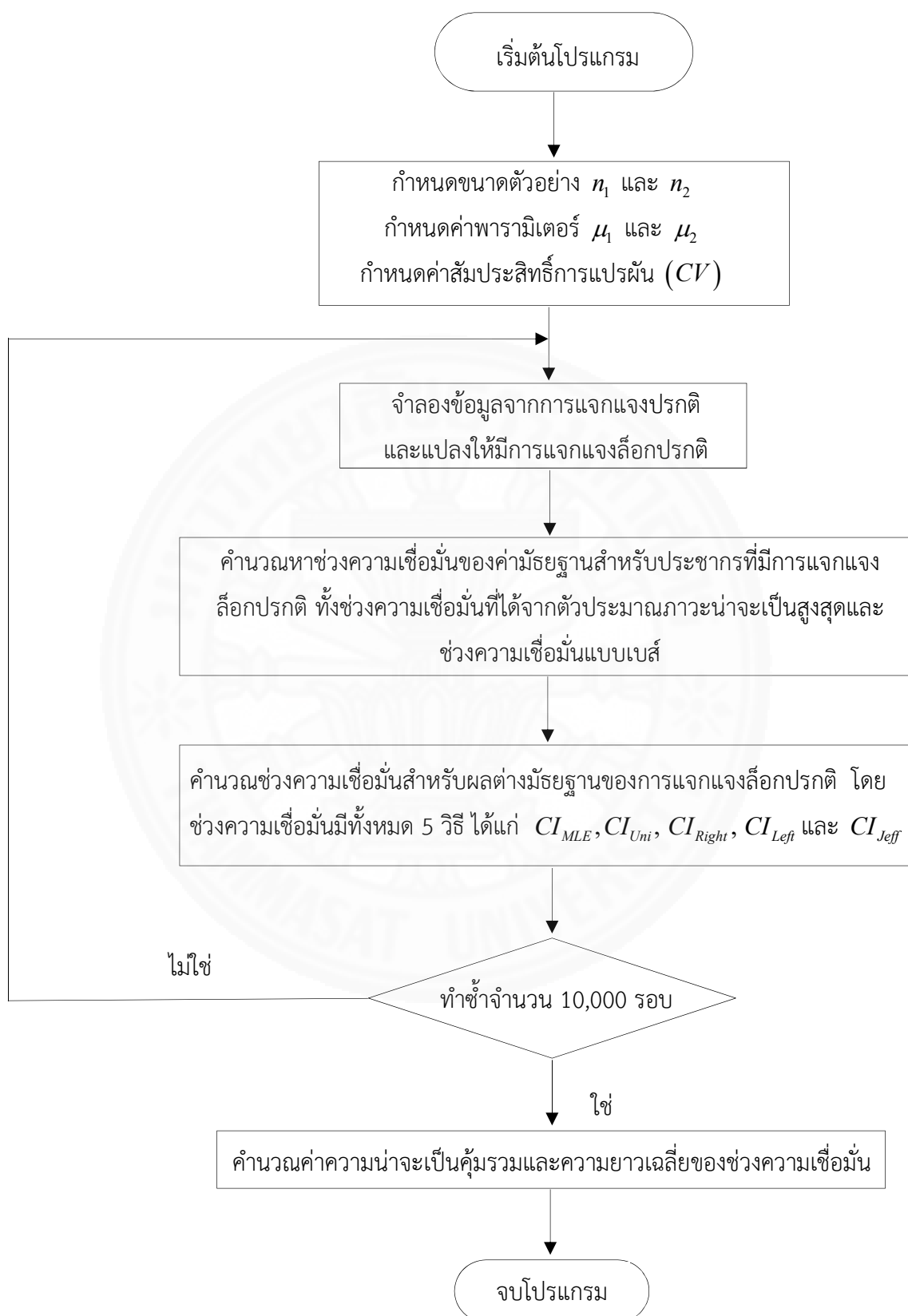
3.3.4 คำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานสำหรับประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปกติ โดยช่วงความเชื่อมั่นมีทั้งหมด 5 วิธี ได้แก่ CI_{MLE} , CI_{Uni} , CI_{Right} , CI_{Left} และ CI_{Jeff}

3.3.5 คำนวณค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้ ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 3.1

3.3.6 คำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้ ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 3.2 ถ้าช่วงความเชื่อมั่นใดให้ค่าประมาณความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด แสดงว่าช่วงความเชื่อมั่นนั้นมีประสิทธิภาพสูงที่สุด

3.3.7 เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นคัมรวม และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้ ทั้งช่วงความเชื่อมั่นแบบเบสส์และช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุด

3.3.8 สรุปผลการวิจัย



ภาพที่ 3.1 แผนผังสำหรับขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ได้เสนอช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อก-ปรกติ โดยใช้วิธี MOVER และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นโดยพิจารณา ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ซึ่งมีช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 5 วิธี ได้แก่ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวจะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อ กำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior, Right invariant prior, Left invariant prior และ Jeffreys rule prior

4.1 การเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ สำหรับ สถานการณ์จำลองต่าง ๆ

ในส่วนนี้จะแสดงผลของงานวิจัยในรูปแบบตาราง โดยกำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ไว้ ดังต่อไปนี้

CI_{MLE} หมายถึง ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวจะน่าจะเป็นสูงสุด โดยวิธี MOVER สำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ

CI_{Uni} หมายถึง ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior โดยวิธี MOVER สำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ

CI_{Right} หมายถึง ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior โดยวิธี MOVER สำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ

CI_{Left} หมายถึง ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior โดยวิธี MOVER สำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ

CI_{Jeff} หมายถึง ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior โดยวิธี MOVER สำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ

$CP_{MLE}, CP_{Uni}, CP_{Right}, CP_{Left}$ และ CP_{Jeff} หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่น $CI_{MLE}, CI_{Uni}, CI_{Right}, CI_{Left}$ และ CI_{Jeff} ตามลำดับ

$EL_{MLE}, EL_{Uni}, EL_{Right}, EL_{Left}$ และ EL_{Jeff} หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น $CI_{MLE}, CI_{Uni}, CI_{Right}, CI_{Left}$ และ CI_{Jeff} ตามลำดับ

ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่มากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464 และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด วิธีใดที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่ไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดและให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด จะถือว่าวิธีการประมาณแบบช่วงนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุดสำหรับสถานการณ์นั้น

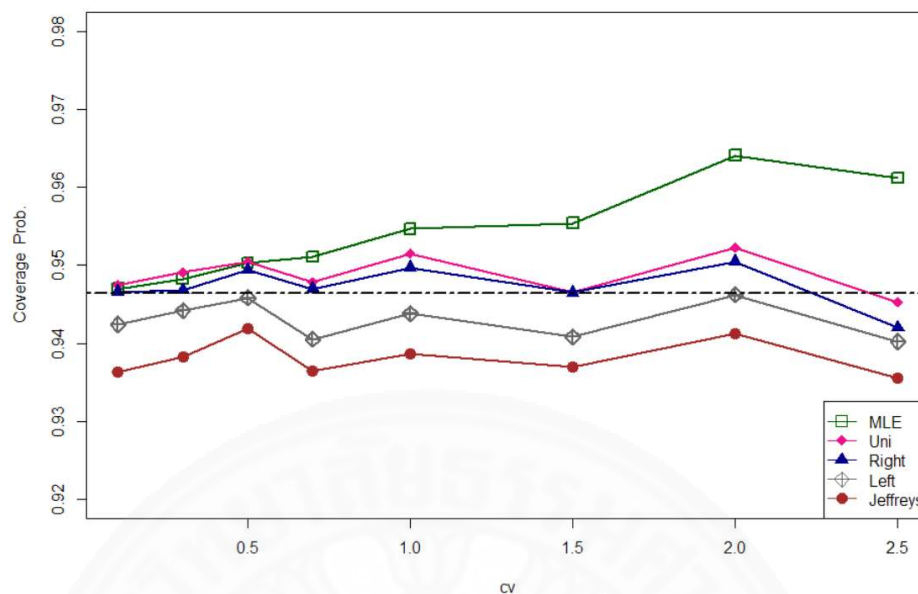
โดยทำการจำลองมอนติคาร์โล ซึ่งในการศึกษาและเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ได้จำลองข้อมูลมาจากโปรแกรม R โดยมีการกำหนดค่าต่าง ๆ ไว้ดังนี้ กำหนดให้ข้อมูลมีจากการแจกแจงปกติ และแปลงให้มีการแจกแจงล็อกปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยประชากรสองกลุ่มคือ $\mu_1 = \ln(1000)$ และ $\mu_2 = \ln(1000)$ กำหนดขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างสองกลุ่มเท่ากันและขนาดตัวอย่างสองกลุ่มไม่เท่ากัน หรือ $n_1 = n_2$, $n_1 < n_2$ และ $n_1 > n_2$ มีดังนี้ $(n_1 = 40, n_2 = 40)$ $(n_1 = 60, n_2 = 60)$ $(n_1 = 80, n_2 = 80)$ $(n_1 = 100, n_2 = 100)$ $(n_1 = 150, n_2 = 150)$ $(n_1 = 200, n_2 = 200)$ $(n_1 = 40, n_2 = 60)$ $(n_1 = 60, n_2 = 80)$ $(n_1 = 80, n_2 = 100)$ $(n_1 = 100, n_2 = 150)$ $(n_1 = 150, n_2 = 200)$ $(n_1 = 60, n_2 = 40)$ $(n_1 = 80, n_2 = 60)$ $(n_1 = 100, n_2 = 80)$ $(n_1 = 150, n_2 = 100)$ และ $(n_1 = 200, n_2 = 150)$ กำหนดระดับความเชื่อมั่น 95% และกำหนดค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันคือ $CV = 0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.7 \ 1.5 \ 2$ และ 2.5 จากการแจกแจงล็อกปกติ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ $CV = (\exp(\sigma^2) - 1)^{1/2}$ นั่นคือ $\sigma^2 = \ln(CV^2 + 1)$ ทำการจำลองทั้งหมด 10,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด

4.1.1 การเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจง- ล็อกปกติ สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างสองกลุ่มเท่ากัน

ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างสองกลุ่มเท่ากัน ($n_1 = n_2$) แสดงดังภาพที่ 4.1 – 4.6 และตารางที่ 4.1 – 4.6 โดยที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จะมีประสิทธิภาพ ก็ต่อเมื่อ ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464 และช่วงความเชื่อมั่นใดให้ค่าประมาณความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด แสดงว่าช่วงความเชื่อมั่นนั้นมีประสิทธิภาพสูงที่สุด

จากภาพที่ 4.1 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 40, n_2 = 40$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior ในขณะที่ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมน้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี (ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.1 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 40, n_2 = 40$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior



ภาพที่ 4.1 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 40, n_2 = 40$

ตารางที่ 4.1 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 40, n_2 = 40$

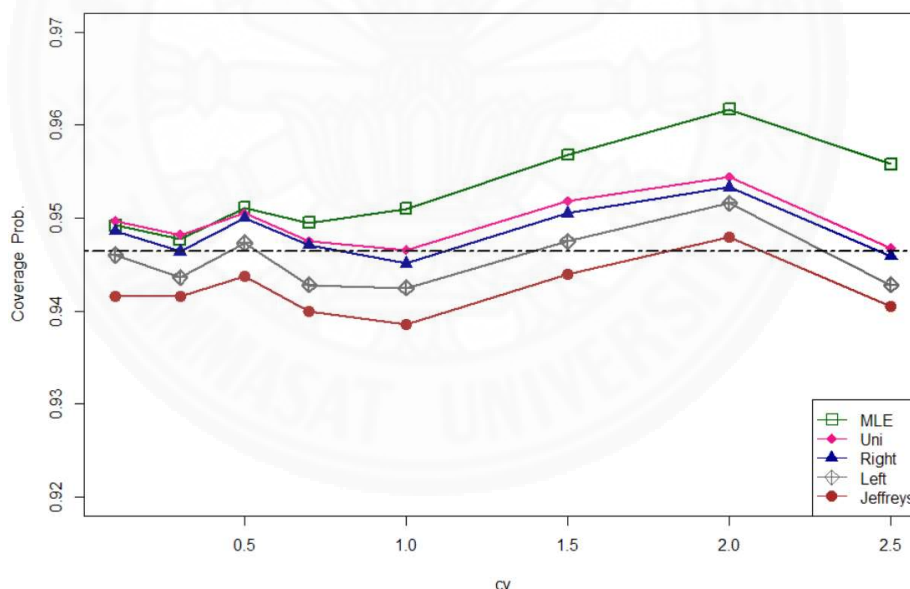
n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
40, 40	0.1	87.177	87.588	87.037*	-	-
	0.3	256.722	258.377	256.718*	-	-
	0.5	415.116*	419.142	416.525	-	-
	0.7	557.373*	565.052	570.290	-	-
	1	739.331*	754.567	749.719	-	-
	1.5	971.032*	987.877	995.229	-	-
	2	1143.928*	1191.735	1183.737	-	-
	2.5	1273.586*	1337.529	-	-	-

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.2 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณี $n_1 = 60, n_2 = 60$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุด และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ตามลำดับ (ค่าความจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.2 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 60, n_2 = 60$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior



ภาพที่ 4.2 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 60, n_2 = 60$

ตารางที่ 4.2 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 60, n_2 = 60$

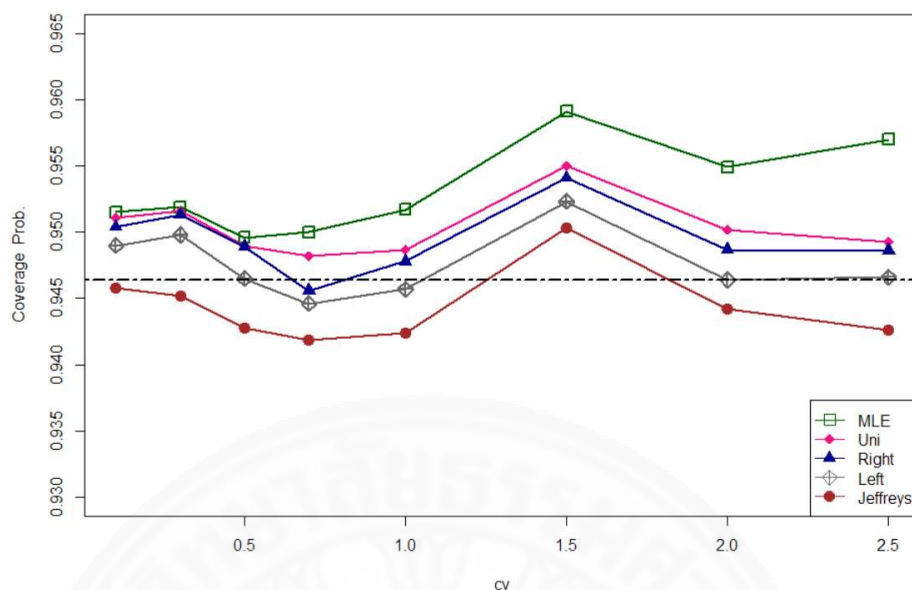
n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
60, 60	0.1	71.218	71.436	71.143*	-	-
	0.3	209.862	210.758	209.264*	-	-
	0.5	338.762	340.956	339.506	335.205*	-
	0.7	453.510*	457.627	455.722	-	-
	1	598.567*	606.752	-	-	-
	1.5	788.023*	804.621	801.071	790.676	-
	2	923.298	948.796	944.554	932.125	920.106*
	2.5	1031.687*	1061.707	-	-	-

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.3 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 80, n_2 = 80$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior (ค่าความจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.3 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 80, n_2 = 80$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด



ภาพที่ 4.3 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 80, n_2 = 80$

ตารางที่ 4.3 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 80, n_2 = 80$

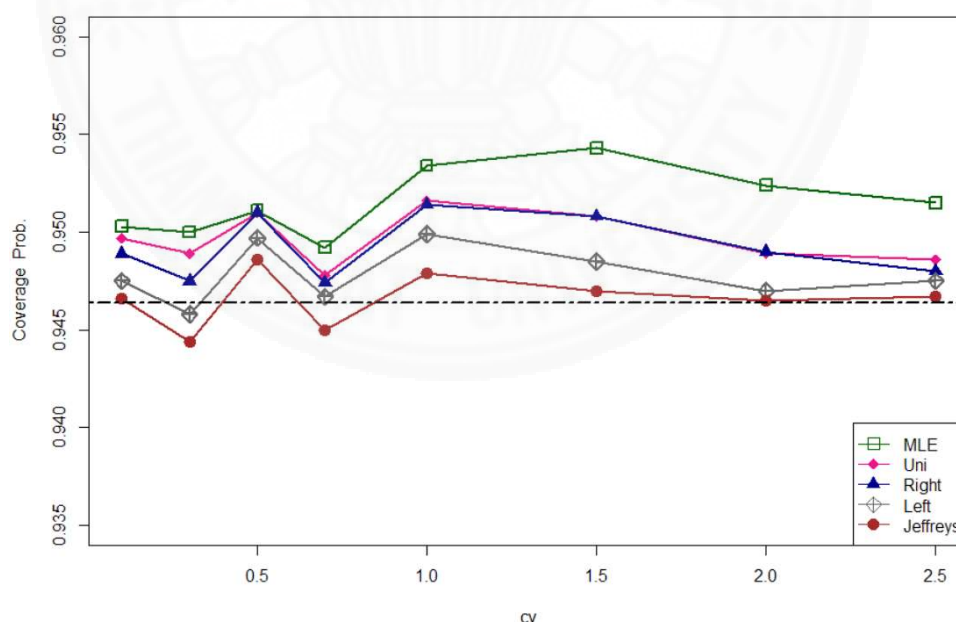
n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
80, 80	0.1	61.770	61.914	61.709	61.138*	-
	0.3	181.888	182.462	181.848	180.169*	-
	0.5	292.985	294.338	293.415	289.592*	-
	0.7	391.713*	394.360	393.785	-	-
	1	518.804*	524.031	522.365	-	-
	1.5	679.496	690.131	687.873	681.275	674.336*
	2	796.355	812.658	810.001	795.779*	-
	2.5	886.445	908.302	905.249	884.249*	-

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.4 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่ม เป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 100, n_2 = 100$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณ ภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ตามลำดับ (ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.4 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของ ประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 100, n_2 = 100$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนด รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior



ภาพที่ 4.4 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณีที่ $n_1 = 100, n_2 = 100$

ตารางที่ 4.4 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 100, n_2 = 100$

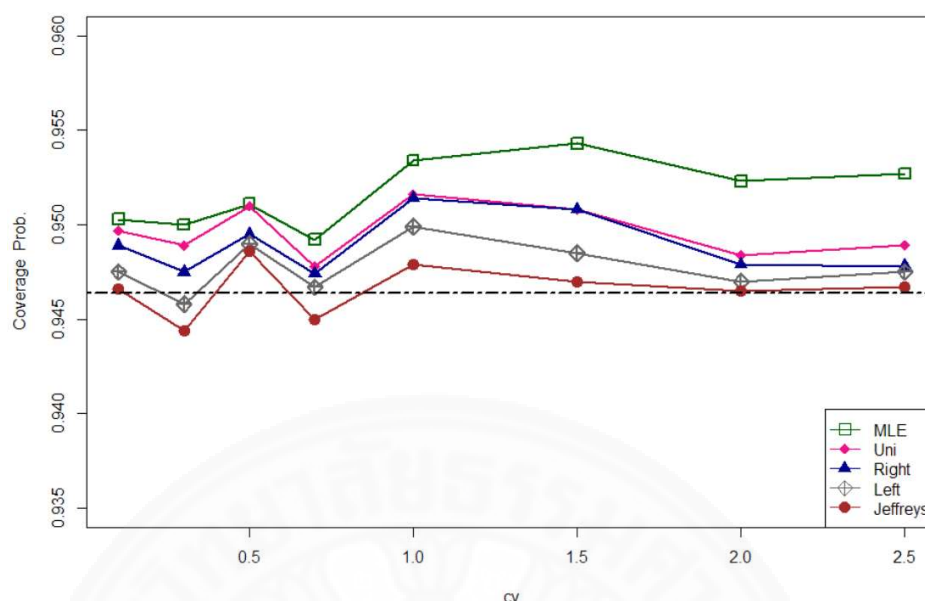
n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
100, 100	0.1	55.211	55.305	55.161*	-	-
	0.3	162.610	163.013	162.585*	-	-
	0.5	262.034	263.019	262.327	260.387	258.070*
	0.7	351.043	352.908	351.997	349.327	346.212*
	1	463.311	467.015	465.811	462.194	459.871*
	1.5	606.127	613.571	612.055	607.335	601.951*
	2	710.343	721.800	720.124	709.252*	-
	2.5	805.021	807.141	805.110	798.478*	-

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.5 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณี $n_1 = 150, n_2 = 150$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี (ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.5 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณี $n_1 = 150, n_2 = 150$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior



ภาพที่ 4.5 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 150, n_2 = 150$

ตารางที่ 4.5 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 150, n_2 = 150$

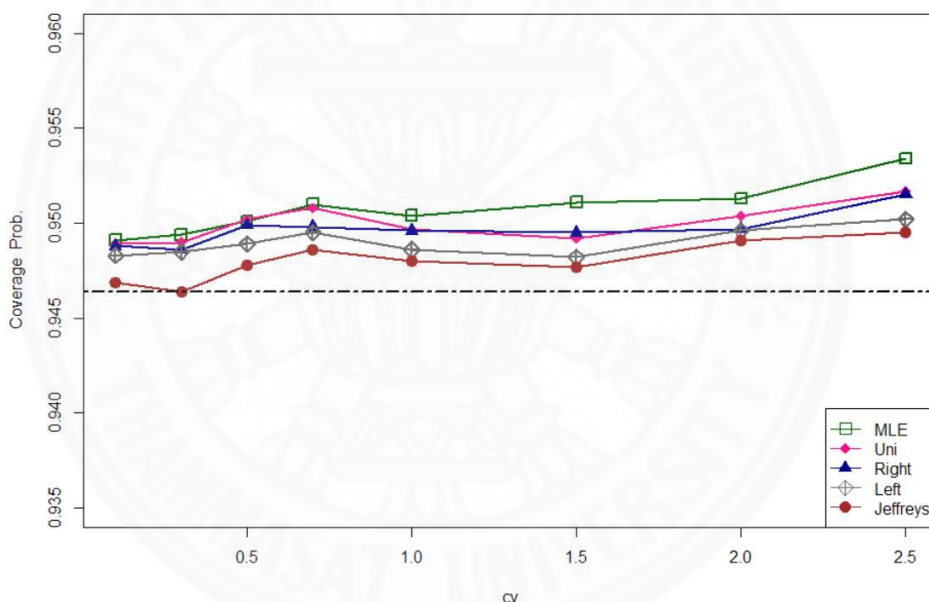
n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
150, 150	0.1	45.101	45.143	45.076	44.848	44.506*
	0.3	132.779	132.982	132.742	132.085*	-
	0.5	213.927	214.414	214.076	212.943	211.466*
	0.7	286.275	287.249	286.745	285.304*	-
	1	377.818	379.765	379.141	377.222	374.344*
	1.5	493.855	497.809	496.985	494.489	490.934*
	2	578.647	584.830	583.797	580.822	575.547*
	2.5	645.898	651.203	650.110	646.728	644.516*

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.6 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่ม เป็นอิสระกัน ในกรณี $n_1 = 200, n_2 = 200$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี (ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.6 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณี $n_1 = 200, n_2 = 200$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี



ภาพที่ 4.6 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 200, n_2 = 200$

ตารางที่ 4.6 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 200, n_2 = 200$

n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
200, 200	0.1	39.064	39.088	39.040	38.896	38.655*
	0.3	114.982	115.103	114.951	114.529	113.992*
	0.5	185.188	185.499	185.259	184.567	183.349*
	0.7	247.595	248.200	247.861	246.940	245.362*
	1	326.841	328.027	327.668	326.567	325.689*
	1.5	427.289	429.851	429.313	427.652	424.903*
	2	500.004	503.900	503.331	501.388	500.001*
	2.5	555.181	560.395	559.873	557.650	553.800*

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

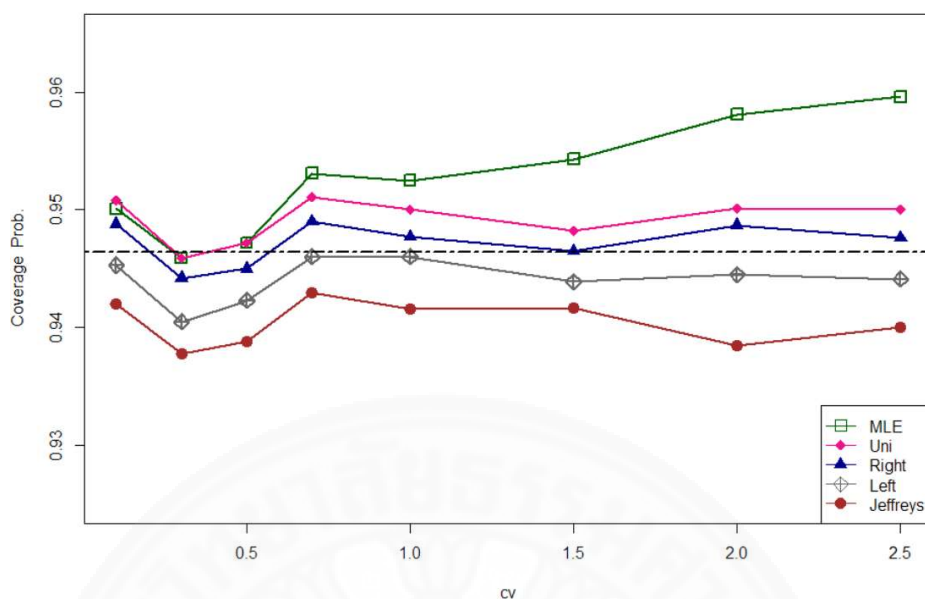
“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

4.1.2 การเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจง- ล็อกปกติ สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 น้อยกว่าขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2

ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 น้อยกว่าขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2 ($n_1 < n_2$) แสดงดังภาพที่ 4.7 – 4.11 และตารางที่ 4.7 – 4.11 โดยที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จะมีประสิทธิภาพ ก็ต่อเมื่อ ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464 และช่วงความเชื่อมั่นใดให้ค่าประมาณความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด แสดงว่าช่วงความเชื่อมั่นนั้นมีประสิทธิภาพสูงที่สุด

จากตารางที่ 4.7 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 40, n_2 = 60$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมา คือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior ตามลำดับ ในขณะที่ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี (ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมจะสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.7 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 40, n_2 = 60$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี



ภาพที่ 4.7 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 40, n_2 = 60$

ตารางที่ 4.7 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 40, n_2 = 60$

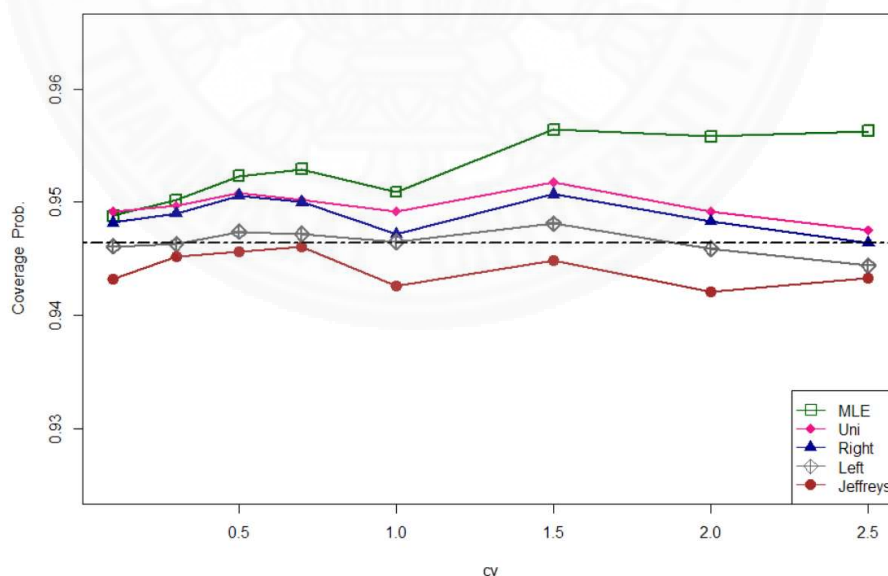
n_1, n_2	ค่า สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
40, 60	0.1	79.576*	79.899	79.992	-	-
	0.3	234.336*	235.836	-	-	-
	0.5	378.152*	381.264	-	-	-
	0.7	507.501*	513.442	509.534	-	-
	1	671.382*	683.180	677.762	-	-
	1.5	882.211*	906.040	898.699	-	-
	2	1035.517*	1072.036	1063.415	-	-
	2.5	1160.974*	1210.105	1200.189	-	-

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.8 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่ม เป็นอิสระกัน ในกรณี $n_1 = 60, n_2 = 80$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณ ภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมา คือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior และช่วงความ เชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ตามลำดับ ในขณะที่ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมน้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี (ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมสามารถดู ได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.8 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของ ประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณี $n_1 = 60, n_2 = 80$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่น แบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดใน เกือบทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและช่วงความ เชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior



ภาพที่ 4.8 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 60, n_2 = 80$

ตารางที่ 4.8 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 60, n_2 = 80$

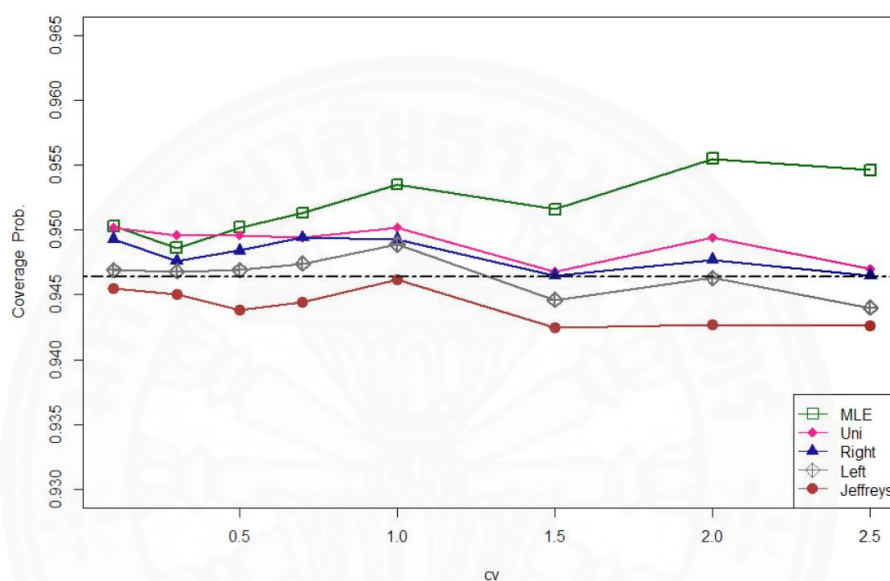
n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
60, 80	0.1	66.717	66.900	66.580*	-	-
	0.3	196.270	197.009	196.069*	-	-
	0.5	316.128	317.828	316.378	131.127*	-
	0.7	423.473	426.870	425.189	420.835*	-
	1	559.659	566.347	563.581	558.723*	-
	1.5	733.879	747.383	743.649	736.006*	-
	2	863.776*	884.725	880.124	-	-
	2.5	962.147*	990.237	-	-	-

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.9 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 80, n_2 = 100$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ในขณะที่ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมน้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี (ค่าความจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.9 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 80, n_2 = 100$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนด รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด



ภาพที่ 4.9 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 80, n_2 = 100$

ตารางที่ 4.9 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 80, n_2 = 100$

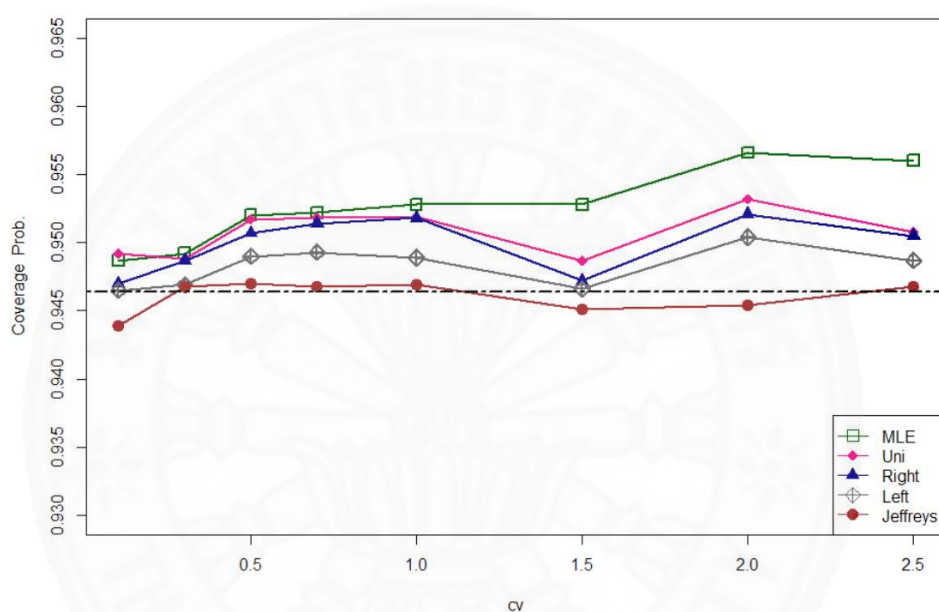
n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
80, 100	0.1	58.587	58.705	58.496	58.035*	-
	0.3	172.471	172.947	172.332	171.002*	-
	0.5	277.862	279.040	278.079	275.875*	-
	0.7	371.526	373.773	372.440	369.494*	-
	1	491.208	495.681	493.842	490.002*	-
	1.5	643.525*	652.466	650.236	-	-
	2	754.543*	768.474	765.601	-	-
	2.5	838.960	857.656	835.582*	-	-

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.10 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 100, n_2 = 150$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือ และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior (ค่าความจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.10 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 100$, $n_2 = 150$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior



ภาพที่ 4.10 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 100$, $n_2 = 150$

ตารางที่ 4.10 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 100, n_2 = 150$

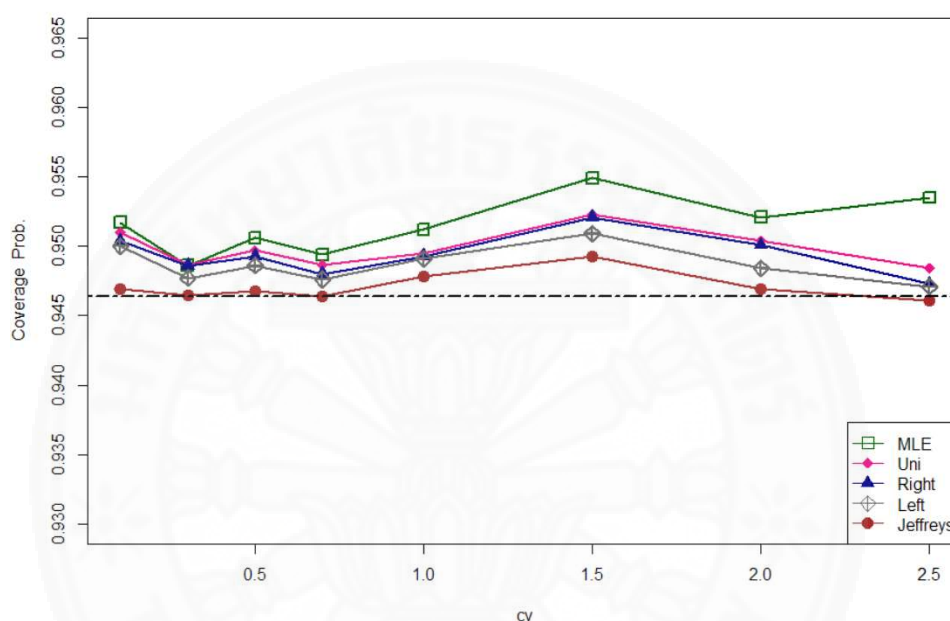
n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
100, 150	0.1	50.439	50.506	50.365	50.069*	-
	0.3	148.347	148.633	148.192	147.360	146.727*
	0.5	239.227	239.963	239.219	237.882	235.890*
	0.7	319.820	321.237	320.237	318.426	315.858*
	1	423.025	425.843	424.529	422.074	418.643*
	1.5	552.657	656.972	556.674	552.483*	-
	2	648.075	656.973	654.972	651.212	648.347*
	2.5	718.685	730.546	728.254	724.094	717.901*

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.11 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 150, n_2 = 200$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior (ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.11 ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 150, n_2 = 200$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี



ภาพที่ 4.11 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณีที่ $n_1 = 150, n_2 = 200$

ตารางที่ 4.11 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 150, n_2 = 200$

n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
150, 200	0.1	42.211	42.245	42.161	41.993	40.572*
	0.3	124.206	124.357	124.115	123.582	123.225*
	0.5	200.017	200.425	200.049	199.229	198.654*
	0.7	267.961	268.740	268.238	267.143	266.895*
	1	352.878	354.485	353.780	352.359	349.917*
	1.5	461.361	464.609	463.728	461.859	458.625*
	2	540.068	545.208	544.153	541.817	538.092*
	2.5	599.560	606.392	605.111	598.688*	-

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

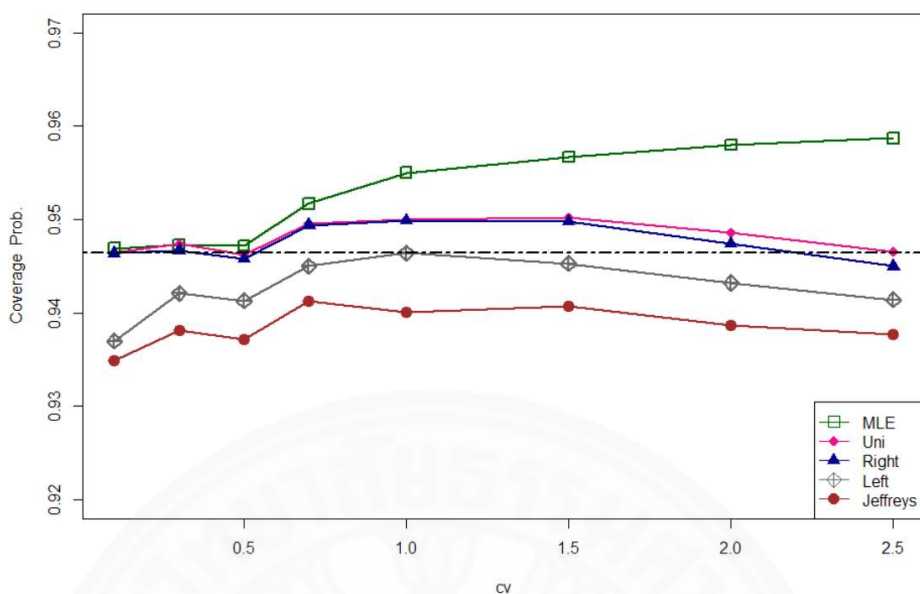
“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

4.1.3 การเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจง- ล็อกปกติ สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มากกว่าขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2

ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มากกว่าขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2 ($n_1 > n_2$) แสดงดังภาพที่ 4.12 – 4.16 และตารางที่ 4.12 – 4.16 โดยที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จะมีประสิทธิภาพ ก็ต่อเมื่อ ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464 และช่วงความเชื่อมั่นใดให้ค่าประมาณความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด แสดงว่าช่วงความเชื่อมั่นนั้นมีประสิทธิภาพสูงที่สุด

จากภาพที่ 4.12 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 60, n_2 = 40$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมา คือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี (ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.12 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 60, n_2 = 40$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี



ภาพที่ 4.12 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 60, n_2 = 40$

ตารางที่ 4.12 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 60, n_2 = 40$

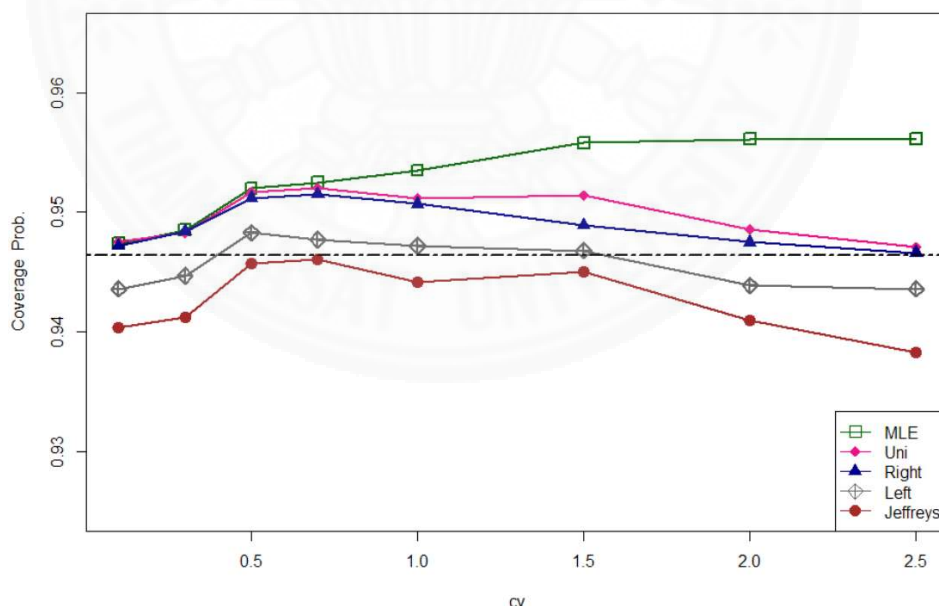
n_1, n_2	ค่า สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
60, 40	0.1	79.489*	79.821	79.542	-	-
	0.3	234.634*	235.947	235.157	-	-
	0.5	378.300*	381.402	-	-	-
	0.7	507.446*	513.389	511.733	-	-
	1	671.196	683.009	680.525	667.764*	-
	1.5	882.434*	906.210	903.022	-	-
	2	1038.382*	1075.106	1071.082	-	-
	2.5	115.576*	1205.446	-	-	-

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.13 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณี $n_1 = 80, n_2 = 60$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ในขณะที่ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมน้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี (ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.13 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณี $n_1 = 80, n_2 = 60$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด



ภาพที่ 4.13 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 80, n_2 = 60$

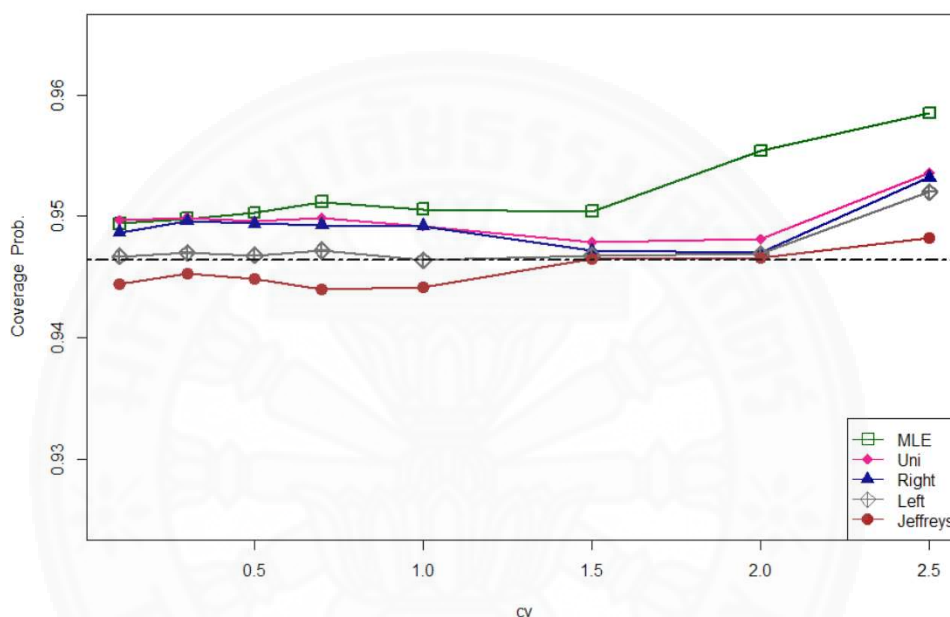
ตารางที่ 4.13 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 80, n_2 = 60$

n_1, n_2	ค่า	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน					
80, 60	0.1	66.687*	66.864	66.694	-	-
	0.3	196.265*	196.994	196.452	-	-
	0.5	316.395	318.151	317.290	313.429*	-
	0.7	423.916	427.331	426.186	420.821*	-
	1	559.628	566.286	564.761	557.777*	-
	1.5	734.499	748.022	745.946	733.550*	-
	2	861.568*	882.406	880.026	-	-
	2.5	962.726*	990.817	988.040	-	-

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด
 “ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.14 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 100, n_2 = 80$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior (ค่าความจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.14 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 100, n_2 = 80$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยมีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดรองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior



ภาพที่ 4.14 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 100, n_2 = 80$

ตารางที่ 4.14 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 100, n_2 = 80$

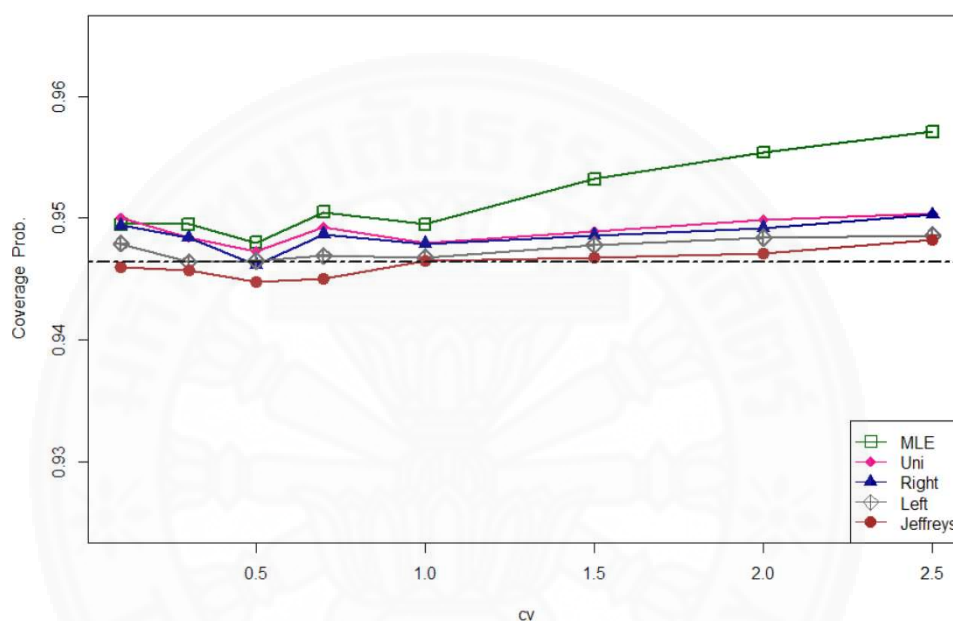
n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
100, 80	0.1	58.578	58.689	58.564	58.025*	-
	0.3	172.367	172.845	172.459	170.890*	-
	0.5	277.901	279.052	278.451	275.882*	-
	0.7	371.660	373.901	373.039	369.600*	-
	1	495.944	496.479	495.313	494.824*	-
	1.5	643.770	652.778	651.331	649.105	648.826*
	2	754.850	768.834	766.974	759.766	752.194*
	2.5	837.341	855.854	853.951	837.251	836.790*

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.15 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 150, n_2 = 100$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior (ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.15 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 150, n_2 = 100$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนด



ภาพที่ 4.15 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณีที่ $n_1 = 150, n_2 = 100$

ตารางที่ 4.15 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 150, n_2 = 100$

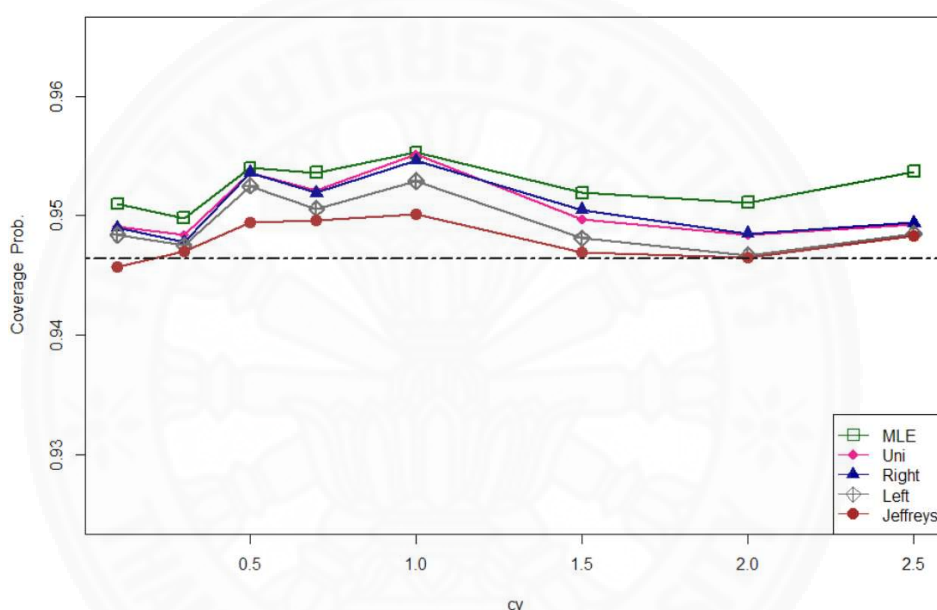
n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
150, 100	0.1	50.424	50.490	50.428	50.060*	-
	0.3	148.496	148.803	148.590	147.504*	-
	0.5	239.327	240.077	239.447	237.625	-
	0.7	319.683	321.137	320.699	318.289*	-
	1	552.981	426.324	425.717	422.984	420.010*
	1.5	552.718	558.504	557.681	552.823	551.452*
	2	647.648	656.511	655.620	650.686	645.378*
	2.5	719.596	731.542	730.557	724.979	721.714*

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จากภาพที่ 4.16 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 200, n_2 = 150$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี (ค่าความจะเป็นคัมรวมสามารถดูได้ในภาคผนวก ข)

จากตารางที่ 4.16 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มเป็นอิสระกัน ในกรณีที่ $n_1 = 200$, $n_2 = 150$ แสดงให้เห็นว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 0.1



ภาพที่ 4.16 ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี ในกรณี $n_1 = 200$, $n_2 = 150$

ตารางที่ 4.16 ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 = 200, n_2 = 150$

n_1, n_2	ค่า					
	สัมประสิทธิ์ การแปรผัน	EL_{MLE}	EL_{Uni}	EL_{Right}	EL_{Left}	EL_{Jeff}
200, 150	0.1	42.198	42.234	42.193	41.987*	-
	0.3	124.259	124.419	124.289	123.666	123.301*
	0.5	200.070	200.452	200.250	199.827	197.860*
	0.7	267.576	268.371	268.059	267.921	267.112*
	1	353.617	355.189	354.833	353.112	350.771*
	1.5	461.747	465.025	464.500	462.269	458.818*
	2	540.897	545.954	545.485	542.733	541.659*
	2.5	601.178	606.973	606.368	603.272	600.493*

หมายเหตุ ตัวหนาและดอกจัน หมายถึง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

“ - ” หมายถึง กรณีที่ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมให้ค่าน้อยกว่า 0.9464 ซึ่งจะไม่นำมาพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

4.2 ร้อยละของจำนวนค่าความน่าจะเป็นคัมรวม กรณีที่มีประสิทธิภาพสำหรับขนาดตัวอย่างต่าง ๆ

ในการใช้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างสำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปกติ โดยใช้วิธี MOVER จากช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 5 วิธี จะพิจารณาค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่มากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464 โดยในแต่ละสถานการณ์ที่พิจารณาพบว่า

4.2.1 กรณีที่ขนาดตัวอย่างสองกลุ่มเท่ากัน หรือ $n_1 = n_2$

จากตารางที่ 4.17 พิจารณาประสิทธิภาพสำหรับขนาดตัวอย่างสองกลุ่มเท่ากัน เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 0.1 0.3 0.7 และ 1 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} , CI_{Uni} และ CI_{Right} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 50.0 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 0.5 1.5 และ 2 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} , CI_{Uni} และ CI_{Right} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 83.3 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 2.5 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} , CI_{Uni} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในเกือบทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Right} , CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 66.7

4.2.2 กรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 น้อยกว่ากลุ่มที่ 2 หรือ $n_1 < n_2$

จากตารางที่ 4.17 พิจารณาประสิทธิภาพสำหรับขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 น้อยกว่ากลุ่มที่ 2 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 0.1 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} , CI_{Uni} และ CI_{Right} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 60.0 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 0.3 และ 0.5 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} , และ CI_{Uni} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 80.0 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 0.7 และ 1 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} , CI_{Uni} และ CI_{Right} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Right} , CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 80.0 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 1.5 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} , CI_{Uni} และ CI_{Right} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 60.0 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 2 และ

2.5 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} , CI_{Uni} และ CI_{Right} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 40.0

4.2.3 กรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มากกว่ากลุ่มที่ 2 หรือ $n_1 > n_2$

จากตารางที่ 4.17 พิจารณาประสิทธิภาพสำหรับขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มากกว่ากลุ่มที่ 2 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 0.1 0.3 และ 2 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} , CI_{Uni} และ CI_{Right} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 60.0 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 0.5 และ 2.5 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} และ CI_{Uni} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Right} คิดเป็นร้อยละ 80.0 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 0.7 และ 1.5 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} , CI_{Uni} และ CI_{Right} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 80.0 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ 1 แสดงให้เห็นว่า ช่วง CI_{MLE} , CI_{Uni} , CI_{Right} และ CI_{Left} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนดในทุกกรณี รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 40.0

ตารางที่ 4.17 ร้อยละของจำนวนค่าความน่าจะเป็นคัมรวม

ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ การแปรผัน	ร้อยละ				
		CI_{MLE}	CI_{Uni}	CI_{Right}	CI_{Left}	CI_{Jeff}
$n_1 = n_2$	0.1	100.0	100.0	100.0	50.0	33.3
	0.3	100.0	100.0	100.0	50.0	16.7
	0.5	100.0	100.0	100.0	83.3	50.0
	0.7	100.0	100.0	100.0	50.0	33.3
	1	100.0	100.0	100.0	50.0	50.0
	1.5	100.0	100.0	100.0	83.3	66.7
	2	100.0	100.0	100.0	83.3	50.0
	2.5	100.0	100.0	66.7	66.7	33.3
$n_1 < n_2$	0.1	100.0	100.0	100.0	60.0	20.0
	0.3	100.0	100.0	80.0	60.0	40.0
	0.5	100.0	100.0	80.0	80.0	40.0
	0.7	100.0	100.0	100.0	80.0	40.0
	1	100.0	100.0	100.0	80.0	40.0
	1.5	100.0	100.0	100.0	60.0	20.0
	2	100.0	100.0	100.0	40.0	40.0
	2.5	100.0	100.0	100.0	40.0	20.0
$n_1 > n_2$	0.1	100.0	100.0	100.0	60.0	0.0
	0.3	100.0	100.0	100.0	60.0	20.0
	0.5	100.0	100.0	80.0	80.0	20.0
	0.7	100.0	100.0	100.0	80.0	20.0
	1	100.0	100.0	100.0	100.0	40.0
	1.5	100.0	100.0	100.0	80.0	60.0
	2	100.0	100.0	100.0	60.0	60.0
	2.5	100.0	100.0	80.0	60.0	60.0

4.3 ร้อยละของค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเฉพาะที่สั้นที่สุด และมีค่าความน่าจะเป็น คัมรวมผ่านเกณฑ์ที่กำหนด

ในการใช้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปรกติ โดยใช้วิธี MOVER จากช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 5 วิธี จะพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเฉพาะที่สั้นที่สุด และมีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมผ่านเกณฑ์ที่กำหนด โดยในแต่ละสถานการณ์ที่พิจารณาพบว่า

4.3.1 กรณีที่ขนาดตัวอย่างสองกลุ่มเท่ากัน หรือ $n_1 = n_2$

จากตารางที่ 4.18 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.1 ช่วง CI_{Right} เป็นช่วงที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด คิดเป็นร้อยละ 50.0 รองลงมาคือช่วง CI_{Jeff} คิดเป็นร้อยละ 33.3 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.3 ช่วง CI_{Right} เป็นช่วงที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด คิดเป็นร้อยละ 50.0 รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 33.3 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.5 ช่วง CI_{Jeff} เป็นช่วงที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด คิดเป็นร้อยละ 50.0 รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 33.3 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.7 ช่วง CI_{MLE} เป็นช่วงที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด คิดเป็นร้อยละ 50.0 รองลงมาคือช่วง CI_{Jeff} คิดเป็นร้อยละ 33.3 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 1 ช่วง CI_{MLE} และช่วง CI_{Jeff} เป็นช่วงที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้น คิดเป็นร้อยละ 50.0 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 1.5 ช่วง CI_{Jeff} เป็นช่วงที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด คิดเป็นร้อยละ 66.7 รองลงมาคือช่วง CI_{MLE} คิดเป็นร้อยละ 33.3 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 2 ช่วง CI_{Jeff} เป็นช่วงที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด คิดเป็นร้อยละ 50.0 รองลงมาคือช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 33.3 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 2.5 ช่วง CI_{MLE} , CI_{Left} และช่วง CI_{Jeff} เป็นช่วงที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด คิดเป็นร้อยละ 33.3

4.3.2 กรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 น้อยกว่ากลุ่มที่ 2 หรือ $n_1 < n_2$

จากตารางที่ 4.18 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.1 ช่วง CI_{Left} เป็นช่วงที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้น คิดเป็นร้อยละ 40.0 รองลงมาคือช่วง CI_{MLE} , CI_{Right} และช่วง CI_{Jeff} คิดเป็นร้อยละ 20.0 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.3 ช่วง CI_{Jeff} เป็นช่วงที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด คิดเป็นร้อยละ 40.0 รองลงมาคือช่วง CI_{MLE} , CI_{Right} และช่วง CI_{Left} คิดเป็นร้อยละ 20.0 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.5 0.7 และ 1

ตารางที่ 4.18 ร้อยละของค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเฉพาะที่สั้นที่สุด และมีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมผ่านเกณฑ์ที่กำหนด

ขนาด ตัวอย่าง	ค่าสัมประสิทธิ์ การแปรผัน	ร้อยละ				
		CI_{MLE}	CI_{Uni}	CI_{Right}	CI_{Left}	CI_{Jeff}
$n_1 = n_2$	0.1	0.0	0.0	50.0	16.7	33.3
	0.3	0.0	0.0	50.0	33.3	16.7
	0.5	16.7	0.0	0.0	33.3	50.0
	0.7	50.0	0.0	0.0	16.7	33.3
	1	50.0	0.0	0.0	0.0	50.0
	1.5	33.3	0.0	0.0	0.0	66.7
	2	16.7	0.0	0.0	33.3	50.0
	2.5	33.3	0.0	0.0	33.3	33.3
$n_1 < n_2$	0.1	20.0	0.0	20.0	40.0	20.0
	0.3	20.0	0.0	20.0	20.0	40.0
	0.5	20.0	0.0	0.0	40.0	40.0
	0.7	20.0	0.0	0.0	40.0	40.0
	1	20.0	0.0	0.0	40.0	40.0
	1.5	40.0	0.0	0.0	40.0	20.0
	2	60.0	0.0	0.0	0.0	40.0
	2.5	40.0	0.0	20.0	20.0	20.0
$n_1 > n_2$	0.1	40.0	0.0	0.0	60.0	0.0
	0.3	40.0	0.0	0.0	40.0	20.0
	0.5	20.0	0.0	0.0	60.0	20.0
	0.7	20.0	0.0	0.0	60.0	20.0
	1	0.0	0.0	0.0	60.0	40.0
	1.5	20.0	0.0	0.0	20.0	60.0
	2	40.0	0.0	0.0	0.0	60.0
	2.5	40.0	0.0	0.0	0.0	60.0

4.4 การประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง

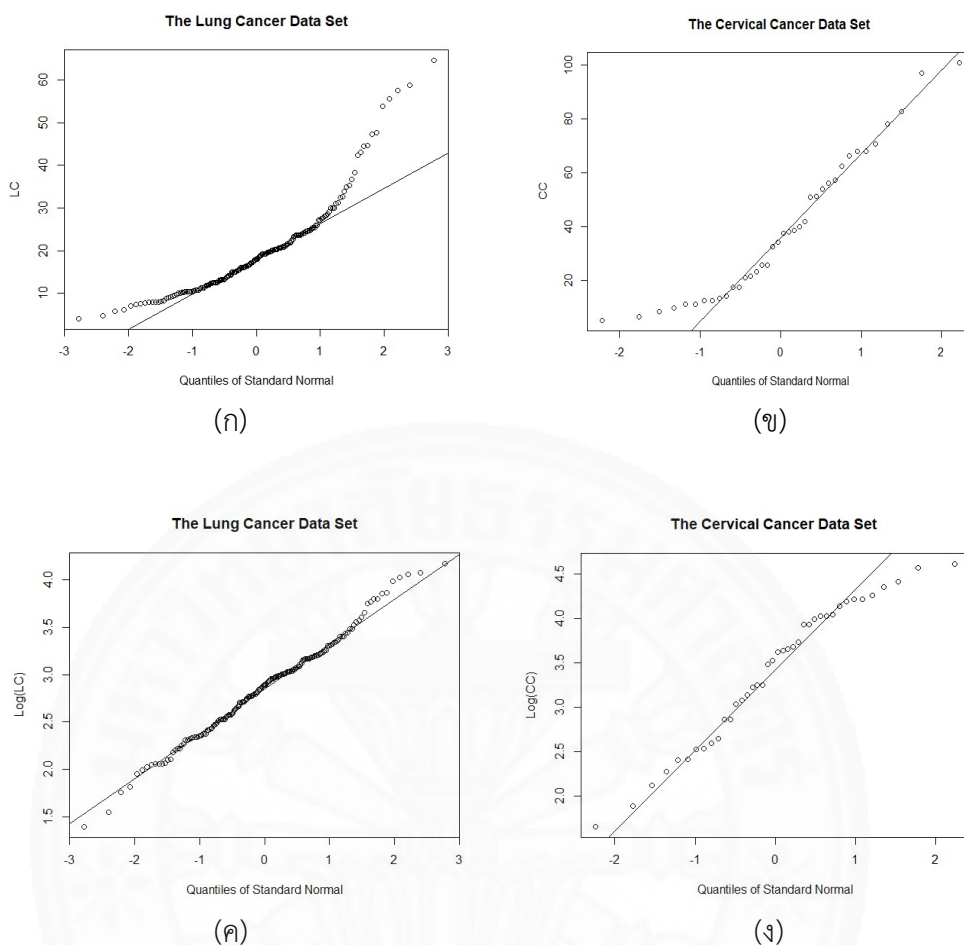
การประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงเพื่อแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปรกติ โดยใช้วิธี MOVER (Method of Variance Estimates Recovery) ที่ผู้วิจัยได้นำเสนอ เพื่อหาช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี

โดยนำข้อมูลมาจากการศึกษาวิจัยของ Overduin (2002) เป็นข้อมูลด้านการแพทย์เกี่ยวกับอัตราการอยู่รอดของผู้ป่วยโรคมะเร็ง เพื่อประเมินผลการรักษาและเพื่อประเมินอัตราการรอดชีวิต ชุดข้อมูลทั้งสองชุดแสดงถึงอัตราการอยู่รอดสำหรับผู้ป่วยที่เสียชีวิตจากโรคมะเร็ง โดยการรักษาจะถูกนำไปใช้กับผู้ป่วยแต่ละรายและผู้ป่วยจะถูกติดตามจนกว่าจะสิ้นสุดระยะเวลาการศึกษา ชุดข้อมูลประกอบด้วย อัตราการอยู่รอดของผู้ป่วยที่เป็นมะเร็งปอดชนิด Small cell lung cancer (LC) ทั้งหมด 184 ราย และอัตราการอยู่รอดของผู้ป่วยที่เป็นโรคมะเร็งปากมดลูก (Cervical cancer; CC) ทั้งหมด 38 ราย (ข้อมูลจริงสามารถดูได้ในภาคผนวก ค)

จากการศึกษาข้อมูลผู้ป่วยที่เป็นมะเร็ง แสดงให้เห็นว่าชุดข้อมูลทั้งสองมีลักษณะเบ้ขวา ทำให้ชุดข้อมูลถูกแปลงโดยใช้การแปลงแบบล็อก (log-transformation) สำหรับอัตราการอยู่รอดของผู้ป่วยที่เป็นมะเร็งปอดชนิด Small cell lung cancer และอัตราการอยู่รอดของผู้ป่วยที่เป็นโรคมะเร็งปากมดลูก จากภาพที่ 4.17 แสดง Q-Q-plots สำหรับข้อมูลต้นฉบับและข้อมูลถูกแปลงโดยใช้การแปลงแบบล็อก และได้มีการใช้สถิติทดสอบ Shapiro-Wilk ของข้อมูลที่ได้รับการแปลง ซึ่งให้ค่า p-value เท่ากับ 0.5464 สำหรับกลุ่มผู้ป่วยที่เป็นมะเร็งปอด และค่า p-value เท่ากับ 0.1198 สำหรับกลุ่มผู้ป่วยโรคมะเร็งปากมดลูก จะได้ว่า การแปลงข้อมูลทำให้มีการแจกแจงแบบปรกติ ดังนั้นชุดข้อมูลทั้งสองนี้มาจากการแจกแจงแบบล็อกปรกติ

กำหนดให้ ผู้ป่วยที่เป็นมะเร็งปอดชนิด Small cell lung cancer (LC) เป็นตัวอย่างกลุ่มที่ 1

ผู้ป่วยที่เป็นโรคมะเร็งปากมดลูก (Cervical cancer; CC) เป็นตัวอย่างกลุ่มที่ 2



ภาพที่ 4.17 แสดง Q-Q-plots สำหรับข้อมูลต้นฉบับและข้อมูลถูกแปลงโดยใช้การแปลงแบบล็อก
 (ก) ข้อมูลต้นฉบับของ LC (ข) ข้อมูลต้นฉบับของ CC (ค) ข้อมูลถูกแปลงโดยใช้
 การแปลงแบบล็อกของ LC (ง) ข้อมูลถูกแปลงโดยใช้การแปลงแบบล็อกของ CC

ทำการหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปกติทั้ง 5 วิธี ดังนี้

1. ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด
2. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior
3. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior
4. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior
5. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior

จากตารางที่ 4.19 จะพบว่าวิธีการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี จะให้ค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่แตกต่างกัน โดยช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior จึงเป็นทางเลือกที่เหมาะสมในการคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ โดยใช้วิธี MOVER

ตารางที่ 4.19 ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 5 วิธี เมื่อนำมาใช้กับข้อมูลจริง

วิธีการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่น	ช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับผลต่างมัธยฐาน	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น
ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณ ภาวะนั้นจะเป็นสูงสุด	(-19.912, -4.535)	15.377
ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior	(-20.875, -5.077)	15.798
ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior	(-20.275, -5.283)	14.992
ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior	(-19.971, -6.142)	13.829
ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior	(-19.223, -6.732)	12.491

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยในครั้งนี้ได้เสนอและเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปกติ โดยใช้วิธี MOVER จากช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 5 วิธี โดยพิจารณาค่าความน่าจะเป็นคุ่มรวม และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ ซึ่งในบทนี้จะกล่าวถึงสรุปผลของงานวิจัยดังต่อไปนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

ในการใช้ค่าความน่าจะเป็นคุ่มรวมและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปกติ โดยใช้วิธี MOVER จากช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 5 วิธี ได้แก่

1. ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด
2. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior
3. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior
4. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior
5. ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior

เมื่อกำหนดค่าเฉลี่ยประชากรสองกลุ่มคือ $\mu_1 = \ln(1000)$ และ $\mu_2 = \ln(1000)$ กำหนดขนาดตัวอย่างของประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างสองกลุ่มเท่ากันและขนาดตัวอย่างสองกลุ่มไม่เท่ากัน หรือ $n_1 = n_2$, $n_1 < n_2$ และ $n_1 > n_2$ กำหนดระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และกำหนดค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน คือ $CV = 0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.7 \ 1.5 \ 2$ และ 2.5 วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคุ่มรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคุ่มรวมที่กำหนด และความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด จะถือว่าวิธีการประมาณแบบช่วงนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุด และเหมาะสมกับลักษณะของข้อมูลในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนด จากผลการวิจัยที่แสดงไว้ในตารางที่ 4.1 – 4.16 ได้สรุปผลดังตารางที่ 5.1

5.1.1 กรณีที่ขนาดตัวอย่างสองกลุ่มเท่ากัน ($n_1 = n_2$)

วิธีการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมมากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464 และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดในหลายสถานการณ์ที่ศึกษาที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.1 และ 0.3 ในส่วนใหญ่จะใช้ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.5 1.5 และ 2 ในส่วนใหญ่จะใช้ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.7 ในส่วนใหญ่จะใช้ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 1 ในส่วนใหญ่จะสามารถใช้ได้ 2 ช่วง คือช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior และสุดท้ายที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 2.5 ในส่วนใหญ่จะสามารถใช้ได้ 3 ช่วง คือช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior

5.1.2 กรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 น้อยกว่าขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2 ($n_1 < n_2$)

วิธีการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมมากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464 และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดในหลายสถานการณ์ที่ศึกษาที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.1 ในส่วนใหญ่จะใช้ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.3 ในส่วนใหญ่จะใช้ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.5 0.7 และ 1 ในส่วนใหญ่จะสามารถใช้ได้ 2 ช่วง คือช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 1.5 ในส่วนใหญ่จะสามารถใช้ได้ 2 ช่วง คือ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior และสุดท้ายที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 2 และ 2.5 ในส่วนใหญ่จะใช้ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

5.1.3 กรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มากกว่าขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2 ($n_1 > n_2$)

วิธีการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมมากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464 และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดในหลายสถานการณ์ที่ศึกษาที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.1 ในส่วนใหญ่จะช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.3 ในส่วนใหญ่จะสามารถใช้ได้ 2 ช่วง คือช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวจะน่าจะเป็นสูงสุด และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior ที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 0.5 0.7 และ 1 ในส่วนใหญ่จะช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior และสุดท้ายที่ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 1.5, 2 และ 2.5 ในส่วนใหญ่จะช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior

ตารางที่ 5.1 วิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ประสิทธิภาพที่สูงที่สุดในสถานการณ์ต่าง ๆ ของข้อมูลที่กำหนด ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

$1-\alpha$	ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน	ลักษณะของข้อมูลในแต่ละสถานการณ์		
		$n_1 = n_2$	$n_1 < n_2$	$n_1 > n_2$
0.95	0.1	<i>R</i>	<i>L</i>	<i>L</i>
	0.3	<i>R</i>	<i>J</i>	<i>M, L</i>
	0.5	<i>J</i>	<i>L, J</i>	<i>L</i>
	0.7	<i>M</i>	<i>L, J</i>	<i>L</i>
	1	<i>M, J</i>	<i>L, J</i>	<i>L</i>
	1.5	<i>J</i>	<i>M, L</i>	<i>J</i>
	2	<i>J</i>	<i>M</i>	<i>J</i>
	2.5	<i>M, L, J</i>	<i>M</i>	<i>J</i>

หมายเหตุ *M* หมายถึง ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวจะน่าจะเป็นสูงสุด

R หมายถึง ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior

L หมายถึง ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior

J หมายถึง ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior

5.2 อภิปรายผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างมัธยฐานของการแจกแจงล็อกปรกติ โดยใช้วิธี Method of Variance Estimates Recovery (MOVER) และเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นโดยพิจารณาจากความน่าจะเป็นคัมรวม และความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปรกติ ซึ่งมีช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 5 วิธี ได้แก่ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Right invariant prior ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Left invariant prior และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior การวิจัยครั้งนี้ได้มีการกำหนดขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน และจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล โดยในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นดังกล่าวจะพิจารณาจากค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่มากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464 และมีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด ผลการศึกษาสรุปโดยภาพรวมได้ดังนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าเป็นสูงสุด และช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนด และค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของทั้ง 5 วิธี มีค่าไม่แตกต่างกันมาก เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก ในบางกรณีช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมน้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนด

หากพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันจะได้ว่า เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มมากขึ้นเรื่อย ๆ และเมื่อพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จะได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าเป็นสูงสุดจะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นกว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ และเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าเป็นสูงสุด หากพิจารณาเฉพาะช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ จะได้ว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด โดยที่มีค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่กำหนด

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าเป็นสูงสุดจะมีประสิทธิภาพสูงกว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ ก็ต่อเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก ในทางกลับกันช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์จะมีประสิทธิภาพสูงกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าเป็นสูงสุด ก็ต่อเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ หากพิจารณาเฉพาะช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ จะได้ว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Jeffreys rule prior มีประสิทธิภาพสูงที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ D' Cunha and Rao (2016)

5.3 ข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยครั้งนี้ มีข้อเสนอแนะ 2 ประการ คือ

5.2.1 การนำไปใช้ประโยชน์

เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้ค่าประมาณแบบช่วงสำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปรกติ โดยใช้วิธี MOVER ให้เหมาะกับลักษณะของข้อมูลในแต่ละสถานการณ์

5.2.2 การศึกษาวิจัย

5.2.2.1 ในงานวิจัยนี้สนใจเพียงการหาค่าประมาณแบบช่วงสำหรับผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปรกติ โดยใช้วิธี MOVER ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เท่านั้น จึงเป็นเรื่องที่น่าสนใจที่จะพิจารณาที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 99% เพื่อช่วงความเชื่อมั่นที่ได้อาจมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

5.2.2.2 เนื่องจากในงานวิจัยนี้ใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ในสถิติเชิงอนุมาน จึงเป็นเรื่องที่น่าสนใจที่จะพิจารณาการทดสอบสมมติฐานทางสถิติในสถิติเชิงอนุมาน เพื่อช่วงความเชื่อมั่นที่ได้อาจมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

รายการอ้างอิง

หนังสือและบทความในหนังสือ

- ประชุม สุวดี. (2545). ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โครงการส่งเสริมเอกสารวิชาการ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.
- มานพ วราภักดิ์. (2548). ทฤษฎีความน่าจะเป็น. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- ราชบัณฑิตยสภา. (2561). พจนานุกรมศัพท์สถิติศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสภา (พิมพ์ครั้งที่ 2). ราชบัณฑิตยสภา. กรุงเทพฯ: สำนักงานราชบัณฑิตยสภา.
- สายชล สันสมบูรณ์ทอง. (2555). สถิติเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพฯ: จามจุรีโปรดักท์.

บทความวารสาร

- D'Cunha, J. G., and Rao, K. A. (2014a). Bayesian Inference for volatility of stock prices. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 2(13), 195-203.
- D'Cunha, J. G., and Rao, K. A. (2014b). Bayesian inference for mean of the lognormal distribution. *International Journal of Scientific and Research Publications*, 10(4), 195-203.
- D'Cunha, J. G., and Rao, K. A. (2016). Bayesian inference for Median of the lognormal distribution. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 2(15), 526-535.
- Donner, A., and Zou, G.Y. (2008). Construction of confidence limits about effect measures: A general approach. *Statistics on Medicine*, 27(10), 1693-1720.
- Harvey, J., and Vander Merwe A. J. (2012). Bayesian confidence intervals for means and variances of lognormal and bivariate lognormal distributions. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 6(142), 1294-1309.
- Hettmansperger, P., Thomas. (1984). Two-Sample Inference Based on One-Sample Sign Statistics. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1(33), 45-51.
- Krishnamoorthy, K., and Sazib Hasan. (2017). Improved Confidence Intervals for the Ratio of Coefficients of Variation of Two Lognormal Distributions. *Journal of Statistical Theory and Applications*, 3(16), 345-353.

- Padgett, W. J., and Wei, L. J. (1977). Bayes estimation of reliability for the two-parameter lognormal distribution. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 6(5), 443-457.
- Warisa Thangjai and Sa-aat Niwitpong (2017). Confidence intervals for the weighted coefficients of variation of two-parameter exponential distributions. *Cogent Mathematics*, 4, 1315-1331.
- Zellner, A. (1971). Bayesian and non-Bayesian analysis of the log-normal distribution and lognormal regression. *Journal of the American Statistical Association*, 66(334), 327-330.
- Zou, Y.Z., Taleban, J. and Huo, C.Y. (2009). Confidence interval estimation for lognormal data with application to health economics. *Computational Statistics and Data Analysis*, 53, 3755–3764.

วิทยานิพนธ์

- ปวรวิศร์ โกสีย์รัตน์. (2546). ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างของมัธยฐานของตัวอย่างโดยไม่จำกัดการแจกแจง (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- กุลนิตา เหมะรักษ์ (2560). ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างส่วนกลับของค่าเฉลี่ยประชากรปกติ เมื่อทราบค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน และปริภูมิพารามิเตอร์มีขอบเขต (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

งานวิจัย

- สอาด นิวิศพงษ์. (2559). สถิติอนุมานสำหรับค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนสำหรับการแจกแจงล็อกปกติ เมื่อทราบค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร. มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์.
- ศันสนีย์ คุ่มเกิด (2554). ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อทราบสัมประสิทธิ์การแปรผัน. มหาวิทยาลัยบูรพา, คณะวิทยาศาสตร์.
- Stephen Overduin. (2002). Use of the lognormal distribtuon for survival data: Inference and robustness. University of Fraser Valley, Science.

ภาคผนวก



ภาคผนวก ก
โปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัย

```
MLE<-function(x,n,alpha) {
  z.alpha<-qnorm(1-alpha/2)
  z<-log(x)
  xbar<-mean(z)
  var.x<-var(z)
  theta.hat<-exp(xbar)
  var.theta.hat<-exp(2*xbar)*(var.x/n)+(var.x/n)
  lower<-theta.hat-z.alpha*sqrt(var.theta.hat)
  upper<-theta.hat+z.alpha*sqrt(var.theta.hat)
  out<-cbind(lower,upper,theta.hat)
  return(out)
}
```

```
### BAYES.Uniform prior ###
BAYES.uni<-function(x,n,alpha) {
  z<-log(x)
  xbar<-mean(z)
  var.x<-var(z)
  med<-rep(0,10000)
  for (a in 1:10000) {
    W<-rgamma(1,(n+1)/2,((n-1)/2)*var.x)
    v<-1/W
    H<-rnorm(1,xbar,sqrt(v/n))
    med[a]<-exp(H)
  }
  lower<-quantile(med,alpha/2)
  upper<-quantile(med,1-alpha/2)
```

```

    theta.hat<-mean(med)
    out<-cbind(lower,upper,theta.hat)
    return(out)
}

```

```

### BAYES.right invariant prior ###
BAYES.right<-function(x,n,alpha) {
  z<-log(x)
  xbar<-mean(z)
  var.x<-var(z)
  med<-rep(0,10000)
  for (b in 1:10000) {
    W<-rgamma(1,(n+2)/2,((n-1)/2)*var.x)
    v<-1/W
    H<-rnorm(1,xbar,sqrt(v/n))
    med[b]<-exp(H)
  }
  lower<-quantile(med,alpha/2)
  upper<-quantile(med,1-alpha/2)
  theta.hat<-mean(med)
  out<-cbind(lower,upper,theta.hat)
  return(out)
}

```

```

### BAYES.left invariant prior ###
BAYES.left<-function(x,n,alpha) {
  z<-log(x)
  xbar<-mean(z)
  var.x<-var(z)
  med<-rep(0,10000)
  for (c in 1:10000) {

```

```

W<-rgamma(1,(n+3)/2,((n-1)/2)*var.x)
v<-1/W
H<-rnorm(1,xbar,sqrt(v/n))
med[c]<-exp(H)
}

lower<-quantile(med,alpha/2)
upper<-quantile(med,1-alpha/2)
theta.hat<-mean(med)
out<-cbind(lower,upper,theta.hat)
return(out)
}

### BAYES.Jeffreys rule prior ###
BAYES.Jeffreys<-function(x,n,alpha) {
z<-log(x)
xbar<-mean(z)
var.x<-var(z)
med<-rep(0,10000)
  for (d in 1:10000) {
    W<-rgamma(1,(n+4)/2,((n-1)/2)*var.x)
    v<-1/W
    H<-rnorm(1,xbar,sqrt(v/n))
    med[d]<-exp(H)
  }

  lower<-quantile(med,alpha/2)
  upper<-quantile(med,1-alpha/2)
  theta.hat<-mean(med)
  out<-cbind(lower,upper,theta.hat)
  return(out)
}

```

```

Cl<-function(alpha,M){
  sink("D:\\output620329.xls")
  cv<-c(0.1,0.3,0.5,0.7,1,1.5,2,2.5)
  n1<-c(40,60,80,100,150,200)
  n2<-c(40,60,80,100,150,200)
  mu1<-log(1000)
  mu2<-log(1000)
  theta1<-exp(mu1)
  theta2<-exp(mu2)
  para<-theta1-theta2
  cov.MLE<-rep(0,M)
  ex.MLE<-rep(0,M)
  cov.uni<-rep(0,M)
  ex.uni<-rep(0,M)
  cov.right<-rep(0,M)
  ex.right<-rep(0,M)
  cov.left<-rep(0,M)
  ex.left<-rep(0,M)
  cov.Jeffreys<-rep(0,M)
  ex.Jeffreys<-rep(0,M)
  cat("para = ",para,'\t',"M = ",M,'\n')
  cat("CV","\t","n1","\t","n2","\t","COV.MLE","\t","EX.MLE","\t","COV.UNI","\t","EX.UNI","\t","
COV.RIGHT","\t","EX.RIGHT","\t","COV.LEFT","\t","EX.LEFT","\t","COV.Jeffreys","\t",
"EX.Jeffreys","\n')
#-----
# Start Iteration
#-----
for(s in 1:length(cv)){ # begin loop s
  for(t in 1:length(n1)){ # begin loop t
    for(u in 1:length(n2)){ # begin loop u
      for(i in 1:M){ # begin loop i

```

```

sigma.sq<-log(cv[s]^2+1)
x1<-rnorm(n1[t],mu1,sqrt(sigma.sq))
x2<-rnorm(n2[u],mu2,sqrt(sigma.sq))

#-----
# Compute CI based on the MOVER method of MLE
#-----

mle1<-MLE(x1,n1[t],alpha)
l.mle1<-mle1[1]
u.mle1<-mle1[2]
theta.hat.mle1<-mle1[3]
mle2<-MLE(x2,n2[u],alpha)
l.mle2<-mle2[1]
u.mle2<-mle2[2]
theta.hat.mle2<-mle2[3]
a1<-(theta.hat.mle1-l.mle1)^2
a2<-(u.mle2-theta.hat.mle2)^2
a3<-(u.mle1-theta.hat.mle1)^2
a4<-(theta.hat.mle2-l.mle2)^2
L.mover.mle<-(theta.hat.mle1-theta.hat.mle2)-sqrt(a1+a2)
U.mover.mle<-(theta.hat.mle1-theta.hat.mle2)+sqrt(a3+a4)
if((L.mover.mle<para)&(para<U.mover.mle)) {cov.MLE[i]=1}
else{cov.MLE[i]=0}
ex.MLE[i]<-U.mover.mle-L.mover.mle

#-----
# Compute CI based on the MOVER method of Uniform prior
#-----

uni1<-BAYES.uni(x1,n1[t],alpha)
l.uni1<-uni1[1]
u.uni1<-uni1[2]

```

```

theta.hat.uni1<-uni1[3]
uni2<-BAYES.uni(x2,n2[u],alpha)
l.uni2<-uni2[1]
u.uni2<-uni2[2]
theta.hat.uni2<-uni2[3]
b1<-(theta.hat.uni1-l.uni1)^2
b2<-(u.uni2-theta.hat.uni2)^2
b3<-(u.uni1-theta.hat.uni1)^2
b4<-(theta.hat.uni2-l.uni2)^2
L.mover.uni<-(theta.hat.uni1-theta.hat.uni2)-sqrt(b1+b2)
U.mover.uni<-(theta.hat.uni1-theta.hat.uni2)+sqrt(b3+b4)
if((L.mover.uni<para)&(para<U.mover.uni)) {cov.uni[i]=1}
else{cov.uni[i]=0}
ex.uni[i]<-U.mover.uni-L.mover.uni

#-----
# Compute CI based on the MOVER method of right invariant prior
#-----

right1<-BAYES.right(x1,n1[t],alpha)
l.right1<-right1[1]
u.right1<-right1[2]
theta.hat.right1<-right1[3]
right2<-BAYES.uni(x2,n2[u],alpha)
l.right2<-right2[1]
u.right2<-right2[2]
theta.hat.right2<-right2[3]
c1<-(theta.hat.right1-l.right1)^2
c2<-(u.right2-theta.hat.right2)^2
c3<-(u.right1-theta.hat.right1)^2
c4<-(theta.hat.right2-l.right2)^2
L.mover.right<-(theta.hat.right1-theta.hat.right2)-sqrt(c1+c2)

```

```

U.mover.right<-(theta.hat.right1-theta.hat.right2)+sqrt(c3+c4)
if((L.mover.right<para)&(para<U.mover.right)) {cov.right[i]=1}
else{cov.right[i]=0}
ex.right[i]<-U.mover.right-L.mover.right

```

```

#-----
# Compute CI based on the MOVER method of left invariant prior
#-----

```

```

left1<-BAYES.left(x1,n1[t],alpha)
l.left1<-left1[1]
u.left1<-left1[2]
theta.hat.left1<-left1[3]
left2<-BAYES.left(x2,n2[u],alpha)
l.left2<-left2[1]
u.left2<-left2[2]
theta.hat.left2<-left2[3]
d1<-(theta.hat.left1-l.left1)^2
d2<-(u.left2-theta.hat.left2)^2
d3<-(u.left1-theta.hat.left1)^2
d4<-(theta.hat.left2-l.left2)^2
L.mover.left<-(theta.hat.left1-theta.hat.left2)-sqrt(d1+d2)
U.mover.left<-(theta.hat.left1-theta.hat.left2)+sqrt(d3+d4)
if((L.mover.left<para)&(para<U.mover.left)) {cov.left[i]=1}
else{cov.left[i]=0}
ex.left[i]<-U.mover.left-L.mover.left

```

```

#-----
# Compute CI based on the MOVER method of Jeffreys rule prior
#-----

```

```

Jeffreys1<-BAYES.Jeffreys(x1,n1[t],alpha)
l.Jeffreys1<-Jeffreys1[1]

```

```

u.Jeffreys1<-Jeffreys1[2]
theta.hat.Jeffreys1<-Jeffreys1[3]
Jeffreys2<-BAYES.Jeffreys(x2,n2[u],alpha)
l.Jeffreys2<-Jeffreys2[1]
u.Jeffreys2<-Jeffreys2[2]
theta.hat.Jeffreys2<-Jeffreys2[3]
e1<-(theta.hat.Jeffreys1-l.Jeffreys1)^2
e2<-(u.Jeffreys2-theta.hat.Jeffreys2)^2
e3<-(u.Jeffreys1-theta.hat.Jeffreys1)^2
e4<-(theta.hat.Jeffreys2-l.Jeffreys2)^2
L.mover.Jeffreys<-(theta.hat.Jeffreys1-theta.hat.Jeffreys2)-sqrt(e1+e2)
U.mover.Jeffreys<-(theta.hat.Jeffreys1-theta.hat.Jeffreys2)+sqrt(e3+e4)
if((L.mover.Jeffreys<para)&(para<U.mover.Jeffreys)) {cov.Jeffreys[i]=1}
else{cov.Jeffreys[i]=0}
ex.Jeffreys[i]<-U.mover.Jeffreys-L.mover.Jeffreys
}# end loop i
cat(cv[s],'\t',n1[t],'\t',n2[u],'\t',mean(cov.MLE,na.rm=TRUE),'\t',mean(ex.MLE,
na.rm=TRUE),'\t',mean(cov.uni,na.rm=TRUE),'\t',mean(ex.uni,na.rm=TRUE),'
\t',mean(cov.right,na.rm=TRUE),'\t',mean(ex.right,na.rm=TRUE),'\t',mean(co
v.left,na.rm=TRUE),'\t',mean(ex.left,na.rm=TRUE),'\t',mean(cov.Jeffreys,na.r
m=TRUE),'\t',mean(ex.Jeffreys,na.rm=TRUE),'\n')
} # end loop u
} # end loop t
} # end loop s
} # end process

```

ภาคผนวก ข
ผลลัพธ์การจำลองโปรแกรม

ผลการวิจัยจากการหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างผลต่างมัธยฐานของประชากรที่มีการแจกแจงล็อกปกติ โดยใช้วิธี MOVER จากช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 5 วิธี ได้แก่ ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ช่วงความเชื่อมั่นแบบเบส์ เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อนเป็น Uniform prior, Right invariant prior, Left invariant prior และ Jeffreys rule prior เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นคัมรวม โดยที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จะมีประสิทธิภาพ ก็ต่อเมื่อ ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.9464

ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างสองกลุ่มเท่ากัน

n_1, n_2	CV	CP_{MLE}	CP_{Uni}	CP_{Right}	CP_{Left}	CP_{Jeff}
40, 40	0.1	0.9470	0.9475	0.9466	0.9424	0.9363
	0.3	0.9483	0.9491	0.9468	0.9442	0.9383
	0.5	0.9503	0.9505	0.9494	0.9458	0.9419
	0.7	0.9511	0.9478	0.9470	0.9405	0.9365
	1	0.9547	0.9515	0.9497	0.9438	0.9386
	1.5	0.9554	0.9466	0.9465	0.9408	0.9370
	2	0.9641	0.9523	0.9505	0.9462	0.9413
	2.5	0.9612	0.94532	0.9420	0.9402	0.9355
60, 60	0.1	0.9492	0.9497	0.9486	0.9460	0.9416
	0.3	0.9477	0.9482	0.9464	0.9436	0.9416
	0.5	0.9511	0.9505	0.9500	0.9473	0.9438
	0.7	0.9495	0.9475	0.9471	0.9428	0.9400
	1	0.9510	0.9466	0.9451	0.9425	0.9386
	1.5	0.9568	0.9518	0.9505	0.9475	0.9440
	2	0.9617	0.9544	0.9533	0.9516	0.9480
	2.5	0.9558	0.9468	0.9459	0.9428	0.9405

n_1, n_2	CV	CP_{MLE}	CP_{Uni}	CP_{Right}	CP_{Left}	CP_{Jeff}
80, 80	0.1	0.9515	0.9511	0.9504	0.9490	0.9458
	0.3	0.9519	0.9516	0.9513	0.9498	0.9452
	0.5	0.9496	0.9490	0.9489	0.9465	0.9428
	0.7	0.9500	0.9482	0.9456	0.9446	0.9419
	1	0.9517	0.9487	0.9478	0.9457	0.9424
	1.5	0.9591	0.9550	0.9541	0.9523	0.9503
	2	0.9549	0.9502	0.9487	0.9464	0.9442
	2.5	0.9570	0.9493	0.9486	0.9466	0.9426
100, 100	0.1	0.9479	0.9484	0.9472	0.9455	0.9444
	0.3	0.9469	0.9468	0.9464	0.9432	0.9417
	0.5	0.9505	0.9509	0.9497	0.9478	0.9465
	0.7	0.9532	0.9522	0.9516	0.9500	0.9479
	1	0.9524	0.9501	0.9492	0.9466	0.9465
	1.5	0.9556	0.9520	0.9518	0.9496	0.9474
	2	0.9522	0.9465	0.9466	0.9464	0.9442
	2.5	0.9556	0.9483	0.9474	0.9465	0.9453
150, 150	0.1	0.9503	0.9497	0.9498	0.9475	0.9466
	0.3	0.9500	0.9489	0.9475	0.9458	0.9444
	0.5	0.9511	0.9510	0.9495	0.9490	0.9486
	0.7	0.9492	0.9478	0.9474	0.9467	0.9450
	1	0.9534	0.9516	0.9514	0.9499	0.9479
	1.5	0.9543	0.9508	0.9508	0.9485	0.9470
	2	0.9523	0.9484	0.9470	0.9470	0.9465
	2.5	0.9527	0.9489	0.9475	0.9475	0.9467
200, 200	0.1	0.9491	0.9489	0.9488	0.9483	0.9469
	0.3	0.9494	0.9490	0.9486	0.9485	0.9464
	0.5	0.9501	0.9502	0.9499	0.9489	0.9478
	0.7	0.9510	0.9508	0.9498	0.9495	0.9486
	1	0.9504	0.9497	0.9496	0.9486	0.9480

n_1, n_2	CV	CP_{MLE}	CP_{Uni}	CP_{Right}	CP_{Left}	CP_{Jeff}
200, 200	1.5	0.9511	0.9492	0.9495	0.9482	0.9477
	2	0.9513	0.9504	0.9497	0.9496	0.9491
	2.5	0.9534	0.9517	0.9515	0.9502	0.9495

ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 น้อยกว่าขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2

n_1, n_2	CV	CP_{MLE}	CP_{Uni}	CP_{Right}	CP_{Left}	CP_{Jeff}
40, 60	0.1	0.9501	0.9508	0.9488	0.9453	0.9420
	0.3	0.9459	0.9459	0.9442	0.9405	0.9378
	0.5	0.9472	0.9472	0.9450	0.9423	0.9388
	0.7	0.9531	0.9511	0.9490	0.9460	0.9430
	1	0.9525	0.9500	0.9477	0.9460	0.9416
	1.5	0.9543	0.9482	0.9465	0.9439	0.9417
	2	0.9581	0.9501	0.9487	0.9445	0.9385
	2.5	0.9596	0.9500	0.9476	0.9441	0.9400
60, 80	0.1	0.9488	0.9492	0.9482	0.9461	0.9432
	0.3	0.9502	0.9497	0.9490	0.9463	0.9452
	0.5	0.9523	0.9508	0.9506	0.9474	0.9456
	0.7	0.9529	0.9502	0.9500	0.9472	0.9461
	1	0.9509	0.9492	0.9472	0.9465	0.9426
	1.5	0.9564	0.9518	0.9507	0.9481	0.9449
	2	0.9558	0.9492	0.9483	0.9459	0.9421
	2.5	0.9563	0.9475	0.9464	0.9444	0.9433
80, 100	0.1	0.9503	0.9502	0.9493	0.9469	0.9455
	0.3	0.9486	0.9496	0.9476	0.9468	0.9450
	0.5	0.9502	0.9496	0.9484	0.9469	0.9438
	0.7	0.9513	0.9494	0.9494	0.9474	0.9444
	1	0.9535	0.9502	0.9493	0.9489	0.9462
	1.5	0.9516	0.9468	0.9465	0.9446	0.9425

n_1, n_2	CV	CP_{MLE}	CP_{Uni}	CP_{Right}	CP_{Left}	CP_{Jeff}
80, 100	2	0.9555	0.9494	0.9477	0.9463	0.9427
	2.5	0.9546	0.9470	0.9465	0.9440	0.9426
100, 150	0.1	0.9487	0.9492	0.9470	0.9465	0.9439
	0.3	0.9492	0.9488	0.9487	0.9469	0.9468
	0.5	0.9520	0.9517	0.9507	0.9490	0.9470
	0.7	0.9522	0.9518	0.9514	0.9493	0.9468
	1	0.9528	0.9519	0.9518	0.9489	0.9469
	1.5	0.9528	0.9487	0.9472	0.9466	0.9451
	2	0.9566	0.9532	0.9521	0.9504	0.9454
	2.5	0.9560	0.9508	0.9505	0.9487	0.9468
150, 200	0.1	0.9517	0.9510	0.9504	0.9500	0.9469
	0.3	0.9486	0.9487	0.9486	0.9477	0.9465
	0.5	0.9506	0.9497	0.9493	0.9486	0.9468
	0.7	0.9494	0.9487	0.9480	0.9476	0.9464
	1	0.9512	0.9495	0.9493	0.9491	0.9478
	1.5	0.9549	0.9523	0.9521	0.9509	0.9493
	2	0.9521	0.9504	0.9501	0.9484	0.9469
	2.5	0.9535	0.9474	0.9483	0.9471	0.9461

ค่าความน่าจะเป็นคัมรวม สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มากกว่าขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2

n_1, n_2	CV	CP_{MLE}	CP_{Uni}	CP_{Right}	CP_{Left}	CP_{Jeff}
60, 40	0.1	0.9469	0.9465	0.9464	0.9370	0.9349
	0.3	0.9473	0.9474	0.9467	0.9421	0.9381
	0.5	0.9472	0.9462	0.9458	0.9413	0.9372
	0.7	0.9517	0.9496	0.9494	0.9450	0.9413
	1	0.9550	0.9500	0.9499	0.9464	0.9401
	1.5	0.9567	0.9502	0.9498	0.9453	0.9407
	2	0.9580	0.9486	0.9474	0.9432	0.9387

n_1, n_2	CV	CP_{MLE}	CP_{Uni}	CP_{Right}	CP_{Left}	CP_{Jeff}
60, 40	2.5	0.9587	0.9466	0.9450	0.9414	0.9377
80, 60	0.1	0.9474	0.9475	0.9472	0.9436	0.9404
	0.3	0.9485	0.9483	0.9484	0.9447	0.9412
	0.5	0.9520	0.9517	0.9512	0.9483	0.9457
	0.7	0.9525	0.9520	0.9515	0.9477	0.9461
	1	0.9535	0.9512	0.9507	0.9472	0.9442
	1.5	0.9558	0.9514	0.9489	0.9468	0.9450
	2	0.9561	0.9486	0.9475	0.9439	0.9410
	2.5	0.9561	0.9471	0.9466	0.9436	0.9383
100, 80	0.1	0.9494	0.9497	0.9487	0.9467	0.9444
	0.3	0.9498	0.9499	0.9496	0.9470	0.9453
	0.5	0.9503	0.9496	0.9494	0.9468	0.9449
	0.7	0.9512	0.9499	0.9493	0.9472	0.9440
	1	0.9506	0.9492	0.9492	0.9464	0.9442
	1.5	0.9504	0.9468	0.9467	0.9465	0.9465
	2	0.9554	0.9481	0.9470	0.9469	0.9466
	2.5	0.9585	0.9536	0.9532	0.9520	0.9482
150, 100	0.1	0.9495	0.9500	0.9494	0.9479	0.9460
	0.3	0.9495	0.9484	0.9484	0.9464	0.9457
	0.5	0.9480	0.9473	0.9462	0.9465	0.9448
	0.7	0.9505	0.9493	0.9487	0.9469	0.9450
	1	0.9495	0.9480	0.9479	0.9468	0.9465
	1.5	0.9532	0.9489	0.9486	0.9478	0.9468
	2	0.9554	0.9499	0.9492	0.9484	0.9471
	2.5	0.9571	0.9504	0.9503	0.9486	0.9482
200, 150	0.1	0.9510	0.9491	0.9490	0.9484	0.9457
	0.3	0.9498	0.9484	0.9478	0.9475	0.9470
	0.5	0.9540	0.9536	0.9536	0.9525	0.9494
	0.7	0.9536	0.9521	0.9519	0.9506	0.9596

n_1, n_2	CV	CP_{MLE}	CP_{Uni}	CP_{Right}	CP_{Left}	CP_{Jeff}
200, 150	1	0.9553	0.9551	0.9546	0.9529	0.9501
	1.5	0.9519	0.9497	0.9405	0.9481	0.9469
	2	0.9511	0.9484	0.9485	0.9467	0.9465
	2.5	0.9537	0.9493	0.9494	0.9485	0.9483



ภาคผนวก ค
ข้อมูลจริงที่ใช้ในงานวิจัย

ข้อมูลนำมาจากการศึกษาวิจัยของ Overduin (2002) เป็นข้อมูลด้านการแพทย์เกี่ยวกับ อัตราการอยู่รอดของผู้ป่วยโรคมะเร็ง เพื่อประเมินผลการรักษาและเพื่อประเมินอัตราการรอดชีวิต ชุดข้อมูลประกอบด้วย อัตราการอยู่รอดของผู้ป่วยที่เป็นมะเร็งปอดชนิด Small cell lung cancer (LC) ทั้งหมด 184 ราย และอัตราการอยู่รอดของผู้ป่วยที่เป็นโรคมะเร็งปากมดลูก (CC) ทั้งหมด 38 ราย

อัตราการอยู่รอดของผู้ป่วยมะเร็งปอดชนิด Small cell lung cancer (LC)

ผู้ป่วยที่เป็นมะเร็งปอดชนิด Small cell lung cancer (LC)									
4.04	4.70	5.82	7.07	7.36	6.15	7.56	7.76	7.86	9.47
7.82	7.86	7.89	8.15	8.19	8.84	9.04	9.67	10.03	10.06
10.13	10.26	9.17	9.24	10.32	10.36	10.42	10.42	10.45	10.52
10.52	10.72	10.75	10.75	11.15	11.18	11.28	11.34	11.47	11.77
11.80	11.93	12.03	12.30	12.39	12.53	12.53	12.53	12.56	12.56
12.82	12.95	13.05	13.12	13.15	13.18	13.28	13.32	13.74	13.91
14.04	14.17	14.33	14.33	14.93	14.93	14.99	15.02	15.02	15.12
15.35	15.52	15.58	15.88	15.95	15.95	16.01	16.11	16.14	16.27
16.41	16.41	16.60	16.67	16.77	17.13	17.16	17.23	17.52	17.79
17.82	17.98	18.02	18.02	18.48	18.61	18.81	18.81	19.13	19.17
19.20	19.20	19.30	19.46	19.53	19.63	19.73	19.82	19.86	19.89
20.05	20.12	20.19	20.22	20.28	20.32	20.65	20.65	20.68	20.68
20.78	20.81	20.84	21.11	21.14	21.47	21.50	21.70	21.80	21.90
22.45	22.62	23.31	23.54	23.57	23.64	23.70	23.70	23.70	23.84
24.03	24.16	24.20	24.46	24.46	24.69	24.72	24.79	25.18	25.35
25.45	25.97	25.97	27.12	27.16	27.48	27.65	28.04	28.27	28.64

ผู้ป่วยที่เป็นมะเร็งปอดชนิด Small cell lung cancer (LC)									
29.10	29.98	30.02	30.05	30.97	31.27	32.55	32.61	33.83	34.88
35.38	36.62	38.37	42.38	43.00	44.42	44.65	47.28	47.64	53.82
55.69	57.50	58.82	64.64						

อัตราการอยู่รอดของผู้ป่วยโรคมะเร็งปากมดลูก (Cervical cancer; CC)

ผู้ป่วยโรคมะเร็งปากมดลูก (Cervical cancer; CC)										
5.26	6.64	8.38	9.80	11.08	11.18	12.56	12.66	13.45	14.14	17.46
17.52	20.91	21.67	23.18	25.74	25.78	32.55	34.13	37.55	38.07	38.70
39.85	41.88	50.83	51.16	53.98	55.96	57.11	62.50	66.08	67.82	67.86
70.55	78.05	82.78	96.78	100.67						

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ

นางสาวอุษณีย์ จันทะสุวรรณ

วันเดือนปีเกิด

8 มกราคม 2538

วุฒิการศึกษา

ปีการศึกษา 2559

ผลงานวิจัย

สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อุษณีย์ จันทะสุวรรณ และวราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล.
(2562). การประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับ
บัณฑิตศึกษาแห่งชาติ ครั้งที่ 20. ช่วงความเชื่อมั่น
สำหรับผลต่างของค่ามัธยฐานของการแจกแจง
ล็อกปกติ (หน้า 266-277). ขอนแก่น:
มหาวิทยาลัยขอนแก่น.