

ห้องสมุดราชวิทยาลัย ตำหนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



E46212

คำประพันธ์ความเป็นนิพนธ์จากบทตั้งนิพนธ์ของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเชิงพาราโบลา  
แบบกึ่งเชิงเส้น

นายวินทร์ ชื่นชัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ปีการศึกษา 2553  
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ค่าประมาณความผิดพลาดภายหลังชนิดตกค้างของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเชิงพาราโบลาแบบกึ่งเชิงเส้น



นายวินทร์ ชัยน้อย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2553

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



RESIDUAL TYPE A POSTERIORI ERROR ESTIMATES FOR SEMI-LINEAR  
PARABOLIC PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS



Mr. Rawin Youngnoi

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science Program in Mathematics  
Department of Mathematics  
Faculty of Science  
Chulalongkorn University  
Academic Year 2010  
Copyright of Chulalongkorn University

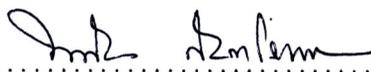
Thesis Title                    RESIDUAL TYPE A POSTERIORI ERROR  
ESTIMATES FOR SEMI-LINEAR PARABOLIC  
PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS  
By                                    Mr. Rawin Youngnoi  
Field of Study                    Mathematics  
Thesis Advisor                 Khamron Mekchay, Ph.D.

---

Accepted by the Faculty of Science, Chulalongkorn University in Partial  
Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree

  
..... Dean of the Faculty of Science  
(Professor Supot Hannongbua, Dr.rer.nat.)

THESIS COMMITTEE

  
..... Chairman  
(Associate Professor Pornchai Satravaha, Ph.D.)

  
..... Thesis Advisor  
(Khamron Mekchay, Ph.D.)

  
..... Examiner  
(Assistant Professor Anusorn Chonwerayuth, Ph.D.)

  
..... External Examiner  
(Assistant Professor Settapat Chinviriyasit, Ph.D.)

รวินทร์ ยั่งยืน : ค่าประมาณความผิดพลาดภายหลังชนิดค้ำของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย  
เชิงพาราโบลาแบบกึ่งเชิงเส้น. (RESIDUAL TYPE A POSTERIORI ERROR ESTIMATES  
FOR SEMI-LINEAR PARABOLIC PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS) อ.ที่  
ปริกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. คำรณ เมฆฉาย, 36 หน้า.

## E46212

การวิเคราะห์ค่าความผิดพลาดภายหลังเป็นหลักการที่สำคัญสำหรับวิธีสมาชิกจำกัดแบบ  
ปรับตัวได้สำหรับการประมาณค่าผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบต่างๆ ในวิทยานิพนธ์นี้เรา  
ให้ความสนใจในการวิเคราะห์ความผิดพลาดภายหลังสำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเชิงพาราโบลา  
แบบกึ่งเชิงเส้นบนโดเมนรูปหลายเหลี่ยมใน 2 มิติภายใต้เงื่อนไขค่าขอบแบบคิริเคล โดยแสดง  
ประสิทธิภาพและความน่าเชื่อถือของค่าประมาณความผิดพลาดภายหลัง โดยหาขอบเขตบนและ  
ขอบเขตล่างด้วยตามวิธีการประมาณชนิดค้ำมาตรฐานภายใต้เงื่อนไขที่ว่าฟังก์ชันไม่เชิงเส้น  $f$   
เป็นฟังก์ชันลิปชิตซ์ของตัวแปร  $n$  สุดท้ายเราได้สร้างขั้นตอนวิธีสมาชิกจำกัดแบบปรับตัวได้โดย  
อาศัยข้อมูลจากการประมาณค่าความผิดพลาดภายหลัง

ภาควิชา.....คณิตศาสตร์.....

สาขาวิชา.....คณิตศาสตร์.....

ปีการศึกษา.....2553.....

ลายมือชื่อนิสิต.....*รวินทร์ ยั่งยืน*.....

ลายมือชื่อ อ.ที่ปริกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....*คำรณ เมฆฉาย*.....

# # 5172416823 : MAJOR MATHEMATICS

**E46212**

KEYWORDS : ADAPTIVE FINITE ELEMENTS / A POSTERIORI ERROR ESTIMATE / STANDARD RESIDUAL ESTIMATOR / SEMI-LINEAR PARABOLIC PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION

RAWIN YOUNGNOI : RESIDUAL TYPE A POSTERIORI ERROR ESTIMATES FOR SEMI-LINEAR PARABOLIC PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS. THESIS ADVISOR : KHAMRON MEKCHAY, Ph.D., 36 pp.

A posteriori error analysis is the key idea for adaptive finite element methods for solving partial differential equations(PDEs). In this thesis, we are interested in a posteriori error analysis for semi-linear parabolic PDEs over polygonal domain in 2-D with Dirichlet boundary condition. We showed the efficiency and reliability of a posteriori error estimator by deriving the upper and local lower bounds based on the standard residual estimator under the assumption that the nonlinear function  $f$  is Lipschitz with respect to the variable  $u$ . We also constructed an algorithm for adaptive finite element method based on a posterior error estimations.

Department: ....Mathematics....

Student's Signature: *Rawin Youngnoi*.....

Field of Study: ....Mathematics....

Advisor's Signature: *[Signature]*.....

Academic Year: .....2010.....

## ACKNOWLEDGEMENTS

I would like to express my sincere gratitude to Khamron Mekchay, Ph.D., my thesis advisor, for his invaluable comments, suggestions and consistent encouragement throughout the preparing and writing this thesis. Without his suggestions and knowledgeable guidance in this study, this research would never have successfully been completed. Sincere thanks and deep appreciation are also extended to Associate Professor Pornchai Satravaha, Ph.D., the chairman, Assistant Professor Anusorn Chonwerayuth, Ph.D., and Assistant Professor Settapat Chinviriyasit, Ph.D., the committee members, for their comments and suggestions.

I am also grateful to the Royal Bangkok Sports Club (R.B.S.C.) for providing me support throughout my graduate study. Thank to all of my friends for giving me happiness.

Finally, I would like to express my greatly gratitude to my family for their love and encouragement during my study.

# CONTENTS

	page
ABSTRACT ( THAI ) .....	iv
ABSTRACT ( ENGLISH ) .....	v
ACKNOWLEDGEMENTS .....	vi
CONTENTS .....	vii
CHAPTER I INTRODUCTION .....	1
CHAPTER II PRELIMINARY .....	3
2.1 Sobolev Space .....	3
2.2 Standard Finite Element .....	5
2.3 Approximation Results .....	7
CHAPTER III MODEL PROBLEM .....	10
CHAPTER IV A POSTERIORI ERROR ESTIMATES .....	15
4.1 Upper Bound .....	16
4.2 Local Lower Bound .....	22
CHAPTER V ADAPTIVE FINITE ELEMENT ALGORITHM .....	30
5.1 Time Errors Control .....	30
5.2 Space Errors Control .....	31
CHAPTER VI CONCLUSION .....	33
REFERENCES .....	34
VITA .....	36