บทที่ 3

กระบวนการมูลฐานในทฤษฎีสมมาตรยิ่งยวดควอนตัมอิเล็กโตรไดนามิคส์

เพื่อที่จะสร้างแอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศ (the vacuum-to-vacuum transition amplitude) $\langle 0_+ \mid 0_- \rangle$ ของทฤษฎี SQED ซึ่งได้จากเวสส์-ซูมิโนลากรางเจียน (the Wess-Zumino Lagrangian). คู่สมมาตรยวดยิ่งนิยามผ่านเชื่อมต่อสมมาตรคือ ψ: สนามอิเล็กตรอน (electron field), (ϕ_1, ϕ_2): คู่ SUSY (selectron field), A^μ: สนามโฟตอน (photon field) และ λ: คู่ SUSY (photino field) เราศึกษาผ่านคูลอมบ์เกจ (Coulomb gauge) เรคู่ควบสนามกับแหล่งกำเนิดภายนอก (external sources) เพื่อสร้าง $\langle 0_+ \mid 0_- \rangle$ ดังนั้นเรานำเสนอลากรางเจียนใหม่ในการเทอมของแหล่งกำเนิด โดยใช้ *functional derivative techniques* เราได้สมการสำหรับ $\langle 0_+ \mid 0_- \rangle$ เป็น functional derivative operation กระทำบน $\langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0$ เกี่ยวข้องกับการแพร่ของอนุภาคอิสระระหว่างแหล่งกำเนิดเหล่านี้เสมือนแหล่งแพร่และตัววัดสมการสุดท้ายของเราโดยคูลอมบ์เกจ นำไปสู่การคำนวณกระบวนการมูลฐานลากรางเจียน (ความหนาแน่น) สำหรับ SQED ในเทอมของแหล่งกำเนิดเป็น

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}_0 + \mathscr{L}_I + \mathscr{L}_S, \tag{3.1}$$

โดย

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_0 \equiv{}& \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial_\mu}{\mathrm{i}}\overline{\psi}\right)\gamma^\mu\psi - \overline{\psi}\gamma^\mu\left(\frac{\partial_\mu}{\mathrm{i}}\psi\right)\right] - m_0\overline{\psi}\psi \\ &- \left(\partial_\mu\phi_1^\dagger\right)(\partial^\mu\phi_1) - m_0^2\phi_1^\dagger\phi_1 - \left(\partial_\mu\phi_2^\dagger\right)(\partial^\mu\phi_2) - m_0^2\phi_2^\dagger\phi_2 \\ &- \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\left[\left(\frac{\partial_\mu}{\mathrm{i}}\overline{\lambda}\right)\gamma^\mu\lambda - \overline{\lambda}\gamma^\mu\left(\frac{\partial_\mu}{\mathrm{i}}\lambda\right)\right],\end{aligned} \tag{3.2}$$

ลากรางเจียนอันตรกิริยา

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L}_I \equiv q_0 \Big\{ & \overline{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu - \mathrm{i}A^\mu\left[\phi_1^\dagger(\partial_\mu\phi_1) - \left(\partial_\mu\phi_1^\dagger\right)\phi_1\right] \\
& + \mathrm{i}A^\mu\left[\phi_2^\dagger(\partial_\mu\phi_2) - \left(\partial_\mu\phi_2^\dagger\right)\phi_2\right] \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}}\Big[\overline{\lambda}\,(\mathbb{1}-\mathrm{i}\gamma_5)\,\psi\phi_1^\dagger + \overline{\lambda}\,(\mathbb{1}+\mathrm{i}\gamma_5)\,\psi\phi_2 \\
& - \overline{\psi}\,(\mathbb{1}+\mathrm{i}\gamma_5)\,\lambda\phi_1 - \overline{\psi}\,(\mathbb{1}-\mathrm{i}\gamma_5)\,\lambda\phi_2^\dagger\Big]\Big\} \\
& - q_0^2\left[\frac{1}{2}\left(\phi_1^\dagger\phi_1 - \phi_2^\dagger\phi_2\right)^2 + A_\mu A^\mu\left(\phi_1^\dagger\phi_1 + \phi_2^\dagger\phi_2\right)\right],
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

และลากรางเจียนของแหล่งกำเนิดภายนอก (c-number) η, $\overline{\eta}$, J^μ, K_1, $K_1^\dagger$, K_2, $K_2^\dagger$, ξ, $\overline{\xi}$ พร้อมด้วย the anticommuting η, $\overline{\eta}$, ξ, $\overline{\xi}$ ได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L}_S \equiv\ & \overline{\psi}\eta + \overline{\eta}\psi + J^\mu A_\mu + K_1^\dagger\phi_1 + \phi_1^\dagger K_1 + K_2^\dagger\phi_2 + \phi_2^\dagger K_2 \\
& + \overline{\lambda}\xi + \overline{\xi}\lambda.
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

เราพิจารณาลากรางเจียนอันตรกิริยาในสมการที่ (3.3) เพื่อคำนวณแอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศโดยการแทนสนามด้วยfunctional derivative ด้วยแหล่งกำเนิดภายนอก: $\psi \equiv \dfrac{\delta}{\mathrm{i}\delta\overline{\eta}}$, $\overline{\psi} \equiv \dfrac{\delta}{\mathrm{i}\delta\eta}$, $A_\mu \equiv \dfrac{\delta}{\mathrm{i}\delta J^\mu}$, $\phi_1 \equiv \dfrac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1^\dagger}$, $\phi_1^\dagger \equiv \dfrac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1}$, $\phi_2 \equiv \dfrac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2^\dagger}$, $\phi_2^\dagger \equiv \dfrac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2}$, $\lambda \equiv \dfrac{\delta}{\mathrm{i}\delta\overline{\xi}}$ และ $\overline{\lambda} \equiv \dfrac{\delta}{\mathrm{i}\delta\xi}$, and giving a new the interaction lagrangian $\mathscr{L}_I'$. ดังนั้น แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศในคูลอมบ์เกจเป็น

$$
\langle 0_+ \mid 0_- \rangle = \exp\left[\mathrm{i}\int(\mathrm{d}x)\mathscr{L}_I'\right]\langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0\,, \tag{3.5}
$$

โดย $\langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0 \equiv \langle 0_+ \mid 0_- \rangle|_{q_0=0}$ is given by

$$
\begin{aligned}
\langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0 = & \exp\left[\mathrm{i}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}x')\overline{\eta}(x)S_+(x,x')\eta(x)\right] \\
& \times\exp\left[\mathrm{i}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}x')K_1^\dagger(x)\Delta_{1+}(x,x')K_1(x)\right] \\
& \times\exp\left[\mathrm{i}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}x')K_2^\dagger(x)\Delta_{2+}(x,x')K_2(x)\right] \\
& \times\exp\left[\mathrm{i}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}x')J_\mu(x)D_{\mathrm{C}+}^{\mu\nu}(x,x')J_\nu(x)\right] \\
& \times\exp\left[\mathrm{i}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}x')\overline{\xi}(x)R_+(x,x')\xi(x)\right].
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

โดยสัมพันธ์กับการแพร่อิสระนิยามในโคออร์ดิเนตเทอมสำหรับการแพร่อิเล็กตรอนอิสระ

$$S_+(x,x') = \int \frac{(\mathrm{d}p)}{(2\pi)^4} \frac{-\gamma p + m_0}{p^2 + m_0^2 - \mathrm{i}\epsilon} \mathrm{e}^{\mathrm{i}p(x-x')}, \tag{3.7}$$

การแพร่โฟตอนอิสระ

$$D^{\mu\nu}_{C+}(x,x') = \int \frac{(\mathrm{d}q)}{(2\pi)^4} D^{ij}_{C+}(q) \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x-x')}, \tag{3.8}$$

การแพร่โฟติโนอิสระ

$$R_+(x,x') = \int \frac{(\mathrm{d}p)}{(2\pi)^4} \frac{-\gamma p}{p^2 - \mathrm{i}\epsilon} \mathrm{e}^{\mathrm{i}p(x-x')}, \tag{3.9}$$

การแพร่ซีเล็กตอนอิสระ

$$\Delta_{1+}(x,x') = \int \frac{(\mathrm{d}k_1)}{(2\pi)^4} \frac{1}{k_1^2 + m_0^2 - \mathrm{i}\epsilon} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_1(x-x')}, \tag{3.10}$$

$$\Delta_{2+}(x,x') = \int \frac{(\mathrm{d}k_2)}{(2\pi)^4} \frac{1}{k_2^2 + m_0^2 - \mathrm{i}\epsilon} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_2(x-x')}. \tag{3.11}$$

3.1 Schwinger-Feynman Rules Using Functional Derivatives

แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศในคูลอมบ์เกจในเทอมของแหล่งกำเนิดเป็น

$$\langle 0_+ \mid 0_- \rangle = \exp\big(\mathrm{i}q_0\mathcal{A} - \mathrm{i}q_0^2\mathcal{B}\big)\langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0\,, \tag{3.12}$$

โดย

$$\begin{aligned}
\mathcal{A} \equiv \int (\mathrm{d}x) \Bigg\{ & \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta\eta}\gamma^\mu \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta\overline{\eta}} \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta J^\mu} \\
& - \mathrm{i}q_0 \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta J^\mu} \left[\frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1} \left(\partial_\mu \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1^\dagger} \right) - \left(\partial_\mu \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1} \right) \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1^\dagger} \right] \\
& + \mathrm{i}q_0 \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta J^\mu} \left[\frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2} \left(\partial_\mu \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2^\dagger} \right) - \left(\partial_\mu \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2} \right) \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2^\dagger} \right] \\
& + \frac{q_0}{\sqrt{2}} \Bigg[\frac{\delta}{\mathrm{i}\delta\xi} (\mathbb{1} - \mathrm{i}\gamma_5) \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta\overline{\eta}} \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1} + \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta\xi} (\mathbb{1} + \mathrm{i}\gamma_5) \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta\overline{\eta}} \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2^\dagger} \\
& - \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta\eta} (\mathbb{1} + \mathrm{i}\gamma_5) \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta\overline{\xi}} \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1^\dagger} - \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta\eta} (\mathbb{1} - \mathrm{i}\gamma_5) \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta\overline{\xi}} \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2} \Bigg] \Bigg\}
\end{aligned} \tag{3.13}$$

and

$$
\mathcal{B} \equiv \int (\mathrm{d}x) \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1} \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1^\dagger} - \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2} \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2^\dagger} \right)^2 \right.
$$

$$
\left. + \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta J^\mu} \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta J_\mu} \left(\frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1} \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_1^\dagger} + \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2} \frac{\delta}{\mathrm{i}\delta K_2^\dagger} \right) \right] . \tag{3.14}
$$

เราสามารถเขียนแอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศในสมการที่ (3.12) ได้ใหม่เป็น

$$
\langle 0_+ \mid 0_- \rangle = \exp \left[a_0 + q_0 a_1 + q_0^2 a_2 + q_0^3 a_3 + \ldots \right] \tag{3.15}
$$

โดย

$$
a_0 = \ln \langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0 \,,
$$

$$
a_1 = \frac{\mathrm{i}}{\langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0} \mathcal{A} \langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0 \,,
$$

$$
a_2 = -\frac{a_1^2}{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{\langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0} [\mathcal{A}^2 + 2\mathrm{i}\mathcal{B}] \langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0 \,,
$$

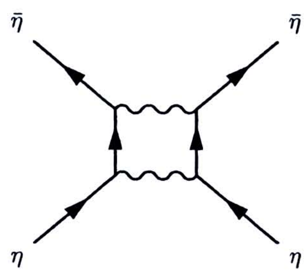
$$
a_3 = -\frac{a_1^3}{6} - \frac{2a_1 a_2}{3} - \frac{a_2 a_1}{3}
+ \frac{1}{6} \frac{1}{\langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0} [2\mathcal{B}\mathcal{A} + 4\mathcal{A}\mathcal{B} - \mathrm{i}\mathcal{A}^3] \langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0 \,,
$$

$$
a_4 = -\frac{a_1^4}{24} - \frac{a_1^2 a_2}{4} - \frac{a_1^2 a_3}{4} - \frac{a_1^2 a_2 a_1}{12} - \frac{a_1 a_2^2}{3} - \frac{a_2^2}{6} - \frac{a_2 a_1^2}{12}
- \frac{a_3 a_1}{2} + \frac{1}{24} \frac{1}{\langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0} \{ \mathcal{A}^4 - 12\mathcal{B}^2 + 2\mathrm{i}\mathcal{B}\mathcal{A}^2
+ 4\mathrm{i}\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{A} + 6\mathrm{i}\mathcal{A}^2\mathcal{B} \} \langle 0_+ \mid 0_- \rangle_0 \,,
$$

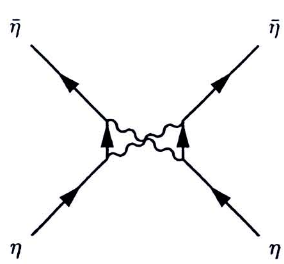
$$
\vdots
$$

3.2 กระเจิงอิเล็กตรอน-อิเล็กตรอน($e^- e^- \to e^- e^-$) ในอันดับที่ 4 ของ q_0 และแผนภาพไฟน์แมน

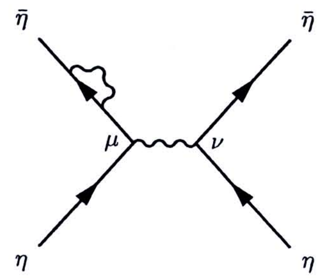
ในหัวข้อนี้เราจะประยุกต์ใช้แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศคำนวณหาแผนภาพไฟน์แมนของการกระเจิงอิเล็กตรอน-อิเล็กตรอน($e^- e^- \to e^- e^-$) ในอันดับที่ 4 ของ q_0 โดยที่ q_0 เป็น bare ประจุ (bare charge) เรามีว่า



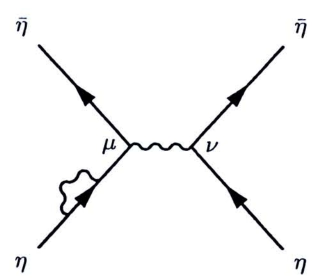
รูปที่ 3.1: (a)แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ
$-\frac{q_0^4}{64}\int (\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{d}y')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\overline{\eta}(z)S_+(z,y)\gamma^\mu S_+(y,y'')\gamma^\lambda$
$S_+(y'',x'')\gamma^\alpha S_+(x'',x)\eta(x)\overline{\eta}(z')S_+(z',y')\gamma^\nu\, S_+(y',x')\eta(x')D_{\nu\mu}(y',y)D_{\lambda\alpha}(y'',x'')$



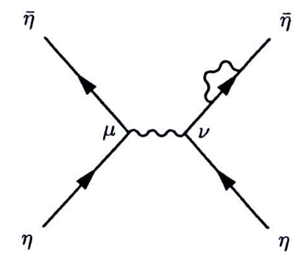
รูปที่ 3.2: (b) แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ
$-\frac{q_0^4}{64}\int (\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{d}y')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\overline{\eta}(z)S_+(z,y'')\gamma^\lambda S_+(y'',y)$
$\gamma^\mu S_+(y,x'')\gamma^\alpha S_+(x'',x)\eta(x)\overline{\eta}(z')S_+(z',y')\gamma^\nu S_+(y',x')\eta(x')D_{\nu\mu}(y',y)D_{\lambda\alpha}(y'',x'')$



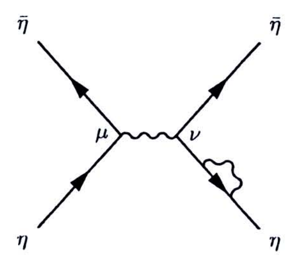
รูปที่ 3.3: (c)แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ
$-\frac{g_0^4}{64}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{d}y')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\overline{\eta}(z)S_+(z,y'')\gamma^\lambda S_+(y'',x'')\gamma^\alpha$
$S_+(x'',y)\gamma^\mu S_+(y,x)\eta(x)\overline{\eta}(z')S_+(z',y')\gamma^\nu S_+(y',x')\eta(x')D_{\nu\mu}(y',y)D_{\lambda\alpha}(y'',x'')$



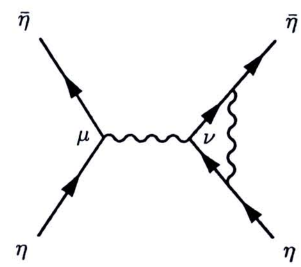
รูปที่ 3.4: (d) แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ
$-\frac{g_0^4}{64}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{d}y')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\overline{\eta}(z)S_+(z,y)\gamma^\mu S_+(y,x)\eta(x)$
$D_{\nu\mu}(y',y)D_{\lambda\alpha}(y'',x'')\overline{\eta}(z')S_+(z',y'')\gamma^\lambda S_+(y'',x'')\gamma^\alpha S_+(x'',y')\gamma^\nu S_+(y',x')\eta(x')$



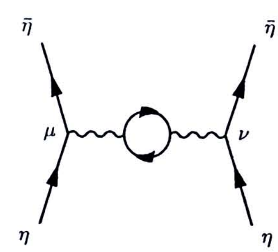
รูปที่ 3.5: (e) แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ
$-\frac{q_0^4}{64}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{d}y')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\overline{\eta}(z)S_+(z,y)\gamma^\mu S_+(y,x)\eta(x)D_{\nu\mu}(y',y)$
$D_{\lambda\alpha}(y'',x'')\overline{\eta}(z')S_+(z',y')\gamma^\nu S_+(y',y'')\gamma^\lambda S_+(y'',x'')\gamma^\alpha S_+(x'',x')\eta(x')$



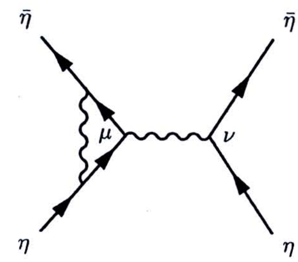
รูปที่ 3.6: (f)แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ
$-\frac{q_0^4}{64}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{d}y')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\overline{\eta}(z)S_+(z,y)\gamma^\mu S_+(y,x)\eta(x)D_{\nu\mu}(y',y)$
$D_{\lambda\alpha}(y'',x'')\overline{\eta}(z')S_+(z',y'')\gamma^\lambda S_+(y'',x'')\gamma^\nu S_+(x'',y')\gamma^\alpha S_+(y',x')\eta(x')$



รูปที่ 3.7: (g)แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ
$-\frac{q_0^4}{64}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{dy}')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\overline{\eta}(z)S_+(z,y)\gamma^\mu S_+(y,x)\eta(x)D_{\mu\lambda}(y,y'')$
$D_{\nu\alpha}(y',x'')\overline{\eta}(z')S_+(z',y')\gamma^\nu S_+(y',x')\eta(x')\gamma^\lambda S_+(y'',x'')S_+(x'',y')\gamma^\alpha$

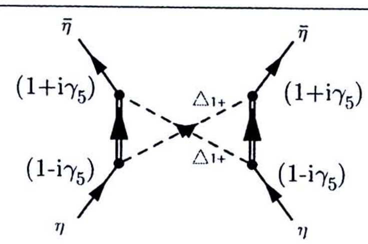


รูปที่ 3.8: (h)แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ
$-\frac{q_0^4}{64}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{dy}')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\overline{\eta}(z)S_+(z,y'')\gamma^\lambda S_+(y'',y)\gamma^\mu S_+(y,x)$
$\eta(x)D_{\mu\nu}(y',y)\overline{\eta}(z')S_+(z',x'')\gamma^\alpha S_+(x'',y')\gamma^\nu S_+(y',x')\eta(x')D_{\lambda\alpha}(y'',x'')$

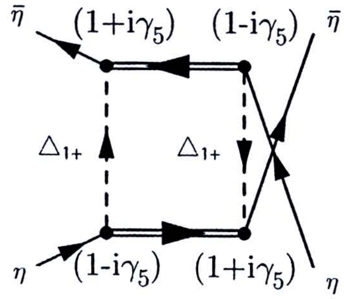


รูปที่ 3.9: (i) แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ $-\frac{q_0^4}{64}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{d}y')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\bar{\eta}(z)S_+(z,y'')\gamma^\lambda S_+(y'',y)\gamma^\mu S_+(y,x)$ $\eta(x)D_{\alpha\mu}(x'',y)\bar{\eta}(z')S_+(z',x'')\gamma^\alpha S_+(x'',y')\gamma^\nu S_+(y',x')\eta(x')D_{\nu\lambda}(y'',y')$

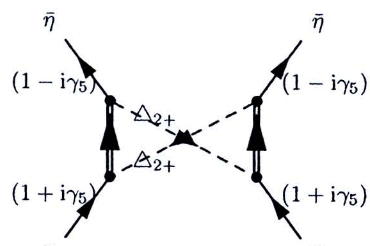
ในกระบวนการทั้งหมดที่กล่าวมานั้นตรงกับการทำนายของไฟน์แมนเกี่ยวกับกระบวนการกระเจิงอิเล็กตรอน-อิเล็กตรอน($e^-e^- \to e^-e^-$) ในอันดับที่ 4 ของ ประจุไฟฟ้าในทฤษฎีพลศาสตร์ไฟฟ้าควอนตัม และในการคำนวณในทฤษฎีสมมาตรยิ่งยวดควอนตัมอิเล็กโตรไดนามิคส์ โดยแอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการการกระเจิงของคู่อิเล็กตรอน-อิเล็กตรอน เราจะนำไปประยุกต์ใช้ในการคำนวณหาสหสัมพันธ์ของสปินของคู่อิเล็กตรอนต่อไปในอนาคต เราพบว่ามีกระบวนเกิดขึ้นเพิ่มเติมดังนี้



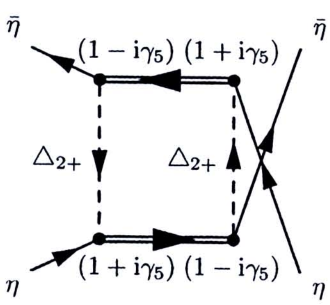
รูปที่ 3.10: (j) แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ $-\frac{q_0^4}{64}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{d}y')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\bar{\eta}(z)S_+(z,y'')(\mathbb{1}+\mathrm{i}\gamma_5)R_+(y'',y)$ $(\mathbb{1}+\mathrm{i}\gamma_5)S_+(y,x)\eta(x)\bar{\eta}(z')S_+(z',x'')(\mathbb{1}-\mathrm{i}\gamma_5)R_+(x'',y')(\mathbb{1}-\mathrm{i}\gamma_5)S_+(y',x')\eta(x')$ $\triangle_{1+}(y',y)\triangle_{1+}(y'',x'')$



รูปที่ 3.11: (k) แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ $-\frac{q_0^4}{64}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{d}y')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\overline{\eta}(z')S_+(z',y')(\mathbb{1}+\mathrm{i}\gamma_5)R_+(y',y)$ $(\mathbb{1}-\mathrm{i}\gamma_5)S_+(y,x)\eta(x)\overline{\eta}(z)S_+(z,y'')(\mathbb{1}-\mathrm{i}\gamma_5)R_+(y'',x'')(\mathbb{1}+\mathrm{i}\gamma_5)S_+(x'',x')\eta(x')$ $\triangle_{1+}(x'',y')\triangle_{1+}(y'',y)$



รูปที่ 3.12: (l) แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ $-\frac{q_0^4}{64}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{d}y')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\overline{\eta}(z)S_+(z,y'')(\mathbb{1}+\mathrm{i}\gamma_5)R_+(y'',y)$ $(\mathbb{1}+\mathrm{i}\gamma_5)S_+(y,x)\eta(x)\overline{\eta}(z')S_+(z',x'')(\mathbb{1}-\mathrm{i}\gamma_5)R_+(x'',y')(\mathbb{1}-\mathrm{i}\gamma_5)S_+(y',x')\eta(x')$ $\triangle_{2+}(y',y)\triangle_{2+}(y'',x'')$



รูปที่ 3.13: (m) แอมปลิจูดการเปลี่ยนสถานะสุญญากาศไปยังสุญญากาศของกระบวนการ $-\frac{q_0^4}{64}\int(\mathrm{d}x)(\mathrm{d}y)(\mathrm{d}z)(\mathrm{d}x')(\mathrm{d}y')(\mathrm{d}z')(\mathrm{d}x'')(\mathrm{d}y'')\overline{\eta}(z')S_+(z',y')(\mathbb{1}+\mathrm{i}\gamma_5)R_+(y',y)$ $(\mathbb{1}-\mathrm{i}\gamma_5)S_+(y,x)\eta(x)\overline{\eta}(z)S_+(z,y'')(\mathbb{1}-\mathrm{i}\gamma_5)R_+(y'',x'')(\mathbb{1}+\mathrm{i}\gamma_5)S_+(x'',x')\eta(x')$ $\triangle_{2+}(x'',y')\triangle_{2+}(y'',y)$