

การตรวจเอกสาร

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาด้านพฤติกรรมการไหลของน้ำ ได้เคยมีผู้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับพฤติกรรม การไหลของน้ำผ่านมวลดิน ได้แก่

1. ศึกษาเกี่ยวกับแบบจำลองการไหลของน้ำในชั้นทรายโดย Jaeger (1994) ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) ทำการวิเคราะห์แบบสามมิติ โดยพิจารณาเป็นปริมาตรเล็กๆ เพื่อจำลองการไหลโดยใช้สมการของ Navier-Stokes แล้วทำการเปรียบเทียบกับแบบจำลองทางกายภาพ (Physical Model) ผลที่ได้จากการเปรียบเทียบคือ บริเวณที่เกิดการไหลเวียนของน้ำที่ได้จากแบบจำลองทางกายภาพมีค่าน้อยกว่าค่าที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
2. ศึกษาเกี่ยวกับการกัดเซาะทางด้านท้ายเขื่อน Glen Canyon โดย Muniram Budhu and Roger Gobin (1995) โดยหาบริเวณที่เกิดการพังทลายของลาดคันดินที่เกิดการกัดเซาะเนื่องจากการไหลของน้ำผ่านเขื่อน ซึ่งผลที่ได้คือบริเวณที่เกิดการพังทลายขึ้นอยู่กับ อัตราการไหลผ่านของน้ำ, การขึ้นลงของน้ำ, ช่วงระยะเวลาการไหลผ่านสูงสุด, ความสามารถในการซึมได้, มุมเสียดทาน และความเชื่อมั่นแน่นของดิน
3. ศึกษาเพื่อหาว่าความสามารถในการซึมได้ของน้ำหรือค่าความชันทางชลศาสตร์ที่แปรเปลี่ยนไปตาม scaling factor N ในแบบจำลองการไหลใน centrifuge โดย Thusyanthan และ Madabhushi ซึ่งผลที่วิเคราะห์ได้จากหลักพื้นฐานของดาร์ซีเกี่ยวกับความสามารถในการซึมได้และความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องรวมถึงหลักพลังงานการไหลสรุปได้ว่าความสามารถในการซึมได้ของดาร์ซีเป็นสัดส่วนกับค่าความเร่งโน้มถ่วงของโลก สำหรับค่าความซึมได้แท้จริง (intrinsic) ขึ้นกับช่องว่าง (pore space) ของตัวกลางเพียงอย่างเดียว และพลังงานการไหลซึมในแบบจำลอง centrifuge ทำให้ความเร็วในการไหลซึมมากกว่าในสภาพปกติ N เท่า
4. ศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมการไหลซึมของน้ำในแบบจำลองถังทรายและแบบจำลองคณิตศาสตร์โดย พัทธ์ (2545) โดยเปรียบเทียบกับค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่เกี่ยวกับการไหล ระหว่าง

ค่าที่ได้จากแบบจำลองถึงทรายและค่าที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์(โปรแกรม SEEP/W)
ผลที่ได้จากการเปรียบเทียบก็คือ

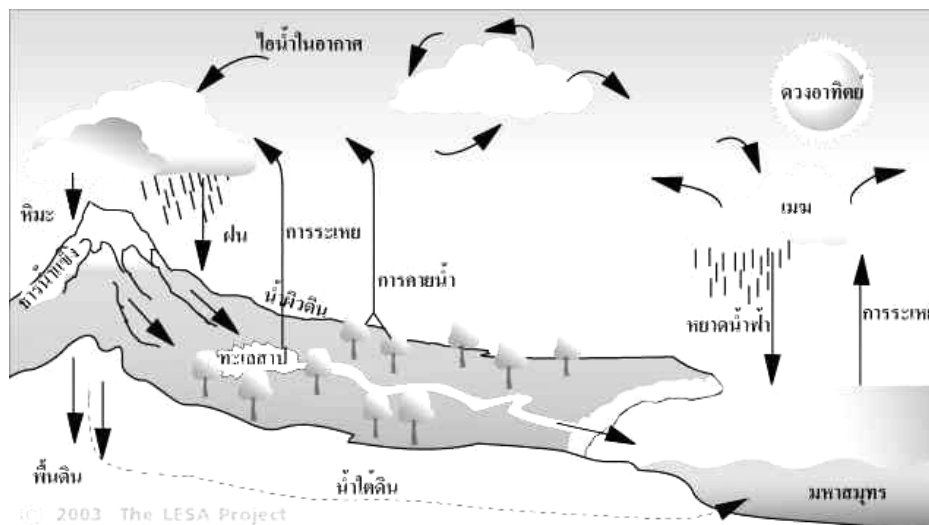
ค่าความดันรวม (Total Head) ด้านเหนือน้ำมีความแตกต่างกันมากที่สุด 1.02 %
สำหรับด้านท้ายน้ำมีความแตกต่างกันมากที่สุด 1.94 %

ค่าระดับแรงดัน (Pressure Head) ด้านเหนือน้ำมีความแตกต่างกันมากที่สุด 1.62 %
สำหรับด้านท้ายน้ำมีความแตกต่างกันมากที่สุด 5.07 %

ค่าอัตราการไหลที่มีความแตกต่างกันคือ
 $q_{seep/w} (2.394 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sec}) > q_{แบบจำลอง} (2.387 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sec}) > q_{ค่าจากการไหล} (2.386 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sec})$

วัฏจักรของน้ำ

การเกิดและการหมุนเวียนแปรเปลี่ยนของน้ำ เริ่มต้นจากการระเหย(Evaporation)ของน้ำจากแหล่งน้ำต่าง ๆ บนผิวโลกเมื่อได้รับพลังงานความร้อนจากแสงอาทิตย์ รวมทั้งความชื้นที่ปล่อยมาจากต้นไม้ซึ่งดูดน้ำจากราก (Transpiration) กลายเป็นไอน้ำในบรรยากาศซึ่งมองเห็นได้ในรูปของ เมฆ หมอก และมองเห็นไม่ได้ในรูปของไอน้ำ ถ้าหากไอน้ำในบรรยากาศมีมากขึ้นจนถึงจุดอิ่มตัว ท้ายสุดไอน้ำกลั่นตัวเป็นละอองน้ำ และรวมตัวกันเป็นหยดน้ำตกลงมาสู่ผิวโลกในรูปของฝน หิมะ ลูกเห็บ ซึ่งบางส่วนจะกลายเป็นน้ำที่ไหลบนผิวดิน(surface runoff) บางส่วนก็ซึมผ่านผิวดิน (infiltration) และไหลไปในดินเรียกว่า subsurface runoff น้ำส่วนที่ซึมลงไปอิ่มตัวอยู่ในดินจะถูกแรงดึงดูดของโลกดูดให้ซึมลึกลงไปอีกเรียกว่า น้ำใต้ดิน (ground water) น้ำใต้ดินนี้มีสภาพอิ่มตัวทั้งหมด (Fully Saturated Zone) กระบวนการดังกล่าวยังคงเกิดขึ้นต่อไป ท้ายที่สุดแล้วน้ำผิวดินและน้ำใต้ดินจะไหลมารวมกันเป็นน้ำผิวดินอีกครั้งและเกิดวัฏจักรเดิมอีกรอบหนึ่ง



ภาพที่ 3 วงจรของน้ำ

ที่มา: ศูนย์การเรียนรู้วิทยาศาสตร์โลกและดาราศาสตร์ (2546)

น้ำใต้ดิน

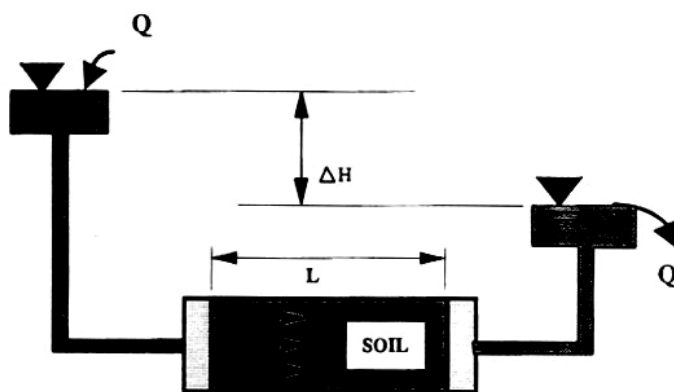
ในทางวิศวกรรมปฐพีได้ให้ความสนใจในวัฏจักรของน้ำส่วนหนึ่ง คือส่วนที่อยู่ใต้ผิวดิน และน้ำที่แทรกอยู่ในช่องว่างของดินหรือรอยแยกของหิน หรือที่เรียกว่าน้ำใต้ดิน ระดับน้ำใต้ดินจะเปลี่ยนแปลงตามเวลาขึ้นอยู่กับฤดูกาลในแต่ละปี จำนวนฝนที่ตก และพฤติกรรมการสูบน้ำ ฯ น้ำใต้ดินสามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วน

1. ส่วนที่อยู่ต่ำกว่าระดับน้ำใต้ดิน เรียกว่า Phreatic Zone น้ำในส่วนนี้จะมีค่าแรงดันเป็นบวก ซึ่งเป็นผลมาจากน้ำหนักที่วางทับอยู่บนน้ำ ซึ่งน้ำใต้ดินส่วนใหญ่จะเป็นน้ำชั้นนี้
2. ส่วนที่อยู่เหนือระดับน้ำใต้ดิน เรียกว่า Vadose Zone น้ำในส่วนนี้จะมีค่าแรงดันเป็นลบ และจะยึดติดกันด้วยปฏิกิริยาคาพิลลารี (Capillary Action)

ดินบางชนิดเช่นกรวดและทรายจะมีการเปลี่ยนแปลงของน้ำใต้ดินได้มาก ซึ่งรู้จักกันในชื่อชั้น Aquifer ส่วนในดินชนิดอื่นเช่น ดินเหนียวจะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ซึ่งเรียกน้ำชั้นนี้ว่า Aquiclude

ทฤษฎีพื้นฐานการไหลซึมของน้ำผ่านดิน

โดยธรรมชาติของน้ำมีการไหลจากที่สูงไปสู่ที่ต่ำ หรือจากจุดที่มีความดันสูงไปสู่ความดันต่ำ Darcy (1856) ชาวฝรั่งเศส ได้แสดงความสัมพันธ์ของความเร็วในการไหลซึมของน้ำในดิน ซึ่งต่อมาเรียกว่า “กฎของดาร์ซี” กล่าวว่า ความเร็วของน้ำที่ไหลผ่านตัวกลางพรุนแบบ laminar จะเป็นสัดส่วนกับ “hydraulic gradient”



ภาพที่ 4 การไหลซึมของน้ำในแนวเดียวผ่านแท่งดิน
ที่มา: วรากร (2542)

จากกฎของดาร์ซี ถ้าให้ V = ความเร็วของการไหลซึมของน้ำ
และ i = ความลาดของระดับน้ำ(hydraulic gradient) = $\frac{\Delta H}{L}$
เมื่อ H = ความต่างศักย์ระหว่างเหนือน้ำและท้ายน้ำ
 L = ความยาวของแท่งดินในแนวน้ำไหล

ดังนั้น $v \propto i$

หรือ $v = k \cdot i$

โดยที่ k เป็นค่าคงที่ซึ่งแสดงคุณสมบัติของดินที่ให้น้ำไหลผ่าน เรียกว่า hydraulic conductivity หรือ permeability หรือเรียกว่า “ค่าความซึมน้ำ” หน่วยที่ใช้เป็น ซม.ต่อวินาที (cm/sec)

จากสมการข้างต้น เมื่อพิจารณาหน้าตัดของแท่งดิน เท่ากับ A ดังนั้นปริมาณการไหลต่อเวลาจะเป็น

$$q = v \cdot A = k \cdot i \cdot A$$

เมื่อ พิจารณาเฉพาะช่วงเล็กๆที่มีความยาว dL ปริมาณน้ำจะเป็น

$$q = k \cdot \frac{dH}{dL} \cdot A \quad (1)$$

เมื่อ $\frac{dH}{dL}$ เป็นความชันของเส้นศักย์พืชน้ำ ณ ตำแหน่งที่พิจารณา

จากสมการของ Bernoulli ซึ่งกล่าวว่าแรงดันน้ำรวม ณ จุดใดจุดหนึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปผลรวมของแรงดัน ความเร็ว และค่าระดับดังสมการ

$$h = \frac{P}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g} + Z \quad (2)$$

เมื่อ h = หน่วยแรงรวมในรูปความสูงของน้ำ

P = หน่วยแรงดันน้ำ

V = ความเร็ว

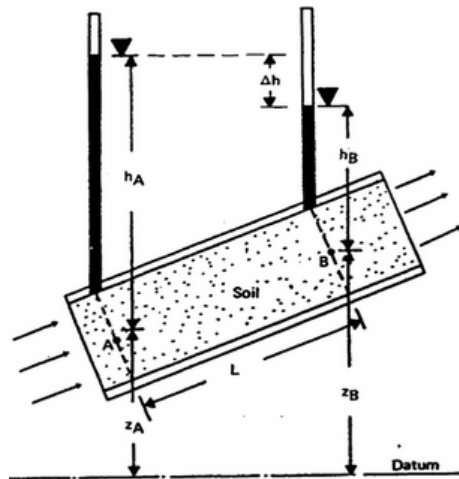
g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงโลก

γ_w = หน่วยน้ำหนักของน้ำ

โดยที่ Z คือความสูงของจุดที่ต้องการหาแรงดันจนถึงระดับฐาน แรงดันน้ำสามารถเขียนอยู่ในรูปความสูงของน้ำโดยการหารด้วยน้ำหนักของน้ำ (γ_w)

สำหรับการไหลของน้ำผ่านดินนั้น เทอมของความเร็วของน้ำนั้นมีค่าน้อยมาก ดังนั้นสมการข้างต้นสามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$h = \frac{P}{\gamma_w} + Z$$

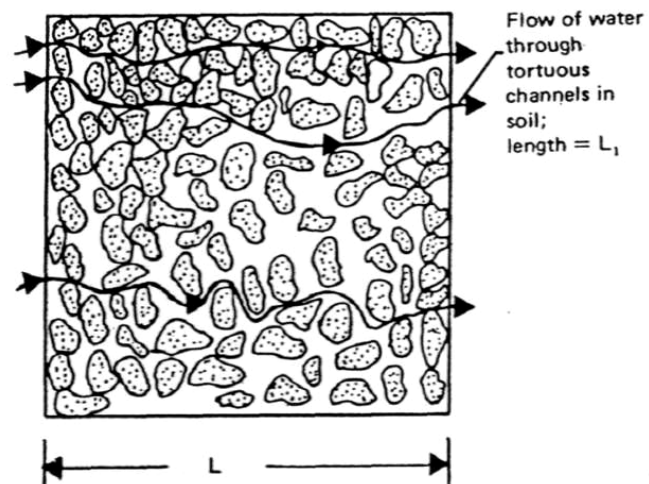


ภาพที่ 5 แสดงเฮดของน้ำที่จุดพิจารณา 2 ตำแหน่ง

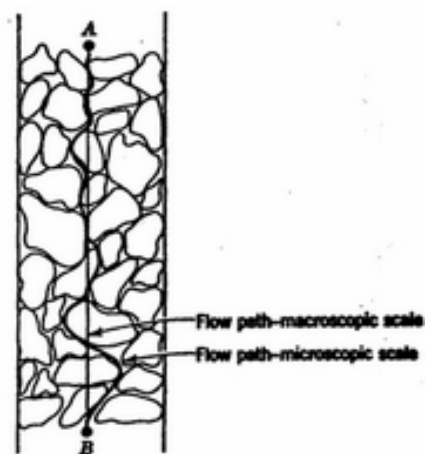
ที่มา: Das (1990)

โดยปกติ การสูญเสียพลังงานเนื่องจากน้ำไหลผ่านดิน น้ำจะไหลจากศักย์สูงไปยังศักย์ที่ต่ำกว่าและเกิดการสูญเสียพลังงานหรือเฮดเนื่องจากแรงเสียดทานตามทางที่น้ำไหลผ่าน การสูญเสียพลังงานระหว่างตำแหน่ง 2 จุด ตามทางที่น้ำไหลเมื่อพิจารณาดังภาพที่ 5 และสมการข้างล่างดังนี้

$$\Delta h = h_A - h_B = \left(\frac{\rho_A}{\gamma_w} + z_A \right) - \left(\frac{\rho_B}{\gamma_w} + z_B \right) \quad (3)$$



ภาพที่ 6 แสดงน้ำไหลซึมผ่านตามช่องว่างของอนุภาคดิน
ที่มา: Das (1990)



ภาพที่ 7 แสดงน้ำไหลซึมผ่านในดิน
ที่มา: Lambe and Whitman (1979)

ความสามารถการซึมน้ำในตัวกลางพรุน

การหาค่าความซึมน้ำในห้องปฏิบัติการ

วิธีความดันคงที่(Constant-Head)เป็นวิธีที่เหมาะสมกับดินเม็ดหยาบหรือดินที่มีความซึมน้ำสูง การทดลองมีการติดตั้งอุปกรณ์ดังภาพที่ 8 โดยดินที่นำมาทดสอบอยู่ใน mold รูปทรงกระบอก มีเสดคงที่ h และมีการรักษาเสดให้คงที่ ด้วยการปรับระดับน้ำจาก Water Supply ปริมาณน้ำที่ไหลออกมาวัดได้ด้วยทรงกระบอกวัดภายในช่วงเวลา t จากกฎของดาร์ซี(1856) จะได้ว่า

$$Q = qt = kiAt$$

เมื่อ

$Q =$ ปริมาณน้ำที่วัดได้

$A =$ พื้นที่หน้าตัดของ specimen

$t =$ เวลาที่เก็บตัวอย่างน้ำ

แต่

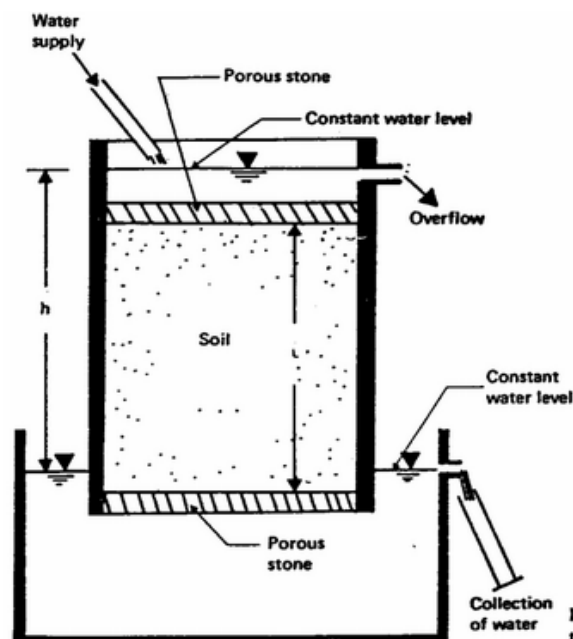
$$i = h/L$$

โดยที่

$L =$ ความยาวของ Specimen

ดังนั้นจัดรูปสมการใหม่

$$k = \frac{QL}{hAt} \quad (1)$$



ภาพที่ 8 Constant-Head Test

ที่มา: Das (1990)

ซึ่งเทอมทางขวามือของสมการสามารถหาค่าได้จากการทดลอง

วิธีความดันแปรเปลี่ยน(Falling-Head)เป็นวิธีหาค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่านที่เหมาะสมกับดินเนื้อละเอียด การทดลองมีการติดตั้งอุปกรณ์ดังภาพที่ 9 โดยดินที่นำมาทดสอบอยู่ใน mold รูปทรงกระบอก มีเขตที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา มีท่อน้ำ ที่ต่อเข้ากับตัวอย่างดิน น้ำจะไหลผ่านตัวอย่างดินใน specimen เขตของน้ำเริ่มต้นเป็น h_1 ที่เวลา $t = 0$ เมื่อเวลาผ่านไป $t=t$ เขตของน้ำลดลงเหลือ h_2 อัตราการไหลผ่านเนื้อดินเป็นดังนี้

$$q = kiA = k \frac{h}{L} A = -a \frac{dh}{dt}$$

โดยที่ h = เขตที่เวลาใดๆ

A = พื้นที่หน้าตัดของตัวอย่างดิน (specimen)

a = พื้นที่หน้าตัดของท่อน้ำ (standpipe)

L = ความยาวของท่อน้ำ (specimen)

จัดรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$dt = \frac{aL}{Ak} \left(-\frac{dh}{h} \right) \quad (1)$$

อินทิเกรตทางด้านซ้ายมือของสมการ (1) ตั้งแต่ 0 ถึง t และทางด้านขวาของสมการตั้งแต่ h_1 ถึง h_2 จะได้

$$t = \frac{aL}{Ak} \log_e \frac{h_1}{h_2} \quad (2)$$

หรือ

$$K = \frac{aL}{Adt} \ln \frac{h_1}{h_2} = 2.3 \frac{aL}{Adt} \log \frac{h_1}{h_2}$$

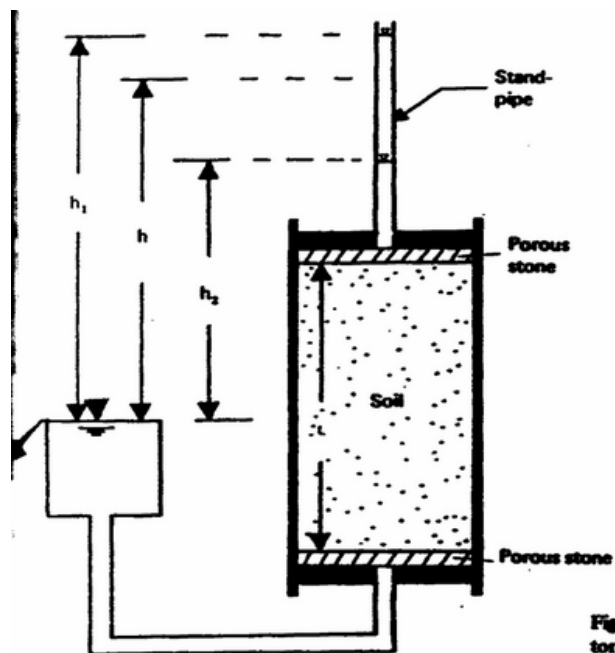
เมื่อ

h_1 = ความต่างของระดับน้ำก่อนการทดสอบ

h_2 = ความต่างของระดับน้ำเมื่อเวลาผ่านไป t

a = พื้นที่หน้าตัดของท่อน้ำสำหรับอ่านความต่างของระดับน้ำ

$\ln$ = natural logarithm



ภาพที่ 9 Falling-Head Test

ที่มา: Das (1990)

การหาค่าความชื้นน้ำโดยวิธีทางอ้อม (Indirect Method)

การหาค่าความชื้นน้ำของดิน ที่ได้จากการทดลองในห้องปฏิบัติการหรือในสนาม อาจมีข้อผิดพลาดเกิดขึ้นได้ ทำให้ได้ค่าความชื้นน้ำที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งสามารถตรวจสอบได้ โดยวิธีทางอ้อม ซึ่งได้มีผู้รวบรวมไว้อยู่ในรูปสมการต่าง ๆ มากมาย โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่าง ค่าความชื้นน้ำ กับคุณสมบัติทางกายภาพของดิน เช่น ชนิดดิน ขนาดคละ อัตราส่วนช่องว่าง หรือ ความแน่นของดิน เป็นต้น

Hazen (1911) ได้ทดลองหาค่าความชื้นน้ำของทรายกรองน้ำในสภาพที่หลวม และได้สร้างความสัมพันธ์ระหว่างค่าความชื้นน้ำกับขนาดของเม็ดดิน ดังสมการ

$$k \text{ (cm/sec)} = C_1 D_{10}^2 \quad (3)$$

เมื่อ

D_{10} = Effective size (cm)

C_1 = 90-120 แนะนำให้ใช้ 100

Kozeny (1927) and Carman (1956) ได้สรุปการหาค่าความซึมผ่านของดินทราย มีความสัมพันธ์กับอัตราส่วนช่องว่าง เรียกว่า Kozeny-Carman Equation ดังความสัมพันธ์

สามารถเขียนได้เป็น

$$k \propto \frac{e^3}{1+e}$$

$$k = \frac{C_1 e^3}{1+e} \quad (4)$$

เมื่อ C_1 = ค่าคงที่
Amer และ Awad (1974) แนะนำว่า ค่าคงที่ C_1 สามารถคำนวณได้จาก

$$C_1 = C_2 D_{10}^{2.32} C_u^{0.6} \quad (5)$$

เมื่อ

D_{10} = Effective size (mm.)
 C_u = Uniformity Coefficient
 C_2 = ค่าคงที่

Shahabi, Das and Tarquin (1984) ได้ทำการทดสอบความซึมผ่านกับทรายหยาบปาน กลางถึงทรายละเอียด และได้สร้างความสัมพันธ์การหาค่าความซึมผ่าน จากสมการ

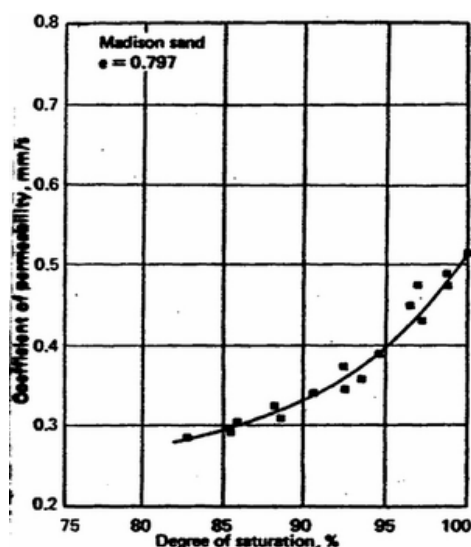
$$k = 1.2 C_u^{0.735} D_{10}^{0.89} \quad (6)$$

Skempton (1969) กล่าวว่า ปัจจัยที่มีผลต่อค่าความซึมผ่านของดิน ได้แก่

1. ขนาดของเม็ดดิน (grain size) และอัตราส่วนช่องว่าง (void ratio) กล่าวได้ว่า ดินที่มีขนาดเม็ดดินเล็กและอัตราส่วนช่องว่างน้อย จะมีค่าความซึมผ่านต่ำกว่า ดินที่มีขนาดใหญ่และอัตราส่วนช่องว่างมีค่ามาก

2. ส่วนประกอบทางเคมีของดิน (composition) พบว่ามีผลมากในกรณีที่เป็นดินเหนียว เนื่องจากเกิดการแลกเปลี่ยนไอออน ระหว่างโครงสร้างผลึกในดินเหนียว และพบว่าในดินที่มีการแลกเปลี่ยนไอออนสูงจะมีค่าความซึมผ่านต่ำ เช่น Sodium Monmorillonite ซึ่งมีค่าความซึมผ่านต่ำกว่า 10^{-7} cm/sec

3. ลักษณะโครงสร้างของดิน (fabric) โดยจะมีผลต่อค่าความซึมน้ำของดินเม็ดละเอียดจากการเปรียบเทียบค่าความซึมน้ำของตัวอย่างที่มีอัตราส่วนช่องว่างเท่ากัน สรุปได้ว่า ดินที่มีโครงสร้างแบบไม่เป็นระเบียบ มีค่าความซึมน้ำสูงกว่าดินที่มีโครงสร้างแบบเป็นระเบียบ
4. ระดับความอิ่มตัวของดิน (degree of saturation) โดยเมื่อระดับความอิ่มตัวของดินยิ่งสูงขึ้น ค่าความซึมน้ำของดินก็มากขึ้นตามไปด้วย แสดงดังภาพที่ 10



ภาพที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ความซึมน้ำและระดับความอิ่มตัว
ที่มา: Das (1990)

ค่าสัมประสิทธิ์ความซึมน้ำขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของน้ำที่ไหลผ่านดิน Muskat (1937) ได้เสนอความสัมพันธ์ของค่าสัมประสิทธิ์ความซึมน้ำกับหน่วยน้ำหนักของน้ำดังนี้

$$k = \frac{\gamma_w}{\mu} K \quad (7)$$

เมื่อ γ_w = หน่วยน้ำหนักของน้ำ

μ = ความหนืดของน้ำ

K = ความซึมได้แท้จริง (intrinsic permeability)

ซึ่งค่า intrinsic permeability, K มีมิติเป็น L^2 เช่น cm^2 หรือ ft^2 และมีค่าขึ้นอยู่กับรูปร่าง ขนาดของอนุภาค และการจัดเรียงตัว

Kozeny (1927) ได้เสนอความสัมพันธ์ของค่าความซึมผ่านแท้จริงกับความพรุนของตัวกลาง ดังนี้

$$K = \frac{Cn^3}{S^2} \quad (8)$$

โดยที่ C = Kozeny constant ซึ่งขึ้นอยู่กับรูปร่างของท่อละอองฟิลารี

n = ความพรุน

S = พื้นที่ผิวจำเพาะของท่อละอองฟิลารี (specific surface)

Carmen (1956) ได้ปรับปรุงสมการของโคเซนีได้ความสัมพันธ์ใหม่นี้

$$K = \frac{d_m^2}{180} \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (9)$$

โดยที่ d_m = ขนาดอนุภาค

n = ความพรุน

ค่าของสัมประสิทธิ์ความซึมผ่าน (k) มีค่าแตกต่างกันมากสำหรับดินต่างชนิดกัน ซึ่งค่าพื้นฐานโดยทั่วไปของค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่านแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่านของดินชนิดต่างๆ

ชนิดของดิน	k (cm/sec)
กรวด	$1-10^{-2}$
กรวดเม็ดละเอียด ทรายหยาบ	$1-10^{-3}$
ทรายละเอียดและดินตะกอนไม่อัดแน่น	$10^{-3}-10^{-5}$
ดินตะกอนอัดแน่นและดินตะกอนปนดินเหนียว	$10^{-5}-10^{-6}$
ดินเหนียวปนดินตะกอนและดินเหนียว	$10^{-6}-10^{-9}$

ที่มา: Das (1990) แปล

ย่านการไหลซึมที่สอดคล้องตามกฎของดาร์ซี

จากกฎของดาร์ซี $v=k_i$ สามารถใช้ได้เฉพาะการไหลแบบการไหลเอื้อยซึมผ่านช่องว่างของดิน Muskat (1937) ได้ทำการศึกษาและพบว่าเกณฑ์ในการพิจารณาช่วงการใช้ได้ของการไหลตามกฎของดาร์ซี ตามค่า Renolds number (R_n) ซึ่งเป็นปริมาณไม่มีหน่วย มีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$R_n = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu} \quad (1)$$

โดยที่ ρ = ความหนาแน่นของของเหลว (กรัม/ลูกบาศก์เซนติเมตร)

v = ความเร็วปรากฏ (เซนติเมตร/วินาที)

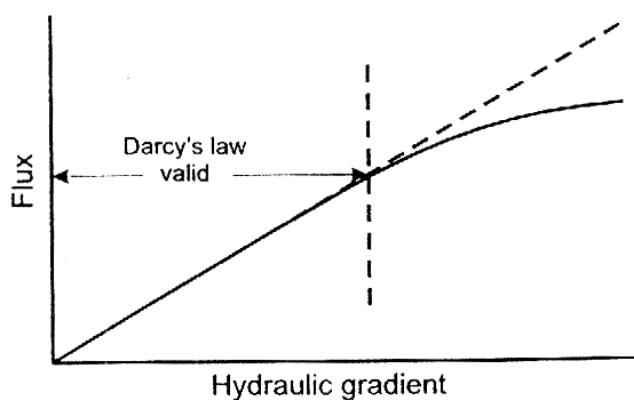
d = ขนาดเฉลี่ยของอนุภาค (เซนติเมตร)

μ = ความหนืดพลศาสตร์ (กรัม/(เซนติเมตร.วินาที))

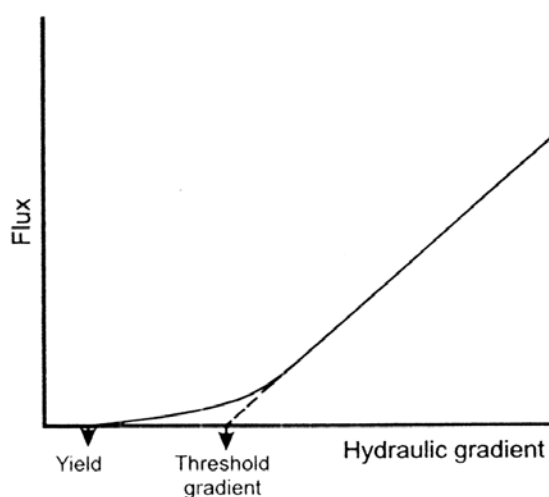
สำหรับสภาพการไหลซึมแบบเอื้อย ค่า Renolds number (R_n) น้อยกว่าหรือเท่ากับ 1

$$R_n = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu} \leq 1$$

การไหลที่เบี่ยงเบนไปจากกฎของดาร์ซีเกิดขึ้นที่ย่านการไหลแบบปั่นป่วนดังภาพที่ 11 จะเห็นว่าช่วงที่ความสัมพันธ์เปลี่ยนจากเส้นตรงที่ความชันลดต่ำสุดค่าหนึ่งเมื่อค่าความชันลดต่ำสุดสูงกว่าค่านี้จะเกิดการสูญเสียพลังงาน โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าขนาดช่องการไหลซึมกว้างมาก กราฟจึงเบนออกจากแนวเส้นตรง นอกจากนี้เมื่อค่าความชันลดต่ำลงๆ การไหลเกิดเบี่ยงเบนจากกฎของดาร์ซีดังภาพที่ 12 ทั้งนี้เนื่องจากที่ผิวของอนุภาคตัวกลางมีแรงดูดซับที่ผิว (Hillel, 1980) หรือตัวกลางมีแนวโน้มที่จะเกิดการบวมตัวหรือหดตัว (Smile & Rosenthal, 1968) สำหรับดินบางประเภทจะแสดงค่าความลาดชันลดต่ำสุดเริ่มต้นหรือ threshold gradient Miller and Low (1963) กล่าวว่าค่าความชันลดต่ำสุดที่ต่ำกว่า threshold gradient จะไม่เกิดการไหล แต่การไหลจะเกิดขึ้นตามสัดส่วนเมื่อค่าความชันลดต่ำสุดมากกว่าค่า threshold gradient ไปแล้ว



ภาพที่ 11 แสดงการเบี่ยงเบนไปจากกฎของดาร์ซีที่เกิดขึ้นเมื่อการไหลเป็นแบบปั่นป่วน
ที่มา:Hillel (1998)



ภาพที่ 12 แสดงการเบี่ยงเบนไปจากกฎของดาร์ซีที่เกิดขึ้นเมื่อปริมาณการไหลมีค่าน้อยมาก
ที่มา:Hillel (1998)

การตรวจสอบการเซาะโพรง

สำหรับการไหลซึมของน้ำผ่านตัวกลางที่มีขนาดอนุภาคหยาบเช่นทราย มีโอกาสที่จะเกิดการกัดเซาะโพรงมากกว่าอนุภาคตัวกลางเม็ดละเอียดเช่นดินเหนียว โดยสภาพการเกิดการกัดเซาะพิจารณาจากค่าความลาดชันชลศาสตร์วิกฤติ (Critical Hydraulic Gradient) สามารถหาได้จากสมการ

$$i_c = \left(\frac{G_s - 1}{1 + e} \right)$$

เมื่อ i_c	คือ ค่าความลาดชันชลศาสตร์วิกฤติ (Critical Hydraulic Gradient)
G_s	คือ ความถ่วงจำเพาะ (Specific Gravity)
e	คือ อัตราส่วนช่องว่าง (Void Ratio)

โดยที่ค่าความลาดชันชลศาสตร์ที่บริเวณใดๆ ต้องมีค่าไม่มากกว่า Critical Hydraulic Gradient (i_c) จึงทำให้ไม่เกิดการเซาะโพรงได้

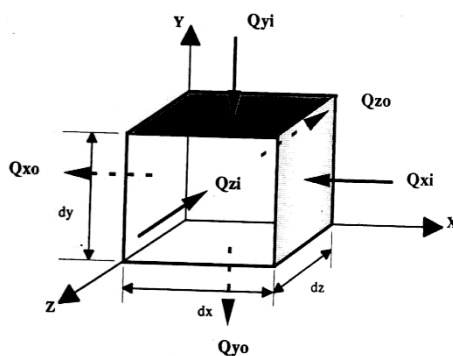
สมการพื้นฐานการไหลของน้ำผ่านตัวกลางพรุน

สมมติฐานทั่วไปสำหรับทฤษฎีการไหลซึม

1. เป็นการไหลแบบ 2 มิติ
2. ดินมีคุณสมบัติเป็นเนื้อเดียวกัน ไม่สามารถยุบอัดตัวได้
3. มีคุณสมบัติ Isotropic ดังนั้น ค่าความซึมของดิน k มีค่าเท่ากันทุกทิศทาง
4. การไหลเป็นแบบคงที่ ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา
5. ของไหลหรือน้ำไม่สามารถยุบอัดตัวได้
6. การไหลเป็นแบบเอื้อย laminar flow ตามกฎของดาร์ซี

$$\text{ดังนั้น } q = \text{constant} = V_A A_A = V_B A_B$$

การไหลซึมของน้ำเป็นการจำลองการไหลเช่นเดียวกับการไหลของกระแสไฟฟ้าและความร้อน ซึ่งใช้สมการของลาปลาซช่วยแก้ปัญหาสภาพการไหลทั้ง 2 กรณีผ่านตัวกลางเนื้อเดียว โดยมี การประยุกต์สมการอนุพันธ์บางส่วนในการไหลแบบ 2 มิติ เมื่อพิจารณาการไหลของน้ำผ่านตัวกลางโดยมวลที่ตัดออกเป็นชิ้นส่วนเล็กๆ รูปลูกบาศก์ ดังในภาพที่ 13



ภาพที่ 13 การไหลของน้ำผ่านตัวกลางพรุนลูกบาศก์

ที่มา: วรากร (2542)

ความกว้างแต่ละด้านเป็น dx , dy และ dz ตามลำดับ โดยสมมติให้น้ำไหลเข้าจากแกนบวกแล้ว
ไปออกทางแกนลบ

จาก $q = v \cdot A$ ปริมาณน้ำที่ไหลเข้าในทิศทาง x เท่ากับ

$$q_{xi} = V_x \cdot dy \cdot dz \quad (1)$$

ปริมาณน้ำที่ไหลออกตามทิศทางในแนวแกน x

$$q_{xo} = \left(V_x + \frac{\partial V_x}{\partial x} dx \right) A = \left(V_x + \frac{\partial V_x}{\partial x} dx \right) dy \cdot dz \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Net } q_{xo} &= q_{xi} - q_{xo} \\ &= - \frac{\partial V_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \end{aligned} \quad (3)$$

ทำนองเดียวกันเมื่อพิจารณาทิศทางตามแนวแกน y และ z เขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{Net } q_{yo} &= q_{yi} - q_{yo} \\ &= - \frac{\partial V_y}{\partial y} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{Net } q_{zo} &= q_{zi} - q_{zo} \\ &= - \frac{\partial V_z}{\partial z} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \end{aligned} \quad (5)$$

ถ้าให้การเปลี่ยนแปลงปริมาณน้ำในตัวกลางพุนลูกบาศก์ต่อเวลา ต่อปริมาตร เป็น $\frac{\partial \theta}{\partial t}$
เมื่อรวมผลต่างของปริมาณน้ำของทั้ง 3 แกน จะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงปริมาณน้ำที่เกิดขึ้นในมวล
ดินดังนี้คือ

$$\begin{aligned} \text{Net } q_x + \text{Net } q_y + \text{Net } q_z &= \frac{\partial \theta}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \\ - \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) &= \frac{\partial \theta}{\partial t} \end{aligned} \quad (6)$$

เรียกสมการข้างต้นว่า “Continuity Equation” ซึ่งเป็นพื้นฐานของการไหลของน้ำแบบ
“laminar” ในตัวกลางพุนใดๆ

กรณี Steady State Flow ได้แก่ การที่มีปริมาณน้ำไหลเข้าและออกมีอัตราเท่ากัน จึงไม่มีการ
เปลี่ยนแปลงปริมาณน้ำในมวลดินเมื่อเทียบกับเวลา

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

จากกฎของดาร์ซี $v = ki$ เมื่อนำมาประยุกต์กับความเร็วการไหลซึมทางด้านแกน x, y และ z จะได้

$$V_x = k_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}, V_y = k_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}, V_z = k_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \quad (8)$$

เมื่อนำค่าในสมการที่ (8) แทนในสมการที่ (7) จะได้

$$k_x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (9)$$

เรียกสมการนี้ว่า “Laplace’s Equation”

กรณีตัวกลางพรุนมีเนื้อสม่ำเสมอ Isotropic Permeability โดยค่าความซึมน้ำเท่ากันหมดทั้ง 3

ทิศทาง $k_x = k_y = k_z$ สมการ (9) จะเปลี่ยนเป็น

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (10)$$

เมื่อพิจารณาการไหลในระนาบ xz แบบ 2 มิติ

จะได้ว่า
$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0 \quad (11)$$

การวิเคราะห์การไหลซึม

วิธีใช้แบบจำลอง

ชั้นดินที่เป็นเนื้อเดียวกันสม่ำเสมอตลอดพื้นที่ รูปร่างของ “Flow lines” และ “Equipotential lines” ไม่ขึ้นกับค่าความซึมน้ำหรือขนาดพื้นที่การซึม แต่ขึ้นกับสัดส่วนของมิติทางแกน x และ y ดังนั้นการจำลองการไหลซึมของน้ำ สามารถย่อส่วนลงมาทดสอบในห้องทดลองได้ แบบจำลองที่นิยมใช้ได้แก่

แบบจำลองถึงทราย (Seepage lines)

เส้นแนวการไหลของน้ำ (Flow lines) ในแบบจำลองทำได้โดยฉีดน้ำสีซึ่งไม่กระจายในน้ำแนวของสีที่ไหลไปตามน้ำแทนเส้น Flow lines ส่วนความดันน้ำสามารถหาได้โดยใช้หลอดแก้ว (Piezometer) หรือ Pressure sensor ฟังตรงตำแหน่งที่จะวัดความดัน



ภาพที่ 14 การไหลของน้ำในแบบจำลองถึงทราย

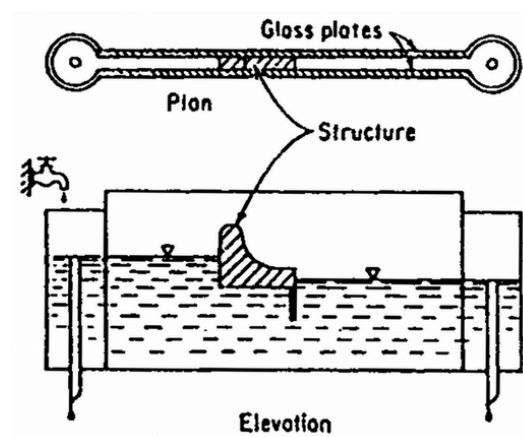
ที่มา: วรากร (2542)

แบบจำลองน้ำมัน (Hele Shaw Model)

อาศัยหลักการการไหลของของเหลวที่มีความหนืดมากๆ เช่น น้ำมันเครื่อง กรีเซอร์ลิน ให้ไหลผ่านช่องว่างระหว่างแผ่นแก้วที่มีขนาดเล็ก โดยมีสิ่งก่อสร้างจำลองที่บ่งชี้ระหว่างแผ่นแก้วของเหลวจะไหลภายใต้ “Navier-Stokes Equation” ในการวิเคราะห์การไหลซึมโดยแบบจำลองนี้ ต้องนำทฤษฎี “การวิเคราะห์” ทางมิติ (Dimensional Analysis) ร่วมพิจารณาด้วย เช่น

$$\text{Velocity Ratio} = \frac{V_m}{V_a} = \frac{t^2 \cdot \rho_r}{3k_a \mu_r} \quad (1)$$

เมื่อ	V_m	=	ความเร็วการไหลซึมในแบบจำลอง
	V_a	=	ความเร็วการไหลซึมในสภาพจริง
	t	=	ความกว้างของช่องการไหล
	ρ_r	=	อัตราส่วนความหนาแน่นของของเหลวระหว่างน้ำมันและน้ำ
	k_a	=	ค่าความซึมผ่านของดินจริง
	μ_r	=	อัตราส่วนความหนืดของของเหลวระหว่างน้ำมันและน้ำ



ภาพที่ 15 แบบจำลองน้ำมัน

ที่มา: วรากร (2542)

วิธีแก้ปัญหาค่าตัวเลขด้วยวิธีผลต่างสลับเนื่อง (Finite Difference)

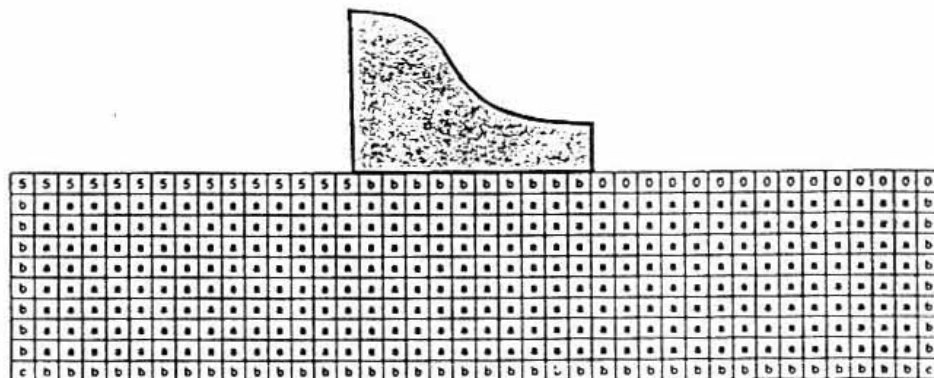
สำหรับการแก้สมการของลาปลาส ในภาวะการไหลแบบคงที่ (Steady State) ส่วนสำคัญต้องประกอบด้วย สมการการไหลและเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) แล้วทำการคำนวณหาค่าศักย์น้ำในแต่ละจุดที่พิจารณาในระบบ โดยอาศัยเทคนิคแคลคูลัส เขียนสมการของ

ศักย์น้ำให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันในระนาบ แล้วใช้เทคนิควิธีเชิงตัวเลขเพื่อให้ได้คำตอบเป็นค่า

โดยประมาณซึ่งใกล้เคียงความเป็นจริง เพราะบางครั้งในการแก้ปัญหาด้วยวิธี analytical ไม่ได้ให้คำตอบที่ตรงกับสภาพจริง

ลักษณะของวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

1. เป็นวิธีแก้ปัญหาเชิงตัวเลขด้วยสมการ differential equation สำหรับแก้ปัญหาคาร์ไหลซึมทั่วไป
2. เป็นการแทนค่าอนุพันธ์ในสมการผลต่างโดยวิธีประมาณค่าไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (ผลต่างไปข้างหน้า, ผลต่างย้อนหลัง และผลต่างตรงกลาง) ตามสภาพเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาแต่ละปัญหา
3. ขอบเขตของปัญหาถูกแบ่งออกเป็นจำนวนของ grid โดยที่แต่ละ grid มีขนาดเท่ากันดังภาพที่ 16



ภาพที่ 16 การแบ่งกริดของชั้นดิน

ที่มา: วรากรและคณะ (2546)

4. ในแต่ละ grid point จะมีการประมาณค่าของอนุพันธ์ โดยเป็นค่าเฉลี่ยของศักย์น้ำที่อยู่โดยรอบ
5. ไม่เหมาะสมในกรณีการแก้ปัญหาคาร์ไหลซึมที่มีรูปทรงเรขาคณิตของพื้นที่การไหลซึมที่มีความซับซ้อน

การแสดงผลการลาปล้าซโดยประยุกต์วิธีผลต่างสืบเนื่อง

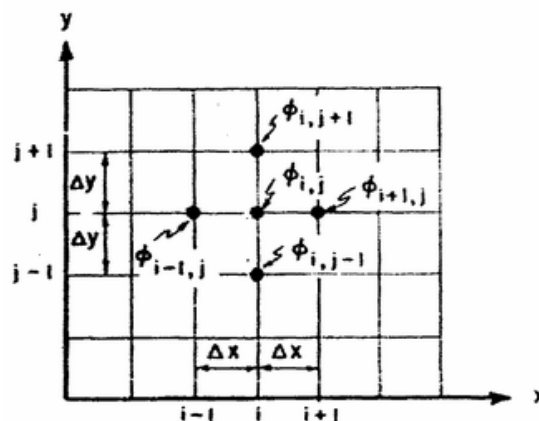
เมื่อพิจารณาชุดกริดของระบบพิกัดในระนาบ ในแต่ละจุดกริดมีระยะห่างกันตามทิศทางในแนวระดับ Δx และทิศทางตามแนวตั้ง Δy ตำแหน่งของแต่ละกริดแสดงได้ด้วยคู่ลำดับ (i,j) ดังแสดงในภาพที่ 17 ค่าของศักย์น้ำที่ตำแหน่งต่างๆ แทนด้วย $h_{i,j}$ วิธีผลต่างสืบเนื่องเป็นการประยุกต์ โดยนำสมการลาปล้าซซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์บางส่วน (partial derivative equation) มาแปลงให้อยู่ในชุดของสมการผลต่างสืบเนื่อง แล้วทำการแก้สมการภายใต้เงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสม ซึ่งวิธีของผลต่างสืบเนื่องมีอยู่ 2 วิธีได้แก่

1. Implicit method

เป็นการแก้สมการอนุพันธ์บางส่วนทางอ้อมโดยการแก้ชุดของระบบสมการเส้นตรง

2. Explicit method

เป็นการแก้สมการอนุพันธ์บางส่วนโดยตรงภายใต้ขอบเขตเงื่อนไขที่เหมาะสม



ภาพที่ 17 ระบบพิกัดในระนาบสำหรับการประมาณค่าอนุพันธ์
ที่มา: ก่อโชค (2548)

รูปแบบปัญหาใน 2 มิติ

ความสัมพันธ์ที่มีตัวแปรอิสระสองตัวแปรเช่น

$$\phi = f(x, y)$$

ให้ $\Delta x = \Delta y$

ค่าอนุพันธ์บางส่วนลำดับที่หนึ่งและสอง ณ จุด (i, j) แสดงดังนี้

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{i,j} = \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta y} \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{\Delta x^2} \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}}{\Delta y^2} \quad (4)$$

การแทนด้วยอนุพันธ์ด้วยสมการพีชคณิตและรูปแบบของแผนภาพ

การแทนด้วยอนุพันธ์ด้วยสมการพีชคณิตสามารถพิจารณาโดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor Series)

รูปแบบปัญหาใน 1 มิติ

พิจารณาจากภาพที่ 20 ความสัมพันธ์ของค่าของผลเฉลยซึ่งเป็นตัวไม่รู้ค่าที่จุด X_{i+1} สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของค่าผลเฉลยซึ่งเป็นตัวไม่รู้ค่าที่จุด X_i โดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์ดังนี้

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_i \Delta + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\bigg|_i \Delta^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 y}{\partial x^3}\bigg|_i \Delta^3 + \frac{1}{4!} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}\bigg|_i \Delta^4 + \dots \quad (5)$$

โดยที่ Δ หรือ Δx คือระยะห่างระหว่างจุดต่างๆตามแนวแกน x ซึ่งมีค่าเท่ากัน ในทำนองเดียวกันความสัมพันธ์ของค่าของผลเฉลยซึ่งเป็นตัวไม่รู้ค่าที่จุด X_{i-1} สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของค่าผลเฉลยซึ่งเป็นตัวไม่รู้ค่าที่จุด X_i โดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์ได้ดังนี้

$$y_{i-1} = y_i - \frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_i \Delta + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\bigg|_i \Delta^2 - \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 y}{\partial x^3}\bigg|_i \Delta^3 + \frac{1}{4!} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}\bigg|_i \Delta^4 - \dots \quad (6)$$

ถ้านำสมการ(5) ลบออกด้วยสมการ (6) จะได้

$$y_{i+1} - y_{i-1} = 2 \frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_i \Delta + \frac{2}{3!} \frac{\partial^3 y}{\partial x^3}\bigg|_i \Delta^3 + \frac{2}{6!} \frac{\partial^6 y}{\partial x^6}\bigg|_i \Delta^6 + \dots \quad (7)$$

เมื่อพิจารณาเฉพาะอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (First Order Term) จึงตัดพจน์อนุพันธ์ที่มีอันดับสูง ทำให้ได้ค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งโดยประมาณคือ

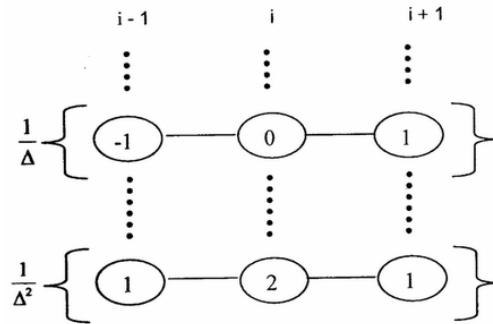
$$\frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_i \approx \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta} \quad (8)$$

ถ้านำสมการ (5) รวมกับสมการ (6) จะได้

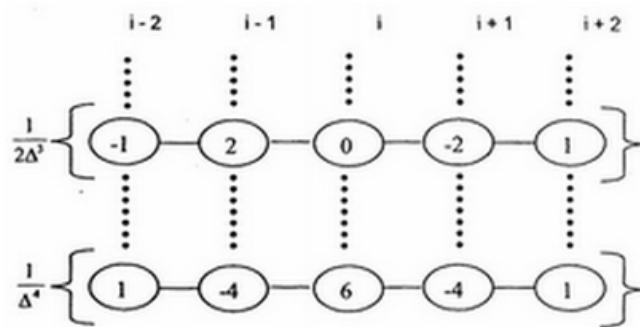
$$y_{i+1} + y_{i-1} = 2y_i + \frac{2}{2!} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\bigg|_i \Delta^2 + \frac{2}{4!} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}\bigg|_i \Delta^4 + \frac{2}{6!} \frac{\partial^6 y}{\partial x^6}\bigg|_i \Delta^6 + \dots \quad (9)$$

และเมื่อพิจารณาเฉพาะอนุพันธ์อันดับสอง (Second Order Term) จึงตัดพจน์อนุพันธ์ที่มีอันดับสูงกว่าทิ้งไปได้ ทำให้ได้ค่าอนุพันธ์อันดับสองโดยประมาณคือ

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\bigg|_i \approx \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\Delta^2} \quad (10)$$



ภาพที่ 18 แผนภาพสำหรับพจน์อนุพันธ์อันดับที่ 1 และ 2 ในระนาบ 1 มิติ
ที่มา: ก่อโชค (2548)



ภาพที่ 19 แผนภาพสำหรับพจน์อนุพันธ์อันดับที่ 3 และ 4 ในระนาบ 1 มิติ
ที่มา: ก่อโชค (2548)

ในทำนองเดียวกัน ถ้าพิจารณาตัวแปร y ในสมการข้างต้นแทนสัจการไหลของน้ำหรือแทนด้วยตัวแปร h บนการไหลที่เกิดขึ้นในระนาบ xz โดยเกิดการไหลในแนวราบ จากอนุกรมเทเลอร์ จะได้ว่า

$$h_1 = h_0 + \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_0 \Delta x + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \Big|_0 \Delta x^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \Big|_0 \Delta x^3 + \frac{1}{4!} \frac{\partial^4 h}{\partial x^4} \Big|_0 \Delta x^4 + \dots \quad (11)$$

และ

$$h_3 = h_0 + \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_0 \Delta x + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \Big|_0 \Delta x^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \Big|_0 \Delta x^3 + \frac{1}{4!} \frac{\partial^4 h}{\partial x^4} \Big|_0 \Delta x^4 + \dots \quad (12)$$

รวมสมการ (11) และ (12) จะได้

$$h_1 + h_3 = 2h_0 + \frac{2}{2!} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \Big|_0 \Delta x^2 + \frac{2}{4!} \frac{\partial^4 h}{\partial x^4} \Big|_0 \Delta x^4 + \frac{2}{6!} \frac{\partial^6 h}{\partial x^6} \Big|_0 \Delta x^6 + \dots \quad (13)$$

จะได้

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \Big|_0 = \frac{h_1 - 2h_0 + h_3}{\Delta x^2} \quad (14)$$

เช่นเดียวกันกับทิศทางการแนวแกน z

$$\left. \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right|_0 = \frac{h_2 - 2h_0 + h_4}{\Delta z^2} \quad (15)$$

จากสมการลาปลาซ

$$kx \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + kz \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (16)$$

แทนค่าสมการ (14) และ (15) แทนในสมการ (16) จะได้

$$k_x \frac{h_1 + h_3 - 2h_0}{(\Delta x)^2} + k_z \frac{h_2 + h_4 - 2h_0}{(\Delta z)^2} = 0 \quad (17)$$

เมื่อดินมีคุณสมบัติ Isotropic $k_x = k_z = k$ และ $\Delta x = \Delta z$ จะได้

$$\begin{aligned} h_1 + h_2 + h_3 + h_4 - 4h_0 &= 0 \\ h_0 &= \frac{1}{4} (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) \end{aligned} \quad (18)$$

สมการที่ (18) อาจมาจากกฎของดาร์ซี $q = kiA$ พิจารณาจากภาพที่ 20 การไหลเกิดขึ้น

จาก จุด 1 ไปยัง จุด 3 และจากจุด 2 ไปยังจุด 4 จะได้

$$q_{1-0} = k \frac{h_1 - h_0}{\Delta x} \Delta z \quad (19)$$

ทำนองเดียวกัน

$$q_{0-3} = k \frac{h_0 - h_3}{\Delta x} \Delta z \quad (20)$$

$$q_{2-0} = k \frac{h_2 - h_0}{\Delta z} \Delta x \quad (21)$$

$$q_{0-4} = k \frac{h_0 - h_4}{\Delta z} \Delta x \quad (22)$$

อัตราการไหลเข้าทั้งหมดมายังจุด 0 นั้นเท่ากับอัตราการไหลออกจากจุด 0, $q_{in} - q_{out} = 0$ ดังนั้น

$$(q_{1-0} + q_{2-0}) - (q_{0-3} + q_{0-4}) = 0 \quad (23)$$

ขนาด grid สี่เหลี่ยม มีขนาดเท่ากัน $\Delta x = \Delta z$ แทนสมการ (19) ถึง (22) แทนลงในสมการ (23) จะได้ ผลลัพธ์เช่นเดียวกันกับสมการ (18) คือ

$$h_0 = \frac{1}{4} (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) \quad (24)$$

พิจารณาจุด 0 อยู่บนขอบเขตระหว่างชั้นขี้น้ำและชั้นที่บ้น้ำดังแสดงในภาพที่ 15 สมการ 14 จะเปลี่ยนแปลงดังนี้

$$q_{1-0} = k \frac{h_1 - h_0}{\Delta x} \frac{\Delta z}{2} \quad (25)$$

$$q_{0-3} = k \frac{h_0 - h_3}{\Delta x} \frac{\Delta z}{2} \quad (26)$$

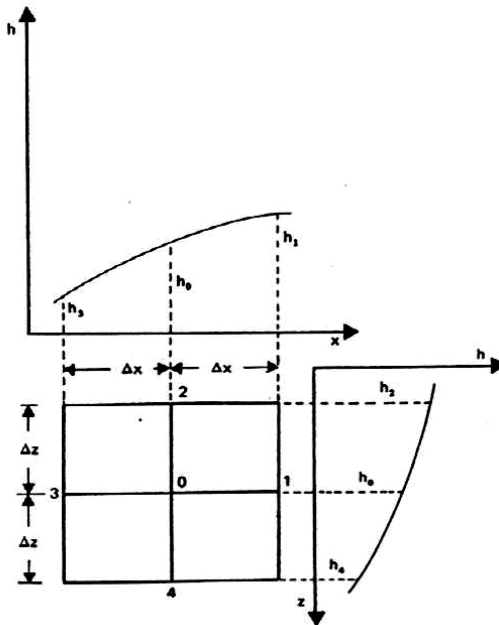
$$q_{0-2} = k \frac{h_0 - h_2}{\Delta z} \Delta x \quad (27)$$

ความต่อเนื่องของการไหล

$$q_{1-0} - q_{0-3} - q_{0-2} = 0 \quad (28)$$

เมื่อนำ grid ที่เหลื่อม มีขนาดเท่ากัน $\Delta x = \Delta z$ แทนสมการ (25) ถึง (27) แทนลงในสมการ (28) จะได้

$$h_0 = \frac{1}{4}(h_1 + 2h_2 + h_3) \quad (29)$$



ภาพที่ 20 ศักย์ของน้ำที่ตำแหน่งต่างๆ

ที่มา: Das (1990)

พิจารณาจุด 0 อยู่บนขอบล่างของปลายเข็มพืดดังแสดงในภาพที่ 21 ความต่อเนื่องของการไหลเป็นดังสมการ

$$q_{1-0} + q_{4-0} - q_{0-3} - q_{0-2} - q_{0-2''} = 0 \quad (30)$$

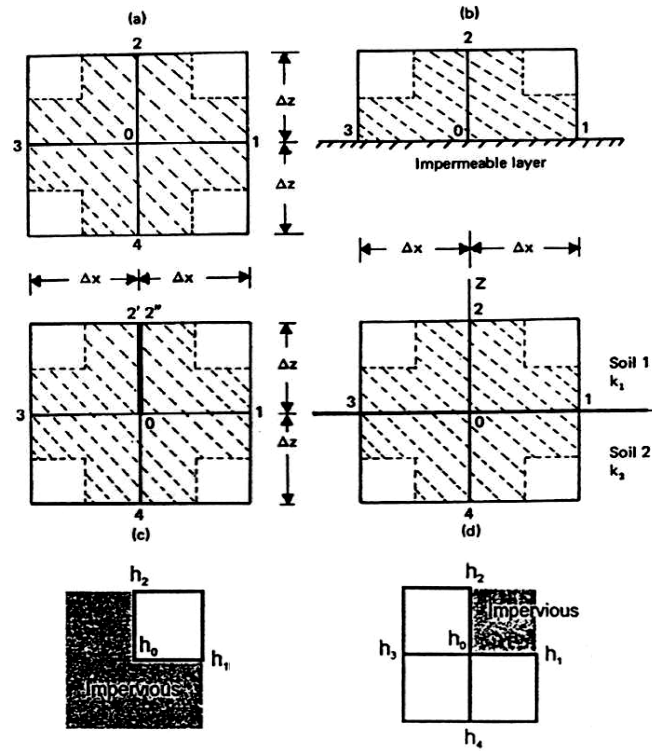
โดยที่ 2' และ 2'' เป็นจุด 2 จุดที่อยู่ระดับเดียวกันแต่อยู่คนละด้านของเข็มพืดมีเฮด h_2 และ $h_{2''}$

ตามลำดับ ดังนั้นจะได้

$$h_0 = \frac{1}{4}(\frac{1}{2}h_1 + (h_{2'} + h_{2''}) + h_3 + h_4) \quad (31)$$

ในการไหลซึมระหว่างชั้นดินที่ต่างกัน ดังภาพที่ 21 การไหลเกิดขึ้นในครึ่งบนของชั้น soil 1 ซึ่งมีค่าความซึมได้ของน้ำในดิน k_1 และ เกิดขึ้นในครึ่งล่างของชั้น soil 2 ซึ่งมีค่าความซึมได้ของน้ำในดิน k_2 กล่าวได้ว่า

$$k_x = \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \quad (32)$$



ภาพที่ 21 เงื่อนไขขอบเขตของปัญหากรณีต่างๆ

ที่มา: Das (1990)

สมมติแทนชั้นดิน soil 2 ด้วยชั้นดิน soil 1 ค่าเฮดที่จุด 4 จึงเป็น h_4 แทน h_4 ความเร็วยังคงเท่าเดิม

$$k_1 \frac{h_4 - h_0}{\Delta z} = k_2 \frac{h_4 - h_0}{\Delta z} \quad (33)$$

หรือ

$$h_4 = \frac{k_2}{k_1} (h_4 - h_0) + h_0 \quad (34)$$

จากสมการ 17 เขียนใหม่ได้

$$\frac{k_1 + k_2}{2} \frac{h_1 + h_3 - 2h_0}{(\Delta x)^2} + k_1 \frac{h_2 + h_4 - 2h_0}{(\Delta z)^2} = 0 \quad (35)$$

ขนาด grid สี่เหลี่ยม มีขนาดเท่ากัน $\Delta x = \Delta z$ แทนสมการ (34) แทนลงในสมการ (35) จะได้

$$\frac{(k_1 + k_2)}{2} \left[\frac{h_1 + h_3 - 2h_0}{(\Delta x)^2} \right] + \frac{k_1}{(\Delta x)^2} \left\{ h_2 + \left[\frac{k_2}{k_1} (h_4 - h_0) + h_0 \right] - 2h_0 \right\} = 0 \quad (36)$$

$$\text{หรือ } h_0 = \frac{1}{4} \left(h_1 + \frac{2k_1}{k_1 + k_2} h_2 + h_3 + \frac{2k_2}{k_1 + k_2} h_4 \right) \quad (37)$$

การวิเคราะห์มิติ

เทคนิคการวิเคราะห์หน่วยไร้มิติเป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาทางด้านวิศวกรรมหลายๆสาขา โดยเฉพาะอย่างยิ่งทางด้านกลศาสตร์ของไหล อุณหพลศาสตร์ วิศวกรรมปฐพี และสาขาอื่นๆ การวิเคราะห์มิติทำให้สามารถจัดรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างเทอมซึ่งประกอบด้วยตัวแปรที่เกี่ยวข้องทั้งหลาย

ที่สภาวะใดๆ วัตถุเดี่ยวหรือประกอบกันเป็นระบบที่สมบูรณ์ สามารถอธิบายได้ด้วยเทอมของคุณสมบัติที่วัตถุหรือระบบนั้นแสดงอยู่เช่น วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ สามารถอธิบายได้ในรูปแบบของมวล ,ความกว้าง-ยาว,พื้นที่หรือปริมาตร,ความเร็ว และ ความเร่ง บางครั้งอาจสนใจอุณหภูมิของวัตถุหรือคุณสมบัติทางไฟฟ้า หรือคุณสมบัติอื่นๆ เช่น ความหนาแน่น และ ความหนืด ของสื่อตัวกลางที่วัตถุเคลื่อนผ่าน ซึ่งส่งผลต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุ คุณสมบัติที่วัดได้เหล่านี้อธิบายสภาวะของวัตถุหรือระบบเรียกว่า "มิติ"

ข้อแตกต่างระหว่างหน่วยและมิติ

1. มิติเป็นคุณสมบัติที่สามารถวัดค่าได้
2. หน่วยเป็นมาตรฐานซึ่งอธิบายมิติเป็นปริมาณและกำกับด้วยค่าทางตัวเลข

สำหรับการวิเคราะห์สภาวะทางกายภาพจำเป็นต้องทราบตัวแปรที่เกี่ยวข้องและหาความสัมพันธ์เชิงปริมาณของตัวแปรเหล่านั้น ตัวแปรที่เกี่ยวข้องสามารถประเมินได้จากการสังเกต การทดลอง หรือแม้กระทั่งจากการคาดเดาว่าตัวแปรใดน่าที่จะเกี่ยวข้อง อย่างไรก็ตาม ในบางครั้งการหาความสัมพันธ์เชิงปริมาณที่ถูกต้องทำได้ยาก เนื่องจากเราไม่สามารถทราบสภาพจริง หรือตัวแปรทั้งหลายเหล่านั้นกระทำต่อกันอย่างไร ด้วยเหตุนี้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมต้องสอดคล้องกับใจความสำคัญของข้อสมมติฐานและนำไปสู่การแก้ไขปัญหา การแก้ปัญหาเบื้องต้นบางครั้งได้มาจากการพิจารณาเหตุผลในเรื่องของมิติ ตามมาด้วยการทดลองซึ่งการวิเคราะห์มิติช่วยในการสืบเสาะและนำไปสู่การแก้ปัญหาจริงได้อย่างสมบูรณ์

ในการวิเคราะห์มิตินั้น จะสนใจเฉพาะตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์นั้นๆ โดยที่ไม่สนใจค่าตัวเลขของตัวแปร มิตีของปริมาณต่างๆ แสดงด้วย วงเล็บ []

หน่วยและมิติพื้นฐานแต่ละตัวแสดงคุณสมบัติทางกายภาพแต่ละอย่าง มิติพื้นฐานเหล่านั้นแสดงอยู่ในรูปแบบที่สัมพันธ์กัน ทำให้ สามารถเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างกันได้ โดยมิติของปริมาณต่างๆแสดงดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงมิติของปริมาณต่างๆ

ปริมาณ	มิติ
มวล	$[M^0 L^0 T^0]$
ความยาว	$[L^1]$
พื้นที่	$[L^2]$
ปริมาตร	$[L^3]$
โมเมนต์ของพื้นที่อันดับหนึ่ง	$[L^3]$
โมเมนต์ของพื้นที่อันดับสอง	$[L^4]$
ความเครียด	$[L^0]$
เวลา	$[T]$
ความเร็วเชิงเส้น	$[LT^{-1}]$
ความเร่งเชิงเส้น	$[LT^{-2}]$
ความเร็วเชิงมุม	$[T^{-1}]$
ความเร่งเชิงมุม	$[T^{-2}]$
อัตราการใช้	$[L^3 T^{-1}]$
มวล	$[M]$
แรง	$[MLT^{-2}]$
ความหนาแน่นมวล	$[ML^{-3}]$
น้ำหนักจำเพาะ	$[ML^{-2} T^{-2}]$
ความถ่วงจำเพาะ	$[M^0 L^0 T^0]$
ความดัน	$[ML^{-1} T^{-2}]$
ความเค้น	$[ML^{-1} T^{-2}]$

ตารางที่ 2 (ต่อ)

ปริมาณ	มิติ
โมดูลัสยืดหยุ่น	$[ML^{-1}T^{-2}]$
การคล	$[MLT^{-1}]$
โมเมนต์ความเฉื่อย	$[ML^2]$
โมเมนต์ดัดเชิงเส้น	$[MLT^{-1}]$
โมเมนต์ดัดเชิงมุม	$[ML^2T^{-1}]$
งาน, พลังงาน	$[ML^2T^{-2}]$
ความหนืดพลศาสตร์	$[ML^{-1}T^{-1}]$

การสร้างความสัมพันธ์ของมิติต่างๆด้วยวิธีจัดกลุ่ม

วิธีวิเคราะห์มิติโดยวิธีจัดกลุ่ม นี้เป็นการใช้ทฤษฎี Buckingham's π โดยสัญลักษณ์ π แทนกลุ่มของปริมาณที่ไม่มีหน่วยและเป็นอิสระต่อกัน ทฤษฎี Buckingham's π กล่าวว่า ถ้าจำนวนตัวแปรอิสระทั้งหมดรวมทั้งตัวแปรตามจำนวน n ตัวแปรและตัวแปรเหล่านี้มีมิติพื้นฐานอยู่ m ตัว ดังนั้นในสมการจะมีกลุ่มของตัวแปรซึ่งเป็นปริมาณที่ไม่มีหน่วยอยู่ $n-m$ กลุ่มและอยู่ในรูป

$$\phi \{ \pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m} \} = 0 \quad (1)$$

ถ้าตัวแปรทั้งหมดจำนวน 6 ตัวแปรและมีมิติพื้นฐาน 3 ตัว ดังนั้นมีกลุ่มของปริมาณที่ไม่มีหน่วยมี 3 กลุ่มคือ π_1, π_2, π_3 ปริมาณที่ไม่มีหน่วยที่แสดงจัดรูปแบบมาจากจำนวนของตัวแปรพร้อมกัน แต่กลุ่มของปริมาณที่ไม่มีหน่วยเหล่านี้เป็นอิสระจากกันและไม่มีกลุ่มของปริมาณใดจัดรูปแบบมาจากการนำเอากลุ่มของปริมาณที่เหลือมารวมกัน

ตามกฎของทฤษฎีนี้กล่าวได้อีกนัยหนึ่งว่า จำนวนของกลุ่มปริมาณที่ไม่มีหน่วยในสมการที่มีตัวแปรทั้งหมด n ตัวแปรมีค่า $n-k$ โดยที่ k คือจำนวนสูงสุดของตัวแปรที่ไม่สามารถนำมาจัดรูปแบบเป็นกลุ่มของปริมาณที่ไม่มีหน่วยซึ่งโดยปกติแล้ว k มีจำนวนเท่ากับจำนวนมิติพื้นฐาน m สามารถมีน้อยกว่าได้ $k < m$ แต่ต้องไม่มากกว่าค่า m

ในการแก้ปัญหาขั้นแรกคือการหาจำนวนกลุ่มของปริมาณที่ไม่มีหน่วยดังได้อธิบายเบื้องต้น หลังจากนั้นการนำตัวแปรทั้งหลายมารวมกันเพื่อให้ได้ปริมาณที่ไม่มีหน่วย มีหลักการดังนี้

1. เลือกตัวแปรบางตัวจากตัวแปรอิสระทั้งหมด เพื่อใช้เป็นตัวแปรซ้ำซึ่งจะปรากฏอยู่ในกลุ่มปริมาณที่ไม่มีหน่วยมากกว่า 1 กลุ่ม ตัวแปรซ้ำควรมีมิติพื้นฐานทั้งหมดและเป็นตัวแปรที่มีผลต่อตัวแปรตาม

2. ให้รวมตัวแปรซ้ำที่เลือกเข้ากับตัวแปรที่เหลือเพื่อที่จะจัดเป็นปริมาณที่ไม่มีหน่วย พยายามจัดให้อยู่ในรูปของปริมาณซึ่งเป็นที่รู้จักกันคืออยู่แล้วเช่น ตัวเลขเรโนลด์ reynolds number เป็นต้น

3. ตัวแปรตามควรปรากฏอยู่ในกลุ่มปริมาณไร้หน่วยเพียงกลุ่มเดียวเท่านั้น

4. ตัวแปรซึ่งคาดว่าจะมีผลต่อตัวแปรตามในอันดับรองลงไปควรปรากฏอยู่ในกลุ่มปริมาณไร้หน่วยเพียงกลุ่มเดียวเท่านั้น

ตัวอย่างกรณีการเคลื่อนที่ของเรือที่ลอยในน้ำมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องประกอบด้วยแรงจุลลาค F , ความเร็ว v , ความยาว l , ความหนาแน่น ρ , ความหนืดพลศาสตร์ μ ของน้ำ และความเร่งโน้มถ่วง g ให้วิเคราะห์มิติแสดงในรูปของแรง F ความต้านทานการเคลื่อนที่ส่วนหนึ่งมาจากแรงเสียดทานที่ผิวซึ่งขึ้นอยู่กับความหนืด μ และส่วนหนึ่งเกิดจากแรงเสียดทานของคลื่นซึ่งขึ้นอยู่กับอัตราเร่งโน้มถ่วง g ความสัมพันธ์แสดงดังข้างล่าง

$$F = \phi \{ v, l, \rho, \mu, g \} \quad (2)$$

มิติของตัวแปรต่างๆแสดงดังตาราง

	F	v	l	ρ	μ	g
M	1	0	0	1	1	0
L	1	1	1	-3	-1	1
T	-2	-1	0	0	-1	-2

F เป็นตัวแปรตาม , ตัวแปรซ้ำในที่นี้คือ v และ l ซึ่งมีแนวโน้มที่จะมีอิทธิพลมากที่สุด เนื่องจากทั้งตัวแปร v และ l มีมิติพื้นฐานไม่ครบ คือยังขาด $[M]$ ดังนั้นจึงเลือกตัวแปรซ้ำเพิ่มอีก 1

ตัวในที่นี่เลือก p จำนวนตัวแปรทั้งหมด $n=6$, จำนวนตัวแปรพื้นฐาน $m=3$, จำนวนกลุ่มปริมาณ
ไร้นิติที่สามารถจัดได้ $n-m=3$ หรือ $\pi_1 = \phi\{\pi_2, \pi_3\}$

ในการจัดรูป π_1 ซึ่งต้องมีตัวแปร F รวมอยู่ในกลุ่มด้วย เนื่องจาก F มีมิติพื้นฐานครบทั้ง 3
ตัวได้แก่ M, L และ T นำตัวแปรเข้าทั้ง 3 ตัวมาจัดรูปรวมด้วยจะได้ว่า

$$\pi_1 = F v^a l^b \rho^c \quad (3)$$

แทนค่าตัวแปรด้วยมิติต่างๆของแต่ละปริมาณจะได้

$$[M^0 L^0 T^0] = [MLT^{-2}] [LT^{-1}]^a [L]^b [ML^{-3}]^c \quad (4)$$

สมการของเลขยกกำลัง

$$[M], 0 = 1 + c; \quad (5)$$

$$[L], 0 = 1 + a + b - 3c; \quad (6)$$

$$[T], 0 = -2 - a. \quad (7)$$

จะได้ $a = -2, c = -1, b = -2$ และ

$$\pi_1 = F / \rho v^2 l^2 \quad (8)$$

ในการจัดรูป π_2 ซึ่งต้องรวมตัวแปรที่ไม่ใช่ตัวแปรเข้าในที่นี้คือ μ มิติของ μ คือ $ML^{-1}T^{-1}$
จัดรูปแบบของ μ เข้ากับกลุ่มของตัวแปรเข้าที่มีอยู่แล้ว 3 ตัว จะได้

$$\pi_2 = \mu v^d l^e \rho^f \quad (9)$$

สำหรับความเป็นมิติเดียวกัน

$$[M^0 L^0 T^0] = [ML^{-1}T^{-1}] [LT^{-1}]^d [L]^e [ML^{-3}]^f \quad (10)$$

สมการของเลขยกกำลัง

$$[M], 0 = 1 + f; \quad (11)$$

$$[L], 0 = -1 + d + e - 3f; \quad (12)$$

$$[T], 0 = -1 - d. \quad (13)$$

จะได้ $d = -1, f = -1, e = -1$ และ

$$\pi_2 = \mu / \rho v l = 1/R_n \quad (14)$$

ในการจัดรูปแบบ π_3 เหลือตัวแปรอิสระในที่นี้คือ g มิติของ g คือ LT^{-2} ซึ่งมีมิติพื้นฐาน L และ T
จัดรูปแบบของ π_3 เข้ากับกลุ่มของตัวแปรเข้าที่มีมิติพื้นฐานเหมือนกันในที่นี้คือ v และ l

$$\pi_3 = g v^p l^q \quad (15)$$

สำหรับความเป็นมิติเดียวกัน

$$[M^0 L^0 T^0] = [LT^{-2}] [LT^{-1}]^p [L]^q \quad (16)$$

สมการของเลขยกกำลัง

$$[L] \quad , \quad 0 = 1 + p + q; \quad (17)$$

$$[T] \quad , \quad 0 = -2 - p. \quad (18)$$

จะได้ $p = -2, q = 1$ และ

$$\pi_3 = 1 \text{ g} / v^2 = 1 / Fr^2 \quad (19)$$

ดังนั้นความสัมพันธ์ที่ได้ทั้งหมด 3 กลุ่ม

$$F / \rho v^2 l^2 = \phi \{ 1/R_n, 1/Fr^2 \} \quad (20)$$

แบบจำลองกายภาพ

สิ่งสำคัญสำหรับแบบจำลองทางกายภาพคือการติดตั้งหรือประกอบโดยใช้มาตราส่วนที่ย่อลงมาเพื่อให้มั่นใจได้ว่าตัวแบบจำลองสามารถเป็นตัวแทนและประเมินพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริงใน model มาตราส่วนจริงได้ สิ่งสำคัญซึ่งจำเป็นต้องทำความเข้าใจคือ กฎของมาตราส่วนและการวิเคราะห์มิติ

แบบจำลองการไหลซึม

เมื่อพิจารณาแบบจำลองการไหลซึม ตัวอย่างเช่นน้ำที่ไหลลอด sheet pile การไหลในสถานะคงที่ของการไหลซึมผ่านมวลดินแสดงได้โดยกฎของดาร์ซี เราสามารถทราบอัตราการไหลซึ่งขึ้นโดยตรงกับค่าความซึมผ่าน ดังนั้นเราต้องทราบค่าความซึมผ่านในสนาม k_f และค่าความซึมผ่านของตัวกลางในแบบจำลอง k_m คุณสมบัติของดินที่เป็น anisotropic เหมือนกันสำหรับในสนามและแบบจำลอง ค่าความซึมผ่านขึ้นอยู่กับความพรุน ขนาดเม็ดดิน การจัดเรียงตัวของโครงสร้างดิน ระดับความอิ่มตัว ปริมาณแร่ธาตุดินเหนียวในดิน สภาพในสนามและในแบบจำลอง ดินมีการจัดเรียงตัวของอนุภาคและความหนาแน่นที่ต่างกัน แต่หลักสำคัญคือการทำให้อัตราการซึมได้มีการแปรผันของทั้งในสภาพจริงและแบบจำลองเหมือนกัน

เมื่อพิจารณาทั้งระบบ (ไม่เฉพาะอนุภาค) สามารถประยุกต์กฎของดาร์ซี โดยความเร็วของการไหล V เป็นสัดส่วนกับค่า hydraulic gradient และค่าความซึมผ่านของดิน

$$v = \alpha (k\Delta P)/(\gamma_w L_1)$$

เมื่อ ΔP เป็นผลต่างของความดันตลอดแนว sheet pile และ L_1 เป็นระยะที่ทำให้เกิดผลต่างของความดันนี้ ถ้า Q เป็นปริมาณการไหลต่อหน่วยความยาวของกำแพง และพื้นดินด้านหนึ่งของกำแพงแห่งนี้จะได้ว่า

$$Q = (\lambda k L_2 \Delta P)/(\gamma_w L_1) \quad (1)$$

ขณะที่ L_2 เป็นมิติของระยะทางซึ่งเกี่ยวข้องกับการไหล λ เป็นค่าซึ่งเกี่ยวข้องกับรูปทรงของปัญหา จากแบบจำลองแสดงให้เห็นปริมาณการไหลได้กำแพงอย่างง่าย โดยการไหลจะเป็นสัดส่วนกับปริมาณของวัสดุ เช่นค่าความซึมผ่านของน้ำ k , pressure drop ΔP , คุณสมบัติทางด้านกลุ่มปริมาณไร้หน่วย $\lambda L_2/L_1$ ซึ่งจะสัมพันธ์กับความลึกของเข็ม สามารถปรับเปลี่ยนได้ แบบจำลองกายภาพสามารถใช้ศึกษาความสัมพันธ์ดังกล่าวได้ ตามความเป็นจริงแล้วจากการจัดรูปแบบสมการจะเห็นว่ารูปทรงมีผลต่อการแปรเปลี่ยนปริมาณการไหล

ถ้าพิจารณา

$$(Q\gamma_w)/(k\Delta P) = f(L_2/L_1) \quad (2)$$

จะเห็นว่าต้องทำการวัดอัตราการไหลเพียงอย่างเดียวสำหรับในแต่ละรูปทรงของค่า (L_2/L_1) นอกจากนี้ยังแปรผันตาม ΔP และ ค่า k ด้วย อัตราการไหลที่วัดได้ในสนามสามารถนำมาประเมินค่าความซึมผ่านของน้ำในดิน โดยพิจารณาผลของความดันต่าง ΔP ร่วมกันกับ factor ของรูปทรงด้วย

แบบจำลองที่ย่อส่วนมาจากมาตราส่วนจริงมีข้อได้เปรียบคือ เราสามารถที่จะควบคุมรายละเอียดต่างๆของแบบจำลองได้ทั้งหมด เราสามารถกำหนดหรือเลือกชนิดดินที่จะทำการทดสอบ ทำให้มั่นใจได้ว่ามีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอที่จะจำแนกลักษณะพฤติกรรมด้านกลศาสตร์สามารถกำหนดขอบเขตของแบบจำลองได้ สภาพการระบายน้ำ การแก้ปัญหาส่วนใหญ่ใช้แบบจำลองทางทฤษฎีควบคู่ไปกับการทดสอบแบบจำลองทางกายภาพ เนื่องจากเป็นแบบจำลองขนาดเล็กเวลาที่ใช้ในการทดสอบสั้นตามไปด้วย ดังนั้นถ้าเป็นไปได้ควรมีการทดสอบหลายครั้ง มีการสังเกตซ้ำๆกัน และทำการศึกษาผลของแต่ละพารามิเตอร์ที่แปรเปลี่ยนไป โดยค่าใช้จ่ายในการทดสอบแบบจำลองนั้นถูกกว่าทำการทดสอบในสภาพจริงมาก

แบบจำลองทางทฤษฎีหรือสูตรเอมไพริกัลสามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้เนื่องจากเหตุผล
หลักๆ 2 ประการคือ

1. การออกแบบด้านเทคนิค สามารถนำสูตรเอมไพริกัลประยุกต์ใช้ได้ทันที ในขณะที่
แบบจำลองอาจต้องใช้เวลาในการพัฒนาขึ้นมา
2. แบบจำลองทางทฤษฎีหรือสูตรเอมไพริกัลถึงแม้จะเป็นที่ยอมรับ แต่ก็ไม่ง่ายที่จะ
ประยุกต์ให้เข้ากับสภาพเงื่อนไขของขอบเขตที่เกิดขึ้นจริงของปัญหาบางประเภท

ทฤษฎีความคล้ายคลึงของแบบจำลอง

สามารถนำมาอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างแบบจำลองที่ย่อส่วนลงมาและพฤติกรรมที่
เกิดขึ้นจริงในสนามโดยมีมาตราส่วนที่ใหญ่กว่า Kline (1965) ได้จำแนกวิธีในการศึกษาสำหรับ
ประยุกต์แบบจำลองไว้ 3 วิธี ได้แก่

1. การวิเคราะห์มิติ (Dimensional analysis)
2. ทฤษฎีความคล้ายคลึง (Similitude theory)
3. วิธีสมการ (Governing equations)

โดยการวิเคราะห์มิติเกี่ยวข้องกับปริมาณทางกายภาพ ปรากฏการณ์ทางกายภาพ กลุ่มปริมาณไม่มี
หน่วย และ นำมาใช้เป็นเครื่องมือเพื่อให้เกิดความเข้าใจในรูปแบบของการแก้ปัญหา ในส่วนของ
ทฤษฎีความคล้ายคลึงเป็นการระบุแรงที่กระทำในระบบและใช้การวิเคราะห์มิติสร้างกลุ่มปริมาณ
ไม่มีหน่วยสำหรับแบบจำลองย่อส่วนและสภาพจริงในสนาม ได้ความสัมพันธ์ระหว่างแบบจำลอง
ย่อส่วนและสภาพจริงในสนามหรือที่เรียกว่า “สมการทำนาย” สำหรับวิธีสมการเกี่ยวข้องกับการ
จัดรูปแบบสมการอนุพันธ์ให้อยู่ในรูปแบบที่ไม่มีมิติ และการจัดรูปแบบของตัวแปรความคล้ายคลึง
ที่เกี่ยวข้องในแบบจำลองกับสภาพจริง และตัวแปรความคล้ายคลึงนี้หาได้จากค่าเงื่อนไขขอบเขต
ของระบบ

Langhaar (1951) กล่าวว่าแบบจำลองย่อส่วนและสภาพจริงในสนาม มีความคล้ายคลึงซึ่ง
ประกอบด้วยความคล้ายคลึงด้านรูปทรง หรือ ความคล้ายคลึงด้านจลศาสตร์ หรือ ความคล้ายคลึง
ด้านพลศาสตร์ หรืออย่างใดอย่างหนึ่งประกอบกัน โดย ความคล้ายคลึงด้านรูปทรงมีการเทียบเคียง
แบบจำลองย่อส่วนและสภาพจริงในสนามด้วยมิติของขนาด ความคล้ายคลึงด้านจลศาสตร์ของ
แบบจำลองย่อส่วนและสภาพจริงในสนามมีการเทียบเคียงกับอนุภาคใดๆ ณ ตำแหน่งใดๆ ที่เวลา

ใดๆ หรือกล่าวได้ว่าการเทียบเคียงกับมิติของเวลาเพิ่มขึ้นมา สำหรับความคล้ายคลึงด้าน

พลศาสตร์ของแบบจำลองย่อยส่วนและสภาพจริงในสนามมีการเทียบเคียงกับมิติของมวลเพิ่มขึ้นมา หรือกล่าวได้ว่ามีแรงที่กระทำต่อระบบเข้ามาเกี่ยวข้อง

Moncarz and Krawinkler (1981) กล่าวถึงระดับความคล้ายคลึงของแบบจำลองย่อยส่วนต่อสภาพจริงไว้ 3 ระดับ ได้แก่

1. True Model

เป็นแบบจำลองย่อยส่วนโดยมีมาตราส่วนเดียวกันทั้ง 3 ทิศทาง ทำให้การเปลี่ยนค่าต่างๆ ที่หาได้จากแบบจำลองเมื่อแปลงกลับไปอยู่ในสภาพจริงได้ง่ายเนื่องจากการสร้างแบบจำลองย่อยส่วนนี้ให้ความคล้ายคลึงทางรูปทรงครบถ้วน

ถ้าให้ $P = \text{Scale}$ สภาพจริง

$m = \text{Scale}$ แบบจำลอง

$r = \text{Scale ratio}$

สำหรับ True Model $r = \frac{P}{m}$
 $X_r = Y_r = Z_r$

2. Adequate Model

เป็นแบบจำลองที่สร้างโดยกำหนดมาตราส่วนหลักซึ่งเกี่ยวข้องกับปัญหาให้ถูกต้องตรงกันเสียก่อน ส่วนอิทธิพลที่เกี่ยวกับปัญหาในระดับรองลงไปยอมให้มีมาตราส่วนต่างกันได้ ทั้งนี้ไม่ส่งผลอย่างมีนัยสำคัญต่อการใช้สมการทำนาย

3. Distorted Model

เป็นแบบจำลองที่สร้างโดยกำหนดมาตราส่วนไม่เท่ากันในทุกทิศทาง จึงส่งผลต่อการใช้สมการเพื่อมาทำนาย ดังนั้นเพื่อเป็นการชดเชยความผิดเพี้ยนจึงได้มีการนำกลุ่มปริมาณไม่มีหน่วยมาช่วยในการทำนายค่าให้ใกล้เคียงยิ่งขึ้น

หลักการสร้างแบบจำลอง

1. เลือกมาตราส่วนให้เหมาะสม เพื่อให้อยู่ในงบประมาณที่มีโดยต้องคำนึงถึงเวลาพื้นที่ที่จะสร้าง
2. การสร้างแบบจำลอง ให้พิจารณาถึงชนิดที่จะสร้างเป็นแบบ distorted หรือ undistorted model แล้วเลือกวัสดุที่จะใช้ทำสร้างตามแบบให้ละเอียด
3. การเก็บข้อมูลจากการทดลอง ต้องจัดเตรียมเครื่องมือที่จะใช้ ควบคุมการทดลองอย่างระมัดระวังและควร calibrate เครื่องมือก่อนใช้