

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

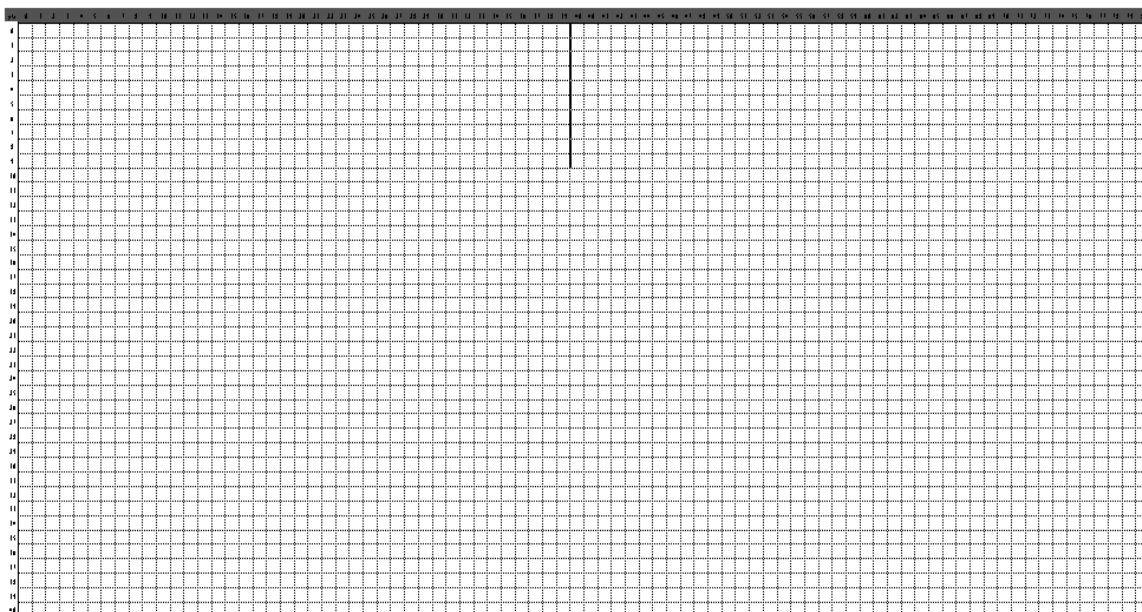
การประยุกต์วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ในการแก้ปัญหาคาร์ไหลซึม

การประยุกต์วิธีผลต่างสลับเนื่องสำหรับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการไหล

การหาค่าศักย์น้ำ (Potential Function)

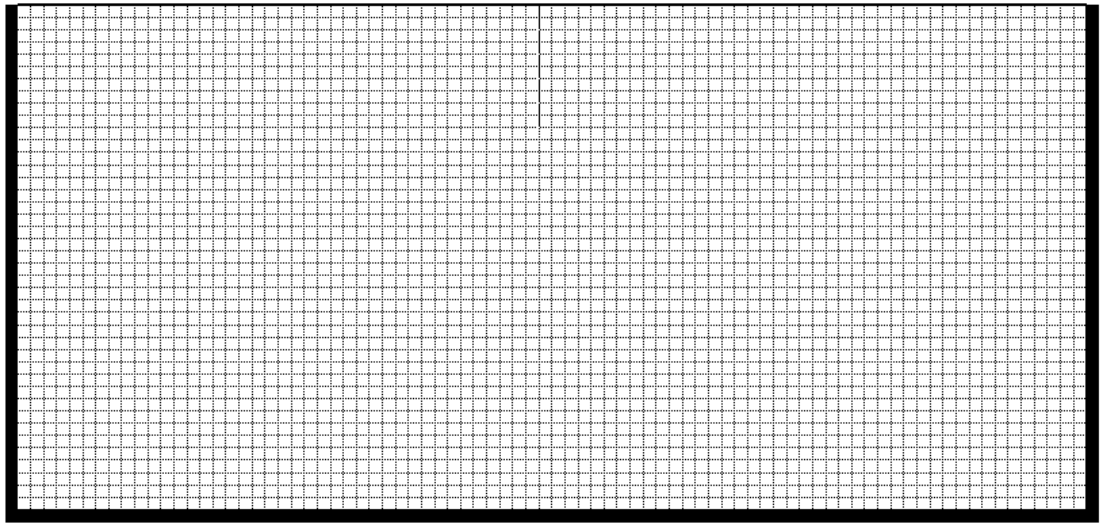
ใช้พื้นที่กระดาษคำนวณของโปรแกรม Microsoft Excel 2000 สำหรับการแก้ปัญหาการไหล โดยมีขั้นตอนการหาค่าศักย์การไหลดังต่อไปนี้

1. กำหนดขอบเขตพื้นที่การไหล ซึ่งมีขอบเขต 3 ขนาด ได้แก่ 80x40 , 100x40 , และขนาด 120x40 ซม. จากนั้นทำการแบ่งกริดย่อยๆ โดยขนาดของกริดที่เลือกใช้ มีขนาด 1 ซม. ซึ่งเท่ากับขนาดของ 1 cell บนพื้นที่กระดาษคำนวณของโปรแกรม Microsoft Excell 2000 แสดงดังภาพผนวกที่ ก1 ข้างล่าง ($\Delta x = \Delta y = 1cm$)



ภาพผนวกที่ ก1 แสดงการแบ่งกริดย่อยขนาด 1 cm. ของขอบเขตพื้นที่การไหล 80x40 cm.

2. พิจารณาเงื่อนไขขอบเขตของการไหล (boundary condition) โดยน้ำไม่สามารถไหลซึมผ่านด้านข้าง ($\frac{\partial h}{\partial x} = 0$) และด้านล่าง ($\frac{\partial h}{\partial y} = 0$) ของแบบจำลอง ซึ่งเรียกเงื่อนไขนี้ว่า Neumann boundary condition แสดงดังภาพผนวกที่ ก2



ภาพผนวกที่ ก2 แสดงเงื่อนไขขอบเขตที่น้ำด้านข้างและด้านล่างของแบบจำลอง

3. พิจารณาเงื่อนไขขอบเขตของการไหล (boundary condition) ซึ่งเป็นค่าที่แน่นอนเรียกว่า Dirichet boundary condition ในที่นี้ก็คือ head ด้านเหนือน้ำ และ head ด้านท้ายน้ำ แสดงดังภาพผนวกที่ ก3 และภาพผนวกที่ ก4 ตามลำดับ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	dy =	1										
2	dx =	1						Head ด้านเหนือน้ำ	5		cm.	
3			y/x	0	1	2	3	4	5		7	8
4			0	5	5	5	5	5	10		5	5
5			1	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95	15		4.95	4.95
6			2	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	20		4.9	4.89
7			3	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85			4.84	4.84

ภาพผนวกที่ ก3 แสดงเงื่อนไขขอบเขตคงที่ซึ่งเป็น head ของน้ำสูง 5 ซม.ด้านเหนือน้ำ

	BK	BY	BZ	CA	CB	CC	CD	CE	CF	CG	CH
	Head ด้านท้ายน้ำ					0		cm.			
	71	72	73	74	75	0		78	79	80	y/x
0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0
5	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	1
1	0.11	0.11	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	2
6	0.16	0.16	0.16	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	3
2	0.21	0.21	0.21	0.21	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	4

ภาพผนวกที่ ก4 แสดงเงื่อนไขขอบเขตคงที่ซึ่งเป็น head ของน้ำสูง 0 ซม.ด้านท้ายน้ำ

4. พิจารณาการกระจายของศักย์น้ำที่บริเวณต่างๆในพื้นที่การไหล แสดงดังภาพผนวกที่ ก5 ถึงภาพผนวกที่ ก12 โดยพื้นที่การไหลจะมี ศักย์น้ำ ณ จุดที่พิจารณามีค่าเฉลี่ยดังนี้

F6		$f_x = (E6+F5+G6+F7)/4$									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	dy =	1									
2	dx =	1				Head ด้านเหนือหน้า		5		cm.	
3			y/x	0	1	2	3	4	5	6	7
4			0	5	5	5	5	5	5	5	5
5			1	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95
6			2	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9
7			3	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85	4.84
8			4	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.79
9			5	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.74
10			6	4.71	4.71	4.71	4.7	4.7	4.7	4.7	4.69

ภาพผนวกที่ ก5 แสดงค่าเฉลี่ยของศักย์น้ำโดยรอบ จุดที่พิจารณา

D7		$f_x = (D6 + D8 + 2 * E7) / 4$										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	dy =	1										
2	dx =	1								Head ด้านเหนือ	5	cm.
3			y/x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
4			0	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5			1	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95
6			2	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.89
7			3	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85	4.84	4.84
8			4	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.79	4.79
9			5	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.74	4.74
10			6	4.71	4.71	4.71	4.7	4.7	4.7	4.7	4.69	4.69

ภาพผนวกที่ ก6 แสดงค่าเฉลี่ยของศักย์น้ำโดยรอบที่ขอบที่บ้นน้ำด้านข้าง

D44		$f_x = (2 * D43 + 2 * E44) / 4$								
	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
40		36	3.81	3.81	3.8	3.8	3.79	3.79	3.78	3.77
41		37	3.8	3.8	3.8	3.79	3.79	3.78	3.77	3.76
42		38	3.8	3.8	3.79	3.79	3.78	3.78	3.77	3.76
43		39	3.79	3.79	3.79	3.79	3.78	3.77	3.76	3.75
44		40	3.79	3.79	3.79	3.79	3.78	3.77	3.76	3.75
45		y/x	0	1	2	3	4	5	6	7
46										

ภาพผนวกที่ ก7 แสดงค่าเฉลี่ยของศักย์น้ำโดยรอบที่มุมขอบล่างด้านที่บ้นน้ำ

G44		$f_x = (F44+H44+2*G43)/4$									
	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
40		36	3.81	3.81	3.8	3.8	3.79	3.79	3.78	3.77	3.75
41		37	3.8	3.8	3.8	3.79	3.79	3.78	3.77	3.76	3.75
42		38	3.8	3.8	3.79	3.79	3.78	3.78	3.77	3.76	3.74
43		39	3.79	3.79	3.79	3.79	3.78	3.77	3.76	3.75	3.74
44		40	3.79	3.79	3.79	3.79	3.78	3.77	3.76	3.75	3.74
45		y/x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
46											

ภาพผนวกที่ ก8 แสดงค่าเฉลี่ยของศักย์น้ำโดยรอบที่มุมขอบที่บนน้ำด้านล่าง

AR6		$f_x = (AR5+AR7+2*AQ6)/4$									
	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	
3	37	38	39	40	40	41	42	43	44	45	
4	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	
5	4.84	4.84	4.84	4.84	0.17	0.16	0.16	0.16	0.15	0.15	
6	4.68	4.68	4.67	4.67	0.33	0.33	0.33	0.32	0.31	0.29	
7	4.52	4.51	4.5	4.5	0.5	0.5	0.49	0.48	0.46	0.44	
8	4.36	4.34	4.33	4.32	0.68	0.68	0.66	0.64	0.62	0.59	

ภาพผนวกที่ ก9 แสดงค่าเฉลี่ยของศักย์น้ำโดยรอบที่ขอบผนังที่บนน้ำด้านซ้าย

AS6		$f_x = (AS5+AS7+2*AT6)/4$									
	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	
3	37	38	39	40	40	41	42	43	44	45	
4	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	
5	4.84	4.84	4.84	4.84	0.17	0.16	0.16	0.16	0.15	0.15	
6	4.68	4.68	4.67	4.67	0.33	0.33	0.33	0.32	0.31	0.29	
7	4.52	4.51	4.5	4.5	0.5	0.5	0.49	0.48	0.46	0.44	
8	4.36	4.34	4.33	4.32	0.68	0.68	0.66	0.64	0.62	0.59	

ภาพผนวกที่ ก10 แสดงค่าเฉลี่ยของศักย์น้ำโดยรอบที่ขอบผนังที่บนน้ำด้านขวา

AR14		$f_s = (0.5 \cdot AR13 + 0.5 \cdot AS13 + AQ14 + AR15 + AT14) / 4$													
	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC
3	37	38	39	40	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
10	4.02	3.98	3.94	3.93	1.07	1.06	1.03	0.99	0.94	0.89	0.84	0.8	0.75	0.71	0.67
11	3.84	3.78	3.73	3.71	1.29	1.27	1.23	1.17	1.1	1.04	0.98	0.92	0.87	0.82	0.78
12	3.65	3.57	3.49	3.44	1.56	1.52	1.44	1.35	1.26	1.19	1.11	1.05	0.99	0.93	0.88
13	3.47	3.35	3.21	3.09	1.91	1.79	1.66	1.53	1.42	1.32	1.24	1.16	1.1	1.04	0.98
14	3.31	3.14	2.91	2.5	2.5	2.09	1.86	1.7	1.56	1.45	1.36	1.27	1.2	1.13	1.07
15	3.18	3	2.78	2.5	2.5	2.22	2	1.83	1.69	1.57	1.46	1.38	1.3	1.22	1.16

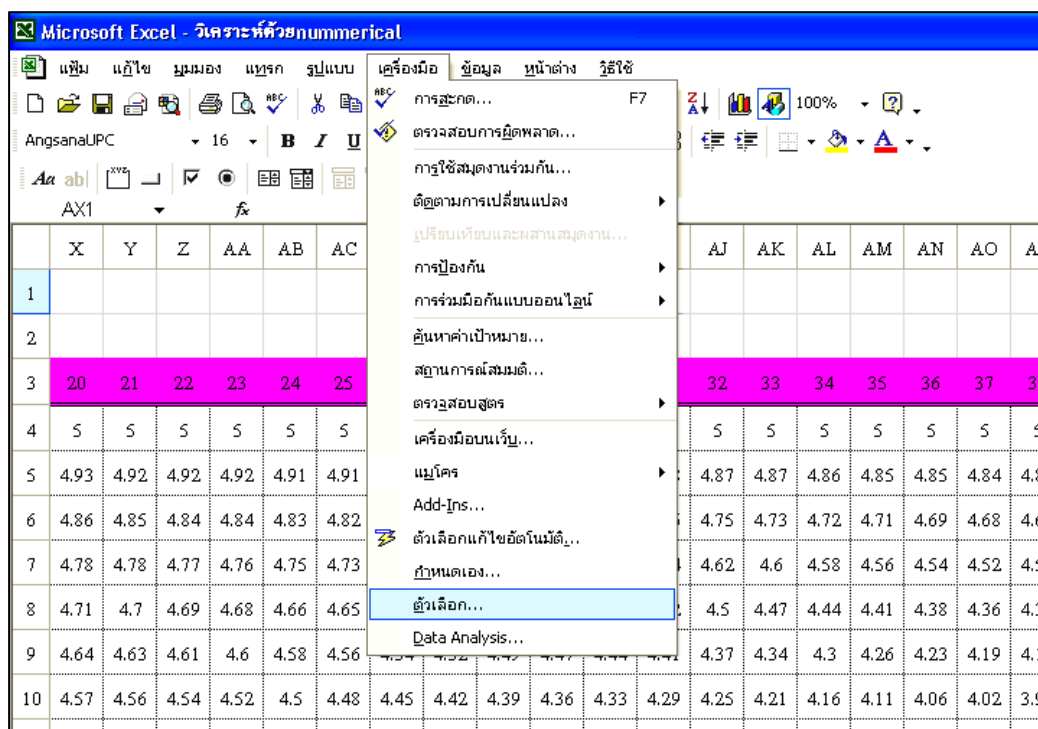
ภาพผนวกที่ ก11 แสดงค่าเฉลี่ยของศักย์น้ำโดยรอบที่ปลายผนังตึ้นน้ำ

	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA
3	34	35	36	37	38	39	40	40	41	42	43	44	45	46	47	48
11	4.16	4.11	4.06	4.02	3.98	3.94	3.93	1.07	1.06	1.03	0.99	0.94	0.89	0.84	0.8	0.75
18	4.02	3.96	3.9	3.84	3.78	3.73	3.71	1.29	1.27	1.23	1.17	1.1	1.04	0.98	0.92	0.87
16	3.89	3.82	3.74	3.65	3.57	3.49	3.44	1.56	1.52	1.44	1.35	1.26	1.19	1.11	1.05	0.99
14	3.76	3.68	3.58	3.47	3.35	3.21	3.09	1.91	1.79	1.66	1.53	1.42	1.32	1.24	1.16	1.1
13	3.65	3.55	3.44	3.31	3.14	2.91	2.5	2.5	2.09	1.86	1.7	1.56	1.45	1.36	1.27	1.2
13	3.54	3.44	3.32	3.18	3	2.78	2.5	2.5	2.22	2	1.83	1.69	1.57	1.46	1.38	1.3
14	3.45	3.34	3.22	3.08	2.91	2.72	2.5	2.5	2.28	2.09	1.93	1.79	1.66	1.56	1.47	1.38
16	3.36	3.26	3.14	3.01	2.85	2.68	2.5	2.5	2.32	2.15	2	1.87	1.75	1.64	1.55	1.46
19	3.29	3.19	3.08	2.95	2.81	2.66	2.5	2.5	2.35	2.2	2.06	1.93	1.82	1.71	1.62	1.53
13	3.23	3.13	3.02	2.9	2.78	2.64	2.5	2.5	2.36	2.23	2.1	1.98	1.87	1.77	1.68	1.6
17	3.18	3.08	2.98	2.87	2.75	2.63	2.5	2.5	2.38	2.25	2.14	2.03	1.92	1.83	1.74	1.65
12	3.14	3.04	2.94	2.84	2.73	2.62	2.5	2.5	2.39	2.28	2.17	2.06	1.96	1.87	1.78	1.7
18	3.1	3.01	2.91	2.82	2.71	2.61	2.5	2.5	2.4	2.29	2.19	2.09	2	1.91	1.83	1.75
14	3.06	2.98	2.89	2.8	2.7	2.6	2.5	2.5	2.4	2.31	2.21	2.12	2.03	1.94	1.86	1.79
11	3.03	2.95	2.87	2.78	2.69	2.6	2.5	2.5	2.41	2.32	2.23	2.14	2.06	1.97	1.9	1.82
18	3.01	2.93	2.85	2.76	2.68	2.59	2.5	2.5	2.42	2.33	2.24	2.16	2.08	2	1.93	1.85

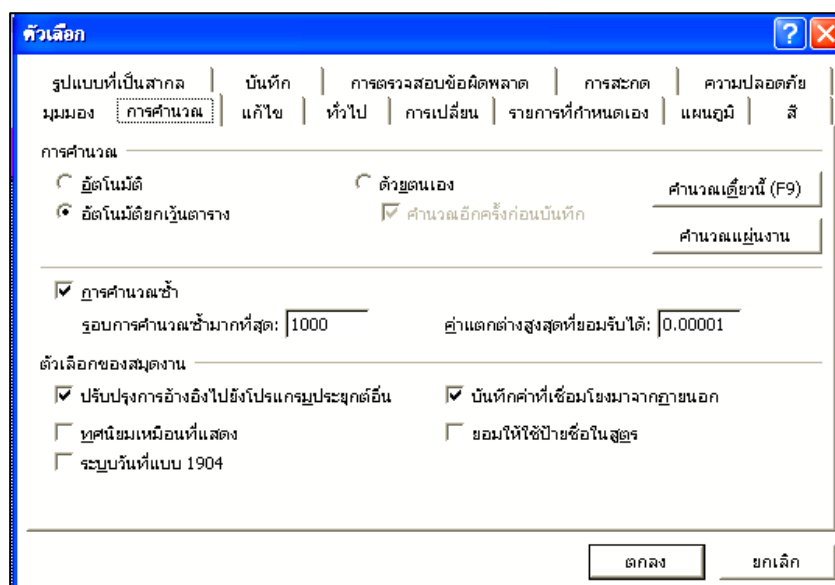
ภาพผนวกที่ ก12 แสดงคอลัมน์พิเศษที่เพิ่มมาได้ผนังตึ้นน้ำ

5. เมื่อพิจารณาการกระจายของศักย์น้ำที่บริเวณต่างๆในพื้นที่การไหล แล้ว คัดลอก สูตร จนกระทั่งเต็มพื้นที่การไหล สั่งให้โปรแกรมทำการคำนวณรอบโดยเข้าไปในเมนู เครื่องมือ แล้ว

เลือกตัวเลือก หลังจากนั้นเข้าไปที่ การคำนวณ ระบุจำนวนครั้งที่จะให้ชุดของแบบจำลองคำนวณซ้ำ และระบุเงื่อนไขการหยุดการคำนวณ แสดงดังภาพผนวกที่ ก13 ถึงภาพผนวกที่ ก14



ภาพผนวกที่ ก13 ขั้นตอนการให้โปรแกรมคำนวณ



ภาพผนวกที่ ก14 การระบุเงื่อนไขในการคำนวณ

การหาปริมาณการไหล (Stream Function)

ในการหาปริมาณการไหลที่ซึมผ่านตัวกลาง คำนวณจากการหาค่าศักย์น้ำในช่วงแรก และเมื่อพิจารณาด้านเหนือหน้าของขอบเขตการไหลซึมบริเวณ เส้นศักย์น้ำแนวแรก (first equipotential line) และจากกฎของดาร์ซี $q = k \cdot i \cdot A$

โดยที่ q เป็นปริมาณการไหลในแต่ละกริดย่อย
 k คือค่าความซึมของตัวกลางพรุน
 i คือค่าความชันชลศาสตร์ในแต่ละกริดย่อยๆ มีค่าเท่ากับ $\frac{h_{i,j} - h_{i,j-1}}{\Delta y}$
 A เป็นพื้นที่หน้าตัดที่น้ำไหลผ่านสำหรับกรณีนี้มีค่าเท่ากับ Δx

ทำการรวมปริมาณการไหลในแต่ละพื้นที่ย่อยดังแสดงในภาพผนวกที่ ก15

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	dy =	1																		
2	dx =	1						Head ด้านเหนือหน้า	5	▼	cm.					Head ด้านท้ายหน้า	0	▼	m.	
3			y/x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
4			0	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5			1	4.950	4.950	4.950	4.950	4.950	4.949	4.949	4.948	4.947	4.946	4.945	4.944	4.943	4.942	4.940	4.939	4.937
6			2	4.901	4.901	4.901	4.900	4.900	4.899	4.898	4.896	4.895	4.893	4.891	4.889	4.886	4.884	4.881	4.877	4.874
7			3	4.852	4.852	4.851	4.851	4.850	4.848	4.847	4.845	4.842	4.840	4.837	4.834	4.830	4.826	4.821	4.816	4.811
8			4	4.803	4.803	4.802	4.801	4.800	4.798	4.796	4.793	4.790	4.787	4.783	4.779	4.774	4.768	4.762	4.756	4.749
9			5	4.754	4.754	4.753	4.752	4.751	4.748	4.746	4.743	4.739	4.735	4.730	4.724	4.718	4.711	4.704	4.696	4.687
10			6	4.706	4.706	4.705	4.704	4.702	4.699	4.696	4.692	4.688	4.683	4.677	4.670	4.663	4.655	4.646	4.637	4.627
11			7	4.659	4.658	4.657	4.656	4.654	4.651	4.647	4.642	4.637	4.632	4.625	4.617	4.609	4.600	4.590	4.579	4.566
12			8	4.612	4.612	4.610	4.609	4.606	4.603	4.598	4.594	4.588	4.581	4.574	4.565	4.556	4.546	4.534	4.522	4.507

ภาพผนวกที่ ก15 แสดงแถบแรเงาบริเวณที่หาผลรวมของปริมาณการไหลย่อย

หลังจากนั้นเมื่อได้ปริมาณการไหลทั้งหมดแล้ว ต่อไปคือหาค่าการกระจายของปริมาณการไหลในตำแหน่งต่างๆบนขอบเขตการไหลดังต่อไปนี้

1. กำหนดขอบเขตพื้นที่การไหล เช่นเดียวกันกับการหาศักย์การไหลแสดงดังภาพผนวกที่ ก1 และภาพผนวกที่ ก2

2. พิจารณาเงื่อนไขขอบเขตของการไหล (boundary condition) โดยน้ำไม่สามารถไหลซึมผ่านด้านข้าง ($\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 = u$) และด้านล่าง ($\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 = v$) หรือกล่าวได้ว่า ψ มีค่าคงที่ตามแนวขอบเขตที่น้ำที่น้ำไม่สามารถไหลผ่าน ซึ่งในกรณีนี้ขอบเขตที่น้ำด้านข้างและด้านล่างมีค่า $\psi = 0$ ส่วนขอบเขตที่น้ำตามแนวนิ่งที่น้ำมีค่า $\psi = Q$ แสดงดังภาพผนวกที่ ก16 และภาพผนวกที่ ก17

Flow line	total Q = 5.56 cm ² /s										
y/x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0.082	0.165	0.248	0.331	0.415	0.499	0.585	0.672	0.76	0.85
1	0	0.082	0.165	0.247	0.33	0.414	0.499	0.584	0.671	0.759	0.849
2	0	0.082	0.164	0.247	0.329	0.413	0.497	0.583	0.669	0.757	0.846
3	0	0.082	0.163	0.245	0.328	0.411	0.495	0.58	0.666	0.753	0.842
4	0	0.081	0.162	0.244	0.326	0.408	0.492	0.576	0.661	0.748	0.836
5	0	0.08	0.161	0.242	0.323	0.405	0.487	0.571	0.656	0.741	0.829
6	0	0.08	0.159	0.239	0.319	0.4	0.482	0.565	0.649	0.733	0.82

ภาพผนวกที่ ก16 แสดงแถบแรงบริเวณที่น้ำด้านข้างโดยที่ $\psi = 0$

35	36	37	38	39	40	40	41	42	43	44	45
4.358	4.587	4.823	5.065	5.311	5.56	5.56	5.311	5.065	4.823	4.587	4.358
4.354	4.583	4.82	5.063	5.31	5.56	5.56	5.31	5.063	4.82	4.583	4.354
4.341	4.572	4.811	5.056	5.307	5.56	5.56	5.307	5.057	4.811	4.572	4.341
4.32	4.553	4.795	5.045	5.301	5.56	5.56	5.301	5.045	4.795	4.553	4.32
4.289	4.525	4.771	5.028	5.292	5.56	5.56	5.292	5.028	4.771	4.525	4.289
4.247	4.485	4.738	5.003	5.278	5.56	5.56	5.278	5.003	4.738	4.485	4.247
4.191	4.433	4.692	4.968	5.259	5.56	5.56	5.259	4.968	4.692	4.433	4.191
4.119	4.363	4.628	4.917	5.23	5.56	5.56	5.23	4.917	4.628	4.363	4.119
4.029	4.272	4.541	4.843	5.184	5.56	5.56	5.184	4.843	4.541	4.272	4.029
3.918	4.154	4.42	4.73	5.104	5.56	5.56	5.104	4.73	4.42	4.154	3.918
3.785	4.006	4.256	4.552	4.94	5.56	5.56	4.94	4.552	4.256	4.006	3.785
3.632	3.829	4.045	4.283	4.545	4.796	4.796	4.545	4.283	4.045	3.829	3.632

ภาพผนวกที่ ก17 แสดงแถบแรงบริเวณที่น้ำตลอดผนังที่น้ำโดยที่ $\psi = 5.56$

3. พิจารณาการกระจายของปริมาณการไหลที่บริเวณต่างๆในพื้นที่การไหล แสดงดังภาพผนวกที่ ก18 และภาพผนวกที่ ก19 โดยพื้นที่การไหลจะมี ศักย์น้ำ ณ จุดที่พิจารณามีค่าเฉลี่ยดังนี้

$f_x = (P55+R55+2*Q56)/4$										
L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
672	0.76	0.85	0.941	1.034	1.13	1.227	1.327	1.43	1.537	1.64
671	0.759	0.849	0.94	1.033	1.128	1.226	1.326	1.429	1.535	1.64
669	0.757	0.846	0.937	1.03	1.125	1.222	1.322	1.424	1.53	1.63
666	0.753	0.842	0.933	1.025	1.119	1.216	1.315	1.417	1.522	1.63
661	0.748	0.836	0.926	1.018	1.111	1.207	1.305	1.406	1.51	1.61

ภาพผนวกที่ ก18 แสดงค่าเฉลี่ยของศักย์น้ำโดยรอบที่ขอบบนของพื้นที่การไหล

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
S3	Flow line		total Q = 5.56 cm ² /s									
S4	y/x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S5	0	0	0.082	0.165	0.248	0.331	0.415	0.499	0.585	0.672	0.76	0.85
S6	1	0	0.082	0.165	0.247	0.33	0.414	0.499	0.584	0.671	0.759	0.849
S7	2	0	0.082	0.164	0.247	0.33	0.413	0.497	0.583	0.669	0.757	0.846
S8	3	0	0.082	0.163	0.245	0.328	0.411	0.495	0.58	0.666	0.753	0.842
S9	4	0	0.081	0.162	0.244	0.326	0.408	0.492	0.576	0.661	0.748	0.836
S60	5	0	0.08	0.161	0.242	0.323	0.405	0.487	0.571	0.656	0.741	0.829
S61	6	0	0.08	0.159	0.239	0.32	0.401	0.482	0.565	0.649	0.733	0.82

ภาพผนวกที่ ก19 แสดงค่าเฉลี่ยของศักย์น้ำโดยรอบในช่วงของพื้นที่การไหล

4. เมื่อพิจารณาการกระจายของปริมาณการไหลของน้ำที่บริเวณต่างๆในพื้นที่การไหลแล้ว ขั้นตอนต่อไปเช่นเดียวกันกับการหาค่าการกระจายศักย์การไหลโดยทำการคัดลอก สูตรจนกระทั่งเต็มพื้นที่การไหล สั่งให้โปรแกรมทำการคำนวณวนรอบโดยเข้าไปในเมนู เครื่องมือ แล้วเลือก ตัวเลือก หลังจากนั้นเข้าไปที่ การคำนวณ ระบุจำนวนครั้งที่จะให้ชุดของแบบจำลองคำนวณซ้ำ และ ระบุเงื่อนไขการหยุดการคำนวณ แสดงดังภาพผนวกที่ ก13 และภาพผนวกที่ ก14