ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)

ปริญญา

สถิติ	สถิติ
สาขา	**ภาควิชา**

เรื่อง การศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ 6 วิธี

The Efficient Study of the Six Multivariate Normal Distribution Tests

นามผู้วิจัย นางสาวรักมณี บุตรชน

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

ประธานกรรมการ ....

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญอ้อม โฉมที, Ph.D.)

กรรมการ ....

(รองศาสตราจารย์อนันต์ชัย เขื่อนธรรม, M.S.)

กรรมการ ....

(รองศาสตราจารย์ปรียานุช อภิบุณโยภาส, Ph.D.)

หัวหน้าภาควิชา ....

(อาจารย์อำไพ ทองธีรภาพ, Ph.D.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

....

(รองศาสตราจารย์กัญจนา ธีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่............ **เดือน**.................. **พ.ศ.**............

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ 6 วิธี

The Efficient Study of the Six Multivariate Normal Distribution Tests

โดย

นางสาวรักมณี บุตรชน

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)
พ.ศ. 2551

รักมณี บุตรชน 2551: การศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ 6 วิธี ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ) สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ ประธานกรรมการที่ปรึกษา: ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญอ้อม โฉมที, Ph.D. 241 หน้า

การศึกษาครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ 6 วิธี ได้แก่ สถิติ S สถิติ K สถิติ T สถิติ W_F สถิติ HZ และสถิติ O โดยทำการศึกษาทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ โดยการจำลองข้อมูลแต่ละสถานการณ์ด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล จำนวน 5,000 ซ้ำ เมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจง 3 แบบ คือ การแจกแจงปกติพหุ การแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ และการแจกแจงสติวเด้น-ทีพหุ เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20) ขนาดกลาง (n=30) และขนาดใหญ่ (n= 40, 50) โดยที่จำนวนตัวแปร (p) เท่ากับ 2, 3, 4 และศึกษาที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α) 2 ระดับ คือ 0.05 และ 0.10 ผลการศึกษาแบ่งเป็น 2 ส่วนดังนี้

1. ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I พบว่า สถิติ S, K และ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ดี กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ดี เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ สถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ดี เมื่อตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 30, 50 ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ ขณะที่สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ดีเกือบทุกกรณี ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

2. การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบแบ่งเป็น 2 กรณี คือ 1) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ เมื่อประชากรมีการแจงแจงล็อกนอร์มอลพหุ สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ส่วนสถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลางและใหญ่ และเมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี 2) กรณีไม่ทราบพารามิเตอร์ สำหรับประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด และตัวอย่างขนาดกลาง สถิติ W_F และ HZ ให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน สำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่ สถิติ HZ, S, T และ O ให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน ส่วนกรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด และเมื่อตัวอย่างมีขนาดกลาง สถิติ W_F และ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดใกล้เคียงกัน ในขณะที่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

จากการศึกษาครั้งนี้ พบว่า สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ และมีอำนาจการทดสอบสูงที่สุดในเกือบทุกสถานการณ์ของข้อมูลที่ศึกษา ดังนั้นสถิติ HZ เป็นวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุที่เหมาะสม

____________________ ____________________ ____ / ____ / ____

ลายมือชื่อนิสิต ลายมือชื่อประธานกรรมการ

Rukmanee Butchon 2008: The Efficient Study of the Six Multivariate Normal Distribution Tests. Master of Science (Statistics), Major Field: Statistics, Department of Statistics. Thesis Advisor: Assistant Professor Boonorm Chomtee, Ph.D. 241 pages.

The objectives of this research are to compare controlling type I error and power of the six multinormality tests: S, K, T, WF, HZ and O in both known and unknown parameters for the three distributions: multivariate normal, multivariate lognormal and multivariate student-t distributions for fixed parameters; 2, 3, 4 variables (p); 20, 30, 40, 50 sample sizes (n); 0.05, 0.1 levels of significance (α). The data were simulated by Monte Carlo Technique and 5,000 replications for each situation. The results are as follows:

1. For Type I error: S, K, T statistics can be rightly control type I error when known parameters. W_F statistic can be properly control type I error both known and unknown parameters when n=20. O is a good statistic for controlling type I error both known and unknown parameters when n=30, 50. However, HZ statistic can be nicely control type I error for almost situations.

2. For Power of the test: it can be concluded to 2 parts. Part 1: For known parameter cases, when data are multivariate lognormal distribution, W_F statistic provides the highest power of the test when n=20. HZ statistic gives the maximum power of the test when n=30, 40, 50. When data are multivariate student-t distribution, K statistic is the best statistic for all cases. Part 2: For unknown parameter cases, when data are multivariate lognormal distribution, W_F statistic gives the highest power of the test when n=20. However, both W_F and HZ statistics provide the high power of the test when n=30. In addition, HZ, S, T and O statistics are the maximum power of the test at n=40, 50. In case of data are multivariate student-t distribution, W_F statistic is the best when n=20. Also, both W_F and HZ statistics are the best when n=30. However, T statistic is the best when n=40, 50.

In summary, HZ statistic is recommended as an optimal test for multivariate normal distribution testing because it can be nicely control type I error and provides the highest power of the test in almost situations.

_______________________ _______________________ ___ / ___ / ___

Student's signature Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยได้รับคำปรึกษาแนะนำ การสนับสนุน และตรวจแก้ไขปรับปรุงข้อบกพร่องต่างๆ จาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญอ้อม โฉมที ประธานกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์อนันต์ชัย เขื่อนธรรม กรรมการสาขาวิชาเอก รองศาสตราจารย์ ดร.ปรียานุช อภิบุณโยภาส กรรมการสาขาวิชารอง อาจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ ผู้แทนบัณฑิตวิทยาลัย และกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.อำไพ ทองธีรภาพ และอาจารย์ประจำภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตบางเขน ทุกท่าน ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำและช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์ให้สำเร็จด้วยดี

ขอขอบพระคุณ ครอบครัว ที่คอยสนับสนุนการศึกษา ทั้งกำลังใจและกำลังทรัพย์ต่อผู้วิจัยเรื่อยมา ขอบพระคุณอาจารย์ภาควิชาคหกรรมศาสตร์ คณะเกษตร มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ และเพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ทุกคนที่ให้กำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วง

ประโยชน์อันเนื่องมาจากวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ขอมอบแด่ คุณพ่อ คุณแม่ และคณาจารย์ทุกท่าน ที่ได้เมตตาอบรมสั่งสอนให้มีความรู้จนถึงปัจจุบัน

รักมณี บุตรชน

ตุลาคม 2551

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ **หน้า**

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ **หน้า**

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ **หน้า**

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ **หน้า**

ตารางผนวกที่ **หน้า**

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางผนวกที่ **หน้า**

สารบัญภาพ

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่ หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่ **หน้า**

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่ | หน้า

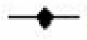
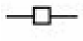
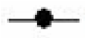
สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

สัญลักษณ์และคำย่อ

S	ตัวสถิติทดสอบความเบ้ของ Mardia (Mardia's skewness)
K	ตัวสถิติทดสอบความโด่งของ Mardia (Mardia's kurtosis)
T	ตัวสถิติทดสอบ Rao Score ของ K. V. Mardia และ J. T. Kent
W_F	ตัวสถิติทดสอบ Shapiro – Wilk ของ Govind S. Mudholkar, Deo Kumar Srivastava และ C. Thomas Lin
HZ	ตัวสถิติทดสอบ Henze-Zirkler ของ Henze N. และ Zirkler B.
O	ตัวสถิติทดสอบ Omnibus ของ Charles L. Dunn.
	อำนาจการทดสอบของ Mardia's skewness
	อำนาจการทดสอบของ Mardia's kurtosis
	อำนาจการทดสอบ Rao Score
	อำนาจการทดสอบ Shapiro – Wilk
	อำนาจการทดสอบ Henze-Zirkler
	อำนาจการทดสอบ Omnibus
*	ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I
-	ไม่มีผลการทดลอง

การศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ 6 วิธี

The Efficient Study of the Six Multivariate Normal Distribution Tests

คำนำ

งานวิจัยส่วนใหญ่ ไม่ว่าจะเป็นงานวิจัยทางด้านวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ ธุรกิจ การแพทย์ การศึกษา เศรษฐศาสตร์ ฯลฯ มักมีตัวแปรหรือปัจจัยที่เกี่ยวข้องหลายตัวแปร ซึ่งตัวแปรเหล่านั้นอาจมีความสัมพันธ์กันหรืออาจไม่มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งในทางปฏิบัติตัวแปรทั้งหลายเหล่านี้ มักจะมีความสัมพันธ์กันหรือเกี่ยวข้องกัน เช่น การศึกษาพฤติกรรมในด้านต่างๆ กับข้อมูลส่วนบุคคล เช่น เพศ รายได้ อายุ ทัศนคติ เป็นต้น หรือการศึกษาด้านการแพทย์ เช่น การศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อการเป็นโรคหัวใจ ได้แก่ อายุ น้ำหนัก ไขมันในเลือด การเป็นเบาหวาน ระดับความดัน และกรรมพันธุ์ หรือด้านการเกษตร เช่น ลักษณะสายพันธุ์อ้อย สภาพพื้นที่ ปริมาณน้ำ ซึ่งตัวแปรต่างๆ เหล่านี้อาจมีความสัมพันธ์กันทั้งในเชิงบวกหรือเชิงลบได้

การวิเคราะห์ตัวแปรพหุ (Multivariate Analysis) เป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้กันอยู่ทั่วไป เมื่อมีการวัดค่าสังเกตมากกว่า 2 ลักษณะขึ้นไป เทคนิคที่ใช้วิเคราะห์ตัวแปรพหุมีหลายเทคนิค เช่น การวิเคราะห์จำแนกประเภท (Discriminant Analysis) การวิเคราะห์องค์ประกอบหลัก (Principal Component Analysis) การวิเคราะห์ปัจจัย (Factor Analysis) การวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุ (Multivariate Analysis of Variance: MANOVA) และการวิเคราะห์การถดถอยโลจิสติค (Logistic Regression Analysis) เป็นต้น

การวิเคราะห์ข้อมูลในทางสถิติที่เรียกว่า สถิติเชิงอนุมาน (Inference Statistics) เป็นสถิติที่เกี่ยวข้องกับการประมาณค่า และการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ ซึ่งในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์นั้น อาจแบ่งวิธีการทดสอบเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ สถิติพาราเมตริกซ์ (Parametric Statistics) หรือสถิตินอนพาราเมตริกซ์ (Nonparametric Statistics)

สถิติพาราเมตริกซ์เป็นการวิเคราะห์สถิติที่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งโดยทั่วไป สำหรับสถิติพารามิเตอร์นั้นจะมีข้อสมมติเบื้องต้นว่าข้อมูลที่ศึกษาต้องมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ในกรณีที่ศึกษาตัวแปรลักษณะเดียวในประชากรชุดนั้นๆ สำหรับกรณีที่ศึกษาตัวแปรตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพาราเมตริกซ์มักมีข้อสมมติเบื้องต้นว่า ประชากรต้องมีการ

ดังนั้นเพื่อให้งานวิจัยที่นำการวิเคราะห์ทางด้านสถิติในลักษณะตัวแปรพหุมีผลการวิจัยที่ถูกต้อง ผู้วิจัยจึงควรตรวจสอบลักษณะการแจกแจงของข้อมูลที่นำมาศึกษาก่อนที่จะทำการประมาณค่า หรือทำการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลชุดนั้นว่าการแจกแจงของข้อมูลสอดคล้องกับข้อสมมติเบื้องต้นของวิธีการวิเคราะห์ทางสถิติหรือไม่ หากคุณสมบัติของประชากรที่ศึกษามีการแจกแจงที่ไม่เป็นไปตามข้อกำหนดเบื้องต้น อาจส่งผลให้การสรุปผลการวิจัยนั้นไม่ถูกต้อง นั่นคือ ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I หรือความคลาดเคลื่อนประเภทที่ II ได้

ในปัจจุบันมีการพัฒนาวิธีการทดสอบ เพื่อใช้ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุขึ้นมามากมายและอย่างต่อเนื่อง เช่น สถิติทดสอบ H ที่เสนอโดยเจ พี รอยสตัน (J.P. Royston: 1983) การทดสอบภาวะสารูปสนิทดีที่เสนอโดยไอดิน ออซเทิค (Aydin Ozturk: 1991) การทดสอบที่พัฒนามาจากสถิติ Rao Score (Rao scores test) เสนอโดย เค วี มาร์เดีย และเจ ที เค้นท์ (K.V. Mardia and J.T. Kent: 1991) การทดสอบที่พัฒนามาจากสถิติชาร์ปิโร-วิลค์ (Shapiro – Wilk test) เสนอโดยโกวินด์ เอส มัลโฮลก้า, ดีโอ คูมาร์ ศรีวาสทาวา และซี โทมัส ลิน (Govind S.Mudholkar, Deo Kumar Srivastava and C. Thomas Lin: 1995) แบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุที่พัฒนามาจากสถิติซอร์โก (Csorgo test) ที่เสนอโดย แคนต้าไนโต (Kanta Naito: 1996) เป็นต้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุแบบต่างๆ ทั้งในกรณีที่ทราบและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงของประชากรภายใต้สถานการณ์ที่แตกต่างกัน

การทดสอบการแจกแจงแบบปกติพหุสามารถทดสอบได้ 3 วิธีการ ได้แก่

1. การทดสอบภาวะสารูปสนิทดี (Goodness of fit tests) เช่น การศึกษาภาวะสารูปสนิทดีของการแจกแจงแบบปกติพหุของ Mudholkar McDermott and Srivastava(1992) และการศึกษาของ Pena and Zamar (1997) เป็นต้น

2. การทดสอบความเบ้และความโด่ง (Skewness and Kurtosis tests) เช่น การศึกษาของ Mardia (1970) ใช้สถิติทดสอบมาร์เดีย หลังจากนั้น Horswell and Looney (1992) Mecklin (2000)

3. การทดสอบความคงเส้นคงวาและความยืนยง (Consistent and invariant tests) เช่น การศึกษาของ Baringhaus and Henze (1988) และการศึกษาของ Henze and Zirkler (1990) เป็นต้น อีกทั้งผลการศึกษาของ Mecklin and Mundfrom (2005) ได้ยืนยันผลงานวิจัยของ Henze and Zirkler ในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติพหุว่าเป็นวิธีการทดสอบที่ให้อำนาจการทดสอบสูง

จากรูปแบบวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุทั้ง 3 วิธีการดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ 6 วิธี ได้แก่ สถิติ Mardia’s skewness สถิติ Mardia’s kurtosis (K.V. Mardia: 1970) สถิติ Rao Score (K.V. Mardia and J.T. Kent: 1991) สถิติ Shapiro – Wilk (Govind S.Mudholkar, Deo Kumar Srivastava and C. Thomas Lin: 1995) สถิติ Henze – Zirkler (Henre – Zirkler: 1990) และสถิติ O (Charles L. Dunn: 1995) โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I และอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 6 วิธีดังกล่าว สำหรับกรณีขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก (n=20) ขนาดกลาง (n=30) และขนาดใหญ่ (n=40 และ 50) เมื่อตัวแปรเท่ากับ 2, 3 และ 4 ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ 6 วิธี คือ สถิติ Mardia's skewness (S) สถิติ Mardia's kurtosis (K) สถิติ Rao Score (T) สถิติ Shapiro – Wilk (W_F) สถิติ Henze – Zirkler (HZ) และสถิติ Omnibus ของ Charles L. Dunn (O) ในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I กรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงต่างๆ ของข้อมูล ดังที่กำหนดในขอบเขตการศึกษา

2. เพื่อเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ 6 วิธี ดังกล่าว สำหรับกรณีทราบและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงของข้อมูล ดังที่กำหนดในขอบเขตการศึกษา

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เพื่อเป็นแนวทางสำหรับนักวิจัยให้สามารถเลือกใช้วิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมกับลักษณะของข้อมูล

ขอบเขตการศึกษา

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการภายใต้ขอบเขต ดังนี้

1. ศึกษาความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของวิธีการทดสอบ 6 วิธี ดังกล่าว เมื่อกำหนดให้ประชากรมีการแจกแจงปกติพหุ กรณีมีตัวแปรเท่ากับ 2, 3 และ 4 ตัวแปร (P = 2, 3 และ 4) ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงของข้อมูล

2. ศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 6 วิธี เมื่อประชากรมีการแจกแจง 2 แบบ คือ การแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ซึ่งเป็นตัวแทนของการแจกแจงแบบสมมาตร และการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ ซึ่งเป็นตัวแทนของการแจกแจงแบบเบ้ขวา ทั้งกรณีทราบและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงของข้อมูล

3. ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาได้จากการจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาโล (Monte Carlo Simulation Technique) กรณีละ 5,000 ชุด โดยโปรแกรม SAS เวอร์ชัน 9.1

4. ขนาดตัวอย่างที่ศึกษาประกอบด้วย 3 กลุ่ม คือ กลุ่มขนาดเล็ก เมื่อ n เท่ากับ 20 กลุ่มขนาดกลาง เมื่อ n เท่ากับ 30 และกลุ่มขนาดใหญ่ เมื่อ n เท่ากับ 40 และ 50

5. ระดับนัยสำคัญ (α) ที่ศึกษา 2 ระดับ คือ 0.05 และ 0.10

6. กำหนดค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงของข้อมูลที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

6.1 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

6.1.1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติพหุ

กรณี p = 2 ตัวแปร ค่าพารามิเตอร์ที่พิจารณา คือ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$ และ เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม ($\boldsymbol{\Sigma}$) = $\begin{bmatrix} 1 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & 1 \end{bmatrix}$ โดยกำหนดค่าความแปรปรวนร่วม $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ มีค่าดังนี้

รูปแบบที่	σ_{12}
1	0.3
2	0.6
3	0.9

กรณี p = 3 ตัวแปร ค่าพารามิเตอร์ที่พิจารณา คือ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$ และ เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม ($\boldsymbol{\Sigma}$) = $\begin{bmatrix} 1 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & 1 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & 1 \end{bmatrix}$ โดยกำหนดค่าความแปรปรวนร่วม $\sigma_{12} = \sigma_{21}, \sigma_{13} = \sigma_{31}, \sigma_{23} = \sigma_{32}$ มีค่าดังนี้

รูปแบบที่	σ_{12}	σ_{13} σ_{23}	รูปแบบที่	σ_{12}	σ_{13} σ_{23}
1	0.3	0.3 0.3	4	0.9	0.3 0.3
2	0.3	0.3 0.9	5	0.6	0.6 0.6
3	0.3	0.9 0.3	6	0.9	0.9 0.9

กรณี p = 4 ตัวแปร ค่าพารามิเตอร์ที่พิจารณา คือ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$ และ เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม ($\boldsymbol{\Sigma}$) = $\begin{bmatrix} 1 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{21} & 1 & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & 1 & \sigma_{34} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & 1 \end{bmatrix}$ โดยกำหนดค่าความแปรปรวนร่วม $\sigma_{12} = \sigma_{21}, \sigma_{13} = \sigma_{31}, \sigma_{14} = \sigma_{41}, \sigma_{23} = \sigma_{32}, \sigma_{24} = \sigma_{42}, \sigma_{34} = \sigma_{43}$ มีค่าดังนี้

รูปแบบที่	σ_{12}	σ_{13} σ_{23}	σ_{14} σ_{24} σ_{34}	รูปแบบที่	σ_{12}	σ_{13} σ_{23}	σ_{14} σ_{24} σ_{34}
1	0.3	0.3 0.3	0.3 0.3 0.3	4	0.3	0.3 0.3	0.3 0.9 0.3
2	0.3	0.3 0.3	0.3 0.3 0.9	5	0.3	0.3 0.3	0.9 0.3 0.3
3	0.3	0.3 0.9	0.3 0.3 0.3	6	0.3	0.9 0.3	0.3 0.3 0.3

รูปแบบที่	σ_{12}	σ_{13} σ_{23}	σ_{14} σ_{24} σ_{34}	รูปแบบที่	σ_{12}	σ_{13} σ_{23}	σ_{14} σ_{24} σ_{34}
7	0.9	0.3 0.3	0.3 0.3 0.3	12	0.3	0.9 0.3	0.9 0.3 0.9
8	0.3	0.3 0.9	0.9 0.3 0.3	13	0.9	0.9 0.9	0.3 0.3 0.3
9	0.3	0.9 0.3	0.3 0.9 0.3	14	0.9	0.9 0.9	0.9 0.9 0.9
10	0.9	0.3 0.3	0.3 0.3 0.9	15	0.6	0.6 0.6	0.6 0.6 0.6
11	0.3	0.3 0.9	0.3 0.9 0.9				

6.1.2 เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ

กรณี p = 2 ตัวแปร ค่าพารามิเตอร์ที่พิจารณา คือ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$ และ เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม ($\boldsymbol{\Sigma}$) = $\begin{bmatrix} 1 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & 1 \end{bmatrix}$ โดยกำหนดค่าความแปรปรวนร่วม $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ มีค่าดังนี้

รูปแบบที่	σ_{12}
1	0.3
2	0.6
3	0.9

กรณี p = 3 ตัวแปร ค่าพารามิเตอร์ที่พิจารณา คือ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$ และ เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม ($\boldsymbol{\Sigma}$) = $\begin{bmatrix} 1 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & 1 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & 1 \end{bmatrix}$ โดยกำหนดค่าความแปรปรวนร่วม $\sigma_{12} = \sigma_{21}, \sigma_{13} = \sigma_{31}, \sigma_{23} = \sigma_{32}$ มีค่าดังนี้

รูปแบบที่	σ_{12}	σ_{13} σ_{23}	รูปแบบที่	σ_{12}	σ_{13} σ_{23}
1	0.3	0.3 0.3	4	0.9	0.3 0.3
2	0.3	0.3 0.9	5	0.6	0.6 0.6
3	0.3	0.9 0.3	6	0.9	0.9 0.9

กรณี p = 4 ตัวแปร ค่าพารามิเตอร์ที่พิจารณา คือ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$ และ เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม ($\boldsymbol{\Sigma}$) = $\begin{bmatrix} 1 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{21} & 1 & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & 1 & \sigma_{34} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & 1 \end{bmatrix}$ โดยกำหนดค่าความแปรปรวนร่วม $\sigma_{12} = \sigma_{21}, \sigma_{13} = \sigma_{31}, \sigma_{14} = \sigma_{41}, \sigma_{23} = \sigma_{32}, \sigma_{24} = \sigma_{42}, \sigma_{34} = \sigma_{43}$ มีค่าดังนี้

รูปแบบที่	σ_{12}	σ_{13} σ_{23}	σ_{14} σ_{24} σ_{34}	รูปแบบที่	σ_{12}	σ_{13} σ_{23}	σ_{14} σ_{24} σ_{34}
1	0.3	0.3 0.3	0.3 0.3 0.3	3	0.9	0.9 0.9	0.9 0.9 0.9
2	0.6	0.6 0.6	0.6 0.6 0.6				

6.1.3 เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์ – ทีพหุ กำหนดองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2, 3, 4 และ 5 (υ=2, 3, 4 และ 5)

6.2 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ จะประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธี Maximum Likelihood ดังนี้

ค่าประมาณของ $\boldsymbol{\mu}$ คือ $\hat{\boldsymbol{\mu}} = \overline{\mathbf{x}} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j$

ค่าประมาณของ $\boldsymbol{\Sigma}$ คือ $\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})' = \frac{(n-1)\mathbf{S}}{n}$

เมื่อ $\mathbf{S} = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})'$

โดยที่ $\overline{\mathbf{x}}$ และ $\mathbf{S}$ เป็นสถิติที่มีคุณสมบัติความพอเพียง (Sufficient Statistics)

การตรวจเอกสาร

การตรวจเอกสารจะแยกออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนแรกกล่าวถึงผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และและส่วนที่ 2 กล่าวถึงวิธีการทางสถิติ รายละเอียดการศึกษาดังนี้

ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Mardia (1970) ได้เสนอสถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความเบ้ของตัวแปรพหุ ($\sqrt{\beta_1}$) และสัมประสิทธิ์ความโด่งของตัวแปรพหุ (β_2) ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ พร้อมทั้งแสดงการแจกแจงของสถิติทดสอบ $\sqrt{b_1}$ และ b_2 เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ พบว่า เป็นวิธีทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูง

Malkovich and Afifi (1973) ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีทดสอบการแจกแจงปกติพหุ ซึ่งพัฒนามาจากสถิติทดสอบการแจกแจงปกติตัวแปรเดียว จำนวน 5 วิธี คือ สถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความเบ้ (b_1^*) สถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความโด่ง (b_2^*) สถิติทดสอบชาร์ปิโร-วิลค์ (W) สถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ (KS) และสถิติทดสอบของคราเมร์ฟอนมิส (CM) โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลจำลองข้อมูลให้มีจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2, 3 และ 5 (p=2, 3 และ 5) ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 25 และ 50 กำหนดสมมติฐานแย้งให้มีการแจกแจง 3 แบบ คือ การแจกแจงล็อกนอร์มอล (0, 1) การแจกแจงยูนิฟอร์ม (0, 1) และการแจกแจงสติวเดนท์-ที พบว่าเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 สถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ และสถิติทดสอบของคราแมร์ฟอน-มิส มีกำลังการทดสอบใกล้เคียงกันแต่ไม่ได้เป็นสถิติทดสอบที่มีประสิทธิภาพดีกว่าสถิติที่พัฒนามาจากสถิติ b_1^*, b_2^* หรือ W และแนะนำให้มีการศึกษาเพิ่มเติมในการสร้างตารางค่าวิกฤติเพื่อแสดงความแตกต่างของกำลังการทดสอบของวิธีทดสอบเหล่านี้

Srivastava and Zaatar (1973) ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าของเมตริกซ์ความแปรปรวน ($\boldsymbol{\Sigma}$) 4 แบบ สำหรับข้อมูลประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติพหุสองตัวแปร โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลจำลองข้อมูลและศึกษาเปรียบเทียบที่ขนาดตัวอย่าง (n) และ ระดับสหสัมพันธ์ (ρ) ต่างๆ กัน พบว่า ตัวประมาณค่าอย่างง่ายของความแปรปรวนร่วม ($\boldsymbol{\sigma}_{ij}$) เป็นตัวประมาณค่าที่ดีที่สุด เมื่อค่าสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีค่าต่ำ และตัวประมาณค่าแบบแมกซิมัมไลลิฮูดเป็นตัวประมาณค่าที่ดีที่สุดเมื่อค่าสหสัมพันธ์มีค่าสูง

Cox and Small (1978) ได้เสนอสถิติทดสอบการแจกแจงปกติพหุ โดยพิจารณาจากความสัมพันธ์เชิงเส้นของสมการถดถอยในรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรกำลังสองสำหรับลักษณะต่างๆ กัน การทดสอบสมมติฐานใช้วิธีลงจุดบนกราฟ เพื่อพิจารณาดูความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างตัวแปรว่ามีจุดใดบนกราฟเบี่ยงเบนออกไปจากแนวเส้นตรงบ้าง โครงสร้างของกราฟจะบ่งชี้ถึงการแจกแจงปกติพหุของตัวอย่างและอาจบอกถึงรูปแบบการแปลงข้อมูลที่เหมาะสมได้ ข้อดีของวิธีทดสอบนี้ก็คือ พิจารณาบนพื้นฐานขององศาความเป็นอิสระเท่ากับหนึ่ง และให้รายละเอียดได้ดีถ้าพบว่าการแจกแจงของตัวอย่างไม่เป็นแบบปกติพหุ

Small (1978) ได้ปรับปรุงวิธีทดสอบการแจกแจงปกติพหุ ที่ใช้วิธีการลงจุดกราฟของสถิติลำดับ Squared Radii (r_i^2) เทียบกับค่าคาดหวัง โดยกำหนดสมมติฐานว่างให้มีการแจกแจงแบบเบต้าแทนการแจกแจงไคสแควร์ ผลการศึกษาพบว่าวิธีทดสอบที่ปรับปรุงนี้มีประสิทธิภาพสูงพอสมควรแม้ว่าการแจกแจงแบบเบต้าจะให้ค่าประมาณต่ำกว่าที่ควรจะเป็น

Small (1980) ได้เสนอสถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความเบ้ของตัวแปรพหุ (Q_1) และสถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความโด่งของตัวแปรพหุ (Q_2) ซึ่งพัฒนามาจากสถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความเบ้ และสัมประสิทธิ์ความโด่งสำหรับหนึ่งตัวแปร ภายใต้สมมติฐานว่าง คือการแจกแจงของสถิติ Q_1 และ Q_2 สามารถประมาณด้วยการแจกแจงไคสแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระเป็น q เมื่อขนาดตัวอย่างมากกว่า 29 และจำนวนตัวแปรตั้งแต่ 2 ถึง 8 ตัวแปรนอกจากนี้ยังได้เสนอให้ใช้สถิติทดสอบ $Q = Q_1 + Q_2$ ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ และแย้งว่าภายใต้สมมติฐานว่างการแจกแจงของสถิติ Q ประมาณได้ด้วยการแจกแจงไคสแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระเป็น 2q

Lin and Mudholkar (1980) ได้พัฒนาสถิติทดสอบ Z เพื่อใช้ทดสอบการแจกแจงปกติและได้ศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบเทียบกับสถิติทดสอบอื่นๆ 5 วิธี คือ สถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ (KS) สถิติทดสอบของคราแมร์ฟอนมิส (CM) สถิติทดสอบของวาสิเชก (Vasicek) สถิติทดสอบชาร์ปิโร-วิลค์ (W) และสถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความเบ้ ($\sqrt{b_1}$) เมื่อกำหนดขนาดตัวอย่างเป็น 10 20 30 และ 50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 โดยกำหนดการแจกแจงเป็น 13 ชนิด ได้แก่ เบต้า (2,1) เบต้า (3,2) ไวบูลล์ ($\alpha = 2$) ไวบูลล์ ($\alpha = 0.5$) เอกซ์โปเนนเชียล แกมมา ($\alpha = 2$) แกมมา ($\alpha = 3$) แกมมา ($\alpha = 5$) ล็อกนอร์มอล ($\sigma = \frac{1}{4}$) ล็อกนอร์มอล ($\sigma = \frac{1}{2}$) ล็อกนอร์มอล ($\sigma = 1$) นอนเซ็นทรัลที ($\delta = 1, \nu = 2$) นอนเซ็นทรัลที ($\delta = 1, \nu = 4$) ผลการศึกษาพบว่าสถิติ Z มีอำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อเทียบกับสถิติทดสอบอื่นๆ

Royston (1983) เสนอสถิติทดสอบ H ซึ่งพัฒนามาจากสถิติชาร์ปิโร-วิลค์เพื่อใช้ทดสอบการแจกแจงปกติพหุ ผลการศึกษาพบว่าภายใต้สมมติฐานว่าง การแจกแจงสถิติทดสอบประมาณได้ด้วยการแจกแจงไคสแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระเป็น $e\left(\chi_e^2, e > 0\right)$ โดยที่ $e = \frac{m}{1+(m-1)\overline{c}}$ เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2

Srivastava (1984) เสนอสถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความเบ้ (b_{1q}^2) และสัมประสิทธิ์ความโด่งของตัวแปรพหุ (b_{2q}) ซึ่งคำนวณจากสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งของ Principal Components ที่ได้จากเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม และการใช้กราฟในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ

Srivastava and Hui (1987) เสนอสถิติทดสอบ M_1 และ M_2 ที่พัฒนามาจากสถิติชาร์ปิโร-วิลค์ โดยใช้ Principal Components และแสดงการแจกแจงของสถิติ M_1 และ M_2 เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลจำลองข้อมูลขนาดตัวอย่าง 10 25 และ 50 กรณีจำนวนตัวแปร p = 2 4 และ 6 จากการศึกษาพบว่าภายใต้สมมติฐานว่าง การแจกแจงของ M_1 และ M_2 ประมาณได้ด้วยการแจกแจงไคสแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระเป็น 2p

Ozturk (1991) เสนอสถิติ $Q_n^{(k)}$ เพื่อทดสอบการแจกแจงปกติ สำหรับกรณีหนึ่งตัวแปรและหลายตัวแปร โดยวิธีการเปรียบเทียบกราฟของ $Q_n^{(k)}$ ที่ได้จากข้อมูลตัวอย่างกับกราฟที่ได้จากสมมติฐานว่าง และศึกษาอำนาจการทดสอบของข้อมูลที่มีการแจกแจง 7 แบบ คือ การแจกแจงปกติ การแจกแจงยูนิฟอร์ม การแจกแจงเอกซ์โปเนนเชียล การแจงแจงลาปาซ การแจกแจงโลจิสติก การแจกแจงคอซี และการแจกแจงเอกซ์ทรีมวาลู ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 พบว่าชนิดของสถิติทดสอบมีอิทธิพลต่ออำนาจการทดสอบสูง ดังนั้นสามารถเพิ่มกำลังการทดสอบให้สูงขึ้นได้โดยการเลือกชนิดของสถิติทดสอบที่เหมาะสมกับการแจกแจงต่างๆ ของสมมติฐานแย้ง และจากการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการทดสอบของสถิติ $Q_n^{(k)}$ (k = 9) กับสถิติชาร์ปิโร-วิลค์ (W) โดยศึกษาการแจกแจง 35 ชนิดที่ขนาดตัวอย่าง 15 35 และ 50 ซึ่งพบว่ากำลังการทดสอบของสถิติ $Q_n^{(k)}$ ไม่แตกต่างกับสถิติ W

Mudholkar *et al*. (1992) ได้พัฒนาวิธีทดสอบการแจกแจงปกติสำหรับกรณีหนึ่งตัวแปร (Z-Test) ซึ่งได้มีการนำเสนอโดยลินและมัดโฮลก้า(1980) เพื่อใช้ทดสอบการแจกแจงปกติพหุ (Z_q-Test) และได้ศึกษากำลังการทดสอบโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลจำลองข้อมูลตัวอย่าง 5,000 ชุด

ศึกษาที่ขนาดตัวอย่าง เป็น 10 20 และ 50 ที่จำนวนตัวแปรเท่ากับ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 และ 10 พบว่าสถิติทดสอบ Z_q สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ดี เมื่อจำนวนตัวแปรน้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 และขนาดตัวอย่างมากกว่าหรือเท่ากับ 15 โดยกำหนดระดับนัยสำคัญเป็น 0.02, 0.15, 0.10, 0.05 และ 0.01 และสถิติ Z_q มีอำนาจการทดสอบต่ำเมื่อสมมติฐานแย้งเป็นการแจกแจง Morgenstern กรณีสองตัวแปร

Mudholkar *et al*. (1995) ได้นำเสนอแบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุ p ตัวแปร ซึ่งพัฒนามาจากวิธีทดสอบการแจกแจงปกติตัวแปรเดียวของชาร์ปิโร-วิลค์ (W) โดยการนำเสนอสถิติทดสอบใน 4 รูปแบบ คือ W_N W_F W_L และ W_T โดยที่ N F L และ T หมายถึงวิธีการของ Liptak, Fisher, Logit และ Tippet จากการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีทดสอบทั้ง 4 รูปแบบกับสถิติทดสอบ Z_p ที่เสนอโดยมัดโฮลก้าม แมคเดอร์มอทท์ และศรีวาสทาวา และสถิติทดสอบมาร์เดียและฟอร์เตอร์ (S_w^2) ที่เสนอโดยมาร์เดียและฟอสเตอร์ ที่ขนาดตัวอย่าง 20 30 และ 50 และจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 และ 3 จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติพหุ p ตัวแปร โดยที่ข้อมูลประชากรมีการแจกแจงไคสแควร์ การแจกแจงทีและคอซี การแจกแจงปกติปลอมปน การแจกแจงล็อกนอร์มอล และการแจกแจงเบอร์-พาเรโต โลจิสติก ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ผลการศึกษาพบว่าสถิติทดสอบที่นำเสนอขึ้นใหม่นี้สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ดี เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และมีอำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบ Z_p และ S_w^2 ในเกือบทุกกรณี โดยสถิติทดสอบ W_F มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ W_L W_T และ W_N ตามลำดับ

Zoubir *et al*. (1997) ศึกษาวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติพหุ ที่พัฒนาจาก kernel characteristic function estimator (KCFE: Q_X) โดยทำการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของสถิติ Q_X กับสถิติชาร์ปิโรวิลค์ (W) และสถิติมาร์เดียและฟอร์เตอร์ (S_w^2) เมื่อจำลองข้อมูลโดยเทคนิคมอนติคาร์โล จำนวน 5,000 ชุด ขนาดตัวอย่าง 20 และ 50 จำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 (P= 2) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่าสถิติ Q_X ให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติชาร์ปิโรวิลค์ และสถิติมาร์เดียและฟอร์เตอร์

เสาวลักษณ์ (2540) ศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีทดสอบการแจกแจงปกติพหุ ที่พัฒนามาจากสถิติRao Score ที่เสนอโดย K.V. Mardia and J.T. Kent (1991: T) วิธีทดสอบที่พัฒนามาจากสถิติชาร์ปิโร-วิลค์ ที่สนอโดย Govind S. Mudholkar, Deo Kumar Srivastava and C. Thomas Lin (1995: W_F) และวิธีทดสอบที่เสนอโดย Charles L. Dunn (1995: O) กรณี 3 และ 4 ตัวแปร โดยใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 30 และ 50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ผลจากการศึกษา

พบว่า วิธีทดสอบการแจกแจงปกติพหุทั้ง 3 วิธี สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ในขณะที่เมื่อตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 30 และ 50 สถิติ O ให้กำลังการทดสอบสูงสุด ส่วนกรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง เมื่อตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 20 สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด และเมื่อตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 30 และ 50 สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

อรศรี (2540) ศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีทดสอบการแจกแจงปกติพหุที่เสนอโดย K.V. Mardia and J.T. Kent (1991: T) กับสถิติที่เสนอโดย Kanta Naito (1996: T_W) กรณี 3 และ 4 ตัวแปร โดยใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 30 และ 50 ผลการศึกษาพบว่า วิธีทดสอบทั้ง 2 สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง และสถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติ T_W เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที และวิธีทดสอบทั้งสองให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันมาก เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล และการแจกแจงคอชี่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นวิธีทดสอบทั้งสองให้อำนาจการทดสอบสูงขึ้น

Farrell *et al.* (2006) ศึกษาขนาดและอำนาจการทดสอบของวิธีทดสอบการแจกแจงปกติพหุ 4 วิธี ได้แก่ Royston (1983: R83) ซึ่งพัฒนามาจากวิธีทดสอบหนึ่งตัวแปรของ Shapiro and Wilk (1965), การทดสอบ Royston (1992: R92), การทดสอบ Henze and Zirkler (1990: HZ) และการทดสอบ Doornik and Hansen (1994: DH) โดยศึกษากรณีตัวแปรเท่ากับ 2 4 6 8 และ 10 ตัวแปร และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 50 75 100 และ 250 โดยการทำซ้ำ 10,000 ตัวอย่าง ผลการศึกษาพบว่า การทดสอบ Royston (1983: R83) ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I วิธีทดสอบ Henze and Zirkler (1990: HZ) ให้อำนาจการทดสอบสูง เมื่อขนาดตัวอย่างมากกว่าหรือเท่ากับ 75 และสำหรับวิธีทดสอบอื่นๆ นั้นการเพิ่มของขนาดตัวอย่างไม่มีผลทำให้อำนาจการทดสอบเพิ่มขึ้น

จรรยา (2545) ศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติพหุ กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง 3 ตัวแบบ ได้แก่ สถิติที่เสนอโดย K.V. Mardia and J.T. Kent (1991: T) สถิติที่เสนอโดย Kanta Naito (1996: T_W) และสถิติที่เสนอโดย Takeaki Kariya, Ruey S. Tsay and Nobuhiko Terui (1999: KTT) เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 และ 3 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 โดยกำหนดให้ประชากรมีการแจกแจงแบบ Multivariate Normal การแจกแจง Multivariate Lognormal การแจกแจง Multivariate Student – t

และการแจกแจง Multivariate Chi – square ซึ่งได้จากการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิค Monte Carlo จำนวน 2,000 ซ้ำ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 ผลการศึกษาพบว่า สถิติทดสอบทั้ง 3 ตัวแบบ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกสถานการณ์ และสถิติทดสอบ MK และ N ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เพ็ญแข (2551) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ 3 วิธี: สถิติที่เสนอโดย Royston (1983: H) สถิติที่เสนอโดย K.V. Mardia and J.T. Kent (1991: T) และสถิติที่เสนอโดย Charles L. Dunn (1995: O) กรณีมีจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2, 3 และ 4 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 30 และ 50 และระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และ 0.10 โดยทำการจำลองข้อมูลตามสถานการณ์ต่างๆ จำนวน 1,000 ซ้ำ ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ ผลการศึกษาพบว่า สถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกกรณี ส่วนสถิติ O สามารถควบคุมคลาดเคลื่อนประเภทที่ I เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 และสถิติ H สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้เฉพาะเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 เมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบพบว่า กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 สถิติ T มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ทุกกรณี เมื่อข้อมูลของประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 สถิติ T มีอำนาจการทดสอบไม่แตกต่างจากสถิติ O ทุกจำนวนตัวแปร และทุกระดับนัยสำคัญ แต่เมื่อข้อมูลของประชากรมีการแจกแจงสติวเดนท์-ที ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 จำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 สถิติ O มีอำนาจการทดสอบสูงสุด และที่จำนวนตัวแปรเท่ากับ 3 และ 4 สถิติ T มีอำนาจการทดสอบไม่แตกต่างจากสถิติ O ทุกระดับนัยสำคัญ ส่วนกรณีไม่ทราบพารามิเตอร์ ขนาดตัวอยางเท่ากับ 20 สถิติ T มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ทุกจำนวนตัวแปร ทุกระดับนัยสำคัญ และทุกการแจกแจง เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล สถิติ O มีอำนาจการทดสอบสูงสุด และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 สถิติ T และ O มีอำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกัน และเมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเดนท์-ที ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 สถิติ O มีอำนาจการทดสอบสูงสุด

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า สถิติ Mardia’s skewness สถิติ Mardia’s kurtosis (K.V. Mardia: 1970) สถิติ Rao Score (K.V. Mardia and J.T. Kent: 1991) สถิติ Shapiro – Wilk (Govind S.Mudholkar, Deo Kumar Srivastava and C. Thomas Lin: 1995) สถิติ Henze – Zirkler (Henre – Zirkler: 1990) และสถิติ O (Charles L. Dunn: 1995) เป็นสถิติทดสอบที่ให้อำนาจการทดสอบสูง โดยกำหนดขอบเขตการศึกษาที่แตกต่างกัน ดังนั้นในการศึกษางานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงทำการศึกษาประสิทธิภาพของตัวสถิติดังกล่าวโดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I และอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 6 วิธีดังกล่าว

สำหรับกรณีขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก (n=20) ขนาดกลาง (n=30) และขนาดใหญ่ (n=40 และ 50) ตัวแปรเท่ากับ 2, 3 และ 4 (p=2, 3 และ 4) ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ นอกจากนั้นผู้วิจัยมีความประสงค์ให้งานวิจัยที่ทำการศึกษาสามารถนำไปใช้งานได้จริงและง่ายกับการทำความเข้าใจ ดังนั้นผู้วิจัยได้นำตัวสถิติที่เขียนโปรแกรมขึ้นมานำไปใช้งานกับข้อมูลจริง จำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 (p=2) และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 (n=30)

วิธีการทางสถิติ

ลักษณะการแจกแจงของข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดลักษณะการแจกแจงของข้อมูลที่ทำการศึกษา มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การแจกแจงปกติพหุ (Multivariate Normal Distribution)

ให้เวกเตอร์ของตัวแปร $\mathbf{x}$ หรือ $\mathbf{x}' = (X_1, X_2, ..., X_p)$ มีการแจกแจงแบบปกติที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยเป็น $\boldsymbol{\mu}$ และ เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance matrix) คือ $\boldsymbol{\Sigma}$ โดยที่ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของเวกเตอร์ตัวแปร $\mathbf{x}$ คือ

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^{P} |\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(\frac{-1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})\right)$$

โดยที่ P เป็นจำนวนตัวแปร หรือเขียนย่อๆ ว่า $\mathbf{x} \sim N_P(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$

คุณสมบัติของเวกเตอร์ $\mathbf{x}$ ที่มีการแจกแจงปกติพหุ

ถ้าเวกเตอร์สุ่ม $\mathbf{x} = (X_1, X_2, ..., X_p)'$ มีการแจกแจงแบบปกติพหุ นั่นคือ

$$\mathbf{x} \sim N_P(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$$

คุณสมบัติของ $\mathbf{x}$ เป็นดังนี้

1. ฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวแปรสุ่ม ($\mathbf{x}$) ที่มีการแจกแจงแบบปกติพหุจะมีการแจกแจงแบบปกติด้วย

1.1 ถ้า $\mathbf{a}$ เป็นเวกเตอร์ของค่าคงที่ $a'\mathbf{x} = a_1X_1 + a_2X_2 + ... + a_P X_P$ จะมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย $\mathbf{a'\mu}$ และความแปรปรวน $\mathbf{a'\Sigma a}$ หรือ กล่าวได้ว่า

ถ้า $\mathbf{x} \sim N_P(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ แล้วจะได้ว่า $\mathbf{a'x} \sim N_P(\mathbf{a'\boldsymbol{\mu}}, \mathbf{a'\boldsymbol{\Sigma}a})$

โดยที่ $E(\mathbf{a'x}) = \mathbf{a'}E(\mathbf{x}) = \mathbf{a'\boldsymbol{\mu}}$

$$\mathrm{Var}(\mathbf{a'x}) = \mathbf{a'\boldsymbol{\Sigma}a} = \boldsymbol{\sigma}^2_{\mathbf{a'x}}$$

1.2 ถ้า $\mathbf{A}$ เป็นเมตริกซ์ของค่าคงที่ ซึ่งมีขนาด $q \times p$ ซึ่งมี rank เท่ากับ q โดยที่ $q \leq p$ จะได้ว่า $\mathbf{Ax}$ จะมีการแจกแจงแบบปกติพหุที่มีค่าเฉลี่ย $\mathbf{A\boldsymbol{\mu}}$ และความแปรปรวน $\mathbf{A\boldsymbol{\Sigma}A}$ อาจเขียนแทนด้วย

$$\mathbf{Ax} \sim N_q(\mathbf{A\boldsymbol{\mu}}, \mathbf{A\boldsymbol{\Sigma}A'})$$

โดยที่ $E(\mathbf{Ax}) = \mathbf{A\boldsymbol{\mu}}$

$$\mathrm{Cov}(\mathbf{Ax}) = \mathbf{A\boldsymbol{\Sigma}A'}$$

1.3 ตัวแปรปกติมาตรฐาน (Standardized Variable)

กำหนดให้ $\mathbf{z} = (\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}})^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})$

โดยที่ $\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}$ เป็นรากที่สองของเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมซึ่งมีลักษณะสมมาตร (Symmetric square root matrix) ที่ทำให้ $\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}$ จะได้ว่า เวกเตอร์ตัวแปรมาตรฐาน $\mathbf{z}$ จะมีการแจกแจงปกติพหุที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และเมตริกซ์ความแปรปรวนเป็นหนึ่ง และความแปรปรวนร่วมของตัวแปรทุกคู่เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\mathbf{z} \sim N_p(\mathbf{0}, \mathbf{I})$$

โดยที่ $\mathbf{I}$ เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity matrix)

ถ้า Z_i เป็นตัวแปรที่ i ของเวกเตอร์ตัวแปรมาตรฐาน $\mathbf{z}$ จะได้ว่าตัวแปร Z_i จะเป็นตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ($\boldsymbol{\mu}_{Z_i} = 0$) และความแปรปรวนเป็นหนึ่ง ($\boldsymbol{\sigma}^2_{Z_i} = 1$) นั่นคือ $Z_i \sim N(0,1)$

1.4 การแจกแจงแบบปกติของเซตย่อยสำหรับตัวแปรพหุ

ถ้า $\mathbf{x} \sim N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ จะได้ว่าเซตย่อยใดๆ ของเวกเตอร์สุ่ม $\mathbf{x}$ จะมีการแจกแจงแบบปกติด้วย เช่น ถ้ากำหนดให้ $\mathbf{x}_1' = (X_1, X_2, ..., X_r)$ เป็นตัวแปร r ตัวแรกของเวกเตอร์สุ่ม $\mathbf{x}$ และ $\mathbf{x}_2' = (X_{r+1}, X_{r+2}, ..., X_p)$ เป็นเซตของตัวแปรตัวที่ r+1 ถึงตัวแปรตัวที่ p ของเวกเตอร์สุ่ม $\mathbf{x}$

ดังนั้น $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_1 \\ \boldsymbol{\mu}_2 \end{bmatrix}$ และ $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{11} & \boldsymbol{\Sigma}_{12} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{21} & \boldsymbol{\Sigma}_{22} \end{bmatrix}$

โดยที่ $\mathbf{x}_1$ และ $\boldsymbol{\mu}_1$ เป็นเวกเตอร์ขนาด r x 1 ส่วน $\boldsymbol{\Sigma}_{11}$ เป็นเมตริกซ์ขนาด r x r จะได้ว่า $\mathbf{x}_1$ จะมีการแจกแจงแบบ $N_r(\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\Sigma}_{11})$ และ $\mathbf{x}_2$ และ $\boldsymbol{\mu}_2$ เป็นเวกเตอร์ขนาด p-r และ $\boldsymbol{\Sigma}_{22}$ เป็นเมตริกซ์ขนาด (p-r) x (p-r) ซึ่งจะได้ว่า $\mathbf{x}_2$ มีการแจกแจงแบบ $N_{P-r}(\boldsymbol{\mu}_2, \boldsymbol{\Sigma}_{22})$

ตัวอย่างเช่น กำหนดเวกเตอร์ $\mathbf{x}_3' = (X_1, X_4, X_9, X_{10})$ เป็นเซตย่อยของเวกเตอร์ $\mathbf{x}$ โดย $\mathbf{x} \sim N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ จะได้ว่า $\mathbf{x}_3$ จะมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu}_3$ และความแปรปรวนร่วม $\boldsymbol{\Sigma}_{33}$ หรือ $\mathbf{x}_3 \sim N_4(\boldsymbol{\mu}_3, \boldsymbol{\Sigma}_{33})$

ถ้า $\mathbf{x}_i$ เป็นตัวแปรที่ i ในเวกเตอร์ $\mathbf{x}$ นั่นคือ $\mathbf{x}_i$ เป็นตัวแปรเดี่ยวที่มีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu}_i$ ความแปรปรวน $\boldsymbol{\sigma}_i^2$ หรือเขียนแทนด้วย $\mathbf{x}_i \sim N(\boldsymbol{\mu}_r, \boldsymbol{\sigma}_i^2)$ แล้ว ไม่จำเป็นที่เวกเตอร์ $\mathbf{x}$ จะต้องมีการแจกแจงแบบปกติ

1.5 ความเป็นอิสระของตัวแปรพหุ

กำหนดให้ $\mathbf{x}$ และ $\mathbf{y}$ เป็นเวกเตอร์ย่อย 2 เวกเตอร์ จะได้ว่า

$$E\begin{bmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{y}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\mu}_x\\ \boldsymbol{\mu}_y\end{bmatrix}, \qquad \mathrm{Cov}\begin{bmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{y}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\sum_{XX} & \sum_{XY}\\ \sum_{YX} & \sum_{YY}\end{bmatrix}$$

โดยที่ $\sum_{XY} = \sum_{YX}$

$\mathbf{x}$ และ $\mathbf{y}$ จะเป็นอิสระกัน ถ้า $\sum_{XY} = 0$

ตัวแปร X_i และ X_j จะเป็นอิสระกัน ถ้า $\sigma_{ij} = 0$

1.6 การประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงปกติพหุ

กำหนดให้ $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_n$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีขนาด $p\times 1$ ซึ่งสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติพหุมีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\boldsymbol{\Sigma}$ โดยที่เวกเตอร์ $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_n$ เป็นอิสระกัน หรือ $\mathbf{x}_i \sim N_P(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$

ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ $\mathbf{x}_i$ เท่ากับผลคูณของฟังก์ชันความหนาแน่นของ $\mathbf{x}_i$ แต่ละตัว ; $i = 1, 2, \ldots, n$

ให้ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม $L = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_n; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$

$$= \prod_{i=1}^{n} f(\mathbf{x}_i; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_i-\boldsymbol{\mu})'\Sigma^{-1}(\mathbf{x}_i-\boldsymbol{\mu})}}{(\sqrt{2\pi})^p\,|\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{np}\,|\boldsymbol{\Sigma}|^{n/2}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(\mathbf{x}_i-\boldsymbol{\mu})'\Sigma^{-1}(\mathbf{x}_i-\boldsymbol{\mu})}$$

ดังนั้นถ้าจะประมาณค่า $\boldsymbol{\mu}$ และ $\boldsymbol{\Sigma}$ ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood) นั่นคือประมาณค่า $\boldsymbol{\mu}$ และ $\boldsymbol{\Sigma}$ ที่ทำให้ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_n$ มีความน่าจะเป็นสูงสุด จะได้ว่า

ค่าประมาณของ $\boldsymbol{\mu}$ ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด คือ $\hat{\boldsymbol{\mu}} = \bar{\mathbf{x}}$ และค่าประมาณของ Σ คือ $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$ โดยที่

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})' \quad = \frac{(n-1)}{n}\mathbf{S}$$

โดยที่ $\mathbf{S}$ เป็นเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวอย่าง ซึ่งเมตริกซ์ $\mathbf{S}$ เป็นตัวประมาณความน่าจะเป็นสูงสุดของ $\boldsymbol{\Sigma}$ และตัวประมาณของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ประชากร ($\boldsymbol{\rho}$) ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด คือ เมตริกซ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่าง ($\mathbf{R}$) นั่นคือ $\hat{\boldsymbol{\rho}} = \mathbf{R}$

1.7 การแจกแจงของเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยตัวอย่างและเมตริกซ์ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมตัวอย่าง

การแจกแจงของเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง ($\bar{\mathbf{x}}$)

การศึกษาการแจกแจงของเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง จะแบ่งเป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 เมื่อเวกเตอร์สุ่ม $\mathbf{x}$ มีการแจกแจงแบบปกติพหุ จะได้ว่า

$$\bar{\mathbf{x}} \sim N_P(\boldsymbol{\mu}, \frac{1}{n}\boldsymbol{\Sigma})$$

กรณีที่ 2 เมื่อเวกเตอร์สุ่ม $\mathbf{x}$ ไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติพหุ โดยมีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu}$ เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\boldsymbol{\Sigma}$ ดังนั้นถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด n โดยที่ n มีขนาดใหญ่ โดยอาศัยทฤษฎีลิมิตสู่ศูนย์กลาง จะสรุปได้ว่า $\mathbf{x}$ มีการแจกแจงปกติพหุ นั่นคือ $\mathbf{x} \sim N_P(\boldsymbol{\mu}, \frac{1}{n}\boldsymbol{\Sigma})$

ทฤษฎีลิมิตสู่ศูนย์กลางพหุ (Multivariate Central Limit Theorem)

ให้ $x_1, x_2, ..., x_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม Σ ถ้าขนาดตัวอย่างใหญ่ ($n \to \infty$) จะได้ว่า $\sqrt{n}\left(\bar{x} - \boldsymbol{\mu}\right)$ จะมีการ

Σ

$\sqrt{n}\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}\right) \sim N_p(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma})$

1.8 การแจกแจงของเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมตัวอย่าง S

ในเมตริกซ์ค่าแปรปรวนร่วมตัวอย่างจะประกอบด้วยความแปรปรวนของตัวแปร p ตัว และความแปรปรวนร่วมจำนวน ${}^{p}C_{2}$ ตัว ดังนั้นจำนวนสมาชิกความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของตัวแปร p ตัว ในเมตริกซ์ **S** เท่ากับ $p + {}^{p}C_{2}$ หรือเท่ากับ $\frac{p(p+1)}{2}$ หรือกล่าวได้ว่า การแจกแจงร่วมของตัวแปร $\frac{p(p+1)}{2}$ ตัว ในเมตริกซ์ **W** เมื่อ

$$\mathbf{W} = (n-1)\,\mathbf{S} \qquad \text{หรือ} \qquad \mathbf{W} = \sum_{i}\left(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}\right)\left(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}\right)'$$

โดยที่ **W** มีการแจกแจงแบบวิชาร์ท (Wishart) หรือ $\mathbf{W} \sim \mathbf{W}_p(n-1, \boldsymbol{\Sigma})$ โดยที่ n-1 เป็นองศาอิสระ การแจกแจงแบบวิชาร์ทเป็นการแจกแจงของเวกเตอร์สุ่มที่สามารถศึกษาเปรียบเทียบได้กับการแจกแจงแบบไคกำลังสองของตัวแปรสุ่ม ดังนี้

ถ้า Z_i เป็นตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน จะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{(X_i-\mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi_n^2$$

ถ้าประมาณ μ ด้วย $\bar{X}$ จะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{(X_i-\mu)^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

ถ้าเวกเตอร์ $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ มีการแจกแจงแบบ $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ และ $\mathbf{x}_i$ แต่ละตัวเป็นอิสระกัน ถ้าไม่ทราบค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu}$ และประมาณ $\boldsymbol{\mu}$ ด้วย $\bar{\mathbf{x}}$ จะได้ว่า

$$(n-1)\mathbf{S} = \sum_{i=1}^{n}\left(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}\right)\left(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}\right)' \sim \mathbf{W}_p\left(n-1, \boldsymbol{\Sigma}\right)$$

ถ้าสุ่มตัวอย่างจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติพหุ จะได้ว่า $\bar{\mathbf{x}}$ และ $\mathbf{S}$ จะเป็นอิสระกัน

2. การแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ (Multivariate Lognormal Distribution)

กำหนดให้เวกเตอร์สุ่ม $\mathbf{x}$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องที่มีการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ ด้วยพารามิเตอร์ $\boldsymbol{\mu}$ และ เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม คือ $\boldsymbol{\Sigma}$ จะได้ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของเวกเตอร์ตัวแปร $\mathbf{x}$ คือ

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathbf{x}\left(\sqrt{2\pi}\right)^{P}|\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{1}{2}}} e^{\frac{-1}{2}(\ln\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\ln\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})} \quad ; \quad 0 < \mathbf{x} < \infty$$

$$; \quad -\infty < \mu < \infty \ , \Sigma > 0$$

เมื่อ $\boldsymbol{\mu}$ แทน เวกเตอร์ค่าเฉลี่ย

Σ แทน เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

p แทน จำนวนตัวแปร

3. การแจกแจงสติวเด้นท์ – ทีพหุ (Multivariate Student – t Distribution)

กำหนดให้เวกเตอร์สุ่ม $\mathbf{x}$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องที่มีการแจกแจงสติวเดนท์–ทีพหุ มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ υ จะได้ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของเวกเตอร์ตัวแปร $\mathbf{x}$ ดังนี้

$$f(\mathbf{x}) = \frac{\Gamma\left(\frac{(\upsilon+p)}{2}\right)}{(\upsilon\pi)^{\frac{p}{2}}\Gamma\left(\frac{\upsilon}{2}\right)|\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{1}{2}}}\left(1+\frac{1}{\upsilon}\mathbf{x}'\Sigma^{-1}\mathbf{x}'\right)^{-\frac{(\upsilon+p)}{2}} \quad ; \quad -\infty < \mathbf{x} < \infty$$

เมื่อ υ แทน องศาความเป็นอิสระ

และ p แทน จำนวนตัวแปร

แบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุ

1. แบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุ Mardia's skewness

K.V. Mardia (1970) ได้นำเสนอการวัดสัมประสิทธิ์ความเบ้และความโด่งมาทดสอบการแจกแจงแบบปกติพหุ มีรายละเอียด ดังนี้

ข้อสมมติเบื้องต้น

ถ้า $\mathbf{x}$ และ y เป็นเวกเตอร์สุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน โดยมีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\boldsymbol{\Sigma}$ ดังนั้น

$$\beta_{1,p} = E\left[(y-\mu)'\Sigma^{-1}(x-\mu)\right]^3$$

$$\beta_{2,p} = E\left[(y-\mu)'\Sigma^{-1}(y-\mu)\right]^2$$

เมื่อ $\beta_{1,p}$ ค่าความเบ้ของประชากรพหุตัวแปร

$\beta_{2,p}$ ค่าความโด่งของประชากรพหุตัวแปร

กรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติพหุตัวแปรจะทำให้ $\beta_{1,p} = 0$ และ $\beta_{2,p} = p(p+2)$

กำหนดให้ $D_{ij} = (\mathbf{x}_i - \overline{\mathbf{x}})'S^{-1}(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})$

โดยที่ $S = \frac{1}{n}(\mathbf{x}_i - \overline{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})'$ ซึ่งเป็นตัวประมาณค่าของ Σ โดยใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และค่าประมาณของ $\beta_{1,p}$ คือ $b_{1,p}$

สถิติทดสอบ $$b_{1,p} = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} D_{ij}^3$$

เกณฑ์การตัดสินใจ

ปฏิเสธสมมติฐานว่างที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ $b_{1,p}$ มากกว่าค่า upper percentage point ของสถิติทดสอบ $b_{1,p}$ ในตารางผนวกที่ ก10

2. แบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุ สถิติ Mardia's kurtosis

K.V. Mardia (1970) ได้นำเสนอการวัดสัมประสิทธิ์ความเบ้และความโด่งมาทดสอบการแจกแจงแบบปกติพหุ มีรายละเอียด ดังนี้

ข้อสมมติเบื้องต้น

ถ้า $\mathbf{x}$ และ y เป็นเวกเตอร์สุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน โดยมีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\boldsymbol{\Sigma}$ ดังนั้น

$$\beta_{1,p}=E\left[\left(y-\mu\right)'\Sigma^{-1}\left(x-\mu\right)\right]^3$$

$$\beta_{2,p}=E\left[\left(y-\mu\right)'\Sigma^{-1}\left(y-\mu\right)\right]^2$$

เมื่อ $\beta_{1,p}$ ค่าความเบ้ของประชากรพหุตัวแปร

$\beta_{2,p}$ ค่าความโด่งของประชากรพหุตัวแปร

กรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติพหุจะทำให้ $\beta_{1,p}=0$ และ $\beta_{2,p}=p\left(p+2\right)$

กำหนดให้ $D_{ij}=(\mathbf{x}_i-\overline{\mathbf{x}})'S^{-1}(\mathbf{x}_j-\overline{\mathbf{x}})$

โดยที่ $S=\dfrac{1}{n}(\mathbf{x}_i-\overline{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_j-\overline{\mathbf{x}})'$ ซึ่งเป็นตัวประมาณค่าของ Σ โดยใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และค่าประมาณของ $\beta_{2,p}$ คือ $b_{2,p}$ ตามลำดับ

สถิติทดสอบ $$b_{2,p}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}D_{ii}^2$$

เกณฑ์การตัดสินใจ

ปฏิเสธสมมติฐานว่างที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ $b_{2,p}$ มากกว่าค่า upper percentage point ของสถิติทดสอบ $b_{2,p}$ หรือ $b_{2,p}$ น้อยกว่าค่า lower percentage point ในตารางผนวกที่ ก10

3. แบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุที่พัฒนามาจากสถิติ Rao Score (T)

K.V. Mardia and J.T.Kent (1991, p. 353-363) ได้นำเสนอวิธีทดสอบการแจกแจงปกติพหุ ที่พัฒนามาจากสถิติ Rao Score ซึ่งขึ้นอยู่กับโมเมนต์ที่ 3 และโมเมนต์ที่ 4 ดังนี้

ข้อสมมติเบื้องต้น

ให้ $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_n$ เป็น px1 เวกเตอร์ของตัวอย่างสุ่มขนาด n ที่เป็นอิสระต่อกัน

สถิติทดสอบ $T = T_3 + T_4$

โดยที่ $T_3 = \frac{1}{6} n b_{2,p}$

$$T_4 = \frac{1}{24} n \left\{ b^*_{2,p} - 6b_{2,p} + 3p(p+2) \right\}$$

$$b_{1,p} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} D_{ij}^3$$

$$b_{2,p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} D_{ii}^2$$

$$b^*_{2,p} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} D_{ij}^4$$

$$\mathbf{D}_{ii} = (\mathbf{x}_i - \overline{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_i - \overline{\mathbf{x}})$$

$$\mathbf{D}_{ij} = (\mathbf{x}_i - \overline{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})$$

เมื่อ $b_{1,p}$ คือ สัมประสิทธิ์ความเบ้ของตัวแปรพหุ

$b_{2,p}$ คือ สัมประสิทธิ์ความโด่งของตัวแปรพหุ

$\bar{\mathbf{x}}$ คือ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง

$\mathbf{S}$ คือ เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวอย่าง

$\mathbf{D}_{ii}$ คือ Mahalanobis distance ของ $\mathbf{x}_i$

$\mathbf{D}_{ij}$ คือ Mahalanobis angle ระหว่างเวคเตอร์ $\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}$ และ $\mathbf{x}_j - \bar{\mathbf{x}}$

ภายใต้ $H_0 : T_3 \sim \chi^2_{\frac{p(p+1)(p+2)}{6}}$ และ $T_4 \sim \chi^2_{\frac{p(p+1)(p+2)(p+3)}{24}}$ ที่เป็นอิสระกัน ดังนั้น $T \sim \chi^2_{\frac{p(p+1)(p+2)(p+7)}{24}}$

เกณฑ์การตัดสินใจ

ปฏิเสธสมมติฐานว่างที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ T มากกว่าค่าวิกฤติของสถิติทดสอบ T ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ ในตารางผนวกที่ ก6

4. แบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุที่พัฒนามาจากสถิติ Shapiro – Wilk (W_F)

Govind S. Mudholkar, Deo Kumar Srivastava and C. Thomas Lin (1995) ได้นำเสนอวิธีทดสอบการแจกแจงปกติพหุ ซึ่งพัฒนามาจากวิธีทดสอบการแจกแจงปกติหนึ่งตัวแปรของ Shapiro – Wilk ทดสอบการแจกแจงปกติพหุ โดยทำการทดสอบการแจกแจงปกติทีละหนึ่งตัวแปร และเสนอสถิติเพื่อใช้ทดสอบการแจกแจงปกติพหุใน 4 รูปแบบ คือ W_N , W_F , W_L และ W_T โดยที่ N, F, L และ T หมายถึงวิธีการของ Liptak, Fisher, Logit และ Tippet ตามลำดับ จากการศึกษาเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของแบบทดสอบทั้ง 4 วิธีโดยการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาโล จำนวนตัวแปรที่ศึกษาเท่ากับ 2 และ 3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 30 และ 50 พบว่าสถิติทดสอบ W_F มีกำลังการทดสอบสูงสุด

ข้อสมมติเบื้องต้น

ให้ $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n จากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ p ตัวแปร ที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม Σ

สถิติทดสอบกำหนดโดย $$\mathbf{W}_F = -2\sum_{h=1}^{q} \ln \Re_h$$

โดยที่ $\Re_h$ คือ p-value ของการทดสอบการแจกแจงปกติของเวกเตอร์ตัวอย่างที่ h

ขั้นตอนการทดสอบ

กรณีมากกว่าสองตัวแปร สามารถทดสอบการแจกแจงปกติของตัวแปร Y_h โดยกำหนดรูปแบบความสัมพันธ์ดังนี้

$$Y_h = X_h - b_{h(h-1)}X_{(h-1)} - b_{h(h-2)}X_{(h-2)} - \ldots - b_{h1}X_1 \quad , h = 1, 2, \ldots, p$$

กำหนดให้ $\Re_h$ แทนค่า p-value ของการทดสอบ Y_h

ตัวอย่าง เช่น กรณี 2, 3 และ 4 ตัวแปร จะได้

$$Y_2 = X_2 - b_{21}X_1$$
$$Y_3 = X_3 - b_{32}X_2 - b_{31}X_1$$
$$Y_4 = X_4 - b_{43}X_3 - b_{32}X_2 - b_{31}X_1$$

กำหนดให้ $\Re_3$ และ $\Re_4$ แทนค่า p-value ของการทดสอบ Y_3 และ Y_4 ตามลำดับ

การหาค่าสถิติชาร์ปิโร-วิลค์ (W_h)

ให้ $Y_1 \le Y_2 \le \ldots \le Y_n$ เป็นสถิติลำดับของตัวอย่างสุ่มขนาด n และ

สถิติทดสอบ คือ $$W_h = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} a_{n-i+1}\left(Y_{h(n-i+1)} - Y_{hi}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{hi} - \bar{Y}_h\right)^2}$$

โดยที่ a_{n-i+1} เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของสถิติทดสอบ $\mathbf{W}_F$

การหาค่า p-value ของสถิติ W_h ได้จากการแปลงข้อมูลโดยใช้วิธีของ Royston (1982) ซึ่งประมาณได้ด้วยการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_U และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_U

$$U = \left(1 - W_h\right)^{\lambda} \qquad \text{และ} \qquad Z_h = \frac{\left(U - \mu_U\right)}{\sigma_U}$$

โดยที่ $\lambda = 0.118898 + 0.133414X + 0.327907X^2$ เมื่อ $7 \le n \le 20$

$= 0.480385 + 0.318828X - 0.0241665X^3$ เมื่อ $21 \le n \le 2000$

$+ 0.00879701X^4 + 0.002989646X^5$

คำนวณค่า μ_U จาก

$\ln \mu_U = -0.37542 - 0.492145X - 1.124332X^2 - 0.199422X^3$ เมื่อ $7 \le n \le 20$

$= -1.91487 - 1.37888X - 0.04183209X^2$ เมื่อ $21 \le n \le 2000$

$+ 0.1066339X^3 - 0.03513666X^4 - 0.01504614X^5$

คำนวณค่า σ_Y จาก

$\ln \sigma_Y = -3.15805 + 0.729399X + 3.01855X^2 + 1.558776X^3$ เมื่อ $7 \le n \le 20$

$= -3.73538 - 1.015807X - 0.331885X^2$ เมื่อ $21 \le n \le 2000$

$+ 0.1773538X^3 - 0.01638782X^4$

$- 0.03215018X^5 + 0.003852646X^6$

โดยที่ $X = \ln(n) - 3$ เมื่อ $n \le 20$

$X = \ln(n) - 5$ เมื่อ $21 \le n \le 2000$

เกณฑ์การตัดสินใจ

ปฏิเสธสมมติฐานว่าง ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ W_h มากกว่าค่าวิกฤติของสถิติทดสอบ W_F ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ ในตารางผนวกที่ ก7

5. แบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุ สถิติ Henze-Zirkler (HZ)

การทดสอบ Henze -Zirkler เป็นแบบทดสอบที่เสนอโดย N. Henze and B. Zirkler (1990) โดยอาศัยแนวคิดเกี่ยวกับ empirical characteristic function สามารถคำนวณสถิติทดสอบได้ดังนี้

$$HZ = \frac{1}{n^2}\sum_{j,k=1}^{n}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\left\|y_j - y_k\right\|^2\right)$$

$$-2\left(1+\beta^2\right)^{-\frac{p}{2}}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\left(1-\beta^2\right)}\left\|y_j\right\|^2\right)+\left(1+2\beta^2\right)^{-\frac{p}{2}}$$

เมื่อ $\left\|y_j - y_k\right\|^2 = \left(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k\right)' S^{-1}\left(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k\right)$

$$\left\|\mathbf{y}_j\right\|^2 = \left(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}}\right)' S^{-1}\left(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}}\right)$$

และ $\overline{\mathbf{x}}$ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง

S เมตริกซ์ค่าแปรปรวนร่วม

β ค่าพารามิเตอร์ซึ่งกำหนดให้เท่ากับ 0.5

เกณฑ์การตัดสินใจ

ปฏิเสธสมมติฐานว่าง ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อสถิติทดสอบ HZ มากกว่าค่าวิกฤติของสถิติทดสอบ HZ ในตารางผนวกที่ ก5

6. แบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุที่เสนอโดย Charles L. Dunn (Omnibus test: O)

Dunn (1995) ได้นำเสนอสถิติ 2 วิธี คือ Bimodal (B) และ Omnibus (O) เพื่อใช้ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ เมื่อไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ μ และ $\sum$ และได้ศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของสถิติทั้ง 2 วิธี โดยกำหนดจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2, 3, 4, 5 และ 6 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30, 50, 70 และ 100 พบว่า สถิติ O มีอำนาจการทดสอบที่สูงกว่าสถิติ B โดยสถิติ O มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

$$O = \frac{4\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\left[A\left(\psi_{i,j} - \frac{\pi}{2}\right)\right]^2}{n\left(n-1\right)}$$

$$\text{โดยที่} \quad A\left(\psi_{i,j}-\frac{\pi}{2}\right)=\begin{cases}\psi_{i,j}-\frac{\pi}{2}, & \psi_{i,j}-\frac{\pi}{2}<0\\ 0, & \psi_{i,j}-\frac{\pi}{2}\geq 0\end{cases}$$

$$\psi_{i,j}=\cos^{-1}\left(D_i^{'}D_j\right) \quad ; \quad i<j,\ D_i=\frac{S^{-\frac{1}{2}}\left(x_i-\bar{x}\right)}{\left[\left(x_i-\bar{x}\right)'S^{-1}\left(x_i-\bar{x}\right)\right]}$$

เมื่อ $\psi_{i,j}$ แทน มุม (หน่วยเป็นเรเดียน) ระหว่าง D_i และ D_j

D_i แทน ทิศทางจาก $\bar{x}$ ไปยัง x_i

S แทน เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวอย่าง

เกณฑ์การตัดสินใจ

ปฏิเสธสมมติฐานว่าง ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อสถิติทดสอบ O มากกว่าค่าวิกฤติของสถิติทดสอบ O ในตารางผนวกที่ ก8

เกณฑ์การเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ เพื่อศึกษาว่าวิธีการทดสอบใดที่ให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุด สำหรับแต่ละลักษณะที่กำหนดสำหรับการศึกษาในงานวิจัยนี้

ตารางที่ 1 ประเภทของความผิดพลาดในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

สมมติฐานหลัก (H_0)	การตัดสินใจ	
	ปฏิเสธ H_0	ยอมรับ H_1
จริง	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I (Type I error)	ตัดสินใจถูก
เท็จ	ตัดสินใจถูก	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ II (Type II error)

ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I (Type I error)

ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่าง (H_0) เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง โดยจะกำหนดค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I เป็นระดับนัยสำคัญที่กำหนด ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ α

อำนาจการทดสอบ (Power of the test)

เนื่องจากความคลาดเคลื่อนประเภทที่ II (Type II error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับสมมติฐาน H_0 เมื่อสมมติฐาน H_0 ไม่เป็นจริง จะเขียนแทนความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 ด้วยสัญลักษณ์ β ดังนั้น $1-\beta$ จะเป็นความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อสมมติฐาน H_0 ไม่เป็นจริง ซึ่งเรียกว่าอำนาจการทดสอบ

การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

ในการศึกษาวิจัย นักวิจัยไม่ต้องการให้เกิดความคลาดเคลื่อนทั้งสองประเภท อย่างไรก็ตาม เนื่องจากความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I นั้นสามารถควบคุมได้ โดยการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบ (α) มีค่าไม่เกินความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนที่กำหนดหรือไม่ ภายใต้ระดับนัยสำคัญ α^* อ้างอิงจากงานวิจัยของเสาวลักษณ์ (2540) โดยมีรูปแบบการทดสอบเป็นดังนี้

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \alpha^* = \alpha_0$$

$$H_1 : \alpha^* \neq \alpha_0$$

สถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\alpha^* - \alpha_0}{\sqrt{\dfrac{\alpha_0\left(1-\alpha_0\right)}{N}}}$

โดยที่ $Z_{\frac{\Phi}{2}} \leq Z \leq Z_{1-\frac{\Phi}{2}}$; $-1.96 \leq Z \leq 1.96$

เมื่อ α^* แทน ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากการทดลอง

α_0 แทน ระดับนัยสำคัญที่กำหนดในการศึกษา มี 2 ระดับ คือ 0.05 และ 0.10

N แทน จำนวนซ้ำของการทดลอง เท่ากับ 5,000 ครั้ง

Φ แทน ระดับนัยสำคัญของการทดสอบเท่ากับ 0.05

ดังนั้น เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จึงกำหนดค่าประมาณของความน่าจะเป็นให้มีค่าอยู่ในช่วง ดังนี้

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ค่าประมาณของความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดลองมีค่าอยู่ในช่วง (0.0439, 0.0560)

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ค่าประมาณของความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดลองมีค่าอยู่ในช่วง (0.0917, 0.1083)

ซึ่งเกณฑ์ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I คือ หากค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของวิธีการทดสอบใดอยู่นอกช่วงดังกล่าว จะสรุปผลว่าการทดสอบนั้นไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ณ ระดับนัยสำคัญนั้นๆ

อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

1. เครื่องคอมพิวเตอร์พีซีของภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตบางเขน

2. โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SAS (Statistical Analysis System) เวอร์ชัน 9.1 และโปรแกรม Microsoft Excel

วิธีการ

งานวิจัยครั้งนี้ทำการศึกษาโดยการจำลองข้อมูลด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล เพื่อศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I และอำนาจการทดสอบของแบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุ 6 วิธี คือ สถิติ Mardia's skewness และสถิติ Mardia's kurtosis (K.V. Mardia: 1970) สถิติ Rao Score (K.V. Mardia and J.T. Kent: 1991) สถิติ Shapiro – Wilk (Govind S.Mudholkar, Deo Kumar Srivastava and C. Thomas Lin: 1995) สถิติทดสอบ Henze-Zirkler (Henre-Zirkler Test: 1990) และสถิติ Omnibus (Charles L. Dunn: 1995) และการแสดงการวิเคราะห์กับข้อมูลจริงโดยมีขั้นตอนดังนี้

การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I

กำหนดสมมติฐานของการทดสอบ ภายใต้สมมติฐานว่าง (H_0) เป็นจริง ดังนี้

H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติพหุ

H_1 : ประชากรไม่มีการแจกแจงแบบปกติพหุ

ขั้นตอนการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ดังนี้

1. จำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติพหุ ให้มีจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2, 3 และ 4 ขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 20 30 40 และ 50 และค่าพารามิเตอร์ตามขอบเขตของการศึกษา โดยการทำซ้ำกรณีละ 5,000 ชุด

2. คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธีที่ศึกษา

3. เปรียบเทียบค่าสถิติที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติของตัวสถิติทดสอบนั้นๆ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 เพื่อตัดสินใจว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่าง ภายใต้สมมติฐานว่าง (H_0) เป็นจริง

4. ทำการทดสอบสมมติฐานทั้ง 5,000 ชุด นับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง และคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ดังนี้

$$\text{ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I} = \frac{\text{จำนวนครั้งของการปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ เป็นจริง}}{5{,}000}$$

5. ตรวจสอบความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 ถ้าค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของการทดสอบ สำหรับแต่ละสถานการณ์มีค่าอยู่ในช่วงที่กำหนดไว้ในเกณฑ์ของการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบ จะถือว่าวิธีการทดสอบนั้นมีความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I

การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบ

กำหนดสมมติฐานของการทดสอบ ภายใต้สมมติฐานว่าง (H_0) เป็นเท็จ ดังนี้

H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติพหุ

H_1 : ประชากรไม่มีการแจกแจงแบบปกติพหุ

ขั้นตอนการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี ดังนี้

1. จำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลให้ข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์ – ทีพหุ และการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ ให้มีจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2, 3 และ 4 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 30 40 และ 50 และกำหนดค่าพารามิเตอร์ตามขอบเขตของการศึกษา โดยการทำซ้ำกรณีละ 5,000 ชุด

2. คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธีที่ศึกษา

3. เปรียบเทียบค่าสถิติที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติของตัวสถิติทดสอบนั้นๆ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 เพื่อตัดสินใจว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่าง ภายใต้สมมติฐานว่างเป็นเท็จ

4. ทำการทดสอบสมมติฐานทั้ง 5,000 ชุด นับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างเป็นเท็จ และคำนวณค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบ ดังนี้

$$\text{ความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบ} = \frac{\text{จำนวนครั้งของการปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ เป็นเท็จ}}{5{,}000}$$

5. เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี ภายใต้สถานการณ์ต่างๆ เพื่อสรุปผลว่าวิธีการทดสอบใดให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุด

การแสดงการวิเคราะห์กับข้อมูลจริง

กำหนดสมมติฐานของการทดสอบ ดังนี้

H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติพหุ

H_1 : ประชากรไม่มีการแจกแจงแบบปกติพหุ

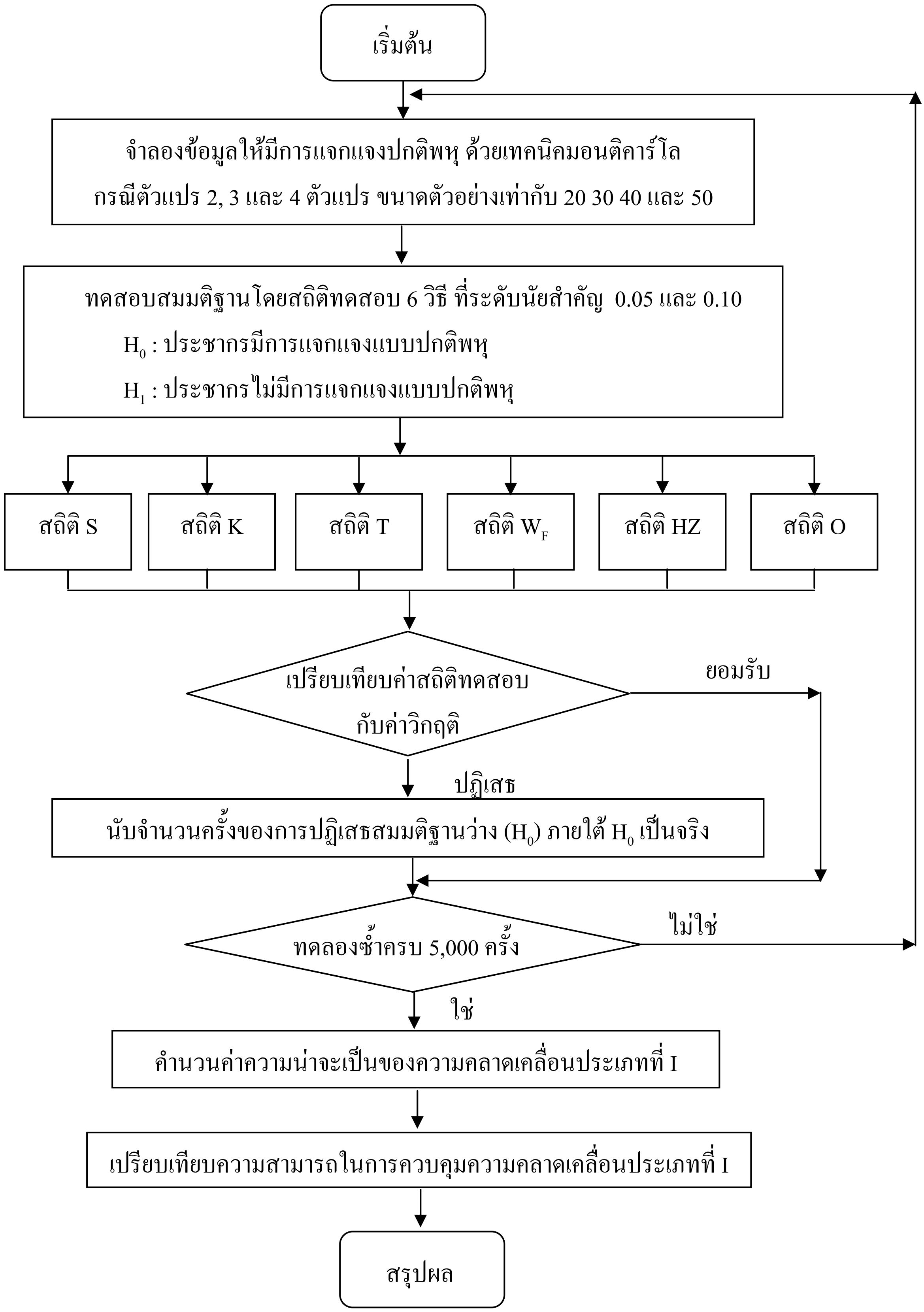
โดยทำการศึกษาข้อมูลคุณค่าทางโภชนาการของรายการอาหารกลางวันซึ่งจัดให้สำหรับเด็กวัยก่อนเรียนของโรงเรียนอนุบาลในพื้นที่ประสบภัยพิบัติคลื่นสึนามิ จังหวัดระนอง ซึ่งมีขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

1. ตรวจสอบการแจกแจงข้อมูลแต่ละตัวแปรว่ามีการแจกแจงปกติหรือไม่

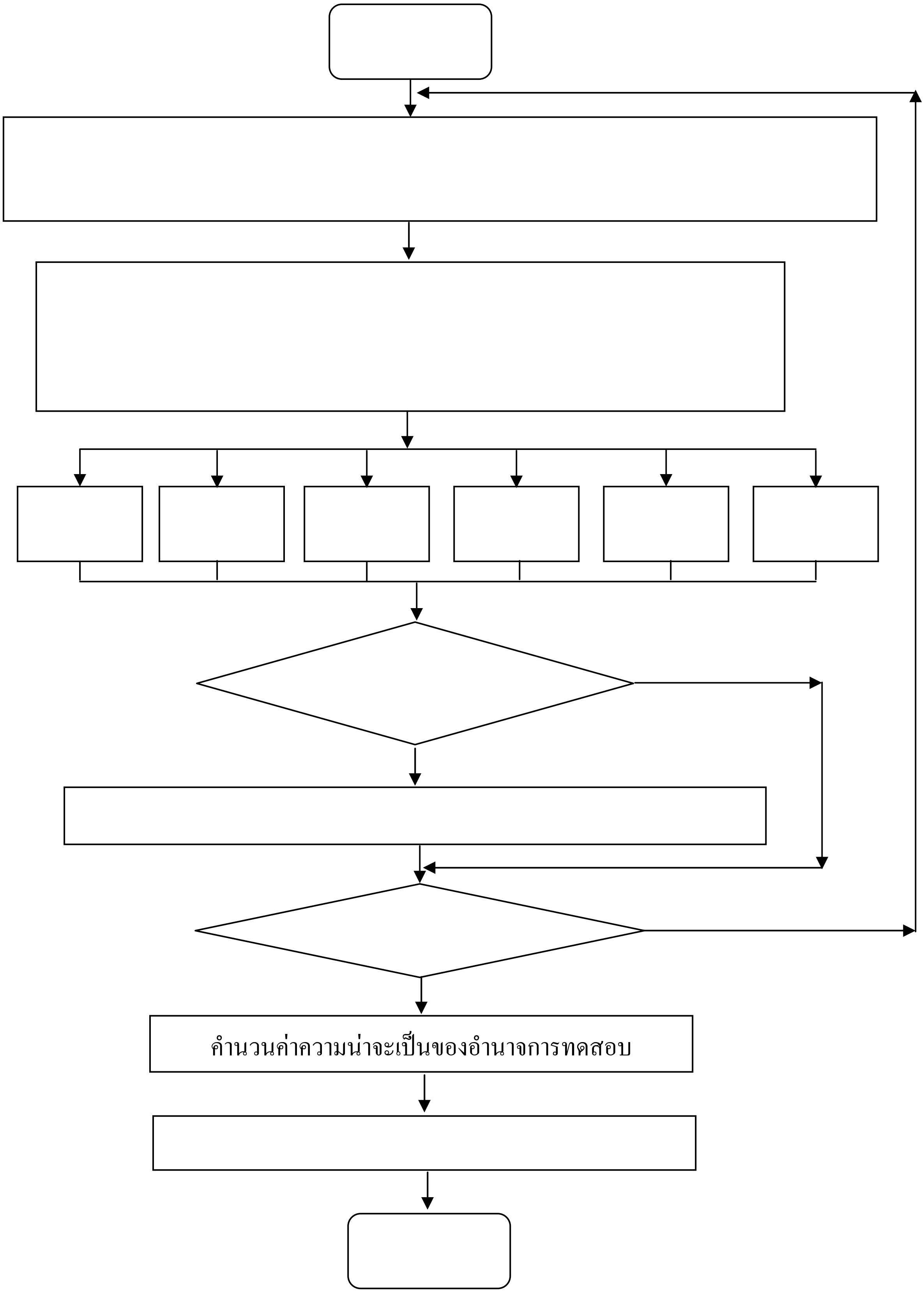
2. คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี เพื่อนำไปทดสอบการแจกแจงปกติพหุ

3. เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบที่ได้จากข้อ 2 กับค่าวิกฤติของตัวสถิติทดสอบนั้นๆ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10

4. สรุปผล



ภาพที่ 1 แผนผังแสดงขั้นตอนการคำนวนค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I



ภาพที่ 2 แผนผังแสดงขั้นตอนการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบ

ตัวอย่างการใช้ตัวสถิติทดสอบในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ

ในหัวข้อนี้เป็นการแสดงตัวอย่างการคำนวณค่าสถิติของตัวสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี กรณีไม่ทราบพารามิเตอร์ โดยการจำลองข้อมูลให้มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 เพื่อตรวจสอบว่าข้อมูลเหล่านี้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปรหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 โดยข้อมูลที่ทำการทดสอบดังนี้

ตัวอย่างที่	$\mathbf{x}_1$	$\mathbf{x}_2$	$\mathbf{x}_3$
1	0.3546995	1.3554458	0.8748021
2	-1.118245	-0.00208	-0.572654
3	0.0163483	-2.070127	0.2191568
4	0.5432561	-2.151623	-0.444665
5	-1.442957	1.9317908	1.7017424
6	0.5880188	-0.627917	-0.355855
7	1.302754	-0.770688	1.2327611
8	0.6093282	0.7679777	-0.396991
9	-0.257759	0.6937527	-0.648803
10	-1.744693	-1.042635	-0.996531
11	0.9502458	-0.314405	-1.652483
12	-0.716285	-0.458793	0.9259447
13	-0.963465	0.4360732	-0.06354
14	1.2118022	1.829354	0.8505609
15	1.236884	1.2623696	-0.401127
16	0.6425794	0.6636593	0.287255
17	-1.792634	-0.217471	-1.865162
18	0.6482003	1.2549435	0.5698564
19	1.0955736	-0.836613	0.9857383
20	-0.459992	-1.553227	-0.871978

ตัวอย่างที่	x_1	x_2	x_3
21	0.8152801	-0.245727	0.7309984
22	0.2975278	-0.153605	-0.386039
23	0.0107116	1.0576693	-1.032625
24	-0.256933	1.4649142	1.0561604
25	-0.503695	0.1966231	0.1907905
26	1.7896806	-0.851241	0.0044189
27	-0.43402	-0.331983	0.9994306
28	-0.174656	-0.514115	0.3921963
29	1.9922444	0.8578607	0.4085354
30	-1.481657	-0.659503	-0.186576

ขั้นตอนการทดสอบมีดังนี้

1. สมมติฐานของการทดสอบคือ

   H_0 : ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร

   H_1 : ข้อมูลไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร

2. คำนวณค่าประมาณพารามิเตอร์ ดังนี้

   คำนวณเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 0.0951084 \\ 0.0334718 \\ 0.0536317 \end{bmatrix}$$

   คำนวณเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวอย่าง

$$S = \begin{bmatrix} 1.0509116 & 0.0909536 & 0.1934254 \\ 0.0909536 & 1.1679253 & 0.2672069 \\ 0.1934254 & 0.2672069 & 0.7489653 \end{bmatrix}$$

คำนวณอินเวอร์สเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวอย่าง

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 0.9994911 & -0.02045 & -0.25083 \\ -0.020450 & 0.9327373 & -0.32749 \\ -0.250830 & -0.32749 & 1.5167918 \end{bmatrix}$$

สถิติทดสอบ Mardia's skewness

การคำนวณสถิติทดสอบมีขั้นตอนดังนี้

1. คำนวณค่า $\mathbf{D}_{ij} = (\mathbf{x}_i - \overline{\mathbf{x}})'\mathbf{S}^{-1}(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})$

$$= \begin{bmatrix} D_{1\,1} & D_{1\,2} & \cdots & D_{1\,30} \\ D_{2\,1} & D_{2\,2} & \cdots & D_{2\,30} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{30\,1} & D_{30\,2} & \cdots & D_{30\,30} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.8882 & -.5343 & \cdots & -.8857 \\ -.5343 & 1.6700 & \cdots & 1.6793 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -.8857 & 1.6793 & \cdots & 2.6766 \end{bmatrix}$$

2. คำนวณค่า $b_{1,3} = \frac{1}{30^2}\sum_{i=1}^{30}\sum_{j=1}^{30} D_{ij}^3$

$$= \frac{1}{30^2}\left\{(1.8882)^3 + (-0.5343)^3 + \ldots + (2.6766)^3\right\}$$

$$= 1.0825$$

3. เกณฑ์การตัดสินใจ

   เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ $b_{1,3}$ ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติในตารางผนวกที่ ก10

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$$b_{1,3} = 1.0825 < 3.3$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

$$b_{1,3} = 1.0825 < 2.8$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

สถิติทดสอบ Mardia's kurtosis

การคำนวณสถิติทดสอบมีขั้นตอนดังนี้

1. คำนวณค่า $\mathbf{D}_{ij} = (\mathbf{x}_i - \overline{\mathbf{x}})'\mathbf{S}^{-1}(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})$

$$= \begin{bmatrix} D_{1\,1} & D_{1\,2} & \cdots & D_{1\,30} \\ D_{2\,1} & D_{2\,2} & \cdots & D_{2\,30} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{30\,1} & D_{30\,2} & \cdots & D_{30\,30} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.8882 & -.5343 & \cdots & -.8857 \\ -.5343 & 1.6700 & \cdots & 1.6793 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -.8857 & 1.6793 & \cdots & 2.6766 \end{bmatrix}$$

2. คำนวณค่า $b_{2,3} = \frac{1}{30}\sum_{i=1}^{30} D_{ii}^2$

$$= \frac{1}{30}\left\{(1.8882)^2 + (1.6700)^2 + \ldots + (2.6766)^2\right\}$$

$$= 12.3280$$

3. เกณฑ์การตัดสินใจ

เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ $b_{2,3}$ ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติในตารางผนวกที่ ก10

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

พิจารณาจากค่า upper percentiles ของ $b_{2,3}$

$$b_{2,3} = 12.3280 < 16.0$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

พิจารณาจากค่า lower percentiles ของ $b_{2,3}$

$$b_{2,3} = 12.3280 > 11.6$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

สถิติทดสอบ T

ขั้นตอนการคำนวณค่าสถิติทดสอบ T มีวิธีการดังนี้

1. คำนวณค่า $\mathbf{D}_{ij} = (\mathbf{x}_i - \overline{\mathbf{x}})'\mathbf{S}^{-1}(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})$

$$= \begin{bmatrix} D_{1\,1} & D_{1\,2} & \cdots & D_{1\,30} \\ D_{2\,1} & D_{2\,2} & \cdots & D_{2\,30} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{30\,1} & D_{30\,2} & \cdots & D_{30\,30} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.8882 & -.5343 & \cdots & -.8857 \\ -.5343 & 1.6700 & \cdots & 1.6793 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -.8857 & 1.6793 & \cdots & 2.6766 \end{bmatrix}$$

2. คำนวณค่า $b_{1,3} = \dfrac{1}{30^2}\sum_{i=1}^{30}\sum_{j=1}^{30} D_{ij}^3$

$$= \frac{1}{30^2}\left\{(1.8882)^3 + (-0.5343)^3 + \ldots + (2.6766)^3\right\}$$

$$= 1.0825$$

3. คำนวณค่า $b_{2,3} = \dfrac{1}{30}\sum_{i=1}^{30} D_{ii}^2$

$$= \frac{1}{30}\left\{(1.8882)^2 + (1.6700)^2 + \ldots + (2.6766)^2\right\}$$

$$= 12.3280$$

4. คำนวณค่า $b_{2,3}^{*} = \frac{1}{30^2}\sum_{i=1}^{30}\sum_{j=1}^{30} D_{ij}^4$

$$= \frac{1}{30^2}\left\{(1.8882)^4 + (-0.5343)^4 + \ldots + (2.6766)^4\right\}$$

$$= 35.4339$$

5. คำนวณค่า $T_3 = \frac{1}{6} n b_{1,3} = \frac{1}{6}(30)(1.0825) = 5.4127$

6. คำนวณค่า $T_4 = \frac{1}{24} n \left\{b_{2,3}^{*} - 6b_{2,3} + 3p(p+2)\right\}$

$$= \frac{1}{24}(30)\left\{(35.4339) - 6(12.3280) + 3(3)(3+2)\right\}$$

$$= 8.0825$$

ดังนั้น จะได้ค่าสถิติทดสอบ $T = T_3 + T_4 = 13.4953$

7. เกณฑ์การตัดสินใจ
   เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ T ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติในตารางผนวกที่ ก6
   ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$$T = 13.4953 < 37.65$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

$$T = 13.4953 < 34.38$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

สถิติทดสอบ W_F

ขั้นตอนการคำนวณค่าสถิติทดสอบ W_F มีวิธีการดังนี้

1. คำนวณค่า $\Re_1$
   1.1 เรียงลำดับข้อมูล Y_1 จากน้อยไปมาก
   1.2 คำนวณค่า W_1 ของ Y_1 ดังต่อไปนี้

i	Y_{1i}	a_{30-i+1}	$a_{30-i+1}\left(Y_{1(30-i+1)} - Y_{1i}\right)$	$\left(Y_{1i} - \bar{Y}_1\right)^2$
1	-1.792634	0.4254	1.6100874	3.5516134
2	-1.744693	0.2944	1.0405196	3.3732144
3	-1.481657	0.2487	0.6924831	2.4762027
4	-1.442957	0.2148	0.5756298	2.3559026
5	-1.118245	0.187	0.4357188	1.4645429
6	-0.963465	0.163	0.3356232	1.1138748
7	-0.716285	0.1415	0.2358141	0.6532247
8	-0.503695	0.1219	0.160783	0.3547787
9	-0.459992	0.1036	0.1148087	0.304627
10	-0.43402	0.0862	0.0928029	0.2766319
11	-0.257759	0.0697	0.060436	0.1222881
12	-0.256933	0.0537	0.0453739	0.1217107
13	-0.174656	0.0381	0.0273525	0.0710725
14	0.0107116	0.0227	0.0078085	0.0065978
15	0.0163483	0.0076	0.002137	0.0057138
16	0.2975278	0.0000	0.0000	0.0422671
17	0.3546995	0.0000	0.0000	0.0690435

i	Y_{1i}	a_{30-i+1}	$a_{30-i+1}\left(Y_{1(30-i+1)} - Y_{1i}\right)$	$\left(Y_{1i} - \bar{Y}_1\right)^2$
18	0.5432561	0.0000	0.0000	0.2036879
19	0.5880188	0.0000	0.0000	0.246096
20	0.6093282	0.0000	0.0000	0.2676925
21	0.6425794	0.0000	0.0000	0.3032058
22	0.6482003	0.0000	0.0000	0.3094276
23	0.8152801	0.0000	0.0000	0.5232235
24	0.9502458	0.0000	0.0000	0.736692
25	1.0955736	0.0000	0.0000	1.0072841
26	1.2118022	0.0000	0.0000	1.2540956
27	1.236884	0.0000	0.0000	1.3109011
28	1.302754	0.0000	0.0000	1.466075
29	1.7896806	0.0000	0.0000	2.8823296
30	1.9922444	0.0000	0.0000	3.6111639

$$W_1 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{30} a_{30-i+1}\left(Y_{1(30-i+1)} - Y_{1i}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{30}\left(Y_{1i} - \bar{Y}_1\right)^2}$$

$$= \frac{[5.4373]^2}{30.4852} = 0.9698$$

1.3 คำนวณค่า $Z_1 = \dfrac{\left(U - \mu_U\right)}{\sigma_U}$

$$U = \left(1 - W_1\right)^{\lambda}$$

$$X = \ln\left(30\right) - 5$$

$$= -1.5988$$

$$\lambda = 0.480385 + 0.318828(-1.5988)^2 - 0.0241665(-1.5988)^3$$

$$+ 0.00879701(-1.5988)^4 + 0.002989646(-1.5988)^5$$

$$= 0.0956$$

$$\ln \mu_U = -1.91487-1.37888(-1.5988)-0.04183209(-1.5988)^2$$
$$+0.1066339(-1.5988)^3-0.03513666(-1.5988)^4$$
$$-0.01504614(-1.5988)^5$$

$$= -0.3254$$

$$\mu_U = 0.7222$$

$$\ln \sigma_Y = -3.73538-1.015807(-1.5988)-0.331885(-1.5988)^2$$
$$+0.1773538(-1.5988)^3-0.01638782(-1.5988)^4$$
$$-0.03215018(-1.5988)^5 + 0.003852646(-1.5988)^6$$

$$\sigma_Y = 0.0336$$

$$Z_1 = \frac{(1 - 0.9698)^{0.0956} - 0.7222}{0.0336} = -0.200735$$

1.4 คำนวณค่า p-value ของ Y_1 ($\Re_1$)

$$\Re_1 = 1-\Phi(Z_1)$$
$$= 1-0.42045 = 0.57955$$

2. คำนวณค่า $\Re_2$

2.1 กำหนด $Y_2 = X_2 - b_{21}X_1$

$$\text{คำนวณ } b_{21} = \frac{\sum_{i=1}^{30}\left(X_{1i}-\bar{X}_1\right)\left(X_{2i}-\bar{X}_2\right)}{\sum_{i=1}^{30}\left(X_{1i}-\bar{X}_1\right)^2}$$

$$= \frac{2.6407}{30.4852} = 0.0866$$

2.2 เรียงลำดับข้อมูล Y_2 จากน้อยไปมาก

2.3 คำนวณค่า W_2 ของ Y_2 ดังต่อไปนี้

i	Y_{2i}	a_{30-i+1}	$a_{30-i+1}\left(Y_{2(30\text{-}i+1)} - Y_{2i}\right)$	$\left(Y_{2i} - \overline{Y}_2\right)^2$
1	-2.198682	0.4254	1.8102754	4.9420566
2	-2.071543	0.2944	1.1175208	4.3929439
3	-1.513381	0.2487	0.7462371	2.3647456
4	-1.006269	0.2148	0.5006967	1.0622631
5	-0.931516	0.187	0.3983679	0.9137596
6	-0.891504	0.163	0.3336171	0.8388658
7	-0.883537	0.1415	0.2745495	0.8243359
8	-0.678853	0.1219	0.1700424	0.4945536
9	-0.531156	0.1036	0.1291221	0.308634
10	-0.498985	0.0862	0.1020842	0.2739239
11	-0.396746	0.0697	0.0700305	0.1773569
12	-0.396718	0.0537	0.0492026	0.1773341
13	-0.316349	0.0381	0.0212066	0.1161045
14	-0.294387	0.0227	0.0088342	0.1016198
15	-0.179378	0.0076	0.0008907	0.0415222
16	-0.062187	0.0000	0.0000	0.0074959
17	0.094786	0.0000	0.0000	0.0049553
18	0.2402549	0.0000	0.0000	0.0465968
19	0.5195318	0.0000	0.0000	0.2451634
20	0.6079968	0.0000	0.0000	0.3405946
21	0.6852856	0.0000	0.0000	0.4367803
22	0.7151956	0.0000	0.0000	0.4772096
23	0.7160807	0.0000	0.0000	0.4784332
24	1.0567414	0.0000	0.0000	1.0657453
25	1.1552264	0.0000	0.0000	1.2787865

i	Y_{2i}	a_{30-i+1}	$a_{30-i+1}\left(Y_{2(30-i+1)} - Y_{2i}\right)$	$\left(Y_{2i} - \bar{Y}_2\right)^2$
26	1.1987941	0.0000	0.0000	1.3792203
27	1.3247205	0.0000	0.0000	1.6908542
28	1.4871706	0.0000	0.0000	2.139721
29	1.7243835	0.0000	0.0000	2.8899712
30	2.0567847	0.0000	0.0000	4.1306199

$$W_2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{30} a_{30-i+1}\left(Y_{2(30-i+1)} - Y_{2i}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{30}\left(Y_{2i} - \bar{Y}_2\right)^2}$$

$$= \frac{[5.7326]^2}{33.6421} = 0.9768$$

2.4 คำนวณค่า $Z_2 = \dfrac{\left(U - \mu_U\right)}{\sigma_U}$

$$U = \left(1 - W_2\right)^{\lambda}$$

$$Z_2 = \frac{\left(1 - 0.9768\right)^{0.0956} - 0.7222}{0.0336} = -0.7338$$

2.5 คำนวณค่า p-value ของ Y_2 ($\Re_2$)

$$\Re_2 = 1 - \Phi(Z_2)$$

$$= 1 - 0.2315 = 0.7684$$

3. คำนวณค่า $\Re_3$

3.1 กำหนด $Y_3 = X_3 - b_{32}X_2 - b_{31}X_1$

คำนวณ $b_{31} = \dfrac{\sum_{i=1}^{30}\left(X_{1i}-\bar{X}_1\right)\left(X_{3i}-\bar{X}_3\right)}{\sum_{i=1}^{30}\left(X_{1i}-\bar{X}_1\right)^2}$

$= \dfrac{5.6142}{30.4852} \quad = \; 0.1841$

3.2 เรียงลำดับข้อมูล Y_3 จากน้อยไปมาก

3.1 คำนวณค่า W_3 ของ Y_3 ดังต่อไปนี้

i	Y_{3i}	a_{30-i+1}	$a_{30-i+1}\left(Y_{3(30\text{-}i+1)}-Y_{3i}\right)$	$\left(Y_{3i}-\bar{Y}_3\right)^2$
1	-1.755538	0.4254	1.3957229	3.179253
2	-1.485259	0.2944	0.7814724	2.2884651
3	-1.276626	0.2487	0.6066964	1.7007665
4	-0.917787	0.2148	0.4453053	0.8935822
5	-0.760086	0.187	0.324539	0.6203046
6	-0.684945	0.163	0.2368723	0.5075898
7	-0.436633	0.1415	0.1593983	0.2154274
8	-0.431836	0.1219	0.1303013	0.2109974
9	-0.405683	0.1036	0.0981807	0.1876546
10	-0.366237	0.0862	0.0746102	0.1550357
11	-0.32046	0.0697	0.0389636	0.1210817
12	-0.15467	0.0537	0.0210438	0.0331888
13	-0.130385	0.0381	0.012922	0.0249302
14	-0.052354	0.0227	0.0048956	0.0063779
15	0.014108	0.0076	0.0000224	0.0001796
16	0.0170489	0.0000	0.0000	0.0001094
17	0.1633106	0.0000	0.0000	0.0184423
18	0.2087767	0.0000	0.0000	0.0328583

i	Y_{3i}	a_{30-i+1}	$a_{30-i+1}\left(Y_{3(30\text{-}i+1)} - Y_{3i}\right)$	$\left(Y_{3i} - \bar{Y}_3\right)^2$
19	0.237207	0.0000	0.0000	0.0439736
20	0.2385593	0.0000	0.0000	0.0445425
21	0.4993104	0.0000	0.0000	0.2225973
22	0.5420073	0.0000	0.0000	0.2647093
23	0.6370834	0.0000	0.0000	0.3715818
24	0.6898565	0.0000	0.0000	0.4387052
25	0.7682594	0.0000	0.0000	0.5487123
26	0.9754169	0.0000	0.0000	0.8985308
27	1.1553296	0.0000	0.0000	1.271981
28	1.1628447	0.0000	0.0000	1.2889889
29	1.1691988	0.0000	0.0000	1.3034573
30	1.5254281	0.0000	0.0000	2.2437639

$$W_3 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{30} a_{30-i+1}\left(Y_{3(30\text{-}i+1)} - Y_{3i}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{30}\left(Y_{3i} - \bar{Y}_3\right)^2}$$

$$= \frac{[4.3309]^2}{19.1377} = 0.9801$$

3.2 คำนวณค่า $Z_3 = \frac{(U - \mu_U)}{\sigma_U}$

$$U = (1 - W_2)^{\lambda}$$

$$Z_3 = \frac{(1 - 0.9801)^{0.0956} - 0.7222}{0.0336} = -1.0316$$

3.3 คำนวณค่า p-value ของ Y_3 ($\Re_3$)

$$\Re_3 = 1-\Phi(Z_3)$$

$$= 1-0.1511 = 0.8489$$

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ $\mathbf{W}_F$ จาก

$$\mathbf{W}_F = -2\sum_{h=1}^{3}\ln \Re_h$$

$$= -2\{(\ln 0.5795)+(\ln 0.7684)+(\ln 0.8488)\}$$

$$= 1.9454$$

5. เกณฑ์การตัดสินใจ
   เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติในตารางผนวกที่ ก7
   ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$$W_F = 1.9454 < 12.59$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

$$W_F = 1.9454 < 10.64$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

สถิติทดสอบ Henze - Zirkler test

ขั้นตอนการคำนวณค่าสถิติทดสอบ HZ มีวิธีการดังนี้

1. คำนวณค่า $\| \mathbf{y}_j \|^2 = (\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})' S^{-1} (\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})$ ของค่าสังเกตที่ 1

$$\mathbf{x}_1 - \overline{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -0.4450 \\ -1.1268 \\ -0.1211 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0691 \\ 0.2781 \\ 0.2282 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5191 \\ -1.4049 \\ -0.3493 \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{x}_1 - \overline{\mathbf{x}})' = \begin{bmatrix} -0.5191 & -1.4049 & -0.3493 \end{bmatrix}$$

$$\| \mathbf{y}_1 \|^2 = (\mathbf{x}_1 - \overline{\mathbf{x}})' S^{-1} (\mathbf{x}_1 - \overline{\mathbf{x}})$$

$$= \begin{bmatrix} -0.5191 & -1.4049 & -0.3493 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9561 & -0.2686 & -0.3932 \\ -0.2686 & 1.0354 & -0.2563 \\ -0.3932 & -0.2563 & 1.0447 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.5191 \\ -1.4049 \\ -0.3493 \end{bmatrix}$$

$$= 1.6428$$

j	$\mathbf{x}_{1j} - \overline{\mathbf{x}}$	$\mathbf{x}_{2j} - \overline{\mathbf{x}}$	$\mathbf{x}_{3j} - \overline{\mathbf{x}}$	$(\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})' s^{-1} (\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{x}})$	$\exp\left(-\frac{0.5^2}{2(1+0.5^2)} \| \mathbf{y}_j \|^2\right)$
1	0.2627	1.3230	0.8229	1.8930	0.8275
2	-1.2101	-0.0344	-0.6244	1.6609	0.8469
3	-0.0755	-2.1024	0.1673	4.4015	0.6439
:	:	:	:	:	:
30	-1.5735	-0.6918	-0.2384	2.6661	0.7659

2. คำนวณค่า $\| \mathbf{y}_j - y_k \|^2 = (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k)' S^{-1} (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k)$

j	k	$\mathbf{x}_{1j}-\mathbf{x}_{1k}$	$\mathbf{x}_{2j}-\mathbf{x}_{2k}$	$\mathbf{x}_{3j}-\mathbf{x}_{3k}$	$\lVert \mathbf{y}_j - y_k \rVert^2$	$\exp\left(-\frac{0.5^2}{2}\lVert \mathbf{y}_j - y_k \rVert^2\right)$
1	1	0	0	0	0	1
	2	1.4729	1.3575	1.4474	4.6255	0.5609
	3	0.3383	.42557	0.6556	10.0816	0.2835
	:	:	:	:	:	:
	30	1.8363	2.0149	1.0613	6.3346	0.4530
2	1	-1.4729	-1.3575	-1.4474	4.6255	0.5609
	2	0	0	0	0	1
	3	-1.1345	2.0680	-0.7918	6.9442	0.4197
	:	:	:	:	:	:
	30	0.3634	0.6574	-0.3860	0.9880	0.8838
:	:	:	:	:	:	:
30	1	-1.8363	-2.0149	-1.0613	6.3346	0.4530
	2	-0.3634	-0.6574	0.3860	0.9880	0.8838
	3	-1.4980	1.4106	-0.4057	4.5044	0.5694
	:	:	:	:	:	:
	30	0	0	0	0	1

$$\mathrm{HZ} = \frac{1}{30^2}\sum_{j,k=1}^{30}\exp\left(-\frac{0.5^2}{2}\left\lVert y_j - y_k\right\rVert^2\right) - 2\left(1+0.5^2\right)^{-\frac{3}{2}}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{30}\exp\left(-\frac{0.5^2}{2\left(1-0.5^2\right)}\left\lVert y_j\right\rVert^2\right)$$

$$+\left(1+2(0.5)^2\right)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\sum_{j,k=1}^{30}\exp\left(-\frac{0.5^2}{2}\left\lVert y_j - y_k\right\rVert^2\right) = 492.46812$$

$$\sum_{j=1}^{30}\exp\left(-\frac{0.5^2}{2\left(1-0.5^2\right)}\left\lVert y_j\right\rVert^2\right) = 22.859362$$

$$HZ = \frac{1}{(30)^2}(492.46812) - 2\left(1 + 0.5^2\right)^{-\frac{3}{2}} \times \frac{1}{30}(22.859362) + \left(1 + 2(0.5)^2\right)^{-\frac{3}{2}}$$

$$= 0.00105$$

3. เกณฑ์การตัดสินใจ

เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ HZ ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติในตารางผนวกที่ ก5

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$$HZ = 0.00105 < 0.003857$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

$$HZ = 0.00105 < 0.003348$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

สถิติทดสอบ O

ขั้นตอนการคำนวณค่าสถิติทดสอบ O มีวิธีการดังนี้

1. คำนวณค่า $S^{-\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} 0.9928 & -.01949 & -.1149 \\ -.0195 & 0.9535 & -.1519 \\ -.1149 & -.1519 & 1.2167 \end{bmatrix}$

2. คำนวณค่า $D_i = \dfrac{S^{-\frac{1}{2}}\left(x_i - \bar{x}\right)}{\left[\left(x_i - \bar{x}\right)' S^{-1}\left(x_i - \bar{x}\right)\right]}$ จะได้ว่า

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0.1001333 \\ 0.8229249 \\ 0.5592565 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} -.876082 \\ 0.065714 \\ -.477663 \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$D_{30} = \begin{bmatrix} -.931841 \\ -.362848 \\ -.003533 \end{bmatrix}$$

3. คำนวณค่า $\psi_{i,j} = \cos^{-1}\left(D_i^{'} D_j\right) \quad ; \quad i < j$

ดังนั้น $\psi_{1,2} = 1.8763102$

$\psi_{1,3} = 2.2880773$

$\vdots$

$\psi_{29,30} = 3.0991521$

4. คำนวณค่า $O = \dfrac{4\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\left[A\left(\psi_{i,j} - \frac{\pi}{2}\right)\right]^2}{n\left(n-1\right)}$

โดยที่ $A\left(\psi_{i,j} - \frac{\pi}{2}\right) = \begin{cases} \psi_{i,j} - \frac{\pi}{2}, & \psi_{i,j} - \frac{\pi}{2} < 0 \\ 0, & \psi_{i,j} - \frac{\pi}{2} \geq 0 \end{cases}$

$$O = 0.3947575$$

5. เกณฑ์การตัดสินใจ

   เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ O ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติในตารางที่ ก8 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$$O = 0.3947575 < 0.4443$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

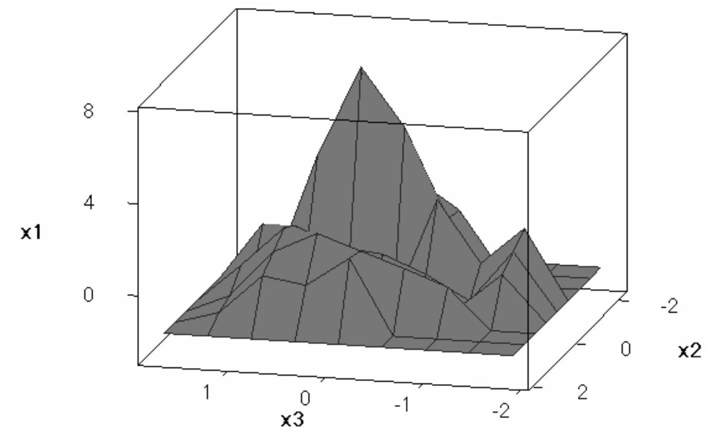
$$O = 0.3947575 < 0.4357$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสามตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

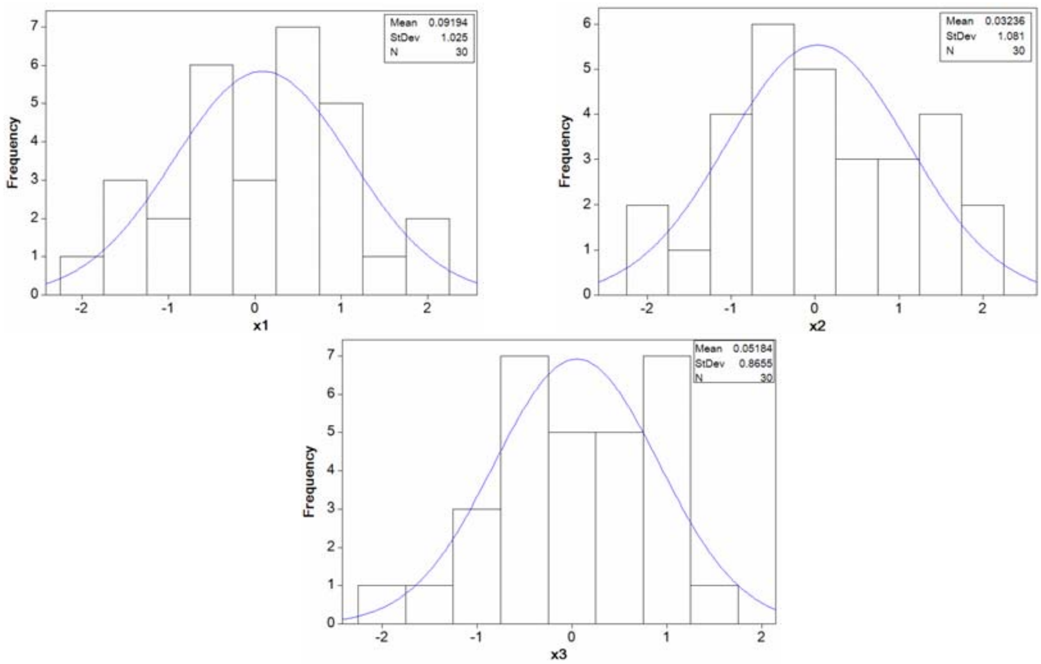
การตรวจสอบข้อมูล

ในการตรวจสอบข้อมูลว่ามีการแจกแจงปกติสามตัวแปรหรือไม่ มีขั้นตอนดังนี้

1. นำข้อมูลมาพร็อตกราฟ ได้ดังแสดงในภาพที่ 3 ซึ่งแสดงการกระจายของข้อมูล 3 ตัวแปรใน 3 มิติ และภาพที่ 4 ซึ่งแสดงการกระจายของข้อมูลแต่ละตัวแปร คือ $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ และ $\mathbf{x}_3$

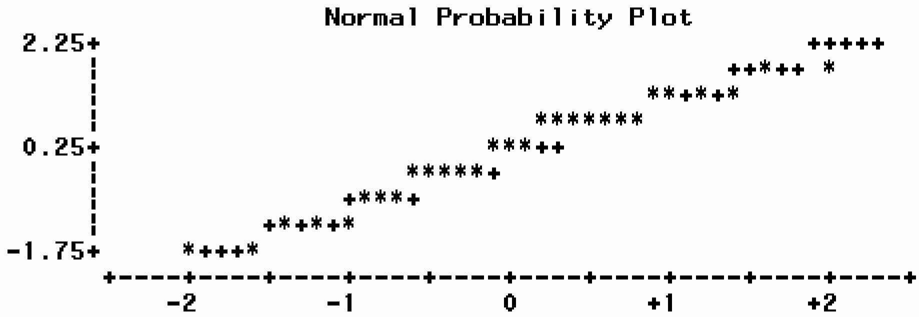


ภาพที่ 3 แสดงการกระจายของข้อมูลใน 3 มิติ



ภาพที่ 4 แสดงการกระจายของข้อมูลแต่ละตัวแปร ($\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ และ $\mathbf{x}_3$)

2. ตรวจสอบการแจกแจงมาร์จินัลของตัวแปร $\mathbf{x}_1$ โดยใช้ Normal Probability Plot



Basic Statistical Measures		Tests for Location: Mu0=0		
Location	Variability	Test	-Statistic-	---p Value---
Mean 0.091938	Std Deviation 1.02529	Student's t	t 0.491146	Pr > |t| 0.6270
N 30				

Tests for Normality

Test	--Statistic---		-----p Value------	
Shapiro-Wilk	W	0.973711	Pr < W	0.6448

ภาพที่ 5 แสดง Normal Probability Plot ของตัวแปร $\mathbf{x}_1$

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ข้อมูล $\mathbf{x}_1$ มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และ ความแปรปรวนเท่ากับ 1

H_1 : ข้อมูล $\mathbf{x}_1$ ไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และ ความแปรปรวนเท่ากับ 1

จากภาพที่ 5 ทดสอบการแจกแจงปกติของตัวแปร $\mathbf{x}_1$ โดยใช้สถิติทดสอบ Shapiro – Wilk พบว่า ค่า p-value ของตัวแปร $\mathbf{x}_1$ เท่ากับ 0.6448 มากกว่าระดับนัยสำคัญ (α) = 0.05 และ 0.10

ดังนั้น ยอมรับสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10

สรุปว่า ข้อมูล $\mathbf{x}_1$ มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

3. ตรวจสอบการแจกแจงมาร์จินัลของตัวแปร $\mathbf{x}_2$ โดยใช้ Normal Probability Plot

```
                          Normal Probability Plot
 1.75+                                                 +++++ *
     |                                            ***+*+*
     |                                        ****+
     |                                    ++***+
-0.25+                                ******
     |                          ******
     |                      ++*++
     |                  ++++*
-2.25+         ++++*+   *
      +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
           -2        -1         0        +1        +2

        Basic Statistical Measures            Tests for Location: Mu0=0

  Location          Variability             Test       -Statistic-      ---p Value---

Mean 0.03236   Std Deviation 1.08072   Student's t   t 0.163984    Pr > |t|    0.8709
N     30

                            Tests for Normality

                Test                 --Statistic---     -----p Value------

                Shapiro-Wilk          W      0.971149    Pr < W       0.5711
```

ภาพที่ 6 แสดง Normal Probability Plot ของตัวแปร $\mathbf{x}_2$

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ข้อมูล $\mathbf{x}_2$ มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

H_1 : ข้อมูล $\mathbf{x}_2$ ไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

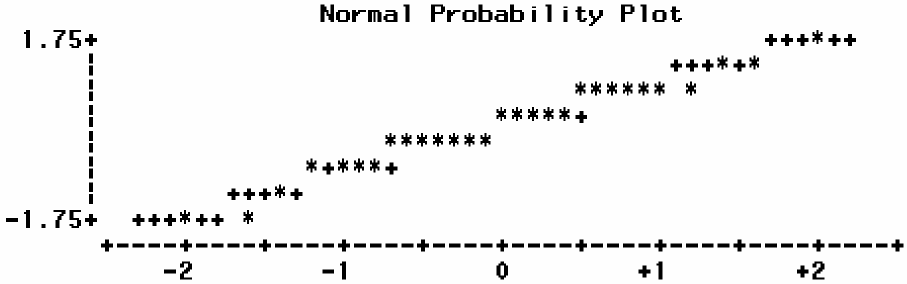
จากภาพที่ 6 ทดสอบการแจกแจงปกติของตัวแปร $\mathbf{x}_2$ โดยใช้สถิติทดสอบ Shapiro – Wilk พบว่า ค่า p-value ของตัวแปร $\mathbf{x}_2$ เท่ากับ 0.5711 มากกว่าระดับนัยสำคัญ (α) = 0.05 และ 0.10

ดังนั้น ยอมรับสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10

สรุปว่า ข้อมูล $\mathbf{x}_2$ มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

4. ตรวจสอบการแจกแจงมาร์จินัลของตัวแปร $\mathbf{x}_3$ โดยใช้ Normal Probability Plot

Normal Probability Plot



Basic Statistical Measures

Location		Variability	
Mean	0.051844	Std Deviation	0.86548
N	30		

Tests for Location: Mu0=0

Test	-Statistic-		---p Value---	
Student's t	t	0.328095	Pr > |t|	0.7452

Tests for Normality

Test	--Statistic---		-----p Value------	
Shapiro-Wilk	W	0.977643	Pr < W	0.7600

ภาพที่ 7 แสดง Normal Probability Plot ของตัวแปร $\mathbf{x}_3$

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ข้อมูล $\mathbf{x}_3$ มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

H_1 : ข้อมูล $\mathbf{x}_3$ ไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

จากภาพที่ 7 ทดสอบการแจกแจงปกติของตัวแปร $\mathbf{x}_3$ โดยใช้สถิติทดสอบ Shapiro – Wilk พบว่า ค่า p-value ของตัวแปร $\mathbf{x}_3$ เท่ากับ 0.7600 มากกว่าระดับนัยสำคัญ (α) = 0.05 และ 0.10

ดังนั้น ยอมรับสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10

สรุปว่า ข้อมูล $\mathbf{x}_3$ มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

สถานที่และระยะเวลาทำการวิจัย

สถานที่ทำการวิจัยครั้งนี้ คือ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ระยะเวลาในการวิจัยเริ่มตั้งแต่เดือนพฤศจิกายน 2549 ถึง สิงหาคม 2551

ผลและวิจารณ์

ผลการศึกษา

การศึกษาครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ ของข้อมูลขนาด 2, 3 และ 4 ตัวแปร เมื่อกำหนดให้กลุ่มของขนาดตัวอย่างเป็นขนาดเล็ก (n=20) ขนาดกลาง (n=30) และขนาดใหญ่ (n= 40 และ 50) กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบเป็น 2 ระดับ คือ 0.05 และ 0.10 โดยศึกษาสถิติทดสอบการแจกแจงปกติพหุ จำนวน 6 วิธี ได้แก่ สถิติ Mardia’s skewness และสถิติ Mardia’s kurtosis (K.V. Mardia: 1970) สถิติ Rao Score (K.V. Mardia and J.T. Kent: 1991) สถิติ Shapiro – Wilk (Govind S.Mudholkar, Deo Kumar Srivastava and C. Thomas Lin: 1995) สถิติทดสอบ Henze-Zirkler (Henre-Zirkler Test: 1990) และสถิติ Omnibus (Charles L. Dunn: 1995) โดยจำลองข้อมูลตามขอบเขตการศึกษาแต่ละลักษณะ จำนวน 5,000 ชุด เพื่อต้องการหาผลสรุปว่าวิธีการทดสอบใดมีความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I และมีอำนาจการทดสอบสูงที่สุดในแต่ละลักษณะของข้อมูล

การเสนอผลการศึกษาทำโดยเปรียบเทียบการทดสอบการแจกแจงแบบปกติพหุ 6 วิธี เพื่อพิจารณาความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I และอำนาจการทดสอบที่สูงที่สุด ซึ่งจะนำเสนอผลการศึกษาในรูปแบบตาราง รวมทั้งกราฟ และเพื่อความสะดวกในการอธิบายผลการวิจัยนี้จะแบ่งผลการศึกษาเป็น 3 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง

ส่วนที่ 2 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง

ส่วนที่ 3 ผลการวิเคราะห์กับข้อมูลจริง

รายละเอียดผลการศึกษาแต่ละส่วนแสดงดังนี้

1. ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบที่ดีที่สุด และจากผลการทดสอบเมื่อวิธีการทดสอบใดมีค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อน

ประเภทที่ I อยู่ในช่วงที่กำหนด จะสรุปว่า วิธีการทดสอบนั้นสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ในแต่ละระดับนัยสำคัญที่กำหนด

2. ค่าอำนาจของการทดสอบของวิธีการทดสอบที่ให้ค่าสูงสุด โดยจำแนกตามกลุ่มของขนาดตัวอย่าง ระดับนัยสำคัญ และลักษณะของการแจกแจง

ส่วนที่ 1 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง

1. ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I

เกณฑ์ที่ใช้พิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I โดยกำหนดให้วิธีการทดสอบใดให้ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ก็ต่อเมื่อค่าที่ได้จากการทดลองอยู่ในช่วงที่กำหนด อ้างอิงจากงานวิจัยของเสาวลักษณ์ (2540) ซึ่งจะถือว่าวิธีการทดสอบนั้นมีค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I เท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด และถือได้ว่าสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ โดยแบ่งเกณฑ์ออกเป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ที่เกิดจากการทดลอง อยู่ในช่วง [0.0439, 0.0560] ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

กรณีที่ 2 ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ที่เกิดจากการทดลอง อยู่ในช่วง [0.0917, 0.1083] ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

ผลการศึกษามีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 2 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 2 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

Σ	**n**	**สถิติทดสอบ**					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0494	0.0494	0.0476	0.0534	0.0413*	0.0418*
	30	0.0496	0.0532	0.0508	0.0436	0.0474	0.0442
แบบที่ 1	40	0.0472	0.0496	0.0552	0.0446	0.0480	0.0436
	50	0.0508	0.0514	0.0500	0.0532	0.0454	0.0490
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0502	0.0506	0.0548	0.0520	0.0426*	0.0448
	30	0.0540	0.0514	0.0504	0.0494	0.0462	0.0410
แบบที่ 2	40	0.0532	0.0508	0.0558	0.0504	0.0448	0.0524
	50	0.0490	0.0514	0.0540	0.0536	0.0380	0.0474
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0496	0.0484	0.0468	0.0520	0.0368*	0.0472
	30	0.0536	0.0468	0.0490	0.0494	0.0510	0.0488
แบบที่ 3	40	0.0506	0.0496	0.0502	0.0506	0.0496	0.0506
	50	0.0532	0.0546	0.0492	0.0536	0.0440	0.0454

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 2 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังตารางที่ 2 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ S, K, T และ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.6 และ 0.9 ในขณะที่สถิติ HZ ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

2. ขนาดตัวอย่าง 30, 40 และ 50 สถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

ตารางที่ 3 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 2 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0912	0.0968	0.0950	0.1010	0.0898*	0.0870*
	30	0.1000	0.0938	0.1028	0.0928	0.1018	0.0988
แบบที่ 1	40	0.0982	0.0984	0.1036	0.0994	0.0988	0.0934
	50	0.0928	0.0976	0.0980	0.1004	0.0994	0.0952
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0952	0.0970	0.1082	0.1092*	0.0822*	0.0884*
	30	0.1076	0.1042	0.0998	0.0932	0.0996	0.0998
แบบที่ 2	40	0.0966	0.1062	0.1048	0.0950	0.0918	0.0992
	50	0.0940	0.1046	0.1050	0.1020	0.0944	0.1002
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.1024	0.1004	0.0962	0.1090*	0.0832*	0.0984
	30	0.1030	0.0916	0.0990	0.0923	0.1008	0.0982
แบบที่ 3	40	0.0988	0.1022	0.1040	0.0960	0.0986	0.1006
	50	0.1014	0.1070	0.0976	0.1012	0.0986	0.1002

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 2 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังตารางที่ 3 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ S, K และ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 และสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ค่า

ความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.9 ในขณะที่สถิติ HZ ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

2. ขนาดตัวอย่าง 30, 40 และ 50 สถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

จากการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของการทดสอบการแจกแจงปกติ 2 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ สถิติ S, K และ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ทุกระดับความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกขนาดตัวอย่าง และทุกค่าความแปรปรวนร่วม เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 ในขณะที่สถิติ HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ทุกระดับความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลางและขนาดใหญ่ (n= 30, 40 และ 50)

ตารางที่ 4 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 3 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	W_F	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0496	0.0532	0.0512	0.0558*	0.0074	0.0492
	30	0.0504	0.0500	0.0500	0.0460	0.0402	0.0472
	40	0.0514	0.0538	0.0486	0.0474	0.0318	0.0506
แบบที่ 1	50	0.0510	0.0526	0.0494	0.0498	0.0264	0.0514
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .9 \\ .3 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0506	0.0542	0.0528	0.0626*	0.0064	0.0494
	30	0.0518	0.0512	0.0542	0.0506	0.0412	0.0556
	40	0.0542	0.0524	0.0568*	0.0554*	0.0318	0.0454
แบบที่ 2	50	0.0546	0.0522	0.0532	0.0556*	0.0304	0.0500
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .9 \\ .3 & 1 & .3 \\ .9 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0534	0.0520	0.0556	0.0578*	0.0230	0.0492
	30	0.0480	0.0546	0.0562*	0.0538	0.0422	0.0510
	40	0.0466	0.0522	0.0558	0.0510	0.0348	0.0484
แบบที่ 3	50	0.0512	0.0502	0.0506	0.0538	0.0274	0.0474
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .3 \\ .9 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0532	0.0504	0.0536	0.0516	0.0210	0.0520
	30	0.0492	0.0508	0.0554	0.0464	0.0390	0.0446
	40	0.0512	0.0504	0.0538	0.0462	0.0328	0.0498
แบบที่ 4	50	0.0530	0.0496	0.0530	0.0512	0.0258	0.0516
$\begin{bmatrix} 1 & .6 & .6 \\ .6 & 1 & .6 \\ .6 & .6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0522	0.0514	0.0604*	0.0580*	0.0406*	0.0510
	30	0.0528	0.0546	0.0588*	0.0504	0.0454	0.0468
	40	0.0490	0.0524	0.0546	0.0560*	0.0444	0.0508
แบบที่ 5	50	0.0508	0.0516	0.0586*	0.0602*	0.0498	0.0492
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .9 \\ .9 & 1 & .9 \\ .9 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0512	0.0526	0.0556*	0.0674*	0.0500	0.0536
	30	0.0508	0.0616*	0.0500	0.0632*	0.0448	0.0524
	40	0.0514	0.0504	0.0524	0.0576*	0.0510	0.0502
แบบที่ 6	50	0.0534	0.0508	0.0498	0.0674*	0.0466	0.0492

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังตารางที่ 4 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ S, K และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3 และ 4 ขณะที่สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 4 และสถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ค่าความแปรปรวนร่วม ดังรูปแบบที่ 1, 2, 3, 4 และ 6

2. ขนาดตัวอย่าง 30 สถิติ S, HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ K และ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4 และ 5 ขณะที่สถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 4 และ 6

3. ขนาดตัวอย่าง 40 สถิติ S, K, HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 3, 4, 5 และ 6 ขณะที่สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 1, 3 และ 4

4. ขนาดตัวอย่าง 50 สถิติ S, K, HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4 และ 6 ขณะที่สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 1, 3 และ 4

ตารางที่ 5 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 3 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.1042	0.1022	0.0974	0.1118*	0.1178*	0.0990
	30	0.1006	0.1026	0.0926	0.1010	0.0988	0.0980
	40	0.1006	0.1004	0.1036	0.0982	0.0852	0.1060
แบบที่ 1	50	0.1010	0.0976	0.1014	0.1016	0.0792	0.1004
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .9 \\ .3 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.1020	0.0996	0.1042	0.1204*	0.1190*	0.1018
	30	0.0974	0.1054	0.1012	0.0988	0.0936	0.1078*
	40	0.1032	0.1004	0.1120*	0.1048	0.0874	0.1010
แบบที่ 2	50	0.0986	0.1004	0.1112*	0.1032	0.0790	0.1016
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .9 \\ .3 & 1 & .3 \\ .9 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.1094*	0.1020	0.1046	0.1136*	0.1222*	0.0974
	30	0.0996	0.1092*	0.1032	0.1058	0.0918	0.1044
	40	0.0938	0.0992	0.1086*	0.1016	0.0980	0.0972
แบบที่ 3	50	0.1042	0.0968	0.1054	0.1038	0.1072	0.0978
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .3 \\ .9 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.1022	0.0988	0.1020	0.1062	0.0820*	0.1022
	30	0.1004	0.1014	0.1042	0.0948	0.0916	0.0946
	40	0.1024	0.1012	0.1098*	0.0902	0.0928	0.0974
แบบที่ 4	50	0.0994	0.0964	0.1144*	0.0976	0.0962	0.1008
$\begin{bmatrix} 1 & .6 & .6 \\ .6 & 1 & .6 \\ .6 & .6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0988	0.1024	0.1142*	0.1098*	0.0918	0.1028
	30	0.1100*	0.1110*	0.1062	0.0996	0.1000	0.0976
	40	0.0976	0.0980	0.1134*	0.1048	0.0914	0.1004
แบบที่ 5	50	0.1028	0.0978	0.1142*	0.1138*	0.0922	0.0982
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .9 \\ .9 & 1 & .9 \\ .9 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0974	0.1014	0.1032	0.1190*	0.1148*	0.1072*
	30	0.0996	0.1160*	0.1042	0.1108*	0.0966	0.1046
	40	0.1014	0.1002	0.1126*	0.1056	0.0938	0.0986
แบบที่ 6	50	0.0996	0.0960	0.1060	0.1178*	0.1066	0.0954

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังตารางที่ 5 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ K สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ S สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 4, 5 และ 6 สถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4 และ 6 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 4 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 5 และสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4 และ 5

2. ขนาดตัวอย่าง 30 สถิติ T และ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ S สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4 และ 6 สถิติ K สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2 และ 4 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 1, 2, 3, 4 และ 5 และสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 3, 4, 5 และ 6

3. ขนาดตัวอย่าง 40 สถิติ S, K, W_F, HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1

4. ขนาดตัวอย่าง 50 สถิติ S, K, HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 3 และ 6 ขณะที่สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 1, 2, 3 และ 4

จากการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของการทดสอบการแจกแจงปกติ 3 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ สถิติ S และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ทุกค่าความแปรปรวนร่วม เมื่อกำหนดทุกระดับนัยสำคัญ 0.05 ส่วนสถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30, 40 และ 50 สถิติ K สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 40 และ 50

ตารางที่ 6 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 4 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

Σ	n	**สถิติทดสอบ**					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 1	20	0.0528	0.0508	0.0586*	0.0600*	0.0242*	0.0330*
	30	0.0504	0.0558	0.0524	0.0502	0.0552	0.0460
	40	0.0498	0.0496	0.0534	0.0510	0.0444	0.0464
	50	0.0484	0.0486	0.0490	0.0536	0.0502	0.0500
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 2	20	0.0510	0.0482	0.0586*	0.0628*	0.0224*	0.0338*
	30	0.0494	0.0522	0.0524	0.0484	0.0516	0.0443
	40	0.0460	0.0466	0.0536	0.0504	0.0542	0.0448
	50	0.0454	0.0464	0.0488	0.0512	0.0548	0.0476
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 3	20	0.0546	0.0514	0.0522	0.0614*	0.0216*	0.0362*
	30	0.0516	0.0544	0.0466	0.0508	0.0508	0.0452
	40	0.0450	0.0452	0.0488	0.0450	0.0536	0.0464
	50	0.0474	0.0438	0.0468	0.0542	0.0560	0.0486
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 4	20	0.0484	0.0502	0.0554	0.0584*	0.0274*	0.0392*
	30	0.0498	0.0518	0.0468	0.0468	0.0494	0.0464
	40	0.0530	0.0546	0.0520	0.0512	0.0526	0.0528
	50	0.0510	0.0486	0.0468	0.0572*	0.0564*	0.0532

ตารางที่ 6 (ต่อ)

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 5	20	0.0482	0.0516	0.0528	0.0604*	0.0268*	0.0348*
	30	0.0508	0.0514	0.0518	0.0490	0.0538	0.0394*
	40	0.0472	0.0480	0.0458	0.0516	0.0488	0.0464
	50	0.0456	0.0436	0.0466	0.0562*	0.0566*	0.0494
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 6	20	0.0566*	0.0494	0.0540	0.0606*	0.0262*	0.0334*
	30	0.0482	0.0510	0.0520	0.0516	0.0528	0.0440
	40	0.0464	0.0490	0.0476	0.0492	0.0532	0.0502
	50	0.0448	0.0486	0.0454	0.0522	0.0532	0.0544
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 7	20	0.0482	0.0496	0.0538	0.0540	0.0262*	0.0334*
	30	0.0478	0.0498	0.0528	0.0554	0.0512	0.0414*
	40	0.0480	0.0512	0.0518	0.0456	0.0516	0.0464
	50	0.0458	0.0468	0.0478	0.0564*	0.0528	0.0448
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 8	20	0.0494	0.0512	0.0534	0.0666*	0.0284*	0.0350*
	30	0.0504	0.0528	0.0516	0.0530	0.0570*	0.0490
	40	0.0540	0.0538	0.0496	0.0548	0.0536	0.0530
	50	0.0478	0.0488	0.0500	0.0648*	0.0556	0.0526
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 9	20	0.0522	0.0542	0.0528	0.0674*	0.0270*	0.0362*
	30	0.0472	0.0520	0.0522	0.0614*	0.0554	0.0441
	40	0.0472	0.0508	0.0516	0.0606*	0.0536	0.0470
	50	0.0530	0.0466	0.0510	0.0632*	0.0492	0.0484
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 10	20	0.0558	0.0528	0.0534	0.0664*	0.0274*	0.0360*
	30	0.0542	0.0510	0.0438	0.0636*	0.0456	0.0416*
	40	0.0526	0.0512	0.0460	0.0606*	0.0522	0.0492
	50	0.0514	0.0508	0.0416	0.0668*	0.0526	0.0508

ตารางที่ 6 (ต่อ)

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	$\mathbf{W_F}$	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.9 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.9 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 11	20	0.0554	0.0562*	0.0518	0.0608*	0.0272	0.0366*
	30	0.0492	0.0520	0.0494	0.0562*	0.0518	0.0496
	40	0.0500	0.0460	0.0488	0.0586*	0.0498	0.0488
	50	0.0472	0.0440	0.0524	0.0572*	0.0506	0.0504
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 12	20	0.0526	0.0518	0.0494	0.0572*	0.0266	0.0378*
	30	0.0540	0.0548	0.0492	0.0506	0.0548	0.0430
	40	0.0532	0.0520	0.0532	0.0504	0.0514	0.0434
	50	0.0524	0.0468	0.0510	0.0542	0.0506	0.0438
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 13	20	0.0530	0.0514	0.0522	0.0760*	0.0256*	0.0348*
	30	0.0482	0.0534	0.0510	0.0690*	0.0584*	0.0446
	40	0.0510	0.0462	0.0490	0.0702*	0.0550	0.0456
	50	0.0444	0.0468	0.0502	0.0734*	0.0526	0.0512
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 14	20	0.0588*	0.0508	0.0554	0.0782*	0.0238	0.0350*
	30	0.0536	0.0576	0.0542	0.0762*	0.0528	0.0374*
	40	0.0488	0.0532	0.0482	0.0714*	0.0562*	0.0414*
	50	0.0480	0.0486	0.0468	0.0788*	0.0594*	0.0474
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.6 & 0.6 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 15	20	0.0530	0.0538	0.0558*	0.0598*	0.0268*	0.0346*
	30	0.0512	0.0552*	0.0506	0.0462	0.0472	0.0450
	40	0.0516	0.0496	0.0534	0.0462	0.0562*	0.0420*
	50	0.0522	0.0510	0.0498	0.0522	0.0560	0.0480

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 4 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังตารางที่ 6 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ S สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 และ 15 สถิติ K สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14 และ 15 สถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 และ 14 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 7 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 11, 12 และ 14 ขณะที่สถิติ O ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

2. ขนาดตัวอย่าง 30 สถิติ S และ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ K สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 และ 14 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12 และ 15 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 14 และ 15 และสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 13 และ 15

3. ขนาดตัวอย่าง 40 สถิติ S, K และ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12 และ 15 สถิติ HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 และ 13

4. ขนาดตัวอย่าง 50 สถิติ S, K, T และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 1, 2, 3, 6, 12 และ 15 ขณะที่สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 และ 15

ตารางที่ 7 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 4 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 1	20	0.1040	0.1056	0.1080	0.1116*	0.0462*	0.0760*
	30	0.1012	0.1034	0.1082	0.0978	0.1062	0.0906
	40	0.0964	0.1016	0.1098*	0.0992	0.1060	0.0954
	50	0.1014	0.1020	0.0984	0.1044	0.1066	0.0978
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 2	20	0.1014	0.1034	0.1080	0.1194*	0.0424*	0.0776*
	30	0.1066	0.1040	0.1082	0.0984	0.1028	0.0920
	40	0.0966	0.0990	0.1076	0.0972	0.1070	0.0918
	50	0.1006	0.1016	0.1012	0.0996	0.1036	0.0964
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 3	20	0.1020	0.1058	0.1064	0.1104*	0.0468*	0.0792*
	30	0.1086*	0.1014	0.1002	0.0980	0.0990	0.0834*
	40	0.0976	0.0952	0.0970	0.0914	0.1078	0.0944
	50	0.0996	0.0950	0.1032	0.1070	0.1090*	0.0896
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 4	20	0.1018	0.1012	0.1072	0.1122*	0.0498*	0.0900
	30	0.1100*	0.1008	0.1064	0.0986	0.0988	0.0906
	40	0.1060	0.1090*	0.1042	0.1018	0.1024	0.1042
	50	0.1064	0.1088*	0.1022	0.1076	0.1060	0.1064

ตารางที่ 7 (ต่อ)

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	$\mathbf{W_F}$	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 5	20	0.0928	0.1008	0.0998	0.1158*	0.0522*	0.0768*
	30	0.1106*	0.1020	0.1072	0.0994	0.1020	0.0858*
	40	0.0972	0.0962	0.0998	0.1016	0.1052	0.0919
	50	0.0984	0.0938	0.0990	0.1030	0.1138*	0.0978
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 6	20	0.0998	0.1044	0.1056	0.1140*	0.0462*	0.0750*
	30	0.0998	0.1028	0.1076	0.0998	0.1026	0.0912
	40	0.0978	0.1068	0.0972	0.1012	0.1052	0.1016
	50	0.1032	0.1108*	0.0946	0.1058	0.1038	0.0980
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 7	20	0.0952	0.1014	0.1054	0.1094*	0.0484*	0.0762*
	30	0.0976	0.0986	0.1042	0.1014	0.1026	0.0854*
	40	0.0988	0.1036	0.1032	0.0900	0.1038	0.0886*
	50	0.1012	0.0976	0.0996	0.1114*	0.1116*	0.0918
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 8	20	0.0944	0.1022	0.1044	0.1236*	0.0500	0.0812*
	30	0.1078	0.1038	0.1052	0.0948	0.1014	0.0874*
	40	0.1030	0.1022	0.1006	0.1060	0.1050	0.0936
	50	0.1026	0.0972	0.1024	0.1150*	0.1052	0.0926
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 9	20	0.1000	0.1014	0.1036	0.1192*	0.0484*	0.0788*
	30	0.1002	0.0996	0.1060	0.1138*	0.1066	0.0828*
	40	0.0959	0.0986	0.1030	0.1096*	0.1044	0.0948
	50	0.1064	0.0992	0.1048	0.1128*	0.1060	0.0930
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 10	20	0.1036	0.1072	0.0998	0.1192*	0.0496*	0.0828*
	30	0.1062	0.1058	0.0944	0.1130*	0.0968	0.0884*
	40	0.0986	0.1010	0.0894	0.1076*	0.1010	0.0988
	50	0.1062	0.1042	0.0910	0.1158*	0.1024	0.0920

ตารางที่ 7 (ต่อ)

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.9 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.9 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 11	20	0.1068	0.1062	0.1078	0.1184*	0.0486*	0.0814*
	30	0.1062	0.1032	0.1036	0.0984	0.0972	0.0854*
	40	0.0984	0.0996	0.0994	0.1046	0.1028	0.0874*
	50	0.0958	0.0974	0.1026	0.1056	0.1034	0.0946
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 12	20	0.1026	0.1036	0.1026	0.1052	0.0492*	0.0778*
	30	0.1050	0.1044	0.1022	0.0928	0.1030	0.0838*
	40	0.1014	0.1030	0.1000	0.0990	0.0954	0.0894*
	50	0.1048	0.0972	0.1058	0.1036	0.1004	0.0904*
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 13	20	0.1048	0.1048	0.1028	0.1266*	0.0504*	0.0732*
	30	0.1050	0.1026	0.1018	0.1114*	0.1126*	0.0888*
	40	0.1022	0.1028	0.0936	0.1160*	0.1098*	0.0950
	50	0.1030	0.0982	0.0998	0.1288*	0.1090*	0.0938
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 14	20	0.1030	0.1044	0.1042	0.1286*	0.0476*	0.0778*
	30	0.1046	0.1006	0.1062	0.1218*	0.1000	0.0798*
	40	0.0934	0.1060	0.0970	0.1206*	0.1138*	0.0890*
	50	0.1022	0.1042	0.0970	0.1306*	0.1110*	0.0968
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.6 & 0.6 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 15	20	0.1066	0.1062	0.1058	0.1092*	0.0498*	0.0808*
	30	0.1054	0.1082	0.1026	0.0930	0.1006	0.0870*
	40	0.1052	0.1028	0.1032	0.0968	0.1128*	0.0900*
	50	0.1032	0.1096*	0.0998	0.1024	0.1154*	0.0972

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 4 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังตารางที่ 7 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ S, K และ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 12 และสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 4 ขณะที่สถิติ HZ ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

2. ขนาดตัวอย่าง 30 สถิติ K และ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ S สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 และ 15 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12 และ 15 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14 และ 15 และสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1 และ 2

3. ขนาดตัวอย่าง 40 สถิติ S สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ K สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 และ 15 สถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 และ 15 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12 และ 15 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 และ 12 และสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 และ 13

4. ขนาดตัวอย่าง 50 สถิติ S และ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ K สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 และ 15 สถิติ W_F สามารถ

ควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 11, 12 และ 15 ขณะที่สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 11 และ 12

จากการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของการทดสอบการแจกแจงปกติ 4 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ สถิติ S สามารถควบคุมควาคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 ส่วนสถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ขณะที่สถิติ K และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกค่าความแปรปรวนร่วม เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 และกำหนดทุกระดับนัยสำคัญ 0.05

2. อำนาจการทดสอบ (Power of the test)

การเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติพหุตัวแปร ทั้ง 6 วิธี เพื่อหาการทดสอบที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงที่กำหนด และเพื่อศึกษาผลจากการเปลี่ยนแปลงของลักษณะการแจกแจงของข้อมูลที่มีต่ออำนาจการทดสอบของการทดสอบในแต่ละการทดสอบ

ตารางที่ 8 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร (p=2) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

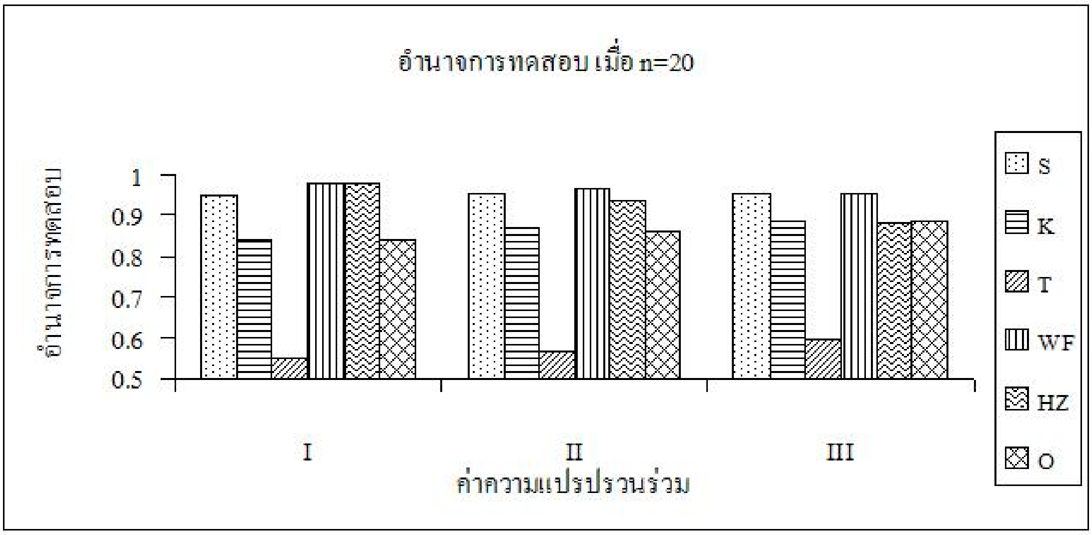
Σ	**n**	**สถิติทดสอบ**					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9500	0.8392	0.5522	0.9832	0.9808	0.8426
	30	0.9966	0.9452	0.8232	0.9992	1.0000	0.9730
แบบที่ 1	40	0.9996	0.9788	0.9396	-	1.0000	0.9972
	50	1.0000	0.9924	0.9794	-	1.0000	0.9988
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9510	0.8674	0.5668	0.9696	0.9392	0.8606
	30	0.9968	0.9570	0.8438	0.9984	0.9998	0.9728
แบบที่ 2	40	1.0000	0.9908	0.9564	-	1.0000	0.9962
	50	1.0000	0.9958	0.9870	-	1.0000	0.9996
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9530	0.8856	0.5980	0.9510	0.8838	0.8858
	30	0.9982	0.9738	0.8642	0.9958	0.9994	0.9832
แบบที่ 3	40	1.0000	0.9914	0.9642	-	1.0000	0.9982
	50	1.0000	0.9982	0.9890	-	1.0000	0.9994

หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง

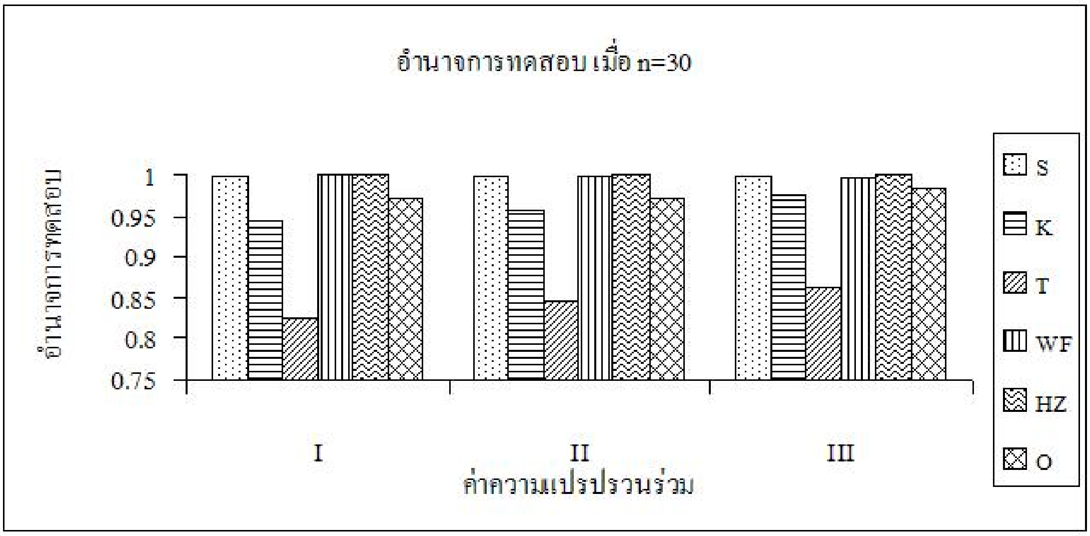
ตารางที่ 9 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร (p=2) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

Σ	**n**	**สถิติทดสอบ**					
		S	**K**	**T**	$\mathbf{W_F}$	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9730	0.8864	0.7062	0.9908	0.9954	0.8984
	30	0.9986	0.9638	0.9082	0.9998	1.0000	0.9864
แบบที่ 1	40	1.0000	0.9882	0.9764	-	1.0000	0.9988
	50	1.0000	0.9964	0.9948	-	1.0000	0.9990
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9710	0.9092	0.7286	0.9850	0.9784	0.9112
	30	0.9984	0.9740	0.9204	0.9988	1.0000	0.9864
แบบที่ 2	40	1.0000	0.9948	0.9846	-	1.0000	0.9982
	50	1.0000	0.9980	0.9960	-	1.0000	0.9998
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9728	0.9194	0.7478	0.9708	0.9536	0.9306
	30	0.9996	0.9844	0.9390	0.9988	1.0000	0.9910
แบบที่ 3	40	1.0000	0.9954	0.9870	-	1.0000	0.9990
	50	1.0000	0.9994	0.9974	-	1.0000	1.0000

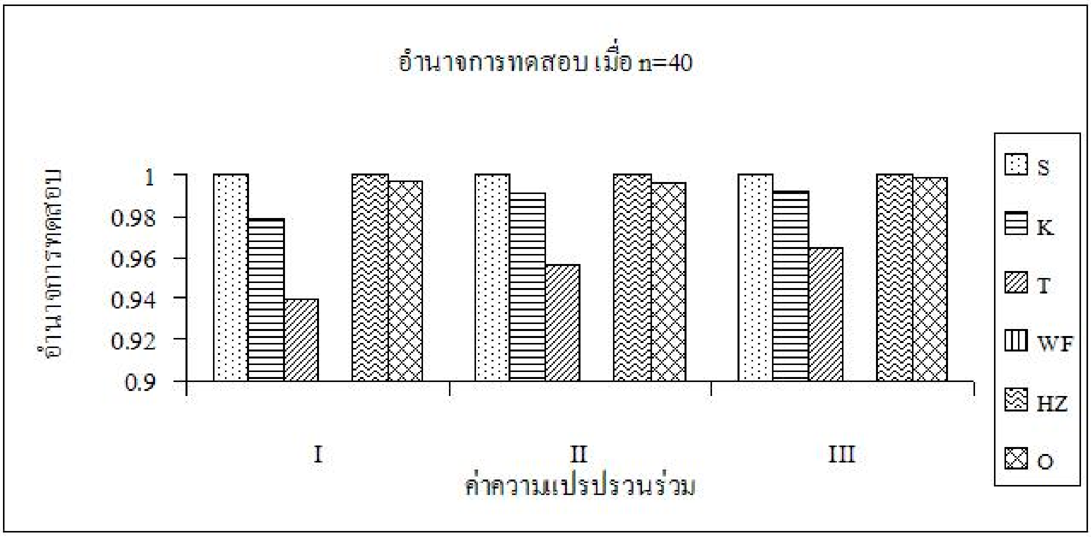
หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



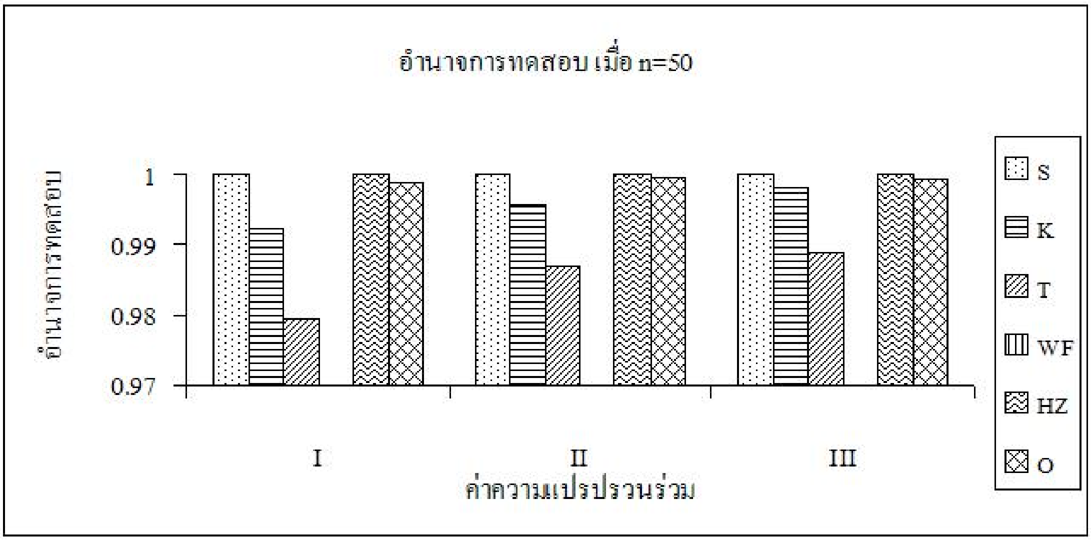
ภาพที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



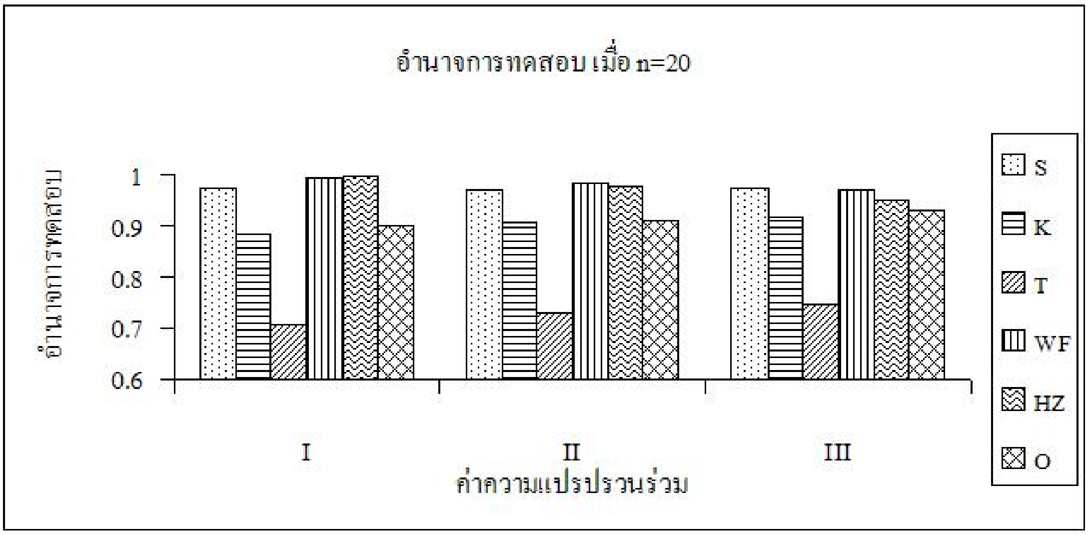
ภาพที่ 9 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



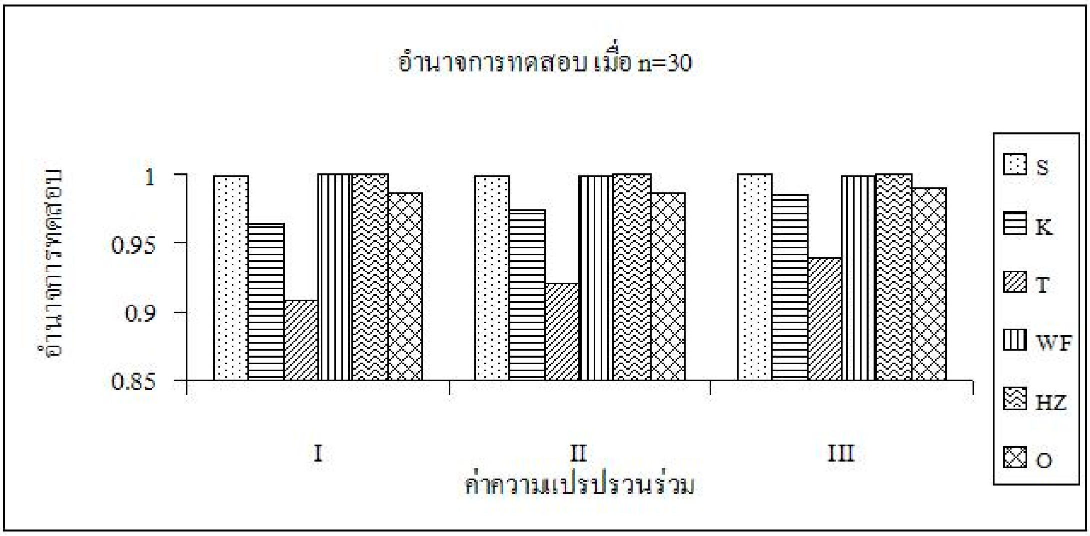
ภาพที่ 10 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



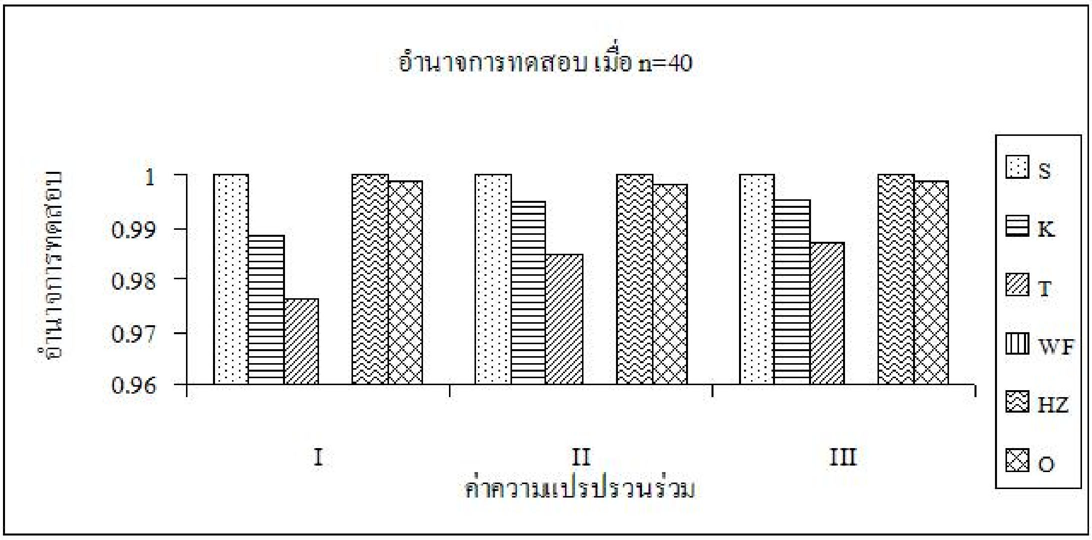
ภาพที่ 11 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



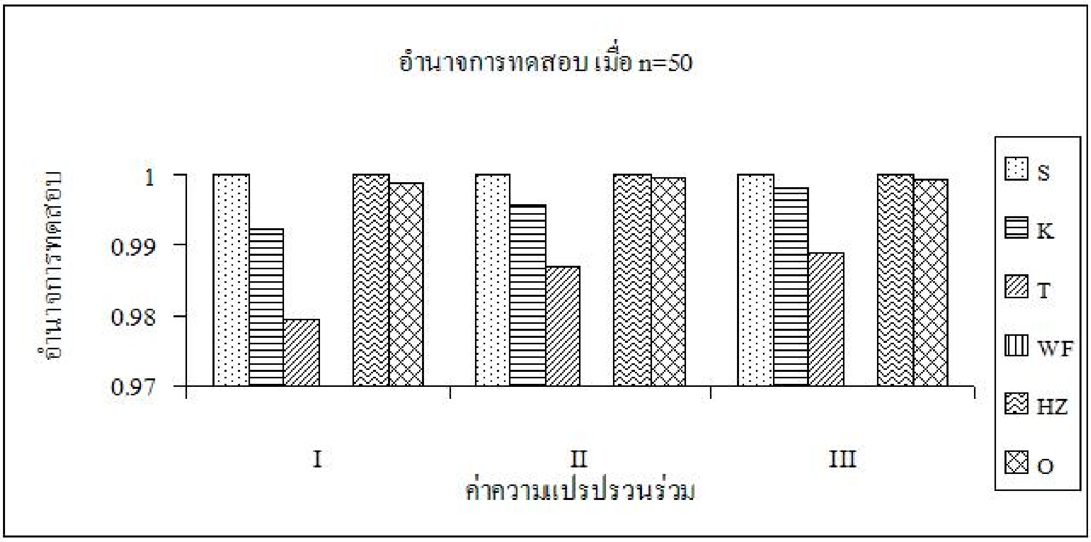
ภาพที่ 12 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 13 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 14 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 15 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร ดังตารางที่ 8 – 9 และภาพที่ 8 – 15 สรุปได้ดังนี้

ระดับนัยสำคัญ 0.05

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 8 พบว่า สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 และ 0.6 และสถิติ S ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อความแปรปรวนเท่ากับ 0.9 และเมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบเป็นเปอร์เซ็นต์ของการทดสอบจะพบว่า สถิติ S, K, W_F, HZ และ O ให้อำนาจการทดสอบมากกว่า 80 เปอร์เซ็นต์

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 9 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี โดยอำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงเมื่อความแปรปรวนร่วมมีค่าเพิ่มขึ้น รองลงมาคือ สถิติ W_F และ S ซึ่งให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน และเมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบเป็นเปอร์เซ็นต์ของการทดสอบจะพบว่า สถิติ HZ, W_F, S, O และ K ให้อำนาจการทดสอบมากกว่า 95 เปอร์เซ็นต์

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n= 40 และ 50)

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 จากภาพที่ 10 พบว่า สถิติ HZ และ S จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม โดยเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.6 และ 0.9 ค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทั้งสองมีค่าเท่ากัน เท่ากับ 1

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 จากภาพที่ 11 พบว่า สถิติ HZ และ S จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม ซึ่งให้ค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทั้งสองมีค่าเท่ากัน คือ เท่ากับ 1

ระดับนัยสำคัญ 0.10

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 12 พบว่า เมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.6 สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด และเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.9 สถิติ S ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 13 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ W_F และ S ซึ่งให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน

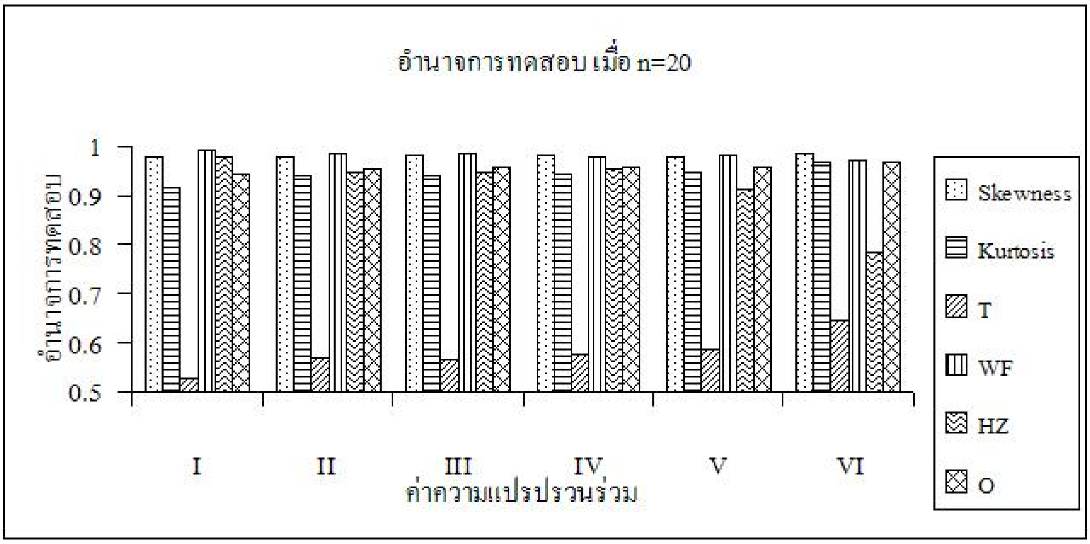
3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n= 40 และ 50)

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 จากภาพที่ 14 - 15 พบว่า สถิติ HZ และ S จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเท่ากันทุกค่าความแปรปรวนร่วม

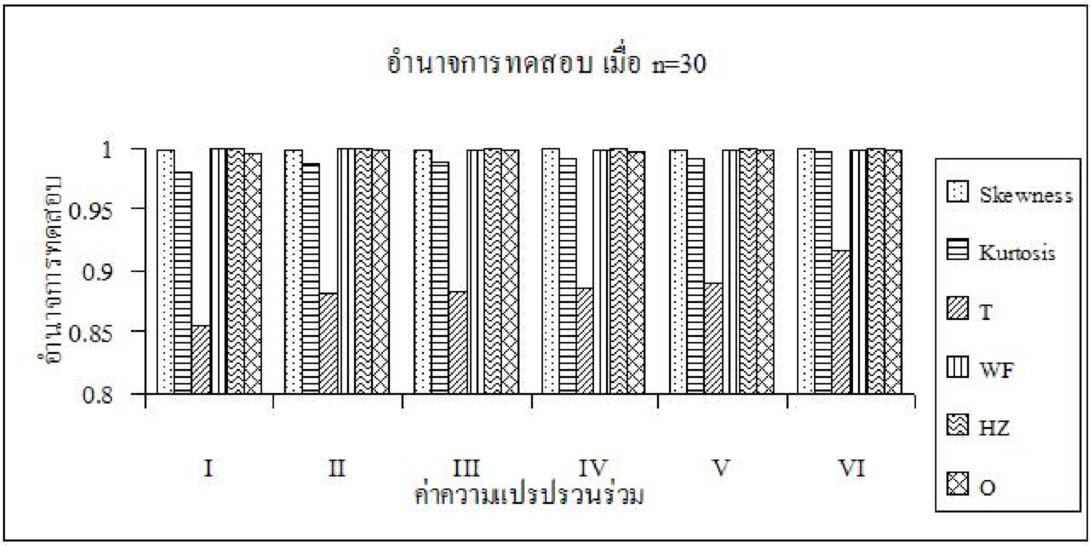
ตารางที่ 10 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร (p=3) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9770	0.9170	0.5284	0.9918	0.9780	0.9426
	30	0.9992	0.9804	0.8556	0.9996	1.0000	0.9952
	40	1.0000	0.9954	0.9630	-	1.0000	0.9998
แบบที่ 1	50	1.0000	1.0000	0.9906	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .9 \\ .3 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9772	0.9384	0.5674	0.9830	0.9468	0.9540
	30	0.9986	0.9884	0.8818	0.9994	1.0000	0.9992
	40	1.0000	0.9988	0.9740	-	1.0000	1.0000
แบบที่ 2	50	1.0000	1.0000	0.9952	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .9 \\ .3 & 1 & .3 \\ .9 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9792	0.9402	0.5644	0.9856	0.9472	0.9558
	30	0.9986	0.9896	0.8826	0.9992	1.0000	0.9982
	40	1.0000	0.9992	0.9768	-	1.0000	1.0000
แบบที่ 3	50	1.0000	1.0000	0.9966	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .3 \\ .9 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9818	0.9416	0.5772	0.9776	0.9545	0.9562
	30	0.9998	0.9908	0.8862	0.9986	1.0000	0.9972
	40	1.0000	0.9988	0.9732	-	1.0000	0.9991
แบบที่ 4	50	1.0000	0.9998	0.9948	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .6 & .6 \\ .6 & 1 & .6 \\ .6 & .6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9772	0.9464	0.5842	0.9812	0.9110	0.9580
	30	0.9992	0.9914	0.8904	0.9986	1.0000	0.9984
	40	1.0000	0.9990	0.9744	-	1.0000	1.0000
แบบที่ 5	50	1.0000	1.0000	0.9942	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .9 \\ .9 & 1 & .9 \\ .9 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9842	0.9674	0.6474	0.9740	0.7856	0.9686
	30	0.9998	0.9976	0.9170	0.9980	1.0000	0.9992
	40	1.0000	0.9996	0.9830	-	1.0000	1.0000
แบบที่ 6	50	1.0000	1.0000	0.9958	-	1.0000	1.0000

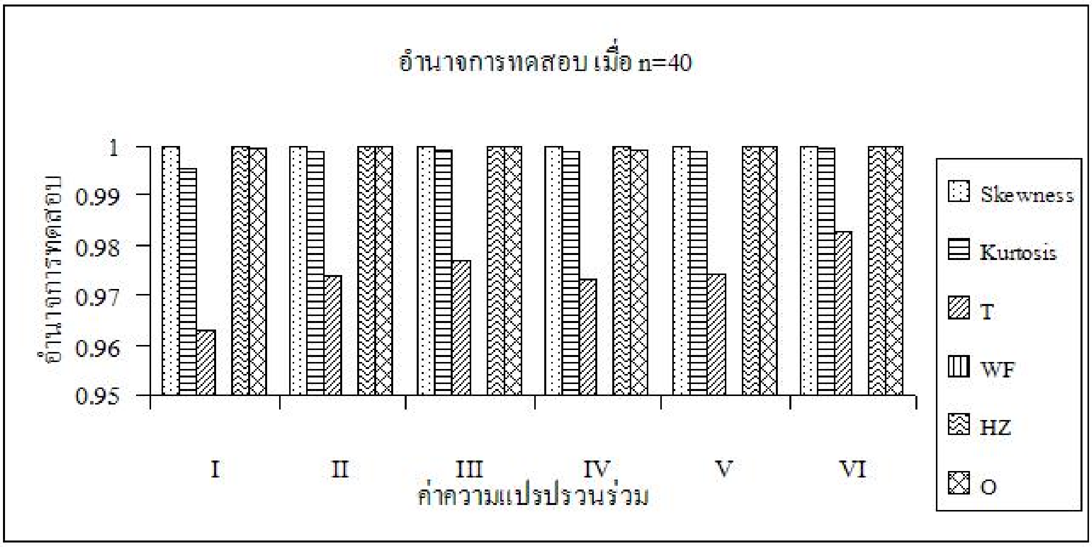
หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



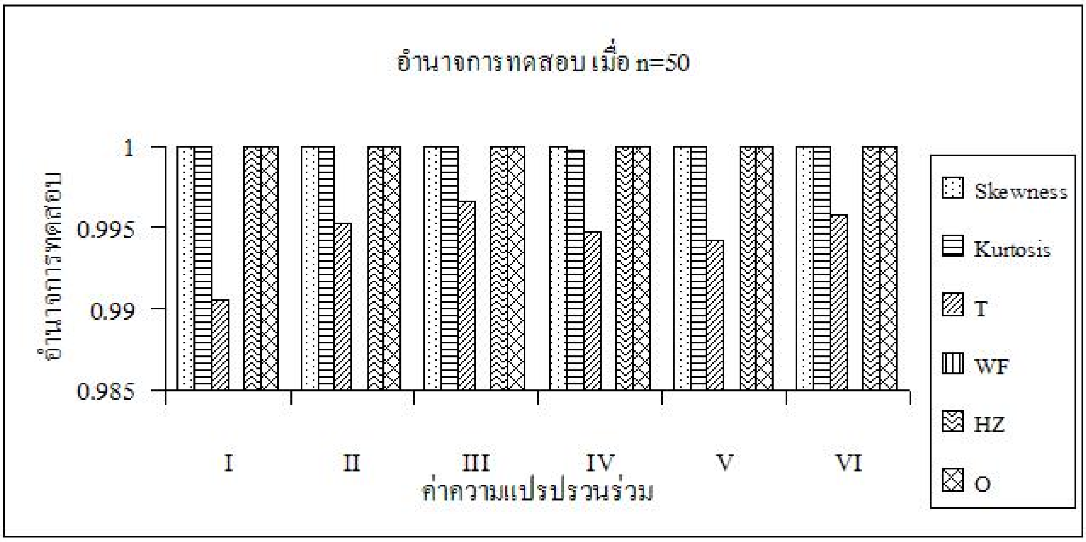
ภาพที่ 16 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 17 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 18 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

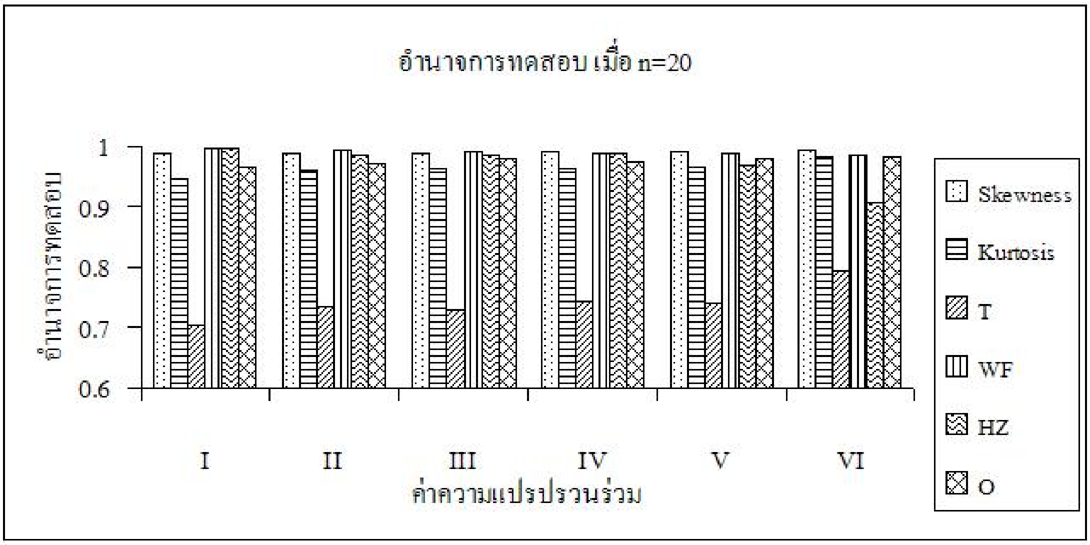


ภาพที่ 19 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

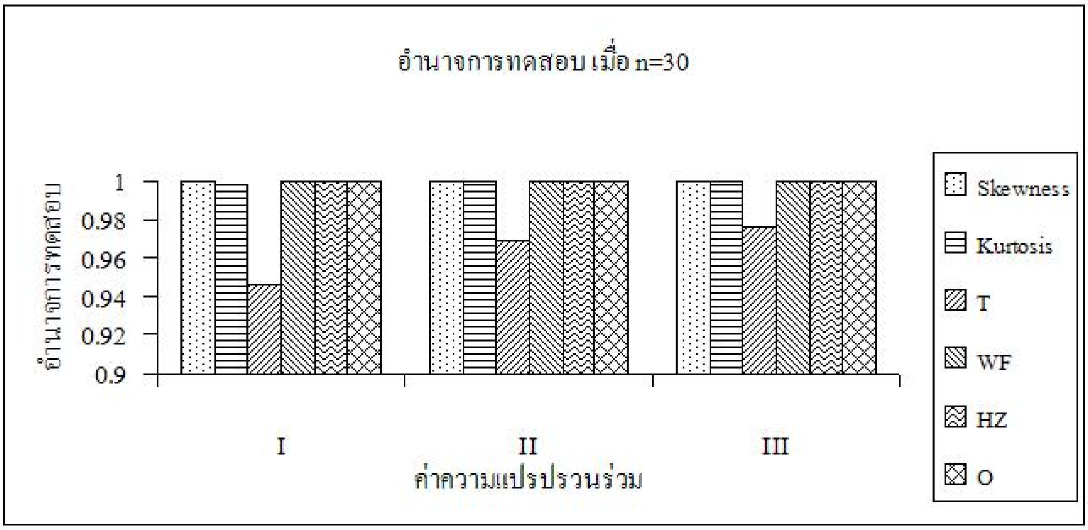
ตารางที่ 11 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร (p=3) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	$\mathbf{W_F}$	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9870	0.9482	0.7024	0.9962	0.9960	0.9662
	30	0.9998	0.9890	0.9264	0.9996	1.0000	0.9972
	40	1.0000	0.9976	0.9862	-	1.0000	1.0000
แบบที่ 1	50	1.0000	1.0000	0.9968	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .9 \\ .3 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9878	0.9594	0.7348	0.9926	0.9836	0.9708
	30	0.9998	0.9934	0.9418	0.9996	1.0000	0.9996
	40	1.0000	0.9996	0.9928	-	1.0000	1.0000
แบบที่ 2	50	1.0000	1.0000	0.9988	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .9 \\ .3 & 1 & .3 \\ .9 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9890	0.9636	0.7272	0.9916	0.9846	0.9778
	30	0.9996	0.9938	0.9454	0.9996	1.0000	0.9994
	40	1.0000	0.9998	0.9932	-	1.0000	1.0000
แบบที่ 3	50	1.0000	1.0000	0.9988	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .3 \\ .9 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9908	0.9638	0.7422	0.9874	0.9874	0.9752
	30	1.0000	0.9958	0.9456	0.9994	1.0000	0.9994
	40	1.0000	0.9992	0.9914	-	1.0000	1.0000
แบบที่ 4	50	1.0000	1.0000	0.9988	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .6 & .6 \\ .6 & 1 & .6 \\ .6 & .6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9896	0.9660	0.7396	0.9890	0.9684	0.9770
	30	0.9998	0.9950	0.9462	0.9998	1.0000	0.9994
	40	1.0000	0.9996	0.9908	-	1.0000	1.0000
แบบที่ 5	50	1.0000	1.0000	0.9992	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .9 \\ .9 & 1 & .9 \\ .9 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9944	0.9814	0.7926	0.9848	0.9074	0.9820
	30	0.9998	0.9986	0.9582	0.9994	1.0000	0.9998
	40	1.0000	1.0000	0.9934	-	1.0000	1.0000
แบบที่ 6	50	1.0000	1.0000	0.9994	-	1.0000	1.0000

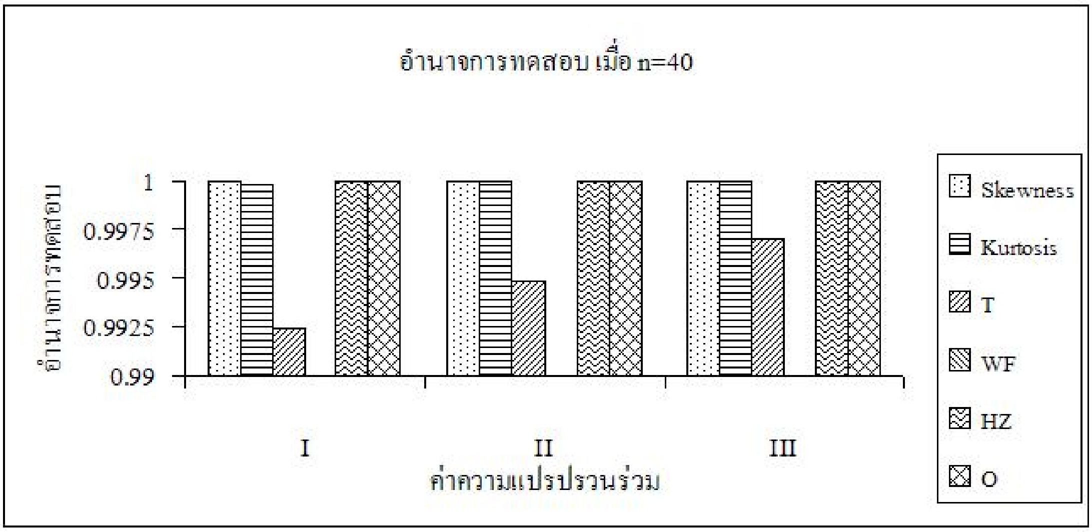
หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



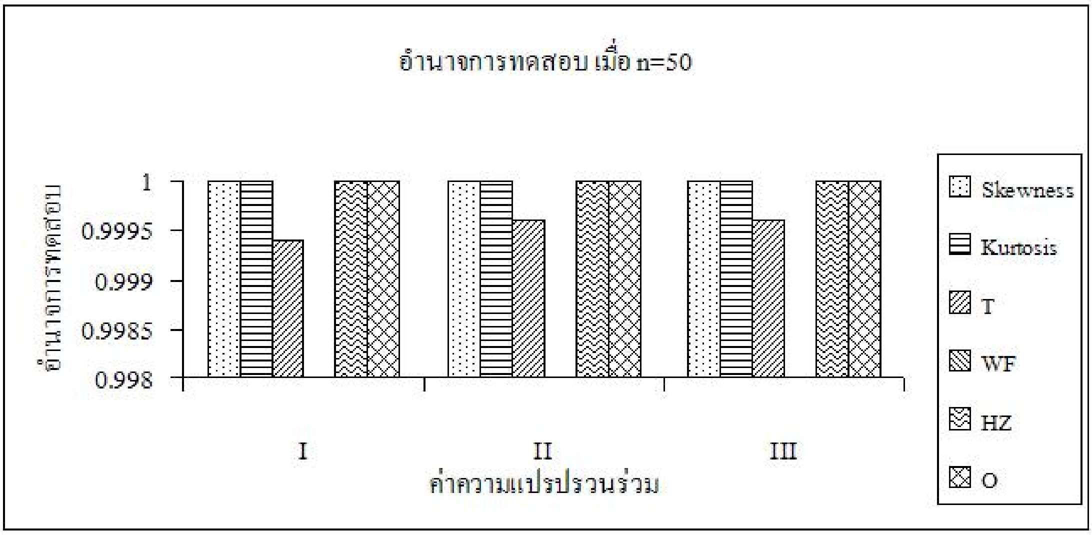
ภาพที่ 20 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร $n = 20$ และ $\alpha = 0.10$ กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 21 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร $n = 30$ และ $\alpha = 0.10$ กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 22 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 23 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร ดังผลจากตารางที่ 10 – 11 และภาพที่ 16 – 23 สรุปได้ดังนี้

ระดับนัยสำคัญ 0.05

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n= 20)

จากภาพที่ 16 พบว่า เมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมเป็นแบบที่ 1, 2, 3 และ 5 สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ส่วนเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมเป็นรูปแบบที่ 4 และ 6 สถิติทดสอบ S ให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือ สถิติ W_F

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n= 30)

จากภาพที่ 17 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมาคือ สถิติ W_F, S และ O โดยสถิติ S และ O จะมีอำนาจการทดสอบสูงขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมมีค่าสูงขึ้น (เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบที่ 1, 5 และ 6) และมีอำนาจการทดสอบสูงกว่า สถิติ W_F เมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมเป็น 0.9 (แบบที่ 6)

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n= 40 และ 50)

จากภาพที่ 18 – 19 พบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 สถิติ HZ และ S ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม ขณะที่สถิติ O มีอำนาจการทดสอบสูงเมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมรูปแบบที่ 2, 3, 5 และ 6 ส่วนกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 สถิติ HZ, O และ S จะให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมา คือ สถิติ K และ T ตามลำดับ

ระดับนัยสำคัญ 0.10

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n= 20)

จากภาพที่ 20 พบว่า เมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมเป็นแบบที่ 1, 2 และ 3 สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ส่วนเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมเป็นรูปแบบที่ 4, 5 และ 6 สถิติ S ให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือ สถิติ W_F

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n= 30)

จากภาพที่ 21 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมาคือ สถิติ S, W_F และ O โดยสถิติ O จะมีอำนาจการทดสอบสูงขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมมีค่าสูงขึ้น (เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบที่ 1, 5 และ 6)

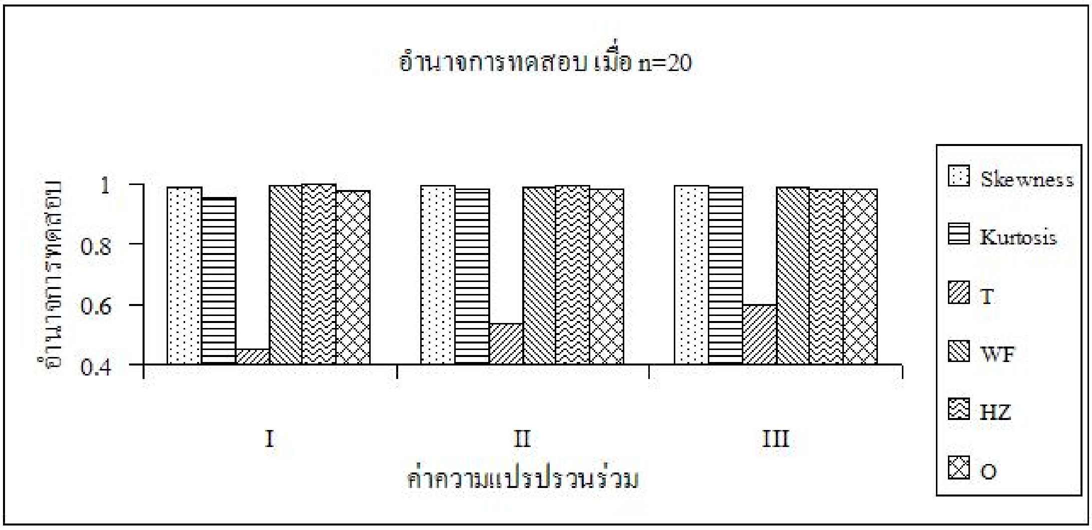
3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n= 40 และ 50)

จากภาพที่ 22 – 23 พบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 สถิติ HZ, S และ O ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมาคือ สถิติ K และ T ตามลำดับ ส่วนกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 สถิติ HZ, O, S และ K จะให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมา คือ สถิติ T

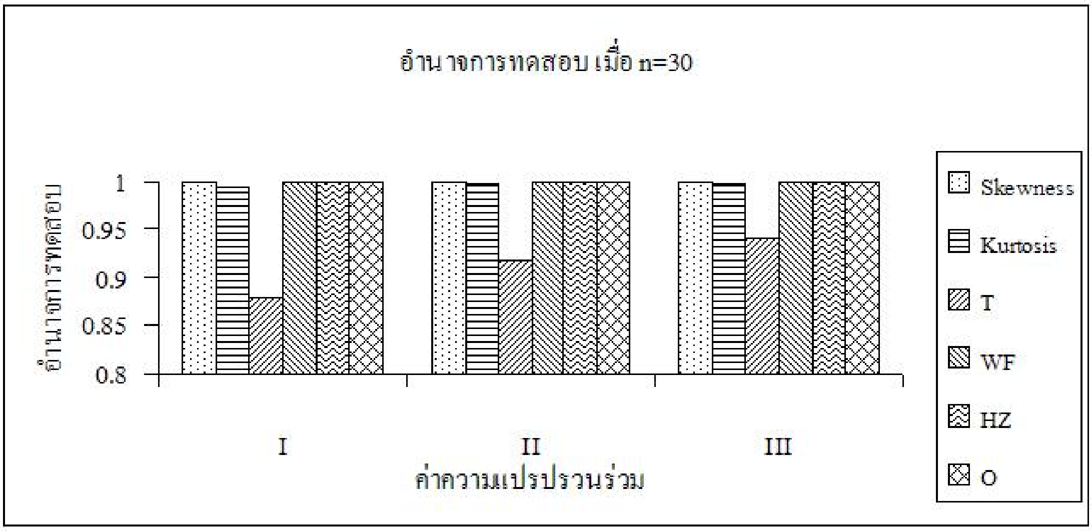
ตารางที่ 12 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร (p=4) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .3 & .3 \\ .3 & .3 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 1	20	0.9858	0.9544	0.4522	0.9968	0.9998	0.9728
	30	0.9998	0.9938	0.8794	1.0000	1.0000	0.9998
	40	1.0000	0.9996	0.9786	-	1.0000	1.0000
	50	1.0000	1.0000	0.9964	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .6 & .6 & .6 \\ .6 & 1 & .6 & .6 \\ .6 & .6 & 1 & .6 \\ .6 & .6 & .6 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 2	20	0.9914	0.9816	0.5394	0.9854	0.9950	0.9796
	30	1.0000	0.9990	0.9174	0.9996	1.0000	0.9996
	40	1.0000	0.9998	0.9868	-	1.0000	1.0000
	50	1.0000	1.0000	0.9982	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .9 & .9 \\ .9 & 1 & .9 & .9 \\ .9 & .9 & 1 & .9 \\ .9 & .9 & .9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 3	20	0.9910	0.9872	0.6012	0.9870	0.9806	0.9830
	30	0.9998	0.9990	0.9408	0.9998	1.0000	0.9998
	40	1.0000	1.0000	0.9926	-	1.0000	1.0000
	50	1.0000	1.0000	0.9994	-	1.0000	1.0000

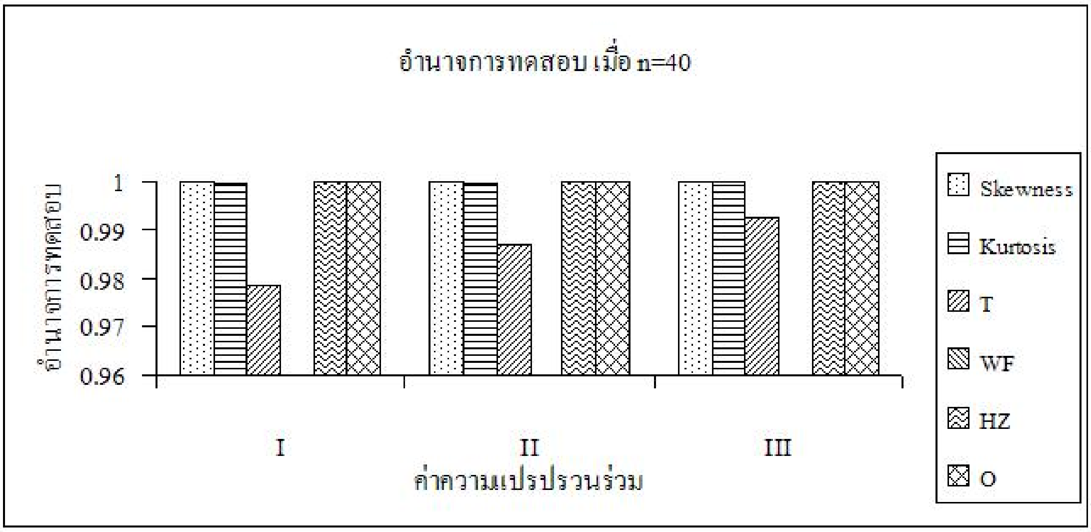
หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



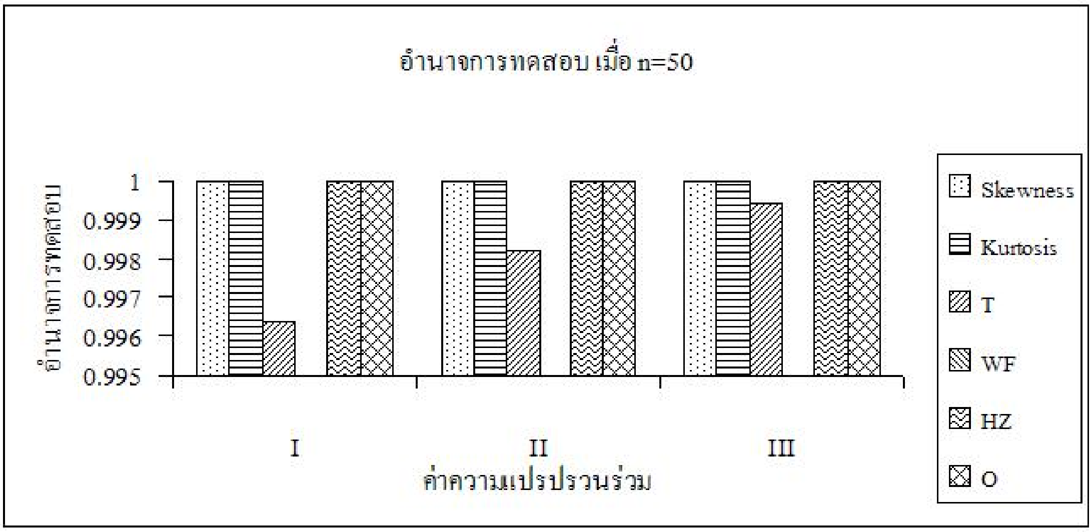
ภาพที่ 24 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 25 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 26 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

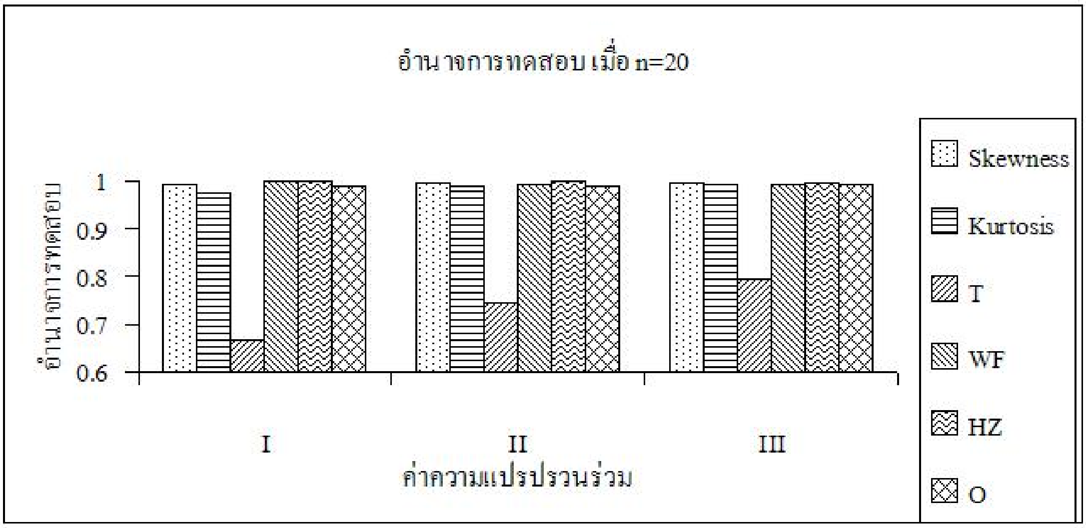


ภาพที่ 27 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

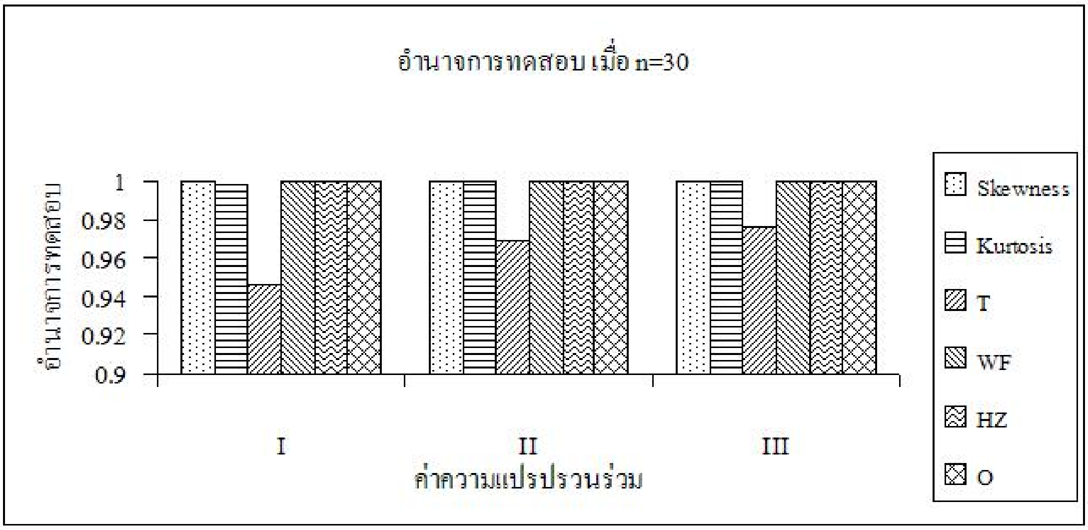
ตารางที่ 13 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร (p=4) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

Σ	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .3 & .3 \\ .3 & .3 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 1	20	0.9910	0.9710	0.6686	0.9988	1.0000	0.9876
	30	1.0000	0.9980	0.9462	1.0000	1.0000	1.0000
	40	1.0000	0.9998	0.9924	-	1.0000	1.0000
	50	1.0000	1.0000	0.9994	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .6 & .6 & .6 \\ .6 & 1 & .6 & .6 \\ .6 & .6 & 1 & .6 \\ .6 & .6 & .6 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 2	20	0.9958	0.9884	0.7438	0.9938	0.9998	0.9890
	30	1.0000	0.9996	0.9688	0.9998	1.0000	1.0000
	40	1.0000	1.0000	0.9948	-	1.0000	1.0000
	50	1.0000	1.0000	0.9996	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .9 & .9 \\ .9 & 1 & .9 & .9 \\ .9 & .9 & 1 & .9 \\ .9 & .9 & .9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 3	20	0.9960	0.9934	0.7910	0.9918	0.9962	0.9912
	30	1.0000	0.9998	0.9756	1.0000	1.0000	1.0000
	40	1.0000	1.0000	0.9970	-	1.0000	1.0000
	50	1.0000	1.0000	0.9996	-	1.0000	1.0000

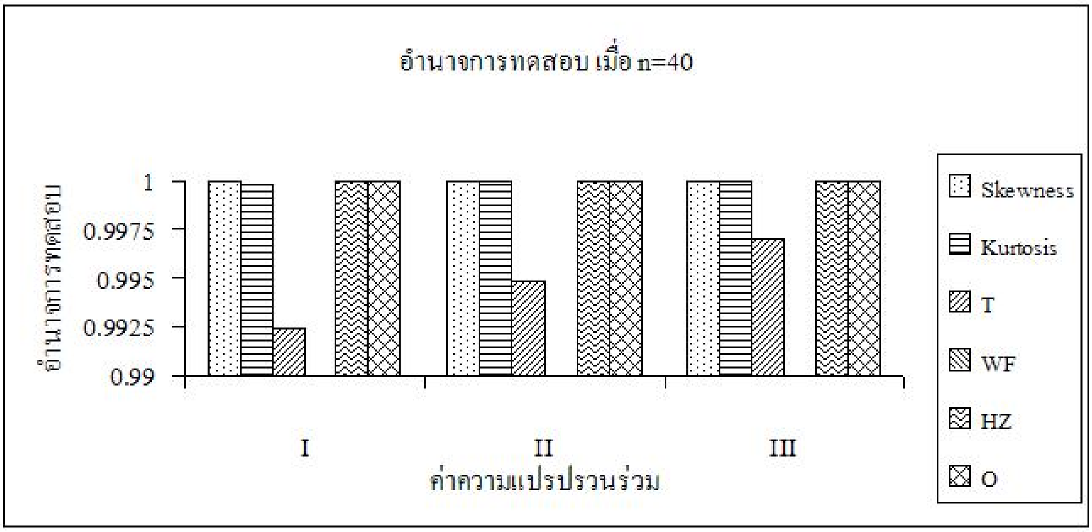
หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



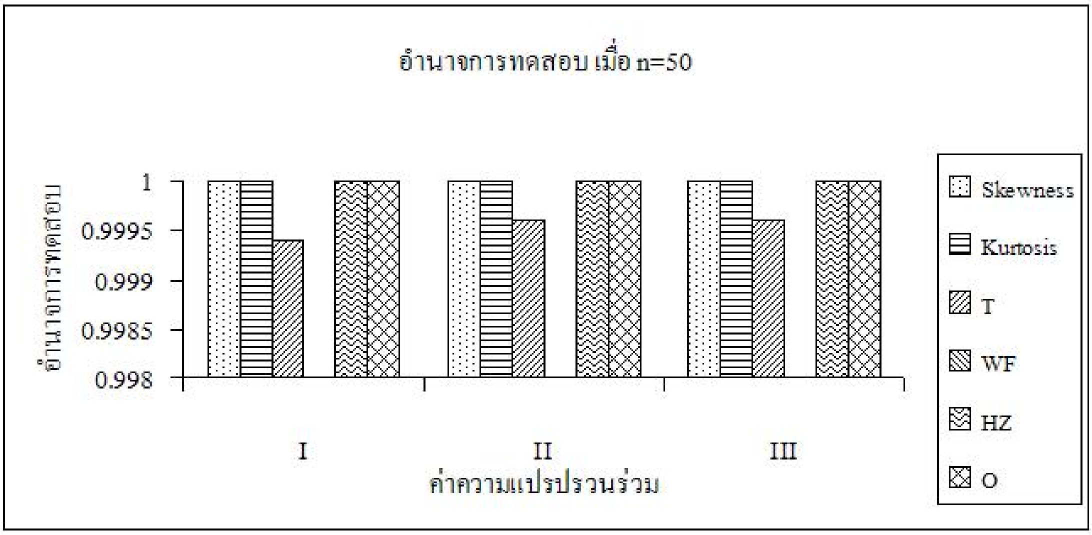
ภาพที่ 28 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 29 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 30 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 31 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร ดังผลจากตารางที่ 12 – 13 และภาพที่ 24 – 31 สรุปได้ดังนี้

ระดับนัยสำคัญ 0.05

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n= 20)

จากภาพที่ 24 พบว่า เมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมเป็นแบบที่ 1 และ 2 สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ส่วนเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมเป็นรูปแบบที่ 3 สถิติ S ให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือ สถิติ W_F

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n= 30)

จากภาพที่ 25 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมาคือ สถิติ W_F, S และ O ซึ่งให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n= 40 และ 50)

จากภาพที่ 26 – 27 พบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 สถิติ HZ, O และ S ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม ขณะที่สถิติ K มีอำนาจการทดสอบสูงเมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมรูปแบบที่ 3 ส่วนกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 สถิติ HZ, O, S และ K จะให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมา คือ สถิติ T

ระดับนัยสำคัญ 0.10

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n= 20)

จากภาพที่ 28 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมาคือ สถิติ S, W_F และ O

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n= 30)

จากภาพที่ 29 พบว่า สถิติ HZ, S และ O ให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันทุกค่าความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F ให้อำจากการทดสอบไม่แตกต่างกับสถิติ HZ, S และ O เมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมเป็นรูปแบบที่ 3

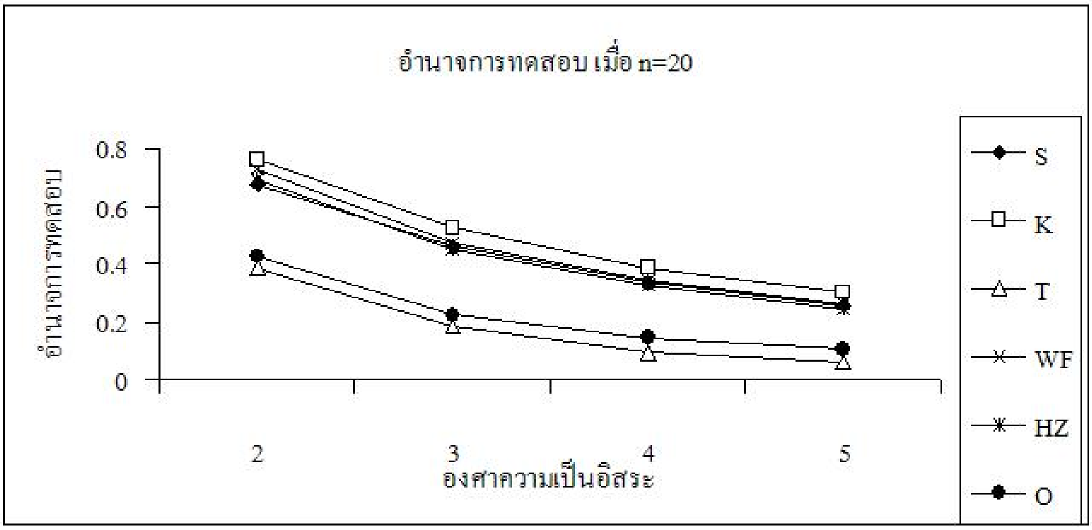
3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n= 40 และ 50)

จากภาพที่ 30 – 31 พบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 สถิติ HZ, O และ S ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม ขณะที่สถิติ K มีอำนาจการทดสอบสูงเมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมรูปแบบที่ 2 และ 3 ส่วนกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 สถิติ HZ, O, S และ K จะให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมา คือ สถิติ T

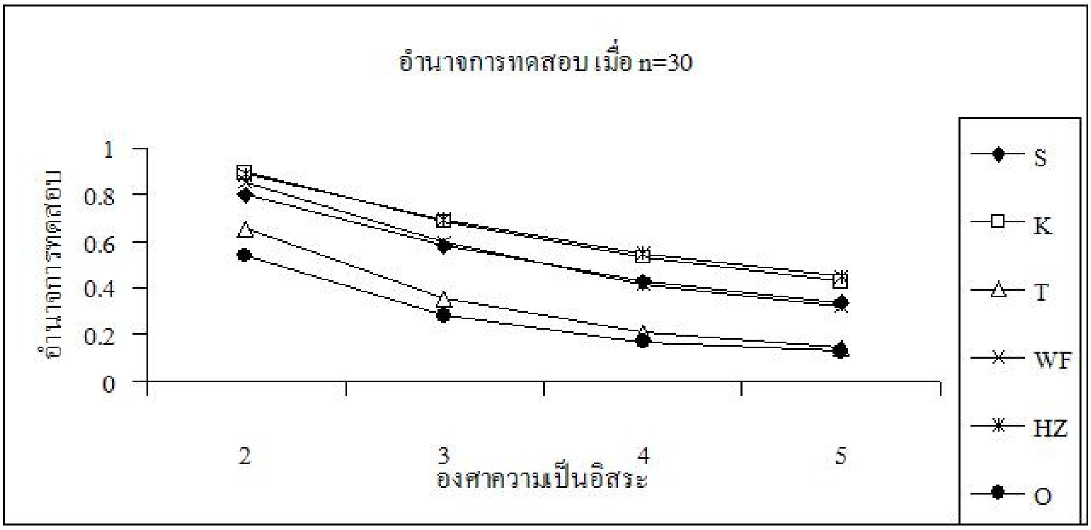
ตารางที่ 14 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร (p=2) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

df	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
2	20	0.6728	0.7604	0.3890	0.7252	0.6936	0.4270
	30	0.7958	0.8978	0.6550	0.8516	0.8894	0.5376
	40	0.8550	0.9588	0.8028	-	0.9144	0.5894
	50	0.8920	0.9818	0.8808	-	0.9540	0.6386
3	20	0.4578	0.5236	0.1830	0.4702	0.4528	0.2218
	30	0.5828	0.6880	0.3536	0.5940	0.6942	0.2800
	40	0.6628	0.8034	0.5138	-	0.6984	0.3178
	50	0.7094	0.8732	0.6084	-	0.7742	0.3476
4	20	0.3376	0.3884	0.0904	0.3442	0.3278	0.1444
	30	0.4260	0.5320	0.2108	0.4200	0.5488	0.1680
	40	0.4974	0.6444	0.3144	-	0.5098	0.1908
	50	0.5606	0.7374	0.4010	-	0.5908	0.2148
5	20	0.2566	0.3034	0.0566	0.2610	0.2448	0.1060
	30	0.3404	0.4276	0.1440	0.3200	0.4522	0.1308
	40	0.3944	0.5186	0.2098	0.3650	0.3848	0.1440
	50	0.4490	0.6016	0.2666	0.4257	0.4480	0.1488

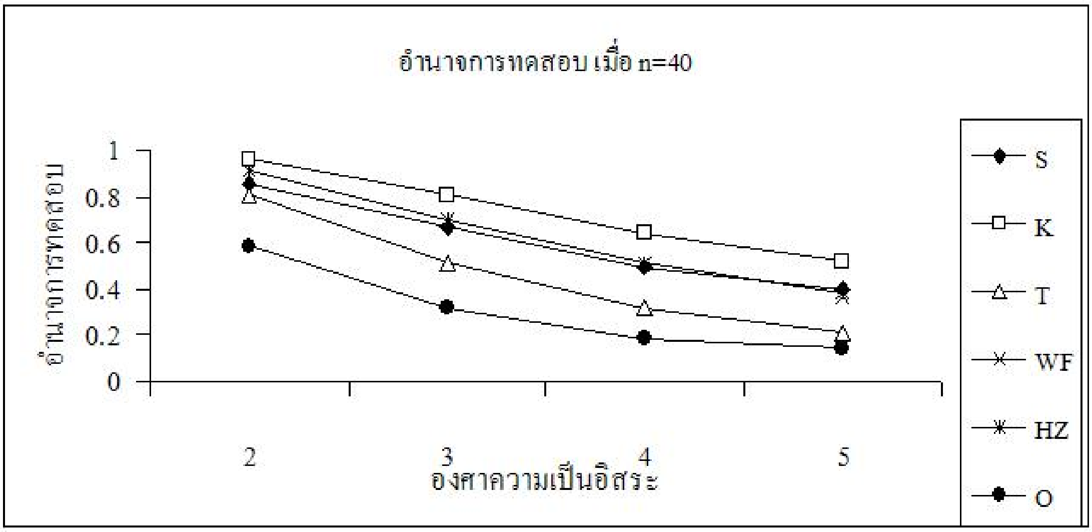
หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



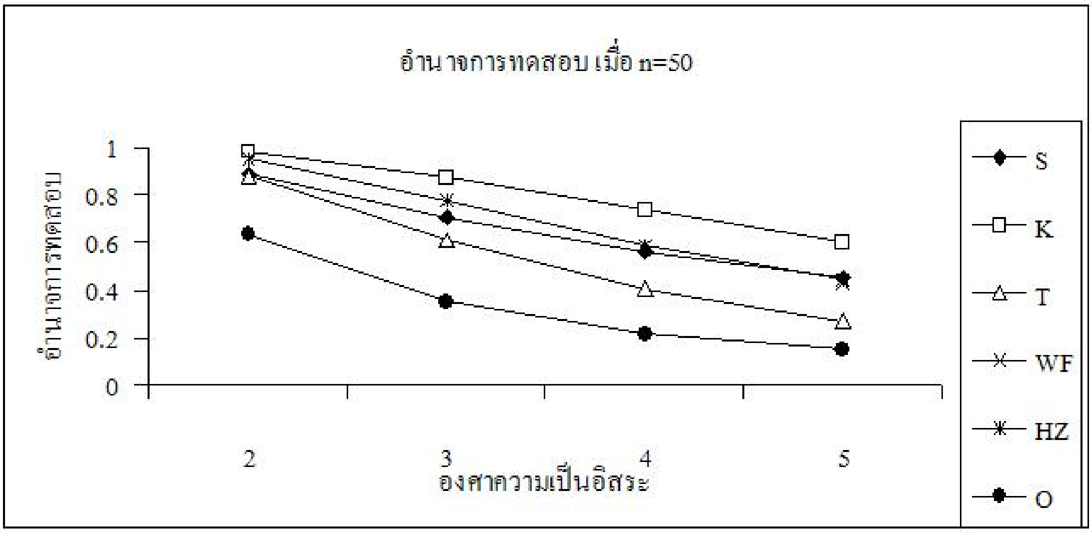
ภาพที่ 32 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 33 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 34 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 35 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังผลจากตารางที่ 14 และภาพที่ 32 – 35 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 32 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ W_F, S, HZ, O และ T โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระ (df) ของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 33 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ HZ, W_F, S, T และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 (df = 3) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ K, W_F, S, T และ O ตามลำดับ และเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ K, S, W_F, T และ O ตามลำดับ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

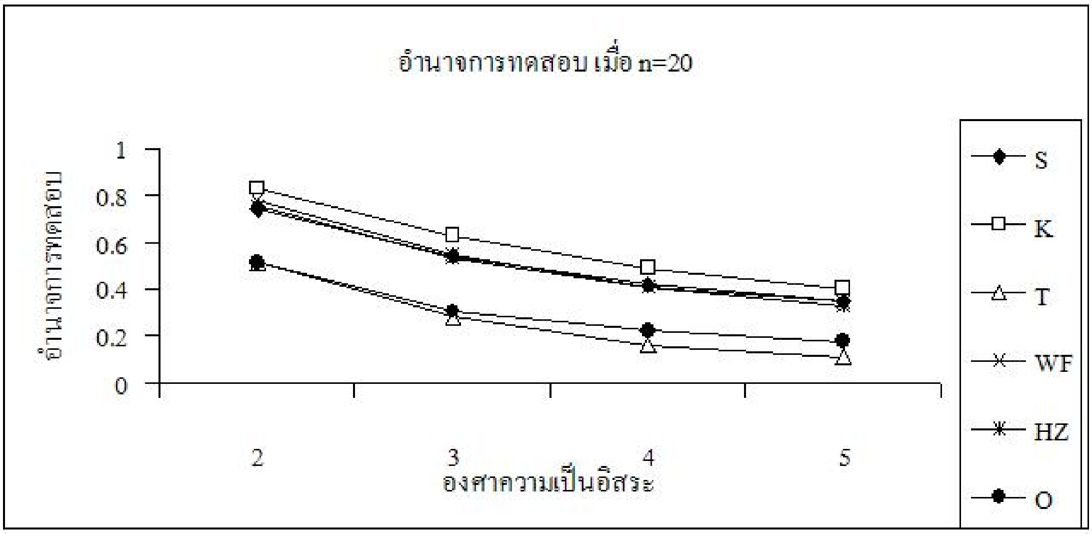
ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2, 3 และ 4 (df = 2, 3 และ 4) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ HZ, S, T และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ซึ่งสอดคล้องกับกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2, 3 และ 4 (df = 2, 3 และ 4) รองลงมาคือ สถิติ S, HZ, W_F, T และ O ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาภาพรวมของอำนาจการทดสอบเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทั้งขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 และทุกขนาดขององศาความเป็นอิสระ (df = 2, 3, 4 และ 5) โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

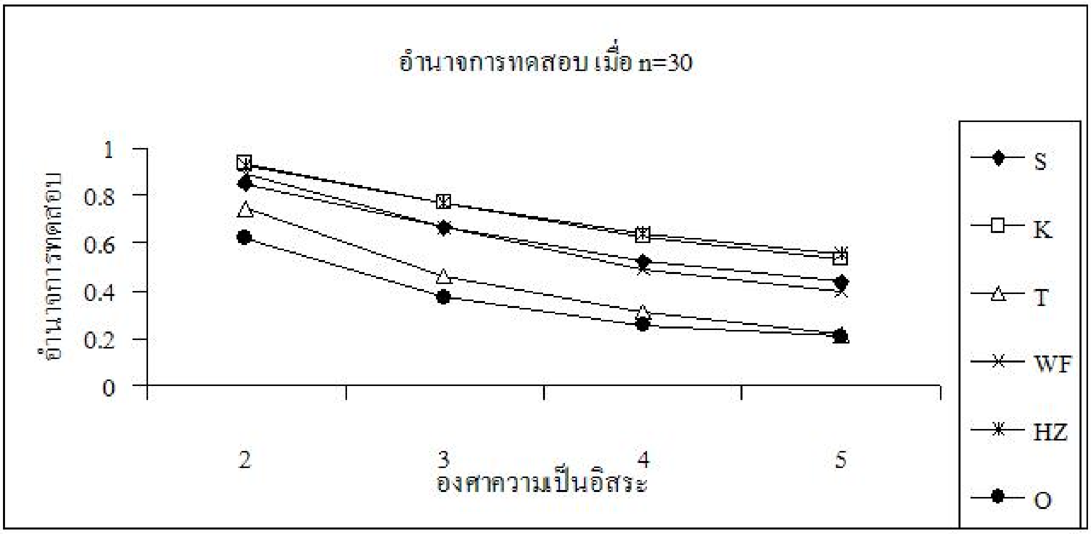
ตารางที่ 15 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร (p=2) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

df	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
2	20	0.7384	0.8300	0.5142	0.7806	0.7554	0.5200
	30	0.8462	0.9338	0.7498	0.8888	0.9248	0.6174
	40	0.8842	0.9756	0.8694	-	0.9410	0.6712
	50	0.9172	0.9898	0.9308	-	0.9688	0.7288
3	20	0.5418	0.6296	0.2834	0.5460	0.5362	0.3088
	30	0.6632	0.7716	0.4608	0.6646	0.7686	0.3696
	40	0.7238	0.8652	0.6188	-	0.7614	0.4164
	50	0.7702	0.9188	0.7080	-	0.8270	0.4548
4	20	0.4188	0.4890	0.1652	0.4152	0.4090	0.2258
	30	0.5218	0.6284	0.3076	0.4954	0.6400	0.2534
	40	0.5802	0.7344	0.4176	-	0.5964	0.2746
	50	0.6346	0.8132	0.5118	-	0.6664	0.3130
5	20	0.3488	0.4012	0.1104	0.3456	0.3302	0.1742
	30	0.4366	0.5310	0.2156	0.3990	0.5520	0.2086
	40	0.4812	0.6266	0.2980	0.4394	0.4790	0.2186
	50	0.5276	0.6982	0.3692	0.4849	0.5398	0.2382

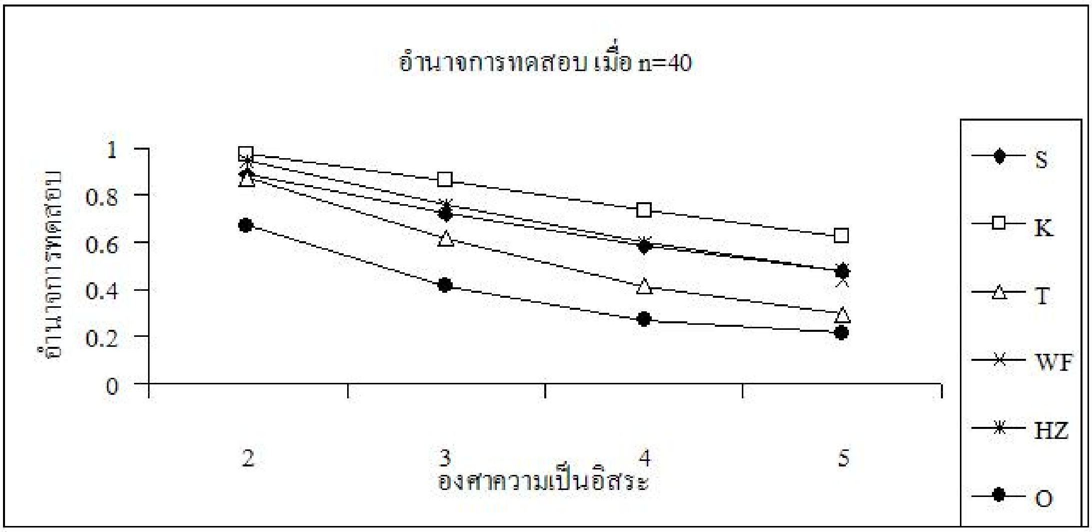
หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



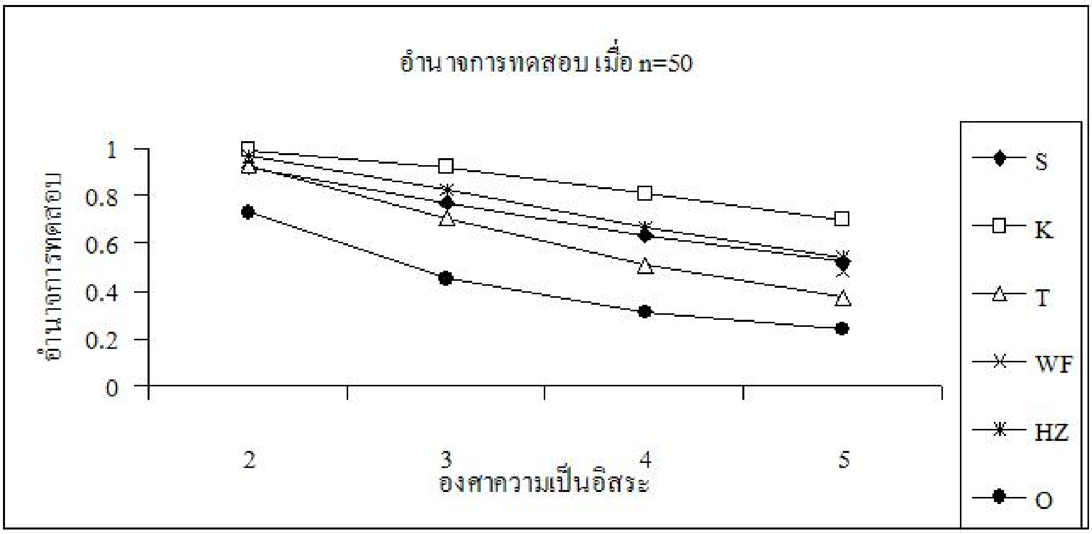
ภาพที่ 36 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 37 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 38 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 39 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังผลจากตารางที่ 15 และภาพที่ 35 – 39 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 35 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี ส่วนสถิติทดสอบอื่นๆ ให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 36 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 และ 3 (df = 2 และ 3) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ HZ, W_F, S, T และ O ตามลำดับ และเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ K, S, W_F, T และ O ตามลำดับ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

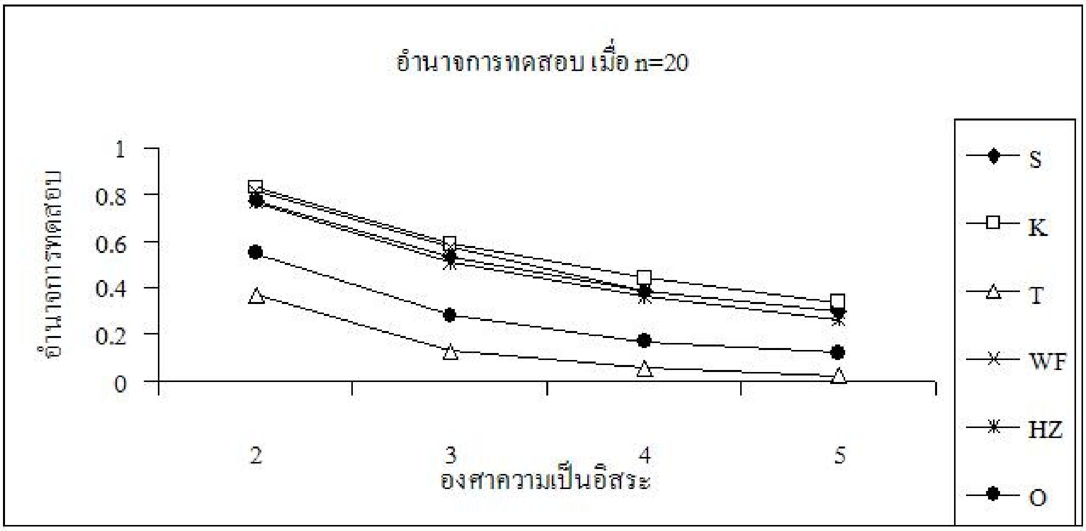
ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2, 3 และ 4 (df = 2, 3 และ 4) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ HZ, S, T และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 (df = 5) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2, 3 และ 4 รองลงมาคือ สถิติ S, HZ, W_F, T และ O ตามลำดับ

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 และ 3 (df = 2 และ 3) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ HZ, T , S และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3, 4 และ 5 (df = 3, 4 และ 5) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 รองลงมาคือ สถิติ HZ และ S ตามลำดับ

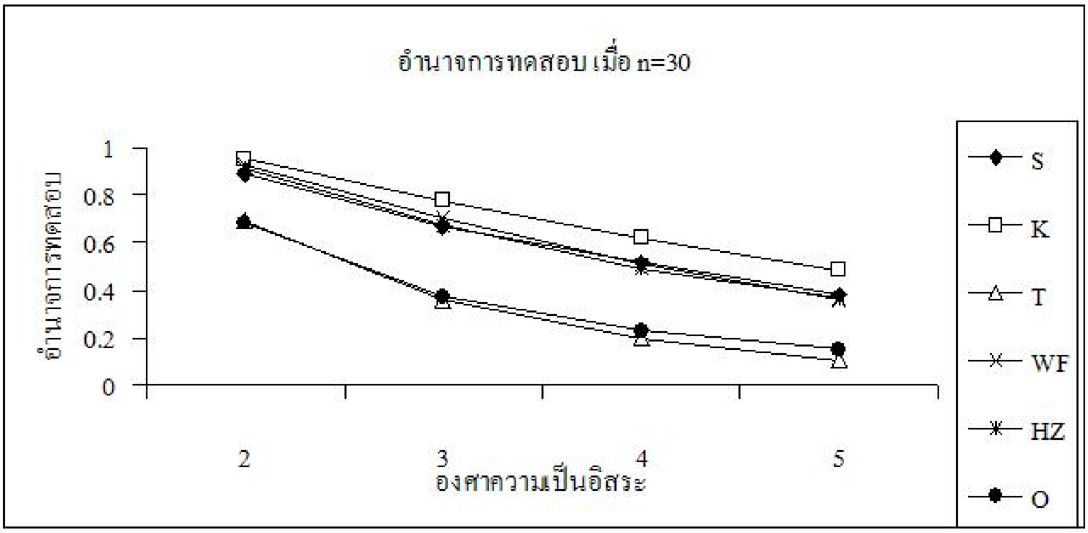
ตารางที่ 16 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร (p=3) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

df	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	W_F	**HZ**	**O**
2	20	0.7724	0.8310	0.3736	0.8170	0.7676	0.5468
	30	0.8884	0.9508	0.6870	0.9272	0.9140	0.6832
	40	0.9340	0.9870	0.8442	-	0.9646	0.7524
	50	0.9614	0.9966	0.9270	-	0.9868	0.8090
3	20	0.5310	0.5912	0.1306	0.5706	0.5094	0.2842
	30	0.6700	0.7780	0.3586	0.7078	0.6742	0.3722
	40	0.7668	0.8826	0.5362	-	0.7852	0.4288
	50	0.8322	0.9440	0.6604	-	0.8670	0.4754
4	20	0.3874	0.4434	0.0538	0.3858	0.3596	0.1700
	30	0.5132	0.6194	0.1974	0.5048	0.4956	0.2280
	40	0.5970	0.7328	0.3178	-	0.5964	0.2622
	50	0.6736	0.8258	0.4188	-	0.6804	0.2888
5	20	0.2950	0.3388	0.0262	0.2946	0.2672	0.1212
	30	0.3844	0.4802	0.1060	0.3608	0.3672	0.1502
	40	0.4682	0.5940	0.1914	-	0.4428	0.1738
	50	0.5402	0.6848	0.2632	-	0.5182	0.1852

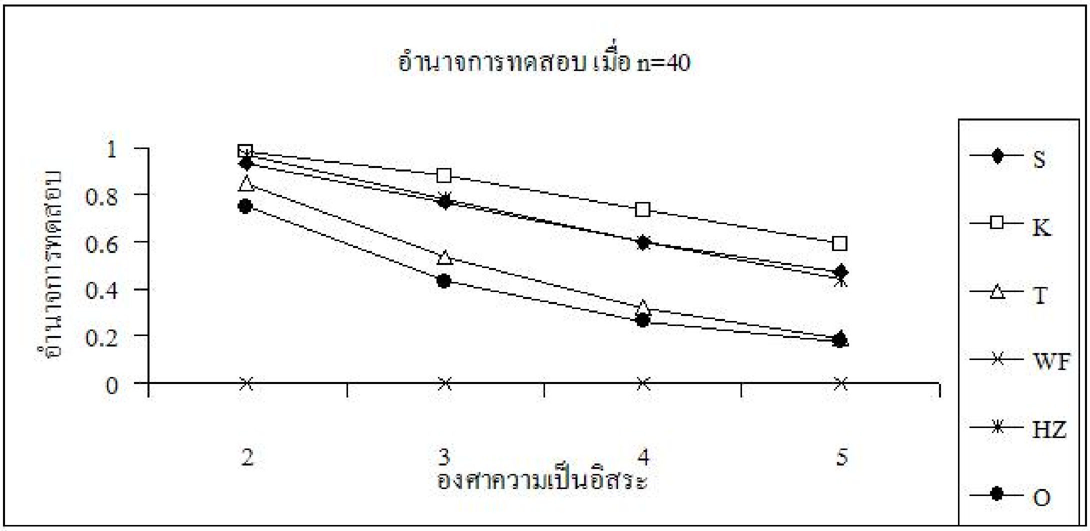
หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



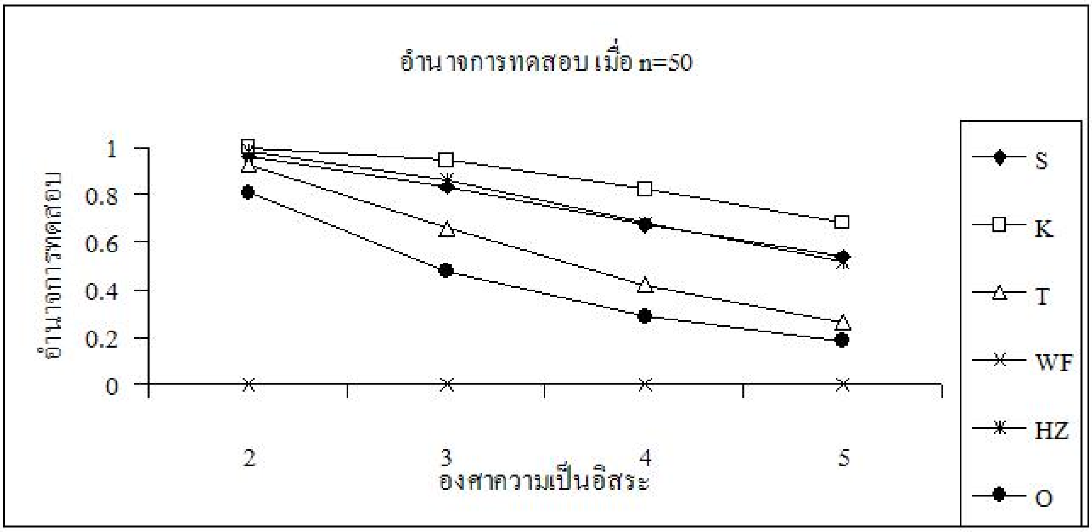
ภาพที่ 40 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 41 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 42 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 43 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังผลจากตารางที่ 16 และภาพที่ 40 – 43 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 40 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ W_F, S, HZ, O และ T ตามลำดับ โดยตัวสถิติ S ให้อำนาจการทดสอบสูงกว่า สถิติ W_F เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5)

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 41 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี ส่วนสถิติอื่นๆ ให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

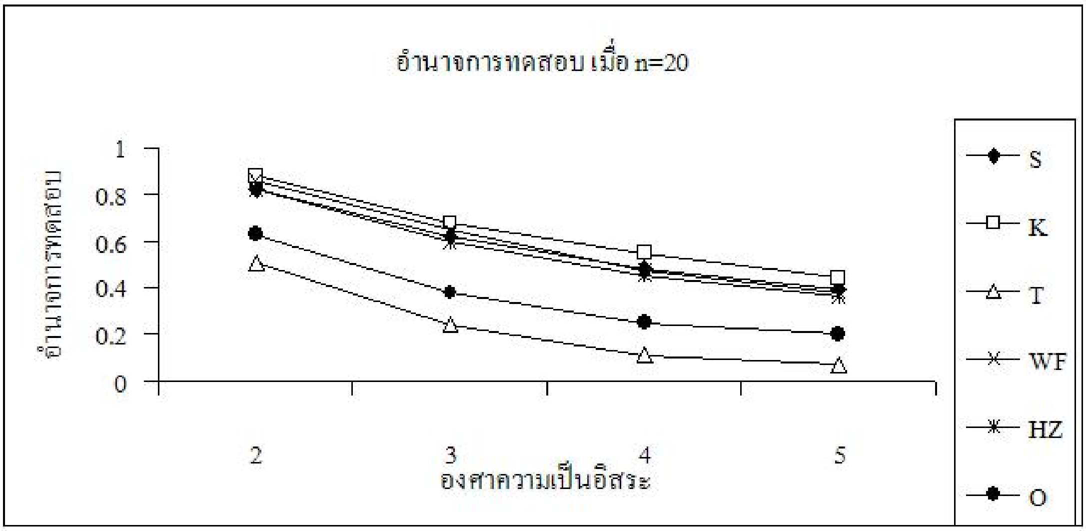
ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ HZ, S, T และ O ตามลำดับ ทุกขนาดองศาความเป็นอิสระ

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2, 3 และ 4 (df = 2, 3 และ 4) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ HZ, S, T และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 (df = 5) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ S, HZ, T และ O ตามลำดับ

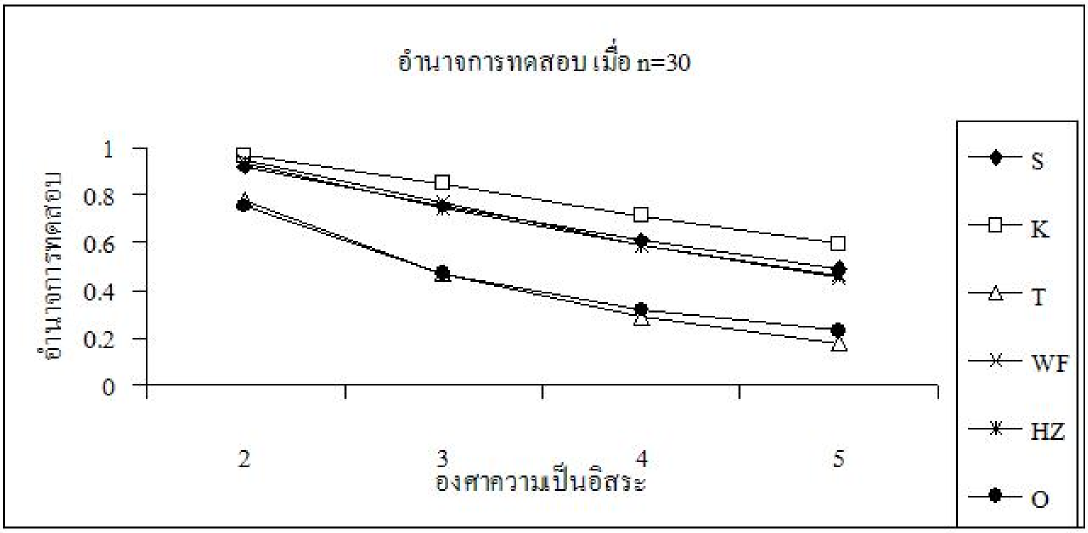
ตารางที่ 17 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร (p=3) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

df	**n**	**สถิติทดสอบ**					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
2	20	0.8226	0.8808	0.5072	0.8652	0.8242	0.6300
	30	0.9204	0.9714	0.7786	0.9468	0.9392	0.7526
	40	0.9556	0.9932	0.9086	-	0.9772	0.8156
	50	0.9724	0.9980	0.9620	-	0.9910	0.8668
3	20	0.6204	0.6790	0.2422	0.6468	0.5932	0.3752
	30	0.7522	0.8502	0.4706	0.7716	0.7486	0.4678
	40	0.8202	0.9264	0.6434	-	0.8358	0.5326
	50	0.8762	0.9654	0.7612	-	0.9030	0.5844
4	20	0.4874	0.5512	0.1160	0.4732	0.4550	0.2528
	30	0.6086	0.7112	0.2864	0.5880	0.5882	0.3180
	40	0.6762	0.8088	0.4252	-	0.6876	0.3586
	50	0.7376	0.8800	0.5382	-	0.7574	0.3956
5	20	0.3960	0.4400	0.0702	0.3756	0.3608	0.1984
	30	0.4908	0.5938	0.1742	0.4510	0.4564	0.2294
	40	0.5606	0.6888	0.2796	-	0.5366	0.2608
	50	0.6176	0.7720	0.3602	-	0.6122	0.2898

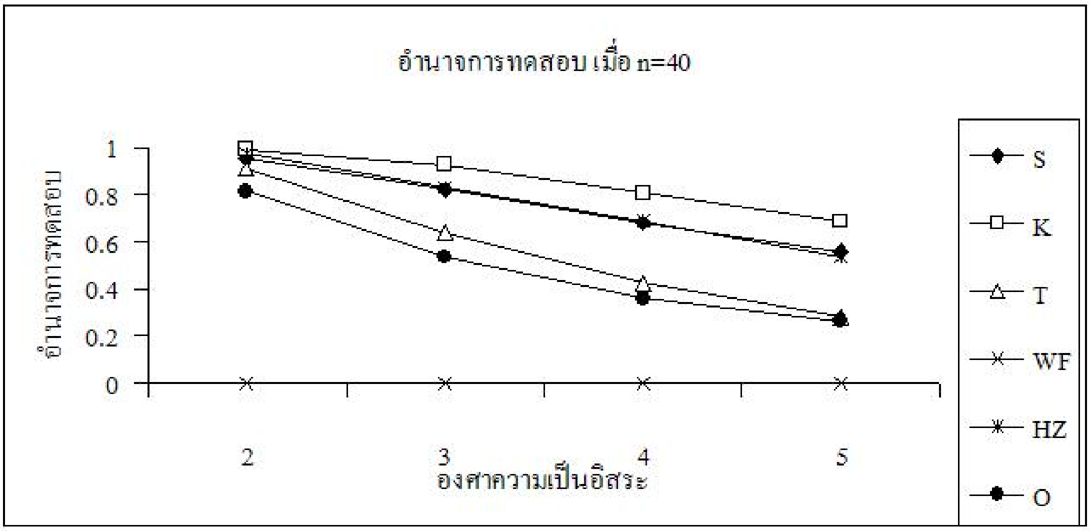
หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



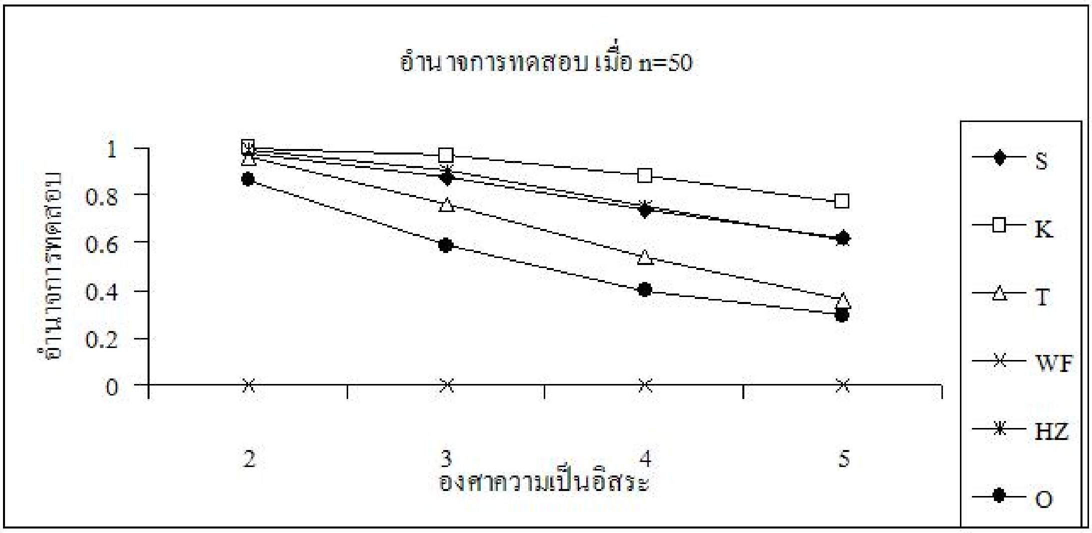
ภาพที่ 44 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 45 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 46 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 47 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังผลจากตารางที่ 17 และภาพที่ 44 – 47 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 44 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 และ 3 (df = 2 และ 3) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ W_F, S, HZ, T และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ S, W_F, HZ, T และ O ตามลำดับ

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 45 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ทุกกรณี ส่วนสถิติที่มีอำนาจการทดสอบ 3 อันดับรองลงมาคือ W_F, S และ HZ ตามลำดับ

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

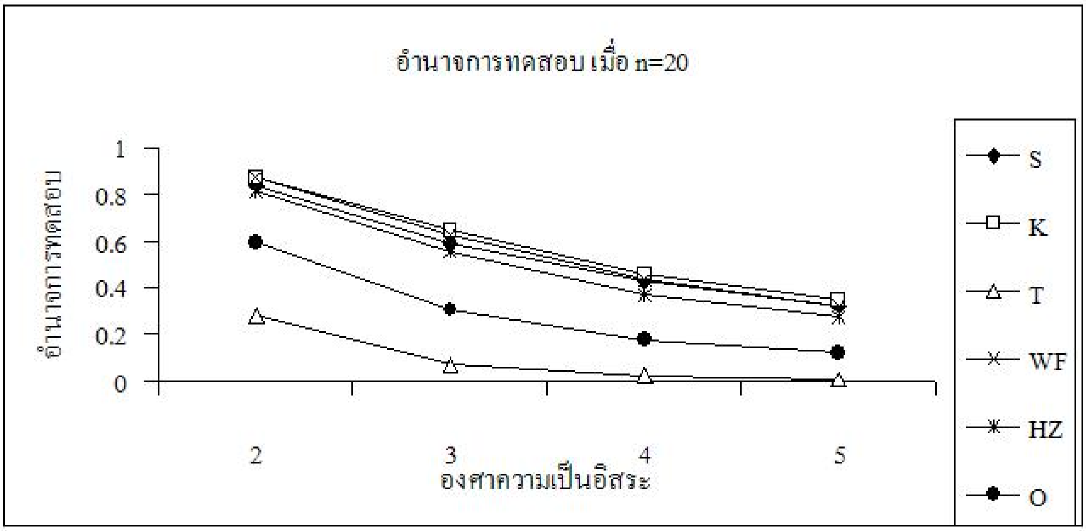
ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ HZ, S, T และ O ตามลำดับ โดยเมื่อองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 (df = 5) สถิติ S ให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติ HZ

เมื่อพิจารณาภาพรวมของอำนาจการทดสอบ พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกขนาดตัวอย่าง และองศาความเป็นอิสระ ทุกระดับนัยสำคัญ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

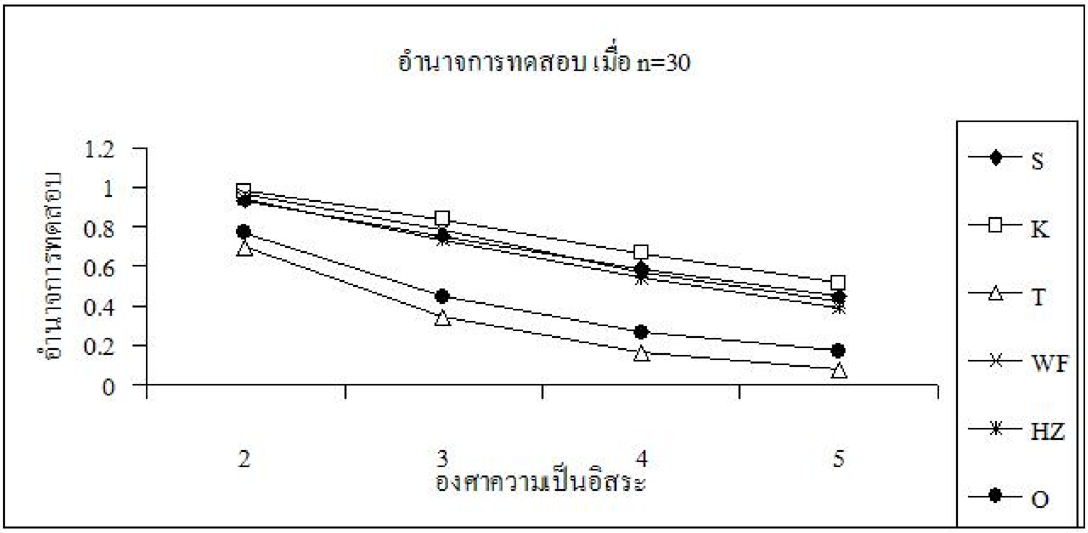
ตารางที่ 18 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร (p=4) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

df	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
2	20	0.8424	0.8746	0.2788	0.8720	0.8184	0.5982
	30	0.9328	0.9782	0.6924	0.9664	0.9390	0.7698
	40	0.9682	0.9932	0.8728	-	0.9776	0.8524
	50	0.9818	0.9986	0.9480	-	0.9912	0.8960
3	20	0.5914	0.6414	0.0708	0.6270	0.5548	0.3094
	30	0.7554	0.8350	0.3462	0.7776	0.7336	0.4460
	40	0.8424	0.9216	0.5470	-	0.8444	0.5306
	50	0.8876	0.9638	0.6998	-	0.9020	0.5996
4	20	0.4280	0.4614	0.0202	0.4372	0.3686	0.1782
	30	0.5864	0.6622	0.1660	0.5732	0.5382	0.2650
	40	0.6660	0.7846	0.3058	-	0.6422	0.3248
	50	0.7320	0.8552	0.4264	-	0.7144	0.3680
5	20	0.3216	0.3486	0.0046	0.3238	0.2728	0.1224
	30	0.4494	0.5184	0.0796	0.4200	0.3910	0.1758
	40	0.5346	0.6430	0.1722	0.4900	0.4788	0.2118
	50	0.5904	0.7228	0.2528	-	0.5446	0.2440

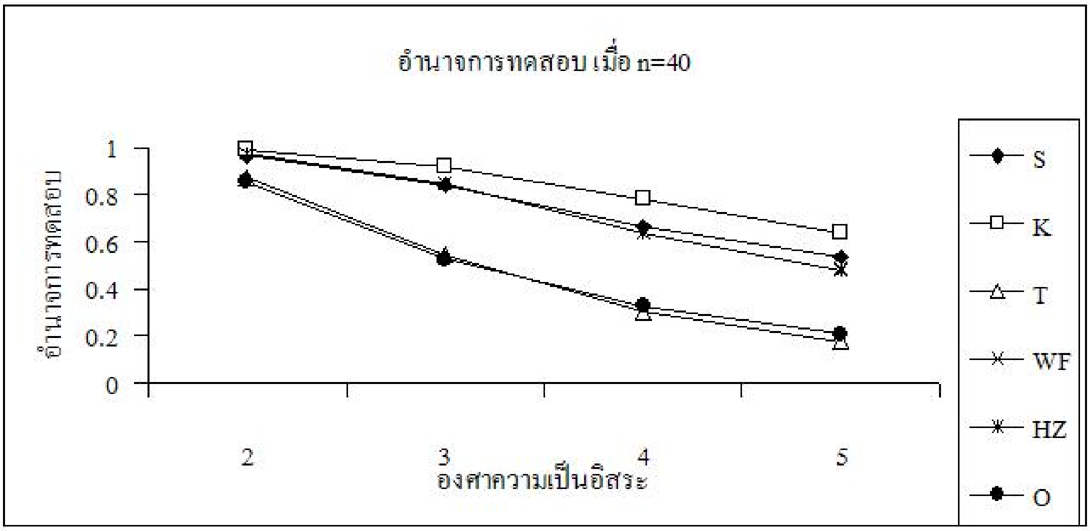
หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



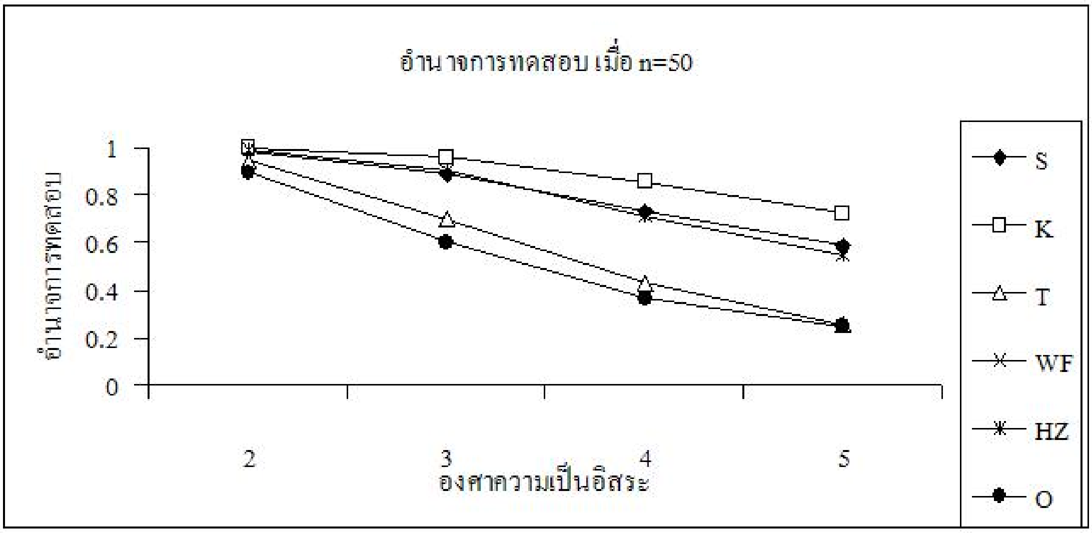
ภาพที่ 48 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 49 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 50 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 51 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังผลจากตารางที่ 18 และภาพที่ 48 – 51 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 48 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ W_F, S, HZ, T และ O ตามลำดับ

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 49 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ W_F, S, HZ, T และ O ตามลำดับ โดยเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ S ให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติ W_F

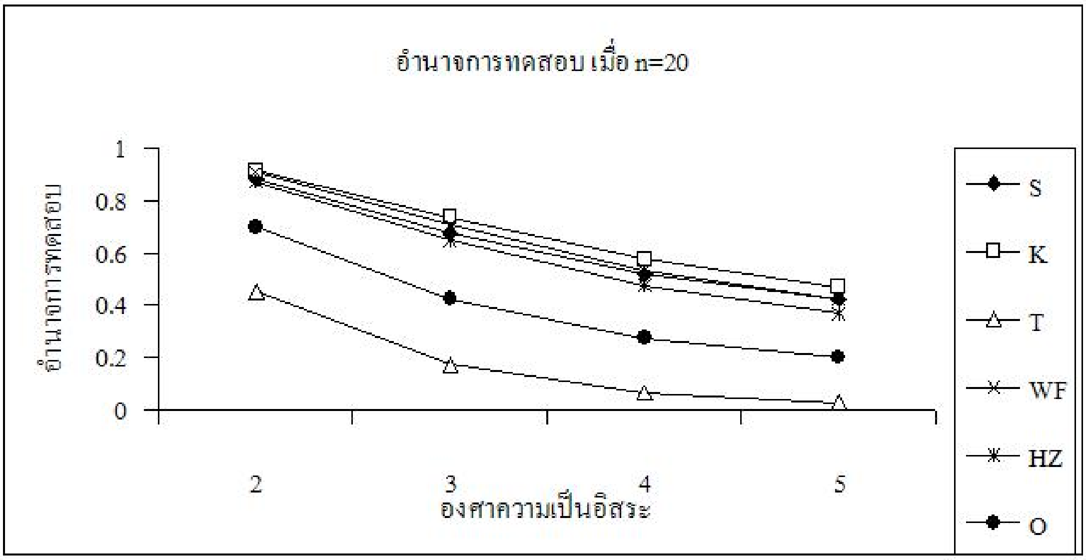
3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 - 50 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ HZ, S, T และ O ตามลำดับ โดยเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ S ให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติ HZ

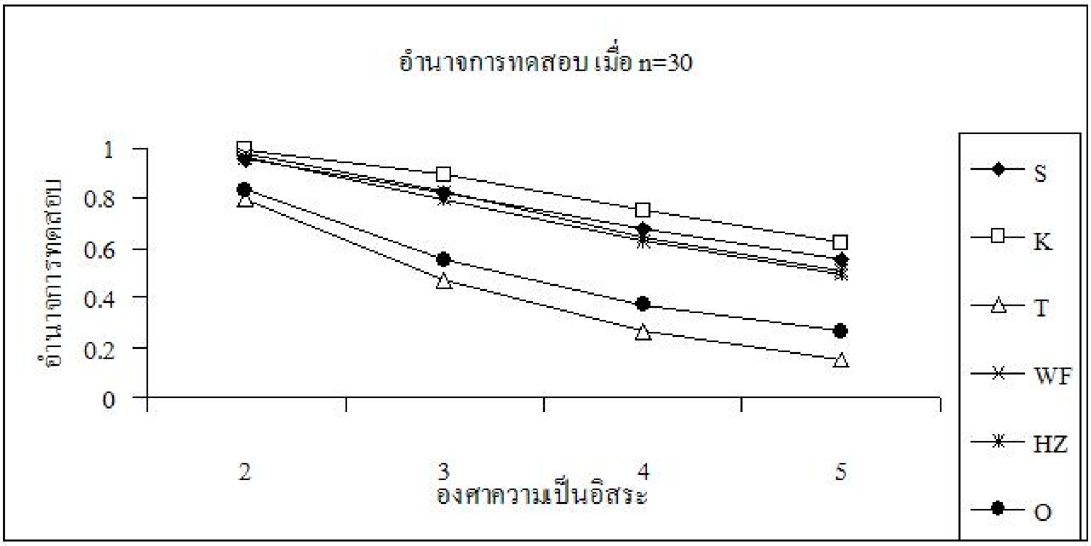
ตารางที่ 19 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร (p=4) กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

df	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
2	20	0.8850	0.9150	0.4564	0.9062	0.8678	0.6980
	30	0.9568	0.9894	0.7980	0.9768	0.9602	0.8352
	40	0.9788	0.9976	0.9276	-	0.9860	0.8980
	50	0.9882	0.9998	0.9710	-	0.9950	0.9314
3	20	0.6742	0.7314	0.1720	0.7046	0.6446	0.4230
	30	0.8190	0.8914	0.4724	0.8278	0.7966	0.5518
	40	0.8840	0.9502	0.6558	-	0.8882	0.6362
	50	0.9242	0.9810	0.7878	-	0.9354	0.6942
4	20	0.5190	0.5722	0.0652	0.5292	0.4776	0.2736
	30	0.6768	0.7474	0.2680	0.6452	0.6300	0.3710
	40	0.7404	0.8528	0.4056	-	0.7206	0.4318
	50	0.8014	0.9076	0.5350	-	0.7878	0.4720
5	20	0.4220	0.4658	0.0294	0.4238	0.3694	0.2046
	30	0.5556	0.6246	0.1532	0.5106	0.4904	0.2674
	40	0.6302	0.7378	0.2622	0.5740	0.5784	0.3102
	50	0.6840	0.8116	0.3516	-	0.6434	0.3404

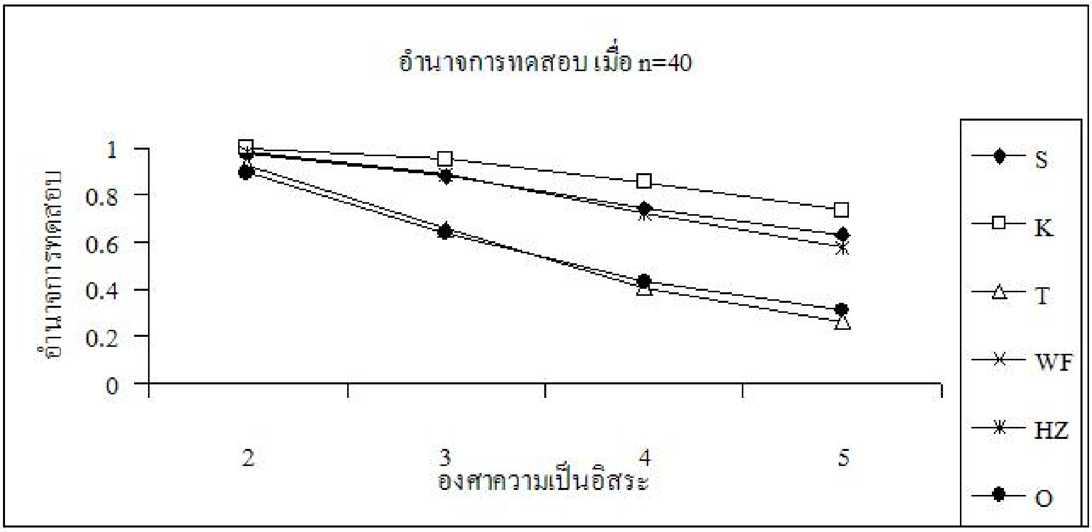
หมายเหตุ - หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



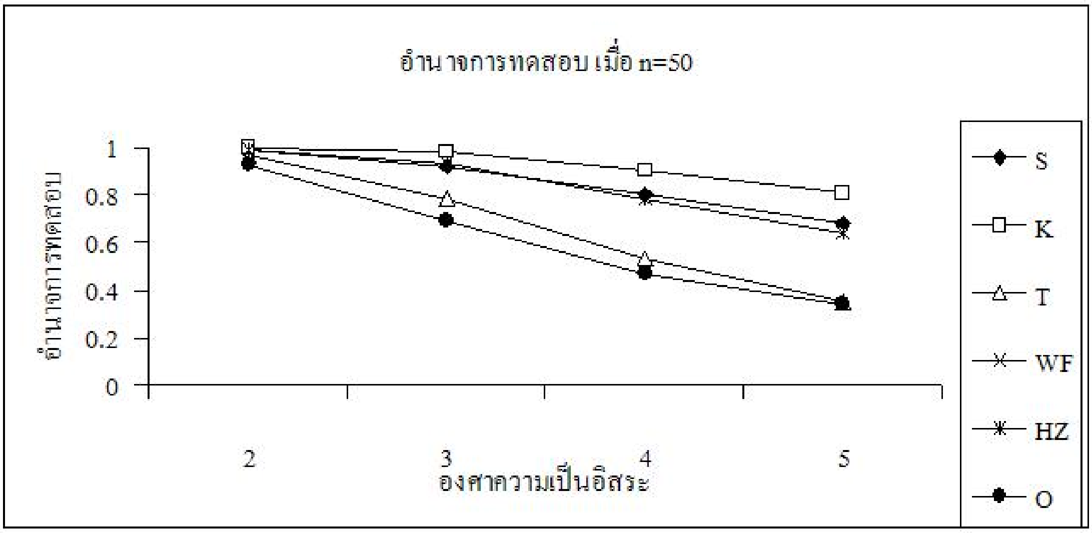
ภาพที่ 52 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 53 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.10 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 54 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร $n = 40$ และ $\alpha = 0.10$ กรณีทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 55 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร $n = 50$ และ $\alpha = 0.10$ กรณีทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังผลจากตารางที่ 19 และภาพที่ 52 – 55 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

   จากภาพที่ 52 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าองศาความเป็นอิสระ รองลงมาคือ W_F, S, HZ, T และ O ตามลำดับ

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

   จากภาพที่ 53 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ W_F, S, HZ, T และ O ตามลำดับ โดยเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ S ให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติ W_F

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

   ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ HZ, S, T และ O ตามลำดับ โดยเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ S ให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติ HZ และเมื่อองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 (df = 4) และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 สถิติ O ให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติ T

เมื่อพิจารณาภาพรวมของอำนาจการทดสอบ พบว่า สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกขนาดตัวอย่าง และองศาความเป็นอิสระ ทุกระดับนัยสำคัญ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

ส่วนที่ 2 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง

1. ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I

เกณฑ์ที่ใช้พิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I โดยกำหนดให้วิธีการทดสอบใดให้ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ก็ต่อเมื่อค่าที่ได้จากการทดลองอยู่ในช่วงที่กำหนด ซึ่งจะถือว่าวิธีการทดสอบนั้นมีค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I เท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด และถือได้ว่าสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ โดยแบ่งเกณฑ์ออกเป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ที่เกิดจากการทดลอง อยู่ในช่วง [0.0439, 0.0560] ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

กรณีที่ 2 ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ที่เกิดจากการทดลอง อยู่ในช่วง [0.0917, 0.1083] ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

ผลการศึกษามีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 20 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 2 ตัวแปร กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

S	n	สถิติทดสอบ					
		S^{+}	K^{+}	T	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0294	0.0050	0.0204*	0.0534	0.0506	●
	30	0.0326	0.0120	0.0320*	0.0436*	0.0452	0.0460
แบบที่ 1	40	0.0356	0.0146	0.0386*	0.0446	0.0452	●
	50	0.0406	0.0202	0.0442	0.0532	0.0444	0.0496
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0314	0.0052	0.0216*	0.0520	0.0472	●
	30	0.0380	0.0110	0.0324*	0.0494	0.0512	0.0442
แบบที่ 2	40	0.0396	0.0158	0.0434*	0.0506	0.0452	●
	50	0.0446	0.0226	0.0522	0.0536	0.0480	0.0480
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0314	0.0054	0.0210*	0.0522	0.0432*	●
	30	0.0380	0.0118	0.0318*	0.0402*	0.0460	0.0530
แบบที่ 3	40	0.0398	0.0154	0.0390*	0.0356*	0.0492	●
	50	0.0444	0.0192	0.0462	0.0464	0.0446	0.0492

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้
+ หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกกรณี
● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 2 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังตารางที่ 20 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ค่าความแปรปรวนร่วม เท่ากับ 0.3 และ 0.6 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

2. ขนาดตัวอย่าง 30 สถิติ HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ค่าความแปรปรวนร่วม เท่ากับ 0.6 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

3. ขนาดตัวอย่าง 40 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ค่าความแปรปรวนร่วม เท่ากับ 0.3 และ 0.6 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

4. ขนาดตัวอย่าง 50 สถิติ T, W_F, HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ขณะที่สถิติ S และ K ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

ตารางที่ 21 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 2 ตัวแปร กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

S	n	สถิติทดสอบ					
		S^+	K^+	T^+	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0598	0.0142	0.0304	0.1010	0.0984	●
	30	0.0706	0.0298	0.0462	0.0928	0.0906*	0.0932
แบบที่ 1	40	0.0808	0.0352	0.0530	0.0994	0.0940	●
	50	0.0786	0.0492	0.0608	0.1004	0.0944	0.0932
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0630	0.0132	0.0302	0.1062	0.0972	●
	30	0.0760	0.0258	0.0474	0.0932	0.0966	0.0936
แบบที่ 2	40	0.0792	0.0346	0.0568	0.0950	0.0940	●
	50	0.0908	0.0490	0.0716	0.1020	0.0926	0.0976
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0630	0.0098	0.0284	0.1022	0.1014	●
	30	0.0760	0.0268	0.0444	0.0902*	0.0918	0.1016
แบบที่ 3	40	0.0792	0.0376	0.0570	0.0890*	0.0982	●
	50	0.0908	0.0452	0.0648	0.0922	0.0944	0.0970

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้
+ หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกกรณี
● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤตที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 2 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังตารางที่ 21 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ W_F และ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

2. ขนาดตัวอย่าง 30 สถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ค่าความแปรปรวนร่วม เท่ากับ 0.3 และ 0.6 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ค่าความแปรปรวนร่วม เท่ากับ 0.6 และ 0.9 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

3. ขนาดตัวอย่าง 40 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ค่าความแปรปรวนร่วม เท่ากับ 0.3 และ 0.6 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

4. ขนาดตัวอย่าง 50 สถิติ W_F, HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

จากการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของการทดสอบการแจกแจงปกติ 2 ตัวแปร กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ สถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ส่วนสถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ทุกระดับความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 ในขณะที่สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และสถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกค่าความแปรปรวนร่วม เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตารางที่ 22 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 3 ตัวแปร กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

S	**n**	**สถิติทดสอบ**					
		S	$\mathbf{K^+}$	**T**	$\mathbf{W_F}$	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0174*	0.0012	0.0152*	0.0602*	0.0550	●
	30	0.0336*	0.0078	0.0366*	0.0532	0.0528	0.0500
	40	0.0390*	0.0154	0.0498	0.0486	0.0498	●
แบบที่ 1	50	0.0454	0.0186	0.0462	0.0498	0.0436*	0.0466
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .9 \\ .3 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0192*	0.0012	0.0184*	0.0620*	0.0510	●
	30	0.0374*	0.0076	0.0382*	0.0546	0.0472	0.0446
	40	0.0420*	0.0154	0.0462	0.0486	0.0504	●
แบบที่ 2	50	0.0494	0.0232	0.0556	0.0500	0.0550	0.0476
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .9 \\ .3 & 1 & .3 \\ .9 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0192*	0.0016	0.0188*	0.0610*	0.0514	●
	30	0.0318*	0.0058	0.0378*	0.0546	0.0460	0.0512
	40	0.0360*	0.0120	0.0484	0.0508	0.0540	●
แบบที่ 3	50	0.0336*	0.0146	0.0570*	0.0534	0.0510	0.0490
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .3 \\ .9 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0202*	0.0026	0.0152*	0.0586*	0.0540	●
	30	0.0346*	0.0082	0.0362*	0.0506	0.0524	0.0488
	40	0.0404*	0.0142	0.0436*	0.0526	0.0468	●
แบบที่ 4	50	0.0480	0.0164	0.0548	0.0494	0.0432*	0.0498
$\begin{bmatrix} 1 & .6 & .6 \\ .6 & 1 & .6 \\ .6 & .6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0218*	0.0018	0.0178*	0.0578*	0.0532	●
	30	0.0360*	0.0070	0.0322*	0.0490	0.0466	0.0455
	40	0.0432*	0.0146	0.0466	0.0488	0.0516	●
แบบที่ 5	50	0.0498	0.0178	0.0560	0.0528	0.0453	0.0472
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .9 \\ .9 & 1 & .9 \\ .9 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0158*	0.0010	0.0188*	0.0670*	0.0510	●
	30	0.0270*	0.0048	0.0382*	0.0550	0.0470	0.0458
	40	0.0366*	0.0140	0.0416*	0.0570*	0.0540	●
แบบที่ 6	50	0.0424*	0.0162	0.0512	0.0650*	0.0378*	0.0466

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้

\+ หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกกรณี

● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังตารางที่ 22 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ S, K, T และ W_F ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

2. ขนาดตัวอย่าง 30 สถิติ W_F, HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

3. ขนาดตัวอย่าง 40 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3 และ 5 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4 และ 5 ขณะที่สถิติ S และ K ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

4. ขนาดตัวอย่าง 50 สถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ S สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 4 และ 5 สถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 4, 5 และ 6 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 1, 2, 3, 4 และ 5 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 2, 3 และ 5 ขณะที่สถิติ K ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

ตารางที่ 23 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 3 ตัวแปร กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

S	**n**	**สถิติทดสอบ**					
		S	**K^{+}**	**T^{+}**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0408*	0.0152	0.0228	0.1162*	0.0970	●
	30	0.0630*	0.0366	0.0506	0.1056	0.0974	0.0936
	40	0.0718*	0.0490	0.0652	0.0968	0.0974	●
แบบที่ 1	50	0.0796*	0.0508	0.0752	0.1074	0.0848	0.1002
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .9 \\ .3 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0422*	0.0158	0.0246	0.1114*	0.1068	●
	30	0.0614*	0.0358	0.0494	0.1006	0.0978	0.0974
	40	0.0716*	0.0484	0.0610	0.0962	0.0963	●
แบบที่ 2	50	0.0854*	0.0562	0.0746	0.0986	0.0918	0.0974
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .9 \\ .3 & 1 & .3 \\ .9 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0382*	0.0128	0.0262	0.1148*	0.0948	●
	30	0.0622*	0.0318	0.0478	0.1048	0.0973	0.1022
	40	0.0674*	0.0470	0.0654	0.0976	0.1042	●
แบบที่ 3	50	0.0642*	0.0512	0.0750	0.1088*	0.0930	0.0994
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .3 \\ .9 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0422*	0.0164	0.0212	0.1064	0.1082	●
	30	0.0606*	0.0336	0.0484	0.0964	0.0980	0.0982
	40	0.0732*	0.0500	0.0584	0.1014	0.1026	●
แบบที่ 4	50	0.0806*	0.0548	0.0748	0.0974	0.0926	0.0982
$\begin{bmatrix} 1 & .6 & .6 \\ .6 & 1 & .6 \\ .6 & .6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0434*	0.0136	0.0212	0.1072*	0.1000	●
	30	0.0688*	0.0308	0.0484	0.1008	0.0936	0.0970
	40	0.0764*	0.0428	0.0584	0.0982	0.0978	●
แบบที่ 5	50	0.0944	0.0610	0.0748	0.1026	0.0986	0.0994
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .9 \\ .9 & 1 & .9 \\ .9 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.0386*	0.0164	0.0244	0.1192*	0.0956	●
	30	0.0582*	0.0310	0.0440	0.1020	0.0994	0.0952
	40	0.0712*	0.0444	0.0598	0.1014	0.0998	●
แบบที่ 6	50	0.0792*	0.0530	0.0772	0.1146*	0.0942	0.0988

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้

\+ หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกกรณี

● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังตารางที่ 23 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 4 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

2. ขนาดตัวอย่าง 30 สถิติ W_F, HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

3. ขนาดตัวอย่าง 40 สถิติ W_F และ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

4. ขนาดตัวอย่าง 50 สถิติ HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 4 และ 5 สถิติ S สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 5 ขณะที่สถิติ K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

จากการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของการทดสอบการแจกแจงปกติ 3 ตัวแปร กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 40 ส่วนสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ในขณะที่สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30

ตารางที่ 24 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 4 ตัวแปร กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

S	n	สถิติทดสอบ					
		S	K^+	T	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 1	20	0.0156*	0.0022	0.0090*	0.0526	0.0444	●
	30	0.0270*	0.0072	0.0344*	0.0506	0.0552*	0.0470
	40	0.0334*	0.0150	0.0480	0.0504	0.0522	●
	50	0.0392*	0.0210	0.0574*	0.0516	0.0501	0.0498
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 2	20	0.0146*	0.0026	0.0108*	0.0580*	0.0440	●
	30	0.0332*	0.0106	0.0326*	0.0521	0.0558*	0.0494
	40	0.0398*	0.0172	0.0420*	0.0570*	0.0542	●
	50	0.0400*	0.0212	0.0578*	0.0592*	0.0520	0.0508
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 3	20	0.0130*	0.0030	0.0110*	0.0594*	0.0544	●
	30	0.0252*	0.0082	0.0334*	0.0528	0.0458	0.0554
	40	0.0374*	0.0164	0.0470	0.0566*	0.0556	●
	50	0.0370*	0.0198	0.0574*	0.0542	0.0508	0.0488
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 4	20	0.0170*	0.0020	0.0074*	0.0550	0.0428*	●
	30	0.0282*	0.0086	0.0282*	0.0532	0.0490	0.0524
	40	0.0376*	0.0162	0.0448	0.0516	0.0452	●
	50	0.0426*	0.0216	0.0510	0.0614*	0.0510	0.0464
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 5	20	0.0144*	0.0016	0.0100*	0.0544	0.0486	●
	30	0.0294*	0.0086	0.0284*	0.0500	0.0448	0.0520
	40	0.0378	0.0176	0.0442	0.0480	0.0444	●
	50	0.0426*	0.0208	0.0560	0.0532	0.0516	0.0526
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 6	20	0.0138*	0.0026	0.0094*	0.0642*	0.0550	●
	30	0.0268*	0.0108	0.0304*	0.0544	0.0472	0.0498
	40	0.0328*	0.0156	0.0458	0.0502	0.0464	●
	50	0.0426*	0.0214	0.0568*	0.0558*	0.0530	0.0516

ตารางที่ 24 (ต่อ)

S	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 7	20	0.0142*	0.0018	0.0106*	0.0598*	0.0472	●
	30	0.0254*	0.0106	0.0322*	0.0538	0.0488	0.0452
	40	0.0334*	0.0126	0.0480	0.0552*	0.0464	●
	50	0.0388*	0.0186	0.0566*	0.0600*	0.0464	0.0480
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 8	20	0.0130*	0.0024	0.0120*	0.0586*	0.0478	●
	30	0.0282*	0.0084	0.0302*	0.0528	0.0446	0.0460
	40	0.0392*	0.0160	0.0439	0.0582*	0.0458	●
	50	0.0408*	0.0188	0.0498	0.0626*	0.0440	0.0486
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 9	20	0.0146*	0.0036	0.0068*	0.0704*	0.0536	●
	30	0.0270*	0.0088	0.0284*	0.0572*	0.0460	0.0486
	40	0.0344*	0.0140	0.0456	0.0538	0.0546	●
	50	0.0420*	0.0200	0.0516	0.0530	0.0482	0.0510
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 10	20	0.0150*	0.0016	0.0080*	0.0726*	0.0506	●
	30	0.0302*	0.0116	0.0300*	0.0644*	0.0438	0.0458
	40	0.0392*	0.0166	0.0462	0.0638*	0.0508	●
	50	0.0414*	0.0228	0.0560	0.0690*	0.0524	0.0458
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.9 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.9 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 11	20	0.0122*	0.0022	0.0126*	0.0564*	0.0520	●
	30	0.0274*	0.0106	0.0288*	0.0554	0.0474	0.0488
	40	0.0362*	0.0160	0.0476	0.0498	0.0490	●
	50	0.0410*	0.0210	0.0548	0.0544	0.0492	0.0534
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 12	20	0.0154*	0.0036	0.0114*	0.0594*	0.0486	●
	30	0.0290*	0.0094	0.0340*	0.0596*	0.0518	0.0432
	40	0.0356*	0.0164	0.0474	0.0588*	0.0546	●
	50	0.0456	0.0216	0.0556	0.0598*	0.0460	0.0486

ตารางที่ 24 (ต่อ)

S	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 13	20	0.0162*	0.0038	0.0080*	0.0728*	0.0522	●
	30	0.0308*	0.0108	0.0286*	0.0644*	0.0498	0.0590*
	40	0.0330*	0.0138	0.0426*	0.0654*	0.0536	●
	50	0.0396*	0.0182	0.0548	0.0678*	0.0484	0.0564*
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 14	20	0.0188*	0.0022	0.0094*	0.0828*	0.0484	●
	30	0.0276*	0.0108	0.0276*	0.0784*	0.0496	0.0498
	40	0.0340*	0.0142	0.0458	0.0722*	0.0544	●
	50	0.0408*	0.0196	0.0544	0.0820*	0.0514	0.0490
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.6 & 0.6 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 15	20	0.0130*	0.0018	0.0098*	0.0612*	0.0512	●
	30	0.0298*	0.0074	0.0310*	0.0538	0.0508	0.0536
	40	0.0374*	0.0138	0.0426*	0.0502	0.0530	●
	50	0.0440	0.0194	0.0556	0.0500	0.0440	0.0506

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้
+ หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกกรณี
● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 4 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังตารางที่ 24 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 4 และ 5 ส่วนสถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 และ 15 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

2. ขนาดตัวอย่าง 30 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11 และ 15 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 และ 15 สถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14 และ 15 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

3. ขนาดตัวอย่าง 40 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ S สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 5 สถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 และ 14 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 4, 5, 6, 9, 11 และ 15 ขณะที่สถิติ K ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

4. ขนาดตัวอย่าง 50 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ S สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 12 และ 15 สถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 และ 15 สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 3, 4, 5, 9, 11 และ 15 สถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14 และ 15 ขณะที่สถิติ K ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

ตารางที่ 25 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติ 4 ตัวแปร กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

S	**n**	**สถิติทดสอบ**					
		S^+	K^+	T^+	W_F	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 1	20	0.0336	0.0336	0.0126	0.1054	0.0978	●
	30	0.0544	0.0476	0.0440	0.0934	0.1046	0.0980
	40	0.0688	0.0612	0.0606	0.0964	0.1014	●
	50	0.0774	0.0652	0.0736	0.1006	0.1042	0.1004
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 2	20	0.0308	0.0286	0.0146	0.1116*	0.0990	●
	30	0.0560	0.0508	0.0426	0.0994	0.1044	0.1016
	40	0.0666	0.0574	0.0555	0.1038	0.1088*	●
	50	0.0780	0.0676	0.0738	0.1102*	0.0988	0.1010
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 3	20	0.0318	0.0280	0.0156	0.1116*	0.1020	●
	30	0.0594	0.0466	0.0456	0.1018	0.0936	0.1010
	40	0.0722	0.0566	0.0618	0.1002	0.1040	●
	50	0.0690	0.0640	0.0732	0.0998	0.0968	0.1014
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 4	20	0.0354	0.0332	0.0122	0.1088*	0.0890	●
	30	0.0528	0.0500	0.0390	0.1020	0.1032	0.0974
	40	0.0636	0.0590	0.0580	0.0972	0.1002	●
	50	0.0788	0.0696	0.0718	0.1058	0.1036	0.0944
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 5	20	0.0360	0.0320	0.0146	0.1036	0.1030	●
	30	0.0582	0.0462	0.0384	0.0976	0.0950	0.1080
	40	0.0710	0.0566	0.0584	0.0946	0.0946	●
	50	0.0748	0.0586	0.0728	0.1028	0.1040	0.0996
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 6	20	0.0278	0.0306	0.0128	0.1122*	0.1006	●
	30	0.0574	0.0434	0.0398	0.1028	0.1070	0.0984
	40	0.0716	0.0564	0.0622	0.0986	0.0922	●
	50	0.0764	0.0632	0.0720	0.1072	0.1042	0.0990

ตารางที่ 25 (ต่อ)

S	n	สถิติทดสอบ					
		S^+	K^+	T^+	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 7	20	0.0282	0.0336	0.0152	0.1130*	0.0970	●
	30	0.0528	0.0548	0.0422	0.1084*	0.1008	0.0994
	40	0.0618	0.0578	0.0626	0.1030	0.0974	●
	50	0.0672	0.0632	0.0720	0.1056	0.0918	0.0972
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 8	20	0.0300	0.0310	0.0168	0.1082	0.0950	●
	30	0.0542	0.0426	0.0384	0.1004	0.0958	0.0948
	40	0.0684	0.0554	0.0584	0.1068	0.0954	●
	50	0.0756	0.0652	0.0650	0.1148*	0.1046	0.1028
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.9 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 9	20	0.0300	0.0310	0.0124	0.1266*	0.1046	●
	30	0.0542	0.0426	0.0376	0.1054	0.0978	0.0992
	40	0.0684	0.0554	0.0596	0.1036	0.0996	●
	50	0.0756	0.0652	0.0688	0.1016	0.0968	0.1016
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 10	20	0.0304	0.0322	0.0122	0.1312*	0.1030	●
	30	0.0572	0.0444	0.0402	0.1140*	0.0952	0.0938
	40	0.0640	0.0566	0.0590	0.1186*	0.0958	●
	50	0.0714	0.0662	0.0738	0.1168*	0.1010	0.1022
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.9 & 0.9 \\ 0.3 & 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.9 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 11	20	0.0328	0.0324	0.0160	0.1114*	0.1048	●
	30	0.0526	0.0524	0.0388	0.1042	0.1000	0.1012
	40	0.0668	0.0594	0.0568	0.0976	0.0980	●
	50	0.0700	0.0648	0.0710	0.1114*	0.0960	0.1020
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.9 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.3 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 12	20	0.0314	0.0262	0.0160	0.1180*	0.1034	●
	30	0.0594	0.0460	0.0444	0.1038	0.1040	0.0916
	40	0.0668	0.0522	0.0634	0.1108*	0.1018	●
	50	0.0744	0.0602	0.0728	0.0956	0.0968	0.0978

ตารางที่ 25 (ต่อ)

S	n	สถิติทดสอบ					
		S^+	K^+	T^+	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.3 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.3 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 13	20	0.0306	0.0334	0.0140	0.1278*	0.1032	●
	30	0.0510	0.0464	0.0402	0.1096*	0.1008	0.1086*
	40	0.0672	0.0580	0.0554	0.1140*	0.0928	●
	50	0.0714	0.0674	0.0740	0.1232*	0.0962	0.0998
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 14	20	0.0330	0.0326	0.0144	0.1306*	0.0956	●
	30	0.0566	0.0490	0.0376	0.1262*	0.0986	0.0986
	40	0.0632	0.0572	0.0566	0.1230*	0.1048	●
	50	0.0718	0.0666	0.0694	0.1300*	0.1064	0.1012
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.6 & 0.6 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 15	20	0.0278	0.0306	0.0138	0.1214*	0.1030	●
	30	0.0574	0.0434	0.0406	0.1016	0.1020	0.1058
	40	0.0716	0.0564	0.0570	0.0988	0.0956	●
	50	0.0764	0.0632	0.0720	0.1074	0.1000	0.1042

หมายเหตุ * หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้
\+ หมายถึง ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกกรณี
● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

จากผลการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I จากการทดสอบการแจกแจงปกติ 4 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังตารางที่ 25 สามารถสรุปผลการศึกษาจำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความแปรปรวนร่วมได้ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง 20 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 5 และ 8 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

2. ขนาดตัวอย่าง 30 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12 และ 15 สถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14 และ 15 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

3. ขนาดตัวอย่าง 40 สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 และ 15 ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมได้แก่ รูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11 และ 15 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

4. ขนาดตัวอย่าง 50 สถิติ HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12 และ 15 และสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังรูปแบบที่ 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14 และ 15 ขณะที่สถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

จากการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ของการทดสอบการแจกแจงปกติ 4 ตัวแปร กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ขนาดตัวอย่าง และระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ส่วนสถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม และทุกขนาดตัวอย่าง เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.10

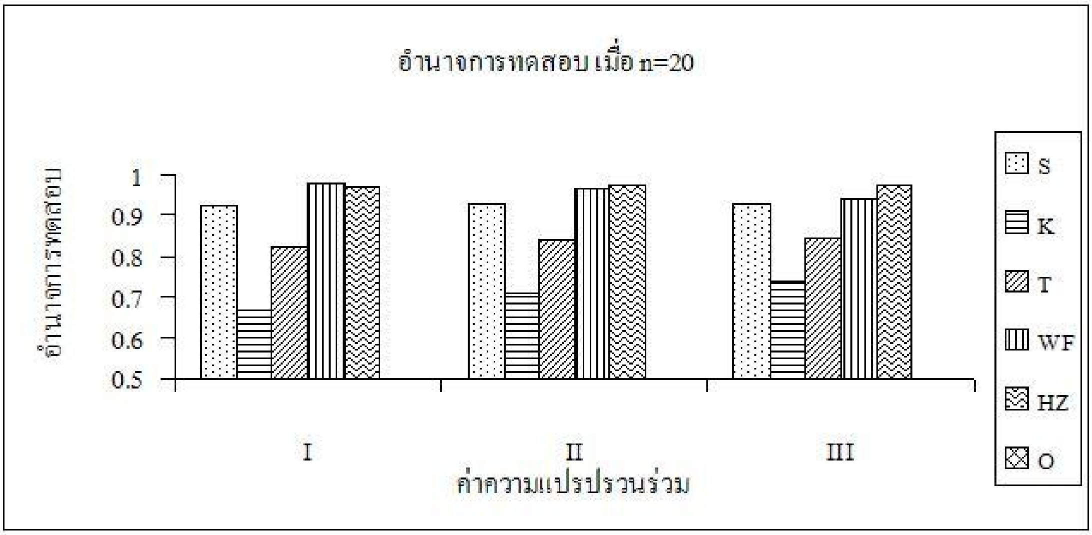
2. อำนาจการทดสอบ (Power of the test)

การเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติพหุ ทั้ง 6 วิธี เพื่อหาการทดสอบที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงที่กำหนด และเพื่อศึกษาผลจากการเปลี่ยนแปลงของลักษณะการแจกแจงของข้อมูลที่มีต่ออำนาจการทดสอบของการทดสอบในแต่ละการทดสอบ

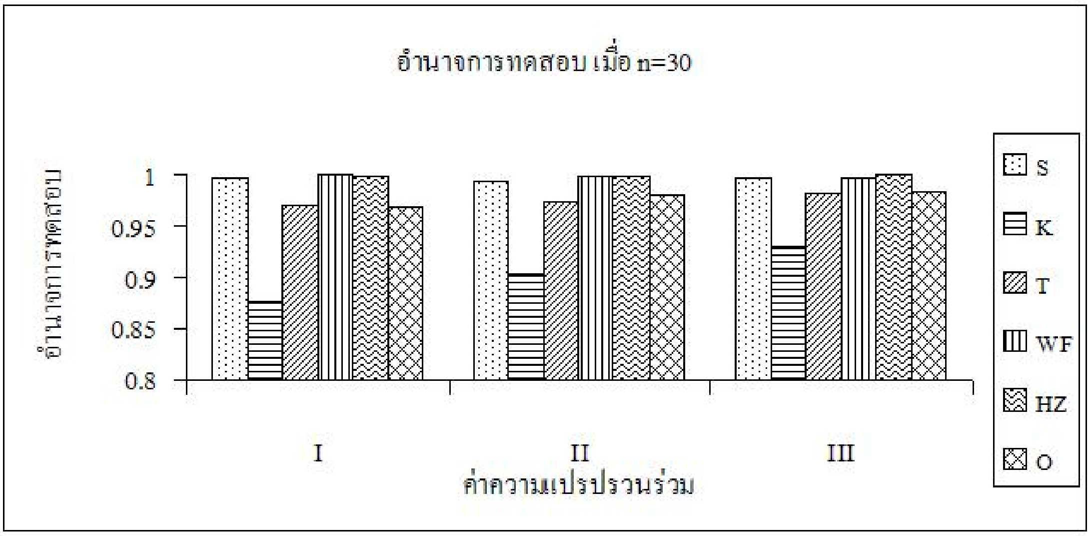
ตารางที่ 26 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร (p=2) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

S	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9258	0.6688	0.8202	0.9832	0.9718	●
	30	0.9956	0.8764	0.9696	0.9992	0.9982	0.9684
แบบที่ 1	40	0.9994	0.9554	0.9952	-	1.0000	●
	50	1.0000	0.9840	0.9994	-	1.0000	0.9992
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9280	0.7090	0.8408	0.9696	0.9774	●
	30	0.9938	0.9036	0.9750	0.9984	0.9990	0.9788
แบบที่ 2	40	1.0000	0.9748	0.9980	-	1.0000	●
	50	1.0000	0.9908	0.9996	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9298	0.7396	0.8456	0.9448	0.9784	●
	30	0.9966	0.9302	0.9810	0.9966	0.9994	0.9832
แบบที่ 3	40	0.9998	0.9800	0.9976	-	1.0000	●
	50	1.0000	0.9948	1.0000	-	1.0000	1.0000

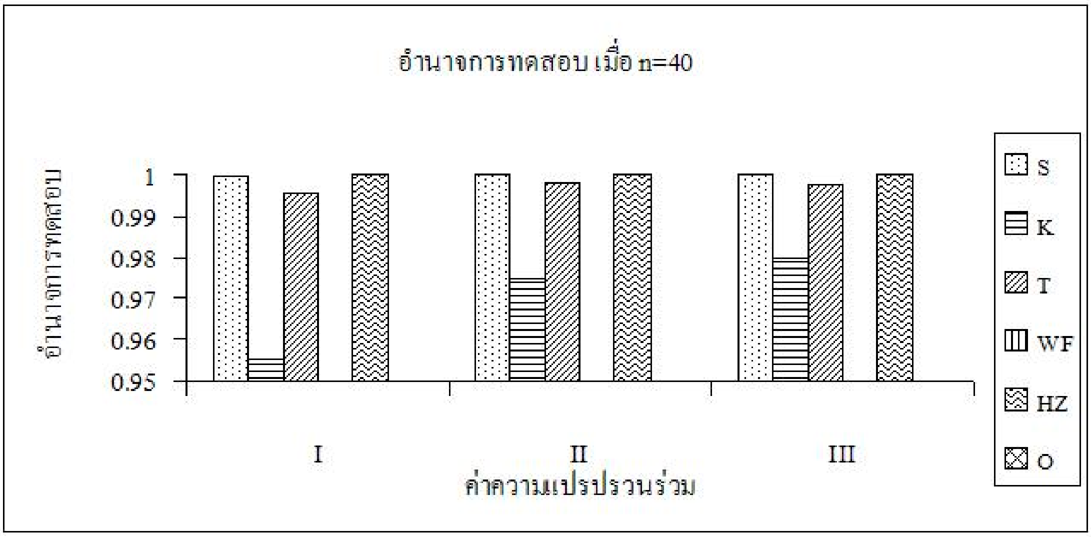
หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



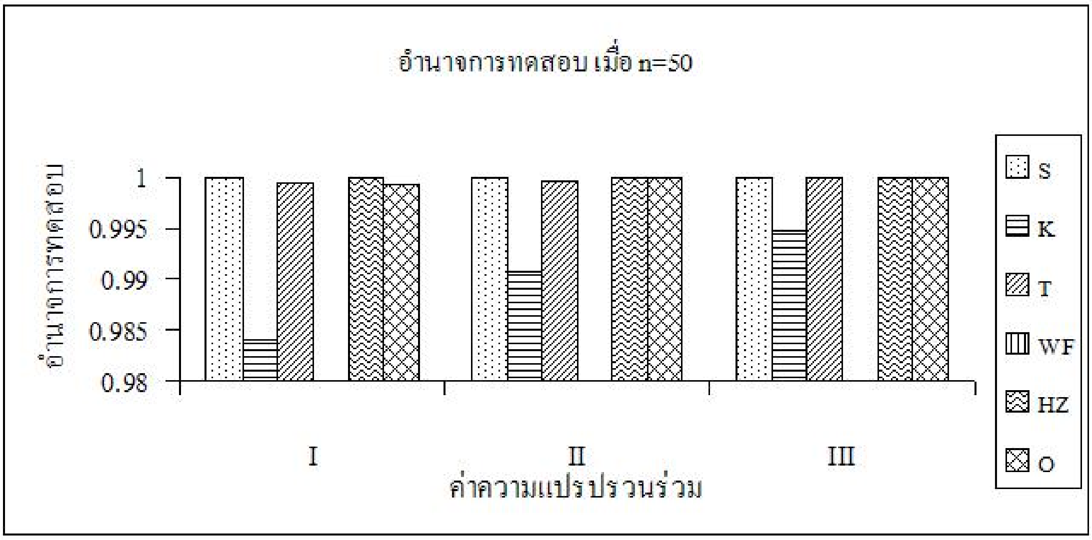
ภาพที่ 56 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 57 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 58 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



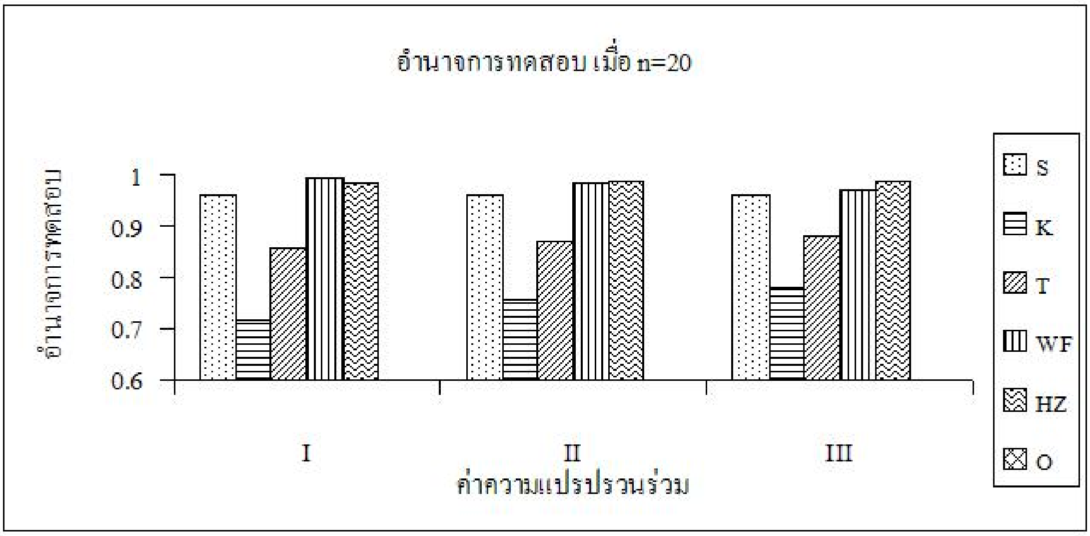
ภาพที่ 59 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 27 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร (p=2) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

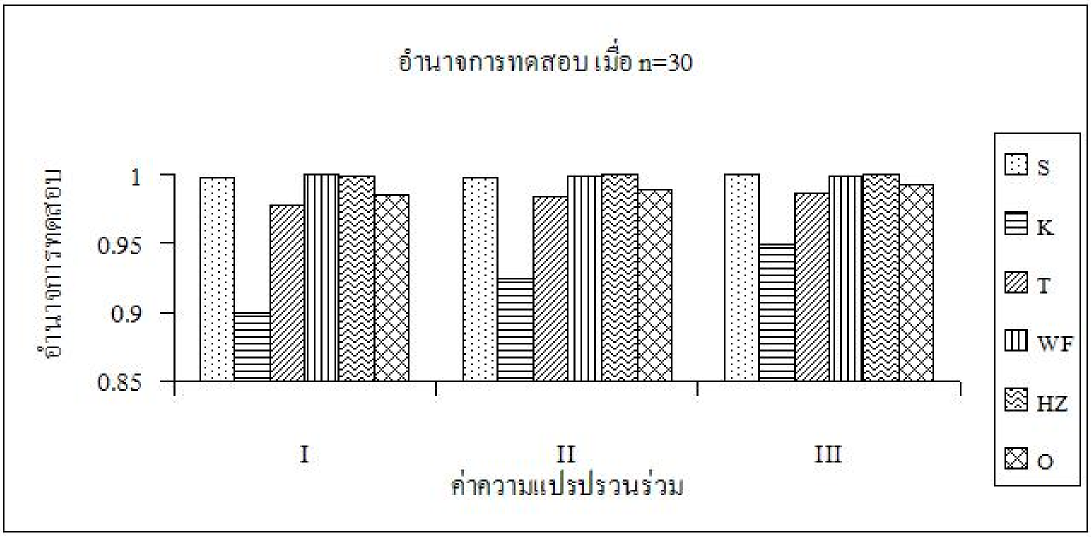
S	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9576	0.7146	0.8550	0.9908	0.9858	●
	30	0.9974	0.8996	0.9784	0.9998	0.9990	0.9842
แบบที่ 1	40	1.0000	0.9660	0.9978	-	1.0000	●
	50	1.0000	0.9890	1.0000	-	1.0000	0.9998
$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9594	0.7572	0.8706	0.9850	0.9884	●
	30	0.9978	0.9240	0.9832	0.9988	0.9996	0.9888
แบบที่ 2	40	1.0000	0.9818	0.9992	-	1.0000	●
	50	1.0000	0.9940	0.9996	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9596	0.7816	0.8798	0.9690	0.9892	●
	30	0.9994	0.9494	0.9856	0.9990	0.9998	0.9926
แบบที่ 3	40	1.0000	0.9850	0.9986	-	1.0000	●
	50	1.0000	0.9964	1.0000	-	1.0000	1.0000

หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

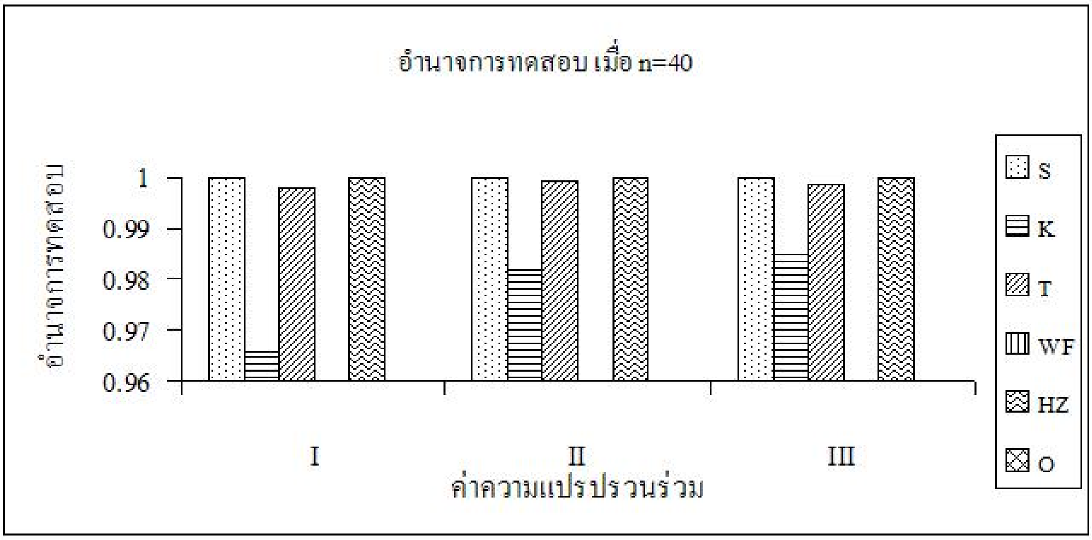
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



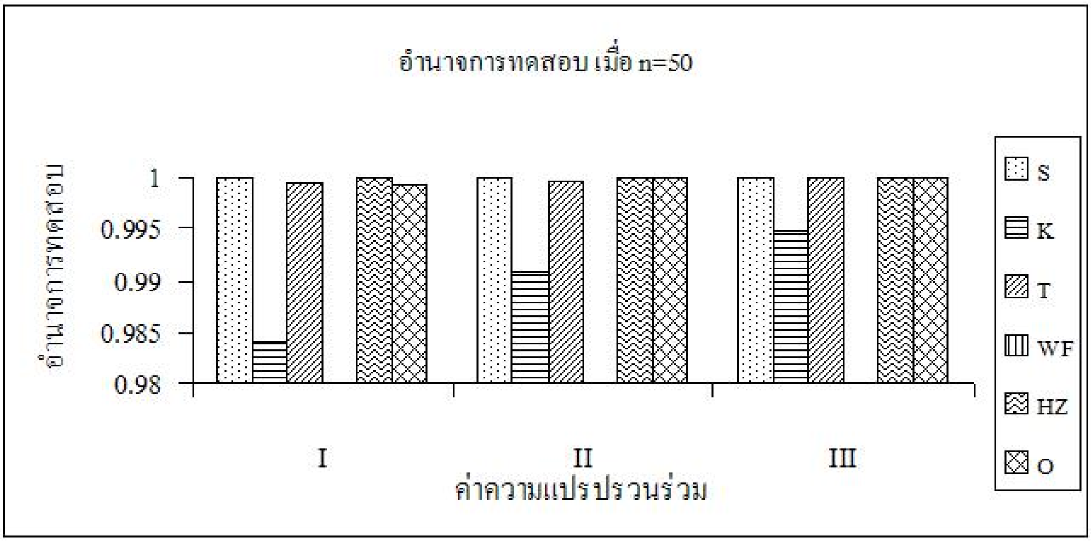
ภาพที่ 60 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 61 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 62 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 63 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ตัวแปร ดังตารางที่ 26 – 27 และภาพที่ 56 – 63 สรุปได้ดังนี้

ระดับนัยสำคัญ 0.05

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 56 พบว่า สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 และสถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อความแปรปรวนเท่ากับ 0.6 และ 0.9 และเมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบเป็นเปอร์เซ็นต์ของการทดสอบจะพบว่า สถิติ S, T, W_F, HZ และ O ให้อำนาจการทดสอบมากกว่า 80 เปอร์เซ็นต์

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 57 พบว่าสถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 และสถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อความแปรปรวนเท่ากับ 0.6 และ 0.9 และเมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบเป็นเปอร์เซ็นต์ของการทดสอบจะพบว่า สถิติ HZ, W_F, S, O และ T ให้อำนาจการทดสอบมากกว่า 95 เปอร์เซ็นต์

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n= 40 และ 50)

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 จากภาพที่ 58 พบว่า เมื่อความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 และ 0.9 สถิติ HZ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือสถิติ S และเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.6 สถิติ HZ และ S จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเท่ากันเท่ากับ 1

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 จากภาพที่ 59 พบว่า เมื่อความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 สถิติ HZ และ S จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือสถิติ T และ O เมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.6 สถิติ HZ, S และ O จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเท่ากัน และเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.9 สถิติ HZ, S, T และ O จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเท่ากัน

ระดับนัยสำคัญ 0.10

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 60 พบว่า เมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.6 และ 0.9 สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 61 พบว่า เมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ ซึ่งให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน เมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.6 และ 0.9 สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ S และ W_F ซึ่งให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n= 40 และ 50)

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 จากภาพที่ 62 พบว่า สถิติ HZ และ S จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม

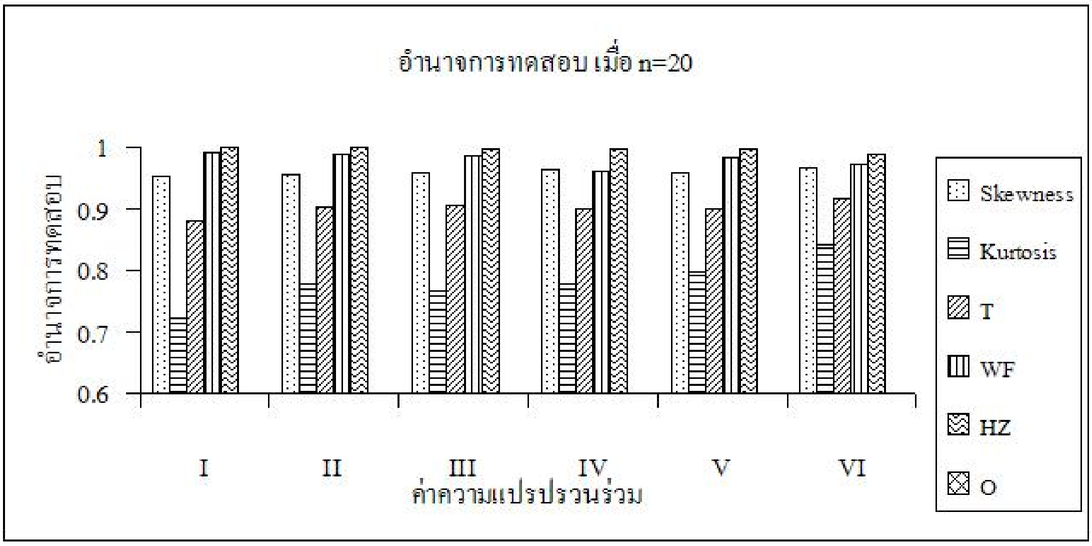
กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 จากภาพที่ 63 พบว่า เมื่อความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 สถิติ HZ, T และ S จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือสถิติ O เมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.6 สถิติ HZ, S และ O จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเท่ากัน และเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.9 สถิติ HZ, S, T และ O จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเท่ากัน

ตารางที่ 28 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร (p=3) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

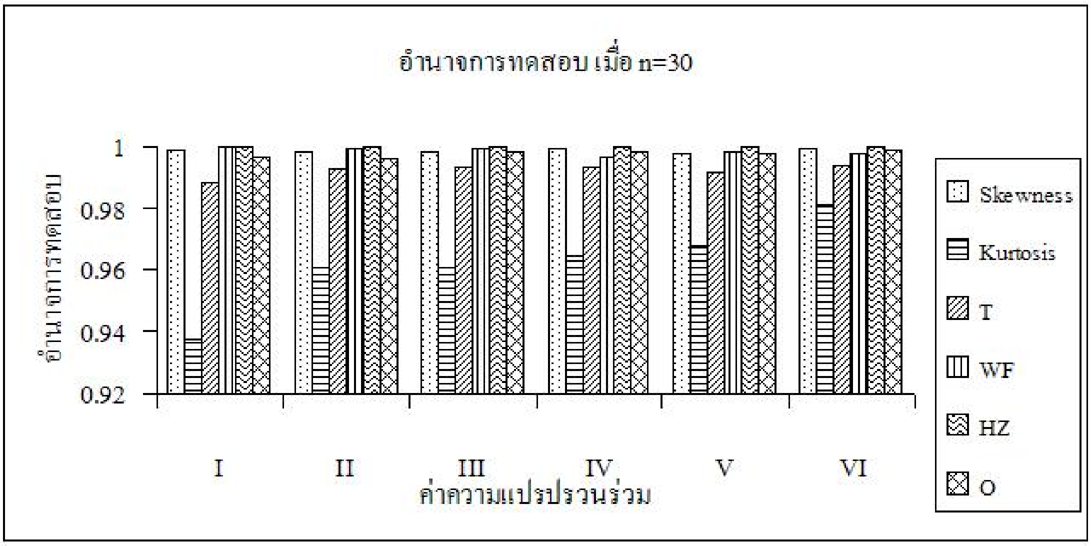
S	**n**	**สถิติทดสอบ**					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9518	0.7222	0.8800	0.9906	0.9998	●
	30	0.9988	0.9378	0.9886	0.9998	1.0000	0.9966
	40	1.0000	0.9878	0.9998	-	1.0000	●
แบบที่ 1	50	1.0000	0.9970	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .9 \\ .3 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9552	0.7774	0.9010	0.9886	0.9986	●
	30	0.9984	0.9612	0.9928	0.9996	1.0000	0.9956
	40	1.0000	0.9948	1.0000	-	1.0000	●
แบบที่ 2	50	1.0000	0.9988	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .9 \\ .3 & 1 & .3 \\ .9 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9584	0.7674	0.9044	0.9848	0.9984	●
	30	0.9980	0.9610	0.9932	0.9996	1.0000	0.9982
	40	1.0000	0.9948	0.9992	-	1.0000	●
แบบที่ 3	50	1.0000	0.9990	0.9998	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .3 \\ .9 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9630	0.7794	0.8982	0.9588	0.9982	●
	30	0.9992	0.9648	0.9934	0.9962	1.0000	0.9984
	40	1.0000	0.9950	0.9996	-	1.0000	●
แบบที่ 4	50	1.0000	0.9984	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .6 & .6 \\ .6 & 1 & .6 \\ .6 & .6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9578	0.7954	0.8996	0.9818	0.9970	●
	30	0.9978	0.9674	0.9914	0.9984	1.0000	0.9978
	40	1.0000	0.9946	1.0000	-	1.0000	●
แบบที่ 5	50	1.0000	0.9986	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .9 \\ .9 & 1 & .9 \\ .9 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9664	0.8398	0.9184	0.9718	0.9888	●
	30	0.9996	0.9810	0.9940	0.9976	1.0000	0.9986
	40	1.0000	0.9982	0.9998	-	1.0000	●
แบบที่ 6	50	1.0000	0.9996	1.0000	-	1.0000	1.0000

หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

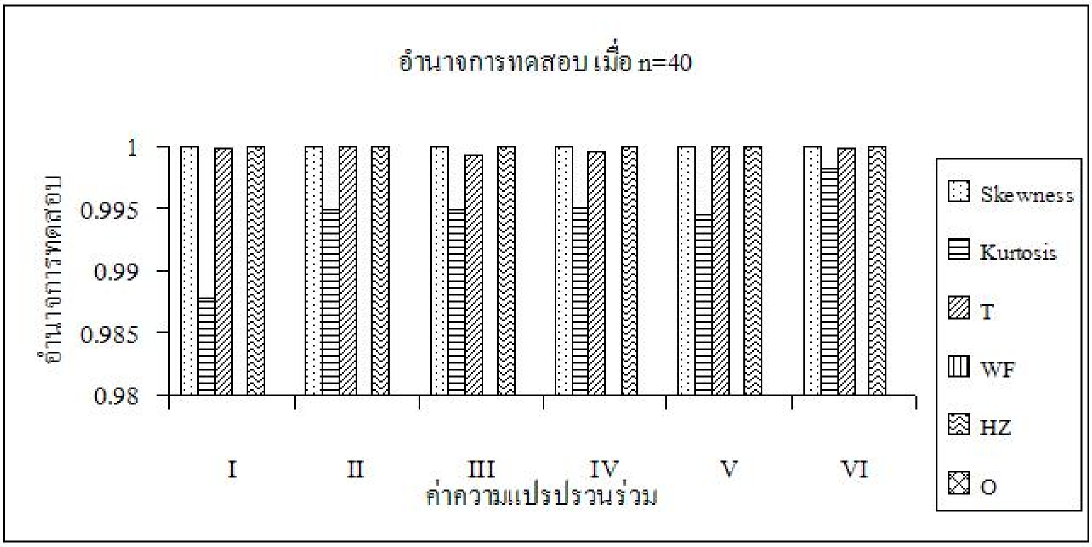
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



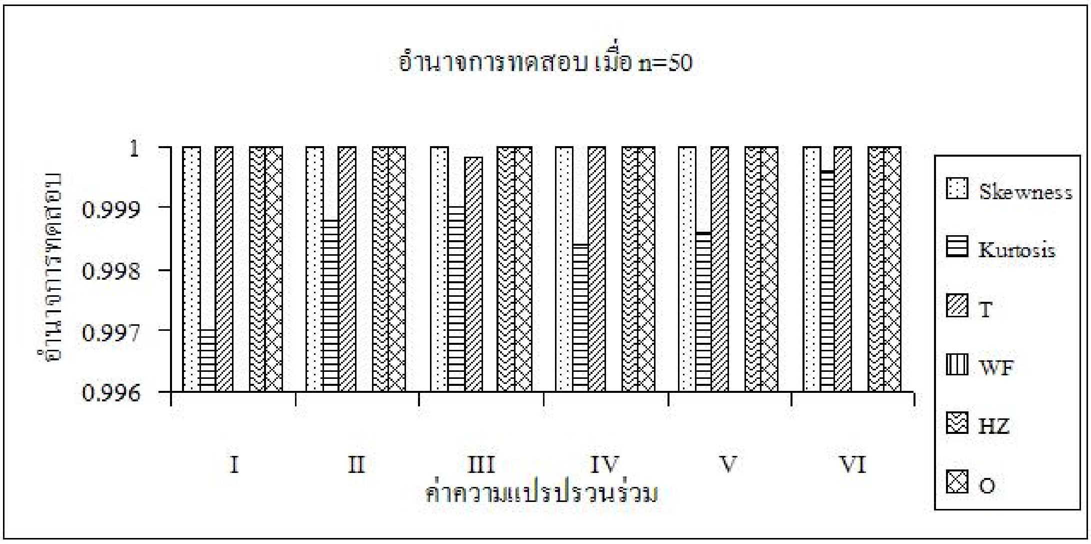
ภาพที่ 64 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 65 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 66 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



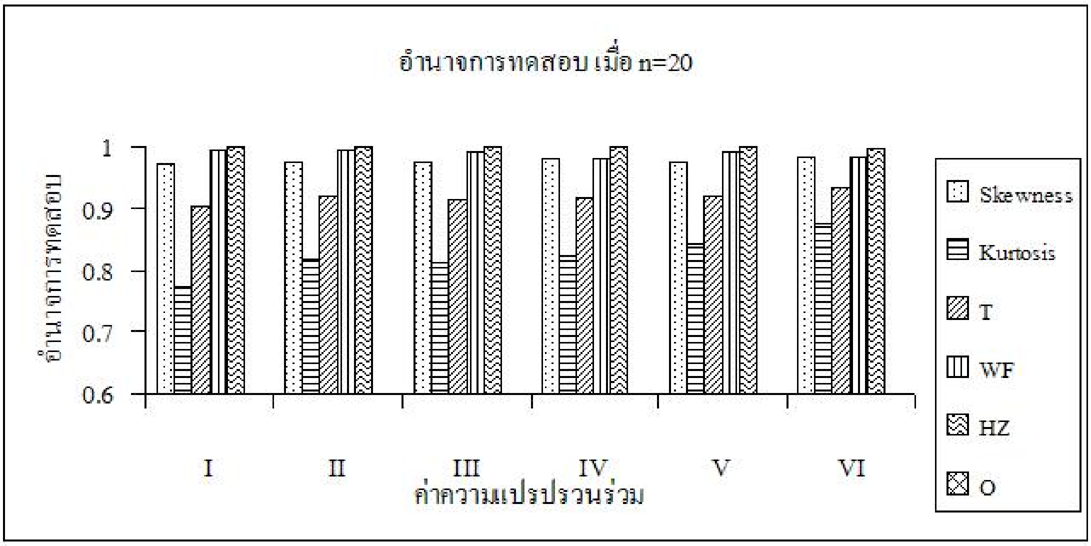
ภาพที่ 67 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 29 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร (p=3) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

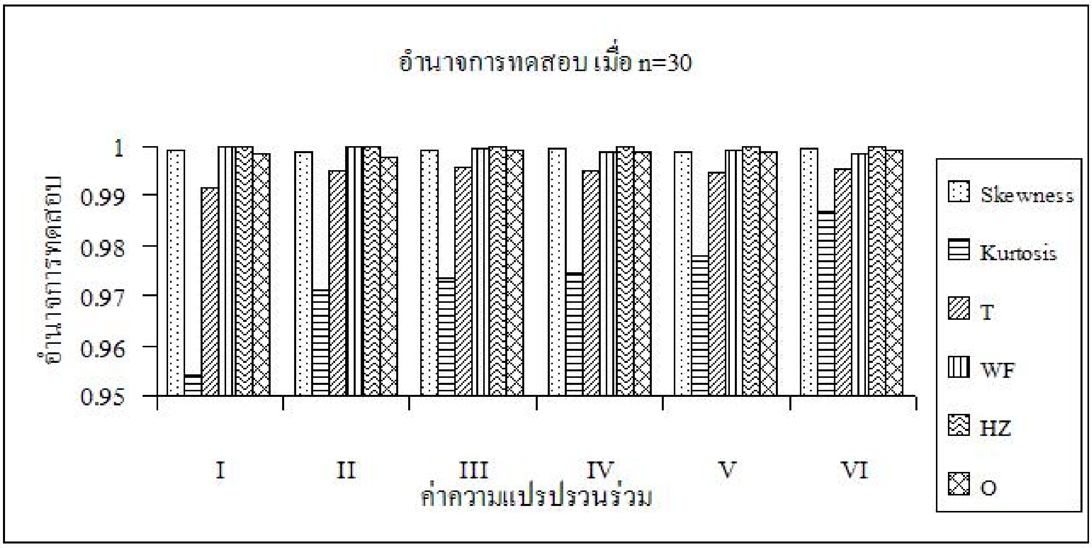
S	**n**	**สถิติทดสอบ**					
		S	**K**	**T**	$\mathbf{W_F}$	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9738	0.7740	0.9022	0.9952	1.0000	●
	30	0.9992	0.9540	0.9918	1.0000	1.0000	0.9984
	40	1.0000	0.9920	0.9998	-	1.0000	●
แบบที่ 1	50	1.0000	0.9976	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .9 \\ .3 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9742	0.8178	0.9214	0.9938	0.9998	●
	30	0.9988	0.9712	0.9950	1.0000	1.0000	0.9978
	40	1.0000	0.9966	0.9998	-	1.0000	●
แบบที่ 2	50	1.0000	0.9996	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .9 \\ .3 & 1 & .3 \\ .9 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9760	0.8120	0.9146	0.9918	0.9996	●
	30	0.9994	0.9734	0.9958	0.9998	1.0000	0.9992
	40	1.0000	0.9964	1.0000	-	1.0000	●
แบบที่ 3	50	1.0000	0.9996	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .3 \\ .9 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9800	0.8232	0.9190	0.9788	0.9998	●
	30	0.9998	0.9748	0.9952	0.9988	1.0000	0.9988
	40	1.0000	0.9970	0.9996	-	1.0000	●
แบบที่ 4	50	1.0000	0.9992	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .6 & .6 \\ .6 & 1 & .6 \\ .6 & .6 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9752	0.8400	0.9192	0.9898	0.9994	●
	30	0.9990	0.9780	0.9946	0.9992	1.0000	0.9988
	40	1.0000	0.9970	1.0000	-	1.0000	●
แบบที่ 5	50	1.0000	0.9996	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .9 \\ .9 & 1 & .9 \\ .9 & .9 & 1 \end{bmatrix}$	20	0.9810	0.8754	0.9342	0.9826	0.9956	●
	30	0.9998	0.9866	0.9956	0.9986	1.0000	0.9994
	40	1.0000	0.9986	0.9998	-	1.0000	●
แบบที่ 6	50	1.0000	0.9998	1.0000	-	1.0000	1.0000

หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

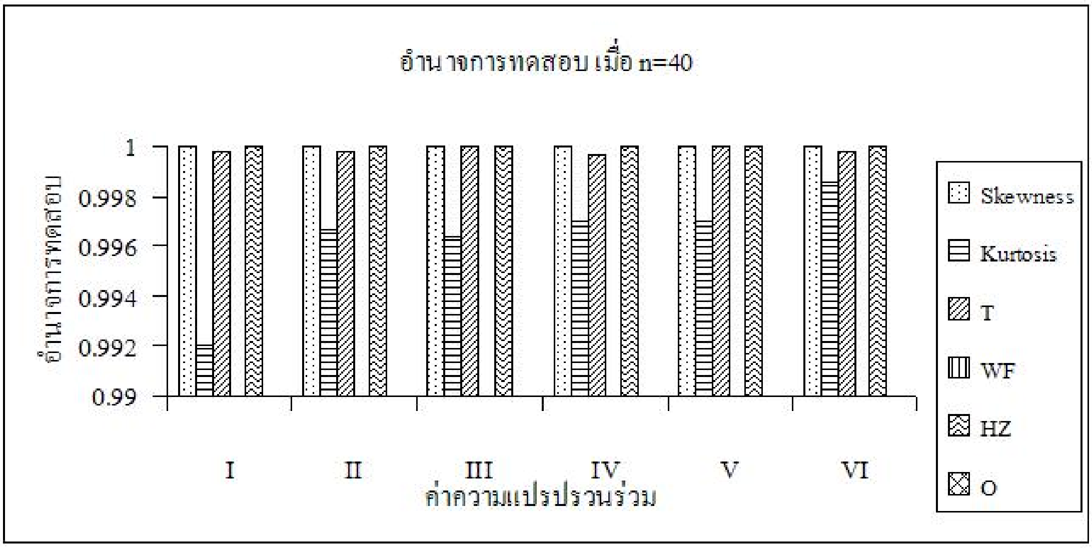
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



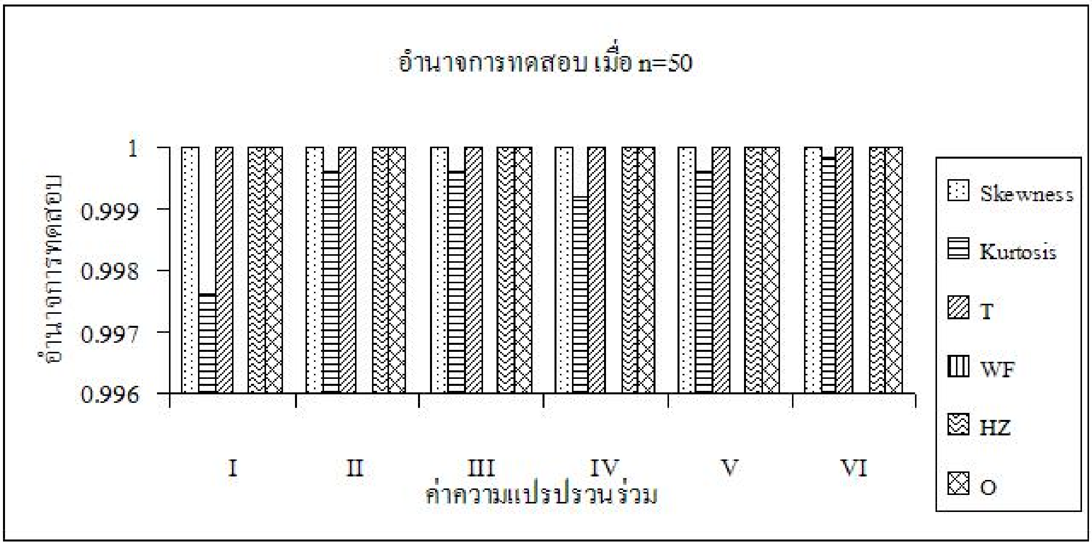
ภาพที่ 68 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 69 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 70 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 71 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 3 ตัวแปร ดังผลจากตารางที่ 28 – 29 และภาพที่ 64 – 71 สรุปได้ดังนี้

ระดับนัยสำคัญ 0.05

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 64 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด โดยเมื่อเปรียบอำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงเมื่อความแปรปรวนร่วมมีค่าเพิ่มขึ้น (เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบที่ 1, 5 และ 6) รองลงมาคือ สถิติ W_F, S, T และ K ตามลำดับ

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 65 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด โดยเมื่อเปรียบอำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงเมื่อความแปรปรวนร่วมมีค่าเพิ่มขึ้น (เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบที่ 1, 5 และ 6) รองลงมาคือ สถิติ W_F, S และ O โดยสถิติ S จะมีอำนาจการทดสอบสูงขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมมีค่าสูงขึ้น (เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบที่ 1, 5 และ 6) และมีอำนาจการทดสอบสูงกว่า สถิติ W_F เมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมเป็น 0.9 (แบบที่ 6)

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

จากภาพที่ 66 และ 67 พบว่า กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 พบว่า สถิติ HZ, W_F, O และ S จะให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมา คือ สถิติ T

ระดับนัยสำคัญ 0.10

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 68 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด โดยเมื่อเปรียบอำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงเมื่อความแปรปรวนร่วมมีค่าเพิ่มขึ้น (เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบที่ 1, 5 และ 6) รองลงมาคือ สถิติ W_F, S, T และ K ตามลำดับ

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 69 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด โดยเมื่อเปรียบอำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงเมื่อความแปรปรวนร่วมมีค่าเพิ่มขึ้น (เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบที่ 1, 5 และ 6) รองลงมา 3 อันดับ คือ สถิติ W_F, S และ O โดยสถิติ S จะมีอำนาจการทดสอบสูงขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมมีค่าสูงขึ้น (เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบที่ 1, 5 และ 6) และมีอำนาจการทดสอบสูงกว่า สถิติ W_F เมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมเป็น 0.9 (แบบที่ 6) ทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 และ 30

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

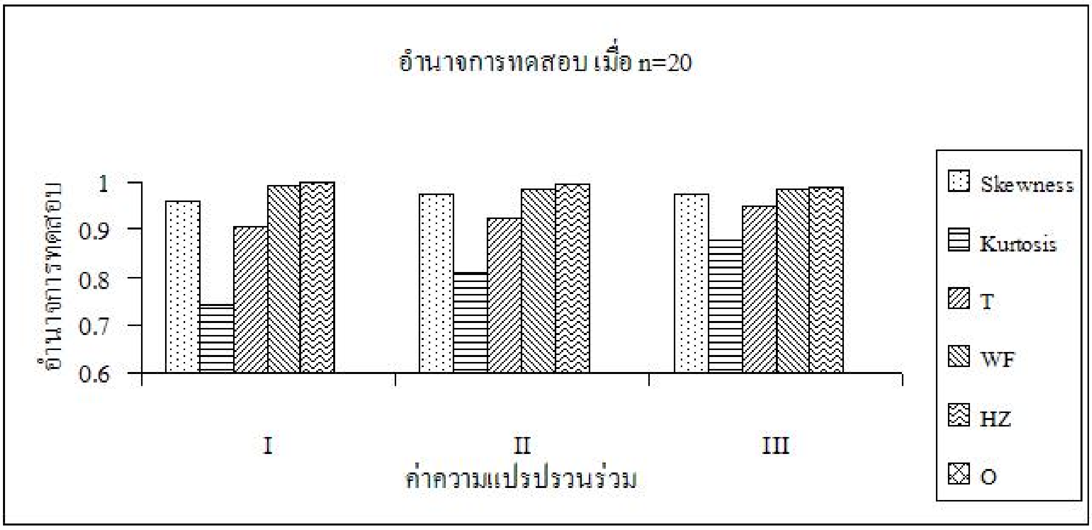
จากภาพที่ 70 พบว่า กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 สถิติ HZ และ S จะให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมา คือ สถิติ W_F และ T ตามลำดับ

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ดังภาพที่ 71 พบว่า สถิติ HZ, S, W_F และ O ให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมา คือ สถิติ T และ K ตามลำดับ

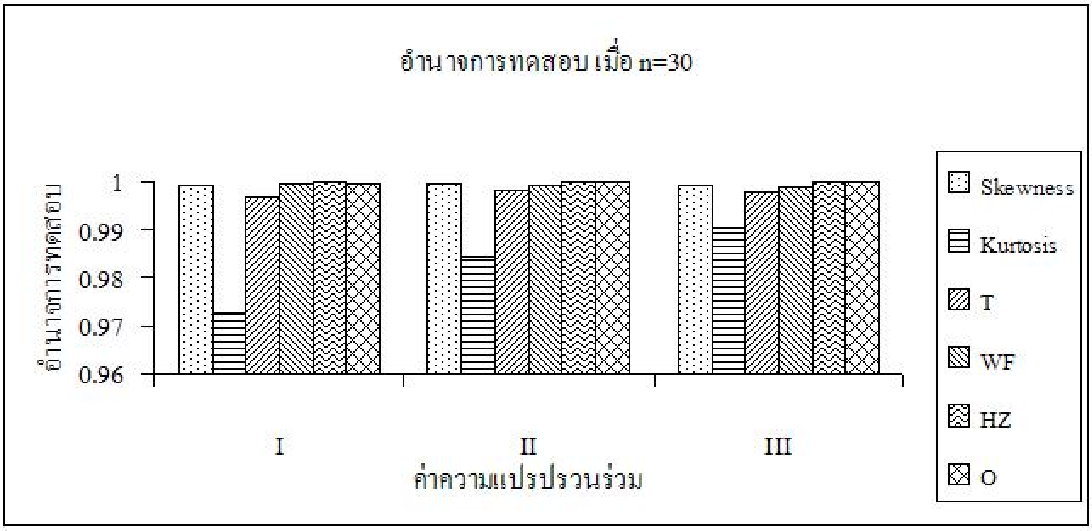
ตารางที่ 30 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร (p=4) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

S	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
$\begin{bmatrix} 1 & .3 & .3 & .3 \\ .3 & 1 & .3 & .3 \\ .3 & .3 & 1 & .3 \\ .3 & .3 & .3 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 1	20	0.9620	0.7436	0.9062	0.9930	1.0000	●
	30	0.9994	0.9726	0.9968	0.9998	1.0000	0.9998
	40	1.0000	0.9976	0.9994	-	1.0000	●
	50	1.0000	0.9998	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .6 & .6 & .6 \\ .6 & 1 & .6 & .6 \\ .6 & .6 & 1 & .6 \\ .6 & .6 & .6 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 2	20	0.9740	0.8090	0.9250	0.9858	0.9978	●
	30	0.9996	0.9842	0.9982	0.9994	1.0000	1.0000
	40	1.0000	0.9988	1.0000	-	1.0000	●
	50	1.0000	1.0000	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix} 1 & .9 & .9 & .9 \\ .9 & 1 & .9 & .9 \\ .9 & .9 & 1 & .9 \\ .9 & .9 & .9 & 1 \end{bmatrix}$ แบบที่ 3	20	0.9742	0.8760	0.9472	0.9842	0.9882	●
	30	0.9994	0.9902	0.9978	0.9988	1.0000	1.0000
	40	1.0000	0.9994	0.9998	-	1.000	●
	50	1.0000	1.0000	1.0000	-	1.000	1.0000

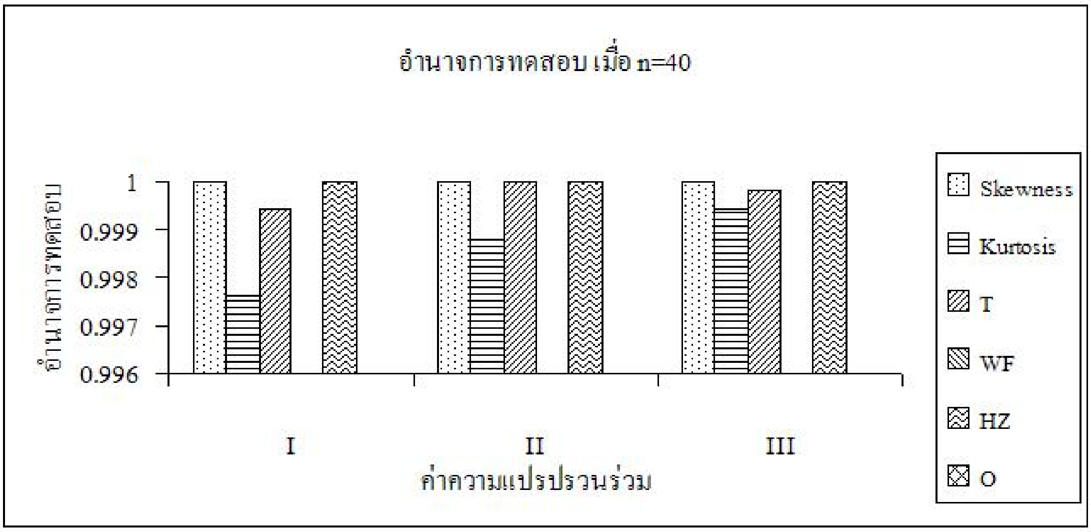
หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



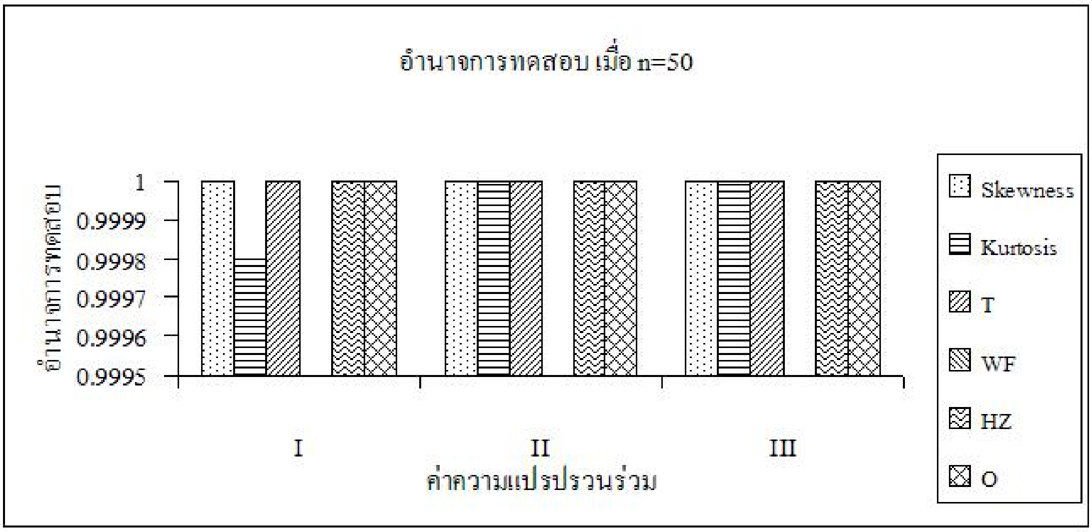
ภาพที่ 72 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 73 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 74 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 75 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังผลจากตารางที่ 30 และภาพที่ 72 – 75 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n= 20)

จากภาพที่ 72 กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี และเมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบเป็นเปอร์เซ็นต์ของการทดสอบจะพบว่า สถิติ HZ, W_F, S และ T ให้อำนาจการทดสอบมากกว่า 90 เปอร์เซ็นต์

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 73 กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ O, S และ W_F โดยจะสังเกตว่าเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมมีค่าเพิ่มขึ้นสถิติ O ให้อำนาจการทดสอบเพิ่มขึ้น ส่วนสถิติ S ให้อำนาจการทดสอบมากกว่าสถิติ W_F กรณีค่าความแปรปรวนร่วมมีค่ามาก คือ เท่ากับ 0.6 และ 0.9 ส่วนกรณีที่ค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงกว่า และเมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบเป็นเปอร์เซ็นต์ของการทดสอบจะพบว่า สถิติ HZ, O, S, W_F และ T ให้อำนาจการทดสอบมากกว่า 99 เปอร์เซ็นต์

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

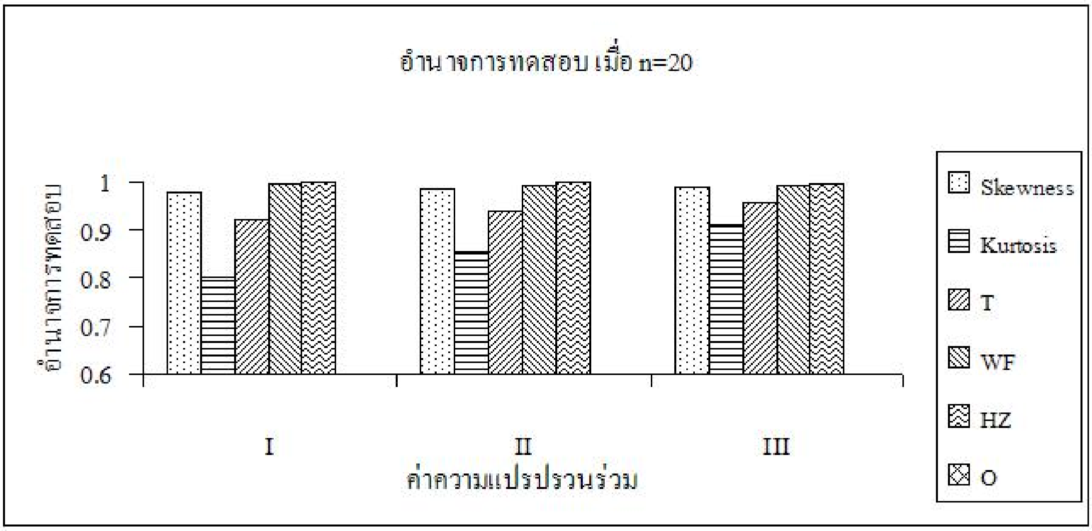
กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 จากภาพที่ 74 – 75 พบว่า สถิติ HZ, O, W_F และ S จะให้อำนาจการทดสอบเท่ากันทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมา คือ สถิติ T ตามลำดับ และเมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบเป็นเปอร์เซ็นต์ของการทดสอบจะพบว่า สถิติทดสอบทั้ง 6 แบบ มีอำนาจการทดสอบสูงทุกสถิติทดสอบ กล่าวคือ สถิติทดสอบทุกแบบให้อำนาจการทดสอบมากกว่า 99 เปอร์เซ็นต์

ตารางที่ 31 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร (p=4) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

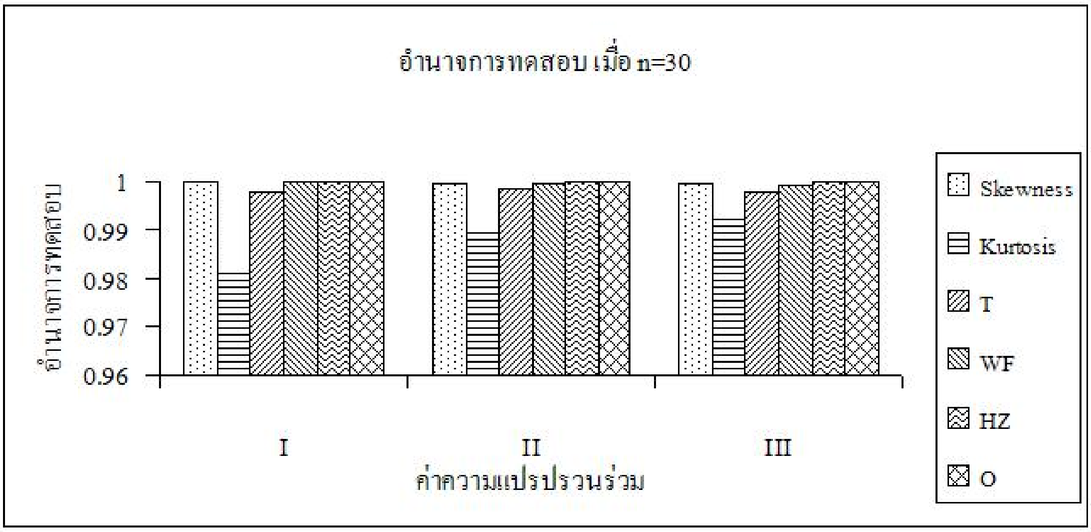
S	**n**	**สถิติทดสอบ**					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
$\begin{bmatrix}1 & .3 & .3 & .3\\ .3 & 1 & .3 & .3\\ .3 & .3 & 1 & .3\\ .3 & .3 & .3 & 1\end{bmatrix}$	20	0.9768	0.8004	0.9208	0.9968	1.0000	●
	30	1.0000	0.9810	0.9976	1.0000	1.0000	1.0000
	40	1.0000	0.9982	0.9996	1.0000	1.0000	●
แบบที่ 1	50	1.0000	0.9998	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix}1 & .6 & .6 & .6\\ .6 & 1 & .6 & .6\\ .6 & .6 & 1 & .6\\ .6 & .6 & .6 & 1\end{bmatrix}$	20	0.9844	0.8544	0.9386	0.9928	0.9994	●
	30	0.9998	0.9894	0.9986	0.9996	1.0000	1.0000
	40	1.0000	0.9992	1.0000	-	1.0000	●
แบบที่ 2	50	1.0000	1.0000	1.0000	-	1.0000	1.0000
$\begin{bmatrix}1 & .9 & .9 & .9\\ .9 & 1 & .9 & .9\\ .9 & .9 & 1 & .9\\ .9 & .9 & .9 & 1\end{bmatrix}$	20	0.9864	0.9082	0.9562	0.9910	0.9972	●
	30	0.9998	0.9924	0.9978	0.9992	1.0000	1.0000
	40	1.0000	0.9998	0.9998	-	1.000	●
แบบที่ 3	50	1.0000	1.0000	1.0000	-	1.000	1.0000

หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

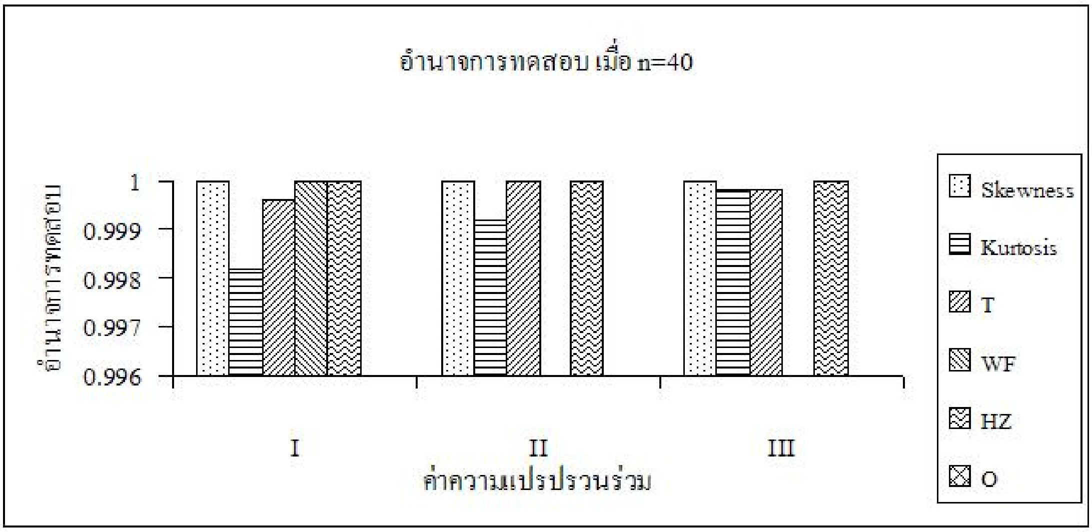
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



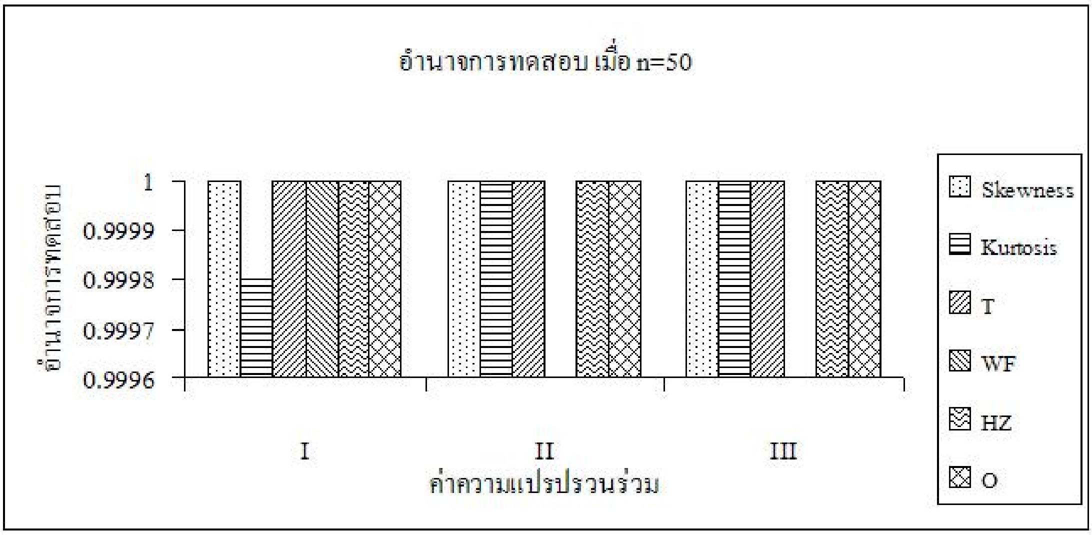
ภาพที่ 76 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 77 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 78 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 79 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 4 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังผลจากตารางที่ 31 และภาพที่ 76 - 79 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 76 พบว่า สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ W_F และ S ตามลำดับ และเมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบเป็นเปอร์เซ็นต์ของการทดสอบจะพบว่า สถิติ HZ, W_F และ S ให้อำนาจการทดสอบมากกว่า 75 เปอร์เซ็นต์

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 77 กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 พบว่า สถิติ HZ และ O ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ S และ W_F ตามลำดับ และเมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบเป็นเปอร์เซ็นต์ของการทดสอบจะพบว่า สถิติ HZ, O, W_F , S และ T ให้อำนาจการทดสอบมากกว่า 99 เปอร์เซ็นต์

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

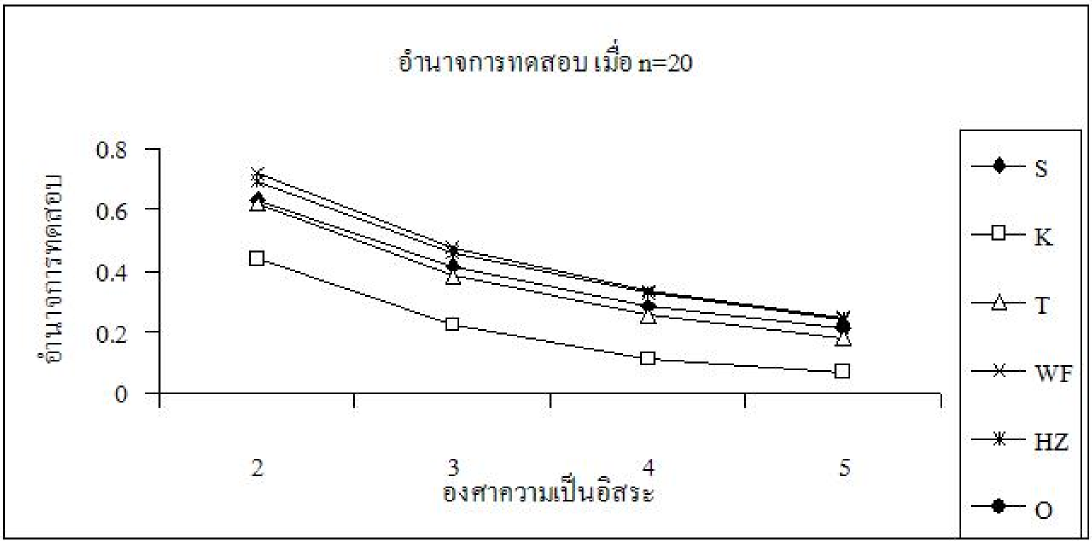
กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 จากภาพที่ 78 - 79 พบว่า สถิติ HZ, O และ S จะให้อำนาจการทดสอบเท่ากันทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมา คือ สถิติ T ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบเป็นเปอร์เซ็นต์ของการทดสอบกรณีขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่จะพบว่า สถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี มีอำนาจการทดสอบสูงทุกสถิติทดสอบ กล่าวคือ สถิติทดสอบทุกวิธีให้อำนาจการทดสอบมากกว่า 99 เปอร์เซ็นต์

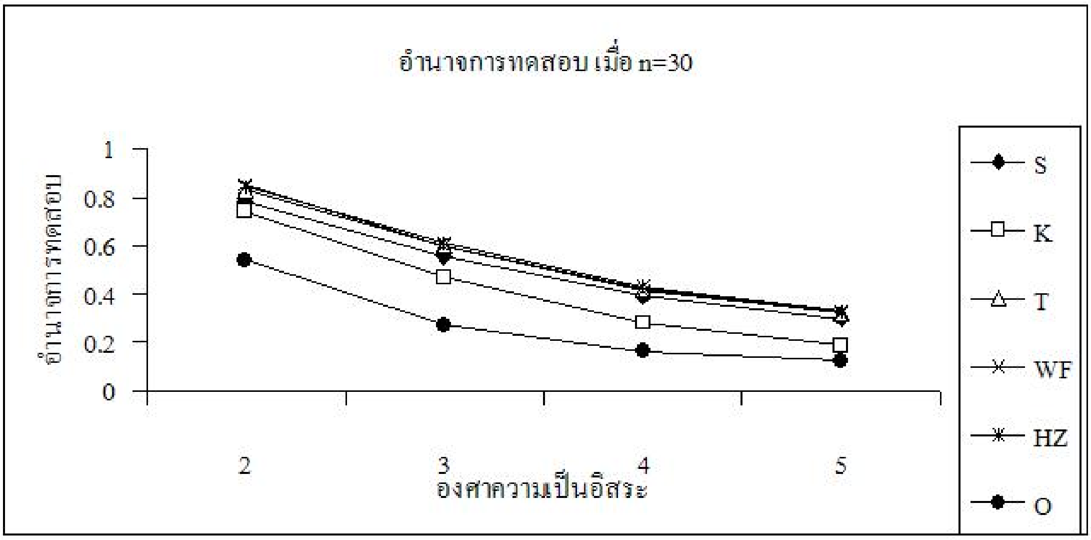
ตารางที่ 32 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร (p=2) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

df	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
2	20	0.6306	0.4424	0.6184	0.7194	0.6938	●
	30	0.7774	0.7450	0.8310	0.8482	0.8436	0.5392
	40	0.8500	0.8884	0.9334	-	0.9254	●
	50	0.8868	0.9516	0.9690	-	0.9596	0.6400
3	20	0.4158	0.2206	0.3864	0.4764	0.4602	●
	30	0.5526	0.4652	0.5980	0.6012	0.6074	0.2770
	40	0.6290	0.6364	0.7346	-	0.7098	●
	50	0.6840	0.7490	0.8174	-	0.7854	0.3430
4	20	0.2846	0.1136	0.2554	0.3368	0.3256	●
	30	0.3888	0.2846	0.4186	0.4168	0.4288	0.1660
	40	0.4626	0.4318	0.5516	-	0.5184	●
	50	0.5264	0.5508	0.6572	-	0.6002	0.2020
5	20	0.2094	0.0670	0.1794	0.2472	0.2398	●
	30	0.2988	0.1838	0.3190	0.3181	0.3266	0.1278
	40	0.3620	0.2966	0.4222	-	0.4026	●
	50	0.4106	0.3994	0.5112	-	0.4586	0.1486

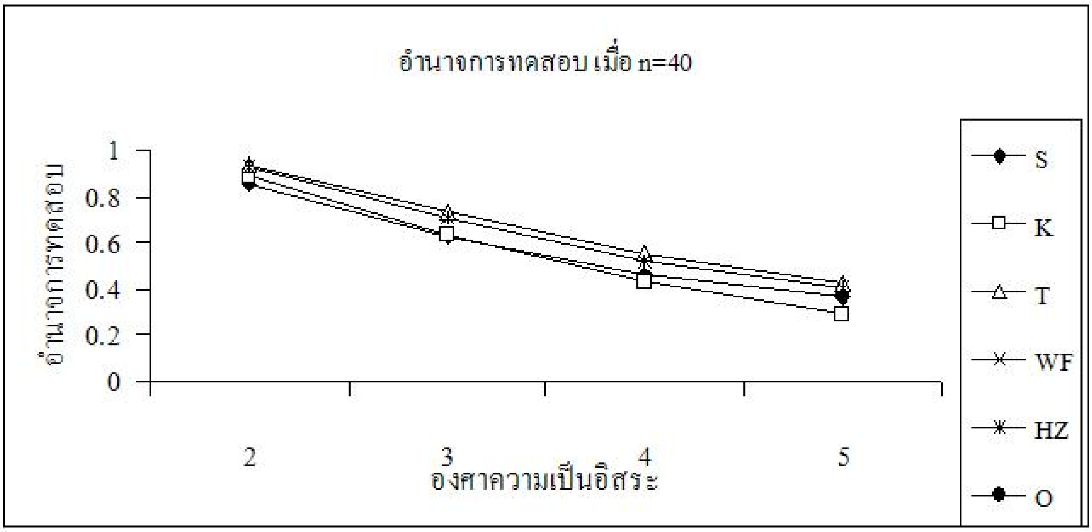
หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



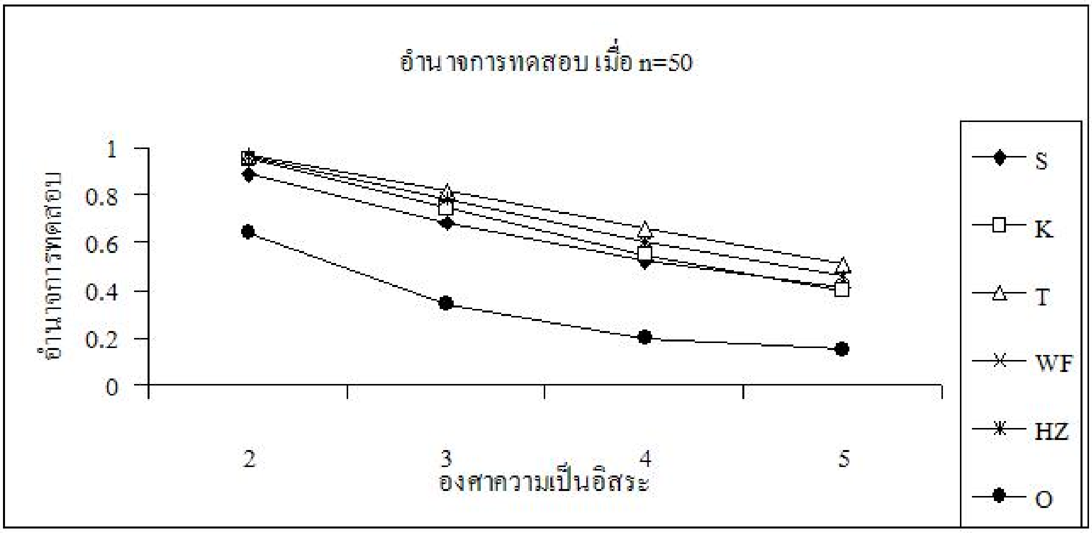
ภาพที่ 80 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 81 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 82 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 83 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังผลจากตารางที่ 32 และภาพที่ 80 - 83 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 80 พบว่า สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, T และ K ตามลำดับ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 81 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, T, S, K และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 (df = 3) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ W_F, T, S, K และ O ตามลำดับ และเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, W_F, S, K และ O ตามลำดับ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 และ 3 (df = 2 และ 3) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, K และ S ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 และ 3 (df = 2 และ 3) รองลงมาคือ สถิติ HZ, S และ K ตามลำดับ

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2, 3 และ 4 (df = 2, 3 และ 4) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, K, S และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 (df = 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2, 3 และ 4 (df = 2, 3 และ 4) รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, K และ O ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาภาพรวมของอำนาจการทดสอบเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ พบว่า สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทั้งขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 และทุกขนาดขององศา

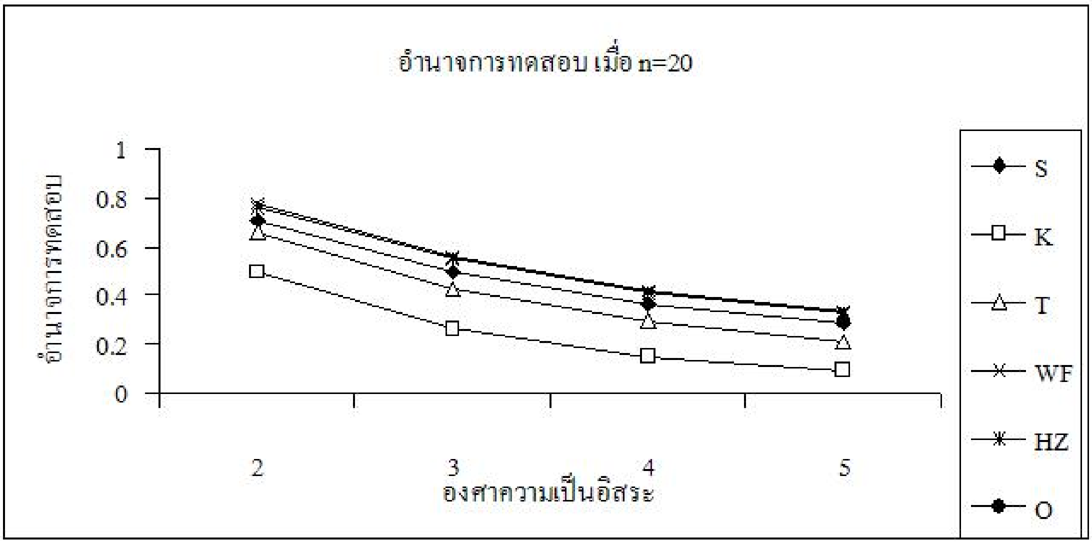
ความเป็นอิสระ (df = 2, 3, 4 และ 5) โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

ตารางที่ 33 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร (p=2) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

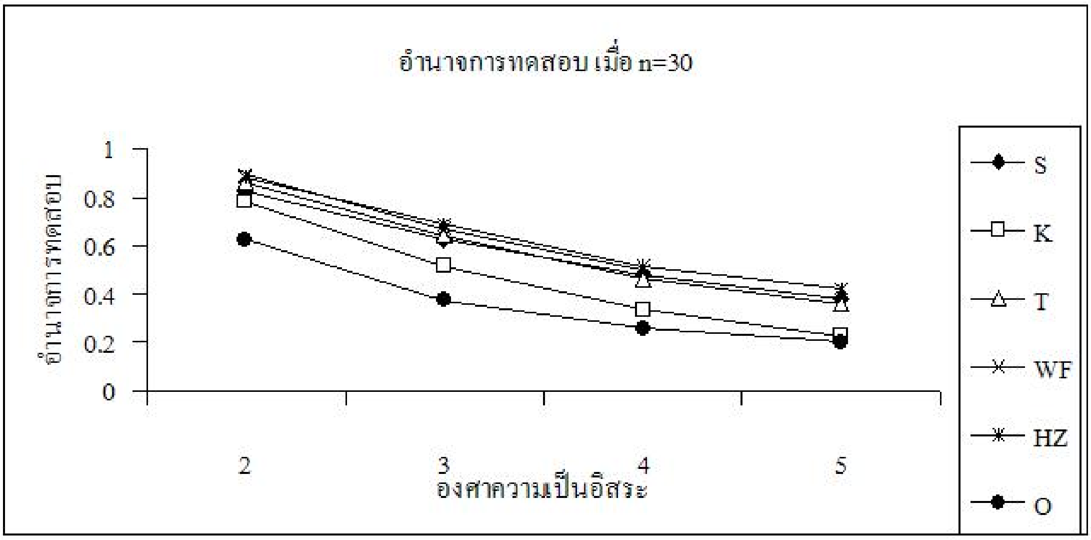
df	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
2	20	0.7032	0.4926	0.6576	0.7746	0.7632	●
	30	0.8204	0.7816	0.8600	0.8872	0.8822	0.6278
	40	0.8860	0.9090	0.9480	-	0.9504	●
	50	0.9134	0.9624	0.9768	-	0.9754	0.7266
3	20	0.4956	0.2636	0.4274	0.5550	0.5472	●
	30	0.6218	0.5180	0.6386	0.6696	0.6850	0.3754
	40	0.6976	0.6760	0.7618	-	0.7744	●
	50	0.7420	0.7884	0.8446	-	0.8376	0.4408
4	20	0.3642	0.1504	0.2914	0.4156	0.4084	●
	30	0.4786	0.3334	0.4644	0.5024	0.5122	0.2562
	40	0.5480	0.4824	0.6006	-	0.6090	●
	50	0.6052	0.6028	0.6974	-	0.6830	0.2974
5	20	0.2852	0.0960	0.2106	0.3302	0.3230	●
	30	0.3856	0.2274	0.3614	-	0.4186	0.2056
	40	0.4476	0.3430	0.4712	-	0.4900	●
	50	0.4980	0.4494	0.5646	-	0.5564	0.2308

หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

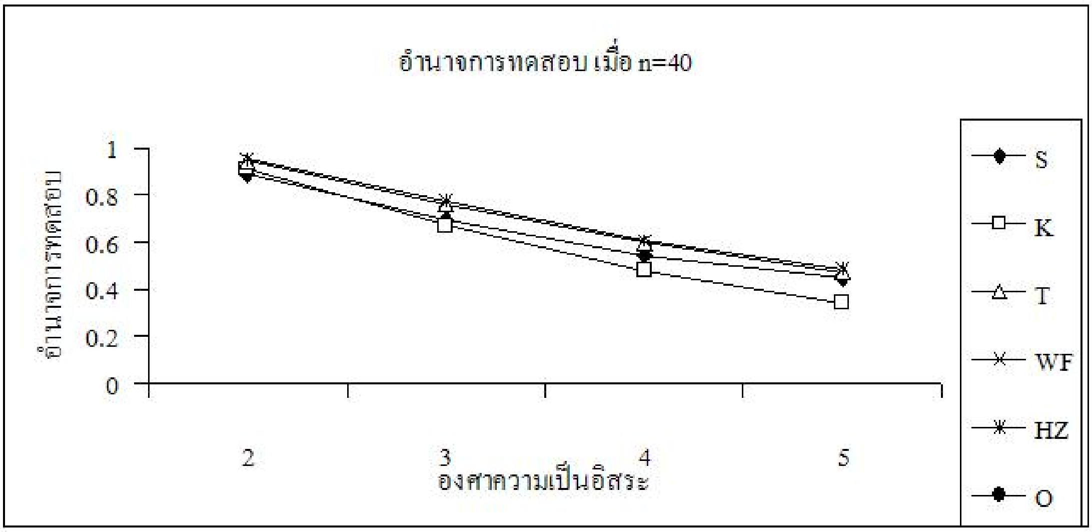
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



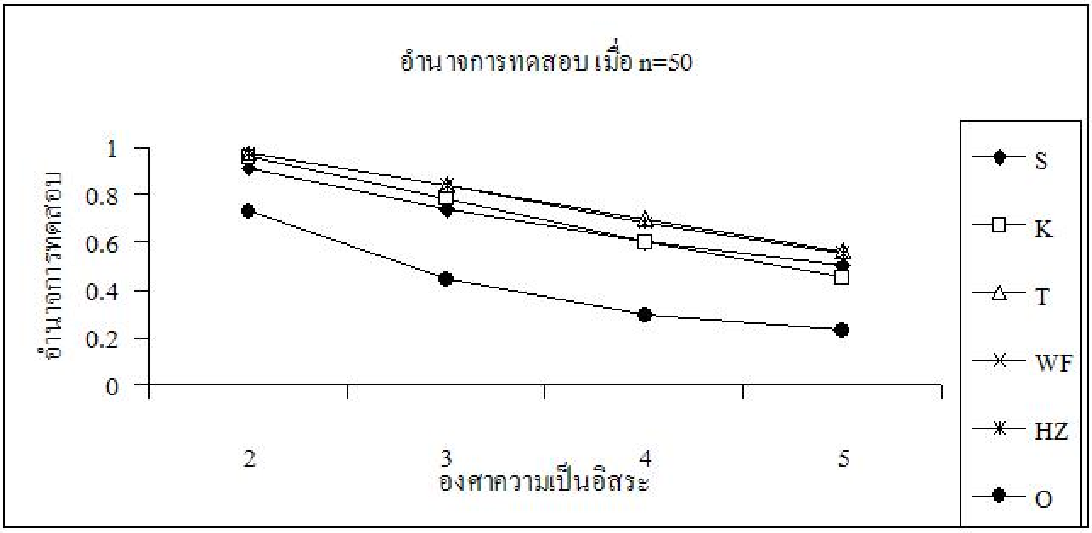
ภาพที่ 84 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 85 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 86 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 87 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 2 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังผลจากตารางที่ 33 และภาพที่ 84 – 87 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 84 พบว่า สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, T และ K ตามลำดับ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 85 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, T, S, K และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 (df = 3) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ W_F, T, S, K และ O ตามลำดับ และเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ W_F, S, T, K และ O ตามลำดับ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, K และ S ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3, 4 และ 5 (df = 3, 4 และ 5) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) รองลงมาคือ สถิติ T, S และ K ตามลำดับ

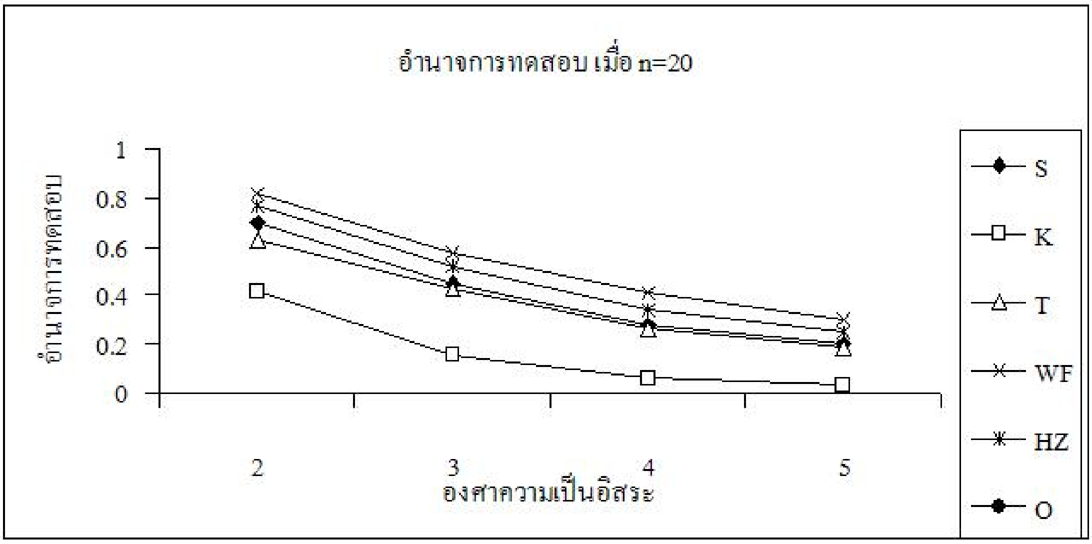
ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 และ 3 (df = 2 และ 3) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, K, S และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 และ 3 (df = 2 และ 3) รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, K และ O ตามลำดับ

ตารางที่ 34 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร (p=3) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

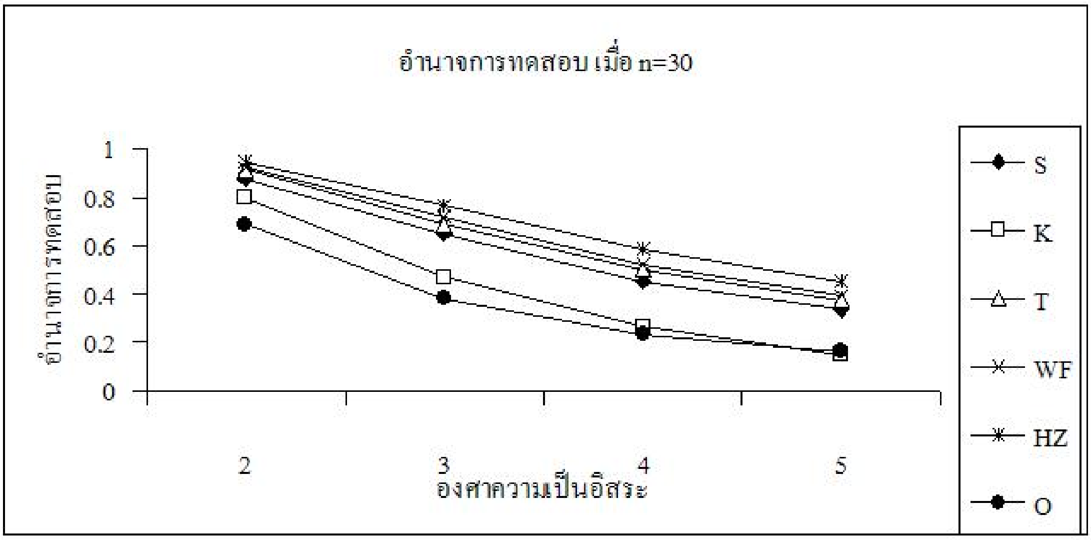
df	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
2	20	0.7000	0.4200	0.6308	0.8116	0.7638	●
	30	0.8724	0.7988	0.9138	0.9252	0.9418	0.6902
	40	0.9184	0.9322	0.9720	-	0.9664	●
	50	0.9526	0.9804	0.9938	-	0.9906	0.8246
3	20	0.4468	0.1580	0.4266	0.5724	0.5178	●
	30	0.6464	0.4672	0.6914	0.7208	0.7656	0.3804
	40	0.7196	0.6864	0.8352	-	0.7996	●
	50	0.7898	0.8230	0.9120	-	0.8694	0.4942
4	20	0.2828	0.0634	0.2630	0.4072	0.3426	●
	30	0.4562	0.2676	0.5018	0.5238	0.5832	0.2364
	40	0.5336	0.4510	0.6544	-	0.6068	●
	50	0.6038	0.5984	0.7642	-	0.6906	0.3032
5	20	0.2000	0.0340	0.1842	0.3012	0.2482	●
	30	0.3360	0.1502	0.3734	0.3928	0.4522	0.1656
	40	0.3862	0.2912	0.5012	-	0.4512	●
	50	0.4612	0.4162	0.6134	-	0.5360	0.1996

หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

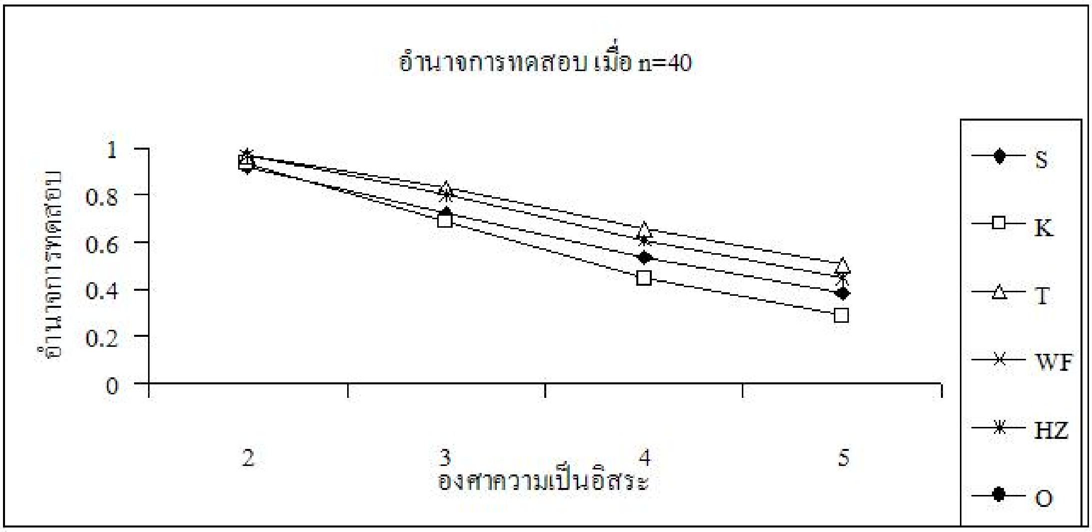
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



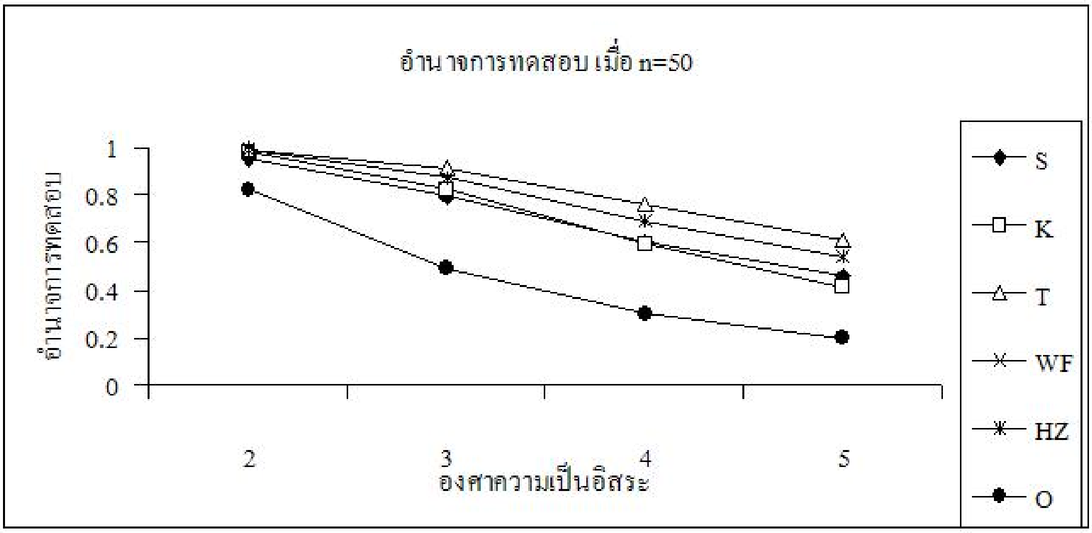
ภาพที่ 88 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 89 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 90 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 91 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังผลจากตารางที่ 34 และภาพที่ 88 - 91 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 88 พบว่า สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, T และ K ตามลำดับ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 89 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2, 3 และ 4 (df = 2, 3 และ 4) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ W_F, T, S, K และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 (df = 5) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2, 3 และ 4 (df=2,3 และ 4) รองลงมาคือ สถิติ W_F, T, S, O และ K ตามลำดับ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, K และ S ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3, 4 และ 5 (df = 3, 4 และ 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) รองลงมาคือ สถิติ HZ, S และ K ตามลำดับ

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2, และ 3 (df = 2 และ 3) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, K, S และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 และ 3 (df = 2 และ 3) รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, K และ O ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาภาพรวมของอำนาจการทดสอบเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ พบว่า สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทั้งขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 และทุกขนาดขององศา

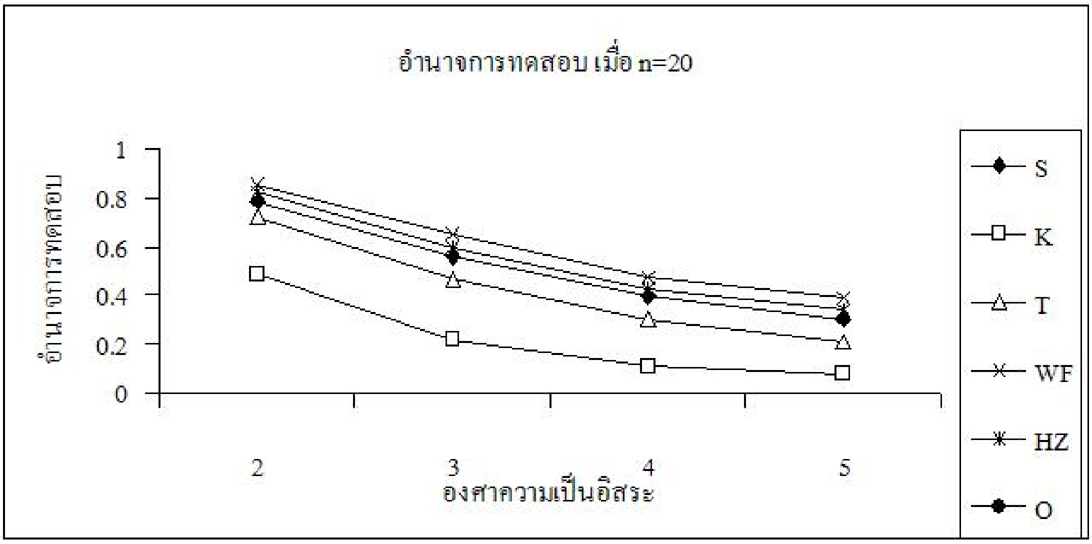
ความเป็นอิสระ (df = 2, 3, 4 และ 5) โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

ตารางที่ 35 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร (p=3) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

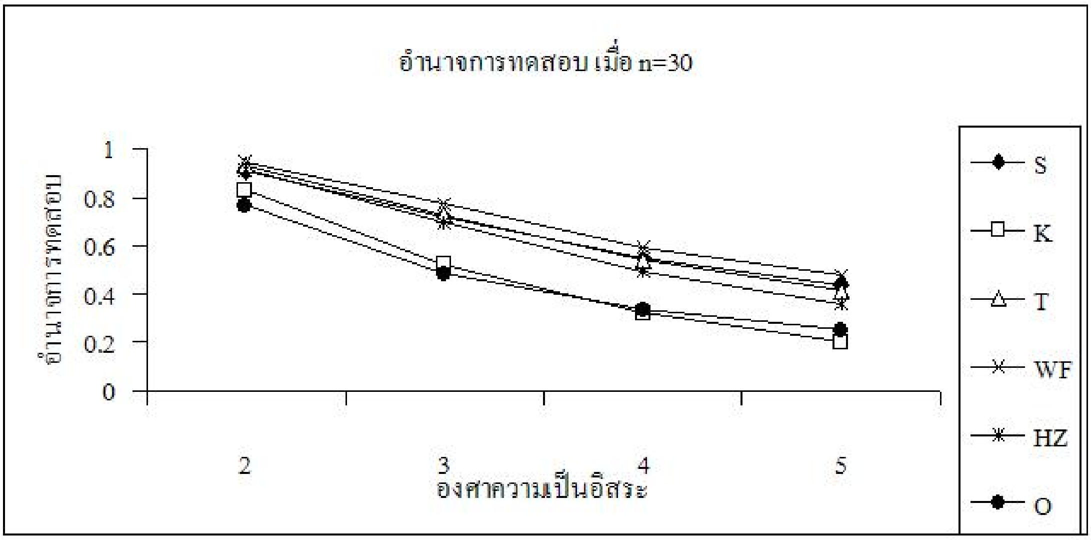
df	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
2	20	0.7798	0.4848	0.7216	0.8518	0.8188	●
	30	0.9094	0.8312	0.9282	0.9476	0.9162	0.7666
	40	0.9488	0.9468	0.9772	-	0.9778	●
	50	0.9764	0.9858	0.9958	-	0.9940	0.8786
3	20	0.5556	0.2136	0.4680	0.6532	0.5994	●
	30	0.7220	0.5252	0.7294	0.7746	0.6926	0.4852
	40	0.8044	0.7348	0.8624	0.8735	0.8540	●
	50	0.8662	0.8518	0.9296	-	0.9088	0.5916
4	20	0.3952	0.1080	0.3040	0.4732	0.4270	●
	30	0.5442	0.3218	0.5426	0.5900	0.4916	0.3326
	40	0.6298	0.5040	0.6934	0.6517	0.6842	●
	50	0.7288	0.6514	0.7952	0.7321	0.7590	0.4086
5	20	0.3002	0.0800	0.2126	0.3862	0.3374	●
	30	0.4342	0.2008	0.4108	0.4754	0.3598	0.2536
	40	0.5068	0.3404	0.5490	0.5060	0.5328	●
	50	0.6006	0.4694	0.6558	0.5475	0.6230	0.2974

หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

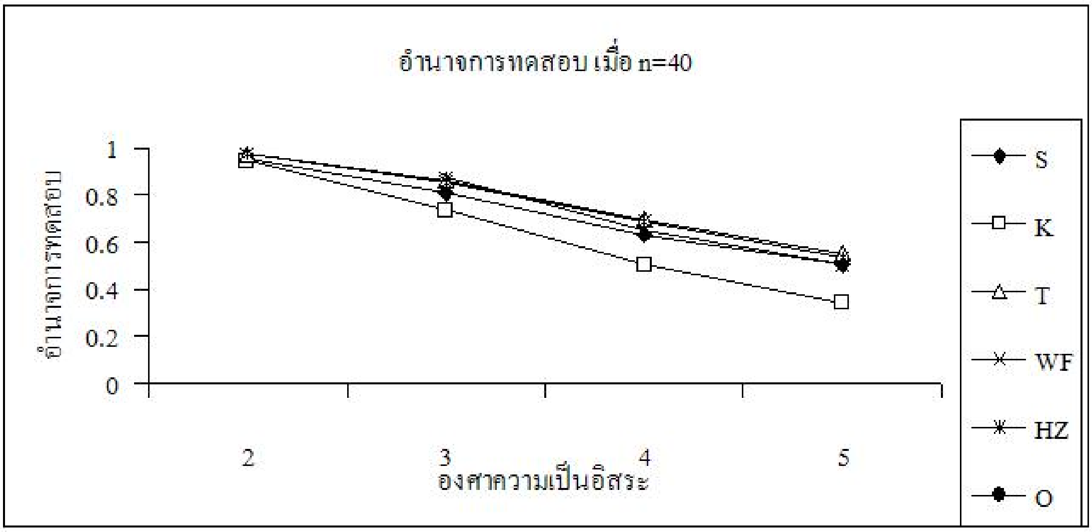
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



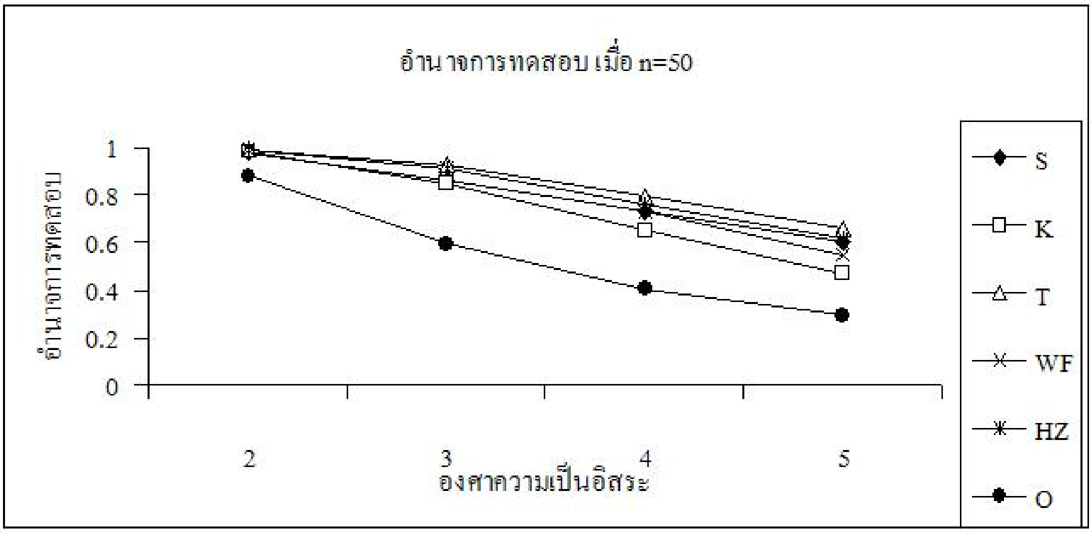
ภาพที่ 92 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 93 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 94 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 95 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังผลจากตารางที่ 35 และภาพที่ 92 – 95 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 92 พบว่า สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, T และ K ตามลำดับ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 93 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, HZ, S, K และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 (df = 3) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, S, HZ, K และ O ตามลำดับ และกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df=4 และ 5) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ S, T, HZ, O และ K ตามลำดับ ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าสถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าองศาความเป็นอิสระที่ทำการทดสอบ และตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, S และ K ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 (df = 3) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, HZ, S และ K ตามลำดับ กรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 (df = 4) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, W_F, S และ K ตามลำดับ และกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 (df = 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดซึ่งสอดคล้องกับกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 (df = 4) รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, W_F และ K ตามลำดับ

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, K, S และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 (df = 3) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, K และ O ตามลำดับ กรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 (df = 4) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบ

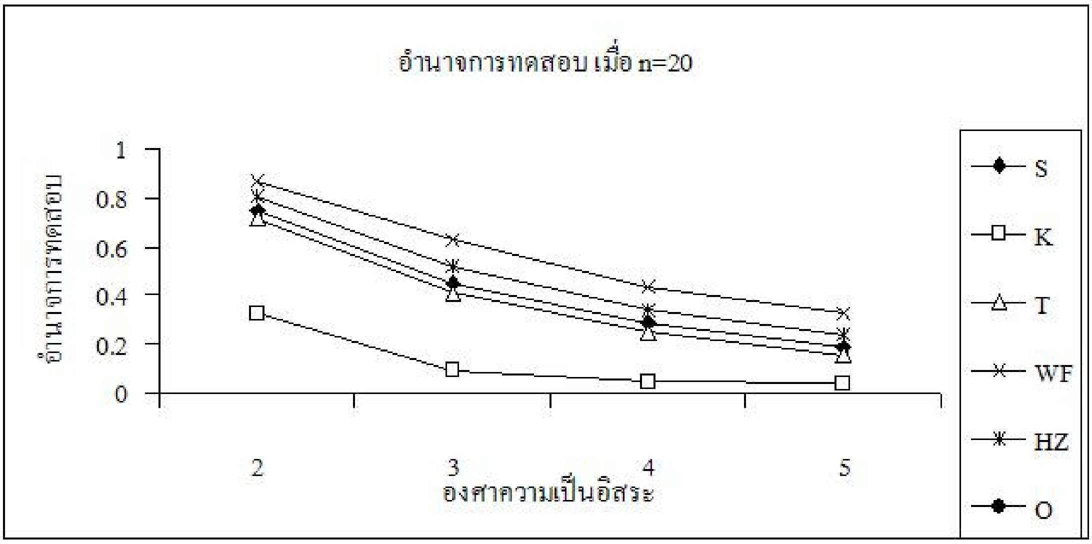
สูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, W_F, S, K และ O ตามลำดับ และกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 (df = 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, W_F, K และ O ตามลำดับ

ตารางที่ 36 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร (p=4) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

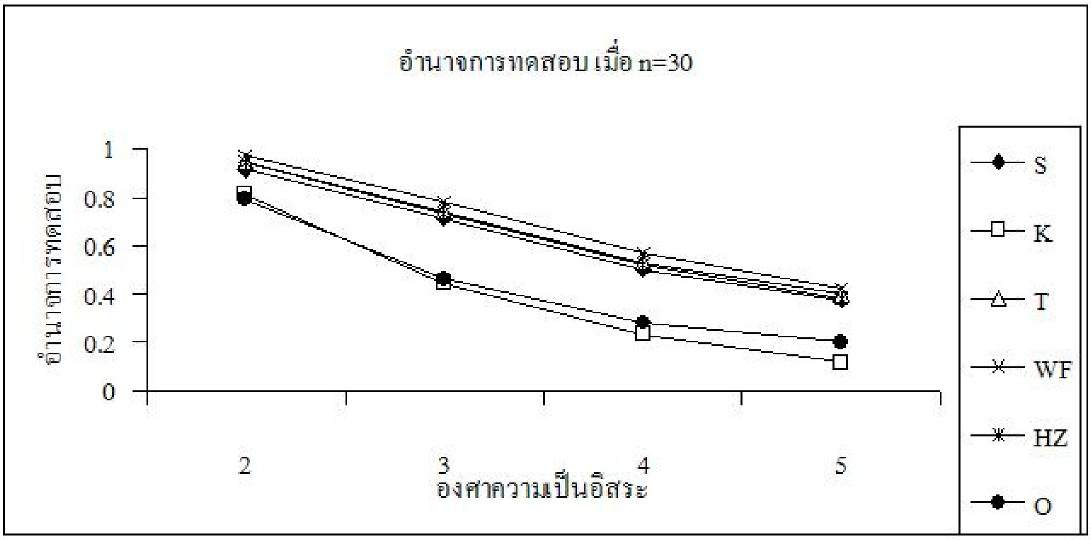
df	n	สถิติทดสอบ					
		S	K	T	W_F	HZ	O
2	20	0.7472	0.3286	0.7146	0.8720	0.8024	●
	30	0.9128	0.8152	0.9426	0.9664	0.9452	0.7918
	40	0.9640	0.9512	0.9888	1.0000	0.9820	●
	50	0.9810	0.9880	0.9974	1.0000	0.9948	0.9048
3	20	0.4506	0.0930	0.4080	0.6270	0.5196	●
	30	0.7076	0.4476	0.7426	0.7776	0.7354	0.4636
	40	0.8154	0.6978	0.8840	0.8652	0.8460	●
	50	0.8750	0.8434	0.9448	-	0.9056	0.5972
4	20	0.2846	0.0430	0.2444	0.4372	0.3422	●
	30	0.5006	0.2314	0.5314	0.5702	0.5208	0.2780
	40	0.6324	0.4362	0.7114	0.6301	0.6448	●
	50	0.7132	0.6050	0.8224	0.7312	0.7302	0.3834
5	20	0.1878	0.0386	0.1538	0.3238	0.2366	●
	30	0.3724	0.1208	0.3960	0.4200	0.3790	0.1994
	40	0.4838	0.2680	0.5560	0.4900	0.4884	●
	50	0.5732	0.4138	0.6828	0.5091	0.5644	0.2550

หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

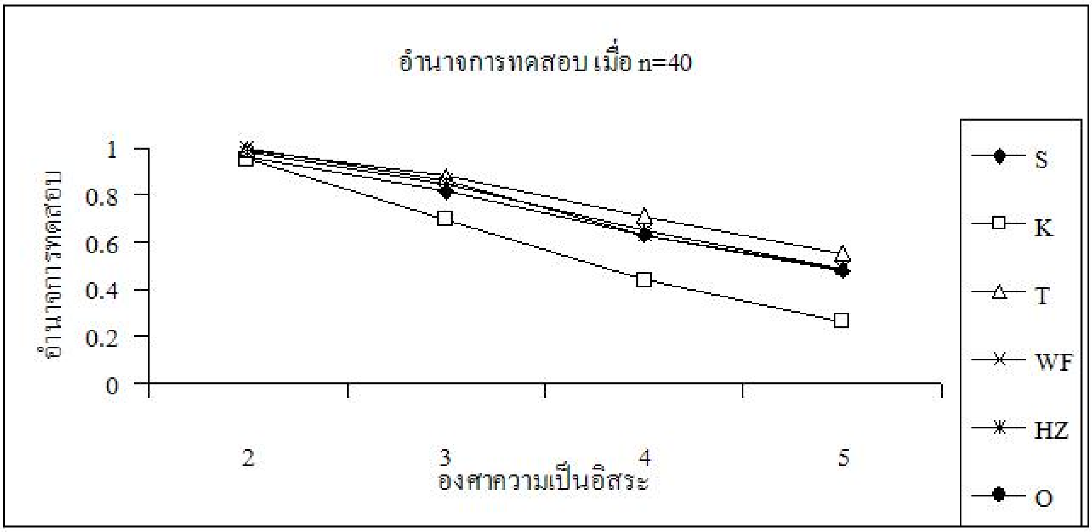
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



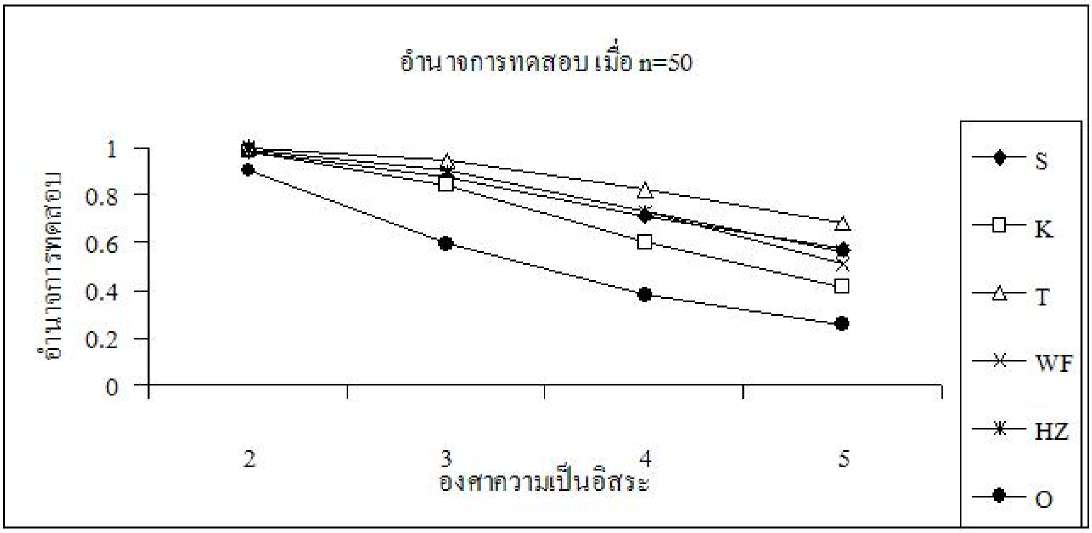
ภาพที่ 96 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 97 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 98 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 99 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.05 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังผลจากตารางที่ 36 และภาพที่ 96 – 99 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 96 พบว่า สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, T และ K ตามลำดับ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 97 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 และ 3 (df = 2 และ 3) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, HZ, S, K และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, HZ, S, O และ K ตามลำดับ ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าสถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าองศาความเป็นอิสระที่ทำการทดสอบซึ่งใกล้เคียงกับสถิติ T และ HZ และตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

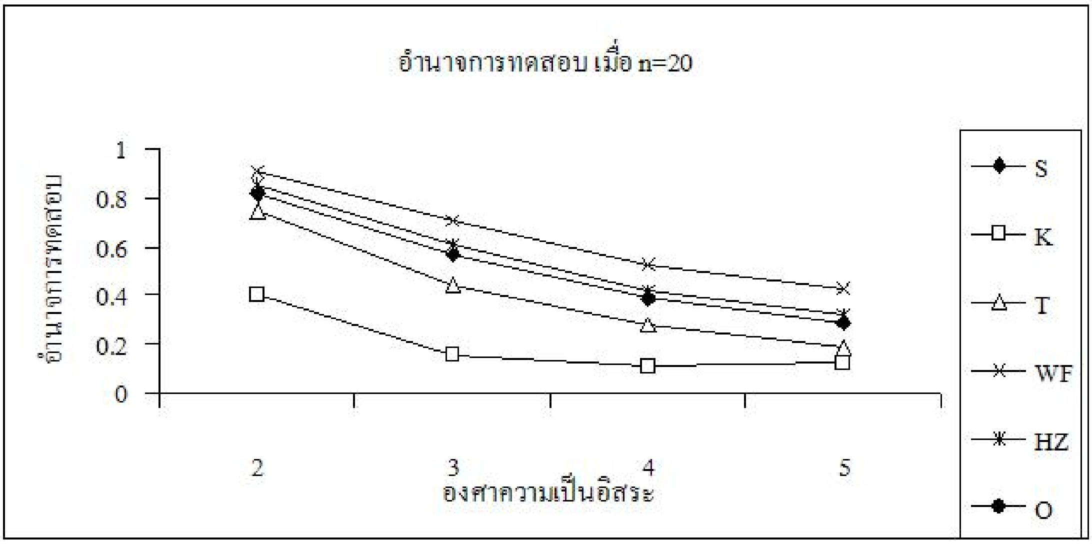
ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, HZ, S และ K ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 และ 5 (df = 3 และ 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ W_F, HZ, S และ K ตามลำดับ และกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 (df = 4) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, W_F และ K ตามลำดับ

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, HZ, K, S และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 (df = 3) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, K และ O ตามลำดับ กรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 (df = 4) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ W_F, HZ, S, K และ O ตามลำดับ และกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 (df = 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ S, HZ, W_F, K และ O ตามลำดับ

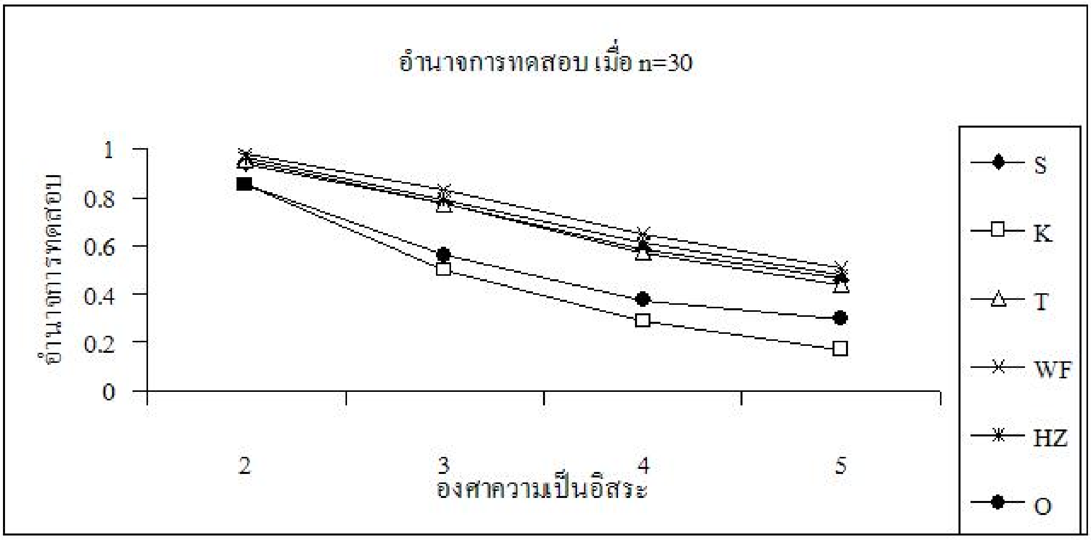
ตารางที่ 37 แสดงค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร (p=4) กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

df	n	สถิติทดสอบ					
		S	**K**	**T**	**W_F**	**HZ**	**O**
2	20	0.8172	0.4052	0.7442	0.9062	0.8536	●
	30	0.9400	0.8484	0.9528	0.9768	0.9638	0.8478
	40	0.9740	0.9636	0.9914	1.0000	0.9892	●
	50	0.9870	0.9906	0.9980	1.0000	0.9974	0.9360
3	20	0.5674	0.1562	0.4450	0.7046	0.6056	●
	30	0.7696	0.5026	0.7734	0.8278	0.7928	0.5634
	40	0.8564	0.7390	0.9022	0.8869	0.8896	●
	50	0.9106	0.8776	0.9552	-	0.9382	0.6870
4	20	0.3910	0.1100	0.2798	0.5292	0.4224	●
	30	0.5838	0.2926	0.5694	0.6452	0.6060	0.3756
	40	0.7002	0.4946	0.7452	0.6897	0.7300	●
	50	0.7852	0.6570	0.8478	0.7742	0.8054	0.4886
5	20	0.2870	0.1248	0.1824	0.4238	0.3202	●
	30	0.4574	0.1746	0.4338	0.5104	0.4776	0.2982
	40	0.5638	0.3268	0.5944	0.5740	0.5830	●
	50	0.6656	0.4750	0.7181	0.5714	0.6612	0.3632

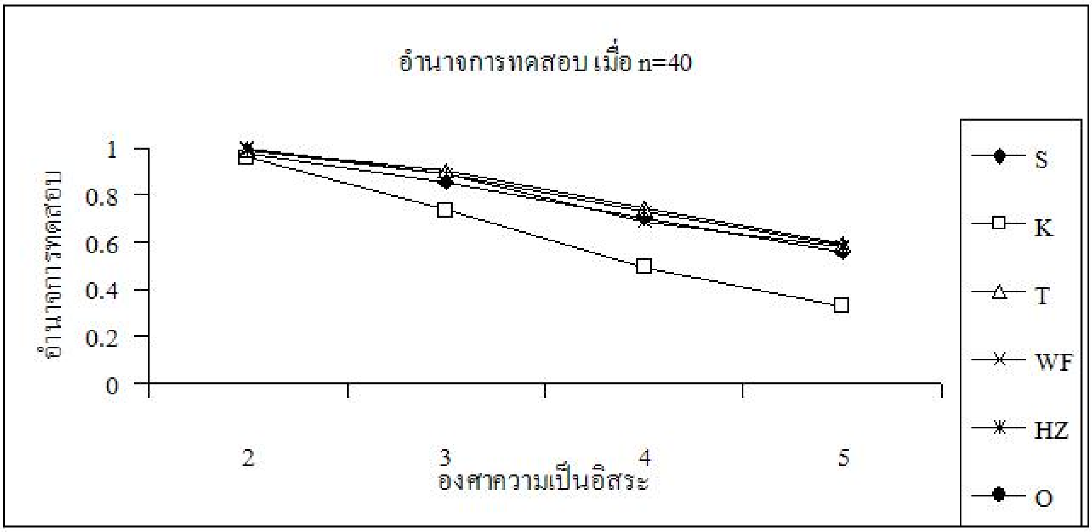
หมายเหตุ ● หมายถึง ไม่ได้ทำการศึกษา เนื่องจากไม่มีค่าวิกฤติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ
- หมายถึง ไม่มีผลการทดลอง



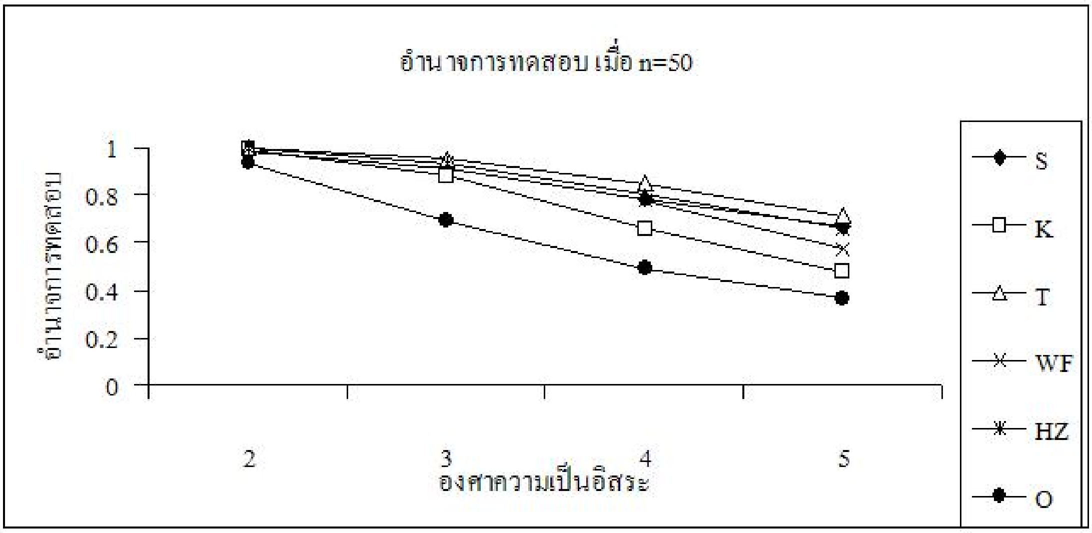
ภาพที่ 100 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 20 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 101 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 30 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 102 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 40 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์



ภาพที่ 103 แสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร n = 50 และ α = 0.10 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

ผลจากการศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ 6 วิธี กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ที 4 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ดังผลจากตารางที่ 37 และภาพที่ 100 – 103 สรุปได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20)

จากภาพที่ 100 พบว่า สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, T และ K ตามลำดับ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30)

จากภาพที่ 101 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2 และ 3) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, T, S, K และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 (df = 3) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, T, S, O และ K ตามลำดับ กรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 และ 5 (df = 4 และ 5) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, T, O และ K ตามลำดับ

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50)

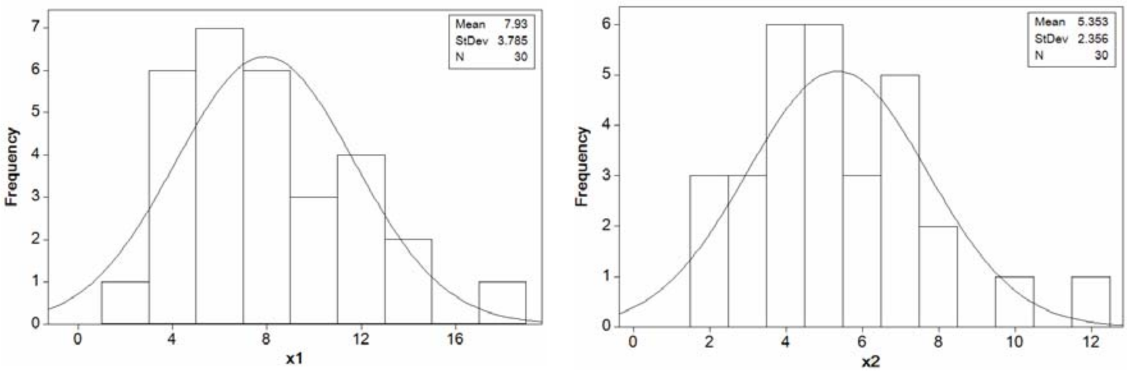
ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, HZ, S และ K ตามลำดับ ส่วนกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 และ 5 (df = 3 และ 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, W_F, S และ K ตามลำดับ และกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 (df = 4) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, W_F และ K ตามลำดับ

ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 พบว่า เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ T, HZ, K, S และ O ตามลำดับ ส่วนกรณีเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 (df = 3) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, K และ O ตามลำดับ กรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 (df = 4) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, W_F, K และ O ตามลำดับ และกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 (df = 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ สถิติ S, HZ, W_F, K และ O ตามลำดับ

ส่วนที่ 3 ผลการวิเคราะห์กับข้อมูลจริง

จากการศึกษาการแจกแจงของข้อมูลคุณค่าทางโภชนาการ ของรายการอาหารกลางวันซึ่งจัดให้สำหรับเด็กวัยก่อนเรียนของโรงเรียนอนุบาลในพื้นที่ประสบภัยพิบัติคลื่นสึนามิ จังหวัดระนอง ซึ่งมีขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

1. นำข้อมูลมาพร็อตกราฟ

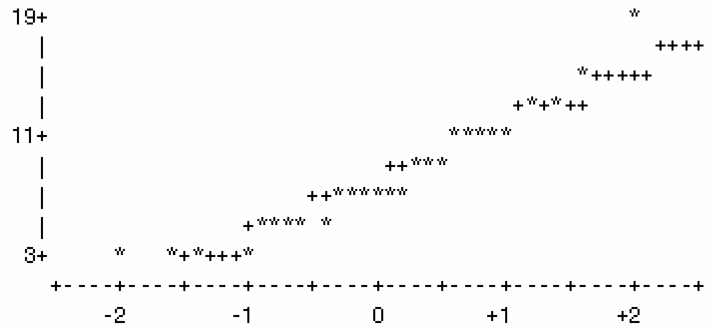


ภาพที่ 104 แสดงการกระจายของข้อมูล

2. ตรวจสอบการแจกแจงข้อมูลแต่ละตัวแปรว่ามีการแจกแจงปกติหรือไม่

The UNIVARIATE Procedure
Variable: x1

Normal Probability Plot



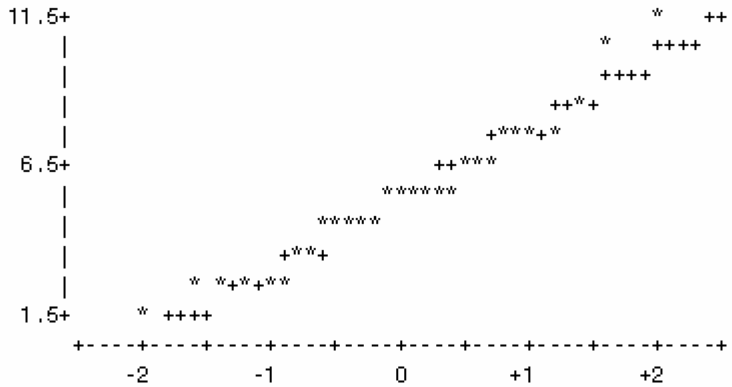
Tests for Normality

Test	--Statistic---		-----p Value------	
Shapiro-Wilk	W	0.942619	Pr < W	0.1070

ภาพที่ 105 แสดง Normal Probability ของตัวแปร x_1

The UNIVARIATE Procedure
Variable: x2

Normal Probability Plot



Tests for Normality

Test	--Statistic---		-----p Value------	
Shapiro-Wilk	W	0.965996	Pr < W	0.4362

ภาพที่ 106 แสดง Normal Probability ของตัวแปร x_2

จากภาพที่ 105 และ 106 ทำการตรวจสอบการแจกแจงปกติของข้อมูล x_1 และ x_2 ด้วยสถิติ Shapiro – Wilk พบว่า ค่า P-Value มีค่ามากกว่า 0.10 ดังนั้น ยอมรับสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 สรุปว่า ข้อมูล x_1 และ x_2 มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ แต่จากการวิเคราะห์นี้ไม่อาจสรุปได้ว่าข้อมูลชุดนี้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติพหุ ดังนั้นจึงทำการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ โดยสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี เพื่อสรุปว่าข้อมูลมีการแจกแจงปกติ 2 ตัวแปรหรือไม่

3. คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี

กำหนดสมมติฐานของการทดสอบ ดังนี้

H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ 2 ตัวแปร

H_1 : ประชากรไม่มีการแจกแจงแบบปกติ 2 ตัวแปร

3.1 คำนวณค่าประมาณพารามิเตอร์ ดังนี้

คำนวณเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง

$$\overline{x} = \begin{bmatrix} 7.930 \\ 5.353 \end{bmatrix}$$

คำนวณเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวอย่าง

$$S = \begin{bmatrix} 13.851 & 7.633 \\ 7.633 & 5.365 \end{bmatrix}$$

คำนวณอินเวอร์สเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวอย่าง

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 0.334 & -0.476 \\ -0.476 & 0.863 \end{bmatrix}$$

3.2 คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี และเปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบที่ได้จากการทดลองกับค่าวิกฤติของตัวสถิติทดสอบนั้นๆ ที่ระดับนัยสำคัย 0.05 และ 0.10

3.2.1 สถิติ Mardia's skewness

$$b_{1,p} = 0.9949$$

เกณฑ์การตัดสินใจ
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$$b_{1,p} = 0.9949 < 1.687$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

$$b_{1,p} = 0.9949 < 1.363$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

3.2.2 สถิติทดสอบ Mardia's kurtosis

$$b_{2,p} = 7.1956$$

เกณฑ์การตัดสินใจ
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05
พิจารณาจากค่า upper percentiles ของ $b_{2,p}$

$$b_{2,p} = 7.1956 < 9.516$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

พิจารณาจากค่า lower percentiles ของ $b_{2,p}$

$$b_{2,p} = 7.1956 > 5.692$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั่นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

3.2.3 สถิติทดสอบ T

$$T = 7.3801$$

เกณฑ์การตัดสินใจ

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$$T = 7.3801 < 16.92$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั่นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

$$T = 7.3801 < 14.68$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั่นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

3.2.4 สถิติทดสอบ W_F

$$W_F = 8.5409$$

เกณฑ์การตัดสินใจ
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$$W_F = 8.5409 < 9.49$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

$$W_F = 8.5409 > 7.78$$

ดังนั้นจึงปฏิเสธสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลไม่มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

3.2.5 สถิติทดสอบ HZ

$$HZ = 0.00195$$

เกณฑ์การตัดสินใจ
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$$HZ = 0.00195 < 0.002543$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

$$HZ = 0.00195 < 0.002086$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

3.2.6 สถิติทดสอบ O

$$O = 0.72308$$

เกณฑ์การตัดสินใจ
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$$O = 0.72308 < 0.8207$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

$$O = 0.72308 < 0.8045$$

ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

ผลการศึกษาการแจกแจงของข้อมูลคุณค่าทางโภชนาการ ของรายการอาหารกลางวันซึ่งจัดให้สำหรับเด็กวัยก่อนเรียนของโรงเรียนอนุบาลในพื้นที่ประสบภัยพิบัติคลื่นสึนามิ จังหวัดระนอง ด้วยสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี พบว่า เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานด้วยสถิติ S สถิติ K สถิติ T สถิติ HZ และสถิติ O ซึ่งสถิติทดสอบทั้ง 5 วิธี ให้ผลสอดคล้องกัน กล่าวคือ ยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 ส่วนสถิติ

W_F ยอมรับสมมติฐาน H_0 เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 นั้นคือ ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติสองตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิจารณ์

จากการศึกษาครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติของข้อมูลหลายตัวแปร ซึ่งจะพิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I และอำนาจการทดสอบโดยทำการศึกษาตัวสถิติทดสอบ จำนวน 6 วิธี ได้แก่ สถิติ Mardia's skewness และสถิติ Mardia's kurtosis (K.V. Mardia: 1970) สถิติ Rao Score (K.V. Mardia and J.T. Kent: 1991) สถิติ Shapiro – Wilk (Govind S.Mudholkar, Deo Kumar Srivastava and C. Thomas Lin: 1995) สถิติทดสอบ Henze-Zirkler (Henre-Zirkler Test: 1990) และสถิติ Omnibus (Charles L. Dunn: 1995) ซึ่งสถิติทดสอบทั้ง 6 วิธีดังกล่าวจะให้ประสิทธิภาพเหมือนหรือแตกต่างกันมีประเด็นดังนี้

1. สถิติ Mardia's skewness สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ดี กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ นอกจากนั้นสถิติ Mardia's skewness ให้อำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงสถิติทดสอบอื่นๆ ทั้งกรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ และสติวเด้นท์-ทีพหุ

2. สถิติ Mardia's kurtosis สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ดี และจะมีอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงสถิติ Mardia's skewness เมื่อทราบค่าพารามิเตอร์ ส่วนกรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์สถิติ Mardia's kurtosis ให้อำนาจการทดสอบต่ำที่สุดทุกกรณี แต่อำนาจการทดสอบจะสูงขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

3. สถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ดี เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 และ 4 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ และเมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบ สถิติ T จะมีอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงสถิติ Mardia's skewness ส่วนกรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของเสาวลักษณ์ (2540) ซึ่งระบุว่าสถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50

4. สถิติ T และ O ให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกันทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ โดยสถิติ O ให้อำนาจการทดสอบสูงเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลางและขนาดใหญ่ ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของเสาวลักษณ์ (2540) และเพ็ญแข (2551)

5. สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดที่เกือบทุกขนาดตัวอย่างและการแจกแจง ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของ Patrick J. Farrell, Matias Salibian-Barrera and Katarzyna Naczk (2006)

6. สถิติทดสอบทั้ง 6 วิธี สามารถใช้ทดสอบกับข้อมูลจริงได้แต่ควรจะกำหนดระดับนัยสำคัญให้เหมาะสม ซึ่งจากการศึกษาพบว่า ควรกำหนดระดับนัยสำคัญที่ 0.05 เนื่องจากการกำหนดระดับนัยสำคัญจะมีผลต่อความแกร่งของสถิติทดสอบ

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

การศึกษาครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติของข้อมูลพหุตัวแปร เมื่อกำหนดให้กลุ่มของขนาดตัวอย่างเป็นขนาดเล็ก (n=20) ขนาดกลาง (n=30) และขนาดใหญ่ (n= 40 และ 50) กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบเป็น 2 ระดับ คือ 0.05 และ 0.10 ศึกษาสถิติทดสอบการแจกแจงปกติพหุ จำนวน 6 วิธี ได้แก่ สถิติ Mardia’s skewness และสถิติ Mardia’s kurtosis (K.V. Mardia: 1970) สถิติ Rao Score (K.V. Mardia and J.T. Kent: 1991) สถิติ Shapiro – Wilk (Govind S.Mudholkar, Deo Kumar Srivastava and C. Thomas Lin: 1995) สถิติทดสอบ Henze-Zirkler (Henre-Zirkler Test: 1990) และสถิติ Omnibus (Charles L. Dunn: 1995) โดยทำการศึกษาลักษณะข้อมูลตามขอบเขตการศึกษาจำนวน 5,000 ชุด เพื่อต้องการหาผลสรุปว่าวิธีการทดสอบใดมีความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I และมีอำนาจการทดสอบสูงที่สุดในแต่ละลักษณะ สามารถสรุปผลการศึกษา ดังต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง

1.1 เปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I

1.1.1 กรณีตัวแปรเท่ากับ 2 ตัวแปร

สถิติ S, K และ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกขนาดตัวอย่าง ทุกระดับความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ ส่วนสถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกขนาดตัวอย่าง และทุกค่าความแปรปรวนร่วม เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 ในขณะที่สถิติ HZ และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกขนาดตัวอย่าง ทุกระดับความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลางและขนาดใหญ่ (n= 30, 40 และ 50)

1.1.2 กรณีตัวแปรเท่ากับ 3 ตัวแปร

สถิติ S และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกขนาดตัวอย่าง ทุกค่าความแปรปรวนร่วม เมื่อกำหนดทุกระดับนัยสำคัญ 0.05 ส่วนสถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30, 40 และ 50 สถิติ K สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กและขนาดใหญ่ (n=20, 40 และ 50)

1.1.3 กรณีตัวแปรเท่ากับ 4 ตัวแปร

สถิติ S สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 ส่วนสถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ขณะที่สถิติ K และ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 และกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

1.2 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ

1.2.1 กรณีตัวแปรเท่ากับ 2 ตัวแปร

กรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 และ 0.6 และสถิติ S ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.9

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี โดยอำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงเมื่อความแปรปรวนร่วมมีค่าเพิ่มขึ้น

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50) สถิติ HZ และ S จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเท่ากันที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม

กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ

สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดที่ทุกขนาดตัวอย่าง ทุกค่าองศาความเป็นอิสระ และทุกระดับนัยสำคัญ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

1.2.2 กรณีตัวแปรเท่ากับ 3 ตัวแปร

กรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดใกล้เคียงกับสถิติ S ซึ่งให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมสูง

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี โดยอำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงเมื่อความแปรปรวนร่วมมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษากรณีตัวแปรเท่ากับ 2 ตัวแปร จากผลการศึกษาสังเกตว่าสถิติ S และ O จะมีอำนาจการทดสอบสูงขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมมีค่าสูงขึ้น

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50) สถิติ HZ และ S จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเท่ากันที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม ซึ่งใกล้เคียงกับสถิติ O ที่ให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ

สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดที่ทุกขนาดตัวอย่าง ค่าองศาความเป็นอิสระและทุกระดับนัยสำคัญ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

1.2.3 กรณีตัวแปรเท่ากับ 4 ตัวแปร

ประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20) สถิติ HZ, S, W_F และ O ให้อำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกัน

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30) สถิติ HZ, S, W_F และ O ให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50) สถิติ HZ และ S จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุดเท่ากันที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม ซึ่งใกล้เคียงกับสถิติ O ที่ให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และเมื่อระดับนัยสำคัญ 0.10 สถิติทดสอบทั้ง 3 วิธีดังกล่าวให้อำนาจการทดสอบเท่ากันทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50

กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ

สถิติ K ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดที่ทุกขนาดตัวอย่าง ค่าองศาความเป็นอิสระและทุกระดับนัยสำคัญ โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

ส่วนที่ 2 กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง

2.1 เปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I

2.1.1 กรณีตัวแปรเท่ากับ 2 ตัวแปร

สถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ส่วนสถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกระดับความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 และ 50 ในขณะที่สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่

I ได้ที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และสถิติ T สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

2.1.1 กรณีตัวแปรเท่ากับ 3 ตัวแปร

สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 40 ส่วนสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ในขณะที่สถิติ W_F สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30

2.1.2 กรณีตัวแปรเท่ากับ 4 ตัวแปร

สถิติ HZ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ที่ทุกระดับความแปรปรวนร่วม ขนาดตัวอย่าง และระดับนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ส่วนสถิติ S, K และ T ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม และทุกขนาดตัวอย่าง เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.10

2.2 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ

2.2.1 กรณีตัวแปรเท่ากับ 2 ตัวแปร

กรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 และเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.6 และ 0.9 สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ทุกระดับนัยสำคัญ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.3 และเมื่อค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ 0.6 และ 0.9 สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ทุกระดับนัยสำคัญ ซึ่งสอดคล้องกับกรณีขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50) สถิติ HZ, S, T และ O ให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกันทุกระดับนัยสำคัญ

กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, T และ K ตามลำดับ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30) เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด และเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 และ 4 (df = 3 และ 4) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด โดยตัวสถิติทดสอบทุกตัวจะให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระของการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ ลดลง

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50) เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ทุกขนาดขององศาความเป็นอิสระ (df = 2, 3, 4 และ 5) และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ทุกขนาดขององศาความเป็นอิสระ (df = 2, 3, 4 และ 5) เช่นกัน

2.2.2 กรณีตัวแปรเท่ากับ 3 ตัวแปร

กรณีประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ เมื่อเปรียบอำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงเมื่อความแปรปรวนร่วมมีค่าเพิ่มขึ้น

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม และระดับนัยสำคัญ เมื่อเปรียบอำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงเมื่อความแปรปรวนร่วมมีค่าเพิ่มขึ้น

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50) สถิติ HZ, W_F, O และ S จะให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันทุกค่าความแปรปรวนร่วม รองลงมา คือ สถิติ T เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40 สถิติ HZ และ S จะให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันทุกค่าความแปรปรวนร่วม ส่วนกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 สถิติ HZ, S, W_F และ O ให้อำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันทุกค่าความแปรปรวนร่วม

กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี รองลงมาคือ สถิติ HZ, S, T และ K ตามลำดับ ทุกขนาดขององศาความเป็นอิสระ (df = 2, 3, 4 และ 5) และทุกระดับนัยสำคัญ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกขนาดขององศาความเป็นอิสระ (df = 2, 3, 4 และ 5) เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 ส่วนกรณีกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.10 สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกขนาดขององศาความเป็นอิสระ (df = 2, 3, 4 และ 5)

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ทุกขนาดขององศาความเป็นอิสระ (df = 2, 3, 4 และ 5) เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 ส่วนกรณีกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.10 สถิติ HZ, T และ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดใกล้เคียงกัน

2.2.3 กรณีตัวแปรเท่ากับ 4 ตัวแปร

ประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30) สถิติ HZ ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกค่าความแปรปรวนร่วม เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 สถิติ HZ และ O ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกกรณี

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50) สถิติ HZ, O, W_F และ S จะให้อำนาจการทดสอบเท่ากันทุกค่าความแปรปรวนร่วม เมื่อเมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 สถิติ HZ, O และ S จะให้อำนาจการทดสอบเท่ากันทุกค่าความแปรปรวนร่วม

กรณีประชากรมีการแจกแจงสติวเด้นท์-ทีพหุ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=20) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกขนาดขององศาความเป็นอิสระ (df = 2, 3, 4 และ 5) และทุกระดับนัยสำคัญ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=30) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุดทุกขนาดขององศาความเป็นอิสระ (df = 2, 3, 4 และ 5) และทุกระดับนัยสำคัญสอดคล้องกับกรณีตัวอย่างขนาดเล็ก

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=40 และ 50) สถิติ W_F ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (df = 2) และเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระเพิ่มขึ้นเท่ากับ 3, 4 และ 5 (df = 3, 4 และ 5) สถิติ T ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ทุกขนาดตัวอย่าง และทุกระดับนัยสำคัญ

ตารางที่ 38 สรุปผลการเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

p	α	n	กรณีทราบค่าพารามิเตอร์	กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์
2	0.05	20	S, K, T, W_F	W_F
		30	S, K, T, W_F, HZ, O	HZ, O
		40	S, K, T, W_F, HZ, O	HZ
		50	S, K, T, W_F, HZ, O	T, W_F, HZ, O
	0.10	20	S, K, T	W_F, HZ
		30	S, K, T, W_F, HZ, O	O
		40	S, K, T, W_F, HZ, O	HZ
		50	S, K, T, W_F, HZ, O	W_F, HZ, O
3	0.05	20	S, K, O	HZ
		30	S, HZ, O	W_F, HZ, O
		40	S, K, HZ, O	HZ
		50	S, K, HZ, O	O
	0.10	20	K	-
		30	T, HZ	W_F, HZ, O
		40	S, K, W_F, HZ, O	W_F, HZ
		50	S, K, HZ, O	HZ, O
4	0.05	20	-	-
		30	S, T	-
		40	S, K, T, O	HZ
		50	S, K, T, O	HZ
	0.10	20	S, K, T	HZ
		30	K, T	HZ
		40	S	-
		50	S, T	HZ, O

ตารางที่ 39 สรุปผลการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลพหุ ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

p	α	n	กรณีทราบค่าพารามิเตอร์			กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์		
			อันดับ 1	อันดับ 2	อันดับ 3	อันดับ 1	อันดับ 2	อันดับ 3
2	0.05	20	W_F	S	HZ	HZ	W_F	S
		30	HZ	W_F	S	HZ	W_F	S
		40	HZ	S	O	HZ	S	T
		50	HZ, S		O	HZ, S	O	T
	0.10	20	W_F	HZ	S	HZ	W_F	S
		30	HZ	W_F	S	HZ	W_F	S
		40	HZ, S		O	HZ, S		T
		50	HZ, S		O	HZ, S	O	T
3	0.05	20	W_F	S	O	HZ	W_F	S
		30	HZ	S	W_F	HZ	W_F	S
		40	HZ, S		O	HZ, S		T
		50	HZ, S, O			HZ, S, O, T		
	0.10	20	S	W_F	HZ	HZ	W_F	S
		30	HZ	S	W_F	HZ	W_F	S
		40	HZ, S, O			HZ, S		T
		50	HZ, S, O, K			HZ, S, O, T		
4	0.05	20	HZ	S	W_F	HZ	W_F	S
		30	HZ	S	W_F	HZ, O		S
		40	HZ, S, O			HZ, S		T
		50	HZ, S, O, K			HZ, S, O, T		
	0.10	20	HZ	S	W_F	HZ	W_F	S
		30	HZ, S, O			HZ, O		S
		40	HZ, S, O			HZ, S		T
		50	HZ, S, O, K			HZ, S, O, T		

ตารางที่ 40 สรุปผลการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบกรณีข้อมูลมีการแจกแจงสติวเด้นท์ – ทีพหุ ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

p	α	n	กรณีทราบค่าพารามิเตอร์			กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์		
			อันดับ 1	อันดับ 2	อันดับ 3	อันดับ 1	อันดับ 2	อันดับ 3
2	0.05	20	K	W_F	S	HZ	W_F	S
		30	K	HZ	S	HZ	W_F	T
		40	K	HZ	S	T	HZ	S
		50	K	HZ	S	T	HZ	K
	0.10	20	K	W_F	S	W_F	HZ	S
		30	K	HZ	S	HZ	W_F	T
		40	K	HZ	S	HZ	T	K
		50	K	HZ	S	T	HZ	K, S
3	0.05	20	K	W_F	S	W_F	HZ	S
		30	K	W_F	S	HZ	W_F	T
		40	K	HZ	S	T	HZ	S
		50	K	HZ	S	T	HZ	K, S
	0.10	20	K	W_F	S	W_F	HZ	S
		30	K	W_F	S	W_F	S	T
		40	K	HZ	S	T	HZ	S
		50	K	HZ	S	T	HZ	S
4	0.05	20	K	W_F	S	W_F	HZ	S
		30	K	W_F	S	W_F	T	HZ
		40	K	HZ	S	T	W_F	HZ
		50	K	HZ	S	T	HZ	S
	0.10	20	K	W_F	S	W_F	HZ	S
		30	K	W_F	S	W_F	HZ	T
		40	K	HZ	S	T	HZ	W_F
		50	K	HZ	S	T	HZ	W_F

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบสำหรับการแจกแจงปกติพหุ ควรพิจารณาดังนี้

1. กรณีตัวแปรเท่ากับ 2 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ ควรเลือกสถิติ S, K และ T ซึ่งสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ ส่วนกรณีไม่ทราบพารามิเตอร์ เมื่อตัวอย่างขนาดเล็กควรเลือกสถิติ W_F และเมื่อขนาดตัวอย่างขนาดกลางและขนาดใหญ่ควรเลือกสถิติ HZ และสถิติ O เนื่องจากสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม

2. กรณีตัวแปรเท่ากับ 3 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ ควรเลือกใช้สถิติ S และ O เนื่องจากสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกขนาดตัวอย่าง ทุกค่าความแปรปรวนร่วม เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 ส่วนกรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ ควรเลือกสถิติ HZ เนื่องจากสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกระดับความแปรปรวนร่วม และระดับนัยสำคัญ ส่วนสถิติ O สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ทุกค่าความแปรปรวนร่วม และทุกระดับนัยสำคัญ

3. กรณีตัวแปรเท่ากับ 4 ตัวแปร กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ ควรเลือกใช้สถิติ S, T และ O โดยกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 เนื่องจากสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ทุกค่าความแปรปรวนร่วม กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ ควรเลือกใช้สถิติ HZ เนื่องจากสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I ได้ดีที่สุด ทุกระดับความแปรปรวนร่วม รองลงมาคือ สถิติ O เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กัลยา วานิชย์บัญชา. 2547. **หลักสถิติ.** ครั้งที่ 7. โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

_______. 2548. **การวิเคราะห์ข้อมูลหลายตัวแปร.** ครั้งที่ 1. บริษัทธรรมสาร จำกัด, กรุงเทพฯ.

จรรยา เกศเกษมกุล. 2545. **การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชิดชนก ชาญณรงค์. 2548. **การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติ 4 วิธี.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ประชุม สุวัตถี. 2545. **ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ.** ครั้งที่ 2. โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

มานพ วราภักดิ์, ร้อยเอก. 2547. **การจำลองเบื้องต้น.** จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

เพ็ญแข สุพัฒน์ศักดิ์สกุล. 2551. **การเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติพหุ 3 วิธี: สถิติ H สถิติ T และสถิติ O.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สายชล สินสมบูรณ์ทอง. 2546. **ความน่าจะเป็น.** พิมพ์ครั้งที่ 2. สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, กรุงเทพฯ.

เสาวลักษณ์ ฮุนนางกูร. 2540. **การเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของแบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุ.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

อรศรี ทองเปี่ยม. 2540. **การเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของแบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุ.** สารนิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

A. M. Zoubir, C.L. Brown and B. Boashash. 1997. **Testing Multivariate Gaussianity with the Characteristic Function.**

Cox, D.R. and Small, N. J. H. 1978. Testing Multivariate Normality. **Biometrika.** 65(2): 263 – 272.

Christopher J. Mecklin and Daniel J. Mundfrom. 2003. **On using Asymptotic Critical Values in Testing for Multivariate Normality.** http://interstat.statjournals.net/YEAR/2003/abstracts/0301001.php. 10 ก.ย. 2549.

______. 2005. A Monte Carlo comparison of the Type I and Type II error rates of tests of multivariate normality. **Journal of Statistical Computation and Simulation.** 75(2): 93 – 107.

Dunn, C. L. 1995. Critical Values and Powers for tests of uniformity of directions under multivariate normality. **Communication in statistics: Theory and methods.** 24 (10): 2541 – 2560.

Gabor J. Szekely and Maria L. Rizzo. 2005. A new test for multivariate normality. **Journal of Multivariate Analysis 93**. P 58-80.

Govind S. Mudholkar, Deo Kumav Srivastava and O. Thomas Lin. Some p-Variate adaptations of the Shapiro – Wilk test of Normality. 1995. **Communication in statistics: Theory and methods.** 24 (4): 953 – 985.

Henze, N. and B. Zirkler. 1990. A class of Invariant consistent tests for multivariate normality. **Communication in statistics: Theory and methods.** 19 (10): 3595 – 3617.

Lin, C. C. and G. S. Mudholkar. 1980. A simple Tests for Normality Against Asymmetric Alternatives. **Biometrika.** 67(2): 455 – 461.

Khattree, R. and D. N. Naik. 2000. **A Step-by-Step Approach to Using SAS® for Univariate & Multivariate Statistics.** 2nd ed. SAS Institute Inc., USA.

Malkovich, J. F. and A. A. Afifi. 1973. On Tests for Multivariate Normality. **Journal of the American Statistical Association.** 68(341): 176 – 179.

Mardia K. V. 1970. Measures of Multivariate Skewness and Kurtosis with Applications. **Biometrika.** 57(3): 519 – 530.

_____ and Kent J. T. 1991. Rao Score Tests of Goodness of Fit and Independence. **Biometrika.** 78(2): 355 – 363.

Norm O' Rourke, Larry Hatcher and Edward J. Stepanski. 2000. **Multivariate Data Reduction and Discrimination with SAS® Software.** 1st ed. SAS Institute Inc., USA.

Patrick J. Farrell Matias Salibian-Barrera and Katarzyna Naczk. 2006. On tests for multivariate normality and associated simulation studies. **Journal of Statistical Computation and Simulation.**

Royston, J. P. 1983. Some Techniques for Assessing Multivariate Normality Based on the Shapiro and Wilk W. **Applies Statistics.** 32(2): 121 – 133.

Small, N. J.H. 1980. Marginal Skewness and Kurtosis in Testing Multivariate Normality. **Applied Statistics.** 29(1): 85 – 87.

Srivastava, J.N. and M. K. Zaatar. 1973. A Monte Carlo Comparison of Four Estimators of the Dispersion Matrix of a Bivariate Normal Population, Using Incomplete Data. **Journal of the American Statistical Association.** 68(341): 180 – 183.

Thode, H. C. 2002. **Testing for Normality**. Headquarters. New York.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ตารางค่าวิกฤติของตัวสถิติ S, K, T, W_F, HZ และ O

<u>การสร้างตารางค่าวิกฤติของสถิติทดสอบ</u>

ในการวิจัยครั้งนี้ทำการสร้างตารางค่าวิกฤติของตัวสถิติ Mardia’s skewness สถิติ Mardia’s kurtosis สถิติ T และสถิติ O เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบกรณีทราบค่าพารามิเตอร์ ส่วนสถิติ HZ ใช้ทั้งกรณีทราบค่าพารามิเตอร์และไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ โดยการประมาณค่าวิกฤติของสถิติทดสอบพิจารณาจากค่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90 และ 0.95 ของสถิติทดสอบในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุมีขั้นตอนในการประมาณค่า ดังนี้

1. สร้างเลขสุ่มให้มีการแจกแจงปกติพหุ ซึ่งมีขนาดตัวแปรเท่ากับ 2, 3 และ 4 ตัวแปร โดยใช้โปรแกรม SAS 9.1 ให้มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 30, 40 และ 50 โดยการทำซ้ำ 12,000 ครั้ง ในแต่ละขนาด
2. คำนวณค่าสถิติทดสอบ ด้วยโปรแกรม SAS 9.1
3. ดำเนินการเช่นเดียวกับข้อ 1 ถึง 2 จนครบ 12,000 ครั้ง
4. นำค่าสถิติทดสอบจำนวน 12,000 ค่า มาเรียงลำดับและคำนวณค่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90 และ 0.95 โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

ตารางผนวกที่ ก1 แสดงค่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90 และ 0.95 ของสถิติ Mardia’s skewness ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุกรณีทราบค่าพารามิเตอร์

p	**n**	**เปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90**	**เปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.95**
2	20	1.892191	2.365393
	30	1.330131	1.689028
	40	1.051146	1.312039
	50	0.860702	1.067553
3	20	3.966192	4.620981
	30	2.854352	3.3876
	40	2.210984	2.586614
	50	1.793068	2.072939
4	20	7.06497	7.873637
	30	5.042854	5.720379
	40	3.952963	4.451252
	50	3.207543	3.644864

ตารางผนวกที่ ก2 แสดงค่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90 และ 0.95 ของสถิติ Mardia’s kurtosis ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุกรณีทราบค่าพารามิเตอร์

p	**n**	**เปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90**	**เปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.95**
2	20	8.772555	9.416097
	30	8.910691	9.505806
	40	8.901161	9.474158
	50	8.886088	9.403186
3	20	15.58222	16.33835
	30	15.90823	16.66879
	40	16.05279	16.7071
	50	16.06833	16.67119
4	20	24.0563	24.95374
	30	24.74618	25.593
	40	24.99052	25.84576
	50	25.11987	25.9669

ตารางผนวกที่ ก3 แสดงค่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90 และ 0.95 ของสถิติ T ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุกรณีทราบค่าพารามิเตอร์

p	n	เปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90	เปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.95
2	20	31.23722	49.71876
	30	31.80943	48.42075
	40	31.62816	47.44345
	50	32.16713	48.38846
3	20	77.21047	112.2929
	30	79.83467	111.5570
	40	78.01965	109.5072
	50	78.73666	108.4569
4	20	151.2897	210.2120
	30	154.0582	209.2578
	40	156.2153	203.3258
	50	154.2104	199.6993

ตารางผนวกที่ ก4 แสดงค่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90 และ 0.95 ของสถิติ O ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุกรณีทราบค่าพารามิเตอร์

p	**n**	**เปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90**	**เปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.95**
2	20	0.797852	0.822753
	30	0.805919	0.821893
	40	0.809519	0.821542
	50	0.811735	0.821856
3	20	0.420804	0.433571
	30	0.437349	0.445555
	40	0.444767	0.451059
	50	0.449171	0.454852
4	20	0.267645	0.276898
	30	0.285951	0.291558
	40	0.295096	0.299300
	50	0.300610	0.3038

ตารางผนวกที่ ก5 แสดงค่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90 และ 0.95 ของสถิติ HZ ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

p	n	เปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.90	เปอร์เซ็นไทล์ที่ 0.95
2	20	0.003012	0.003674
	30	0.002086	0.002543
	40	0.001576	0.001929
	50	0.001280	0.001549
3	20	0.004885	0.005601
	30	0.003348	0.003857
	40	0.002557	0.002927
	50	0.002044	0.002345
4	20	0.006996	0.007745
	30	0.004803	0.005335
	40	0.003657	0.004056
	50	0.002959	0.003290

ตารางผนวกที่ ก6 แสดงค่าวิกฤติของสถิติ T ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

p	n	α = 0.10	α = 0.05
2	9	14.68	16.92
3	25	34.38	37.65
4	55	68.79	73.31
5	105	123.94	129.91
6	182	206.83	214.47
7	294	325.47	334.98

ที่มา: Mardia K. V. Biometrika, 1991, v.24, p. 356.

ตารางผนวกที่ ก7 แสดงค่าวิกฤติของสถิติ W_F ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

p	**df**	**α = 0.10**	**α = 0.05**
2	4	7.78	9.49
3	6	10.64	12.59
4	8	13.36	15.51
5	10	15.99	18.31
6	12	18.55	21.03
7	14	21.06	23.68

ที่มา: Mudholkar G. S., Srivastava D. K. and Lin C. T. Communication in Statistics: Part A Theory and Method, 1995, v.24, p. 953.

ตารางผนวกที่ ก8 แสดงค่าวิกฤติของสถิติ O ในการทดสอบการแจกแจงปกติพหุ กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์

p	**n**	**α = 0.10**	**α = 0.05**
2	30	0.8045	0.8207
	50	0.812	0.8216
	70	-	0.822
	100	-	0.822
3	30	0.4357	0.4443
	50	0.4487	0.4538
	70	-	0.458
	100	-	0.461
4	30	0.2849	0.2904
	50	0.3003	0.3035
	70	-	0.309
	100	-	0.313
5	30	0.2048	0.2087
	50	0.2213	0.2237
	70	-	0.23
	100	-	0.234
6	30	0.1557	0.1587
	50	0.1728	0.1745
	70	-	0.181
	100	-	0.186

ที่มา: Charles L. Dunn. Communication in Statistics: Part A Theory and Method, 1995, v.24, p. 2548.

ตารางผนวกที่ ก9 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ $\{a_{n-i+1}\}$ ของสถิติ W_F

i/n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.7071	0.7071	0.6872	0.6646	0.6431	0.6233	0.6052	0.5888	0.5739
2	----	.0000	.1677	.2413	.2806	.3031	.3164	.3244	.3291
3	----	----	----	.0000	.0875	.1401	.1743	.1976	.2141
4	----	----	----	----	----	.0000	.0561	.0947	.1224
5	----	----	----	----	----	----	----	.0000	.0399

i/n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0.5601	0.5475	0.5359	0.5251	0.5150	0.5056	0.4968	0.4886	0.4808	0.4734
2	.3315	.3325	.3325	.3318	.3306	.3290	.3273	.3253	.3232	.3211
3	.2260	.2347	.2412	.2460	.2495	.2521	.2540	.2553	.2561	.2565
4	.1429	.1586	.1707	.1802	.1878	.1939	.1988	.2027	.2059	.2085
5	.0695	.0922	.1099	.1240	.1353	.1447	.1524	.1587	.1641	.1686
6	0.0000	0.0303	0.0539	0.0727	0.0880	0.1005	0.1109	0.1197	0.1271	0.1334
7	----	----	.0000	.0240	.0433	.0593	.0725	.0837	.0932	.1013
8	----	----	----	----	.0000	.0196	.0359	.0496	.0612	.0711
9	----	----	----	----	----	----	.0000	.0163	.0303	.0422
10	----	----	----	----	----	----	----	----	.0000	.0140

i/n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0.4643	0.4590	0.4542	0.4493	0.4450	0.4407	0.4366	0.4328	0.4291	0.4254
2	.3185	.3156	.3126	.3098	.3069	.3043	.3018	.2992	.2968	.2944
3	.2578	.2571	.2563	.2554	.2543	.2533	.2522	.2510	.2499	.2487
4	.2119	.2131	.2139	.2145	.2148	.2151	.2152	.2151	.2150	.2148
5	.1736	.1764	.1787	.1807	.1822	.1836	.1848	.1857	.1864	.1870
6	0.1399	0.1443	0.1480	0.1512	0.1539	0.1563	0.1584	0.1601	0.1616	0.1630
7	.1092	.1150	.1201	.1245	.1283	.1316	.1346	.1372	.1395	.1415
8	.0804	.0878	.0941	.0997	.1046	.1089	.1128	.1162	.1192	.1219
9	.0530	.0618	.0696	.0764	.0823	.0876	.0923	.0965	.1002	.1036
10	.0263	.0368	.0459	.0539	.0610	.0672	.0728	.0778	.0822	.0862
11	0.0000	0.0122	0.0228	0.0321	0.0403	0.0476	0.0540	0.0598	0.0650	0.0697
12	----	----	.0000	.0107	.0200	.0284	.0358	.0424	.0483	.0537
13	----	----	----	----	.0000	.0094	.0178	.0253	.0320	.0381
14	----	----	----	----	----	----	.0000	.0084	.0159	.0227
15	----	----	----	----	----	----	----	----	.0000	.0076

i/n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	0.4220	0.4188	0.4156	0.4127	0.4096	0.4068	0.4040	0.4015	0.3989	0.3964
2	.2921	.2898	.2876	.2854	.2834	.2813	.2794	.2774	.2755	.2737
3	.2475	.2463	.2451	.2439	.2427	.2415	.2403	.2391	.2380	.2368
4	.2145	.2141	.2137	.2132	.2127	.2121	.2116	.2110	.2104	.2098
5	.1874	.1878	.1880	.1882	.1883	.1883	.1883	.1881	.1880	.1878
6	0.1641	0.1651	0.1660	0.1667	0.1673	0.1678	0.1683	0.1686	0.1689	0.1691
7	.1433	.1449	.1463	.1475	.1487	.1496	.1503	.1513	.1520	.1526
8	.1243	.1265	.1284	.1301	.1317	.1331	.1344	.1356	.1366	.1376
9	.1066	.1093	.1118	.1140	.1160	.1179	.1196	.1211	.1225	.1237
10	.0899	.0931	.0961	.0988	.1013	.1036	.1056	.1075	.1092	.1108

ตารางผนวกที่ ก9 (ต่อ)

i/n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
11	0.0739	0.0777	0.0812	0.0844	0.0873	0.0900	0.0924	0.0947	0.0967	0.0986
12	.0585	.0629	.0669	.0706	.0739	.0770	.0798	.0824	.0848	.0870
13	.0435	.0485	.0530	.0572	.0610	.0645	.0677	.0706	.0733	.0759
14	.0289	.0344	.0395	.0441	.0484	.0523	.0559	.0592	.0622	.0651
15	.0144	.0206	.0262	.0314	.0361	.0404	.0444	.0481	.0515	.0546
16	0.0000	0.0068	0.0131	0.0187	0.0239	0.0287	0.0331	0.0372	0.0409	0.0444
17	----	----	.0000	.0062	.0119	.0172	.0220	.0264	.0305	.0343
18	----	----	----	----	.0000	.0057	.0110	.0158	.0203	.0244
19	----	----	----	----	----	----	.0000	.0053	.0101	.0146
20	----	----	----	----	----	----	----	----	.0000	.0049

i/n	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	0.3940	0.3917	0.3894	0.3872	0.3850	0.3830	0.3808	0.3789	0.3770	0.3751
2	.2719	.2701	.2684	.2667	.2651	.2635	.2620	.2604	.2589	.2574
3	.2357	.2345	.2334	.2323	.2313	.2302	.2291	.2281	.2271	.2260
4	.2091	.2085	.2078	.2072	.2065	.2058	.2052	.2045	.2038	.2032
5	.1876	.1874	.1871	.1868	.1865	.1862	.1859	.1855	.1851	.1847
6	0.1693	0.1694	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1693	0.1692	0.1691
7	.1531	.1535	.1539	.1542	.1545	.1548	.1550	.1551	.1553	.1554
8	.1384	.1392	.1398	.1405	.1410	.1415	.1420	.1423	.1427	.1430
9	.1249	.1259	.1269	.1278	.1286	.1293	.1300	.1306	.1312	.1317
10	.1123	.1136	.1149	.1160	.1170	.1180	.1189	.1197	.1205	.1212
11	0.1004	0.1020	0.1035	0.1049	0.1062	0.1073	0.1085	0.1095	0.1105	0.1113
12	.0891	.0909	.0927	.0943	.0959	.0972	.0986	.0998	.1010	.1020
13	.0782	.0804	.0824	.0842	.0860	.0876	.0892	.0906	.0919	.0932
14	.0677	.0701	.0724	.0745	.0775	.0785	.0801	.0817	.0832	.0846
15	.0575	.0602	.0628	.0651	.0673	.0694	.0713	.0731	.0748	.0764
16	0.0476	0.0506	0.0534	0.0560	0.0584	0.0607	0.0628	0.0648	0.0667	0.0685
17	.0379	.0411	.0442	.0471	.0497	.0522	.0546	.0568	.0588	.0608
18	.0283	.0318	.0352	.0383	.0412	.0439	.0465	.0489	.0511	.0532
19	.0188	.0227	.0263	.0296	.0328	.0357	.0385	.0411	.0436	.0459
20	.0094	.0136	.0175	.0211	.0245	.0277	.0307	.0335	.0361	.0386
21	0.0000	0.0045	0.0087	0.0126	0.0163	0.0197	0.0229	0.0259	0.0288	0.0314
22	----	----	.0000	.0042	.0081	.0118	.0153	.0185	.0215	.0244
23	----	----	----	----	.0000	.0039	.0076	.0111	.0143	.0174
24	----	----	----	----	----	----	.0000	.0037	.0071	.0104
25	----	----	----	----	----	----	----	----	.0000	.0035

ตารางผนวกที่ ก10 แสดงค่า Upper Percentages for $b_{1,p}$ and Upper and Lower Percentiles for $b_{2,p}$

Reject the hypothesis of multivariate normality if $b_{1,p}$ is greater than table value. Reject if $b_{2,p}$ is greater than upper percentile or if $b_{2,p}$ is less than lower percentile.

	p = 2, Upper Percentiles for $b_{1,p}$					
	Percentiles					
n	90	92.5	95	97.5	99	99.9
10	2.994	3.263	3.694	4.294	5.194	6.994
12	2.681	2.944	3.319	3.931	4.938	6.744
14	2.419	2.669	3.031	3.619	4.581	6.419
16	2.219	2.444	2.775	3.337	4.231	6.062
18	2.050	2.256	2.556	3.100	3.962	5.737
20	1.894	2.081	2.356	2.881	3.669	5.425
25	1.581	1.744	1.969	2.438	3.106	4.719
30	1.363	1.513	1.687	2.094	2.681	4.238
40	1.050	1.181	1.319	1.606	2.087	3.369
50	0.862	0.969	1.069	1.306	1.744	2.706
60	0.731	0.819	0.906	1.094	1.444	2.200
70	0.631	0.725	0.794	0.937	1.244	1.863
80	0.544	0.637	0.694	0.812	1.056	1.587
90	0.487	0.569	0.638	0.725	0.919	1.400
100	0.438	0.506	0.581	0.656	0.831	1.231
150	0.281	0.344	0.400	0.444	0.531	0.794
200	0.219	0.269	0.300	0.331	0.394	0.569
300	0.144	0.169	0.209	0.225	0.256	0.369
400	0.116	0.129	0.141	0.166	0.197	0.275
600	0.077	0.085	0.094	0.110	0.131	0.183
800	0.058	0.064	0.071	0.083	0.099	0.137
1000	0.046	0.051	0.057	0.066	0.079	0.110
1500	0.031	0.034	0.038	0.044	0.053	0.074
2500	0.019	0.021	0.023	0.027	0.032	0.044
3000	0.016	0.017	0.019	0.022	0.027	0.037
4000	0.012	0.013	0.014	0.017	0.020	0.028
5000	0.009	0.010	0.011	0.013	0.016	0.022

	p = 2, Upper Percentiles for $b_{2,p}$							
	Percentiles							
n	.5	1.25	2.5	5	95	97.5	98.75	99.5
10	4.580	4.722	4.887	5.057	8.606	9.203	9.781	10.378
12	4.732	4.899	5.053	5.232	8.947	9.593	10.150	10.881
14	4.842	5.015	5.179	5.358	9.162	9.769	10.375	11.159
16	4.977	5.149	5.318	5.482	9.331	9.941	10.562	11.387
18	5.045	5.219	5.382	5.555	9.403	10.005	10.628	11.478
20	5.175	5.262	5.533	5.717	9.469	10.114	10.691	11.609
25	5.351	5.525	5.689	5.871	9.503	10.159	10.584	11.628
30	5.518	5.692	5.855	6.038	9.516	10.156	10.556	11.594
40	5.703	5.871	6.139	6.229	9.497	10.109	10.563	11.453
50	5.909	6.083	6.239	6.403	9.453	9.987	10.372	11.181
60	6.015	6.189	6.335	6.505	9.401	9.889	10.250	10.994
70	6.139	6.290	6.437	6.602	9.356	9.781	10.106	10.753
80	6.223	6.372	6.539	6.683	9.309	9.694	9.981	10.537
90	6.332	6.475	6.622	6.749	9.256	9.688	9.885	10.325
100	6.389	6.521	6.665	6.793	9.210	9.556	9.806	10.188
150	6.615	6.749	6.858	6.972	9.027	9.300	9.475	10.253
200	6.761	6.889	6.979	7.083	8.919	9.141	9.269	9.506
300	6.949	7.052	7.142	7.245	8.776	8.916	9.031	9.219
400	7.079	7.171	7.252	7.342	8.664	8.787	8.917	9.061
600	7.232	7.295	7.369	7.464	8.547	8.647	8.749	8.874
800	7.304	7.372	7.451	7.536	8.472	8.562	8.641	8.747
1000	7.367	7.433	7.504	7.585	8.419	8.497	8.569	8.656
1500	7.460	7.537	7.595	7.661	8.339	8.405	8.463	8.532
2000	7.535	7.599	7.649	7.707	8.293	8.351	8.401	8.461
2500	7.588	7.641	7.686	7.738	8.262	8.314	8.359	8.412
3000	7.624	7.673	7.714	7.760	8.240	8.286	8.327	8.376
4000	7.674	7.716	7.752	7.793	8.207	8.248	8.284	8.326
5000	7.709	7.746	7.778	7.714	8.186	8.222	8.254	8.291

ตารางผนวกที่ ก10 (ต่อ)

n	p = 3, Upper Percentiles for $b_{1,p}$ Percentiles 90	92.5	95	97.5	99	99.9
10	6.0	6.5	6.9	7.7	8.8	11.5
12	5.5	5.9	6.4	7.1	8.1	10.5
14	5.0	5.4	5.9	6.5	7.4	9.7
16	4.6	4.9	5.4	6.1	6.8	8.9
18	4.2	4.6	5.1	5.6	6.4	8.3
20	3.9	4.2	4.7	5.3	6.0	7.7
25	3.3	3.5	3.9	4.5	5.2	6.5
30	2.8	3.0	3.3	3.9	4.4	5.6
40	2.2	2.4	2.7	3.0	3.5	4.2
50	1.7	1.9	2.2	2.4	2.8	3.4
60	1.5	1.6	1.8	2.0	2.4	2.9
70	1.3	1.4	1.5	1.7	2.0	2.5
80	1.13	1.2	1.3	1.5	1.7	2.2
90	1.01	1.08	1.16	1.3	1.5	1.9
100	0.92	0.97	1.05	1.18	1.3	1.7
150	0.62	0.66	0.71	0.80	0.90	1.15
200	1.47	0.50	0.54	0.60	0.68	0.87
300	0.32	0.33	0.36	0.40	0.46	0.58
400	0.237	0.252	0.272	0.30	0.34	0.44
600	0.159	0.168	0.182	0.203	0.230	0.294
800	0.119	0.127	0.137	0.153	0.173	0.221
1000	0.095	0.010	0.109	0.122	0.139	0.177
1500	0.064	0.068	0.073	0.082	0.093	0.118
2000	0.048	0.051	0.055	0.061	0.069	0.089
3000	0.032	0.034	0.037	0.041	0.046	0.059
4000	0.024	0.025	0.027	0.031	0.035	0.044
5000	0.019	0.020	0.022	0.025	0.028	0.035

n	p = 3, Upper Percentiles for $b_{2,p}$ Percentiles .5	1.25	2.5	5	95	97.5	98.75	99.5
10	10.0	10.2	10.4	10.7	14.0	14.4	15.0	15.6
12	10.2	10.4	10.7	11.0	14.7	15.2	15.9	16.4
14	10.4	10.6	10.9	11.3	15.1	15.8	16.5	17.1
16	10.5	10.8	11.1	11.5	15.4	16.1	16.8	17.5
18	10.7	11.0	11.3	11.6	15.5	16.4	17.1	17.8
20	10.8	11.1	11.4	11.8	15.7	16.5	17.2	18.0
25	11.1	11.4	11.8	12.1	15.9	16.7	17.4	18.2
30	11.3	11.6	12.0	12.3	16.0	16.7	17.5	18.3
40	11.7	12.0	12.4	12.7	16.1	16.7	17.4	18.2
50	11.9	12.3	12.6	12.9	16.1	16.7	17.3	18.0
60	12.1	12.5	12.8	13.1	16.1	16.6	17.2	17.9
70	12.3	12.6	13.0	13.2	16.1	16.6	17.1	17.7
80	12.4	12.8	13.1	13.3	16.1	16.5	17.0	17.6
90	12.5	12.9	13.2	13.5	16.0	16.5	16.9	17.5
100	12.6	13.0	13.3	13.5	16.0	16.4	16.8	17.4
150	13.0	13.3	13.6	13.8	15.9	16.2	16.5	17.0
200	13.2	13.5	13.8	14.0	15.8	16.1	16.3	16.8
300	13.6	13.8	14.0	14.2	15.7	15.9	16.1	16.5
400	13.7	13.9	14.1	14.3	15.6	15.8	16.0	16.3
600	13.9	14.1	14.3	14.4	15.51	15.67	15.81	15.97
800	14.1	14.2	14.3	14.5	15.45	15.59	15.71	15.85
1000	14.17	14.30	14.41	14.53	15.41	15.53	15.64	15.77
1500	14.33	14.43	14.52	14.62	15.34	15.44	15.53	15.63
2000	14.42	14.51	14.58	14.67	15.30	15.39	15.46	15.55
3000	14.53	14.60	14.66	14.73	15.25	15.32	15.38	15.45
4000	14.59	14.65	14.71	14.77	15.21	15.28	15.33	15.39
5000	14.63	14.69	14.74	14.80	15.19	15.25	15.30	15.35

ตารางผนวกที่ ก10 (ต่อ)

n	$p = 4$, Upper Percentiles for $b_{1,p}$					
	Percentiles					
	90	92.5	95	97.5	99	99.9
10	11.1	11.6	12.2	13.3	15.3	17.9
12	10.1	10.6	11.2	12.2	13.9	16.2
14	9.2	9.7	10.2	11.2	12.7	14.8
16	8.4	8.8	9.4	10.3	11.6	13.6
18	7.7	8.0	8.7	9.5	10.7	12.6
20	7.0	7.4	8.0	8.8	9.9	11.6
25	5.9	6.2	6.6	7.1	8.1	9.7
30	5.0	5.3	5.6	6.0	6.8	8.1
40	3.9	4.1	4.3	4.6	5.2	6.2
50	3.1	3.3	3.5	3.8	4.2	5.0
60	2.7	2.8	2.9	3.2	3.5	4.2
70	2.3	2.4	2.5	2.8	3.0	3.7
80	2.0	2.1	2.2	2.4	2.7	3.2
90	1.81	1.89	2.0	2.2	2.4	2.9
100	1.64	1.71	1.81	1.97	2.2	2.6
150	1.11	1.16	1.22	1.33	1.46	1.76
200	0.84	0.87	0.92	1.00	1.10	1.33
300	0.56	0.59	0.62	0.67	0.74	0.89
400	0.42	0.44	0.47	0.51	0.56	0.67
600	0.282	0.295	0.31	0.34	0.37	0.45
800	0.212	0.222	0.234	0.255	0.280	0.34
1000	0.170	0.177	0.188	0.204	0.224	0.271
1500	0.113	0.118	0.125	0.136	0.150	0.181
2000	0.085	0.089	0.094	0.102	0.112	0.136
3000	0.057	0.059	0.063	0.068	0.075	0.091
4000	0.043	0.045	0.047	0.051	0.056	0.068
5000	0.034	0.039	0.038	0.041	0.045	0.054

n	$p = 4$, Upper Percentiles for $b_{2,p}$							
	Percentiles							
	.5	1.25	2.5	5	95	97.5	98.75	99.5
10	17.0	17.3	17.6	17.8	21.5	22.4	23.0	24.0
12	17.4	17.7	18.0	18.3	22.3	23.3	24.2	25.4
14	17.7	18.0	18.3	18.6	23.0	24.0	25.0	26.1
16	18.0	18.2	18.6	18.9	23.4	24.4	25.4	26.6
18	18.2	18.4	18.8	19.2	23.8	24.7	25.8	26.9
20	18.4	18.6	19.0	19.4	24.0	25.0	26.1	27.1
25	18.8	19.1	19.5	19.8	24.5	25.4	26.4	27.3
30	19.1	19.4	19.8	20.2	24.7	25.5	26.6	27.4
40	19.6	19.9	20.3	21.0	25.0	25.7	26.7	27.4
50	20.0	20.3	20.6	21.0	25.1	25.7	26.6	27.3
60	20.2	20.5	20.9	21.3	25.14	25.7	26.6	27.2
70	20.4	20.7	21.0	21.5	25.15	25.7	26.5	27.0
80	20.6	21.0	21.2	21.7	25.15	25.6	26.4	26.9
90	20.8	21.1	21.4	21.8	25.14	25.6	26.3	26.8
100	20.9	21.2	21.5	21.9	25.12	25.6	26.2	26.7
150	21.4	21.7	22.0	22.33	25.03	25.42	25.9	26.3
200	21.7	22.0	22.2	22.57	24.95	25.29	25.6	26.0
300	22.1	22.33	22.57	22.85	24.83	25.11	25.3	25.7
400	22.3	22.56	22.77	23.02	24.75	24.99	25.20	25.46
600	22.63	22.83	23.01	23.21	24.63	24.83	25.01	25.21
800	22.82	22.99	23.15	23.32	24.56	24.74	24.89	25.06
1000	22.94	23.10	23.24	23.40	24.51	24.67	24.80	24.96
1500	23.14	23.27	23.38	23.51	24.42	24.55	24.66	24.79
2000	23.26	23.37	23.47	23.58	24.37	24.48	24.58	24.69
3000	23.40	23.49	23.57	23.66	24.31	24.40	24.48	24.57
4000	23.48	23.56	23.63	23.71	24.27	24.35	24.42	24.50
5000	23.54	23.61	23.67	23.74	24.24	24.31	24.37	24.45

ภาคผนวก ข

โปรแกรม SAS ที่ใช้ในงานวิจัย

****

SAS code for generating data for Multivariate Normal Distribution

****

```
proc iml;
seed = 93;
n=30;
sigma ={ 1 .3 .3,
         .3 1 .3,
         .3 .3 1};
mu ={0,0,0};
p=nrow(sigma);
m=repeat(t(mu),n,1);
  g=root(sigma);
z=normal(repeat(seed,n,p));
y=z*g+m;
quit;
```

****

SAS code for generating data for Multivariate Lognormal Distribution

****

```
proc iml;
seed = 93;
n=30;
sigma ={ 1 .3 .3,
         .3 1 .3,
         .3 .3 1};
mu ={0,0,0};
p=nrow(sigma);
m=repeat(t(mu),n,1);
  g=root(sigma);
z=normal(repeat(seed,n,p));
y=z*g+m;
x=exp(y);
quit;
```

****

SAS code for generating data for Multivariate Student – t Distribution

****

```
proc iml;
 call randseed (93);
 x=j(30,3,.);            /*n=30, p=3*/;
 call randgen(x, 'T',2); /*df=2*/
print x;
quit;
```

****

การคำนวณตัวสถิติ Mardia’s skewness และ Mardia’s kurtosis

****

```
proc iml;
  seed = 93;
  n=30;
  sigma ={ 1 .3 .3,.3 1 .3,.3 .3 1};
  mu ={0,0,0,0};
  p=nrow(sigma);
  m=repeat(t(mu),n,1);
    g=root(sigma);
  z=normal(repeat(seed,n,p));
  y=z*g+m;
n=nrow(y);  p=ncol(y);
dfchi=p*(p+1)*(p+2)/6;
q=i(n)-(1/n)*j(n,n,1);
s=(1/(n-1))*t(y)*q*y;
s_inv=inv(s);
g_matrix=q*y*s_inv*t(y)*q;
Mardia’s skewness =(sum(g_matrix#g_matrix#g_matrix))/(n*n);
Mardia’s kurtosis =trace(g_matrix#g_matrix)/n;
end;
quit;
```

****

การคำนวณตัวสถิติ T

****

```
proc iml;
  seed = 93;
  n=30;
  sigma ={ 1 .3 .3,.3 1 .3,.3 .3 1};
   mu ={0, 0, 0};
   m=repeat(t(mu),n,1);
    g=root(sigma);
   z=normal(repeat(seed,n,p));
   y=z*g + m;
   n=nrow(y);
   p=ncol(y);
   q=i(n)-(1/n)*j(n,n,1);
   y_bar = (1/n)*t(y)*j(n,1,1);
   s=(1/(n-1))*t(y)*q*y;
   s_inv=inv(s);
   g_matrix=q*y*s_inv*t(y)*q;
   beta1hat=(sum(g_matrix#g_matrix#g_matrix))/(n*n);        /*b1,p*/
   beta2hat=trace(g_matrix#g_matrix)/n;                     /*b2,p*/
   beta2qhat=(sum(g_matrix#g_matrix#g_matrix#g_matrix))/(n*n);
                                                             /*b*2,p*/
   t3=(n*beta1hat)/6;
   t4=(n*(beta2qhat-(6*beta2hat)+((3*p)*(p+2))))/24;
   t=t3+t4;
   END;
quit;
```

****

การคำนวณตัวสถิติ W_F

****

```
proc iml;
    seed = 93;
    n=30;
    sigma ={ 1 .3 .3, .3 1 .3, .3 .3 1};
    mu ={0, 0, 0};
    p = nrow(sigma);
    m = repeat(t(mu),n,1);
      g = root(sigma);
    z = normal(repeat(seed,n,p));
    y = z*g+m;
      n = nrow(y);
      p = ncol(y);
      y_bar = (1/n)*t(y)*j(n,1,1);
      q = i(n)-(1/n)*j(n,n,1);
      s = (1/(n-1))*t(y)*q*y;
      s_inv = inv(s);
      ybar_t = t(y_bar);
      y_b = repeat(ybar_t,n,1);

       if n=20 then a ={0.4734,0.3211,0.2565,0.2085,0.1686,0.1334,
0.1013,0.0711,0.0422,0.0140,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0};
       if n=30 then a = {0.4254,0.2944,0.2487,0.2148,0.1870,0.1630,
0.1415,0.1219,0.1036,0.0862,0.0697,0.0537,0.0381,0.0227,0.0076,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0};
       if n=40 then a = {0.3964,0.2737,0.2368,0.2098,0.1878,0.1691,
0.1526,0.1376,0.1237,0.1108,0.0986,0.0870,0.0759,0.0651,0.0546,0.0444
,0.0343,0.0244,0.0146,0.0049,.0000,.0000,.00,.00,.00,.00,.00,.00,.00,
.00,.00,.00,.00,.00,.00,.00,.00,.00,.00,.00};
       if n=50 then a = {0.3751,0.2574,0.2260,0.2032,0.1847,0.1691,
0.1554,0.1430,0.1317,0.1212,0.1113,0.1020,0.0932,0.0846,0.0764,0.0685
,0.0608,0.0532,0.0459,0.0386,0.0314,0.0244,0.0174,0.0104,0.0035,0,0,0
,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0};

       if n<=20 then x = log(n)-3;
       if 20<n<=2000 then x = log(n)-5;

       if 6<n<=20 then lamda = 0.118898+0.133414*x+0.327907*(x**2);
       if 20<n<=2000 then lamda = 0.480385+0.318828*x-
0.0241665*(x**3)+0.00879701*(x**4)+0.002989646*(x**5);
       if 6<n<=20 then lnmu = -0.37542-0.492145*x-1.124332*(x**2)-
0.199422*(x**3);
       if 20<n<=2000 then lnmu = -1.91487-1.37888*x-
0.04183209*(x**2)+0.1066339*(x**3)-0.03513666*(x**4)-
0.01504614*(x**5);
       if 6<n<=20 then lnsig = -
3.15805+0.729399*x+3.01855*(x**2)+1.558776*(x**3);
       if 20<n<=2000 then lnsig = -3.73538-1.015807*x-
0.331885*(x**2)+0.1773538*(x**3)-0.01638782*(x**4)-
0.03215018*(x**5)+0.003852646*(x**6);

       mu = exp(lnmu);
       sig = exp(lnsig);
```

```
x1=y[1:n,1:1];
x2=y[1:n,2:2];
x3=y[1:n,3:3];
call sort ( y, {1 2}, {2} );
y1=y[1:n,1:1];
diff1=(x1-y_b[1:n,1:1]);
diff2=(x2-y_b[1:n,2:2]);
diff3=(x3-y_b[1:n,3:3]);

sq1=diff1#diff1;
sq2=diff2#diff2;
sq21=diff2#diff1;
sq31=diff3#diff1;
sq32=diff3#diff2;
ss1=sum(sq1[,]);
ss2=sum(sq2[,]);
ss21=sum(sq21[,]);
ss31=sum(sq31[,]);
ss32=sum(sq32[,]);
b21=ss21/ss1;
b31=ss31/ss1;
b32=ss32/ss2;

b_21=repeat(b21,n,p);
b_31=repeat(b31,n,p);
b_32=repeat(b32,n,p);
x_1=repeat(x1,1,p);
x_2=repeat(x2,1,p);
x_3=repeat(x3,1,p);

/*calculate k1*/
y1d=y1[n:1]-y1[1:n];
apyd1=a#y1d;
sumap1=sum(apyd1[+]);
w1=(sumap1*sumap1)/ss1;
u1=(1-w1)**lamda;
z1=(u1-mu)/sig;
k1=(1-probnorm(z1));

/*calculate k2*/

/*calculate y2*/
y_2=x_2-((b_21)#(x_1));
call sort ( y_2, {1 2}, {2} );
y2=y_2[1:n,1:1];
y2_bar=(1/n)*sum(y2[,]);
y2_b=repeat(y2_bar,n,1);
ss_y2=(y2-y2_b)##2;
ssy2=sum(ss_y2[,]);

y2d=y2[n:1]-y2[1:n];
apyd2=a#y2d;
sumap2=sum(apyd2[+]);
w2=(sumap2*sumap2)/ssy2;
u2=(1-w2)**lamda;
z2=(u2-mu)/sig;
k2=(1-probnorm(z2));
```

```
/*calculate k3*/

y_3=x_3-((b_32)#(x_2))-((b_31)#(x_1));
call sort ( y_3, {1 2}, {2} );
y3=y_3[1:n,1:1];
y3_bar=(1/n)*sum(y3[,]);
y3_b=repeat(y3_bar,n,1);
ss_y3=(y3-y3_b)##2;
ssy3=sum(ss_y3[,]);

y3d=y3[n:1]-y3[1:n];
apyd3=a#y3d;
sumap3=sum(apyd3[+]);
w3=(sumap3*sumap3)/ssy3;
u3=(1-w3)**lamda;
z3=(u3-mu)/sig;
k3=(1-probnorm(z3));

wf=-2*(log(k1)+log(k2)+log(k3));

END;
quit;
```

****

การคำนวณตัวสถิติ HZ

****

```
proc iml;
  seed = 93;
  n=30;
  sigma ={ 1 .3 .3, .3 1 .3,.3 .3 1};
  mu ={0,0,0};
   p=nrow(sigma);
   m=repeat(t(mu),n,1);
    g=root(sigma);
   gprime=t(g);
   z=normal(repeat(seed,n,p));
   y=z*g + m;
   ybar=(1/n)*t(y)*j(n,1,1);
   y_b=t(ybar);
   y_bar=repeat(y_b,n,1);
   q=i(n)-(1/n)*j(n,n,1);
   m=i(n)- j(n,n,1);
   s=(1/(n-1))*t(y)*q*y;
   s_inv=inv(s);
   B=0.5;
   y_diff1=y[1:n,1:p]-y_bar[1:n,1:p];
   yj_sq=y_diff1*s_inv*t(y_diff1);
   g_matrix=q*y*s_inv*t(y)*q;

    do j=1 to n;
     do k=1 to n;
     u=y[j:j,1:p]-y[k:k,1:p];
        usu=u*s_inv*t(u);
        exp_usu=exp((-1/2)*(B**2)*usu);
        u1=u1//u;
        usu1=usu1//usu;
```

```
        exp_usu1=exp_usu1//exp_usu;
        sumexp=sum(exp_usu[+]);
        sumexp_usu=sum(exp_usu1[,]);
     end;
    end;
   q_matrix=m*y*s_inv*t(y)*m;
   y_diff=(-((B**2)/2))*q_matrix;
   ab=exp(y_diff);
   y_sq=((-1/2)*(B**2)/(1+(B**2)))*g_matrix;
   ac=exp(y_sq);
   bb=(1/(n**2))*sum(ab[,]);
   c=2*((1+(B**2))**(-p/2))*(1/n)*trace(ac[,]);
   t=bb-c+((1+(2*(B**2)))**(-p/2));
   d=((1/n**2)*sumexp_usu)-c+((1+(2*(B**2)))**(-p/2));
   HZ=HZ//t;
   hzd=hzd//d;
   tra_ac=trace(ac[,]);
  END;
quit;
```

```
*************************************************************************
```

การคำนวณตัวสถิติ O

```
*************************************************************************
proc iml;
  seed = 93;
  n=30;
  sigma ={ 1 .3 .3,.3 1 .3, .3 .3 1};
  mu ={0,0,0};
   p=ncol(sigma);
   m=repeat(t(mu),n,1);
    g=root(sigma);
   gprime=t(g);
   z=normal(repeat(seed,n,p));
   y=z*g + m;
   ybar=(1/n)*t(y)*j(n,1,1);
   q=i(n)-(1/n)*j(n,n,1);
   s=(1/(n-1))*t(y)*q*y;
   s_inv=inv(s);
   ybar_t=t(ybar);
   y_b=ybar#j(p,n,1);
   ty=t(y);
   diff_y=ty-y_b;
   ysy=t(diff_y)*s_inv*diff_y;
   ysy_d=vecdiag(ysy);
 /*Use the spectral decomposition to compute an inverse square root
matrix*/
   call eigen(e,u,s);
   s_invm = sqrt(diag(e));
   s_invm1 = u*s_invm*t(u);
   s_invm2 = inv(s_invm1);
   s_inv1 = s_invm2*s_invm2;
   ident = s_invm2*s*s_invm2;
   rsy=s_invm2*diff_y;
   ysy_dd=ysy_d#j(n,p,1);
```

```
   t_ysy=t(ysy_dd);
   di=rsy/sqrt(t_ysy);
   dij=t(di[1:p,1:n])*di[1:p,1:n];
   if n=30 then
   d=  {0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1,
        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0};
   phd=dij#d;
   phin=arcos(phd);
   an = phin-((3.141592654/2)*j(n));
   adn=an#d;
   mo={0}#j(n,n);
   min=mo><adn;
   sq_min=min##2;
   summin=sum(sq_min[+]);
   O =(4*summin)/(n*(n-1));
 end;
quit;
```

ภาคผนวก ค

ข้อมูลคุณค่าทางโภชนาการ

ข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์โดยใช้ข้อมูลจริง คือ ข้อมูลคุณค่าทางโภชนาการ ของรายการอาหารกลางวันซึ่งจัดให้สำหรับเด็กวัยก่อนเรียนของโรงเรียนอนุบาลในพื้นที่ประสบภัยพิบัติคลื่นสึนามิ จังหวัดระนอง ซึ่งทำการวัดปริมาณโปรตีนในชุดอาหารและราคาต้นทุนต่อหน่วย (บาท) ได้ข้อมูลดังนี้

ตารางผนวกที่ ค1 แสดงข้อมูลตัวอย่างคุณค่าทางโภชนาการของรายการอาหารกลางวัน จำนวน 30 ตัวอย่าง

หน่วยตัวอย่าง	ปริมาณโปรตีน (X_1)	ราคาต้นทุน (X_2)	หน่วยตัวอย่าง	ปริมาณโปรตีน (X_1)	ราคาต้นทุน (X_2)
1	5.90	3.67	16	6.30	5.44
2	6.90	5.89	17	11.00	7.93
3	14.20	10.02	18	8.50	5.49
4	11.30	5.09	19	6.50	3.69
5	18.60	11.63	20	5.40	4.26
6	7.90	5.12	21	5.70	5.62
7	8.80	5.48	22	3.50	2.50
8	10.60	6.84	23	2.80	2.09
9	10.40	4.24	24	3.00	2.69
10	13.60	7.41	25	12.00	8.30
11	7.60	6.56	26	4.40	4.18
12	7.10	6.25	27	3.50	1.59
	5.70	4.70	28	7.00	2.96
14	9.90	7.36	29	4.30	2.07
15	3.80	4.27	30	11.70	7.26

ที่มาของข้อมูล: ภาควิชาคหกรรมศาสตร์ คณะเกษตร มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ –นามสกุล	นางสาวรักมณี บุตรชน
วัน เดือน ปี ที่เกิด	3 กุมภาพันธ์ 2521
สถานที่เกิด	จังหวัดร้อยเอ็ด
ประวัติการศึกษา	วท.บ. (ฟิสิกส์) มหาวิทยาลัยขอนแก่น
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	-
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-
ผลงานดีเด่นและรางวัลทางวิชาการ	-
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	-