

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



E46206

การศึกษาพัฒนาชุมชนเป็นช่องทางอีกช่องทางหนึ่งที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ในเชิงนโยบาย

## นิตยสาร มนตรีสานัก

ฉบับที่ ๔๕  
เดือนธันวาคม พ.ศ.๒๕๕๓  
สาขาวิชาบริหารและพัฒนา คณะวิชาบริหารและพัฒนา  
มนตรีสานักงานวิจัยฯ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
วันที่ ๑๖ ธันวาคม พ.ศ.๒๕๕๓

b00255969

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา



E46206

การควบคุมแบบสัมผรรคเป็นช่วงสำหรับจัดการยานอัตโนมัติโดยใช้ผลของใจรุสโโคป



นาย สมพล สุนทรศาสตร์ติก

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า  
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ปีการศึกษา 2553  
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



5 2 7 0 7 0 0 7 2 1

PIECEWISE AFFINE CONTROL FOR AUTONOMOUS BICYCLE  
USING GYROSCOPIC EFFECT



Mr. Sompol Suntharasantic

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering Program in Electrical Engineering  
Department of Electrical Engineering  
Faculty of Engineering  
Chulalongkorn University  
Academic Year 2010  
Copyright of Chulalongkorn University

Thesis Title                   PIECEWISE AFFINE CONTROL FOR AUTONOMOUS BICYCLE  
                                  USING GYROSCOPIC EFFECT

By                           Mr. Sompol Suntharasantic

Field of Study               Electrical Engineering

Thesis Advisor              Assistant Professor Manop Wongsaisuwan, Ph.D.

---

Accepted by the Faculty of Engineering, Chulalongkorn University in Partial  
Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree

  
.....  
(Associate Professor Boonsom Lerdhirunwong, Dr. Ing.)                   Dean of the Faculty of Engineering

THESIS COMMITTEE

  
.....  
(Associate Professor David Banjerpongchai, Ph.D.)                   Chairman

  
.....  
(Assistant Professor Manop Wongsaisuwan, Ph.D.)                   Thesis Advisor

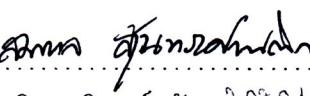
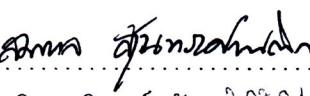
  
.....  
(Associate Professor Waree Kongprawechnon, Ph.D.)                   External Examiner

สมพลด สุนทรศาสตร์ดิก : การควบคุมแบบสัมพรรคเป็นช่วงสำหรับจักรยานอัตโนมัติโดยใช้ผลของใจโรสโคป (PIECEWISE AFFINE CONTROL FOR AUTONOMOUS BICYCLE USING GYROSCOPIC EFFECT) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผศ. ดร. มนพ วงศ์สายสุวรรณ, 64 หน้า

**E 46206**

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอแนวคิดใหม่ในการควบคุมจักรยานอัตโนมัติโดยใช้ผลของใจโรสโคปด้วยวิธี การควบคุมแบบสัมพรรคเป็นช่วง เรายังสามารถบังคับจักรยานอัตโนมัติที่ไม่มีเสถียรภาพโดยธรรมชาติที่ความเร็วไปข้างหน้าและความเร็วในการหมุนคงที่ จักรยานประกอบด้วยกับจานหมุนใจโรสโคปที่ใช้เป็นตัวขับดันสำหรับสร้างเสถียรภาพให้กับบุคลิกของจักรยาน ตัวแปรต่างๆ ในระบบวัดมาจากการตัวจักรยานขนาดใหญ่และบางตัวแปรทางได้โดยอ้อมจากโปรแกรมช่วยออกแบบด้วยคอมพิวเตอร์ แบบจำลองไม่เชิงเส้นของระบบจักรยานถูกประมาณด้วยชุดของแบบจำลองเชิงเส้นหรือแบบจำลองสัมพรรคเป็นช่วงซึ่งทำให้ค่าผิดพลาดของแบบจำลองมีค่าลดลงแม้กระทั่งอยู่นอกย่านการทำงานก็ตาม เพื่อที่จะสร้างเสถียรภาพให้กับระบบไม่เชิงเส้นนี้ เราใช้แบบจำลองสัมพรรคเป็นช่วงในการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับ ปัญหาการสังเคราะห์ตัวควบคุมได้เปลี่ยนให้เป็นปัญหาอุปกรณ์และการเมทริกซ์เชิงเส้น อัตราขยายป้อนกลับที่เป็นไปได้หายใจโดยอาศัยฟังก์ชันเลี้ยงปุ่นอฟกำลังสองครอบคลุมเป็นพื้นฐานเพื่อรับประกันเสถียรภาพสำหรับทุกย่าง ผลการจำลองยืนยันประสิทธิผลของวิธีการนี้

ภาควิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า  
สาขาวิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า  
ปีการศึกษา ..... 2553

ลายมือชื่อนิสิต .....   
ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ..... 

# # 5270700721 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEYWORDS : BICYCLE ROBOT / GYROSCOPIC STABILIZATION / PIECEWISE AFFINE SYSTEM / SINGLE TRACK VEHICLE / LINEAR MATRIX INEQUALITIES

SOMPOL SUNTHARASANTIC : PIECEWISE AFFINE CONTROL FOR AUTONOMOUS BICYCLE USING GYROSCOPIC EFFECT. ADVISOR : ASST. PROF. MANOP WONGSAISUWAN, Ph.D., 64 pp.

**E 46206**

This thesis proposes the new idea of autonomous bicycle control using gyroscopic effect by piecewise affine control method. We consider the naturally unstable autonomous bicycle system at constant forward and rotational speeds. The bicycle is attached with a gyroscopic flywheel acting as an actuator for roll angle stabilization. The system parameters are measured from the adult size bicycle body and some parameters are obtained indirectly from CAD program. The nonlinear model of the bicycle system is approximated by a set of linear model or piecewise affine models which minimizes the model error even outside the operating regions. To stabilize this nonlinear system, we use the piecewise affine model to design the feedback controller. The controller synthesis problem is cast as a Linear Matrix Inequalities problem. The feasible feedback control gain is derived based on a globally quadratic Lyapunov function to guarantee the system stability for all regions. The simulation confirms the effectiveness of this approach.

Department ..... Electrical Engineering  
 Field of Study ..... Electrical Engineering  
 Academic Year ..... 2010

Student's Signature   
 Advisor's Signature 

## Acknowledgments

I would like to express my profound gratitude to my principal advisor, Assistant Professor Manop Wongsaisuwan, for his kind guidance, helpful advice, and constructive suggestions on the piecewise affine control used in my research.

I would like to thank to all the committee members of my research. Associate Professor David Banjerdpongchai who provides me with the necessary background on control system theory and kindly served on the thesis committee as a chairman. I am also grateful to Dr. Waree Kongprawechnon for her intuitive questions and comments which help me a lot for the improvement in the research.

I gratefully acknowledge the Scholarship from Electrical Engineering Department for the financial support throughout my Master's Degree study. Many thanks to colleague, Prachya Rungtweesuk, a Bachelor's student who was hard-working and made a well support in technical problem while this research was ongoing. In particular, I would like to thank to the people who works hard on the optimization software running on MATLAB "YALMIP" toolbox package, the solver "SDPT3" for efficiently solving the formulations. Also, the prior CSRL members who created and developed the  $\text{\LaTeX}$  Class for this Thesis.

Finally, I would like to thank my family for their understanding and support during my study. Thanks are also given to all members of Control Systems Research Laboratory, Chulalongkorn University for their encouragement and friendship.

# Contents

	Page
<b>Abstract (Thai) .....</b>	<b>iv</b>
<b>Abstract (English).....</b>	<b>v</b>
<b>Acknowledgments.....</b>	<b>vi</b>
<b>Contents.....</b>	<b>vii</b>
<b>List of Tables .....</b>	<b>ix</b>
<b>List of Figures .....</b>	<b>x</b>
<b>CHAPTER</b>	
<b>I INTRODUCTION.....</b>	<b>1</b>
1.1 Research Motivation .....	1
1.2 Literature Review .....	2
1.3 Thesis Objective .....	3
1.4 Scope of Thesis .....	3
1.5 Methodology .....	4
1.6 Contributions .....	4
1.7 Structure of Thesis .....	4
<b>II RELATED THEORIES.....</b>	<b>5</b>
2.1 Bicycle Properties .....	5
2.1.1 Nature of the Bicycle .....	5
2.1.2 The Trail .....	5
2.1.3 Self-stability .....	6
2.1.4 Gyroscopic Effect at the Front Wheel .....	7
2.2 Lagrangian Mechanics .....	9
2.3 Piecewise Affine System .....	9
2.3.1 Model Representation .....	10
2.3.2 Quadratic Stability .....	10
2.3.3 Piecewise Quadratic Stability .....	11
2.3.4 Piecewise Quadratic Stabilization of PWA system .....	12
<b>III EXPERIMENTAL BICYCLE.....</b>	<b>14</b>
3.1 Bicycle .....	14
3.2 Gyroscopic Flywheel .....	15

Figure	Page
<b>IV BICYCLE DYNAMIC MODEL .....</b>	<b>19</b>
4.1 Bicycle Geometry .....	19
4.2 Model Assumptions .....	20
4.2.1 Nonlinear Dynamic Model .....	21
4.3 Linearized Dynamic Model .....	22
<b>V PIECEWISE AFFINE MODEL FOR BICYCLE ROBOT .....</b>	<b>24</b>
5.1 Trigonometric Terms Approximation .....	24
5.2 Least-Square Error Approximation without Boundary Constraints .....	27
5.3 Least-Square Error Approximation with Boundary Constraints .....	28
5.4 Comparison of Model Error .....	33
<b>VI PIECEWISE AFFINE CONTROL FOR BICYCLE ROBOT .....</b>	<b>39</b>
6.1 Problem Formulation .....	39
6.2 Main Result .....	39
<b>VII CONCLUSIONS .....</b>	<b>48</b>
7.1 Summary .....	48
7.2 Future Work Guideline .....	49
<b>REFERENCES .....</b>	<b>50</b>
<b>APPENDICES .....</b>	<b>55</b>
APPENDIX A .....	56
APPENDIX B .....	58
<b>Biography .....</b>	<b>64</b>

## List of Tables

Table	Page
2.1 Parameters of the Experimental Bicycle for Self-stability Analysis. . . . .	8
3.1 Parameters for Gyroscopic Flywheel Design Calculation. . . . .	17
3.2 Summary of Flywheel Moment of Inertia. . . . .	18
4.1 Parameters for Bicycle Gyroscopic Flywheel Dynamic Model. . . . .	20
5.1 Approximated trigonometric functions in each polyhedral cell. . . . .	27
5.2 Summary of the root-mean-square error of the approximated PWA model. . . . .	33
5.3 Summary of the maximum absolute error of the approximated PWA model. . . . .	34

## List of Figures

Figure	Page
2.1 The position of the trail distance of the bicycle [48]. . . . .	5
2.2 Eigenvalues from the linearized self-stability analysis. . . . .	7
2.3 Gyroscopic effect at the front wheel coordinate and notation. . . . .	7
3.1 The selected bicycle before modifying. . . . .	14
3.2 The 3D CAD drawing of the bicycle before modifying. . . . .	15
3.3 Bicycle robot attached with gyroscopic flywheel. . . . .	15
3.4 The bicycle configuration for sizing the flywheel (mass and dimension). . . . .	16
3.5 Side View Cross-section of Flywheel configuration. . . . .	18
4.1 The Bicycle Geometry. . . . .	19
4.2 The bicycle curvature path. . . . .	20
5.1 Polyhedral partition of the PWA bicycle state space model. . . . .	25
5.2 Affine approximation of functions sin and cos. . . . .	26
5.3 The roll angle error plane of the linearized model. . . . .	35
5.4 The precession angle error plane of the linearized model. . . . .	35
5.5 The roll angle error plane of the trigonometric terms approximation PWA model. . . . .	36
5.6 The precession angle error plane of the trigonometric terms approximation PWA model. . . . .	36
5.7 The roll angle error plane of the discontinuous PWA model. . . . .	37
5.8 The precession angle error plane of the discontinuous PWA model. . . . .	37
5.9 The roll angle error plane of the continuous PWA model. . . . .	38
5.10 The precession angle error plane of the continuous PWA model. . . . .	38
6.1 Polyhedral partition with its outer minimum volumn ellipsoid approximation. . . . .	40
6.2 Simulink model of nonlinear bicycle model. . . . .	41
6.3 Simulink model - PWA bicycle model. . . . .	42
6.4 The response of roll angle, roll velocity, precession angle, and precession velocity of Nonlinear and PWA model with the initial condition $(\varphi(0), \alpha(0), \dot{\varphi}(0), \dot{\alpha}(0)) = (0.3, 0.3, 0, 0)$ . . . . .	43
6.5 The response of roll angle, roll velocity, precession angle, and precession velocity of Nonlinear and PWA model with the initial condition $(\varphi(0), \alpha(0), \dot{\varphi}(0), \dot{\alpha}(0)) = (-0.3, 0.3, 0, 0)$ . . . . .	43
6.6 The response of roll angle, roll velocity, precession angle, and precession velocity of Nonlinear and PWA model with the initial condition $(\varphi(0), \alpha(0), \dot{\varphi}(0), \dot{\alpha}(0)) = (-0.3, -0.3, 0, 0)$ . . . . .	44

Figure	Page
6.7 The response of roll angle, roll velocity, precession angle, and precession velocity of Nonlinear and PWA model with the initial condition $(\varphi(0), \alpha(0), \dot{\varphi}(0), \dot{\alpha}(0)) = (0.3, -0.3, 0, 0)$ . . . . .	44
6.8 The response of roll angle, roll velocity, precession angle, and precession velocity of Nonlinear and PWA model with the initial condition $(\varphi(0), \alpha(0), \dot{\varphi}(0), \dot{\alpha}(0)) = (0, 0.3, 0, 0)$ . . . . .	45
6.9 The response of roll angle, roll velocity, precession angle, and precession velocity of Nonlinear and PWA model with the initial condition $(\varphi(0), \alpha(0), \dot{\varphi}(0), \dot{\alpha}(0)) = (0, -0.3, 0, 0)$ . . . . .	45
6.10 The trajectory of bike roll angle vs flywheel precession angle with 4 sets of initial conditions $(\varphi(0), \alpha(0), \dot{\varphi}(0), \dot{\alpha}(0))$ . . . . .	46
6.11 The trajectory of bike roll velocity vs flywheel precession velocity with 4 sets of initial conditions $(\varphi(0), \alpha(0), \dot{\varphi}(0), \dot{\alpha}(0))$ . . . . .	46
6.12 Lyapunov function plot of the bicycle dynamic system. . . . .	47