บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 โลหะนอกกลุ่มเหล็ก

โลหะที่ไม่ใช่เหล็ก ในทางอุตสาหกรรมการผลิตแล้วจะใช้ประมาณ 25% โดยน้ำหนักของโลหะเหล็กเท่านั้น อาจเนื่องมาด้วย การขาดความแข็งแรงทางด้านโครงสร้างหรือคุณสมบัติทางเชิงกลที่ไม่ดีนัก จึงทำให้การนำไปใช้โดยตรงไม่เป็นที่นิยม แต่จะถูกใช้ในรูปแบบของสารประสมเพิ่มหรือธาตุที่เพิ่มเติมคุณสมบัติพิเศษให้กับโลหะอื่น ๆ เช่น คุณสมบัติทางด้านความทนทานต่อการกัดกร่อนของกรดและด่าง การนำไฟฟ้า หรือการทำให้โลหะอื่นง่ายต่อการขึ้นรูป

การถลุง (Smelting) โลหะที่ไม่ใช่เหล็กนั้นจะเริ่มจากการคัดแยกหรือแต่งสินแร่ (Ore Dressing) ก่อนแล้วจึงนำไปถลุงในเตาสูง (Blast Furnace) ที่นำมาใช้ในการถลุงโลหะที่ไม่ใช่เหล็กนั้นจะมีลักษณะและรูปร่างรวมทั้งคุณสมบัติเหมือนกับเตาสูงที่ใช้สำหรับผลิตเหล็กดิบ (Pig Iron) ยกเว้นเพียงแต่มีขนาดที่เล็กกว่า และ ถลุงในเตาสะท้อน (Reverberatary Furnace) ซึ่งเป็นเตาอีกชนิดที่นิยมใช้กันมากในการถลุงโลหะที่ไม่ใช่เหล็ก โดยจะมีการใช้ตัวล่อขี้ตะกรัน (Slag Inducer) หรือ ฟลักซ์ (Flux) ลงไปเพื่อลดการออกซิเดชั่น (Oxidation)

2.1.1 ทองแดง (Copper)

ทองแดง (Copper) มีสัญลักษณ์ทางเคมี คือ Cu มีความแข็งตามสเกลของมอห์ (Moh's scale) 2.5 – 3.0 มีจุดหลอมเหลว 1083^{o}C จุดเดือดที่ 2595^{o}C อ่อนตัวที่ 20^{o}C มีความหนาแน่น 8.89 มีความต้านทานไฟฟ้า (Electrical Resistivity) 1.71 ที่ 20^{o}C และมีความนำไฟฟ้า (Electrical Conductivity) ในแนวตั้งและโดยน้ำหนักที่เด่นมากเป็นรองก็แต่เงินและอลูมิเนียมเท่านั้น มนุษย์รู้จักใช้ประโยชน์ของทองแดง ทำเครื่องใช้ไม้สอยและอาวุธต่าง ๆ ตั้งแต่สมัยดึกดำบรรพ์ที่เรียกว่ายุคสัมฤทธิ์ (Bronze age) มาตราบจนปัจจุบันนี้ทองแดงยังเป็นโลหะที่ใช้งานอย่างแพร่หลายมาก มาเป็นที่สองรองลงมาจากเหล็กและเป็นโลหะที่สำคัญในกลุ่มโลหะที่ไม่ใช่เหล็ก (Non – Ferrous Metals) ทองแดงเป็นวัสดุที่เป็นตัวนำความร้อนที่ดีและมีความต้านทานต่อการกัดกร่อนดีอีกด้วย ดังนั้นทองแดงจึงถูกใช้ทำเป็นส่วนประกอบของหม้อต้มน้ำเครื่องถ่ายเทความร้อน ฯลฯ คุณสมบัติของทองแดงอีกประการหนึ่งก็คือ มีความต้านทานจำเพาะต่ำเป็นที่สองรองจากเงิน ปริมาณทองแดงที่ผลิตได้ประมาณครึ่งหนึ่งใช้ในการอุตสาหกรรมไฟฟ้า เช่น ใช้ทำสายไฟฟ้าขดลวดที่ใช้ในมอเตอร์และเจนเนอเรเตอร์ (Generators) ไฟฟ้า ฯลฯ ความต้านทานจำเพาะของทองแดงที่มีค่าสูงกว่าเงินเพียงเล็กน้อยและต่ำกว่าอลูมิเนียม

ทองแดงและทองแดงผสมมีคุณสมบัติดีเด่นหลายประการ เช่น

1. คุณสมบัติต้านทานแรงดึงดี และมีช่วงพิกัดกว้าง (ขึ้นกับชนิดของทองแดงและกรรมวิธีผลิต) ทองแดงบริสุทธิ์มีคุณสมบัติอ่อนและเหนียวสามารถรีดให้เป็นแผ่นบาง ๆ ขนาด 1/500" สามารถดึงเป็นเส้นลวดเล็ก ๆ ขนาด1/1,000" โดยไม่ขาดทุบตีเป็นวัตถุสำเร็จรูปโดยไม่มีการแตกร้าว
2. ความเหนียวของทองแดงสูงมากสามารถขึ้นรูปโดยไม่เสี่ยงต่อการแตกหัก
3. เป็นตัวนำไฟฟ้าที่ดีมาก (100 เปอร์เซ็นต์ แต่เงิน 106 เปอร์เซ็นต์)
4. เป็นตัวนำความร้อนที่ดีมาก (100 เปอร์เซ็นต์ แต่เงิน 108 เปอร์เซ็นต์)
5. กลึงไสขึ้นรูปได้ง่าย เมื่อผสมธาตุอื่นบางตัวเข้าไป
6. ต้านทานความล้าได้ดี
7. ไม่มีสารแม่เหล็ก
8. ทนทานต่อการกัดกร่อนโดยเฉพาะเมื่อใช้กับกรดและน้ำทะเล
9. ทดทานต่อการสึกกร่อน (Wear Resistance)
10. มีสีสวยน่าใช้
11. ทองแดงและโลหะผสมทองแดงแทบทุกชนิดสามารถเชื่อมได้อย่างง่ายดาย

โดยทั่วไปเราเรียกโลหะว่าทองแดง (Copper) เมื่อโลหะนั้นเป็นทองแดงเกือบบริสุทธิ์มีสิ่งแปลกปนอื่นๆ ผสมปนอยู่ไม่เกิน 0.5% โดยน้ำหนักและเรียกว่าทองแดงผสมหรือโลหะผสมของทองแดงเมื่อโลหะนั้นมีทองแดง เป็นธาตุที่ผสมอยู่มากที่สุด แต่ไม่น้อยกว่า 40% และไม่สูงกว่า 99% โดยน้ำหนัก

<u>คุณสมบัติทางฟิสิกส์ของทองแดง</u>

น้ำหนักอะตอม (Atomic Weight)	63.57
โครงสร้างของผลึก Face Centered Cubic	(FCC.)
มิติของแลททิช (^{o}A)	3.6078 (^{o}A)
ความหนาแน่น (20^{o}C)	8.94
จุดหลอมเหลว	1083^{o}C
จุดเดือดกลายเป็นไอ	2595^{o}C
ความร้อนจำเพาะ (25^{o}C)	0.0919 cal/g^{o}C
สัมประสิทธิ์การขยายตัว	16.47 x 10^{-6o}C
ความต้านทานจำเพาะ (30^{o}C)	1.682 ไมโครโอห์ม/ซม^{3}

คุณสมบัติทางกล

Tensile Strength	17 kg/mm^2
Elastic Limit	10 kg/mm^2
Elongation	35 – 50 %
Hardness	35 – 50 HB
Modulus of Elasticity	12,000 kg/mm^2

2.1.1.1 สินแร่ทองแดง (Copper Ores)

เราพบอนุสาวรีย์ของชาวอียิปต์โบราณซึ่งสร้างไว้เมื่อ 2,600 ปีก่อนคริสตวรรษ ทำด้วยโลหะทองแดงบริสุทธิ์ จึงทำให้เราสันนิษฐานกันว่าอาจจะมีแหล่งแร่ทองแดงบริสุทธิ์โดยธรรมชาติ (Native Copper) ในแถบนั้นซึ่งก็เป็นความจริงที่เราพบแหล่งแร่ทองแดงบริสุทธิ์อยู่บ้านในเอธิโอเปีย (Ethiopia) เป็นแร่ทองแดงบริสุทธิ์มีลักษณะเป็นก้อนสีดำ ดูคล้ายหินมากกว่าโลหะ ปัจจุบันนี้ยังพบในที่ต่าง ๆ อยู่บ้างที่ปะปนอยู่กับแร่อื่น ๆ เช่น แร่เงินหรือแร่ทองแต่มีปริมาณไม่มากสินแร่ทองแดงที่จัดว่ามีความสำคัญในการผลิตโลหะทองแดงส่วนมากจะเป็นแร่ประเภทซัลไฟด์ (Sulfide) มีสองชนิด คือ แร่ทองแดงแคลโคไซท์ (Chalcocite; Cu_2S) มี Cu ประมาณ 79.8% และแร่ทองแดงแคลโคไพไรท์ (chalcopyrite; $CuFeS_2$) มี Cu ประมาณ 34.5% นอกจากแร่ซัลไฟด์แล้วยังมีแร่ทองแดงออกไซด์ (Cu_2O) แต่ปริมาณที่พบมีน้อย แร่ทองแดงอีกชนิดหนึ่งที่เป็นแร่ทองแดงคาร์บอเนต $CuCO_3$ (OH_2) เรียกกันทั่ว ๆ ไปว่า Malachite มีสีเขียวสวยงามมากใช้เจียรนัยทำเป็นเครื่องประดับ

แร่ทองแดงมีหลายชนิด แร่ที่สำคัญ ๆ ได้แก่

1. แร่ทองแดงไพไรท์ ซึ่งเกิดเป็นแร่ควบคู่กับแร่เหล็กที่เรียกว่า Chalcopyrite ($CuFeS_2$)
2. แร่ทองแดงออกไซด์ (Cuprite) Cu_2O สีแดง
3. แร่ทองแดงดำ Copper glance (Chalcocite) Cu_2S
4. แร่ทองแดงคาร์บอเนต $CuCO_3$ Cu $(COH)_2$ ซึ่งเป็นแร่สีเขียวสวยงามมาก ใช้เจียรนัยเป็นเครื่องประดับ5. แร่ทองแดงบอร์ไนท์ (Cu_2FeS_2)
6. แร่ทองแดงโคเวลไปรท์ (CuS)

เนื่องจากทองแดงมีคุณสมบัติ Ductility สูงและมีความต้านทานไฟฟ้าต่ำดังนั้น Cu ประมาณมากกว่า 50% ใช้ในการทำ Alloy เช่น Brass, Bronze และ Monel และอีกประมาณ 20% ใช้ทำเครื่องมือถ่ายเทความร้อน เช่น Condenser, Evaporator และอื่น ๆ

ตัวอย่างการใช้งานของ Cu เช่น คอมพิวเตอร์ (Cu + Ag) ชิ้นส่วนในเครื่องยนต์, ปลอกกระสุน (Cu + Sn) สปริงชนิดต่าง ๆ ทำจากบรอนซ์ ดีบุก ผสมฟอสฟอรัส, คาร์บิวเรเตอร์ (Cu + Sn + Zn + Pb) บูชและแบริ่ง เป็นต้น โลหะผสมทองแดง เช่น ท่อกลั่น (Condensortube) ปลอกกระสุนปืน ดอก

กุญแจ เหรียญกระษาปณ์ เช่น เหรียญบาท และห้าบาท ทองแดงที่ใช้ในงานไฟฟ้าวิทยุจะต้องมีความบริสุทธิ์มากถึง 99 – 99% ถ้าทำให้บริสุทธิ์ 100 เปอร์เซ็นต์ ต้องใช้วิธีแยกด้วยไฟฟ้าถ้าต้องการความบริสุทธิ์เพียง 99.5% ใช้วิธีหลอมธรรมดาแล้วกวนด้วยไม้สด

2.1.2 ดีบุก (Tin)

ดีบุกมีสัญลักษณ์ว่า Sn ความหนาแน่น 7.3 กก/ตรม^3 จุดหลอมเหลว 232 ^oC อัตราการยืดตัว 40% ดีบุกเป็นโลหะที่ให้การเปลี่ยนแปลงอัญรูป (Allotropic) คล้ายคลึงกับเหล็ก กล่าวคือดีบุกจะเปลี่ยนแปลงโครงสร้างจากระบบหนึ่งไปอีกระบบหนึ่งคือจากเบต้า (β) ไปเป็น แอลฟ่า (α) การเปลี่ยนแปลงจะเกิดขึ้นที่อุณหภูมิต่ำกว่า 18^{o}C ปกติดีบุก α จะเปราะแตกง่ายและมักจะเกิดการขยายตัวมากในขณะเกิดการเปลี่ยนแปลงจาก β ไปเป็น α ดังนั้นดีบุกมักจะแตกได้ง่ายเมื่ออยู่ที่อุณหภูมิต่ำกว่า 18^o C เรียกลักษณะนี้ว่าโรคดีบุก (Sickness of Tin or Warts) ทั่ว ๆ ไปที่อุณหภูมิบรรยากาศดีบุกเป็นโลหะอ่อนที่จุดหลอมตัวต่ำและมีคุณสมบัติทนต่อการกัดกร่อนได้ดี ดีบุกเป็นโลหะสีขาวคล้ายเงิน อ่อนและรีดเป็นแผ่นได้ง่าย ดีบุกเป็นโลหะยุทธปัจจัยเพราะมีปรากฏอยู่บนผิวโลกไม่มากแห่ง ดีบุกมีในประเทศไทย เช่นภาคใต้จังหวัดภูเก็ต พังงา ตรัง ยะลา สงขลา นครศรีธรรมราช สุราษฎร์ธานี ชุมพร ภาคกลางจังหวัดประจวบคีรีขันธ์ ราชบุรี กาญจนบุรี และภาคเหนือ แม่ฮ่องสอน เชียงราย เชียงใหม่ ลำปาง ตาก อุทัยธานี และคาบสมุทรอินโดจีน มีมากอีกแหล่งหนึ่งที่มีดีบุก คือ ประเทศโบลิเวียในทวีปอเมริกาใต้

2.1.2.1 สินแร่และการถลุงดีบุก

ดีบุกมาจากออกไซด์ของมันเอง เช่น Cassiterite ส่วนมากพบที่โบลิเวียตะวันออก อัฟริกากลาง ไทย มาเลเซีย ทำการถลุงโดยใช้คาร์บอนเป็นตัวรีดิวซ์ (Reduce) ในเตาพ่นลม (Blast Furnace) จะได้ดีบุกเป็นของเหลวแล้วทำให้บริสุทธิ์โดย Electrolytical หรือโดยวิธี Chemical Process แร่ดีบุกที่สำคัญในการผลิตดีบุก ได้แก่ แร่ดีบุกออกไซด์ (SnO_2) ซึ่งเรียกว่า Cassiterite หรือ Tenstone เป็นแร่ที่มีดีบุกประมาณ 80% แร่ดีบุกนี้พบหลายสี แต่ที่พบกันมากได้แก่ สีน้ำตาลหรือดำ มีความวาวเหมือนเพชร แข็ง6 – 7 และมี ถ.พ. 6.8 – 7.1 จึงหนักและทนต่อการสึกกร่อน ผุพัง แร่ดีบุกที่จะนำมาถลุงจะต้องผ่านการแยกแร่เอาหินหรือแร่อื่นๆที่ติดมาออกในบางกรณีอาจจะต้องเอามาทำ Roasting หรือผสมกับกรดเกลือเพื่อแยกเอาพวก Impurities ออกเช่นเหล็กเมื่อได้แร่ดีบุกออกไซด์แล้วก็นำไปถลุงในเตา Blast Furnace โดยใช้ทั้งถ่านหิน และหินปูน เป็นตัวดึงออกซิเจนออก ดีบุกที่ได้อาจจะมีโลหะอื่น ๆ ปนอยู่เล็กน้อย ซึ่งจะต้องนำไปทำให้บริสุทธิ์ต่อไปการทำดีบุกบริสุทธิ์อาจใช้การแยกด้วยกระแสไฟฟ้า หรือใช้วิธีการหลอมซึ่งง่ายและสะดวกกว่าเพราะดีบุกมีจุดหลอมละลายต่ำอยู่แล้วเมื่อหลอมดีบุกในอ่างแล้วพยายามรักษาอุณหภูมิอย่าให้สูงกว่า 232^o C (450^o F) ดีบุกจะละลาย ส่วนสารเจือปนซึ่งมีจุดหลอมเหลวสูงกว่ายังคงเป็นของแข็ง เราก็ระบายเอาดีบุกบริสุทธิ์ออกนำไปหล่อเป็นแท่งลักษณะกรรมวิธีถลุง หากเป็นแร่

ดีบุกซัลไฟต์ก็ต้องเผาคั่วให้เป็นดีบุกออกไซด์เสียก่อน ต่อจากนั้นจึงถลุงโดยลดออกซิเจนออกจากดีบุกโดยใช้คาร์บอน $SnO_2 + C \longrightarrow CO_2 + Sn$

เนื่องจากดีบุกมีสมบัติต้านทานการกัดกร่อนได้ดี จึงใช้ดีบุกเคลือบแผ่นเหล็ก และภาชนะใส่อาหารเพื่อป้องกันสนิมและผลิตภัณฑ์กันชื้น เช่น ห่อบุหรี่, ใบชา ประมาณ 40% ของดีบุกที่ผลิตได้ใช้เคลือบแผ่นเหล็กหรือที่เราเรียกว่าเหล็กวิลาศ (Tin Plate) ที่ใช้มุงหลังคาและผลิตภัณฑ์ทำโลหะผสมเพื่อทำตัวพิมพ์หนังสือ ทำหลอดบรรจุของเหลวเช่น ยาสีฟัน ประมาณ 20% ใช้ทำโลหะบัดกรีและ 15% ของดีบุกที่ผลิตได้ใช้ทำโลหะผสม เช่น บรอนซ์(Phosphor Bronze) “white metal” bearing die casting และโลหะตัวพิมพ์ใช้ผสมในน้ำมันหล่อลื่นหรือตัวยาบางอย่างและโลหะผสมดีบุกที่สำคัญ เช่น ทองสัมฤทธิ์เป็นโลหะผสมระหว่างทองแดง ดีบุก และสังกะสี เป็นต้น

ตะกั่วบริสุทธิ์จุดหลอมละลายที่ 621°F เป็นโลหะที่สามารถนำไปใช้ทำอะไรได้หลายอย่างซึ่งได้มาจากคุณสมบัติพิเศษของตะกั่วคือน้ำหนักอะตอมสูงและความหนาแน่น ความอ่อน ความเหนียว ความแข็งแรงต่ำ จุดหลอมละลายต่ำต้านทานการกัดกร่อนและความสามารถในการหล่อลื่นความแข็งแรงทางด้านความล้าไม่ดี ดังนั้นจึงไม่สามารถจะนำมาใช้ภายใต้สภาวะของการสั่นสะเทือน มันจะเกิดการคืบตัว ณ อุณหภูมิห้องและยังมีข้อเสียอื่น ๆ อีกคือเป็นสารประกอบที่มีพิษ

2.2 โลหะผสม

โลหะบริสุทธิ์นำมาใช้ในงานด้านวิศวกรรมน้อยมาก ปกตินิยมใช้เมื่อต้องการคุณสมบัติการนำไฟฟ้าสูง ความเหนียวสูง หรือมีความต้านทานการกัดกร่อนดี คุณสมบัติดังกล่าวจะมีค่าสูงสุดในโลหะบริสุทธิ์ แต่คุณสมบัติเชิงกล เช่น ความแข็งแรง ความต้านทานการคราก และความแข็ง จะมีค่าสูงเมื่อโลหะอยู่ในรูปของโลหะผสม ขบวนการผลิตโลหะผสมจะนำโลหะตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไปมาหลอมแล้วปล่อยให้แข็งตัวในแบบหล่อที่เหมาะสม โลหะผสมจะแสดงคุณสมบัติของโลหะเนื้อของโลหะที่เป็นเนื้อเดียวกันเรียกว่าเฟส (Phase) หรือภาค เฟสที่เป็นของแข็งอาจจะเป็นโลหะบริสุทธิ์หรือสารละลายของแข็งหรืออาจเป็นเฟสมัธยันตร์ (Intermediate Phase) (ประกอบด้วยโลหะ 2 ชนิดหรือมากกว่า) จากกฎของเฟส (Phase Rule) ซึ่งเสนอโดย Josiah W Gibbs สำหรับโลหะผสมที่เป็นของแข็งประกอบด้วยโลหะ 2 ชนิด จะมีลักษณะเป็นไปตามข้อใดข้อหนึ่งดังนี้คือ

ก) ประกอบด้วยโลหะบริสุทธิ์ 2 ชนิดแยกตัวออกจากกันอย่างอิสระ

ข) ประกอบด้วยสารละลายของแข็งอย่างเดียว โดยที่โลหะชนิดหนึ่งสามารถละลายในโลหะอีกชนิดหนึ่งได้ทั้งหมด

ค) ประกอบด้วยสารละลายของแข็งที่สามารถละลายได้บางส่วน 2 ชนิด

ง) ประกอบด้วยเฟสมัธยันตร์อย่างเดียว

จ) ประกอบด้วยเฟสมัธยันตร์ต่างกัน 2 ชนิดอยู่รวมกัน

ฉ) ประกอบด้วยสารละลายของแข็งชนิดหนึ่งและเฟสมัธยันตร์อีกชนิดหนึ่ง

ปกติการผลิตโลหะผสม จะนำโลหะที่มีจุดหลอมละลายสูงมาทำการหลอมก่อนแล้วค่อยเติมโลหะที่มีจุดหลอมละลายต่ำกว่าเข้าไปและผสมส่วนผสมให้เข้ากันเป็นสารละลายของเหลว เมื่อโลหะเหลวเปลี่ยนเป็นของแข็งจะเกิดของแข็งที่มีโครงสร้างต่างๆกัน ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติทางเคมีและทางกายภาพ และความสัมพันธ์ในตารางพีรีออดิก (Periodic Table) ของโลหะทั้งสองชนิด

ถ้าโลหะทั้งสองชนิดอยู่ใกล้กันในตารางพีริออดิก โลหะทั้งสองมีโอกาสที่จะรวมกันเป็นผลึกอย่างเดียวกันเป็นสารละลายของแข็ง โดยอะตอมของโลหะแต่ละชนิดจะเข้าไปแทนที่ซึ่งกันและกันเป็นแบบแรนดอม (Random) ในโครงสร้างผลึก

ถ้าโลหะทั้งสองชนิดอยู่ห่างกันในตารางพีริออดิก คุณสมบัติทางเคมีและขนาดอะตอมของโลหะทั้งสองชนิดอาจจะแตกต่างกันอย่างชัดเจน โลหะทั้งสองชนิดมีโอกาสจะรวมตัวกันเปิดเป็นสารประกอบทางเคมีชนิดใดชนิดหนึ่งขึ้น เช่นสารประกอบระหว่างโลหะ (Intermetallic Compounds) หรืออะตอมของโลหะทั้งสองชนิดจะเกี่ยวพันกันในรูปแบบที่แตกต่างออกไปเกิดเป็นเฟส ซึ่งมีส่วนผสมทางเคมีคงที่ต่างๆ เรียกรวมว่า เฟสมัธยันตร์

2.3 โลหะบัดกรีไร้สารตะกั่ว (Lead-Free Solder)

โลหะบัดกรีที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางในอุตสาหกรรมมาเป็นเวลานาน คือ โลกะบัดกรีชนิด 63Sn-37Pb (Eutectic Tin-Lead Solder) หรือ 60Sn-40Pb (Near Eutectic Tin-Lead Solder) โลหะชนิดนี้มีข้อดีหลายประการ ได้แก่ ราคาถูก หาง่าย มีคุณสมบัติทางฟิสิกส์ คุณสมบัติทางไฟฟ้า และคุณสมบัติทางความร้อนดีเยี่ยม ดังนั้น ในการนำโลหะบัดกรีไร้สารตะกั่ว (Lead-Free Solder) มาใช้ทดแทนโลหะบัดกรีชนิดที่มีตะกั่วผสม คุณลักษณะเบื้องต้นของโลหะบัดกรีไร้สารตะกั่วนำมาใช้เป็นเกณฑ์พิจารณา ได้แก่

1. ต้องไม่เป็นพิษ
2. ราคาถูก
3. มีความหลอมเหลวใกล้เคียงกับจุดหลอมเหลวของโลหะบัดกรีชนิด Sn-Pb
4. มีช่วงคุณสมบัติแบบพลาสติกแคบ (Narrow Plastic Range)
5. มีสมบัติการเปียก (Wettability) และการเชื่อมบัดกรี (Solder Ability) ที่ดี
6. มีสมบัติทางฟิสิกส์อื่นๆเช่น การนำไฟฟ้า การนำความร้อนที่ดี และไม่ด้อยกว่าโลหะบัดกรีชนิด Sn-Pb
7. มีสมบัติต้านทานการล้าที่ดี (Good Fatigue Resistance)
8. สามารถใช้ได้กับระบบฟลักซ์เหลวที่มีใช้กันอยู่ในปัจจุบัน
9. เมื่อทำเป็นโลหะบัดกรีชนิดครีม (Solder Paste) จะต้องมีอายุการเก็บยาวนานไม่เสื่อมคุณภาพ
10. สามารถผลิตเป็นผลิตภัณฑ์ต่างๆที่ใช้กันอยู่ทั่วไปได้หลายรูปแบบ เช่น โลหะแท่ง ลวดบัดกรี ผงโลหะ ครีมโลหะ เป็นต้น

ธาตุที่ใช้เจือผสมกับดีบุกเพื่อผลิตเป็นโลหะบัดกรีไร้สารตะกั่ว

โลหะบัดกรีทั่วไปจะมีส่วนผสมของโลหะดีบุกเป็นหลัก เนื่องจากดีบุกมีสมบัติการเปียก การแผ่กระจาย เวลาการเชื่อมบัดกรีได้ดี สามารถใช้ได้กับ Substrate หลายชนิด ดีบุกมีจุดหลอมเหลวที่ 231^{o}C ส่วนธาตุเจือที่นำมาผสมกับดีบุกแล้วทำเป็นโลหะบัดกรี ได้แก่ เงิน อินเดียม บิสมัท พลวง ทองแดง และสังกะสี

เงิน (Ag) เป็นโลหะที่ใช้เป็นส่วนผสมในโลหะบัดกรี มีราคาสูง โลหะเงินจะช่วยเพิ่มความแข็งแรงให้กับโลหะบัดกรี ทำให้มีสมบัติการแผ่กระจายดีขึ้น และมีจุดหลอมเหลวต่ำลง

อินเดียม (In) เป็นโลหะที่มีราคาค่อนข้างสูงเมื่อเทียบกับโลหะบัดกรีชนิดอื่น แต่มีข้อดี คือ อุณหภูมิหลอมเหลวต่ำจึงเป็นข้อดีสำหรับการใช้งานกับอุปกรณ์ที่ทนความร้อนได้ต่ำ นอกจากนี้อินเดียมยังมีความสามารถในการลดการเกิดออกซิเดชันและเพิ่มคุณสมบัติความเหนียวให้ดีขึ้น

บิสมัท (Bi) โลหะบัดกรีที่อัตราส่วน 42Sn-58Bi มีโครงสร้างแบบยูเทคติก โลหะบัดกรีกลุ่มนี้มีจุดเด่น คือ มีอุณหภูมิหลอมเหลวที่ต่ำมากที่อุณหภูมิ 139 ^{o}C จึงสามารถใช้กับอุปกรณ์ที่ไม่สามารถทนความร้อนสูงในการบัดกรีได้ลักษณะโครงสร้างโลหะบัดกรีชนิดนี้ มีลักษณะเป็นแผ่นแบบ Lamellar มีความสามารถในการเชื่อมประสานได้ดีมาก แต่มีข้อเสียคือ บิสมัทมีราคาสูง

พลวง (Sb) การเติมพลวงในปริมาณที่พอเหมาะจะช่วยเพิ่มสมบัติการต้านทานการคืบและการต้านทานความล้าของโลหะบัดกรีให้ดีขึ้น แต่พลวงมีข้อเสียคือ ทำให้สมบัติการเปียกและการแผ่กระจายของโลหะบัดกรีด้อยลง

ทองแดง (Cu) โลหะบัดกรีที่อัตราส่วน 99.3Sn-0.7Cu มีโครงสร้างแบบยูเทคติก มีจุดหลอมเหลวต่ำมากที่อุณหภูมิ 227^{o}C โครางสร้างจุลภาคประกอบด้วยเฟส Cu_6Sn_5 ลักษณะเป็นแท่งฝังประอยู่ในเนื้อดีบุก โดยทองแดงจะทำให้โลหะบัดกรีมีความแข็งแรงมากขึ้น แต่ข้อเสียของโลหะบัดกรีในกลุ่ม Sn-Cu คือ การมีธาตุเจือผสมอยู่น้อยอาจเกิดเส้นใยดีบุก (Tin-Whisker) ขึ้นได้ ซึ่งอาจเกิดกระแสไฟฟ้าลัดวงจร โลหะบัดกรีในกลุ่ม Sn-Cu จึงเหมาะสำหรับงานบัดกรีแบบ Reflow Soldering แต่ไม่เหมาะสำหรับงานบัดกรีแบบ Wave Soldering

สังกะสี (Zn) เป็นโลหะที่มีจุดเด่น คือ อุณหภูมิหลอมเหลวต่ำและราคาถูก โดยมีจุดหลอมเหลวที่อุณหภูมิ 199^{o}C ซึ่งใกล้เคียงกับโลหะบัดกรีชนิด Sn-Pb โดยโลหะบัดกรีในกลุ่ม Sn-Zn มีข้อด้อยเช่น Zn สามารถเกิดปฏิกิริยาออกซิเดชันได้ง่าย เกิดเป็นสังกะสีออกไซด์มาก เมื่อใช้การบัดกรีแบบ Wave Soldering นอกจากนี้ Zn ยังไวต่อการเกิดปฏิกิริยากับสารเคมีที่ผสมอยู่ในฟลักซ์ที่ใช้กับโลหะกลุ่ม Sn-Pb ทำให้เกิดการกัดกร่อน

โลหะบัดกรีไร้สารตะกั่วสามารถจัดแบ่งกลุ่มตามช่วงอุณหภูมิหลอมเหลวออกเป็น 4 กลุ่ม ดังนี้

กลุ่มที่ 1 โลหะผสมช่วงอุณหภูมิหลอมเหลวต่ำ (<180°C) ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 โลหะผสมที่มีช่วงอุณหภูมิหลอมเหลวต่ำกว่า 180°C

ระบบโลหะผสม	องค์ประกอบ (wt%)	ช่วงอุณหภูมิหลอมเหลว (°C)
Sn-Bi	Sn-58Bi	139
Sn-In	Sn-52In	118
	Sn-50In	118-125
Bi-In	Bi-33In	109

กลุ่มที่ 2 โลหะผสมช่วงอุณหภูมิหลอมเหลวปานกลาง (180 °C – 200 °C) ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 โลหะผสมที่มีช่วงอุณหภูมิหลอมเหลว 180°C – 200°C

ระบบโลหะผสม	องค์ประกอบ (wt%)	ช่วงอุณหภูมิหลอมเหลว(°C)
Sn-Zn	Sn-9Zn	198.5
Sn-Zn-Bi	Sn-8Zn-3Bi	188-189
Sn-Bi-In	Sn-20Bi-10In	143-193

กลุ่มที่ 3 โลหะผสมช่วงอุณหภูมิหลอมเหลวสูง (200 °C – 230 °C) ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 โลหะผสมที่มีช่วงอุณหภูมิหลอมเหลว 200°C – 230°C

ระบบโลหะผสม	องค์ประกอบ (wt%)	ช่วงอุณหภูมิหลอมเหลว(°C)
Sn-Ag	Sn-3.5Ag	221
	Sn-2Ag	221-226
Sn-Cu	Sn-0.7Cu	227
Sn-Ag-Bi	Sn-3.5Ag-3Bi	206 -213
	Sn-2Ag-7.5Bi	207 – 212
Sn-Ag-Cu	Sn-3.8Ag-0.7Cu	217
Sn-Ag-Cu-Sb	Sn-2Ag-0.8Cu-0.5Sb	216-222

กลุ่มที่ 4 โลหะผสมช่วงอุณหภูมิหลอมเหลวสูงมาก (> 230°C) ดังตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4 โลหะผสมที่มีช่วงอุณหภูมิหลอมเหลวมากกว่า 230°C

ระบบโลหะผสม	องค์ประกอบ (wt%)	ช่วงอุณหภูมิหลอมเหลว(°C)
Sn-Sb	Sn-5Sb	232 -240
Sn-Au	Sn-80Au	280
Sn-Ag-Sb	Sn-25Ag-10Sb	233

2.4 การบัดกรี (Soldering)

การบัดกรี หมายถึง กรรมวิธีในการยึดหรือต่อ (Joining) แผ่นโลหะงานสองชิ้นเข้าด้วยกัน โดยโลหะที่นำมาต่อจะไม่หลอมละลายเป็นเนื้อเดียวกันเหมือนการเชื่อม (Welding) แต่การบัดกรีจะใช้วิธีนำเอาโลหะผสมที่เรียกว่า โลหะบัดกรีหรือตะกั่วบัดกรี (Solder) ซึ่งมีจุดหลอมเหลวที่ต่ำกว่าโลหะชิ้นงานที่นำมาบัดกรีเป็นตัวประสานชิ้นงานให้ติดกัน การบัดกรีต้องอาศัยตัวช่วยประสานหรือฟลักซ์ (Flux) เพื่อทำความสะอาดผิวหน้าตรงส่วนที่จะบัดกรีก่อน และต้องอาศัยความร้อนที่ใช้หลอมละลายโลหะบัดกรีพร้อมทั้งให้ความร้อนแก่ชิ้นงานจากหัวแร้งบัดกรี (Soldering- Copper)

การบัดกรีโดยทั่วไปแบ่งเป็นชนิดใหญ่ๆ ได้ 2 ชนิดได้แก่

1. การบัดกรีแข็ง (Brazing) หรือการแล่นประสาน เป็นการบัดกรีที่ต้องใช้ความร้อนหลอมตัวประสานหรือโลหะบัดกรีซึ่งมีจุดหลอมละลายเกินกว่า 450°C (ประมาณ 840°F) แต่ต่ำกว่าจุดหลอมละลายของชิ้นงาน โดยปกติตัวประสานจะเป็นโลหะที่ไม่ใช่เหล็ก (Non-Ferrous Metal) และให้ความร้อนแก่ชิ้นงานจนร้อนแดง (แต่ไม่ละลาย) การบัดกรีชนิดนี้รวมทั้งการบัดกรีเงิน (Silver Soldering) ซึ่งมีรอยต่อที่แข็งแรงเกือบเท่ารอบเชื่อม

2. การบัดกรีอ่อน (Soft Soldering) เป็นการบัดกรีชนิดที่ต้องให้ความร้อนหลอมละลายโลหะหรือตะกั่วบัดกรีต่ำกว่า 450°C ใช้สำหรับบัดกรีโลหะแผ่นโดยทั่วไป ซึ่งในการศึกษานี้จะทำการทดลองในกระบวนการบัดกรีอ่อน

การบัดกรีที่ดีนั้นจะทำให้ได้รอยต่อที่มีคุณภาพขึ้นอยู่กับองค์ประกอบ 3 ประการด้วยกันคือ

1. ธรรมชาติของผิวโลหะ (Base Metal) ซึ่งครอบคลุมถึงชนิดของโลหะและสภาพผิวของผิวหน้าด้วย
2. ชนิดของโลหะบัดกรีที่ใช้ (Soldering Metal)
3. สารประสานหรือฟลักซ์ (Soldering Flux)

องค์ประกอบทั้ง 3 นี้จะแปรผันไปตามอุณหภูมิที่ใช้ในการบัดกรี จึงอาจกล่าวได้ว่าตัวประกอบทั้ง 3 ชนิดนี้สัมพันธ์กันอยู่ด้วยความร้อนที่ใช้ในการบัดกรี

2.5 โลหะพื้น (Base Metal)

โลหะพื้นส่วนใหญ่จะเป็นเหล็กและทองแดง ส่วนอะลูมิเนียมก็มีความสำคัญเพราะมีน้ำหนักเบา แต่จะบัดกรียากกว่าเหล็ก ทองแดง เพราะอัลลอยของเหล็กกับทองแดง ดังแสดงในตารางที่ 2.5 แสดงถึงชนิดของโลหะต่อความยากง่ายในการบัดกรี แต่จะต้องคำนึงถึงฟลักซ์ที่เหมาะสมด้วยว่าเป็นชนิดว่องไวหรือไม่ ซึ่งจะมีผลต่อการบัดกรี

ตารางที่ 2.5 ชนิดของโลหะต่อความยากง่ายในการบัดกรี

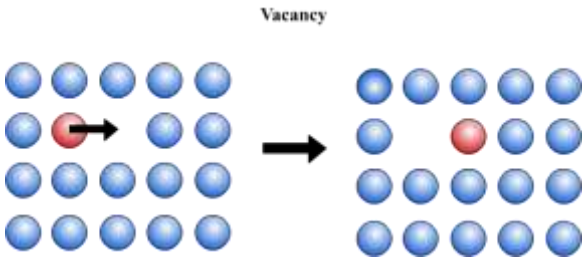
โลหะพื้นหรือโลหะชิ้นงาน	การบัดกรี
เงิน ดีบุก แคดเมียม แพลลาเดียม โรเดียม ทองแดง	ดีเยี่ยม
บรอนซ์ ทองเหลือง ตะกั่ว นิกเกิลผสมเงิน	ดีเยี่ยม
เบอริลเลียมผสมทองแดง	ดี
เหล็ก สังกะสี นิกเกิล	พอใช้
อะลูมิเนียม อะลูมิเนียมผสมบรอนซ์ เหล็กผสมโครเมียม	ยาก
เหล็กหล่อ โครเมียม ไททาเนียม แทนทาลัม แมกนีเซียม	เคลือบด้วยโลหะบัดกรีก่อน

โลหะที่เป็นดีบุก แคดเมียม ทองแดงจะง่ายต่อการเปียกของโลหะบัดกรี โดยไม่ต้องทำความสะอาดก่อนและใช้ฟลักซ์ที่ไม่ว่องไวได้ ถ้าเป็นเงินจะเกิดฟิล์มของวัลไฟต์บนผิว ซึ่งจะเป็นตัวลดประสิทธิภาพการบัดกรีทันที ตะกั่วจะเกิดออกไซด์ที่ผิวเมื่ออยู่ในสภาพชื้นและอาจต้องทำความสะอาดก่อนบัดกรี ทองแดง ทองเหลือง บรอนซ์ และเหล็กจะเกิดออกไซด์บางบริเวณ ซึ่งต้องทำความสะอาดหรือล้างด้วยกรดอ่อน ความจำเป็นในการทำความสะอาดจะขึ้นกับขอบเขตของผิวโลหะที่เกิดออกซิเดชันและความว่องไวของฟลักซ์

2.6 การแพร่ (Diffusion)

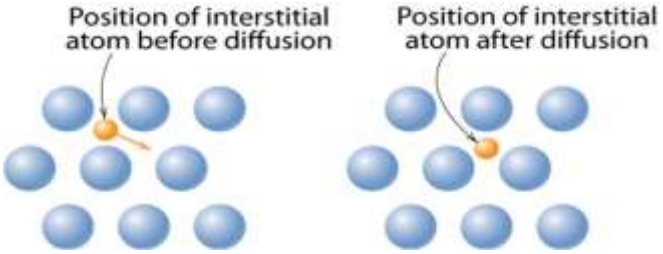
การแพร่ คือ การขนถ่ายมวลจากเฟสของเหลว ก๊าซ หรือของแข็งอื่นมายังเฟสของแข็งเฉพาะอีกเฟสหนึ่ง แต่ในระดับอะตอมการแพร่เป็นการเคลื่อนที่ของอะตอมจากตำแหน่งแลตทิชหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง โดยกลไกการแพร่ในโลหะแบ่งเป็น 2 แบบคือ

1. การแพร่โดยอาศัยช่องว่าง (Vacancy Diffusion) เป็นกลไกการเปลี่ยนตำแหน่งของอะตอมจากตำแหน่งแลตทิช ปกติไปยังตำแหน่งแลตทิชข้างๆ ที่ยังว่างอยู่หรือเป็นช่องว่างดังแสดงในภาพที่ 2.1 กระบวนการนี้จำเป็นต้องมีช่องว่างอยู่ในวัสดุ และการแพร่โดยอาศัยช่องว่างจะเกิดได้มากน้อยเพียงใดก็ขึ้นกับช่องว่างนั่นเอง เนื่องจากอะตอมที่กำลังแพร่และช่องว่างต้องแลกเปลี่ยนตำแหน่งกัน ดังนั้นการแพร่ของอะตอมในทิศหนึ่งจึงหมายถึงการการเคลื่อนที่ช่องว่างในทิศทางตรงกันข้ามด้วย ทั้งการแพร่ในตัวเองและการแพร่ของอะตอมต่างชนิดสามารถเกิดได้ด้วยกลไกนี้



ภาพที่ 2.1 การแพร่โดยอาศัยช่องว่าง

2. การแพร่แบบแทรกที่ (Interstitial Diffusion) เป็นกลไกการเคลื่อนที่ของอะตอมจากตำแหน่งแทรกที่ไปยังตำแหน่งข้างเคียงที่ยังว่างอยู่ดังแสดงในภาพที่ 2.2 กลไกนี้จะพบในการแพร่ของอะตอมต่างชนิดของธาตุมลทิน เช่น H C O N ซึ่งมีอะตอมขนาดเล็กพอที่จะแทรกเข้าไปในตำแหน่งระหว่างอะตอมได้ ส่วนอะตอมของโลหะหลักและอะตอมธาตุมลทินที่ละลายแบบแทนที่นั้นมีโอกาสอยู่ในตำแหน่งระหว่างอะตอมน้อยมาก ดังนั้นตามปกติการแพร่จึงไม่แพร่ด้วยกลไกนี้



ภาพที่ 2.2 การแพร่แบบแทรกที่

ปัจจัยที่มีผลต่อการแพร่

1. สารที่แพร่ (Diffusion Species)

ขนาดของค่าสัมประสิทธิ์การแพร่จะเป็นดัชนีชี้วัดความเร็วที่อะตอมนั้นๆ จะแพร่ไปได้ทั้งกรณีการแพร่ในตัวเองและการแพร่ระหว่างอะตอมต่างชนิดในระบบ ชนิดของสาร (อะตอม) ที่แพร่เองและตัวโลหะแม่ (โครงสร้างหลัก-Host Metal) ล้วนมีผลต่อสัมประสิทธิ์การแพร่ ตัวอย่างเช่น การแพร่ในตัวเองและการแพร่ของคาร์บอน (อะตอมต่างชนิด) ในเหล็กแอลฟาที่ 500^{o}C มีความแตกต่างกันมาก ค่า D ของการแพร่ของคาร์บอนมีค่าสูงกว่ามาก ความแตกต่างที่บ่งบอกถึงความแตกต่างของอัตราเร็วในการแพร่โดยอาศัยช่องว่าง และการแพร่แบบแทรกที่ดังได้อภิปรายไว้ข้างต้นแล้ว การแพร่ในตัวเองต้องอาศัยช่องว่างขณะที่การแพร่ของคาร์บอนในเหล็กเป็นการแพร่แบบแทรกที่

2. อุณหภูมิ (Temperature)

เนื่องจากการแพร่ในระดับอะตอมเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของอะตอม อุณหภูมิจึงมีผลอย่างรุนแรงที่สุดต่อสัมประสิทธิ์และอัตราเร็วของการแพร่ผลของอุณหภูมิต่อสัมประสิทธิ์การแพร่มักเขียนอยู่ในรูปของสมการอาร์เรเนียส (Arrhenius Equation)

2.7 ฟลักซ์ (Fluxes)

คำว่าฟลักซ์ มาจากภาษาละตินมีความหมายว่า Flow ในโลหะบัดกรีฟลักซ์ยังมีหน้าที่อื่นๆ นอกจากช่วยให้โลหะบัดกรีไหล เป็นที่เชื่อกันว่าฟลักซ์จะไม่เกิดพันธะ แต่เหมือนจะเป็นตัวเร่งปฏิกิริยาเคมี การบัดกรีโดยไม่มีฟลักซ์ซึ่งใช้ประโยชน์ในอุตสาหกรรมก็อาจทำได้แต่ถ้ามีฟลักซ์จะทำให้การบัดกรีสะดวกขึ้น โดยฟลักซ์ทำหน้าที่หลักๆ ดังนี้คือ เป็นตัวทำให้ผิวหน้าโลหะพื้นไม่ให้มีสิ่งสกปรกพวกออกไซด์และทำให้ชิ้นงานสะอาด อีกทั้งทำให้โลหะบัดกรีแผ่ขยายไปเป็นผลให้เกาะติดได้ง่าย

ฟลักซ์สามารถแบ่งออกเป็นประเภทใหญ่ๆได้ 2 ประเภทคือ

1. ฟลักซ์อินทรีย์ (Organic Fluxes) จัดเป็นฟลักซ์ประเภทที่ไม่มีการกัดกร่อน (Noncorrosive Fluxes)

ได้แก่ ยางไม้ (Natural Rosin) ไขสัตว์ ยางสน แอลกอฮอล์ กรดอินทรีย์และเกลือของธาตุหมู่ 7 โดยทั่วไปแล้วฟลักซ์กลุ่มนี้ใช้กับการบัดกรีอุปกรณ์ไฟฟ้าหรืออิเล็กทรอนิกส์

2. ฟลักซ์อนินทรีย์ (Inorganic Fluxes) เป็นฟลักซ์ประเภทที่มีการกัดกร่อน (Corrosive Fluxes) ได้แก่

กรดและเกลืออนินทรีย์ชนิดต่างๆ โดยปกติจะใช้ฟลักซ์จำพวกนี้เมื่อมีปัญหาจากการเกิดออกซิเดชันระหว่างโลหะบัดกรีกับอากาศ เนื่องจากฟลักซ์กลุ่มนี้สามารถปกป้องรอยเชื่อมได้ค่อนข้างดี หลังจากการบัดกรี ฟลักซ์ที่หลงเหลืออยู่จะถูกกำจัดออกไปโดยใช้สารละลายหรือตัวทำละลายเคมี

กรดเกลือ (Muriatic Acid) และ Raw Acid เป็นกรดที่เข้มข้นและมีอันตรายมาก โดยมีลักษณะเป็นสีเหลืองใช้เป็นฟลักซ์เมื่อเวลาบัดกรีเหล็กอาบสังกะสีจะเดือดและมีควัน แผ่นเหล็กอาบสังกะสีจะมีรอยดำ Muriatic Acid ใช้ในการผลิต Zinc Chloride สำหรับทำความสะอาดโลหะก่อนบัดกรี โดยเฉพาะเหล็กอาบสังกะสี (Galvanized Steel) ในงานโลหะแผ่นทั่วไปกรดเกลือหรือ Muriatic Acid จะถูกเรียกว่า Raw Acid

สังกะสีคลอไรด์ (Zinc Chloride) หรือบางครั้งเรียกว่า Cut Acid, Cured Acid หรือ Killed Acid ใช้เป็นฟลักซ์ในการบัดกรี เหล็กอาบสังกะสี (Galvanized Steel) สังกะสี ทองเหลือง ทองแดงและตะกั่วเป็นฟลักซ์ที่ไม่มีสี ไม่มีกลิ่น กัดกร่อนโลหะและอันตรายมากเท่าๆกรดเกลือ ฉะนั้นในการทำฟลักซ์ชนิดนี้จะต้องทำความระมัดระวัง

การทำสังกะสีคลอไรด์สามารถทำได้โดยการตัดแผ่นสังกะสีเป็นชิ้นเล็กๆ ใส่ลงไปในถ้วยที่บรรจุกรดเกลือและเกิดการทำ ปฏิกิริยาโดยกรดเกลือจะละลายสังกะสีไล่ก๊าซไฮโดรเจนระเหยขึ้นมา นำน้ำกรดที่เหลือนี้จะเป็นสังกะสีคลอไรด์ดังสมการ $2HCl + Zn \longrightarrow ZnCl_2 + H_2$

2.8 แผนภาพสมดุล (Equilibrium Phase Diagram)

คุณสมบัติของโลหะจำนวนมากขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของเฟสและลักษณะ ซึ่งเฟสเหล่านั้นอยู่รวมกันเป็นกลุ่มคือ เป็นผลึกๆ หลายๆผลึกอยู่รวมกัน (Polycrystalline Aggregate) ความสำคัญอยู่ที่วิธีหาความสัมพันธ์ระหว่างเฟสที่เกิดขึ้น ในระบบหนึ่งๆเราจะต้องทราบว่า เฟสใดเป็นเฟสที่อยู่ในสภาพสมดุล (Equilibrium) ที่อุณหภูมิต่างๆกันตลอดจนความเข้มข้น (Concentration) ของส่วนที่เป็นองค์ประกอบของเฟสนั้นๆสิ่งที่จะช่วยในการศึกษาเรื่องนี้ได้ดีก็คือ แผนภูมิ (Diagram) ซึ่งแสดงถึงส่วนผสม (Composition) ของเฟสที่อยู่ในสภาวะสมดุลของทุกๆอุณหภูมิดังกล่าวนี้เรียกว่า Phase Equilibrium หรือ Constitution Diagram ซึ่งมีความสมพันธ์ระหว่างตัวแปรดังต่อไปนี้

- อุณหภูมิ (Temperature)
- ส่วนผสม (Composition)
- ความดัน (Pressure)
- ภาค (Phase)

อุณหภูมิ (Temperature) เป็นตัวแปรสำคัญมีผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของสสาร เช่น ทำให้เปลี่ยนสถานะ

เป็นของแข็ง ของเหลว หรือ ก๊าซ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเพิ่มหรือลดลง จะทำให้สสารเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติต่างๆไป ซึ่งรวมทั้งภาคด้วย ดังนั้น ในการปรับปรุงคุณสมบัติต่างๆของสสารหรือโลหะมักจะใช้การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ (ก็คือการใช้ความร้อน) เป็นหลัก

ส่วนผสม (Composition) หมายถึง ส่วนผสมของสสารหรือโลหะต่างๆ การที่สสารผสมกันในอัตราส่วนที่แตกต่างกันจะทำให้คุณสมบัติต่างๆทั้งภาคของสสารนั้นเปลี่ยนแปลงไปตามอัตราส่วนผสมนั้นเสมอ ดังนั้น การนำสสารมาใช้จำเป็นต้องทราบปริมาณและอัตราส่วนผสมต่างๆเพื่อจะสามารถทราบถึงการใช้งานที่เหมาะสม

ความดัน (Pressure) คือ ความดันเป็นตัวแปรที่มีผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของสสารเช่น ทำให้เปลี่ยนสถานะ เป็นของแข็ง ของเหลว หรือ ก๊าซ เช่นเดียวกับ อุณหภูมิทุกประการ ดังนั้นเมื่อเราเปลี่ยนแปลงความดัน อาทิ การเก็บก๊าซในถัง จำเป็นต้องเพิ่มความดัน ทำให้ก๊าซเปลี่ยนสถานะเป็นของเหลว และมีปริมาณลดลง (ในขณะที่มีอุณหภูมิเท่าเดิม) ซึ่งเป็นไปตามกฎของบอย (Boy's Law) ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่า เมื่อเปลี่ยนแปลงความดันของสสารที่อุณหภูมิคงที่จะเกิดการเปลี่ยนแปลง เทียบได้กับ การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสสารที่ความดันคงที่

ภาค (Phase) คือ บริเวณที่สสารที่มีลักษณะที่แตกต่างกันในลักษณะ เช่น อาจมีสถานะ (Status) เหมือนกันแต่โครงสร้าง (Structure) แตกต่างกันหรือส่วนผสม (Composition) เหมือนกันแต่มีสถานะและโครงสร้างแตกต่างกันก็ได้

แต่การที่จะหาความสัมพันธ์ของเฟสต่างๆภายใต้ภาวะสมดุลที่เป็นจริงนั้นยากมากและต้องใช้เวลามิใช่น้อยในการศึกษาอย่างละเอียด แผนภูมิมีหลายประเภทขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ของส่วนที่เป็นองค์ประกอบ (Component) ในสภาวะหลอมเหลวและของแข็ง เช่น

1. ประเภทที่เป็นสารละลายโดยสมบูรณ์ (Complete Soluble) ในสภาวะของเหลว แต่จะให้ลักษณะที่แตกต่างกันในสภาวะของแข็งมี 3 ประเภทย่อย คือ

ก. ละลายได้สมบูรณ์ (Completely Soluble) ในสภาวะของแข็ง

ข. ละลายได้บางส่วน (Partially Soluble) ในสภาวะของแข็ง

ค. แยกตัวอิสระ (Insoluble) ในสภาวะของแข็ง

2. ประเภทที่ละลายได้บางส่วน (Partially Soluble) ในสภาวะของเหลวแบ่งออกเป็นดังนี้

ก. ละลายได้บางส่วน (Partially Soluble) ในสภาวะของแข็ง

ข. แยกตัวอิสระ (Insoluble) ในสภาวะของแข็ง

3. ประเภทแยกตัวอิสระ (Completely Insoluble) ในสภาวะของเหลวมีประเภทเดียว คือ แยกตัวอิสระในสภาวะของแข็งด้วย แผนภูมิสมดุลประเภทแรกเป็นประเภทที่พบมากที่สุดในโลหะผสมทางวิศวกรรม เพราะโลหะส่วนมากจะละลายเข้าด้วยกันได้เป็นอย่างดีในสภาวะหลอมเหลว เราจะศึกษาเฉพาะแผนภูมิประเภทนี้กันมากที่สุด [8]

2.9 ระบบที่อยู่ในสภาวะสมดุล (System in Equilibrium)

คำว่า ระบบหรือ System ตามความหมายทางด้าน Thermodynamics หมายถึง วัตถุหรือกลุ่มวัตถุที่เราจัดแยกไว้เพื่อการพิจารณาและศึกษา ตัวอย่างเช่น โลหะบิสมัทและโลหะพลวง เมื่อหลอมเหลวรวมกันอยู่ในเบ้าก็จัดเป็นระบบหนึ่งคือ เราต้องการจะพิจารณาเฉพาะโลหะบิสมัทและโลหะพลวงภายในเบ้าเท่านั้น ในขณะเดียวกันถ้าเราต้องการพิจารณาถึงการถ่ายเทความร้อนจากเบ้า ระบบในที่นี้ก็จะต้องประกอบด้วยเบ้าและโลหะทั้งสองด้วยในการที่กำหนดลักษณะของระบบ เราจะต้องรู้ว่าระบบประกอบด้วยธาตุหรือวัตถุอะไรบ้างประกอบกันเป็นเฟส เช่น เป็นของแข็ง ของเหลว หรือ ก๊าซ ถ้าเป็นของแข็งหรือของเหลวจะผสมกันลักษณะใดเป็นเนื้อเดียวกันหรือไม่ และส่วนผสมของแต่ละเฟสมีอะไรบ้าง นอกจากนี้จะต้องรู้อีกว่าอุณหภูมิและความดันของระบบเป็นเท่าไร

ในกรณีนี้เราถือว่า ระบบอยู่ในสภาวะสมดุลได้นั้นอุณหภูมิและความดันจะมีค่าคงที่ตลอดทั้งระบบส่วนผสมของแต่ละเฟสจะต้องอยู่ในสภาวะสมดุลด้วย กล่าวคือ การไหลถ่ายเทของพลังงานและสสารจากเฟสหนึ่งไปยังอีกเฟสหนึ่งมีค่าเป็นศูนย์ ฉะนั้นส่วนผสมในแต่ละเฟสจะต้องคงที่

สรุปแล้วตัวแปรค่า (Unknown หรือ Variable) ของระบบที่เราจะต้องกำหนดเพื่อบอกลักษณะของระบบให้เด่นชัดลงไปก็คือ จำนวนธาตุหรือสาร (จำนวนองค์ประกอบ) จำนวนเฟสที่มีอยู่ในส่วนผสมของแต่ละเฟสและอุณหภูมิกับความดัน

ตัวอย่าง สมมติว่าระบบของเราประกอบด้วยน้ำกับน้ำแข็ง ในกรณีนี้สารที่ประกอบเป็นระบบมีเพียงองค์ประกอบเดียวคือน้ำ จำนวนเฟสมี 2 ก็คือของแข็งกับของเหลว แต่บอกเพียงแค่นี้ยังกำหนดลักษณะของระบบไม่สมบูรณ์ ต้องกำหนดว่าอุณหภูมิ ความดันเป็นเท่าไรอีกด้วย ขอให้สังเกตว่าเราเพียงแต่กำหนดลักษณะของเฟสแต่ไม่ได้กำหนดปริมาณมากน้อยของเฟส ปัญหามีอยู่ว่าเมื่อรู้จำนวนองค์ประกอบและจำนวนเฟสในระบบแล้ว ตัวแปรค่าอื่นๆที่เราจะต้องกำหนดเพื่อให้ระบบสมบูรณ์มีอะไรบ้าง ในกรณีเช่นนี้ เราจะต้องอาศัยกฎ Phase Rule [8]

2.10 เฟสมัธยันตร์ (Intermediate Phase)

สารละลายของแข็งชนิดอะตอมละลายแทนที่ไม่เป็นระเบียบในแลตทิสของโลหะตัวทำลายเกิดขึ้นเมื่อโลหะทั้งสองมีคุณสมบัติทางไฟฟ้าเคมีคล้ายกัน แต่ถ้าโลหะสองชนิดมีคุณสมบัติทางไฟฟ้าเคมีต่างกันจะรวมกันเกิดเป็นสารประกอบทางเคมีขึ้น เช่น โลหะแมกนีเซียม (Mg) มีค่าไฟฟ้าบวกสูงจะรวมกับดีบุก (Sn) มีค่าไฟฟ้าบวกต่ำเกิดเป็นสารประกอบ Mg_2Sn ซึ่งเป็นสารประกอบระหว่างโลหะขึ้นการอ้างอิงเฟสในแผนภาพสมดุล เฟสที่เป็นสารประกอบทางเคมีที่เกิดขึ้นระหว่างโลหะบริสุทธิ์ทั้งสองปกติจะมีโครงสร้างผลึก แตกต่างไปจากโลหะบริสุทธิ์ทั้งสองชนิดเรียกว่าเฟสมัธยันตร์

เฟสมัธยันตร์ (Intermediate Phase) สามารถแบ่งเป็นกลุ่มใหญ่ๆได้ 3 กลุ่มคือ

1. สารประกอบระหว่างโลหะ (Intermetallic Compounds) หรือสารประกอบเวเลนซ์ (Valence Compounds) เป็นสารประกอบที่เกิดจากการรวมตัวของโลหะที่เป็นไปตามกฎเกณฑ์ของวาเลนซี เช่น Mg_2Sn, Mg_2Pb, Mg_2Sb_2 และ Mg_3Bi_2 สารประกอบชนิดนี้ปกติจะเกิดขึ้นเมื่อโลหะชนิดหนึ่ง (เช่น แมกนีเซียม) มีคุณสมบัติทางเคมีของความเป็นโลหะสูงและโลหะอื่น (เช่น แอนติโมนี ดีบุก หรือ บิสมัท) มีคุณสมบัติทางเคมีของความเป็นโลหะต่ำ (อยู่ใกล้กับวัสดุพวกอโลหะในตารางพีริออดิก) สารประกอบในกลุ่มนี้จำนวนมากมีจุดหลอมละลายสูงกว่าโลหะหลัก เช่น สารประกอบ Mg_2Sn หลอมละลายที่ 780°C ขณะที่โลหะหลักแมกนีเซียมและดีบุกมีจุดหลอมละลายที่ 650°C และ 232°C ตามลำดับซึ่งแสดงถึงความแข็งแรงของพันธะเคมีใน Mg_2Sn

2. Electron Compounds เป็นสารประกอบที่ไม่เป็นไปตามกฎของวาเลนซี โดยธาตุทั้งสองชนิดจะรวมกันเป็นสัดส่วนคงที่ ระหว่างจำนวนเวเลนซ์ทั้งหมดของทุกอะตอมที่เกี่ยวข้องกับจำนวนอะตอมทั้งหมดสารประกอบกลุ่มนี้มีสัดส่วน 3 แบบ ปกติจะเป็นไปตามสัดส่วนของ Home-Rothery คือ

i) สัดส่วน 3/2(21/14) – โครงสร้าง β เช่น CuZn, Cu_3Al, Cu_3Sn และ Ag_3Al

ii) สัดส่วน 21/13 – โครงสร้าง γ เช่น Cu_5Zn_8, Cu_9Al_4, $Cu_{31}Sn_8$, Ag_5Zn_8 และ $Na_{31}Pb_8$

iii) สัดส่วน 7/4 (21/12) – โครงสร้าง ε เช่น $CuZn_3$, Cu_3Sn, $AgCd_3$ และ Ag_5Al_3

3. Size Factor Compounds เป็นสารประกอบเฟสมัธยันตร์ซึ่งมีส่วนผสมและโครงสร้างผลึก ที่มีการจัดตัวเองโดยอะตอมที่เป็นส่วนประกอบจะจัดตัวอัดตัวแน่นอยู่ด้วยกัน สูตรทั่วไปคือ AB_2 เช่น $MgNi_2$, $MgCu_2$, $TiCr_2$ การรวมตัวขึ้นอยู่กับสัดส่วนผสมของอะตอมที่มีขนาดต่างกันประมาณ 22.5 % แต่จะจัดตัวอัดแน่นอยู่ด้วยกัน

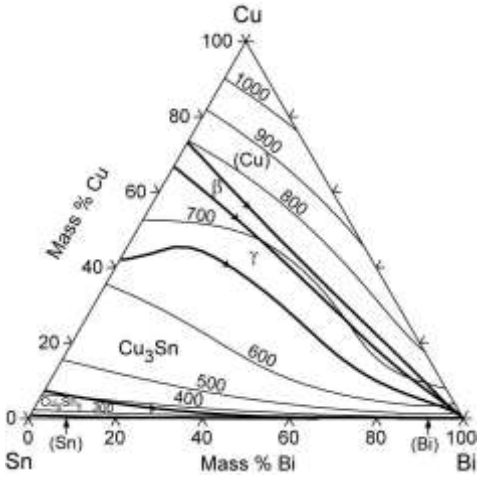
สารประกอบกลุ่ม Size Factor Compounds ที่สำคัญคือสารประกอบแบบอะตอมแทรกตัวซึ่งเกิดจากการรวมตัวของธาตุทรานซิชันและธาตุกลุ่มอโลหะที่มีอะตอมขนาดเล็ก เมื่อความสามารถละลายของธาตุที่ละลายแทรกตัวเกินพิกัดที่สามารถละลายได้ ก็จะเกิดการแยกตัวตกตะกอน (Precipitated) เป็นสารประกอบออกมา อะตอมขนาดเล็กยังคงบรรจุอยู่ในช่องว่าง แต่โครงสร้างแลตทิชจะแตกต่างออกไปจากตอนแรกที่อยู่ในรูปสารละลายของแข็งแทรกตัว สารประกอบในกลุ่มนี้มีคุณสมบัติเป็นโลหะได้แก่ สารประกอบไฮไดด์ ไนไตรด์ โบไรด์ เช่น TiH_2, TiN, Mn_2N, TiB_2, TaC, W_2C, WC, Mo_2C และ Fe_3C สารประกอบทั้งหมดนี้มีความแข็งสูงมาก คาร์ไบด์จะเป็นส่วนสำคัญในเหล็กกล้าเครื่องมือ และวัสดุพวก cemented carbides , Fe_3C เป็นเฟสซีเมนไทต์ที่พบตามปกติในเหล็กกล้าคาร์บอน หลายชนิดของคาร์ไบด์มีความทนไฟสูงมาก มีจุดหลอมละลายสูงกว่า 3,000^{o}C ในโลหะผสมพวกแบริ่งจะมีเฟสมัธยันตร์ ปกติจะเป็นกลุ่ม electron compounds มีลักษณะเป็นอนุภาคที่แข็งทนต่อความสึกหรอและมีความเสียดทานต่ำฝังตัวยึดแน่นในเมทริกซ์ของสารละลายของแข็งที่มีค่าความต้านทานการแตกหักสูง เป็นผลให้โลหะผสมดังกล่าวมีความต้านทานต่อการกระชากเชิงกล (Mechanical Shock) และต้านแรงอัดได้ดี

เฟสมัธยันตร์ กลุ่ม สารประกอบระหว่างโลหะที่เสถียรภาพมีคุณสมบัติทนความร้อนสูง สามารถนำมาใช้เป็นวัสดุทางวิศวกรรมได้ โดยเฉพาะในอุตสาหกรรมอากาศยาน แต่จะมีความเหนียวต่ำและต้านทานแรกกระแทกได้ต่ำ ปัจจุบันได้มีการวิจัยและปรับปรุงให้มีคุณสมบัติเหนียวต้านทานแรกกระแทกได้มากขึ้น เช่น Ni_3Al หลอมละลายที่ 1390 ^{o}C มีโครงสร้างแบบ FCC ถ้าเป็นผลึกเดี่ยวจะเหนียวมาก แต่ใน Polycrystalline จะเกิดความเปราะตามขอบเกรน ถ้าเติม 0.05% โบรอน จะเพิ่ม % การยืดจากเดิม 0 เป็น 50 การแตกจะเปลี่ยนจากแตกระหว่างเกรนเป็นแบบผสมคือ แตกระหว่างเกรนและผ่านเกรน การขึ้นรูปดีมาก อาจเกิดจากการแยกตัวของโบรอนเป็นผลให้เกิดการเรียงตัวไม่เป็นระเบียบตามบริเวณขอบเกรน ความเค้นที่เกิดจากการกระจุกตัวของดิสโลเคชันจะกระจายกว้างขึ้น เมื่อเกิดการเลื่อนผ่านเม็ดเกรนความเค้นจะถูกกำจัดออกมาได้มากขึ้นมากกว่าที่โลหะผสมเกิดการแตกผ่านตามแนวบริเวณขอบเกรนเพียงอย่างเดียว [7]

2.11 เฟสไดอะแกรม

เฟสไดอะแกรม Ternary จะมีรูปแบบเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าและองค์ประกอบของระบบ Ternary จะถูกแสดงบนสามเหลี่ยมด้านเท่านี้ เฟสไดอะแกรม Ternary ที่เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่านี้จะถูกสร้างขึ้นที่ความดันคงที่ 1 บรรยากาศ และถ้ามีอุณหภูมิก็สามารถพิจารณาให้มีค่าคงที่ตลอดทั่วทั้งไดอะแกรมนี้ได้ ซึ่งไดอะแกรมประเภทนี้จะถูกเรียกว่า ไอโซเทอร์มัล (Isothermal Section)

โลหะบริสุทธิ์แต่ละชนิดจะถูกกำหนดโดยวิธีการดังต่อไปนี้ เส้นตั้งฉากจะถูกลากจากมุมของโลหะบริสุทธิ์ แต่ละมุมไปยังด้านตรงข้ามของมุมนั้นๆ และระยะทางจากด้านนั้นไปยังมุมของสามเหลี่ยมตลอดทั้งแนวเส้นตั้งฉากนี้ จะถูกพิจารณาเท่ากับ 100% โดยน้ำหนักของโลหะบริสุทธิ์ของมุมนั้นในโลหะผสมดังแสดงในภาพที่ 2.3



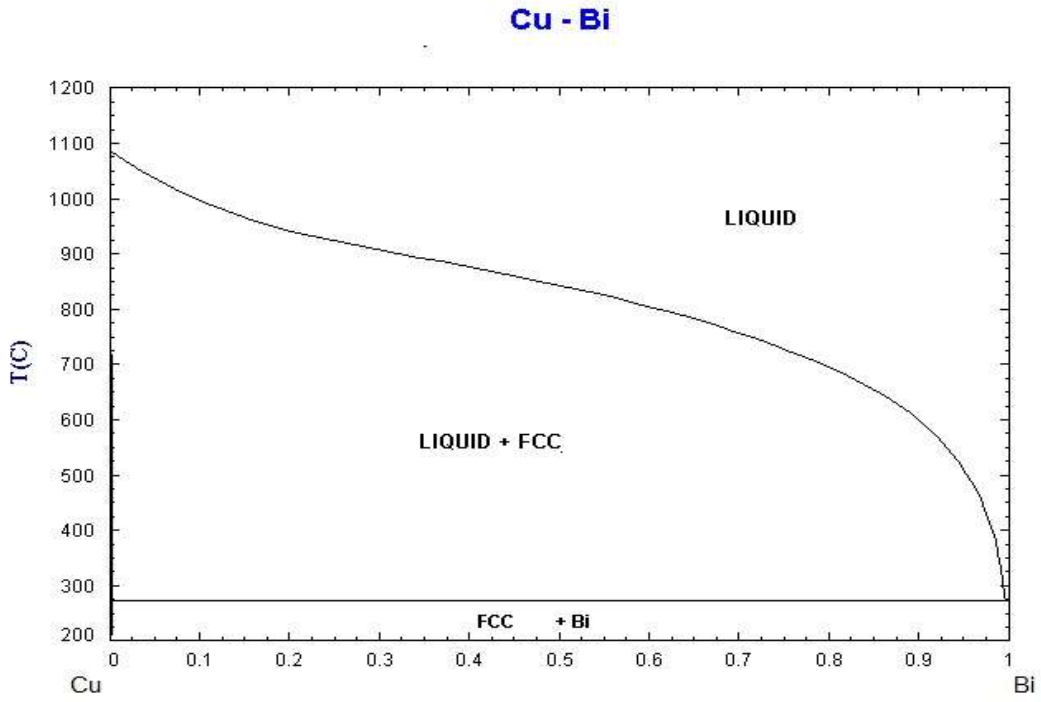
ภาพที่ 2.3 เฟสไดอะแกรม Ternary ที่ประกอบด้วย Sn-Bi-Cu

2.11.1 เฟสไดอะแกรมของ Bi-Cu (Bismuth-Copper)

เฟสไดอะแกรมของ Bi-Cu นั้นมีสถานะเป็นของเหลวผสมกันอยู่ทุกสัดส่วน ซึ่งโลหะอ้างอิงที่ใช้ในการศึกษาเฟสไดอะแกรมจากภาพคือโลหะทองแดงที่มีโครงสร้างจุลภาคแบบ FCC ซึ่งมีขีดจำกัดการละลายของ Bi ไว้ที่ 0.003 %wt ที่ 800^{o}C และโลหะบิสมัททีมีโครงสร้างจุลภาคมีการจัดเรียงตัวกันแบบโอห์บอฮีดรอลซึ่งโลหะทองแดงสามารถละลายรวมตัวกันได้เล็กน้อย

จากการศึกษาเฟสไดอะแกรมของ Cu-Bi บริเวณจุดยูเทคติกพบว่าตำแหน่งของจุดยูเทคติกของโลหะผสมชนิดนี้เป็นจุดที่มีสัดส่วนใกล้เคียงกับความเป็น Bi บริสุทธิ์มาก และโลหะผสมที่เกิดขึ้นใหม่จากการรวมตัวกันของโลหะผสมชนิดนี้ที่เกิดขึ้นคือ Cu_5Bi_2 (เป็นการทดลองภายใต้ความดันควบคุมทองแดง 99.999%และบิสมัท 99.999%) ซึ่งเป็นชั้นสารประกอบที่จะถูกพบในเฉพาะช่วงอุณหภูมิในการให้ความร้อนต่ำกว่า 300^{o}C และพบตะกอนของทองแดงที่อิ่มตัวจากการรวมตัวกับบิสมัทในสถานะของเหลว

จากการวิเคราะห์รูปแบบทาง Thermodynamics ได้แสดงให้เห็นว่าช่วงที่จะพบสารประกอบโลหะผสมนี้จะพบในบริเวณของสัดส่วนที่อยู่บริเวณใกล้เคียงตามแนวเส้นโค้งของเส้น Liquidus



ภาพที่ 2.4 Cu-Bi Phase Diagram

2.12 โลหศาสตร์ (Metallography)

โลหศาสตร์ เป็นวิชาที่ว่าด้วยโครงสร้างของโลหะและโลหะผสม ซึ่งสัมพันธ์โดยตรงกับคุณสมบัติทั้งกายภาพและทางกล สามารถศึกษาโดยการตรวจสอบในลักษณะต่างๆ เช่น การตรวจสอบแบบจุลทรรศน์ และการตรวจสอบอื่นๆ

การตรวจสอบแบบจุลทรรศน์ (Microscopical Examination)

การตรวจสอบแบบจุลทรรศน์ เป็นการตรวจสอบโครงสร้างจุลภาคของโลหะและโลหะผสม โดยใช้กล้องจุลทรรศน์เป็นเครื่องมือที่สำคัญ เพื่อตรวจสอบหรือวิเคราะห์รายละเอียดบนพื้นผิวของชิ้นงานตัวอย่างที่ได้เตรียมมาเป็นอย่างดี เช่น ขนาดเกรน และ ขนาด รูปร่าง และการกระจายของเฟส และ สารปลอมปน ชนิดต่างๆ โครงสร้างจุลภาคที่ปรากฏอาจจะเป็นผลมาจากกรรมวิธีทางกล หรือกรรมวิธีทางความร้อนหรือทั้งสองวิธี

ความสำเร็จในการตรวจสอบแบบจุลทรรศน์ เพื่อวิเคราะห์โครงสร้างจุลภาคของโลหะและโลหะผสมขึ้นอยู่กับการเตรียมชิ้นงานตัวอย่าง ถ้าการเตรียมชิ้นงานตัวอย่างไม่เหมาะสม ถึงแม้จะมีกล้องจุลทรรศน์ที่มีคุณภาพดีมากขนาดไหนก็ตาม ก็ไม่สามารถวิเคราะห์ผลออกมาอย่างชัดเจนและถูกต้องได้ ชิ้นงานตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบ จะต้องเตรียมให้มีผิวเรียบ มีลักษณะผิวมันเป็นเงาเหมือนกระจกเงา ปราศจากริ้วรอยขีดข่วน โดยต้องมีขั้นตอนการเตรียมอย่างถูกต้องและเหมาะสม เริ่มต้นจากนำโลหะมาตัดทำชิ้นตัวอย่างตามทิศทางที่ต้องการให้มีขนาดพอเหมาะ นำชิ้นตัวอย่างที่ตัดไว้มาแต่งรูปร่างให้

เหมาะสม แล้วนำมาขัดระนาบ (Grinding) ขัดเงา (Polishing) เพื่อให้ผิวเรียบเป็นเงา แล้วจึงนำไปกัดขึ้นรอย (Etching) ด้วยสารเคมีที่เหมาะสมตามชนิดของโลหะที่ต้องการตรวจสอบ ให้ปรากฏลักษณะของเกรน หรือผลึกบนผิวหน้าของชิ้นงานตัวอย่าง เพื่อนำไปตรวจสอบด้วยกล้องจุลทรรศน์ต่อไป

การเลือกตัวอย่าง (Selecting the Specimen)

การตรวจสอบโครงสร้างจุลภาคของโลหะด้วยกล้องจุลทรรศน์ เป็นการตรวจสอบบนพื้นที่เล็กๆ กรณีโลหะมีขนาดใหญ่ มีเนื้อ และส่วนผสมไม่สม่ำเสมอ อาจต้องใช้ชิ้นตัวอย่างมากกว่าหนึ่งชิ้น เพื่อให้สามารถตรวจสอบรายละเอียดโดยรวมของโลหะนั้นได้ โลหะบางชนิดที่ผ่านการรีด เช่นเหล็กแปรรูป ถ้าตัดโลหะขนานตามทิศทางการรีด จะเห็นกากโลหะมีลักษณะเป็นรูปยาวตามทิศทางการรีด ถ้าตัดโลหะในแนวตั้งฉากกับการรีด จะเห็นกากโลหะมีลักษณะเป็นรูปกลม หรือกรณีต้องการตรวจสอบความเสียหายหรือรอยแตกหักของโลหะ ต้องตัดเตรียมชิ้นงานตัวอย่างบนพื้นผิวรอยแตก เพื่อนำมาวิเคราะห์ถึงสาเหตุหรือลักษณะของรอยแตกได้

การเตรียมตัวอย่าง (Specimen Preparation)

การเตรียมตัวอย่างปกติจะใช้เครื่องจักรกล เช่น เครื่องเลื่อย เครื่องกลึง ฯลฯ ให้ชิ้นตัวอย่างมีรูปร่างกลม เส้นผ่านศูนย์กลาง 15 – 38 มิลลิเมตร หนา 12 – 15 มิลลิเมตร หรืออาจจะเตรียมเป็นชิ้นงานรูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดใกล้เคียงกัน เพื่อให้สามารถจับขัดได้ง่าย ถ้าหน้าตัดมีขนาดเล็กจะเป็นอุปสรรคในการจับขัดให้ได้ระนาบ ถ้าชิ้นงานตัวอย่างขนาดใหญ่เกินไปจะเสียเวลาในการขัดและสิ้นเปลืองวัสดุที่ใช้ในการขัดมากขึ้น

กรณีต้องการรักษาขอบของโลหะไม่ให้หลุดลอก หรือชิ้นงานมีขนาดเล็กเกินไป เป็นการยากที่จะขัดให้ได้ระนาบ ต้องนำชิ้นงานไปยึดในวัสดุพอลิเมอร์ที่เหมาะสม เพื่อทำเป็นชิ้นงานตัวอย่างแบ่งได้เป็น 2 วิธี คือการยึดชิ้นงานในวัสดุพอลิเมอร์แบบเย็น และการยึดชิ้นงานในวัสดุพอลิเมอร์แบบร้อน

การยึดชิ้นงานในวัสดุพอลิเมอร์แบบเย็น (Cold Mounting)

นำชิ้นงานมาวางไว้บนพื้นผิวเรียบ เช่น แผ่นแก้ว นำแบบที่จะหล่อวัสดุพอลิเมอร์มาวางครอบชิ้นงาน ผสมวัสดุพอลิเมอร์ประเภทของเหลว 2 ชนิด เข้าด้วยกันแล้วเทลงบนชิ้นงาน ปล่อยทิ้งไว้จะเกิดปฏิกิริยาพอลิเมอไรเซชัน กลายเป็นของแข็งในช่วงเวลาประมาณ 30 นาที จากนั้นแกะเอาวัสดุพอลิเมอร์ที่แข็งตัวแล้วออกจากแบบ แล้วนำไปขัดตามขั้นตอนต่อไป พอลิเมอร์ที่ใช้มีหลายชนิด เช่น อีพอกซี อะคลีลิก หรือ พอลิเอสเตอร์

การยึดชิ้นงานในวัสดุพอลิเมอร์แบบเย็น เหมาะกับการเตรียมชิ้นตัวอย่างชิ้นเดียว หรือ การเตรียมชิ้นตัวอย่างจากชิ้นงานที่แตกต่างกันหลายประเภท

การยึดชิ้นงานในวัสดุพอลิเมอร์แบบร้อน (Hot Mounting)

เป็นวิธีการเตรียมชิ้นตัวอย่างโดยยึดชิ้นงานในวัสดุพอลิเมอร์ชนิดเทอร์โมเซ็ตทิงพลาสติกที่เกิดการเซ็ตตัวหรือแข็งตัวภายใต้ความร้อนและความดัน มีขั้นตอนเริ่มจากการนำชิ้นงานไปวางบนแท่นภายในทรงกระบอกที่มีชุดทำความร้อนอยู่รอบๆ เทผงเทอร์โมเซ็ตติงพลาสติก เช่น เบเคไลต์ (Bakelite)

ลงไปในทรงกระบอกให้คลุมชิ้นงานให้หมด แล้วปิดฝาครอบให้แน่น อัดความดันประมาณ 4000 psi ให้พลาสติกร้อนประมาณ 150 ^{o}C หลอมละลายอัดตัวปลกคลุมชิ้นงาน ทิ้งไว้ในช่วงเวลาหนึ่ง ประมาณ 10 นาที จะเกิดการเซ็ตตัวกลายเป็นพลาสติกแข็ง ลดความดันแล้วเปิดฝาครอบ ดันเอาชิ้นงานตัวอย่างออกจากเครื่องยึดชิ้นงาน นำไปขัดในขั้นตอนต่อไปได้

การยึดชิ้นงานในวัสดุพอลิเมอร์แบบร้อน เหมาะในการเตรียมชิ้นงานจำนวนมากๆและต้องการชิ้นงานตัวอย่างที่มีคุณภาพสูง

การขัดระนาบและการขัดเงาชิ้นงานตัวอย่าง (Grinding and Polishing the Specimen)

การขัดระนาบ (Grinding) เป็นการนำชิ้นงานตัวอย่างที่เตรียมไว้หรือยึดไว้ในวัสดุพอลิเมอร์ มาขัดผิวให้ระนาบเรียบด้วยกระดาษทราย (Emery Paper) เริ่มต้นขัดหยาบด้วยกระดาษทรายเบอร์ 600, 800, 1000 และ 1200 ตามลำดับ

การขัดระนาบด้วยกระดาษทราย ในระหว่างการขัดต้องเปิดน้ำหล่อเพื่อขับไล่เศษผงหรือเศษโลหะที่หลุด ให้ไหลไปกับน้ำเพื่อป้องกันไม่ให้ขูดผิวชิ้นงานตัวอย่าง และเป็นการระบายความร้อนไม่ให้เพิ่มสูงขึ้นจนทำให้โครงสร้างเปลี่ยนไป

เมื่อทำการขัดระนาบด้วยกระดาษทรายจนมีผิวเรียบและละเอียดพอแล้ว จึงทำการขัดเงา (Polishing) เป็นขั้นตอนต่อไป การขัดเงาจะต้องขัดโดยใช้ผ้าขัดและใช้ผงขัดที่เหมาะสม ขึ้นอยู่กับชนิดโลหะชิ้นตัวอย่าง ผังที่ใช้อาจเป็นผงอะลูมินา (Alumina ; Al_2O_3) ซิลิคอนคาร์ไบด์ (SiC) หรือ ผงเพชร เมื่อขัดเสร็จแล้วจะได้ผิวที่ปราศจากรอยขีดข่วน

การขัดเงาจะต้องขัดบนผ้าที่เหมาะสมกับชนิดโลหะ ในขณะที่ขัดจะทำให้เนื้อโลหะที่ผิวหน้าของชิ้นตัวอย่างเกิดการไหล เกิดเป็นชั้นฟิล์มที่มีโครงสร้างแบบอสัณฐาน ถ้าชิ้นตัวอย่างผ่านการขัดระนาบขั้นสุดท้ายแล้วยังคงปรากฏร่องรอยขีดข่วน เมื่อนำมาขัดเงาจะไม่สามารถกำจัดร่องรอยขีดข่วนให้ออกหมดได้ ถึงแม้หลังการขัดเงาอาจจะเห็นว่าผิวโลหะเรียบดีแล้ว เนื่องจากขณะขัดเงาจะเกิดการไหลของเนื้อโลหะเป็นชั้นฟิล์มมาปิดร่องไว้ เมื่อกัดขึ้นรอยด้วยสารเคมีที่เหมาะสม สารเคมีจะกัดผิวที่เป็นฟิล์มบางออกไป ร่องรอยขีดข่วนดังกล่าวก็จะปรากฏขึ้นมาอีก ซึ่งแสดงถึงการขัดผิวหน้าชิ้นตัวอย่างได้ไม่สมบูรณ์

สรุปองค์ประกอบที่สำคัญที่มีผลต่อความสำเร็จในการเตรียมชิ้นงานตัวอย่าง ดังนี้ คือ

1) ต้องระวังไม่ให้เกิดความร้อนสูงเกินไป (Overheat) บนผิวชิ้นตัวอย่างในระหว่างการขัดระนาบ สำหรับเหล็กกล้า อาจจะเกิดผลของการเทมเปอริ่งขึ้น
2) ชิ้นตัวอย่างต้องสะอาดทุกขั้นตอนในการขัด
3) ถ้าชิ้นตัวอย่างมีร่องรอยขีดข่วนในขั้นตอนการขัดระนาบสุดท้าย จะไม่สามารถกำจัดออกไปได้จากขั้นตอนการขัดเงา ถ้าขัดเงาเป็นเวลานานเกินไป ผิวชิ้นงานตัวอย่างจะปรากฏเป็นคลื่น (Rippled)
4) ในระหว่างการขัดระนาบและการขัดเงา ให้กดชิ้นตัวอย่างเบาๆ

การกัดขึ้นรอยชิ้นตัวอย่าง (Etching The Specimen)

การกัดขึ้นรอยเป็นการนำโลหะชิ้นตัวอย่างที่ผ่านการขัดผิว และทำความสะอาดแล้วไปกัดผิวหน้าด้วยสารเคมเพื่อให้เกิดริ้วรอยที่สัมพันธ์กับลักษณะของโครงสร้าง เมื่อนำชิ้นตัวอย่างที่ผ่านการกัดขึ้นรอยไปดูด้วยกล้องจุลทรรศน์ จะสามารถสังเกตเห็นลักษณะโครงสร้างจุลภาคหรือลักษณะของเกรนได้

ก่อนทำการกัดขึ้นรอย จะต้องนำชิ้นตัวอย่างที่ผ่านการขัดเงาแล้วไปทำความสะอาดเพื่อกำจัดสารประกอบหรือผงขัดที่ใช้ในการขัดเงา โดยหลีกเลี่ยงการสัมผัสพื้นผิวที่ขัดเงาแล้วขั้นแรกผู้ปฏิบัติจะต้องล้างมือให้สะอาดด้วยสารละลายสบู่ แล้วล้างน้ำให้สะอาด ต่อไปนำชิ้นตัวอย่างที่อาจจะมีไขมันติดอยู่บนพื้นผิวที่ต้องการตรวจสอบ ไปล้างในเอธานอลต้มเดือด (Boiling Ethanol) เป็นเวลาประมาณ 2 นาที ไม่ควรต้มเอธานอลเหนือเปลวไฟโดยตรง แต่ควรวางอ่างเอธานอลในอ่างน้ำที่ต้มบนเตาไฟฟ้า

เมื่อต้มชิ้นตัวอย่างในเอธานอลได้ 2 นาทีแล้ว ชิ้นตัวอย่างจะปราศจากไขมัน ใช้คีมคีบชิ้นตัวอย่างไปทำให้เย็นโดยเปิดน้ำให้ไหลผ่านผิวหน้าจนเย็นและสะอาดดีแล้ว นำไปแช่กัดขึ้นรอยในสารเคมีที่มีปฏิกิริยาในช่วงเวลาที่เหมาะสม อาจจะเป็น 2-3 วินาที หรือ อาจจะเป็นหลายนาที ขึ้นอยู่กับชนิดของโลหะและความเข้มข้นของสารเคมี แล้วนำชิ้นนตัวอย่างไปล้างน้ำโดยปล่อยให้น้ำไหลผ่านเพื่อล้างสารเคมีออก พื้นผิวของชิ้นตัวอย่างที่ผ่านการกัดขึ้นรอยที่ดีจะมีสภาพผิวด้านมัน โลหะผสมบางชนิดใช้เวลาในการกัดขึ้นรอย 2-3 วินาที แต่สำหรับเหล็กกล้าไร้สนิมที่มีความต้านทานการกัดของสารเคมีสูงจะต้องกัดเป็นเวลานานถึง 30 นาที [7]

2.13 กล้องจุลทรรศน์โลหการ (The Metallurgical Microscope)

กล้องจุลทรรศน์เชิงแสง (Optical Microscope)

กล้องจุลทรรศน์โลหการใช้หลักการเชิงแสง (Optical Principles) เหมือนกับกล้องจุลทรรศน์อื่นๆดังแสดง

ในภาพที่ 2.5 แต่มีข้อแตกต่างที่กล้องจุลทรรศน์โลหการจะปล่อยให้แสงตกกระทบ และสะท้อนบนชิ้นตัวอย่างที่มีลักษณะทึบแสง ขณะที่ชิ้นตัวอย่างทางชีววิทยามีลักษณะบางโปร่งแสง แหล่งกำเนิดแสงจะจัดวางไว้ด้านล่างของชิ้นตัวอย่าง ส่วนกล้องจุลทรรศน์โลหการ แหล่งกำเนิดแสงจะอยู่ภายในกล้องจุลทรรศน์ในแนวนอน ลำแสงจากแหล่งกำเนิดจะปล่อยออกมาในแนวระดับ บางส่วนของแสงจะสะท้อนเมื่อตกกระทบกระจกเงาระนาบที่ฉาบปรอทหรือเงินไว้บางๆ ให้แสงบางส่วนผ่านได้ ลำแสงที่ตกกระทบและสะท้อนจะเปลี่ยนทิศทางลงส่วนล่างของกล้องจุลทรรศน์ผ่านเลนส์ชุดล่าง หรือ เลนส์วัตถุ (Objective Lens) ไปตกกระทบบนผิวชิ้นตัวอย่าง บางส่วนของลำแสงจะสะท้อนกลับขึ้นด้านบนผ่านเลนส์วัตถุ และส่องผ่านกระจกเงาระนาบไปหาระบบเลนส์ชุดบน หรือ เลนส์ตา (Eye Piece) เกิดภาพขึ้น เมื่อมองผ่านกล้องจุลทรรศน์จากเลนส์ตา จะเห็นภาพพื้นผิวของวัตถุหรือชิ้นตัวอย่างมีขนาดโตกว่าขนาดจริง กำลังขยายของภาพที่มองเห็นขึ้นอยู่กับระบบเลนส์ของวัตถุ และ เลนส์ตา กล้องจุลทรรศน์โลหวิทยา

ทั่วๆไป มีเลนส์วัตถุ 4-5 ชุด สามารถเปลี่ยนเพื่อให้ได้กำลังขยายที่เหมาะสม ปกติจะมีกำลังขยาย 5 เท่า 10 เท่า 20 เท่า 50 เท่า และ 100 เท่า โดยจะมีรายละเอียดเขียนไว้หรือแกะสลักเพื่อบอกกำลังขยายของแต่ละชุดไว้ที่เลนส์ ส่วนเลนส์ตา ปกติมีกำลังขยาย 10 เท่า การหากำลังขยายของภาพที่มองเห็นจะใช้กำลังขยายของเลนส์วัตถุชุดที่อยู่เหนือชิ้นตัวอย่าง คูณด้วยกำลังขยายของเลนส์ตา กำลังขยายที่สามารถดูได้จากกล้องจุลทรรศน์ทั่วไปมีตั้งแต่ 50 เท่า 100 เท่า 200 เท่า 500 เท่า และ 1,000 เท่า

ภาพที่ 2.5 กล้องจุลทรรศน์เชิงแสง

กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องกราด (Scanning Electron Microscope : SEM)

กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องกราด เป็นอุปกรณ์ดังแสดงในภาพที่ 2.6 ที่ยิงลำอิเล็กตรอนไปตกบนจุดเล็กๆบนชิ้นตัวอย่าง ทำการรวบรวม สัญญาณอิเล็กตรอนที่กระเจิงจากผิวชิ้นตัวอย่าง แล้วแปลงสัญญาณอิเล็กทรอนิกส์เป็นภาพที่มีกำลังขยายได้สูงมาก ปืนอิเล็กตรอนจะผลิตลำอิเล็กตรอน แล้วควบคุมโดยใช้ระบบขดลวดที่สร้างสนามแม่เหล็กไฟฟ้าทำหน้าที่เหมือนเลนส์ควบคุมลำอิเล็กตรอน แล้วปล่อยให้ตกกระทบบนเป้าหรือชิ้นตัวอย่าง อิเล็กตรอนจะมีอันตรกริยา (Interact) กับพื้นผิวตามลักษณะความโค้งนูน เกิดอิเล็กตรอนกระเจิงกลับ (Back Scattering Electron) และเกิดอิเล็กตรอนที่ทุติยภูมิ (Secondary Electron) มีการกระจายที่สอดคล้องกับลักษณะผิวชิ้นตัวอย่าง รับสัญญาณอิเล็กตรอนแล้วแปลงเป็นภาพที่สามารถขยายได้สูงถึง 2 ล้านเท่าหรือมากกว่า [7]

ภาพที่ 2.6 กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องกราด

2.14 การทดสอบสมมติฐาน

ความหมายของคำว่า สมมติฐานทางสถิติว่า สมมติฐานทางสถิติคือ ประโยคหรือข้อความที่กล่าวเกี่ยวกับพารามิเตอร์ของการแจกแจงความน่าจะเป็นซึ่งอาจจะเป็นจริงหรือเท็จก็ได้ ข้อความหรือประโยคดังกล่าวนี้จะต้องระบุกลุ่มของประชากรที่เกี่ยวข้องมาด้วยกลุ่มหนึ่งหรือมากกว่าหนึ่งกลุ่มก็ได้

สมมติฐานทางสถิติที่เขียนไว้ในเชิงปริมาณการเท่ากันของค่าสถิติเราเรียกว่า สมมติฐานที่ไม่มีความแตกต่างกัน ภาษานักวิจัยเรียกกันว่าโนล ไฮโพธีสิส (Null Hypothesis) หรือสมมติฐานหลักแทนด้วยสัญลักษณ์ H_0 ส่วนสมมติฐานที่มีความแตกต่างกันเรียกว่า อัลเธอเนธีฟ ไฮโพธีสีส (Alternative Hypothesis) หรือสมมติฐานรองแทนด้วยสัญลักษณ์ H_1 [9]

2.14.1 การทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียว

เป็นการตั้ง H_0 โดยกำหนด $H_0 : \mu = \mu_0$

และกำหนด H_1 ดังนี้คือ $H_1 : \mu < \mu_0$ หรือ $H_1 : \mu > \mu_0$

โดยที่

μ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากรทั้งหมดที่สนใจ

μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยอ้างอิง

2.14.2 การทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง

เป็นการตั้ง H_0 โดยกำหนด $H_0 : \mu = \mu_0$

และกำหนด H_1 ดังนี้คือ $H_1 : \mu \neq \mu_0$

โดยที่

μ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากรทั้งหมดที่สนใจ

μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยอ้างอิง

หรือเป็นการตั้ง H_0 โดยกำหนด $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots \mu_n$

และกำหนด H_1 ดังนี้คือ $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$ อย่างน้อย 1 คู่ (i,j)

โดยที่

μ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากรทั้งหมดที่สนใจ

i, j คือ 1, 2, …, n

ในการทดสอบสมมติฐาน จะอาศัยวิธีการในการสุ่มตัวอย่าง การคำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบที่เหมาะสม และทำการสรุปเพื่อปฏิเสธหรือยอมรับ H_0 ซึ่งกลุ่มของค่านี้เรียกว่า “พื้นที่วิกฤต” หรือ “พื้นที่ของการปฏิเสธ” ของการดสอบ

ในการทดสอบสมมติฐานจะเกิดลักษณะของความผิดพลาดในการยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐาน ซึ่งความผิดพลาดทั้ง 2 ประเภทนี้สามารถเกิดขึ้นได้ในขณะทดสอบสมมติฐาน ถ้าหากค่า H_0 ถูกปฏิเสธทั้งๆที่ H_0 ถูกต้อง จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ขึ้นแต่ถ้าหาก H_0 ไม่ถูกปฏิเสธทั้งๆที่ H_0นั้นไม่ถูกต้อง ความผิดพลาดประเภทที่ 2 ก็จะเกิดขึ้น ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดทั้ง 2 ประเภทก่อให้เกิดสัญลักษณ์พิเศษคือ α และ β

$\alpha = P(\text{type I error}) = P(\text{reject } H_0 / H_0 \text{ is true})$

$\beta = P(\text{type II error}) = P(\text{reject } H_0 / H_0 \text{ is false})$

โดยที่

α หมายถึง ความเสี่ยงในการปฏิเสธสมมติฐานหลัก (Null Hypothesis) ทั้งที่สมมติฐานหลักเป็นจริง

β หมายถึง ความเสี่ยงในการยอมรับสมมติฐานหลัก (Null Hypothesis) ทั้งที่สมมติฐานหลักไม่เป็นจริง

และจากความเสี่ยงของทั้งสองแบบนี้เองจึงต้องมีการกำหนดจำนวนซ้ำของการทดลองไว้เพื่อให้มีความเชื่อมั่นหรือมีความเสี่ยงในการยอมรับข้อมูลตามที่กำหนดไว้ และในการวิเคราะห์ก็มักจะกำหนดให้ค่าของ α มีค่าคงที่และค่าของ β ให้มีค่าน้อยที่สุด

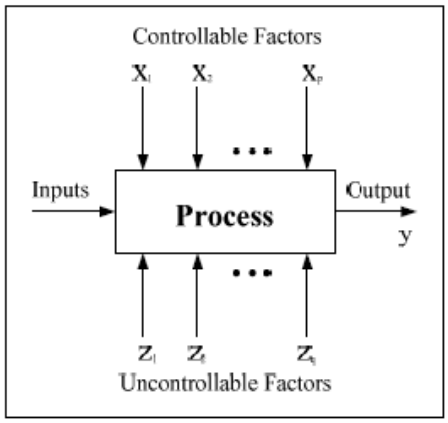
2.15 หลักการเบื้องต้นเกี่ยวกับการออกแบบการทดลอง

2.15.1 กลยุทธ์ในการทดลอง (Strategy of Experimentation)

ไม่ว่าเราจะอยู่ในสาขาวิชาใดก็ตาม เราจะต้องมีความเกี่ยวข้องกับการทดลองบ้างไม่มากก็น้อย ทั้งนี้เพื่อทำให้เราทราบหรือค้นพบถึงบางสิ่งบางอย่างเกี่ยวกับกระบวนการหรือระบบบางอย่าง โดยศัพท์

แล้ว การทดลองจะหมายถึงการทดสอบ เราอาจจะให้คำนิยามของการทดลองว่าเป็นการทดสอบหรือเป็นชุดของการทดสอบที่มีการเปลี่ยนแปลงกับตัวแปรขาเข้า (Input Variable) ของกระบวนการหรือระบบ เพื่อว่าเราอาจจะสังเกต หรือบ่งชี้ถึงเหตุผลของการเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นกับผลขาออกได้

ในการทดลองใดๆก็ตาม ผลลัพธ์และข้อสรุปที่เกิดขึ้นจะขึ้นกับวิธีการเก็บข้อมูล ตามปกติแล้ว การทดลองถูกนำมาใช้เพื่อศึกษาถึงประสิทธิภาพในการทำงานของกระบวนการและระบบซึ่งทั้งกระบวนการและระบบสามารถที่จะแทนด้วยแบบจำลองดังแสดงในภาพที่ 2.7



ภาพที่ 2.7 แบบจำลองทั่วไปสำหรับกระบวนการหรือระบบ

เราอาจจะมองได้ว่า กระบวนการ คือ การรวมเอาคนงาน เครื่องจักร วิธีการ และทรัพยากรอื่นๆ เข้าด้วยกัน เพื่อเปลี่ยน อินพุต (เช่น วัตถุดิบ) ไปสู่เอาต์พุตที่มีผลตอบแทนออกมาในรูปแบบหนึ่งหรือมากกว่าซึ่งเราสามารถเห็นได้ ตัวแปรกระบวนการบางชนิด $z_1, z_2, \ldots, z_q$ เป็นตัวแปรที่เราไม่สามารถควบคุมได้ (ถึงแม้ว่าในบางครั้งเราอาจจะควบคุมตัวแปรพวกนี้ได้ในขณะการทดลองก็ตาม) ดังนั้นวัตถุประสงค์ของการทดลองอาจจะเกี่ยวข้องกับ

1. หาตัวแปรที่มีผลมากที่สุดต่อผลตอบ y
2. หาวิธีการตั้งค่าของ x ที่มีผลต่อค่าผลตอบ y เพื่อทำให้ y อยู่ที่ค่าที่ต้องการ
3. หาวิธีการตั้งค่าของ x ที่มีผลต่อค่าผลตอบ y เพื่อทำให้ y มีค่าน้อย
4. หาวิธีการตั้งค่าของ x ที่มีผลต่อค่าผลตอบ y เพื่อให้ผลของตัวแปรที่เราไม่สามารถควบคุมได้ $z_1, z_2, \ldots, z_q$ มีค่าน้อยที่สุด

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า การทดลองส่วนมากจะเกี่ยวข้องกับปัจจัยหลายตัวและวัตถุประสงค์ของบุคคลที่ทำ
การทดลอง (เรียกว่าผู้ทดลอง) ก็คือ หาผลกระทบของปัจจัยเหล่านี้กับผลตอบของระบบ เราเรียกการวางแผนและการดำเนินการทดลองว่า กลยุทธ์ของการทดลอง (Strategy of Experimentation) ซึ่งมีกลยุทธ์

หลายอย่างที่ผู้ทดลองสามารถนำไปใช้ได้ เช่น แบบหนึ่งปัจจัยต่อครั้ง (One-Factor-At-A-Time) หรือการทดลองเชิงแฟกทอเรียล (Factorial Design)

2.15.2 หลักการพื้นฐาน

การออกแบบการทดลอง (Design of Experiments: DOE) เป็นเทคนิคทางสถิติชั้นสูงที่ใช้ในการปรับตั้งค่าสภาวะของกระบวนการให้เป็นไปตามสภาพที่เราต้องการ ซึ่งข้อแตกต่างอย่างเห็นได้ชัดระหว่างวิธีการโดยทั่วไปกับเทคนิคของการออกแบบการทดลองคือ วิธีการโดยทั่วไปมักเป็นแบบการลองผิดลองถูกหรือใช้การทดลองปรับตั้งค่าของกระบวนการที่ละค่า (One-Factor-At-A-Time) เช่น ถ้าหากเราสงสัยว่าเราควรที่จะปรับตั้งค่าของอุณหภูมิในการอบชิ้นงาน เวลาที่ใช้ในการอบ และส่วนผสมของชิ้นงานเป็นเท่าไรดี จึงจะทำให้ชิ้นงานที่ได้มีคุณภาพสูงสุดไม่เป็นของเสีย ดังนั้นแนวทางที่เรามักใช้กันโดยทั่วๆ ไปก็คือเรามักที่จะไปลองปรับตั้งในส่วนของอุณหภูมิที่ใช้ในการอบก่อน (ในขณะที่คงค่าของเวลาที่ใช้ในการอบกับอัตราส่วนผสมไว้) เมื่อทดลองจนได้ค่าของอุณหภูมิที่เราต้องการแล้วจึงค่อยไปปรับตั้งเรื่องของเวลา (และก็คงค่าของอุณหภูมิกับอัตราส่วนผสมไว้) จากนั้นสุดท้ายจึงไปทำ การปรับตั้งเรื่องของอัตราส่วนผสมที่เหมาะสม (โดยการคงค่าของอุณหภูมิกับเวลาไว้) และเราอาจทำซ้ำวงจรนี้ไปเรื่อยๆ เพื่อที่จะหาจุดที่ดีที่สุดของกระบวนการ ซึ่งลักษณะการทำเช่นนี้เรียกว่า One-Factor-At-A-Time นั่นเอง โดยทั่วไปการทดลองแบบ One-Factor-At-A-Time จะให้ผลของการเข้าสู่จุดหมายที่เราต้องการของกระบวนการได้ช้ามากและสิ้นเปลืองทรัพยากรในการวิเคราะห์และเก็บข้อมูลสูงและยังไม่เหมาะสมอย่างยิ่งกับกระบวนการที่มีผลของความสัมพันธ์ร่วม (Interaction Effect) ระหว่างตัวแปรของกระบวนการด้วยกันเอง

ถ้าต้องการให้การทดลองเกิดประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ผลได้สูงสุด เราจะต้องนำวิธีการทดลองทางวิทยศาสตร์เข้ามาช่วยในการวางแผนการทดลอง คำว่า “การออกแบบการทดลองเชิงสถิติ (Statistical Design of Experiment)” หมายถึง กระบวนการในการวางแผนการทดลองเพื่อว่าจะได้มาซึ่งข้อมูลที่เหมาะสมที่สามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์โดยวิธีการทางสถิติ ซึ่งจะทำให้เราสามารถหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ วิธีการออกแบบการทดลองในเชิงสถิติเป็นสิ่งที่จำเป็น ถ้าเราต้องการหาข้อสรุปที่มีความหมายจากข้อมูลที่เรามีอยู่ และถ้ายิ่งปัญหาที่สนใจนั้นเกี่ยวข้องกับความผิดพลาดในการทดลอง (Experimental Error) วิธีการทางสถิติเป็นวิธีการเพียงอย่างเดียวเท่านั้นที่จะสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์ผลการทดลองนั้นได้ ดังนั้นสิ่งสำคัญ 2 ประการสำหรับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการทดลองก็คือการออกแบบการทดลอง และการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงสถิติ ซึ่งศาสตร์ทั้งสองนี้มีควาเกี่ยวข้องกันอย่างมาก ทั้งนี้เพราะว่าวิธีการวิเคราะห์เชิงสถิติที่เหมาะสมนั้นจะขึ้นกับการออกแบบการทดลองที่จะนำมาใช้

หลักการพื้นฐาน 3 ประการสำหรับการออกแบบการทดลองคือ เรพลิเคชั่น (Replication) แรนดอมไมเซชัน (Randomization), และการบล็อกกิ้ง (Blocking) ในที่นี้เรากำหนดไว้ว่า

เรพลิเคชั่น หมายถึง การทำการทดลองซ้ำ เรพลิเคชั่นมีคุณสมบัติที่สำคัญ 2 ประการคือ ประการแรกเรพลิเคชั่นทำให้ผู้ทดลองสามารถหาค่าประมาณของความผิดพลาดในการทดลองได้ ตัวประมาณค่าความผิดพลาดนี้กลายเป็นหน่วยของการวัดขั้นพื้นฐานสำหรับพิจารณาว่าความแตกต่างสำหรับข้อมูลที่ได้จากการทดลองนั้นมีความแตกต่างกันในเชิงสถิติหรือประการที่สองถ้าค่าเฉลี่ยถูกนำมาใช้เพื่อประมาณผลที่เกิดจากปัจจัยหนึ่งในการทดลอง ดังนั้นเรพลิเคชั่นทำให้ผู้ทดลองสามารถหาตัวประมาณที่ถูกต้องยิ่งขึ้นในการประมาณผลกระทบนี้

แรนดอมไมเซชัน เป็นพื้นฐานหลักสำหรับการใช้วิธีการเชิงสถิติในการออกแบบการทดลอง แรนดอมไมเซชัน หมายถึง การทดลองที่มีทั้งวัสดุที่ใช้ในการทดลองและลำดับของการทดลองแต่ละครั้งเป็นแบบสุ่ม (Random) วิธีการเชิงสถิติกำหนดว่าข้อมูล (หรือความผิดพลาด) จะต้องเป็นตัวแปรแบบสุ่มที่มีการกระจายแบบอิสระ แรนดอมไมเซชันจะทำให้สมมติฐานนี้เป็นจริง การที่เราแรนดอมไมซ์การทดลอง ทำให้เราสามารถลดผลของปัจจัยภายนอกที่อาจจะปรากฏในการทดลองได้

การบล็อกกิ๊งเป็นเทคนิคที่ใช้สำหรับเพิ่มความเที่ยงตรง (Precision) ให้แก่การทดลอง การบล็อกอันหนึ่งอาจจะหมายถึงส่วนหนึ่งของวัสดุที่ใช้ในการทดลองที่ควรจะมีความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันมากกว่าเซตทั้งหมดของวัสดุ การเปรียบเทียบเงื่อนไขที่น่าสนใจต่างๆ ภายในแต่ละบล็อกจะเกิดขึ้นได้จากการทำการบล็อกกิ๊ง

2.15.3 ข้อดีของเทคนิคการออกแบบการทดลอง

ข้อดีของเทคนิคการออกแบบการทดลองไว้ดังนี้คือ ให้ผลของความแม่นยำ และความถูกต้องในการวิเคราะห์ข้อมูลได้สูง โดนสามารถระบุออกมาเป็นค่าตัวเลขทางสถิติที่แสดงถึงค่าระดับความสำคัญของตัวแปรที่ส่งผลต่อกระบวนการ นอกจากนี้ยังมีความรวดเร็วในการดำเนินการตรวจสอบสาเหตุของปัญหา โดยทั่วไปแล้วถ้าหากเรามีปัจจัยในการทดสอบอยู่ประมาณ 10 ปัจจัย ซึ่งในการดำเนินการทดสอบดูว่าปัจจัยใดบ้างที่ส่งผลจริงๆต่อกระบวนการด้วยวิธีแบบ One-Factor-At-A-Time จะใช้เวลาถึง 1 ปีในการทดสอบได้ครบทุกปัจจัย แต่ด้วยวิธีการออกแบบการทดลองจะใช้เวลาเพียงแค่ 1–3 อาทิตย์เท่านั้นในการตรวจสอบปัจจัย

2.15.4 แนวทางในการออกแบบการทดลอง

การใช้วิธีการเชิงสถิติในการออกแบบและวิเคราะห์การทดลองมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ทุกคนที่เกี่ยวข้องในการทดลองจะต้องมีความเข้าใจอย่างถ่องแท้ล่วงหน้าว่าเรากำลังศึกษาอะไรอยู่ จะเก็บข้อมูลได้อย่างไร และจะวิเคราะห์ข้อมูลที่เก็บได้นั้นอย่างไร ขั้นตอนในการดำเนินการอาจจะทำได้ดังต่อไปนี้

2.15.4.1 ทำความเข้าใจถึงปัญหา

บางคนอาจคิดว่าขั้นตอนนี้ง่ายและตรงไปตรงมา แต่ในความเป็นจริงแล้ว ขั้นตอนนี้ไม่ได้ง่ายอย่างที่คิด ในขั้นตอนนี้เราจะต้องพยายามพัฒนาแนวความคิดเกี่ยวกับวัตถุประสงค์ของการทดลอง และบ่อยครั้งที่เราจะต้องหาข้อมูลอินพุตจากบุคคลหรือหน่วยงานต่างๆที่เกี่ยวข้อง ถ้อยแถลงของปัญหาที่มีความชัดเจนและจะมีผลอย่างมากต่อความเข้าใจเกี่ยวกับปรากฏการณ์และคำตอบสุดท้ายของปัญหานั้นๆ ด้วยเหตุนี้เองการออกแบบการทดลองทุกครั้งควรจะมีการทำงานเป็นทีม

2.15.4.2 เลือกปัจจัย ระดับ และ ขอบเขต

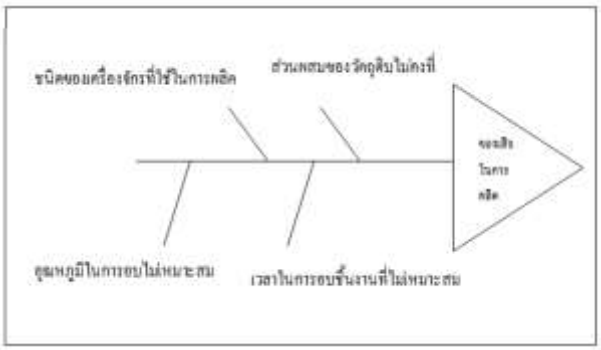
ผู้ทดลองต้องเลือกปัจจัยที่จะนำมาเปลี่ยนแปลงในระหว่างทำการทดลอง กำหนดขอบเขตที่ปัจจัยเหล่านี้จะเปลี่ยนแปลง และกำหนดระดับ (Level) ที่จะเกิดขึ้นในการทดลอง จะต้องพิจารณาด้วยว่าจะควบคุมปัจจัยเหล่านี้ ณ จุดที่กำหนดอย่างไรและจะวัดผลตอบได้อย่างไร ดังนั้นในกรณีเช่นนี้ผู้ทดลองจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการอย่างมาก ซึ่งความรู้นี้อาจจะได้มาจากประสบการณ์และความรู้จากทางทฤษฎี มีความจำเป็นที่เราจะต้องตรวจสอบดูว่า ปัจจัยที่กำหนดขึ้นมาทั้งหมดนี้มีความสำคัญหรือไม่ และเมื่อวัตถุประสงค์ของการทดลองคือการกรองปัจจัย (Screening) เราควรจะกำหนดให้ระดับต่างๆที่ใช้ในการทดลองมีจำนวนน้อยๆ การเลือกขอบเขตของการทดลองมีความสำคัญเช่นกัน ในการทดลองเพื่อกรองปัจจัย เราควรจะเลือกเขอบเขตให้มีความกว้างมากๆ หมายถึง ขอบเขตที่ปัจจัยแต่ละตัวจะเปลี่ยนแปลงได้ควรจะมีค่ากว้างๆและเมื่อเราได้เรียนรู้เพิ่มขึ้นว่า ตัวแปรใดมีความสำคัญและระดับใดที่ทำให้เกิดผลลัพธ์ที่ดีที่สุด เราอาจจะลดขอบเขตลงมาให้แคบลงได้

ในขั้นตอนการระบุปัญหาปัจจัยหลักที่ส่งผลต่อกระบวนการนี้ เราใช้วิธีการประชุมกลุ่มเพื่อช่วยกันระดมความคิดจากประสบการณ์แล้วพิจารณาดูว่ามีปัจจัยใดบ้างที่อาจจะส่งผลต่อปัญหาที่เราสนใจ เช่น ถ้าหากปัญหาของเราคือ อัตราของเสียในการผลิตที่สูง ดังนั้นจากการประชุมร่วมกับพนักงานที่เกี่ยวข้องเป็นพนักงานที่มีประสบการณ์ในการผลิตตรงพื้นที่ปัญหานั้นก็จะทำให้เราสามารถระบุรายการของปัจจัยต่างๆ มากมายที่อาจจะส่งผลต่ออัตราการเกิดของเสียได้ เช่น เวลาในการอบชิ้นงาน (อบนานเสียอบเร็วได้ชิ้นงานดีมากกว่า) อุณหภูมิในการอบ (ความร้อนสูงให้คุณภาพดีกว่าความร้อนต่ำ) ฯลฯ ซึ่งประสบการณ์ต่างๆเหล่านี้เป็นพื้นฐานสำคัญในการก้าวไปสู่ขั้นต่อไปของการออกแบบการทดลองโดยจะส่งผลให้การดำเนินการมีความรวดเร็วมากขึ้นไปไม่ต้องไปเสียเวลาตรวจสอบทุกปัจจัย (เช่น ถ้าจากประสบการณ์ที่ผ่านมา ทำให้มั่นใจได้ว่าปัจจัยเรื่องความชื้นในส่วนผสมไม่มีผลต่อคุณภาพชิ้นงาน ดังนั้นเราก็ไม่จำเป็นต้องนำเอาปัจจัยเรื่องความชื้นมาบรรจุไว้ในการทดลองก็ได้) ซึ่งจะเห็นได้ว่าประสบการณ์ขององค์การ (Wisdom of Organization) นั้นเป็นองค์ประกอบหนึ่งของการออกแบบการทดลองเพราะเป็นจุดเริ่มต้นของการดำเนินงานคือ การใช้ประสบการณ์คาดคะเนว่าปัจจัยใดบ้างที่น่าจะมีผลต่อปัญหาที่เราสนใจ ซึ่งถ้าหากเราไม่มีในส่วนของประสบการณ์ขององค์กรเข้ามาเกี่ยวข้องเลย (เช่น

ทีมงานเป็นพนักงานใหม่ทั้งหมด) การออกแบบการทดลองก็ยังคงดำเนินต่อไปได้แต่จะใช้เวลาที่นานขึ้น เพราะต้องเสียเวลาในการตรวจสอบทุกๆปัจจัยที่มีอยู่ทั้งหมด

โดยทั่วไปแล้วทีมงานของการออกแบบการทดลองนั้นจะต้องประกอบไปด้วยพนักงานอย่างน้อย 1 คนขึ้นไป ที่เป็นพนักงานที่มีประสบการณ์สูงที่ปฏิบัติงานอยู่ในพื้นที่ของปัญหาเป็นระยะเวลาค่อนข้างนาน ทั้งนี้เพื่อจุดประสงค์ในการช่วยคณะทำงานท่านอื่นๆ ในการระดมความคิดหาปัจจัยที่คาดว่าส่งผลต่อกระบวนการและจะได้นำเอาปัจจัยทั้งหลายเหล่านี้ไปดำเนินการออกแบบการทดลองได้ต่อไป

เครื่องมือคุณภาพที่มักนิยมนำมาใช้ในการช่วยระดมความคิดเพื่อระบุหาสาเหตุที่คาดว่าน่าจะส่งผลต่อปัญหานั้นได้แก่ แผนภูมิก้างปลา (C&E Diagram), FMEA, Selection Matrix เป็นต้น



ภาพที่ 2.8 ตัวอย่างของการระบุหาสาเหตุของปัญหาโดยการใช้แผนภูมิก้างปลา

เมื่อระบุได้แล้วว่าปัจจัยใดบ้างที่น่าจะส่งผลต่อปัญหาที่เราสนใจ ดังนั้นขั้นตอนถัดไปคือการกำหนดค่าระดับในการทดลองของปัจจัยแต่ละตัว เช่น หากปัจจัยที่เราคาดว่าน่าจะมีผลต่ออัตราการเกิดของเสียคืออุณหภูมิและเวลาในการอบชิ้นงาน ดังนั้นเราก็ลองปรับเปลี่ยนค่าอุณหภูมิที่ระดับ 100 กับ 200^{o}C และลองตั้งเวลาในการอบที่ 45 กับ 60 นาที เป็นต้น ซึ่งการตั้งค่าระดับในการทดลองของปัจจัยนี้ต้องพึงระวังว่าเราจะต้องเลือกระดับความแตกต่างที่ไม่น้อยจนเกินไป (เช่น ทำการทดลองที่ 10^{o}C กับ 10.5^{o}C) เป็นต้น เนื่องจากการที่เรากำหนดค่าระดับของปัจจัยในการทดลองที่แคบเกินไปหรือกว้างเกินไปอาจส่งผลให้เราไม่สามารถเห็นผลของการทดลองที่เกิดขึ้นได้อย่างชัดเจน

2.15.4.3 เลือกตัวแปรผลตอบ

ในการเลือกตัวแปรผลตอบผู้ทดลองควรแน่ใจว่า ตัวแปรนี้จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการที่กำลังศึกษาอยู่ บ่อยครั้งที่ค่าเฉลี่ยหรือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (หรือทั้งคู่) ของกระบวนการจะเป็นตัวแปรผลตอบ เป็นไปได้ว่าในการทดลองหนึ่งอาจจะมีผลตอบสนองหลายตัว และมีความจำเป็นอย่างมากที่เรา

จะต้องกำหนดให้ได้ว่า อะไรคือตัวแปรผลตอบ และจะวัดตัวแปรเหล่านี้ได้อย่างไร ก่อนที่จะเริ่มดำเนินการทดลองจริง

2.15.4.4 การเลือกการออกแบบการทดลอง

ถ้ากิจกรรมการวางแผนก่อนการทดลองทำได้อย่างถูกต้อง ขั้นตอนนี้จะเป็นขั้นตอนที่ง่ายมาก การเลือกการออกแบบเกี่ยวข้องกับการพิจารณาขนาดของตัวอย่าง (จำนวนเรพลิเคต) การเลือกลำดับที่เหมาะสมของการทดลองที่จะใช้ในการเก็บข้อมูล และการตัดสินใจว่า ควรจะใช้วิธีบล็อกหรือใช้การแรนดอมไมเซชันอย่างใดอย่างหนึ่งหรือไม่ ในการเลือกการออกแบบ เราจำเป็นต้องคำนึงถึงวัตถุประสงค์ของการทดลองอยู่ตลอดเวลา ในการทดลองทางวิศวกรรมส่วนมาก เราจะทราบตั้งแต่เริ่มต้นแล้วว่า ปัจจัยบางตัวจะมีผลต่อผลตอบที่เกิดขึ้น ดังนั้นเราจะหาว่าปัจจัยตัวใดที่ทำให้เกิดความแตกต่าง และประมาณขนาดของความแตกต่างที่เกิดขึ้น

ชนิดของรูปแบบการทดลองนั้นมีให้เลือกอยู่อย่างหลากหลาย แต่เราจำเป็นต้องเลือกมาเพียงแค่ 1-2 รูปแบบเท่านั้นเพื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาซึ่งหลักเกณฑ์ในการพิจารณาว่าเราควรที่จะเลือกรูปแบบการทดลองแบบไหนนั้นขึ้นอยู่กับเกณฑ์ดังต่อไปนี้ ได้แก่ เวลาที่มีให้เพื่อการวิเคราะห์ ระดับความถูกต้องในการวิเคราะห์ งบประมาณที่มีให้ในการออกแบบการทดลอง เป็นต้น โดยทั้งนี้เราสามารถสรุปรูปแบบของการทดลองที่นิยมใช้กันในปัจจุบันได้ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 2.6 รูปแบบการทดลองที่นิยมใช้ในปัจจุบัน

รูปแบบการทดลอง	**ลักษณะการทดลอง**	**เวลาในการวิเคราะห์**	**ความถูกต้อง**	**งบประมาณ**
Single Design	การทดลองสำหรับหนึ่งปัจจัยโดยปัจจัยดังกล่าวเป็นปัจจัยสำคัญที่สูงสุดต่อปัญหา	รวดเร็ว	ปานกลาง	น้อย
Factorial Design	การทดลองที่มีมากกว่าหนึ่งปัจจัยและเป็นการทดลองเต็มรูปแบบ	ใช้เวลานาน	มากที่สุด	มาก
2^k Design	การทดลองที่มีมากกว่าหนึ่งปัจจัยและเป็นการทดลองเต็มรูปแบบแต่กำหนดระดับของแต่ละปัจจัยอยู่ที่ปัจจัยละ 2 ระดับ	ปานกลาง	ปานกลาง	ปานกลาง
2^{k-p} Design	การทดลองที่มีมากกว่าหนึ่งปัจจัยแต่ไม่ทำการทดลองแบบเต็มรูปแบบทั้งหมด (ลดรูป)	รวดเร็ว	น้อย	น้อย

2.15.4.5 ทำการทดลอง

เมื่อทำการทดลองเราจะต้องติดตามดูกระบวนการทำงานอย่างระมัดระวัง เพื่อให้แน่ใจว่าการดำเนินการทุกอย่างเป็นไปตามแผน ถ้ามีอะไรผิดพลาดเกิดขึ้นเกี่ยวกับวิธีการทดลองในขั้นต้นนี้ จะทำให้

การทดลองที่ทำมานั้นใช้ไม่ได้ ดังนั้นการวางแผนในตอนแรกจะมีความสำคัญอย่างมากต่อความสำเร็จที่จะเกิดขึ้น

2.15.4.6 วิเคราะห์ข้อมูลเชิงสถิติ

เราควรจะนำเอาวิธีการทางสถิติมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อว่าผลลัพธ์และข้อสรุปที่เกิดขึ้นจะเป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการทดลอง ถ้าการทดลองได้ถูกออกแบบไว้เป็นอย่างดี และถ้าเราทำการทดลองตามที่ได้ออกแบบไว้ วิธีการทางสถิติที่จะนำมาใช้นั้นจะเป็นวิธีการที่ไม่ซับซ้อน ข้อได้เปรียบของวิธีการทางสถิติก็คือ ทำให้ผู้ที่มีอำนาจตัดสินใจมีเครื่องมือช่วยที่มีประสิทธิภาพ และถ้านำเอาวิธีการทางสถิติมาผนวกกับความรู้ทางวิศวกรรม ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการ และสามัญสำนึก จะทำให้ข้อสรุปที่ได้ออกมานั้นมีเหตุผลสนับสนุนและมีความน่าเชื่อถือ

2.15.4.7 สรุปและข้อเสนอแนะ

เมื่อได้วิเคราะห์ข้อมูลเรียบร้อยแล้ว ผู้ทดลองจะต้องหาข้อสรุปในทางปฏิบัติและแนะนำแนวทางของกิจกรรมที่จะเกิดขึ้น ในขั้นตอนนี้เราจะนำเอาวิธีการทางกราฟเข้ามาช่วย โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อเราต้องการนำเสนอผลงานนี้ให้ผู้อื่นฟัง นอกจากนี้แล้วการทำการทดลองเพื่อยืนยันผล (Confirmation Testing) ควรจะทำขึ้นเพื่อที่จะตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปที่เกิดขึ้นอีกด้วย

2.16 การทดลองปัจจัยเดียวและการวิเคราะห์ความแปรปรวน

2.16.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวน

กระบวนการที่เหมาะสมเพื่อทดสอบความเท่ากันของมัชฌิมหลายค่า คือการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance)

สมมติว่ามีระดับซึ่งแตกต่างของปัจจัยเดียวที่ต้องการทำการเปรียบเทียบ และค่าตอบสนองที่ได้จากการสังเกตในแต่ละระดับเป็นตัวแปรสุ่ม ข้อมูลควรจะมีลักษณะเหมือนในตารางที่ 2.7 ซึ่งค่าต่างๆที่แสดงในตารางเช่น y_{ij} หมายถึงค่าสังเกตที่ j ภายใต้ระดับที่ i หรือโดยทั่วไปจะมีค่าสังเกต n ค่าภายใต้ระดับ i

ตารางที่ 2.7 แสดงข้อมูลสำหรับการทดลองปัจจัยเดียว

Treatment (level)	Observations				Totals	Averages
1	y_{11}	y_{12}	…	y_{1n}	y_{1n}	y_1
2	y_{21}	y_{22}	…	y	y_2	y_2
...	…	…	…	…	…	…
a	y_{a1}	y_{a2}	…	y_{an}	y_a	y_a
					$y_{..}$	$y_{..}$

สามารถอธิบายค่าสังเกตต่างๆ นี้ด้วยแบบจำลองทางสถิติเชิงเส้นคือ

$$y_{ij} = \mu + \tau_{ij} + e_{ij} \begin{cases} i = 1,2,...,a \\ j = 1,2,..,n \end{cases} \quad (2.1)$$

โดยที่ y_{ij} เป็นค่าสังเกตที่ ij และ μ คือค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ร่วมกันทุกระดับซึ่งเรียกว่า “มัชฌิมรวม (Overall Mean) ” τ_i คือ ค่าพารามิเตอร์สำหรับระดับที่ i หรือผลกระทบจากระดับที่ i และ e_{ij} คือองค์ประกอบของความผิดพลาดแบบสุ่ม (Random Error) จุดประสงค์ของเราก็เพื่อทำการทดสอบสมมติฐานที่เหมาะสมเกี่ยวกับผลกระทบของระดับต่างๆ และทำการประมาณค่าของมัน สำหรับการทดสอบทางสมมติฐานความผิดพลาดของแบบจำลองถูกสมมติให้เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการกระจายแบบปกติและเป็นอิสระต่อกันด้วยมัชฌิมเท่ากับ 0 และความแปรปรวน σ^2 ซึ่งสมมติให้มีค่าคงตัวตลอดทุกระดับของปัจจัย

แบบจำลองนี้เรียกว่า “การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียว (Single Factor Analysis of Variance)” เพราะมีเพียงแค่ปัจจัยเดียวที่นำมาพิจารณา ยิ่งกว่านั้นลำดับในการทดลองจะต้องเป็นแบบสุ่มเพื่อทำให้สิ่งแวดล้อมที่ทำการทดลองในต่างๆ จะมีความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ดังนั้นการทดลองนี้จึงเป็นการออกแบบการทดลองที่เรียกว่า “การออกแบบสุ่มสมบูรณ์”

แบบจำลองทางสถิติในสมการ (2.1) อธิบายความแตกต่างของ 2 สถานการณ์ที่เกี่ยวกับผลกระทบของระดับ อันดับแรกคือ ระดับ α ระดับสามารถถูกกำหนดขึ้นโดยผู้ทดลอง ในที่นี้เราต้องการที่จะทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับมัชฌิมของระดับ และบทสรุปที่เกิดขึ้นจะนำไปประยุกต์ได้กับระดับของปัจจัยที่เราพิจารณาเท่านั้น ข้อสรุปที่ได้ไม่สามารถไปใช้กับระดับอื่นที่มีค่าใกล้เคียงที่เราไม่ได้พิจารณาหรือทำการทดลองได้ นอกจากนั้น เราก็อาจจะต้องการที่จะประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง (μ, τ, σ^2) ซึ่งเรียกว่า “แบบจำลองผลกระทบคงที่ (Fixed Effects Model)” ในทางกลับกัน ถ้าระดับ α ถูกสุ่มเลือกจากประชากรขนาดใหญ่ของระดับต่างๆที่เป็นไปได้ ในกรณีนี้เราสามารถที่จะขยายผลสรุป (ซึ่งขึ้นกับตัวอย่างของระดับที่ใช้) ของเราไปยังทุกๆระดับของประชากร ถึงแม้ว่าเราอาจจะไม่ได้ทำการ

พิจารณาระดับนั้นๆ อย่างชัดเจนก็ตาม ในการวิเคราะห์ ในที่นี้ τ_i คือ ตัวแปรสุ่ม และความรู้เกี่ยวกับค่าตัวแปรสุ่มตัวใดตัวหนึ่งจะไม่มีประโยชน์แต่อย่างไร เราทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรผันของ τ_i และพยายามที่จะประมาณค่าความแปรผันนี้ ซึ่งเรียกว่า “แบบจำลองผลกระทบแบบสุ่ม”

2.16.2 การวิเคราะห์แบบจำลองผลกระทบคงที่

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของแบบจำลองผลกระทบคงที่ไว้ว่า ผลกระทบของระดับ (τ_I) มีนิยามเหมือนกับส่วนของค่าที่เบี่ยงเบนจากมัชฌิมรวม

$$\sum_{i=1}^{n} \tau_i = 0 \tag{2.2}$$

ให้ y_i แทนค่าของค่าสังเกตทุกๆตัวของระดับ i ในทำนองเดียวกันให้ y.. แทนค่าสังเกตทั้งหมด และ $\bar{y}_i$ แทนค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตภายใต้ระดับที่ i ในทำนองเดียวกัน y.. แทนผลรวมของค่าสังเกตทั้งหมด และ $\bar{y}_{...}$ แทนค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตทั้งหมด ซึ่งเราสามารถเขียนในรูปของสัญลักษณ์คือ

$$y_i = \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \tag{2.3}$$

$$\bar{y}_i = \frac{y_i}{n} \tag{2.4}$$

$$y_{..} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \tag{2.5}$$

$$\bar{y}_{..} = \frac{y_{..}}{N} \tag{2.6}$$

โดยที่ $i = 1, 2, \ldots, a$ และ $N = an$ คือจำนวนค่าสังเกตทั้งหมด จะสังเกตว่าเครื่องหมาย “ ” แทนผลรวมของตัวห้อยที่เครื่องหมายนั้นเข้าไปแทนที่อยู่

มัชฌิมของระดับ i คือ $E(y_{ij}) \equiv \mu_i = \mu + \tau_i$, $i = 1, 2, \ldots, a$ ดังนั้นมัชฌิมของระดับที่ i ประกอบขึ้นด้วย มัชฌิมรวมบวกกับผลกระทบที่เกิดจากระดับที่ i เราสนใจในการทดสอบความเท่ากันของมัชฌิม a ระดับคือ

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_a$

$H_1 : \mu_i \neq \mu_j$ อย่างน้อยหนึ่งคู่ของ (i,j)

ถ้าหาก H_0 เป็นจริง ทุกระดับจะมีมัชฌิมที่เท่ากันคือ μ เราอาจจะเขียนสมมติฐานใหม่ในรูปของผลกระทบของระดับ τ_i ได้ คือ

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_a = 0$

$H_1 : \tau_i \neq 0$ อย่างน้อยหนึ่ง i

ดังนั้น เราสามารถกล่าวได้ว่า การทดลองความเท่ากันของมัชฌิมของระดับหรือการทดสอบผลที่เกิดขึ้นจากระดับ (τ_i) เท่ากับศูนย์ก็ได้ กระบวนการที่เหมาะสมสำหรับการทดสอบความเท่ากันของมัชฌิมของระดับ a คือการวิเคราะห์ความแปรปรวน

2.16.3 การแยกย่อยของผลรวมกำลังสอง

การวิเคราะห์ความแปรปรวน มาจากความหมายของการแบ่งความแปรปรวนทั้งหมดออกเป็นส่วนประกอบย่อยๆ จะได้ว่า Total Corrected Sum of Square คือ

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{n} ((y_{ij} - \overline{y_{...}}))^2 \qquad (2.7)$$

ใช้สำหรับวัดความแปรผันทั้งหมดของข้อมูล เป็นการเหมาะสมถ้าเราหาร SS_T ด้วยระดับขั้นความเสรที่เหมาะสม (ในกรณีนี้ an -1 = N -1) เราจะได้ความแปรปรวนของตัวอย่าง y

สังเกตว่า Total Corrected Sum of Square . SS_T , สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}[(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.})]^2 \qquad (2.8)$$

หรือ

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 + 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.}) \qquad (2.9)$$

อย่างไรก็ตาม พจน์ของผลคูณไขว้ในสมการ 2.10 มีค่าเป็น 0 เพราะว่า

$$\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i.}) = y_{i.} = n\bar{y}_{i.} = y_{i.} - n\left(\frac{y_{i.}}{n}\right) = 0 \qquad (2.10)$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2 = n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\bar{y}_{i.})^2 \qquad (2.11)$$

สมการ 2.11 กล่าวว่า ความแปรปรวนทั้งหมดของข้อมูล ซึ่งวัดจาก Total Corrected Sum of Square สามารถแบ่งออกเป็น ส่วนของผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยในแต่ละระดับกับค่าเฉลี่ยรวม รวมกับผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตภายในระดับกับค่าเฉลี่ยของระดับนั้นๆ ค่าของความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตเฉลี่ยของแต่ละระดับกับค่าเฉลี่ยรวมคือ ตัววัดความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของระดับ ในขณะที่ค่าความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตภายในระดับกับค่าเฉลี่ยของระดับคือ ความผิดพลาดสุ่ม (Random Error) ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการ 2.12 ได้เป็น

$$SS_T = SS_{Treatment} + SS_E \qquad (2.12)$$

ซึ่ง $SS_{Treatment}$ เรียกว่า ผลรวมของกำลังสองที่เกิดเนื่องจากระดับ (นั่นคือ ระหว่างระดับต่างๆ) และ SS_E เรียกว่า ผลรวมของกำลังสองที่เกิดเนื่องจากความผิดพลาด เนื่องจากมีค่าสังเกตทั้งหมด $an = N$ ค่า ดังนั้น $SS_{Treatment}$ มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ a-1 และภายในทุกๆระดับจะมี n เรพลิเคต ทำให้มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ n-1 สำหรับประมาณความผิดพลาดในการทดลอง ดังนั้นถ้าปัจจัยมี a ระดับ เราจะมี $a(n-1) = an - a = N - a$ ระดับขั้นความเสรีสำหรับความผิดพลาด

จะมีประโยชน์อย่างมากถ้าเราพิจารณาในรายละเอียดของสองพจน์ทางด้านขวามือของสมการ 2.13 ให้พิจารณาค่าผิดพลาดของผลรวมกำลังสอง

$$SS_E = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\bar{y}_{i.})^2 = \sum_{i=1}^{a}\left[\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\bar{y}_{i.})^2\right] \qquad (2.13)$$

ในรูปแบบนี้ จะเป็นการง่ายที่พิจารณาพจน์ที่อยู่ในวงเล็บซึ่งถูกหารด้วย n-1 ว่าคือ ความแปรปรวนของตัวอย่างในระดับที่ i

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\bar{y}_{i.})^2}{n-1} \quad i = 1,2,\ldots,a \qquad (2.14)$$

ตอนนี้ความแปรปรวนตัวอย่าง a ค่า อาจจะถูกรวมให้เป็นค่าประมาณหนึ่งค่าของค่าความแปรปรวนร่วมของประชากร ซึ่งแสดงโดย

$$\frac{(n-1)S_1^2+(n-1)S_2^2+\ldots+(n-1)S_a^2}{(n-1)+(n-1)+\ldots+(n-1)}=\frac{\sum_{i=1}^{a}\left[\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\bar{y}_{i.})^2\right]}{\sum_{i=1}^{a}(n-1)}=\frac{SS_E}{(N-a)} \quad (2.15)$$

ดังนั้น $\frac{SS_E}{(N-a)}$ คือ ค่าประมาณความแปรปรวนร่วมภายในระดับแต่ละระดับ ซึ่งมีทั้งหมด a ระดับ

ในทำนองเดียวกัน ถ้าหากไม่มีความแตกต่างระหว่างมัชฌิมของระดับทั้งหมด a ระดับ เราสามารถนำค่าความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของระดับค่าเฉลี่ยรวมเพื่อประมาณ σ^2 โดยเฉพาะอย่างยิ่ง

$$\frac{SS_{Treatments}}{a-1}=\frac{n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2}{a-1} \quad (2.16)$$

คือ ค่าประมาณของ σ^2 ถ้าหากมัชฌิมของระดับมีค่าเท่ากัน เหตุผลสำหรับอธิบายเป็นดังนี้คือ ค่า $\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_i-\bar{y})^2/(a-1)$ ประมาณค่าของ σ^2/n ซึ่งหมายถึงความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยของระดับ ดังนั้น $n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_i-\bar{y})^2/(a-1)$ จะเป็นตัวประมาณของ σ^2 ถ้าหากไม่มีความแตกต่างในมัชฌิมของระดับ

เราพบว่าการวิเคราะห์เอกลักษณ์ความแปรปรวน (สมการ (2.11)) ทำให้ได้ค่าประมาณของ σ^2 2 ตัว ตัวหนึ่งเป็นความแปรผันภายในระดับ และอีกตัวหนึ่งอยู่ในความแปรผันระหว่างระดับ ถ้าหากไม่มีความแตกต่างในมัชฌิมของระดับ ค่าประมาณทั้ง 2 ค่า จะคล้ายคลึงกันมาก แต่หากว่าไม่เป็นเช่นนั้น ควรจะสงสัยว่า ความแตกต่างของค่าสังเกตต้องเกิดมาจากความแตกต่างของมัชฌิมของระดับ ถึงแม้ว่าคำกล่าวนี้จะมาจากความรู้สึกเท่านั้น แต่ก็มีวิธีการอย่างเป็นทางการที่สามารถนำมาใช้อธิบายได้เช่นกัน

เราเรียกจำนวน $MS_{Treatment}=SS_{Treatment}/(a-1)$ และ $MS_E=SS_E/(N-a)$ ว่าค่ากำลังสองเฉลี่ย ตอนนี้เราจะมาพิจารณา ค่าคาดหมายของค่ากำลังสองเฉลี่ยเหล่านี้ กล่าวคือ

$$E(MS_E)=\frac{1}{N-a}\left[N\mu^2+n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2+N\sigma^2-N\mu^2-n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2-a\sigma^2\right] \quad (2.17)$$

หรือ

$$E(MS_E)=\sigma^2 \quad (2.18)$$

และในทำนองเดียวกัน

$$E(MS_{Treatment}) = \sigma^2 + \frac{n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2}{a-1} \qquad (2.19)$$

ดังนั้น เราสามารถกล่าวได้ว่า $MS_E=SS_E/(N-n)$ เป็นตัวประมาณของ σ^2 และหากไม่มีความแตกต่างของมัชฌิมของระดับ (ซึ่งหมายความว่า $\tau_i=0$) $MS_{Treatmen\ t}= SS_{Treatment}/(a-1)$ จะเป็นตัวประมาณของ σ^2เช่นเดียวกัน อย่างไรก็ตาม สังเกตว่าถ้าหากมัชฌิมของระดับแตกต่างกัน ค่าคาดหมายของมัชฌิมของระดับยกกำลังสองจะมากกว่า σ^2

การทดสอบสมมติฐานซึ่งไม่มีความแตกต่างของมัชฌิมของระดับสามารถทำได้โดยการเปรียบเทียบ $MS_{Treatment}$ และ MS_E

2.17 การวิเคราะห์ทางสถิติ

การทดสอบสมมติฐานอย่างเป็นทางการในกรณีที่ไม่มีความแตกต่างในมัชฌิมของระดับ (H_0:$\mu_1=\mu_2=\ldots=\mu_a$) หรือ (H_0: $\tau_1=\tau_2=\ldots=\tau_a=0$) จะทำได้อย่างไร เนื่องจากเราต้องสมมติให้ e_{ij} มีการกระจายแบบปกติและมีอิสระต่อกัน มีมัชฌิม = 0 และค่าความแปรปรวน = σ^2 ค่าสังเกต y_{ij} มีการแจกแจงแบบปกติและเป็นอิสระ มีมัชฌิม =$\mu+\tau_i$ และความแปรปรวน σ^2 ดังนั้น SS_T คือผลรวมของกำลังสองของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้นเราสามารถแสดงได้ว่า SS_T / σ^2 มีการแจกกแจงแบบ Chi-Square ที่มีขั้น N-a ระดับขั้นความเสรี และ $SS_{treatment}$ มีการแจกกแจงแบบ Chi-Square ที่มีขั้น N-1 ระดับขั้นความเสรี ถ้าสมมติฐานหลัก H_0:$\tau_i=0$ เป็นจริง อย่างไรก็ตาม ค่าผลรวมของกำลังสองทั้ง 3 ไม่ได้เป็นอิสระต่อกัน เพราะSS_E และ $SS_{treatment}$ รวมกันเป็น SS_T ทฤษฎีที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้มีประโยชน์ในการสร้างความอิสระให้แก่ SS_E และ $SS_{treatment}$

ทฤษฎีของ Cochram

ให้ Z_i เป็น NID (0,1) สำหรับ i = 1,2,…,v และ $\sum_{i=1}^{v} Z_i^2= Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_s$ ซึ่ง $s\leq v$ และ Q_i มี v_i ระดับขั้นความเสรี (i=1,2,…,s) ดังนั้น Q_1 , Q_2 ,…, Q_s เป็นการแจกแจง Chi-Square ที่เป็นอิสระต่อกันด้วยค่า v_1 , v_2 ,…, v_s ระดับขั้นความเสรีตามลำดับ ก็ต่อเมื่อ $v = v_1 + v_2 + \ldots + v_s$เพราะระดับขั้นความเสรีของ $SS_{treatment}$ และ SS_E รวมกันเท่ากับ N-1 ซึ่งเป็นระดับขั้นเสรีรวมทั้งหมด ทฤษฎีของ Cochram บอกเป็นนัยไว้ว่า $SS_{treatment}$ / σ^2 และ SS_E / σ^2 เป็นตัวแปรอิสระที่มีการแจกแจงแบบ Chi-Square ที่เป็นอิสระต่อกัน ดังนั้น ถ้าหากสมมติฐานหลักคือ ไม่มีความแตกต่างของมัชฌิมของระดับความเป็นจริง ดังนั้นอัตราส่วน

$$F_0= \frac{ss_{Treatment}/(a-1)}{ss_E/(N-a)} = \frac{MS_{Treatment}}{MS_E} \qquad (2.20)$$

จะมีการแจกแจงแบบ F ด้วยระดับขั้นความเสรีเท่ากับ a-1 และ N-a สมการ 2.19 คือสถิติทดสอบสำหรับสมมติฐานที่ว่าไม่มีความแตกต่างของมัชฌิมของระดับ

จากค่าคาดหมายกำลังสองเฉลี่ยเราพบว่าโดยทั่วไป MS_E จะเป็นค่าประมาณที่ไม่ลำเอียงของ σ^2 ภายใต้สมมติฐานหลัก $MS_{Treatment}$ จะเป็นค่าประมาณที่ไม่ลำเอียงของ σ^2 เช่นกัน อย่างไรก็ตาม ถ้าสมมติฐานหลักเป็นเท็จ ค่าคาดหมายของ $MS_{Treatment}$ จะมากกว่า σ^2 ดังนั้นภายใต้สมมติฐานรอง ค่าคาดหมายของตัวตั้งของสถิติทดสอบ สมการ2.20 จะมากกว่าค่าคาดหมายขอองตัวหาร และเราจะปฏิเสธ H_0 ถ้าค่าของสถิติทดสอบมีค่าที่มากก หรือ ค่าดังกล่าวตกอยู่ในบริเวณวิกฤตซึ่งหมายถึงพื้นที่ด้านขวาของค่าวิกฤต ($F_{\alpha,\alpha_{-1,N-a}}$) ดังนั้นเราจะปฏิเสธ H_0 และสรุปว่า มีความแตกต่างระหว่างมัชฌิมของระดับ ถ้า

$$F_0 > F_{\alpha,\alpha_{-1,N-a}} \tag{2.21}$$

ซึ่ง F_0 คำนวณได้จากสมการ2.20 หรือโดยการใช้ P-Valueในการตัดสินใจก็ได้

สูตรสำหรับคำนวณผลรวมของกำลังสองสามารถหาได้จากการเขียนและลดรูปของ $MS_{Treatment}$ และ SS_T ในสมการ ให้ง่ายขึ้น ซึ่งจะได้ว่า

$$ss_T = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{n} \left(y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \right) \tag{2.22}$$

และ

$$ss_{Treatment} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{a} y_i^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \tag{2.23}$$

ค่าผิดพลาดของผลรวมของกำลังสองสามารถหาค่าได้จากการลบ กล่าวคือ

$$SS_E = SS_T - SS_{treatment} \tag{2.24}$$

ขั้นตอนการทดสอบได้ถูกสรุปไว้ในตารางที่ 2.8 ซึ่งเรียกว่า ตารางวิเคราะห์ ความแปรปรวน

ตารางที่ 2.8 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับปัจจัยเดียว แบบจำลองผลกระทบคงที่

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F_0
Between Treatments	$SS_{Treatment}$	$a-1$	$MS_{treatments}$	$F_0 = \frac{MS_{treatments}}{MS_E}$
Error (within treatments)	SS_E	$N-a$	MS_E	
Total	SS_T	$N-1$		

2.18 การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียล

การทดลองส่วนมากในทางปฏิบัติจะเกี่ยวข้องกับการศึกษาถึงผลของปัจจัย (Factor) ตั้งแต่ 2 ปัจจัยขึ้นไป ในกรณีเช่นนี้ การออกแบบเชิงแฟกเทอเรียล (Factorial Design) จะเป็นวิธีการทดลองที่มี

ประสิทธิภาพสูงสุด การออกแบบเชิงแฟกเทอเรียล หมายถึง การทดลองที่พิจารณาถึงผลที่จะเกิดจากการรวมกันของระดับ (Level) ของปัจจัยทั้งหมดที่เป็นไปได้ในการทดลองนั้น ตัวอย่างเช่น กรณี 2 ปัจจัย ถ้าปัจจัย A ประกอบด้วย a ระดับและปัจจัย B ประกอบด้วย b ระดับ ในการทดลอง 1 เรพลิเคต (Replicate) จะประกอบด้วยการทดลองทั้งหมด ab การทดลอง และเมื่อปัจจัยที่เกี่ยวข้องถูกนำมาจัดให้อยู่ในรูปแบบของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลเราจะกล่าวว่าปัจจัยเหล่านี้มีการไขว้ (Crossed) ซึ่งกันและกัน

ในการทดลองบางอย่าง เราอาจจะพบว่าความแตกต่างของผลที่เกิดขึ้นบนระดับต่างๆ ของปัจจัยหนึ่งจะมีค่าไม่ท่ากันที่ระดับอื่นๆ ทั้งหมดของปัจจัยอื่น ซึ่งหมายความว่า ผลตอบของปัจจัยหนึ่งจะขึ้นกับระดับของปัจจัยอื่นๆ นั่นเองและเราเรียกเหตุการณ์นี้ว่า การมีอันตรกิริยา (Interaction) ต่อกันระหว่างปัจจัยที่เกี่ยวข้อง

2.18.1 การออกแบบเชิงแฟกเทอเรียล 2 ปัจจัย

การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลที่ง่ายที่สุดจะเกี่ยวข้องกับปัจจัย 2 ปัจจัย คือ A และ B ปัจจัย A ประกอบด้วย a ระดับและปัจจัย B ประกอบด้วย b ระดับ ซึ่งทั้งหมดนี้ถูกจัดให้อยู่ในรูป การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล นั่นคือ ในแต่ละเรพลิเคตของการทดลองจะประกอบด้วยการทดลองร่วมปัจจัยทั้งหมด ab การทดลอง และ โดยปกติจะมีจำนวนเรพลิเคตทั้งหมด n ครั้ง

กำหนดให้ y_{ijk} คือผลตอบที่สังเกตได้เมื่อปัจจัย A อยู่ที่ระดับ i (i=1, 2, 3, …, a) และปัจจัย B อยู่ที่ระดับ j (j=1, 2, 3, …, b) สำหรับเรพลิเคตที่ k (k=1, 2, 3, …, n) รูปแบบทั่วไปของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล 2 ปัจจัย สามารถแสดงได้ที่ตารางที่ 2.9 เนื่องจากลำดับของการสังเกตทั้ง abn ครั้ง ถูกเลือกมาอย่างสุ่ม ดังนั้น การออกแบบเช่นนี้เรียกว่า การออกแบบสุ่มบริบูรณ์ (Completely Randomized Design)

ตารางที่ 2.9 รูปแบบของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล 2 ปัจจัย

		Factor B			
		1	2	…	B
Factor A	1	$y_{111}, y_{112}, \ldots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \ldots, y_{12n}$		$y_{1b1}, y_{1b2}, \ldots, y_{1bn}$
	2	$y_{211}, y_{212}, \ldots, y_{21n}$	$Y_{221}, y_{222}, \ldots, y_{22n}$		$Y_{2b1}, y_{2b2}, \ldots, y_{2bn}$
	…				
	A	$Y_{a11}, y_{a12}, \ldots, y_{a1n}$	$Y_{a21}, y_{a22}, \ldots, y_{a2n}$		$Y_{ab1}, y_{ab2}, \ldots, y_{abn}$

ข้อมูลจากการทดลองอาจจะเขียนในรูปของแบบจำลองสถิติเชิงเส้น (Linear Statistical Model) คือ

$$y_{ijk}=\mu+\tau_i+\beta_j+(\tau\beta)_{ij}+\varepsilon_{ijk}\begin{cases}i=1,2,3,\ldots,a\\ j=1,2,3,\ldots,b\\ k=1,2,3,\ldots,n\end{cases} \quad (2.25)$$

โดยที่ μ หมายถึง ผลเฉลี่ยทั้งหมด; τ_i หมายถึง ผลที่เกิดขึ้นจากระดับที่ I ของแถว (Row) ของปัจจัย A; β_j หมายถึง ผลที่เกิดขึ้นจากระดับที่ j ของคอลัมน์ (Column) ของปัจจัย B; $(\tau\beta)_{ij}$ หมายถึง ผลที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่าง τ_i และ β_j และ ε_{ijk} หมายถึง องค์ประกอบของความผิดพลาดแบบสุ่ม สมมติว่าปัจจัยทั้งคู่มีค่าตายตัว (Fixed) และผลจากการทดลอง (Treatment Effect) หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยทั้งหมด ดังนั้น $\sum_{i=1}^{a}\tau_i=0$ และ $\sum_{j=1}^{a}\beta_j=0$ ในทำนองเดียวกัน สมมติว่าผลที่เกิดจากอันตรกิริยามีค่าตายตัว และกำหนดว่า $\sum_{i=1}^{a}(\tau\beta)_{ij}=\sum_{j=1}^{b}(\tau\beta)_{ij}=0$ เนื่องจากในการทดลองครั้งนี้ มีจำนวนเรพลิเคต n ครั้ง ดังนั้น จำนวนข้อมูลที่ได้จากการสังเกตทั้งหมดเท่ากับ abn

ในการทดลองเชิงแฟกทอเรียล 2 ปัจจัย ทั้งปัจจัยที่เกิดจาก A (แถว) และ B (คอลัมน์) มีความสำคัญเท่ากัน ดังนั้น เราต้องการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของผลที่เกิดจากปัจจัย A หรือกล่าวได้ว่า

$$H_0 : \tau_1=\tau_2=\ldots=\tau_a=0$$

$$H_1 : \text{at teast one } \tau_a\neq 0 \quad (2.26)$$

และความเท่ากันของผลที่เกิดจากปัจจัย B

$$H_0 : \beta_1=\beta_2=\ldots=\beta_b=0 \quad (2.27)$$
$$H_1 : \text{at least one } \beta_j\neq 0$$

นอกจากนั้นแล้ว เรายังสนใจผลที่จะทราบว่า อันตรกิริยาที่เกิดขึ้นระหว่างปัจจัย A และ B มีนัยสำคัญหรือไม่ หรือกล่าวได้ว่า

$$H_0 : (\tau\beta)_{ij}=0$$
$$H_1 : \text{at least one } (\tau\beta)_{ij}\neq 0 \quad (2.28)$$

2.18.2การวิเคราะห์ทางสถิติสำหรับ Fixed Effect Model

กำหนดให้ $y_{i..}$ เป็นผลรวมของข้อมูลจากการทดลองทั้งหมดภายใต้ระดับที่ i ของระดับปัจจัย A; $y_{.j.}$ เป็นผลรวมของข้อมูลจากการทดลองทั้งหมดภายใต้ระดับที่ j ของระดับปัจจัย B; $y_{ij.}$เป็นค่าผลรวมของข้อมูลจากการทดลองทั้งหมดภายใต้เซลล์ตำแหน่งที่ ij และ $y_{...}$ เป็นผลรวมของข้อมูลจากการทดลองทั้งหมดที่ได้ กำหนดให้ $\bar{y}_{i..}$, $\bar{y}_{.j.}$, $\bar{y}_{ij.}$ และ $\bar{y}_{...}$ เป็นค่าเฉลี่ยของแถว คอลัมน์ เซลล์ และผลรวมทั้งหมด ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$y_{i..} = \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{n} y_{ijk} \qquad \bar{y}_{i..} = \frac{y_{i..}}{bn} \quad i=1,2,3,\ldots,a$$

$$y_{.j.} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{k=1}^{n} y_{ijk} \qquad \bar{y}_{.j.} = \frac{y_{.j.}}{an} \quad j=1,2,3,\ldots,b \tag{2.29}$$

$$y_{ij.} = \sum_{k=1}^{n} y_{ijk} \qquad \bar{y}_{ij.} = \frac{y_{ij.}}{n} \quad \begin{matrix} i=1,2,3,\ldots,a \\ j=1,2,3,\ldots,b \end{matrix}$$

$$y_{...} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{n} y_{ijk} \qquad \bar{y}_{...} = \frac{y_{...}}{abn}$$

ค่าผลรวมทั้งหมดของกำลังสองสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E$$

(2.30)

โดยที่

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{n} y_{ijk} - \frac{y_{...}^2}{abn} \tag{2.31}$$

$$SS_A = \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \tag{2.32}$$

$$SS_B = \frac{1}{an} \sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \tag{2.33}$$

$$SS_{Subtotals} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \tag{2.34}$$

$$SS_{AB} = SS_{Subtotals} - SS_A - SS_B \tag{2.35}$$

$$SS_E = SS_T - SS_{AB} - SS_A + SS_B \quad (2.36)$$

หรือ

$$SS_E = SS_T - SS_{Subtotals} \quad (2.37)$$

เมื่อนำค่าของผลรวมของกำลังสองมาหารด้วยระดับขั้นความเสรีจะได้ค่าของกำลังสองเฉลี่ย สังเกตว่า สมมติฐานว่าง (Null Hypothesis) ที่ว่า ไม่มีผลเนื่องจากปัจจัยของ แถว คอลัมน์ และอันตรกิริยา มีค่าเป็นจริง ดังนั้น MS_A , MS_B , MS_{AB} และ MS_{AE} จะมีค่าประมาณเท่ากับ σ^2 อย่างไรก็ตาม ถ้ามีความแตกต่างเนื่องจากปัจจัยแถว จะได้ว่า MS_A จะมีค่ามากกว่า MS_E เหตุการณ์ทำนองเดียวกันจะเกิดขึ้นกับ MS_B และ MS_E เช่นกัน ดังนั้นในการทดสอบความมีนัยสำคัญของผลหลักและอันตรกิริยา เราก็เพียงหาค่ากำลังสองเฉลี่ยที่เกี่ยวข้องด้วยค่า MS_E และถ้าอัตราส่วนนี้มีค่ามาก หมายความว่า ข้อมูลที่ได้จากการทดลองไม่สนับสนุนสมมติฐานว่าง(ปฏิเสธสมมติฐานว่าง)

ถ้าสมมติว่าแบบจำลองตามสมการที่ 2.25 เป็นแบบจำลองที่เหมาะสม และพจน์ของความผิดพลาด ε_{ijk}มีการกระจายแบบปกติและมีอิสระ โดยมีค่าความแปรปรวนคงตัวเท่ากับ σ^2 ดังนั้น อัตราส่วนค่ากำลังสองเฉลี่ยที่เกิดขึ้นจาก MS_A/ MS_E, MS_B/ MS_E และ MS_{AB}/ MS_E จะมีการกระจายแบบ F ซึ่งมีระดับขั้นความเสรีของตัวตั้งเป็น a-1, b-1 และ (a-1)(b-1) และมีระดับขั้นความเสรีของตัวหารคือ ab(n-1) ค่าบริเวณวิกฤตคือ ปลายหางด้านบนของการกระจายแบบ F-Value วิธีการทดสอบจะทำได้โดยการอาศัยตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังตารางที่ 2.10

ตารางที่ 2.10 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของการทดลองเชิงแฟกทอเรียล 2 ตัวแปร แบบ Fixed Effects Model

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F_0
A treatments	SS_A	$a-1$	$MS_A = SS_A / a-1$	$F_0 = MS_A / MS_E$
B treatments	SS_B	$b-1$	$MS_B = SS_B / b-1$	$F_0 = MS_B / MS_E$
Interaction	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	$MS_{AB} = SS_{AB} / (a-1)(b-1)$	$F_0 = MS_{AB} / MS_E$
Error	SS_E	$ab(n-1)$	$MS_E = SS_E / ab(n-1)$	
Total	SS_T	$abn-1$		

2.18.3 การตรวจสอบความเพียงพอของแบบจำลอง

ก่อนที่จะนำข้อสรุปที่ได้จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนไปใช้ จะต้องมีการตรวจสอบความเพียงพอ (Adequacy) ของแบบจำลองทางสถิติที่นำมาใช้เสียก่อน เครื่องมือที่ใช้ในการตรวจสอบคือ การวิเคราะห์ส่วนตกค้าง (Residual Analysis) ส่วนตกค้างสำหรับแบบจำลองแฟกทอเรียล 2 ปัจจัย คือ

$$\varepsilon_{ijk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk} \quad (2.38)$$

และเนื่องจากว่าค่าของ $\hat{y}_{ijk} = \bar{y}_{ijk}$(ค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ได้จากการสังเกตในเซลล์ที่ ij) สมการที่ 2.38 กลายเป็น

$$\varepsilon_{ijk} = y_{ijk} - \bar{y}_{ijk} \quad (2.39)$$

2.18.4 รูปแบบทั่วไปของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล

ผลของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล 2 ปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้นยังไม่อาจจะขยายไปสู่กรณีทั่วไปได้ ในกรณีที่ปัจจัย A มีจำนวนระดับเท่ากับ a, ปัจจัย B มีจำนวนระดับเท่ากับ b, ปัจจัย C มีจำนวนระดับเท่ากับ c ต่อไปเช่นนี้เรื่อยๆ และทั้งหมดนี้ถูกจัดให้อยู่ในลักษณะการทดลองเชิงแฟกทเรียล ซึ่งจะมีจำนวนข้อมูลในการทดลองเท่ากับ abc…n และต้องมีเรพลิเคตอย่างน้อย 2 เรพลิเคต ($n \geq 2$) เพื่อที่จะทำให้สามารถหาค่าผลรวมของกำลังสองที่เกิดจากความผิดพลาดได้ ถ้าอันตรกิริยาที่เป็นไปได้ทั้งหมดถูกนำไปพิจารณาในแบบจำลอง

ถ้าปัจจัยในการทดลองทั้งหมดเป็นค่าตายตัว เราสามารถที่จะคิดสูตรและทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลหลักและอันตรกิริยาได้โดยง่าย สำหรับแบบจำลองแบบผลตายตัว ตัวทดสอบเชิงสถิติสำหรับผลหลักและอันตรกิริยาสามารถหาได้โดยสร้างค่ากำลังสองเฉลี่ยของสิ่งนั้นขึ้น แล้วหารด้วยค่ากำลังสองเฉลี่ยของความผิดพลาด (เหมือนกับกรณี 2 ปัจจัย) และการทดสอบสมมติฐานจะใช้ F-Test แบบทดสอบปลายด้านบนหนึ่งด้าน จำนวนระดับขั้นความเสรีสำหรับผลหลักของปัจจัยใดๆ มีค่าเท่ากับจำนวนระดับของปัจจัยนั้นลบด้วย 1 และจำนวนระดับขั้นเสรีของอันตรกิริยามีค่าเท่ากับ ผลคูณของระดับขั้นความเสรีของส่วนประกอบของอันตรกิริยานั้นๆ

2.19 การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบสามระดับ

การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล 3^k หมายถึง การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลที่แต่ละปัจจัยประกอบด้วย 3 ระดับกำหนดให้สัญลักษณ์ของปัจจัยแต่ละอันตรกิริยาแทนด้วยตัวอักษรตัวใหญ่ และระดับทั้งสามของแต่ละปัจจัยมีค่าเป็น ต่ำ ปานกลาง และสูง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนระดับทั้งสามอาจจะใช้เป็นตัวเลข 0 (ต่ำ), 1 (ปานกลาง) และ 2 (สูง) การทดลองร่วมปัจจัยในการออกแบบ 3^k จะแทนด้วยตัวเลข k ตัว โดยที่ตัวเลขตัวแรกแทนระดับของปัจจัย A, ตัวเลขตัวที่สองแทนด้วยระดับของปัจจัย B, …, และตัวเลขตัวที่ k แทนระดับของปัจจัย k ตัวอย่างเช่น การออกแบบ 3^2 ตัวเลข 00 หมายถึงการทดลองร่วมปัจจัยซึ่งทั้ง A และ B อยู่ในระดับต่ำ, 01 หมายถึงการทดลองร่วมปัจจัยที่ A อยู่ในระดับต่ำ และ B อยู่ในระดับปานกลาง

ในการออกแบบ 3^k เมื่อปัจจัยมีลักษณะเป็นเชิงปริมาณ เราจะแทนระดับต่ำ, ปานกลาง และ สูง ด้วย -1, 0, 1 ตามลำดับ ซึ่งการใช้สัญลักษณ์เช่นนี้จะทำให้ง่ายในการสร้างแบบจำลองการถดถอยของผลตอบที่เกิดจากแต่ละระดับของปัจจัย ตัวอย่างเช่นการออกแบบ 3^2 ให้ x_1 แทนปัจจัย A และ x_2 แทนปัจจัย B แบบจำลองของความสัมพันธ์ระหว่าง y กับ x_1และ x_2สามารถแสดงได้โดย

$$y= \beta_0+ \beta_1 x_1+\beta_2 x_2+\beta_{12} x_1 x_2+\beta_{11} x_1^2+\beta_{22} x_2^2+\varepsilon \quad (2.40)$$

สังเกตว่ามีระดับที่สามของปัจจัยเพิ่มเข้ามาในแบบจำลองซึ่งทำให้เราสามารถที่จะแสดงความสัมพันธ์ผลตอบและปัจจัยที่สนใจในลักษณะสมการที่เป็นสมการแบบควอดราติก (Quadratic) การออกแบบ 3^k ไม่ได้การออกแบบที่ดีที่สุดในการสร้างแบบจำลองแสดงความสำพันธ์ แบบควอดราติก ซึ่งในกรณีเช่นนี้ การออกแบบพื้นผิวผลตอบแทน (Response Surface Design) ที่จะกล่าวต่อไปจะเป็นทางเลือกที่ดีกว่า

2.19.1 รูปทั่วไปของการออกแบบ 3^k

แนวความคิดของการออกแบบ 3^2 และ 3^3 สามารถขยายไปสู่กรณีของปัจจัย k ตัวแต่ละตัวประกอบด้วย 3 ระดับ นั่นคือ การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบ 3^k สัญลักษณ์แบบดิจิทัลถูกนำมาใช้แทนการทดลองร่วมปัจจัยที่เกิดขึ้นเช่น 0120 หมายถึงการทดลองร่วมปัจจัยในการออกแบบ 3^4 ที่มี A และ D อยู่ที่ระดับต่ำ B อยู่ที่ระดับกลาง และ C อยู่ที่ระดับสูง การออกแบบ 3^k นี้จะประกอบด้วยการทดลองร่วมปัจจัยทั้งสิ้น 3^k การทดลอง และมีระดับความเสรีเท่ากับ 3^k - 1 จากการทดลองร่วมปัจจัยเหล่านี้จะทำให้เกิดผลรวมของกำลังสองของผลหลัก k ตัว ที่แต่ละตัวมีระดับขั้นความเสรีท่ากับ 2; อัตรกิริยาแบบสองปัจจัยจำนวน c_2^k ซึ่งมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 4;…; และอัตรกิริยาแบบ k ปัจจัย ซึ่งมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 2^k ถ้ามีการทดลองทั้งสิ้น n เรพลิเคต จะทำให้เกิดระดับขั้นความเสรีทั้งหมดเท่ากับ $n3^k – 1$ และค่าผิดพลาดของระดับความเสรีเท่ากับ $3^k(n-1)$

ค่าผลรวมของกำลังสองสำหรับผลหลักและอัตรกิริยาสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธีการตามปกติของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลธรรมดาแล้ว อัตรกิริยาแบบสามปัจจัยและสูงกว่าจะไม่ถูกแยกอีกต่อไป อย่างไรก็ตามอัตร-กิริยาแบบ h ปัจจัย จะมีส่วนประกอบแบบเชิงตั้งฉาก จำนวน 2^{k-1} ตัว ซึ่งแต่ละตัวจะมีระดับขึ้นความเสรีเท่ากับ 2 ตัวอย่างเช่น อัตรกิริยาสี่ปัจจัย ABCD จะมีส่วนประกอบแบบเชิงตั้งฉากจำนวน 2^{4-1} = 8 ตัว ซึ่งเขียนได้คือ $ABCD^2$, ABC^2D, AB^2CD, ABCD, ABC^2D^2, AB^2C^2D, AB^2CD^2 และ $AB^2C^2D^2$ ในการเขียนส่วนประกอบเหล่านี้ สังเกตว่าตัวเลขยกกำลังของตัวอักษรแรกจะมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ ถ้าตัวเลขยกกำลังนี้ไม่เท่ากับ 1 แล้ว ให้นำพจน์นี้มายกกำลังสองและตัวเลขยกกำลังจะลดลงโดยใช้มอดูลัส 3 ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$A^2BBD = (A^2BCD)^2 = A^4B^2C^2D^2 = AB^2C^2D^2 \quad (2.41)$$

อัตรกิริยาส่วนประกอบเหล่านี้ไม่มีความหมายในทางกายภาพแต่ประการใด และจะมีประโยชน์ในการสร้างการออกแบบที่ซับซ้อน

จะเห็นได้ว่าขนาดของการออกแบบจะมีค่าสูงขึ้นอย่างรวดเร็วตามขนาดk ตัวอย่างเช่น การออกแบบ 3^3 จะประกอบด้วยการทดลองร่วมปัจจัยทั้งสิ้น 27 ตัวต่อหนึ่งเรพลิเคต, การออกแบบ 3^4 จะมี 81 ตัว, การออแบบ 3^5 จะมี 243 ตัว, ..., เช่นนี้เรื่อยไป ดังนั้น บ่อยครั้งที่เราจะทำการทดลองแบบ 3^k เพียง 1 เรพลิเคตเท่านั้น และนำอัตรกิริยาขึ้นสูงมารวมกันเพื่อให้ได้ค่าประมาณของค่าความผิดพลาด ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า ถ้าอัตรกิริยแบบ 3 ปัจจัย หรือมากกว่าสามารถละเลยได้ ดังนั้นการออกแบบ 3^3 ที่มี 1 เรพลิเคต จะให้ค่าระดับขั้นความเสรี สำหรับความผิดพลาดเท่ากับ 8 และสำหรับการออกแบบ 3^4 ที่มี 1 เรพลิเคต จะให้ค่าระดับขั้นความเสรีสำหรับความผิดพลาดเท่ากับ 48 ซึ่งการออกแบบเช่นนี้ยังคงใหญ่เกินไปสำหรับปัจจัย $k \geq 3$ ดังนั้น ไม่ค่อยมีประโยชน์เท่าใดนัก

2.20 วิธีการพื้นผิวตอบสนองเพื่อหาสภาวะที่เหมาะสมของกระบวนการ

วิธีการพื้นผิวตอบสนอง (Response Surface Methodology : RSM) เป็นการรวมเอากระบวนการเทคนิคทั้งคณิตศาสตร์ และทางสถิติที่มีประโยชน์ต่อการสร้างแบบจำลอง และการวิเคราะห์ปัญหา โดยที่ผลตอบสนองที่สนใจจะขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย และต้องการที่จะหาค่าที่ดีที่สุดของผลการตอบสนองเหล่านี้ ตัวอย่างเช่น สมมติว่ามีวิศวกรคนหนึ่งมีความต้องการที่จะหาระดับอุณหภูมิ (x_1) และความดัน (x_2) ที่จะส่งผลให้ผลผลิตของกระบวนการมีค่ามากที่สุด ซึ่งผลของกระบวนการนี้เป็นฟังก์ชันของระดับอุณหภูมิและความดันกล่าวคือ

$$y = f(x_1, x_2) + \varepsilon \quad (2.42)$$

โดยที่ คือค่าความผิดพลาดของผลตอบสนอง y ที่เป็นผลมาจากการทดลอง ถ้ากำหนดให้ $E(y) = f(x_1, x_2) = \eta$ ดังนั้น สามารถเขียนสมการของพื้นผิวได้ดังนี้

$$\eta = f(x_1, x_2) \quad (2.43)$$

ซึ่งเรียกว่าพื้นผิวตอบสนอง (Response Surface) โดยมากแล้ว จะทำการแสดงพื้นผิวผลตอบสนองในรูปแบบของกราฟ (ภาพที่ 2.9) โดยที่ η จะถูกพล๊อตกับระดับของ x_1 และ x_2 เพื่อที่จะช่วยให้เรามองรูปร่างของพื้นผิวตอบสนองได้ดียิ่งขึ้น ส่วนใหญ่แล้วการจะทำการพล๊อตเป็นเส้นโครงร่างของพื้นผิว

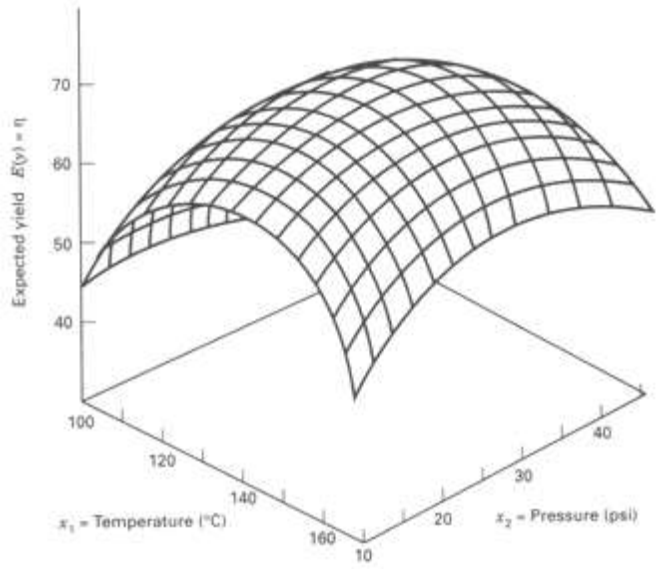
ผลตอบสนอง (ภาพที่ *2.*10) ในการสร้างเส้นโครงร่างนี้ เส้นที่มีค่าของผลตอบสนองคงที่จะถูกวาดอยู่บนระนาบ x_1 และ x_2ซึ่งเส้นโค้งร่างแต่ละเส้นจะมีความสูงของพื้นผิวผลตอบสนองที่เท่ากันอยู่ค่าหนึ่ง

ในปัญหาเกี่ยวกับพื้นผิวผลตอบสนองส่วนมากจะไม่ทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบสนองและตัวแปรอิสระ ดังนั้นขั้นตอนแรกคือ จะต้องหาตัวประมาณที่เหมาะสมที่จะใช้เป็นตัวแทนสำหรับแสดงความสัมพันธ์ที่แท้จริงระหว่าง y และเซตของตัวแปรอิสระ ซึ่งตามปกติแล้วจะใช้ฟังก์ชันพหุนามที่มีกำลังต่ำๆ ที่อยู่ภายใต้อาณาเขตบางส่วนของตัวแปรอิสระ ถ้าแบบจำลองของผลตอบมีความสัมพันธ์ เป็นแบบเชิงเส้นกับตัวแปรอิสระ ฟังก์ชันที่จะใช้ในการประมาณความสัมพันธ์นี้คือแบบจำลองกำลังหนึ่ง

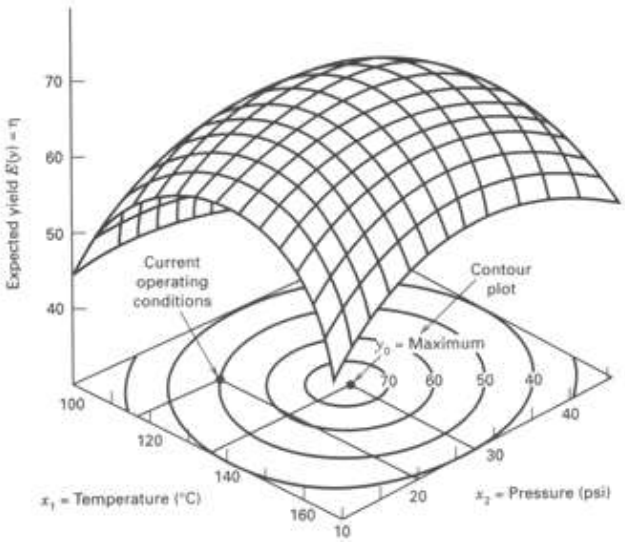
$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots\ldots + \beta_k x_k + \varepsilon \tag{2.44}$$

แต่ถ้ามีเส้นโค้งเข้ามาเกี่ยวข้องในระบบ จะใช้ฟังก์ชันพหุนามที่มีกำลังสูงขึ้น เช่น พหุนามกำลังสอง

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_j x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j} \sum \beta_{ij}\, x_i x_j + \varepsilon_i \tag{2.45}$$



ภาพที่ 2.9 ผลตอบสนองแบบสามมิติ

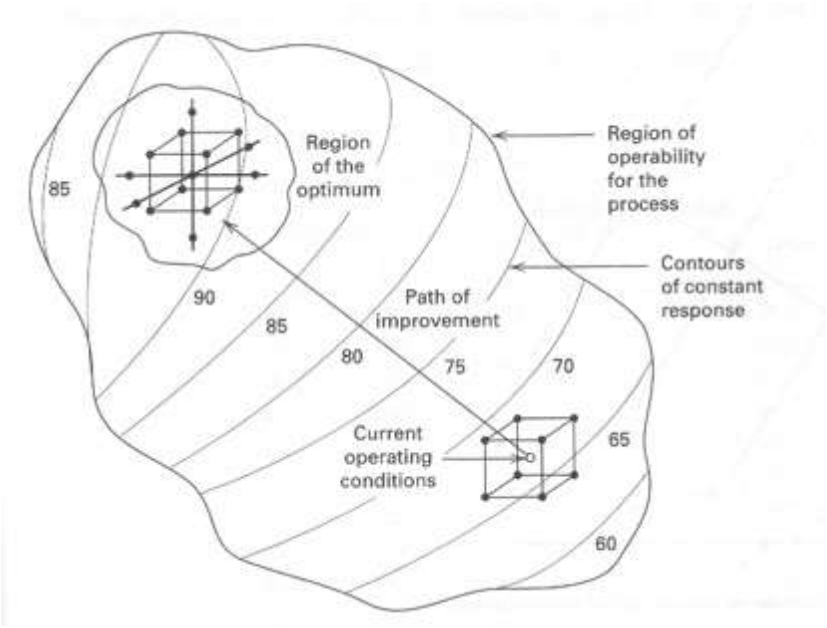


ภาพที่ 2.10 กราฟเส้นโครงร่างของพื้นผิวตอบสนอง

ปัญหาเกี่ยวกับพื้นผิวตอบสนองส่วนใหญ่จะใช้หนึ่งในสองแบบจำลองขั้นต้นแน่นอนว่าแบบจำลองดังกล่าวเหล่านี้ จะไม่สามารถใช้ประมาณค่าความสัมพันธ์ตลอดพื้นผิวทั้งหมดของตัวแปรอิสระ แต่ทว่าพื้นผิวที่สนใจอยู่นั้นมีขนาดค่อนข้างเล็กแล้ว แบบจำลองเหล่านี้จะใช้งานได้ดีพอสมควร

วิธีการกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Method) จะถูกนำมาใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแบบจำลองพหุนาม การวิเคราะห์พื้นผิวตอบจะเกิดขึ้นกับพื้นผิวที่สร้างขึ้นนี้ ถ้าพื้นผิวที่สร้างขึ้นสามารถใช้ประมาณฟังก์ชันผลตอบสนองได้เป็นอย่างดีเพียงพอ ดังนั้นการวิเคราะห์พื้นผิวที่สร้างขึ้นมานี้ จะประมาณค่าได้เหมือนกับการวิเคราะห์ระบบจริงพารามิเตอร์ต่างๆ ของแบบจำลองสามารถที่จะถูกประมาณค่าได้อย่างดีถ้าเราทำการออกแบบการทดลองเพื่อที่จะเก็บค่าได้อย่างเหมาะสม การออกแบบชนิดนี้เรียกว่า การออกแบบโดยใช้วิธีการพื้นผิวตอบสนอง(Response Surface Design)

การวิเคราะห์พื้นผิวเป็นวิธีการที่มีลำดับขั้นตอน บ่อยครั้งที่เราอยู่บนพื้นผิวตอบที่ห่างไกลออกไปจากจุดที่ดีที่สุด ตัวอย่างเช่น ที่เงื่อนไขการทำงานปัจจุบัน ภาพที่ 2.11 ซึ่งจะพบว่าผลตอบของระบบนี้ไม่ค่อยเป็นส่วนโค้งและแบบจำลองกำลังหนึ่งก็พอเพียงในการสร้างแบบจำลองแล้ว วัตถุประสงค์คือ การนำการทดลองไปตามแนวทางที่มีการปรับปรุงมากที่สุด และอย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด เพื่อที่จะไปใกล้จุดที่ดีที่สุดได้อย่างรวดเร็วที่สุด และเมื่อค้นพบอนา-เขตของค่าที่ดีที่สุดแล้วจะนำเอาแบบจำลองที่ซับซ้อนยิ่งขึ้น เช่น แบบจำลองกำลังสองเป็นต้น เข้ามาใช้ในการวิเคราะห์พื้นผิวผลตอบเปรียบเสมือนการปีนภูเขา ซึ่งยอดเขามักจะเป็นจุดที่มีผลตอบสูงสุด หรือถ้าค่าที่ดีที่สุดคือค่าต่ำที่สุด ในที่นี้อาจคิดเสมือนว่า กำลังเคลื่อนที่ลงสู่หุบเขาจุดประสงค์สุดท้ายของการวิเคราะห์พื้นผิวตอบสนองคือ การหาเงื่อนไขการทำงานที่ดีที่สุดสำหรับระบบ หรือเพื่อที่จะหาอนาเขตของปัจจัยที่ก่อให้การทำงานที่น่าพอใจที่สุด



ภาพที่ 2.11 วิธีการอย่างมีลำดับขั้นตอนของการวิเคราะห์พื้นผิวผลตอบ

เมื่อผู้ทำการทดลองอยู่ใกล้กับจุดที่ดีที่สุดแล้ว แบบจำลองที่สามารถแสดงส่วนโค้งจะถูกนำมาใช้ในการประมาณค่าผลตอบสนอง ส่วนใหญ่แบบจำลองกำลังสองจะมีรูปแบบดังนี้

$$y = \beta_0+\sum_{i=1}^{k} \beta_j x_i+\sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2+\sum_{i<j} \sum \beta_{ij}\, x_i x_j+\varepsilon_i \qquad (2.46)$$

จากตัวแบบข้างต้นผู้วิจัยสามารถสร้างแบบจำลองกำลังสองเพื่อที่จะนำไปสู่การหาเงื่อนไขในการทำงานที่ดีที่สุดต่อไป ในการวิเคราะห์ด้วยวิธีพื้นผิวผลตอบนี้ต้องมีระดับที่สามของปัจจัย ซึ่งนอกจากอาศัยออกแบบ 3^k Factorial Design แล้วยังมีการออกแบบเพื่อการวิเคราะห์พื้นผิวตอบสนอง อีกหลายชนิดเช่น การออกแบบส่วนผสมกลาง หรือ CCD การออกแบบการทดลองแบบ Box-Behnken Design การออกแบบที่เรียกว่า Face-Centered Central Composite หรือ Face-Central Cube ซึ่งการออกแบบการทดลองเหล่านี้จะสามารถทำให้ลดเวลา ค่าใช้จ่าย หรือลดการทดลองที่ไม่สามารถดำเนินการได้เนื่องจากข้อจำกัดในด้านกายภาพของกระบวนการ แต่ยังคงสามารถวิเคราะห์ผลสรุปภายใต้เงื่อนไขการทดลองทางสถิติ

2.21 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการทบทวนผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องแสดงให้เห็นว่า การเกิดขึ้นและการเจริญเติบโตของสารประกอบเชิงโลหะในรอยบัดกรีเป็นปัญหาที่สำคัญของความเชื่อถือได้ (Reliability) ของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ [2] มีงานวิจัยที่แสดงให้เห็นว่าการเจริญเติบโตของชั้นสารประกอบเชิงโลหะมีผลในทาง

ลบต่อความเชื่อถือได้ของรอยบัดกรี เนื่องจากชั้นสารประกอบเชิงโลหะที่เจริญเติบโตขึ้นจะไปลด Thermal fatigue life, Tensile strength และ Fracture toughness ของรอยบัดกรี [10, 11, 14-16] สารประกอบเชิงโลหะในรอยบัดกรีจะเริ่มเกิดขึ้นในขณะที่ทำการบัดกรีและจะมีความหนาเพิ่มขึ้นตามระยะเวลาการบัดกรี เมื่อทำการบัดกรีเสร็จก็จะมีความหนาค่าหนึ่ง และเมื่อนำไปใช้งานและได้รับความร้อนก็จะเกิดการเจริญเติบโต ทำให้ชั้นสารประกอบเชิงโลหะมีความหนาเพิ่มขึ้น [9, 19-23] ซึ่งจากการทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องพบว่า งานวิจัยโดยส่วนใหญ่จะทำการศึกษาการเจริญเติบโตของชั้นสารประกอบเชิงโลหะในรอยบัดกรีเนื่องจากการใช้งานมากกว่าทำการศึกษาการเกิดขึ้นและการเจริญเติบโตของชั้นสารประกอบเชิงโลหะในรอยบัดกรีเนื่องจากการบัดกรี

มีงานวิจัยเป็นจำนวนมากทั้งในกรณีของโลหะบัดกรีแบบที่มีตะกั่วผสมและโลหะบัดกรีแบบไร้สารตะกั่วที่ทำการศึกษาการเจริญเติบโตของชั้นสารประกอบเชิงโลหะในรอยบัดกรีเนื่องจากการใช้งานโดยจำลองการได้รับความร้อนในระหว่างการใช้งานด้วยการบ่มด้วยความร้อน (Thermal aging) เช่น Yoon และ Jung [9] ได้ศึกษาการเจริญเติบโตของชั้นสารประกอบเชิงโลหะที่เกิดขึ้นระหว่างแผ่นทองแดงและโลหะบัดกรีไร้สารตะกั่ว Sn-5Bi และพบว่าชั้นสารประกอบเชิงโลหะมีความหนาเพิ่มขึ้นตามระยะเวลาในการรับความร้อนที่เพิ่มขึ้นในระหว่างการใช้งาน Schaefer และคณะ [17] และ Kim และ Tu [18] ได้ศึกษาการเจริญเติบโตของชั้นสารประกอบเชิงโลหะที่เกิดขึ้นระหว่างแผ่นรองทองแดงและโลหะบัดกรีที่มีดีบุกและตะกั่วเป็นธาตุหลัก และพบว่าชั้นสารประกอบเชิงโลหะมีความหนาเพิ่มขึ้นตามเวลาการใช้งานในรูปแบบสมการยกกำลังสอง Mookam และ Kanlayasiri [19] ได้ทำการศึกษาการเจริญเติบโตของชั้นสารประกอบเชิงโลหะที่เกิดจากการบัดกรีโลหะบัดกรีไร้สารตะกั่ว Sn-0.3Ag-0.7Cu กับแผ่นรองทองแดงที่อุณหภูมิและเวลาต่างๆ พบว่าสารประกอบเชิงโลหะที่เกิดขึ้นมีความหนาเพิ่มขึ้นตามเวลาการใช้งานที่นานขึ้นและตามอุณหภูมิการใช้งานที่สูงขึ้น รวมทั้งพบว่ามีการเกิดสารประกอบเชิงโลหะชนิดใหม่เพิ่มขึ้นมาในรอยบัดกรีหลังจากการใช้งานไปช่วงระยะเวลาหนึ่ง Sun และคณะ [20] ได้ทำการศึกษาการเจริญเติบโตของชั้นสารประกอบเชิงโลหะที่เกิดจากการบัดกรีโลหะบัดกรีไร้สารตะกั่ว Sn-3.5Ag และ Sn-4.0Ag-0.5Cu กับแผ่นรอง Ni(P) พบว่าโลหะบัดกรีต่างชนิดกันให้รอยบัดกรีที่มีสารประกอบเชิงโลหะต่างกัน และสารประกอบเชิงโลหะแต่ละชนิดมีความหนาเพิ่มขึ้นตามเวลาการใช้งาน แต่มีอัตราการเพิ่มความหนาของสารประกอบเชิงโลหะแต่ละชนิดไม่เท่ากัน

อย่างไรก็ตามผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาอิทธิพลของอุณหภูมิและเวลาที่ใช้ในการบัดกรีที่มีต่อการเกิดขึ้นและการเจริญเติบโตของชั้นสารประกอบเชิงโลหะในระหว่างการบัดกรียังปรากฏไม่มากนัก ได้แก่ Yoon และคณะ [21] ได้ทำการศึกษาอิทธิพลของเวลาบัดกรีที่มีต่อความหนาของชั้นสารประกอบเชิงโลหะในการบัดกรีโลหะบัดกรีไร้สารตะกั่ว Sn-0.7Cu กับแผ่นรองทองแดง และแผ่นรอง Ni-P ซึ่งพบว่า การเกิดปฏิกิริยากับแผ่นรองทั้งสองชนิดจะให้ความหนาของชั้นสารประกอบเชิงโลหะที่มีความหนาเพิ่มขึ้นตามระยะเวลาการบัดกรี และระยะเวลาบัดกรีที่แตกต่างกันทำให้เกิดสารประกอบเชิงโลหะต่างชนิดกัน Mookam และ Kanlayasiri [22] ได้ศึกษาอิทธิพลของอุณหภูมิและ

เวลาในการบัดกรีโลหะบัดกรีไร้สารตะกั่ว Sn–0.3Ag–0.7Cu กับแผ่นรองทองแดง พบว่าการบัดกรีที่อุณหภูมิและเวลาที่แตกต่างกันทำให้เกิดสารประกอบเชิงโลหะต่างชนิดกันและมีความหนาที่แตกต่างกัน Nagaoka และคณะ [23] ได้ศึกษาผลของอุณหภูมิในการบัดกรีโลหะบัดกรีไร้สารตะกั่วในกลุ่ม Zn-Al กับแผ่นรองอลูมิเนียม พบว่าอุณหภูมิบัดกรีที่สูงขึ้นทำให้เกิดสารประกอบเชิงโลหะ $MgZn_2$ ที่รอยบัดกรีในปริมาณที่มากขึ้น แต่ในงานวิจัยนี้พบว่าการใช้อุณหภูมิบัดกรีที่แตกต่างกันไม่ได้ทำให้เกิดสารประกอบเชิงโลหะต่างชนิดกัน

สำหรับการทบทวนผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์พบว่า ในการศึกษาโดยวิธีการทำการทดลอง วิธีการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณเป็นวิธีการทางสถิติวิธีหนึ่งที่นิยมใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตอบสนองกับตัวแปรอิสระต่างๆ โดยจะนำข้อมูลที่ได้จากการทดลองมาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และเป็นวิธีการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ให้แบบจำลองที่มีความแม่นยำในการทำนายสูง ซึ่งพบว่าการประยุกต์ใช้วิธีการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณสามารถใช้ได้ดีกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยด้านต่างๆหลายด้าน เช่น การตัดวัสดุ การเชื่อมโลหะ และการสังเคราะห์วัสดุ [24-28]