



ใบรับรองวิทยานิพนธ์  
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  
วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)  
ปริญญา

วิศวกรรมเครื่องกล

วิศวกรรมเครื่องกล

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความหยาบละเอียดผิวของชิ้นงานกับเงื่อนไข  
การกัดของวัสดุอีพอกซีเรซินเติมอลูมิเนียม

A Study of Correlation between Surface Roughness of Aluminum Filled  
Epoxy-resin and Cutting Condition

نامผู้วิจัย นายชุมพร ช่างกลึงเหมาะ

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

( ผู้ช่วยศาสตราจารย์ซัชพล ชังชู, Ph.D. )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

( อาจารย์ประพนธ์ ขุนทอง, Ph.D. )

หัวหน้าภาควิชา

( รองศาสตราจารย์ชวลิต กิตติชัยการ, Ph.D. )

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

( รองศาสตราจารย์กัญญา วีระกุล, D.Agr. )

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความหยาบละเอียดผิวของชิ้นงาน  
กับเงื่อนไขการกัดของวัสดุอีพอกซีเรซินเติมอลูมิเนียม

A Study of Correlation between Surface Roughness  
of Aluminum Filled Epoxy-resin and Cutting Condition

โดย

นายชุมพร ช่างกลึงเหมาะ

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

พ.ศ. 2552

ชุมพร ช่างกลึงเหมาะ 2552: การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความหยาบละเอียดผิวของชิ้นงานกับเงื่อนไขการกัดของวัสดุพอกซีเรซินเดิมอลูมิเนียม ปรินญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล) สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ซัชพล ชังชู, Ph.D. 139 หน้า

งานวิจัยได้นำเสนอการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความหยาบละเอียดผิวของชิ้นงานกับเงื่อนไขการกัดสำหรับวัสดุพอกซีเรซิน ซึ่งเป็นวัสดุที่สามารถนำมาใช้ในการสร้างแม่พิมพ์ได้ ซึ่งในการวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ทำการทดลองกัดชิ้นงานด้วยเงื่อนไขการกัดต่างๆ (การเปลี่ยนค่าความเร็วรอบดอกกัด การป้อนกัดลึก และอัตราการป้อนกัด) จากนั้นชิ้นงานที่ได้จึงถูกนำมาวัดความหยาบละเอียดของผิว โดยการวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ทำการทดลองหาค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานในรูปแบบ 3 มิติ ผลการศึกษาพบว่าการใช้พื้นผิวจริงต่อพื้นผิวระนาบ ( $A_m/A_n$ ) สามารถใช้แทนความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานในลักษณะระนาบได้เป็นอย่างดี และตัวแปรดังกล่าวตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงของ ความเร็วรอบดอกกัด อัตราป้อนกัด และการป้อนกัดลึก ตามลำดับ

Chumporn Changklungmhok 2009: A Study of Correlation between Surface Roughness of Aluminum Filled Epoxy-resin and Cutting Condition. Master of Engineering (Mechanical Engineering), Major Field: Mechanical Engineering, Department of Mechanical Engineering. Thesis Advisor: Assistant Professor Chatchapol Chungchoo, Ph.D. 139 pages.

This Thesis is represents the study of correlation between surface roughness of aluminum filled epoxy-resin “which can be use to make a mold” and cutting conditions. In this work, several cutting conditions (speed, feed rate and depth of cut) were used for creating a surface of aluminum filled epoxy-resin work pieces. Then, these surfaces were measured the roughness, which were tested in 3 dimensional object. The experimental results showed that the parameter ( $A_m/A_n$ ) can represent the roughness of cutting plane very well. This parameter also responds to the change of cutting speed, feed rate, and depth of cut respectively.

---

Student's signature

---

Thesis Advisor's signature

\_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

## กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชัชพล ชังชู ประธานกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร.ประพนธ์ ขุนทอง กรรมการที่ปรึกษาวิชาเอก ที่ให้คำปรึกษาในการเรียน การค้นคว้าวิจัย ตลอดจนการตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนกระทั่งเสร็จสมบูรณ์ และกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.เอกชัย จันทสาโร ผู้แทนบัณฑิตวิทยาลัย ที่ได้ให้ความกรุณาตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนและมอบความรู้อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการนำไปใช้ประโยชน์ต่อไป และขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลทุกท่าน ที่ได้ให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำต่างๆ

ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ ที่ได้อบรมและเป็นกำลังใจ ขอบคุณ คุณธนพร คำจกร ที่เป็นกำลังใจที่ดีตลอดมา และขอบคุณผู้ที่เกี่ยวข้องที่ให้ความช่วยเหลือทำให้การวิจัยเป็นไปได้ อย่างราบรื่น

ชุมพร ช่างกลึงเหมาะ

พฤษภาคม 2552

## สารบัญ

## หน้า

|                                       |      |
|---------------------------------------|------|
| สารบัญ                                | (1)  |
| สารบัญตาราง                           | (2)  |
| สารบัญภาพ                             | (3)  |
| คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ             | (14) |
| คำนำ                                  | 1    |
| วัตถุประสงค์                          | 3    |
| การตรวจเอกสาร                         | 4    |
| อุปกรณ์และวิธีการ                     | 45   |
| อุปกรณ์                               | 45   |
| วิธีการ                               | 45   |
| ผลและวิจารณ์                          | 48   |
| ผล                                    | 48   |
| วิจารณ์                               | 72   |
| สรุปและข้อเสนอแนะ                     | 72   |
| สรุป                                  | 73   |
| ข้อเสนอแนะ                            | 73   |
| เอกสารและสิ่งอ้างอิง                  | 74   |
| ภาคผนวก                               | 76   |
| ภาคผนวก ก ผลที่ได้จากการวัดผิวชั้นงาน | 77   |
| ภาคผนวก ข ผลที่ได้จากการจำลองพื้นผิว  | 123  |
| ประวัติการศึกษา และการทำงาน           | 139  |

## สารบัญตาราง

| ตารางที่ |                                                              | หน้า |
|----------|--------------------------------------------------------------|------|
| 1        | เปรียบเทียบค่า SRC ที่วัดแต่ละวิธี                           | 26   |
| 2        | เงื่อนไขในการกักโดยแต่ละ No. จะเปลี่ยนค่าการป้อนกักตัก 3 ค่า | 46   |
| 3        | ค่า Ra ที่วัดได้จากไดอัลเกจ                                  | 65   |
| 4        | 4 ค่าความหยาบละเอียดผิวโดยวิธี SRC                           | 67   |

## สารบัญภาพ

| ภาพที่                                                                                              | หน้า |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1 ความเค้นที่เกิดบนชิ้นงาน                                                                          | 4    |
| 2 วัสดุแข็งเปราะ                                                                                    | 5    |
| 3 วัสดุอ่อนเหนียว                                                                                   | 5    |
| 4 ลักษณะแรง R ที่กระทำกับชิ้นงานกรณีมุมภายใน                                                        | 6    |
| 5 กระบวนการตัดเฉือนตั้งแต่เริ่มจนเศษแยกออกจากชิ้นงาน<br>สำหรับอุปกรณ์ตัดเฉือนที่มีมุมภายใน          | 6    |
| 6 ลักษณะแรง R ที่กระทำกับชิ้นงานกรณีมุมภายนอก                                                       | 7    |
| 7 กระบวนการตัดเฉือนตั้งแต่เริ่มจนเศษแยกออกจากชิ้นงาน<br>สำหรับอุปกรณ์ตัดเฉือนที่มีมุมภายนอก         | 7    |
| 8 มุมภายในเป็นศูนย์                                                                                 | 8    |
| 9 กระบวนการตัดเฉือนตั้งแต่เริ่มจนเศษแยกออกจากชิ้นงาน<br>สำหรับอุปกรณ์ตัดเฉือนที่มีมุมภายในเป็นศูนย์ | 9    |
| 10 การกัดทั้งสองแบบ (a) การกัดตั้ง (b) การกัดนอน                                                    | 9    |
| 11 การกัดนอน (a) กัดเต็มหน้าชิ้นงาน (b) การกัดร่อง (c) การกัดขอบ<br>และ (d) การกัดคร่อม             | 10   |
| 12 การกัดนอน (a) การกัดนอน และ (b) กัดตามมีด                                                        | 10   |
| 13 การกัดตั้ง                                                                                       | 11   |
| 14 รูปร่างของมีดกัดระนาบแบบ 18 ฟัน                                                                  | 13   |
| 15 รูปร่างของมีดกัดปาดหน้าแบบสี่ฟัน                                                                 | 13   |
| 16 ผิวชิ้นงานที่ขึ้นรูปด้วยการกัด                                                                   | 15   |
| 17 รูปทรงของเอ็นด์มิลล์และการขึ้นรูปชิ้นงานในลักษณะต่างๆ                                            | 16   |
| 18 ตัวอย่างของเฟรมิลล์ที่ใช้สำหรับงานปาดผิวชิ้นงาน                                                  | 16   |
| 19 เครื่องวัดความหยาบละเอียดผิวแบบสัมผัส                                                            | 18   |
| 20 ภาพขยายที่ได้จากแอมพลิไฟเออร์                                                                    | 19   |

## สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพที่ |                                                                     | หน้า |
|--------|---------------------------------------------------------------------|------|
| 21     | ความเป็นคลื่นของผิวขึ้นและความหยาบละเอียดผิว                        | 20   |
| 22     | รูปร่างความเป็นคลื่นและความหยาบละเอียด                              | 21   |
| 23     | วิธีใช้ลำแสงส่องสะท้อนผิวที่ต้องการวัด                              | 21   |
| 24     | ผิวชิ้นงานในรูป 3 มิติ                                              | 22   |
| 25     | การหาค่า Ra                                                         | 23   |
| 26     | เป็นร่องตามแนวไขว้                                                  | 24   |
| 27     | เป็นร่องตามแนวนอน                                                   | 24   |
| 28     | แสดงแนวของการวัดที่ขนานไปกับแนวศูนย์กลางของทางเดินดอกกัด            | 25   |
| 29     | พื้นผิวที่ได้จากการวัดโดยใช้ digital photogrammetry                 | 27   |
| 30     | พื้นผิวที่ได้จากการวัดโดยใช้ dial gauge                             | 27   |
| 31     | พื้นผิวที่ได้จากการวัดโดยใช้ Profilometry                           | 27   |
| 32     | พื้นผิวที่ได้จากการวัดโดยใช้ Drag measurement                       | 28   |
| 33     | แสดงกราฟของ $\sin x$                                                | 29   |
| 34     | แสดงฟังก์ชันคาบ                                                     | 30   |
| 35     | กราฟของฟังก์ชันคู่และฟังก์ชันคี่                                    | 41   |
| 36     | กราฟของ $f(x)$                                                      | 43   |
| 37     | กราฟของ $f(x)$ ซึ่งถูกขยายให้เป็นฟังก์ชันคู่ มีคาบเท่ากับ $2L$      | 44   |
| 38     | กราฟของ $f(x)$ ซึ่งถูกขยายให้เป็นฟังก์ชันคี่ มีคาบเท่ากับ $2L$      | 44   |
| 39     | กราฟของ $f(x)$ ซึ่งถูกขยายให้เป็นฟังก์ชัน มีคาบเท่ากับ $2L$         | 44   |
| 40     | อุปกรณ์วัดค่าความหยาบละเอียดผิว                                     | 46   |
| 41     | แนวที่ใช้ในการวัดหาค่าความหยาบละเอียดผิว                            | 47   |
| 42     | แบบหล่อชิ้นงาน                                                      | 48   |
| 43     | การเตรียมส่วนผสมในการหล่อชิ้นงานอิพอกซีเรซินเติมอะลูมิเนียม         | 49   |
| 44     | เกิดฟองอากาศในกระบวนการกวนส่วนผสมให้เข้ากันและดึงอากาศออกจากส่วนผสม | 50   |
| 45     | การดึงอากาศออกจากส่วนผสม                                            | 50   |

## สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพที่ |                                                   | หน้า |
|--------|---------------------------------------------------|------|
| 46     | ชิ้นงานอิมพอกซีเรซินเติมอะลูมิเนียมที่ผ่านการหล่อ | 51   |
| 47     | การเกิดโพรงอากาศที่บริเวณขอบชิ้นงาน               | 51   |
| 48     | การกัดด้วยเครื่องซีเอ็นซี 3 แกน                   | 52   |
| 49     | เศษชิ้นงานที่ได้หลังการกัด                        | 52   |
| 50     | ผิวชิ้นงานที่ผ่านกระบวนการกัด                     | 53   |
| 51     | แนวที่เลือกวัดความหยาบผิว                         | 51   |
| 52     | วิธีการวัดความหยาบผิว                             | 54   |
| 53     | (ก) และ (ข) แสดงหลักการหาค่าความสูงจริง           | 53   |
| 54     | กราฟที่ได้จากการปรับค่าแล้ว                       | 54   |
| 55     | กราฟอนุกรมฟูเรียร์                                | 56   |
| 56     | การหาพื้นที่ผิว                                   | 60   |
| 57     | กราฟที่ $A_1 = 100$ , $A_2 = 100$                 | 63   |
| 58     | กราฟที่ $A_1 = 200$ , $A_2 = 100$                 | 63   |
| 59     | กราฟที่ $A_1 = 300$ , $A_2 = 100$                 | 63   |
| 60     | การหาความยาวของผิวชิ้นงาน                         | 64   |
| 61     | กราฟอนุกรมฟูเรียร์ที่ใช้ในการจำลองพื้นผิวชิ้นงาน  | 65   |
| 62     | แนวโน้ม SRC เมื่อ depth=0.05 mm.                  | 68   |
| 63     | แนวโน้ม SRC เมื่อ depth=0.10 mm.                  | 69   |
| 64     | แนวโน้ม SRC เมื่อ depth=0.15 mm.                  | 69   |
| 65     | แนวโน้ม SRC เมื่อ feed = 0.28 mm./rev             | 70   |
| 66     | แนวโน้ม SRC เมื่อ feed = 0.38 mm./rev             | 70   |
| 67     | แนวโน้ม SRC เมื่อ feed = 0.48 mm./rev             | 71   |
| 68     | ชีนมาตรฐาน                                        | 71   |

## สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพผนวกที่                  | หน้า |
|-----------------------------|------|
| ก1    ผิวชิ้นงาน A1 แนว a-a | 78   |
| ก2    ผิวชิ้นงาน A1 แนว b-b | 78   |
| ก3    ผิวชิ้นงาน A1 แนว c-c | 78   |
| ก4    ผิวชิ้นงาน A2 แนว a-a | 79   |
| ก5    ผิวชิ้นงาน A2 แนว b-b | 79   |
| ก6    ผิวชิ้นงาน A2 แนว c-c | 79   |
| ก7    ผิวชิ้นงาน A3 แนว a-a | 80   |
| ก8    ผิวชิ้นงาน A3 แนว b-b | 80   |
| ก9    ผิวชิ้นงาน A3 แนว c-c | 80   |
| ก10   ผิวชิ้นงาน B1 แนว a-a | 81   |
| ก11   ผิวชิ้นงาน B1 แนว b-b | 81   |
| ก12   ผิวชิ้นงาน B1 แนว c-c | 81   |
| ก13   ผิวชิ้นงาน B2 แนว a-a | 82   |
| ก14   ผิวชิ้นงาน B2 แนว b-b | 82   |
| ก15   ผิวชิ้นงาน B2 แนว c-c | 82   |
| ก16   ผิวชิ้นงาน B3 แนว a-a | 83   |
| ก17   ผิวชิ้นงาน B3 แนว b-b | 83   |
| ก18   ผิวชิ้นงาน B3 แนว c-c | 83   |
| ก19   ผิวชิ้นงาน C1 แนว a-a | 84   |
| ก20   ผิวชิ้นงาน C1 แนว b-b | 84   |
| ก21   ผิวชิ้นงาน C1 แนว c-c | 84   |
| ก22   ผิวชิ้นงาน C2 แนว a-a | 85   |
| ก23   ผิวชิ้นงาน C2 แนว b-b | 85   |
| ก24   ผิวชิ้นงาน C2 แนว c-c | 85   |
| ก25   ผิวชิ้นงาน C3 แนว a-a | 86   |

## สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพผนวกที่                | หน้า |
|---------------------------|------|
| ก26 ผิวชิ้นงาน C3 แนว b-b | 86   |
| ก27 ผิวชิ้นงาน C3 แนว c-c | 86   |
| ก28 ผิวชิ้นงาน D1 แนว a-a | 87   |
| ก29 ผิวชิ้นงาน D1 แนว b-b | 87   |
| ก30 ผิวชิ้นงาน D1 แนว c-c | 87   |
| ก31 ผิวชิ้นงาน D2 แนว a-a | 88   |
| ก32 ผิวชิ้นงาน D2 แนว b-b | 88   |
| ก33 ผิวชิ้นงาน D2 แนว c-c | 88   |
| ก34 ผิวชิ้นงาน D3 แนว a-a | 89   |
| ก35 ผิวชิ้นงาน D3 แนว b-b | 89   |
| ก36 ผิวชิ้นงาน D3 แนว c-c | 89   |
| ก37 ผิวชิ้นงาน E1 แนว a-a | 90   |
| ก38 ผิวชิ้นงาน E1 แนว b-b | 90   |
| ก39 ผิวชิ้นงาน E1 แนว c-c | 90   |
| ก40 ผิวชิ้นงาน E2 แนว a-a | 91   |
| ก41 ผิวชิ้นงาน E2 แนว b-b | 91   |
| ก42 ผิวชิ้นงาน E2 แนว c-c | 91   |
| ก43 ผิวชิ้นงาน E3 แนว a-a | 92   |
| ก44 ผิวชิ้นงาน E3 แนว b-b | 92   |
| ก45 ผิวชิ้นงาน E3 แนว c-c | 92   |
| ก46 ผิวชิ้นงาน F1 แนว a-a | 93   |
| ก47 ผิวชิ้นงาน F1 แนว b-b | 93   |
| ก48 ผิวชิ้นงาน F1 แนว c-c | 93   |
| ก49 ผิวชิ้นงาน F2 แนว a-a | 94   |
| ก50 ผิวชิ้นงาน F2 แนว b-b | 94   |

## สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพผนวกที่                | หน้า |
|---------------------------|------|
| ก51 ผิวชิ้นงาน F2 แนว c-c | 94   |
| ก52 ผิวชิ้นงาน F3 แนว a-a | 95   |
| ก53 ผิวชิ้นงาน F3 แนว b-b | 95   |
| ก54 ผิวชิ้นงาน F3 แนว c-c | 95   |
| ก55 ผิวชิ้นงาน G1 แนว a-a | 96   |
| ก56 ผิวชิ้นงาน G1 แนว b-b | 96   |
| ก57 ผิวชิ้นงาน G1 แนว c-c | 96   |
| ก58 ผิวชิ้นงาน G2 แนว a-a | 97   |
| ก59 ผิวชิ้นงาน G2 แนว b-b | 97   |
| ก60 ผิวชิ้นงาน G2 แนว c-c | 97   |
| ก61 ผิวชิ้นงาน G3 แนว a-a | 98   |
| ก62 ผิวชิ้นงาน G3 แนว b-b | 98   |
| ก63 ผิวชิ้นงาน G3 แนว c-c | 98   |
| ก64 ผิวชิ้นงาน H1 แนว a-a | 99   |
| ก65 ผิวชิ้นงาน H1 แนว b-b | 99   |
| ก66 ผิวชิ้นงาน H1 แนว c-c | 99   |
| ก67 ผิวชิ้นงาน H2 แนว a-a | 100  |
| ก68 ผิวชิ้นงาน H2 แนว b-b | 100  |
| ก69 ผิวชิ้นงาน H2 แนว c-c | 100  |
| ก70 ผิวชิ้นงาน H3 แนว a-a | 101  |
| ก71 ผิวชิ้นงาน H3 แนว b-b | 101  |
| ก72 ผิวชิ้นงาน H3 แนว c-c | 101  |
| ก73 ผิวชิ้นงาน I1 แนว a-a | 102  |
| ก74 ผิวชิ้นงาน I1 แนว b-b | 102  |
| ก75 ผิวชิ้นงาน I1 แนว c-c | 102  |

## สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพผนวกที่                 | หน้า |
|----------------------------|------|
| ก76 ผิวชิ้นงาน I2 แนว a-a  | 103  |
| ก77 ผิวชิ้นงาน I2 แนว b-b  | 103  |
| ก78 ผิวชิ้นงาน I2 แนว c-c  | 103  |
| ก79 ผิวชิ้นงาน I3 แนว a-a  | 104  |
| ก80 ผิวชิ้นงาน I3 แนว b-b  | 104  |
| ก81 ผิวชิ้นงาน I3 แนว c-c  | 104  |
| ก82 ผิวชิ้นงาน J1 แนว a-a  | 105  |
| ก83 ผิวชิ้นงาน J1 แนว b-b  | 105  |
| ก84 ผิวชิ้นงาน J1 แนว c-c  | 105  |
| ก85 ผิวชิ้นงาน J2 แนว a-a  | 106  |
| ก86 ผิวชิ้นงาน J2 แนว b-b  | 106  |
| ก87 ผิวชิ้นงาน J2 แนว c-c  | 106  |
| ก88 ผิวชิ้นงาน J3 แนว a-a  | 107  |
| ก89 ผิวชิ้นงาน J3 แนว b-b  | 107  |
| ก90 ผิวชิ้นงาน J3 แนว c-c  | 107  |
| ก91 ผิวชิ้นงาน K1 แนว a-a  | 108  |
| ก92 ผิวชิ้นงาน K1 แนว b-b  | 108  |
| ก93 ผิวชิ้นงาน K1 แนว c-c  | 108  |
| ก94 ผิวชิ้นงาน K2 แนว a-a  | 109  |
| ก95 ผิวชิ้นงาน K2 แนว b-b  | 109  |
| ก96 ผิวชิ้นงาน K2 แนว c-c  | 109  |
| ก97 ผิวชิ้นงาน K3 แนว a-a  | 110  |
| ก98 ผิวชิ้นงาน K3 แนว b-b  | 110  |
| ก99 ผิวชิ้นงาน K3 แนว c-c  | 110  |
| ก100 ผิวชิ้นงาน L1 แนว a-a | 111  |

## สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพผนวกที่                 | หน้า |
|----------------------------|------|
| ก101 ผิวชิ้นงาน L1 แนว b-b | 111  |
| ก102 ผิวชิ้นงาน L1 แนว c-c | 111  |
| ก103 ผิวชิ้นงาน L2 แนว a-a | 112  |
| ก104 ผิวชิ้นงาน L2 แนว b-b | 112  |
| ก105 ผิวชิ้นงาน L2 แนว c-c | 112  |
| ก106 ผิวชิ้นงาน L3 แนว a-a | 113  |
| ก107 ผิวชิ้นงาน L3 แนว b-b | 113  |
| ก108 ผิวชิ้นงาน L3 แนว c-c | 113  |
| ก109 ผิวชิ้นงาน M1 แนว a-a | 114  |
| ก110 ผิวชิ้นงาน M1 แนว b-b | 114  |
| ก111 ผิวชิ้นงาน M1 แนว c-c | 114  |
| ก112 ผิวชิ้นงาน M2 แนว a-a | 115  |
| ก113 ผิวชิ้นงาน M2 แนว b-b | 115  |
| ก114 ผิวชิ้นงาน M2 แนว c-c | 115  |
| ก115 ผิวชิ้นงาน M3 แนว a-a | 116  |
| ก116 ผิวชิ้นงาน M3 แนว b-b | 116  |
| ก117 ผิวชิ้นงาน M3 แนว c-c | 116  |
| ก118 ผิวชิ้นงาน N1 แนว a-a | 117  |
| ก119 ผิวชิ้นงาน N1 แนว b-b | 117  |
| ก120 ผิวชิ้นงาน N1 แนว c-c | 117  |
| ก121 ผิวชิ้นงาน N2 แนว a-a | 118  |
| ก122 ผิวชิ้นงาน N2 แนว b-b | 118  |
| ก123 ผิวชิ้นงาน N2 แนว c-c | 118  |
| ก124 ผิวชิ้นงาน N3 แนว a-a | 119  |
| ก125 ผิวชิ้นงาน N3 แนว b-b | 119  |

## สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพผนวกที่                    | หน้า |
|-------------------------------|------|
| ก126 ผิวชิ้นงาน N3 แนว c-c    | 119  |
| ก127 ผิวชิ้นงาน O1 แนว a-a    | 120  |
| ก128 ผิวชิ้นงาน O1 แนว b-b    | 120  |
| ก129 ผิวชิ้นงาน O1 แนว c-c    | 120  |
| ก130 ผิวชิ้นงาน O2 แนว a-a    | 121  |
| ก131 ผิวชิ้นงาน O2 แนว b-b    | 121  |
| ก132 ผิวชิ้นงาน O2 แนว c-c    | 121  |
| ก133 ผิวชิ้นงาน O3 แนว a-a    | 122  |
| ก134 ผิวชิ้นงาน O3 แนว b-b    | 122  |
| ก135 ผิวชิ้นงาน O3 แนว c-c    | 122  |
| ข1 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน A1  | 124  |
| ข2 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน A2  | 124  |
| ข3 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน A3  | 124  |
| ข4 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน B1  | 125  |
| ข5 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน B2  | 125  |
| ข6 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน B3  | 125  |
| ข7 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน C1  | 126  |
| ข8 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน C2  | 126  |
| ข9 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน C3  | 126  |
| ข10 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน D1 | 127  |
| ข11 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน D2 | 127  |
| ข12 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน D3 | 127  |
| ข13 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน E1 | 128  |
| ข14 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน E2 | 128  |
| ข15 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน E3 | 128  |

## สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพผนวกที่ | หน้า                      |     |
|------------|---------------------------|-----|
| ข16        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน F1 | 129 |
| ข17        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน F2 | 129 |
| ข18        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน F3 | 129 |
| ข19        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน G1 | 130 |
| ข20        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน G2 | 130 |
| ข21        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน G3 | 130 |
| ข22        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน H1 | 131 |
| ข23        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน H2 | 131 |
| ข24        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน H3 | 131 |
| ข25        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน I1 | 132 |
| ข26        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน I2 | 132 |
| ข27        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน I3 | 132 |
| ข28        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน J1 | 133 |
| ข29        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน J2 | 133 |
| ข30        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน J3 | 133 |
| ข31        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน K1 | 134 |
| ข32        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน K2 | 134 |
| ข33        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน K3 | 134 |
| ข34        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน L1 | 135 |
| ข35        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน L2 | 135 |
| ข36        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน L3 | 135 |
| ข37        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน M1 | 136 |
| ข38        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน M2 | 136 |
| ข39        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน M3 | 136 |
| ข40        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน N1 | 137 |
| ข41        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน N2 | 137 |

## สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพผนวกที่ | หน้า                      |
|------------|---------------------------|
| ข42        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน N3 |
| ข43        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน O1 |
| ข44        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน O2 |
| ข45        | พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน O3 |

### คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

|           |   |                                               |
|-----------|---|-----------------------------------------------|
| $V_c$     | = | ความเร็วตัดงานกัด (เมตร/นาที)                 |
| $n$       | = | ความเร็วรอบดอกกัด (รอบ/นาที)                  |
| $d$       | = | ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางดอกกัด (มม.)             |
| $f_r$     | = | อัตราป้อนต่อเวลา (นิ้ว/นาที, มม./นาที)        |
| $N$       | = | ความเร็วรอบของเพลางาน (รอบ/นาที)              |
| $n_t$     | = | จำนวนฟันดอกกัด                                |
| $f$       | = | อัตราป้อนต่อฟัน (นิ้ว/ฟัน, มม./ฟัน)           |
| $R_{rms}$ | = | Root-Mean-Square Roughness                    |
| $R_a$     | = | Roughness Average                             |
| $R_{max}$ | = | Maximum Peak-Valley Roughness                 |
| $R_z$     | = | Ten-Point Height                              |
| $R$       | = | Average Peak-To-Valley Roughness              |
| $T_p$     | = | Bearing Length Ratio                          |
| $R_p$     | = | Leveling Depth                                |
| $W$       | = | Waviness Height                               |
| $r_n$     | = | รัศมีปลายคมตัดของดอกกัด                       |
| $f_{eff}$ | = | ประสิทธิภาพของอัตราการป้อนกัด                 |
| $z$       | = | ระยะห่างระหว่างแนวที่กัดกับแนวศูนย์กลางดอกกัด |
| $SRC$     | = | สัมประสิทธิ์ความหยาบละเอียดผิว                |
| $A_m$     | = | พื้นที่ผิวจริงที่ได้จากการวัด                 |
| $A_n$     | = | พื้นที่ผิวระนาบ                               |

## การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความหยาบละเอียดผิวของชิ้นงาน กับเงื่อนไขการกัดของวัสดุอีพอกซีเรซินเติมอนุภาคนิยเม

### A Study of Correlation between Surface Roughness of Aluminum Filled Epoxy-resin and Cutting Condition

#### คำนำ

การแข่งขันในโลกปัจจุบันนี้ จะมุ่งเน้นไปให้ความสำคัญกับการพัฒนากระบวนการและวิธีการการผลิตในงานอุตสาหกรรมควบคุมโดยระบบอัตโนมัติ เช่นเดียวกับการเพิ่มอัตราการผลิต และคุณภาพของผลิตภัณฑ์ ซึ่งเครื่องกัด CNC นี้ใช้กำลังน้อยแต่คุณภาพของชิ้นงานและอัตราการผลิตสูง ดังนั้นในหลายๆกระบวนการผลิตในอุตสาหกรรมโดย CNC milling ได้เป็นพื้นฐานสำคัญในการขึ้นรูปชิ้นงานที่ต้องการความแม่นยำและความละเอียดของผิวชิ้นงานที่สูง ซึ่งคุณภาพของชิ้นงานจะมีผลต่อความทนต่อความล้า (fatigue strength), ความทนต่อสภาวะกัดกร่อน แรงดัน ผิวสัมผัส, การถ่ายเทความร้อน, การเคลือบผิว (Mike *et al.*, 1993) หลายปัจจัยมีผลต่อความหยาบละเอียดผิวสำเร็จของชิ้นงานในกระบวนการกัดด้วยเครื่อง CNC โดยค่าความหยาบละเอียดผิวของชิ้นงานอาจถูกแบ่งพิจารณาได้เป็น 2 แบบ 1) ค่าความหยาบละเอียดผิวในอุดมคติที่เกิดจากรูปร่างของเครื่องมือตัดและอัตราการป้อน 2) ค่าความหยาบละเอียดผิวที่เกิดขึ้นจริงที่ได้จากกระบวนการตัดเฉือนจริง (Boothroyd and Knight, 1989) ดังนั้นในการกำหนดผิวสำเร็จของชิ้นงานจะมีความสำคัญต่อคุณภาพของผิวชิ้นงานอย่างยิ่ง

ในปัจจุบันนี้แม่พิมพ์ที่ใช้ในอุตสาหกรรมขึ้นรูปผลิตภัณฑ์อย่างธรรมชาตินั้นสามารถแบ่งได้ 3 ประเภทหลักๆ คือ แม่พิมพ์ฉีด แม่พิมพ์ถ่ายโอน และแม่พิมพ์กด (White, 1995; Rees, 1995) ใน การวิจัยนี้ผู้วิจัยจะสนใจในส่วนของแม่พิมพ์ หนึ่งในวัสดุที่สามารถนำมาสร้างได้ คือ อีพอกซีเรซินผสมอนุภาคนิยเม แม่พิมพ์กดโดยทั่วไปเมื่อทำการขึ้นรูปเสร็จแล้วจะต้องมีการขึ้นรูปทั้งการกัดผิว ด้านข้างและช่องสำหรับการไหลออกของเนื้อยางที่มากเกินไปหรือที่เรียกว่ากรูฟ (groove) (Sommer, 1998) ซึ่งจะต้องทำการขึ้นรูปด้วยวิธีการกัด โดยในการกัดดังกล่าวผู้ปฏิบัติงานจำเป็นต้องทราบความเร็วรอบดอกกัด อัตราการป้อนกัด และระยะการป้อนกัดลึกที่เหมาะสม ซึ่งสำหรับวัสดุโดยทั่วไป เช่น เหล็กกล้า ผู้ปฏิบัติงานนั้นทราบค่าเหล่านี้จากตารางของดอกกัดตามที่บริษัทผู้แทนจำหน่ายกำหนดมา อย่างไรก็ตามสำหรับวัสดุผสมทุกประเภท รวมถึงอีพอกซีเรซินเติมอนุภาคนิยเม เพื่อต้องการให้ได้ค่า

ความหยาบละเอียดผิวชิ้นงานที่ดีที่สุดผู้ปฏิบัติจึงจำเป็นต้องทำการทดสอบโดยเปลี่ยนแปลงค่าต่างๆ เพื่อพิจารณาว่าเงื่อนไขใดที่จะให้ค่าความหยาบละเอียดผิวที่ดีที่สุดโดยวัดได้จากค่า roughness average (Ra) (Dotson *et al.*, 2003) ดังนั้น ในการวิจัยนี้คณะผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างเงื่อนไขการกัดกับความหยาบละเอียดผิวของชิ้นงาน และได้ศึกษาถึงความไวต่อการเปลี่ยนแปลงโดยใช้การวิเคราะห์ด้วยวิธี sensitivity analysis

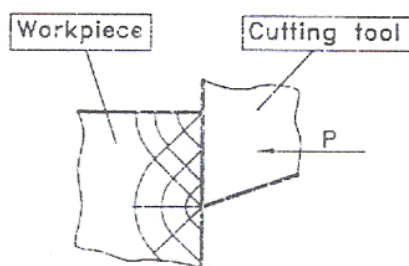
## วัตถุประสงค์

วิทยานิพนธ์เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความหยาบละเอียดผิวของชิ้นงานกับเงื่อนไขการกัดของวัสดุพอกซีเรซินเติมอลูมิเนียม มีวัตถุประสงค์หลักดังต่อไปนี้ คือ นำเสนอตัวแปรใหม่ในการนำเสนอค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานในลักษณะระนาบ โดยพิจารณาถึงความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานเท่านั้น

## การตรวจเอกสาร

### 1. การกัดวัสดุผสม

วัสดุผสมโดยทั่วไปในงานตัดเฉือนมีทั้งแข็งและอ่อนแตกต่างกันไป คุณสมบัติโดยทั่วไปของวัสดุแข็งจะมีความเปราะ ส่วนวัสดุอ่อนจะมีความเหนียว ความแข็งของวัสดุมีผลต่อการตัดเฉือนชิ้นงานโดยตรง ยิ่งวัสดุแข็งมากเท่าไรแรงที่ใช้ในการตัดเฉือนและเวลาในการขึ้นรูปตั้งแต่ต้นจนจบกระบวนการก็จะยิ่งนานมากขึ้นตามความแข็งของวัสดุ แต่อายุการใช้งานของเครื่องมือตัดเฉือนจะใช้ได้สั้นลงเนื่องจากความเค้นและอุณหภูมิที่สูงที่เกิดขึ้นระหว่างกระบวนการ ซึ่งในการตัดเฉือนชิ้นงานแต่ละชนิดจะมีกระบวนการและวิธีการตัดเฉือนชิ้นงานที่ไม่เหมือนกัน ขึ้นอยู่กับปัจจัยและเงื่อนไขของผิวชิ้นงานตามที่ต้องการ (Oswald, 1995; Zecchino, 2006) เมื่อวัสดุเริ่มต้นตัดเฉือนชิ้นงาน (ภาพที่ 1) ความเค้นที่เกิดขึ้นบริเวณหน้าสัมผัสระหว่างเครื่องมือตัดกับวัสดุจะสูงที่สุดตรงบริเวณปลายของคมตัด และเมื่อความเค้นถึงจุดสูงสุดจะทำให้เกิดปรากฏการณ์ดังต่อไปนี้

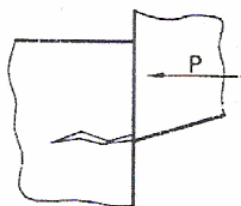


ภาพที่ 1 ความเค้นที่เกิดขึ้นบนชิ้นงาน

ที่มา: Oswald (1995); Zecchino (2006)

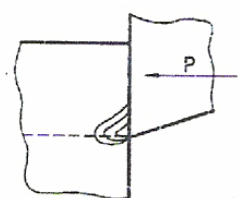
- ถ้าวัสดุที่นำมาทำการตัดเฉือนเป็นวัสดุแข็งเปราะ จะเกิดรอยแตกที่บริเวณด้านหน้าของคมตัด (ภาพที่ 2) หลังจากนั้นเนื้อวัสดุจะแตกออก และเริ่มเป็นกระบวนการตัดเฉือนในที่สุด

- ถ้าวัสดุที่นำมาทำการตัดเฉือนเป็นวัสดุเหนียวอ่อน ซึ่งวัสดุจะมีช่วงความยืดหยุ่นอยู่ (ภาพที่ 3) แตกต่างกับวัสดุแข็งเปราะที่ไม่มีช่วงความยืดหยุ่น จึงทำให้รูปแบบของเศษที่ได้จากการตัดเฉือนออกมาไม่เหมือนกัน



ภาพที่ 2 วัสดุแข็งเปราะ

ที่มา: Oswald (1995); Zecchino (2006)



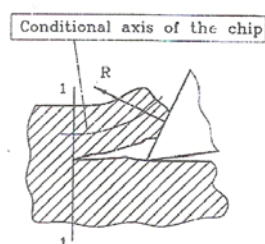
ภาพที่ 3 วัสดุอ่อนเหนียว

ที่มา: Oswald (1995); Zecchino (2006)

ตัวอย่างทั้งสองแสดงถึงคุณสมบัติที่แตกต่างกันของวัสดุทั้งสองชนิดที่มีพฤติกรรมในการตัดเฉือนชิ้นงานที่แตกต่างกัน ซึ่งจะนำไปพิจารณาถึงวัสดุที่จะนำมาทำเครื่องมือตัดเฉือน, มุมจิก, มุมหลบ, มุมคาย, ความเร็วในการตัดเฉือน, ระยะกินลึก และอื่นๆต่อไป

1.1 การกำหนดเงื่อนไขการกัด ในการกำหนดเงื่อนไขการกัดชิ้นงานต่างๆ โดยพิจารณาจากเศษของชิ้นงานที่ได้จากการตัดเฉือน ซึ่งแบ่งออกตามมุมคายเศษของมีดตัดได้เป็น 3 กรณีดังต่อไปนี้

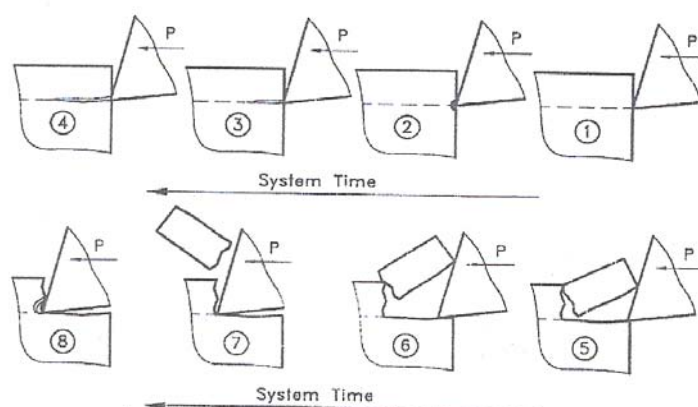
1.1.1 กรณีที่ 1 มีดตัดเฉือนชิ้นงานมีมุมคายเป็นบวก (ภาพที่ 4) โดยนำโมเมนต์มาใช้ในการพิจารณาแรง  $R$  ที่เกิดขึ้นจากการตัดเฉือน โดยคิดระยะตามแนวของเศษจนถึงหน้าตัด 1-1



ภาพที่ 4 ลักษณะแรง R ที่กระทำกับชิ้นงานกรณีมีมุมคายเป็นบวก

ที่มา: Oswald (1995); Zecchino (2006)

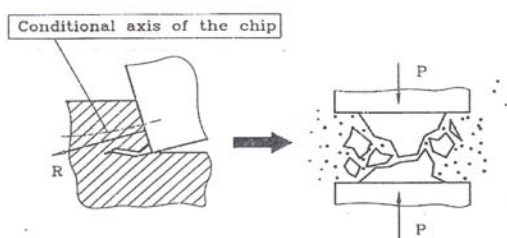
ภาพที่ 5-1 ถึง 5-8 แสดงถึงกระบวนการตัดเฉือน ตั้งแต่กระบวนการที่ 1-8 ซึ่งเมื่อคมตัดของอุปกรณ์ตัดเฉือนเริ่มสัมผัสกับชิ้นงาน และเริ่มออกแรง  $P$  มากขึ้นเรื่อยๆ (ภาพที่ 5-2) จะเริ่มเกิดความเค้นบริเวณหน้าผิวสัมผัสระหว่างชิ้นงานกับวัสดุคมตัด (ภาพที่ 5-3) และเมื่อความเค้นถึงจุดสูงสุดของวัสดุที่สามารถจะรับได้จะเกิดรอยแยกที่ชิ้นงานบริเวณปลายของคมตัด (ภาพที่ 5-4) รอยแยกจะเริ่มขยายมากขึ้นเรื่อยๆเมื่อเวลาผ่านไป (ภาพที่ 5-5) จนชิ้นงานถึงจุดสูงสุดที่จะรับโมเมนต์ตัดได้ เศษจะเริ่มแยกตัวออกจากเนื้อชิ้นงาน (ภาพที่ 5-6, 5-7) จนเศษแยกออกจากชิ้นงานในที่สุด (ภาพที่ 5-8) และเริ่มกระบวนการตัดเฉือนใหม่



ภาพที่ 5 กระบวนการตั้งแต่เริ่มการตัดเฉือนจนกระทั่งเศษแยกออกจากเนื้อชิ้นงานของอุปกรณ์ตัดเฉือนที่มีมุมคายเป็นบวก

ที่มา: Oswald (1995); Zecchino (2006)

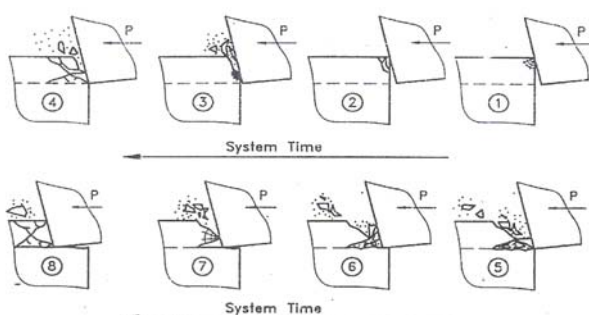
1.1.2 กรณีที่ 2 มีดตัดเฉือนชิ้นงานมีมุมคายเป็นลบ (ภาพที่ 6) เมื่อพิจารณาจากแรง  $R$  จะเห็นว่าลักษณะของแรงที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะเป็นแรงกด ทำให้เศษที่ออกมาจากระบวนการตัดเฉือนมีลักษณะเป็นชิ้นเล็กๆ ที่ได้จากการแตกหักของชิ้นงาน เศษที่ออกมาจะเล็กกว่าเศษที่ได้จากมุมคายเป็นบวก



ภาพที่ 6 ลักษณะแรง  $R$  ที่กระทำกับชิ้นงานกรณีมุมคายเป็นลบ

ที่มา: Oswald (1995); Zecchino (2006)

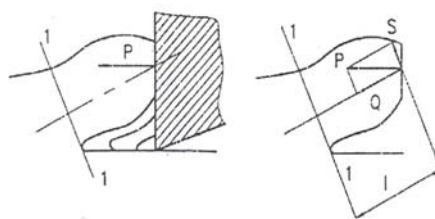
ภาพที่ 7-1 เมื่อมีดตัดเริ่มสัมผัสกับชิ้นงานจะเกิดความเค้นบริเวณปลายของชิ้นงานที่สัมผัสกับมีดกัด (ภาพที่ 7-2) เมื่อใส่แรง  $P$  มากขึ้นเรื่อยๆ ความเค้นจะเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆ (ภาพที่ 7-3) จนกระทั่งถึงความเค้นสูงสุดที่ชิ้นงานจะรับได้ จะเริ่มเกิดการแตกหักของชิ้นงานเป็นเศษเล็กๆ (ภาพที่ 7-4 ถึง 7-6) ชิ้นงานจะแตกออกไปมากขึ้นเรื่อยๆ (ภาพที่ 7-7) จนกระทั่งเป็นลักษณะมุมแหลม (ภาพที่ 7-8) และจะสลับรูปแบบอย่างนี้ไปเรื่อยๆจนกระทั่งเสร็จสิ้นกระบวนการ



ภาพที่ 7 กระบวนการตั้งแต่เริ่มการตัดเฉือนจนกระทั่งเศษแยกออกตัวเนื้อชิ้นงานของอุปกรณ์ตัดเฉือนที่มีมุมคายเป็นลบ

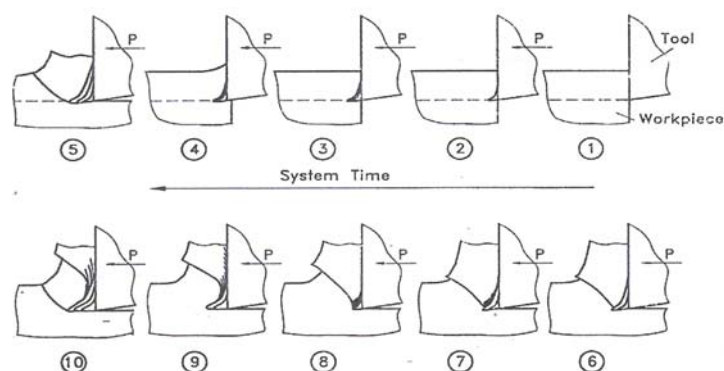
ที่มา: Oswald (1995); Zecchino (2006)

1.1.3 กรณีที่ 3 มีคัตเดื่อนขึ้นงานมีมุมคายเป็นศูนย์ จากภาพที่ 8 แสดงถึงการพิจารณาการคัตเดื่อนขึ้นงานในกรณีนี้ ในภาพที่ 9-1 แสดงวัสดุคัตเดื่อนเริ่มสัมผัสกับขึ้นงานและเมื่อทำการออกแรงคัตเดื่อนโดยกำหนดเป็นแรง  $P$  (ภาพที่ 9-2) จนกระทั่งแรง  $P$  ถึงจุดที่เนื้อขึ้นงานบริเวณปลายคมตัดของมีคัตเดื่อนขึ้นงานเริ่มเสียรูป และเมื่อเพิ่มแรง  $P$  มากขึ้นไปเรื่อยๆ เนื้อวัสดุขึ้นงานจะถึงช่วงพลาสติกที่บริเวณปลายของคมตัด (ภาพที่ 9-3) เมื่อใส่แรง  $P$  กระทำต่อไปเนื้อวัสดุจะเริ่มถูกแยกออกจากคัตขึ้นงานเป็นชั้นๆ ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งเต็มหน้าผิวสัมผัสของมีคัต ซึ่ง ณ จุดนี้จะเป็นความเค้นผสม โดยเป็นการรวมกันของความเค้นกับโมเมนต์ (ภาพที่ 9-4) ซึ่งทำให้จะต้องออกแรง  $P$  มากขึ้นเนื่องจากผลของความเค้นผสมนี้ (ภาพที่ 9-5) เมื่อความเค้นผสมนี้ถึงจุดสูงสุดเนื้อวัสดุจะเริ่มแยกตัวกับขึ้นงาน (ภาพที่ 9-6) และเมื่อเศษเริ่มแยกตัวออกจากเนื้อขึ้นงาน แรง  $P$  ที่ใช้ในการคัตเดื่อนจะลดลง (ภาพที่ 9-7) เศษจะถูกดันไปทางซ้ายแต่จะไม่ขาดออกจากเนื้อขึ้นงานเหมือนกรณีก่อนหน้านี้ (ภาพที่ 9-8) และเมื่อเศษไปถึงจุดๆหนึ่ง จะเป็นการเริ่มกระบวนการคัตเดื่อนในส่วนต่อไป (ภาพที่ 9-9 และ 9-10) โดยเศษที่ออกมาจะถูกทับกันเป็นชั้นๆ (Dominik Arnold, 2005)



ภาพที่ 8 มุมคายเป็นศูนย์

ที่มา: Oswald (1995); Zecchino (2006)

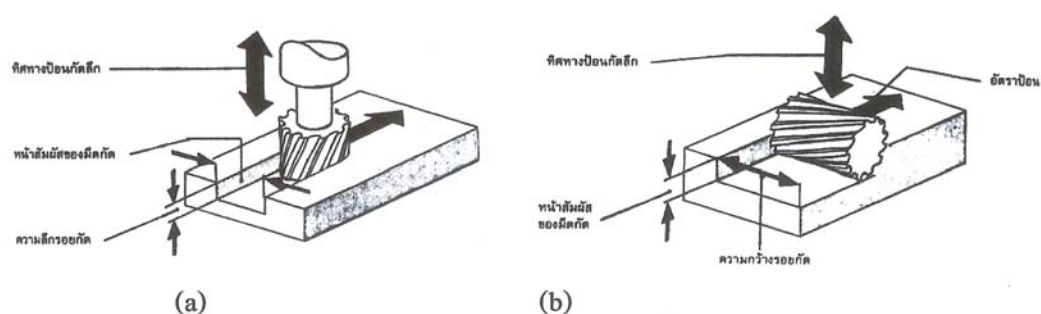


ภาพที่ 9 รูปแบบกระบวนการตั้งแต่เริ่มการตัดเฉือนจนกระทั่งเศษแยกออกจากตัวเนื้อชิ้นงานของอุปกรณ์ตัดเฉือนที่มีมุมคายเป็นศูนย์

ที่มา: Oswald (1995); Zecchino (2006)

## 2. การขึ้นรูปชิ้นงานโดยการกัด

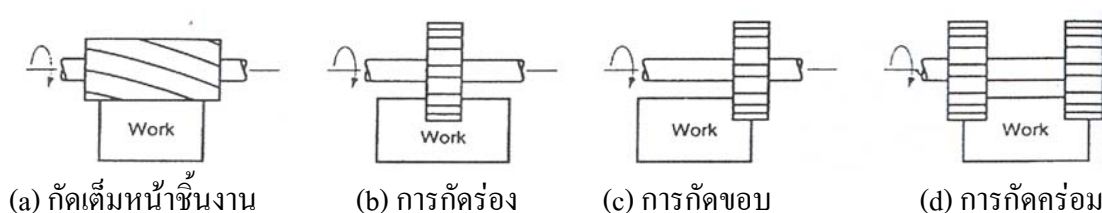
การขึ้นรูปชิ้นงานโดยทั่วไปมีหลายวิธี และการกัดก็เป็นอีกวิธีการหนึ่งที่มีความหลากหลายในการขึ้นรูปชิ้นงานให้ได้ตามรูปทรงและผิวที่ต้องการ การกัดเป็นการขึ้นรูปชิ้นงานโดยการตัดปาดผิวชิ้นงานด้วยการป้อนชิ้นงานผ่านเครื่องมือตัดที่หมุนอยู่ และการเลือกใช้ดอกกัดจะขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุและรูปแบบของชิ้นงานที่จะนำมากัด โดยทั่วไปการกัดสามารถแบ่งตามลักษณะชนิดของการกัดได้เป็น 2 ชนิดคือ (a) การกัดตั้ง (กัดด้วยหน้าของดอกกัด) (b) การกัดนอน (กัดด้วยขอบของดอกกัด) ดังแสดงในภาพที่ 10



ภาพที่ 10 การกัดทั้งสองแบบ (a) การกัดตั้ง (b) การกัดนอน

ที่มา: ชาลี (2542ข)

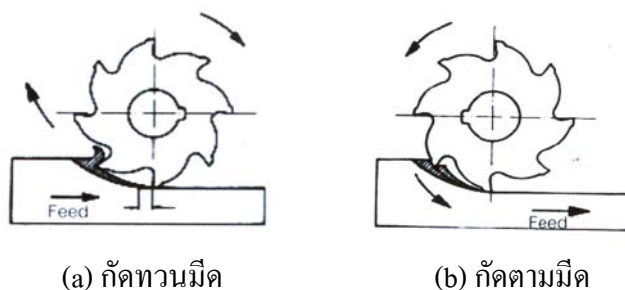
การกัดนูนมักเรียกว่า การกัดราบ ซึ่งแกนหมุนของเครื่องมือจะขนานกับพื้นผิวของชิ้นงานที่จะทำการปาดผิว และใช้คมตัดที่อยู่ตามแนวด้านข้างของดอกกัดในการตัดเนื้อชิ้นงานการกัดนูนทำได้หลายแบบดังแสดงในภาพที่ 11 (a) การกัดเต็มหน้าชิ้นงาน (slip milling) เป็นกรรมวิธีพื้นฐานของการกัดด้วยขอบดอกกัด ซึ่งความกว้างของดอกกัดกว้างเกินกว่าขนาดของชิ้นงาน (b) การกัดร่อง ดอกกัดมีความกว้างน้อยกว่าความกว้างชิ้นงาน ซึ่งเมื่อกัดลงในชิ้นงานจะเกิดเป็นร่องขึ้น (c) การกัดขอบ และ (d) การกัดคร่อม การกัดคร่อมจะต่างจากการกัดขอบตรงที่เป็นการกัดขอบทั้งสองด้านพร้อมกัน



ภาพที่ 11 การกัดนูน (a) กัดเต็มหน้าชิ้นงาน (b) การกัดร่อง (c) การกัดขอบ และ (d) การกัดคร่อม

ที่มา: ชาลี (2542ข)

ในการกัดงานยังสามารถแบ่งตามลักษณะของทิศทางการกัดได้เป็น 2 แบบคือ การกัดทวนกับการกัดตามมีด โดยจะพิจารณาจากทิศทางการหมุนของดอกกัดกับทิศทางการป้อนชิ้นงาน ดังแสดงในภาพที่ 12 การกัดทวนมีดเป็นการกัดที่นิยมใช้กันอยู่โดยทั่วไป ทิศทางการเคลื่อนที่ของดอกกัดจะสวนทางกับทิศทางการป้อนกัดของชิ้นงาน และในการกัดตามมีด ทิศทางของดอกกัดจะมีทิศทางเดียวกันกับการป้อนกัดของชิ้นงาน



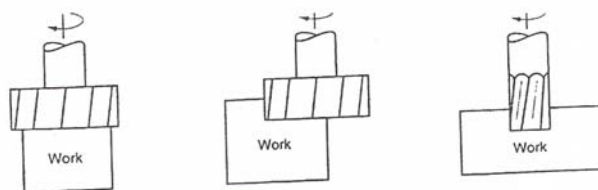
ภาพที่ 12 การกัดนูน (a) กัดทวนมีด และ (b) กัดตามมีด

ที่มา: ชาลี (2542ข)

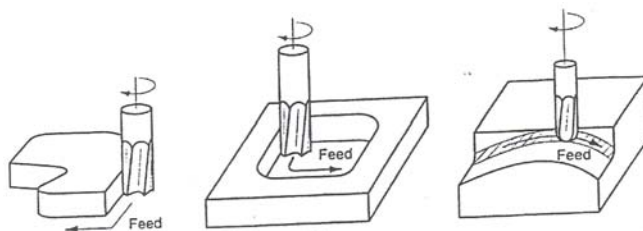
ทิศทางของการกัดที่ต่างกันจะให้ผลต่อการตัดเฉือนที่ต่างกัน ในการกัดทวนมีลักษณะของเศษชิ้นงานที่เกิดจะเริ่มจากทีละน้อยๆ และค่อยๆ เพิ่มความหนาขึ้นเรื่อยๆ ตามการหมุนของดอกกัด การกัดตามเศษที่ได้จากการตัดจะเริ่มจากความหนาที่มากที่สุดและจะลดลงเรื่อยๆ เศษของการกัดมีคตามจะมีขนาดน้อยกว่าการกัดทวนมีด ซึ่งหมายความว่า การทำงานในการตัดเฉือนเศษของการกัดตามจะใช้เวลาน้อยกว่า ทำให้อายุการใช้งานของเครื่องมือมีอายุการใช้งานที่นานขึ้น

ทิศทางของแรงที่เกิดขึ้นที่ดอกกัดในการกัดทวนมีดและกัดตามมีด มีลักษณะแตกต่างกัน แรงในการตัดเฉือนมีทิศทางในแนวของเวกเตอร์สัมผัสที่ขอบ (เส้นรอบวง) ของดอกกัดที่ตำแหน่งฟันกัดที่สนใจ ในการกัดทวนมีด แรงที่เกิดขึ้นมีแนวโน้มที่จะยกชิ้นงานขึ้น ส่วนในการกัดตามทิศทางของแรงกัดมีทิศทางลง ซึ่งจะมีแนวโน้มในการช่วยกดชิ้นงานให้แนบสนิทอยู่กับโต๊ะงานมากขึ้น

การกัดตั้ง แกนหมุนของดอกกัดทำมุมฉากกับผิวชิ้นงานที่ทำการกัด การตัดปาดผิวเกิดขึ้นทั้งที่ปลายและขอบด้านข้างของดอกกัด ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางใหญ่กว่าขนาดชิ้นงานที่ทำการกัดจะเรียกว่า การกัดปาดหน้า (ภาพที่ 13 (a)) ดอกกัดปาดหน้าที่ละส่วน เป็นการกัดปาดหน้าชิ้นงานทีละข้าง (ภาพที่ 13 (b)) ดอกกัดจะกัดไม่เต็มหน้าชิ้นงาน; การกัดด้วย end mill เป็นการกัดร่องลงบนชิ้นงาน ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของดอกกัดเล็กกว่าขนาดจริง (ภาพที่ 13 (c)); การกัดรูปพรรณ (ภาพที่ 13 (d)) เป็นการกัดรูปร่างชิ้นงานภายนอกด้วย end mill ผิวชิ้นงานที่ได้จะเป็นผิวเรียบ; การกัด pocket (ภาพที่ 13 (e)) เป็นการกัดชิ้นงานให้เกิดเป็นหลุมลึกลงไปจากผิวหน้าด้วย end mill; การกัดแบบ surface contouring (ภาพที่ 12 (f)) ส่วนมากนิยมใช้ดอกกัด end mill แบบหัวบอลมากกว่าแบบปลายตัดเรียบเป็นการป้อนมีดกัดตามเส้นทางเดินในลักษณะเส้นโค้ง กลับไปมาเพื่อที่จะทำให้ผิวที่ผ่านการกัดเป็นรูปร่างในสามมิติ ซึ่งใช้ในการทำโมลและดาย



(a) การกัดปาดหน้า (b) การกัดปาดหน้าทีละส่วน (c) การกัดร่อง end mill



(d) การกัดรูปพรรณ (e) การกัด pocket (f) การกัดแบบ surface contouring

### ภาพที่ 13 การกัดตั้ง

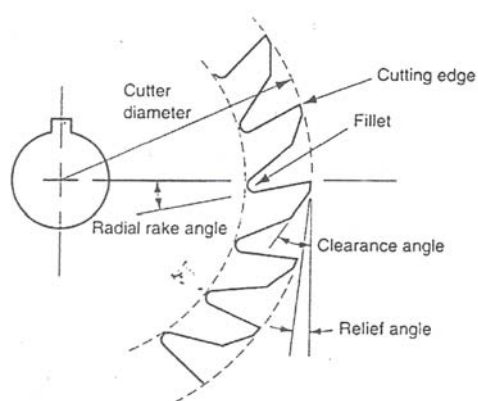
ที่มา: ชาลี (2542ข)

#### 2.1 การแบ่งชนิดของมิลด์กัด แบ่งตามลักษณะการใช้งานร่วมกับกระบวนการกัดได้ดังนี้

2.1.1 มิลด์กระนาบ (Plain Milling Cutter) ใช้สำหรับกัดขนอน หรือการกัดเต็มหน้าชิ้นงาน มิลด์ชนิดนี้มีรูปร่างเป็นทรงกระบอกมีฟัน (คมตัด) อยู่โดยรอบ โดยมากแล้วคมตัดหรือฟันของดอกกัดแบบนี้จะมีลักษณะเลี้ยวฟันอยู่รอบดอกกัด เพื่อที่จะลดการกระแทกในขณะที่ทำการกัดชิ้นงาน และจะเรียกดอกกัดชนิดนี้ว่า “ดอกกัดคมเลี้ยว (helical milling cutter)” ซึ่งลักษณะรูปร่างและมุมประกอบต่างๆของดอกกัดคมเลี้ยวได้แสดงไว้ในภาพที่ 14

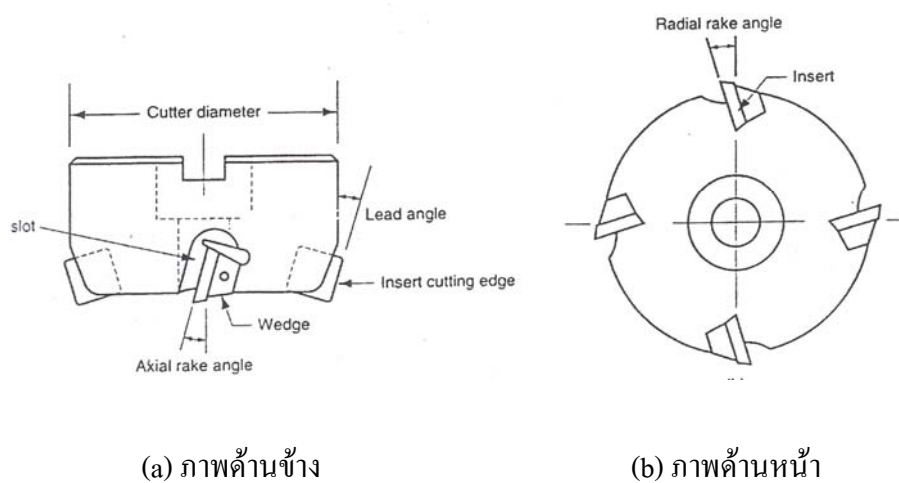
2.1.2 มิลด์ขึ้นรูป (Forming Milling Cutters) เป็นมิลด์ขนอนที่มีรูปร่างของฟัน (คมตัด) ตามลักษณะรูปร่างของชิ้นงาน ส่วนมากแล้วใช้ในการกัดเฟือง ซึ่งจะใช้มิลด์ขึ้นรูปกัดร่องฟันเฟือง ทำให้ได้รูปพรรณของเฟืองตามต้องการ

2.1.3 มิลด์ปาดหน้า (Face Milling Cutters) เป็นมิลด์ที่ออกแบบมาให้มีฟัน (คมตัด) สำหรับกัดงานอยู่ที่ลำตัวและที่ปลายของดอกกัด มิลด์ปาดหน้ามักจะผลิตจากเหล็กความเร็วสูง (high speed steel) หรือออกแบบในลักษณะใช้เครื่องมือคมตัดแบบมีดเสียบ (insert) ภาพที่ 15 แสดงรูปมิลด์กัดปาดหน้าแบบใช้มีดเสียบสี่ฟัน (Oswald, 1995)



ภาพที่ 14 รูปร่างของมิดกักระนาบแบบ 18 ฟัน

ที่มา: ชาลี (2542ข)



(a) ภาพด้านข้าง

(b) ภาพด้านหน้า

ภาพที่ 15 รูปร่างของมิดกัคปาดหน้าแบบสี่ฟัน

ที่มา: ชาลี (2542ข)

วัสดุโดยทั่วไปจะต้องทราบความเร็วตัดเฉือนชิ้นงานเพื่อที่จะนำค่าความเร็วตัดเฉือนไปหาค่าความเร็วรอบดอกกัดและอัตราป้อนกัด ซึ่งการคำนวณความเร็วตัดในงานกัด คือความยาวหรือระยะทางของเศษโลหะที่ถูกดอกกัดตัดเฉือนออกมาในขณะกัด ว่ามีความยาวกี่เมตร ในเวลา 1 นาที ความเร็วตัดจึงมีหน่วยเป็นเมตร/นาที ซึ่งในการคำนวณก็ใช้หลักการการหาเส้นรอบวงของดอกกัดคูณด้วยความเร็วรอบดอกกัด

จึงมีสูตรดังนี้  $V_c = \frac{n \times \pi \times d}{1000}$  (1)

หรือ  $n = \frac{V_c \times 1000}{\pi \times d}$  (2)

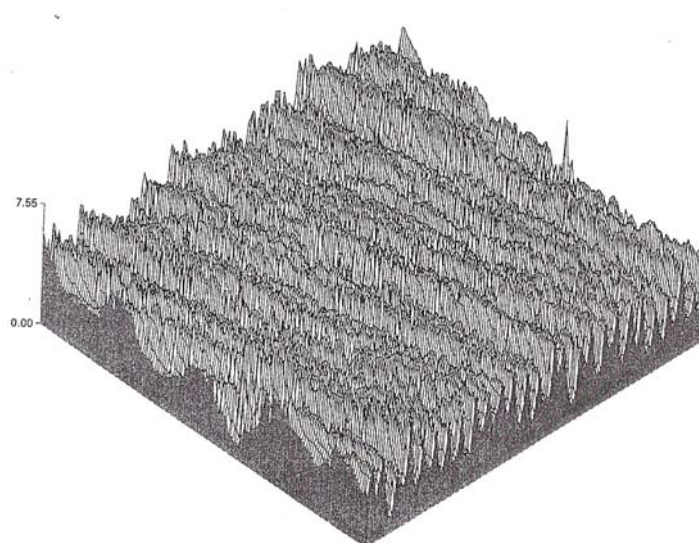
โดยที่  $V_c$  = ความเร็วตัดงานกัด (เมตร/นาที)  
 $n$  = ความเร็วรอบดอกกัด (รอบ/นาที)  
 $d$  = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของดอกกัด (มม.)

และอัตราป้อน ( $f$ ) ในการกัดมักจะกำหนดเป็นอัตราป้อนกัดต่อฟัน หรือเรียกว่า ภาระกัดต่อฟัน (chip load) ซึ่งสามารถนำมาคำนวณกลับเป็นอัตราป้อนต่อเวลา โดยอาศัยความเร็วรอบของเพลงาน และจำนวนฟันของดอกกัดดังนี้

$$f_r = fN \times n_t \times f \quad (3)$$

โดยที่  $f_r$  = อัตราป้อนต่อเวลา, นิ้ว/นาที (มม./นาที)  
 $N$  = ความเร็วรอบของเพลงาน, รอบ/นาที  
 $n_t$  = จำนวนฟันดอกกัด  
 $f$  = อัตราป้อนต่อฟัน, นิ้ว/ฟัน (มม./ฟัน)

สำหรับผิวชิ้นงานที่ได้จากการกัดแล้วนั้น จะมีค่าความหยาบละเอียดที่แตกต่างกันออกไป ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขต่างๆ คือ อัตราการป้อนกัน, การป้อนกัดลึก, ความเร็วรอบของดอกกัด, การจับยึดชิ้นงาน และการสัมผัสเทือนของดอกกัดกับชิ้นงานในระหว่างกระบวนการกัดจะทำให้ได้ผิวชิ้นงานออกมาดังภาพที่ 16



ภาพที่ 16 ผิวชิ้นงานที่ขึ้นรูปด้วยการกัด

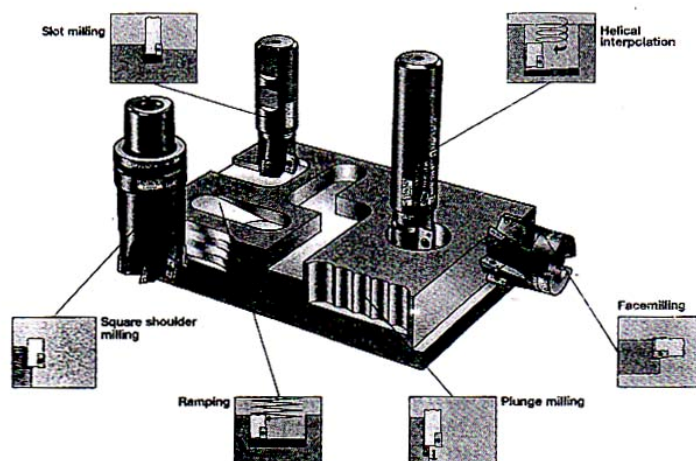
ที่มา: Stout *et al.* (1990)

## 2.2 เครื่องมือตัดสำหรับงานกัด

เครื่องมือตัดสำหรับงานกัดด้วยเครื่องกัดซีเอ็นซีหรือเครื่องแมชชีนนิ่งเซนเตอร์ มีดังนี้คือ (อำนาจ, 2544)

ก. เอ็นด์มิลล์ (End mills) เอ็นด์มิลล์เป็นเครื่องมือตัดที่ใช้สำหรับเครื่องกัดเพลตติ้งหรือเครื่องแมชชีนนิ่งเซนเตอร์แบบเพลตติ้ง ส่วนวัสดุที่ใช้ทำเอ็นด์มิลล์นั้นมีหลายประเภท เช่น เหล็กกล้า รอบสูง (HSS) และคาร์ไบด์ (Carbide)

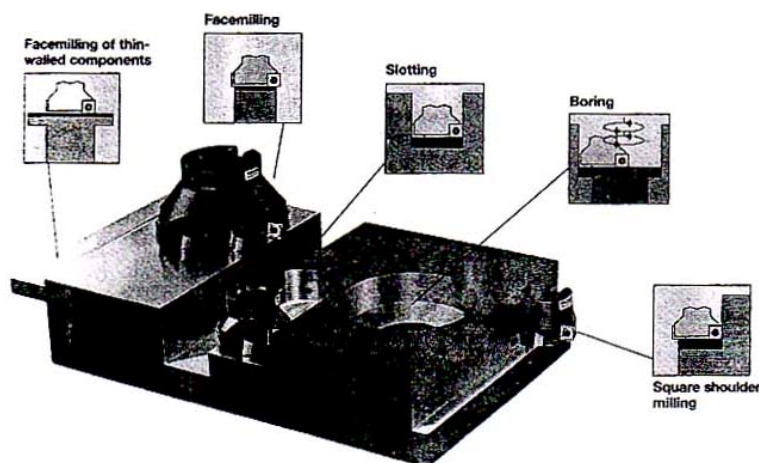
ในกระบวนการตัดเฉือนผิวชิ้นงานด้วยเอ็นด์มิลล์นั้น อาศัยคมตัดตรงปลายและคมตัดด้านข้าง ตัวอย่างของเอ็นด์มิลล์ที่ใช้สำหรับเครื่องจักรซีเอ็นซีแสดงดังภาพที่ 17



ภาพที่ 17 รูปทรงของเอ็นซีมิลล์และการขึ้นรูปชิ้นงานในลักษณะต่างๆ

ที่มา: อำนาจ (2544)

ข. เฟซมิลล์ (Face mill) เป็นเครื่องมือตัดที่ออกแบบมาเพื่อใช้สำหรับเครื่องจักรซีเอ็นซี นั้น ส่วนมากแล้วจะเป็นแบบอินเลิร์ต ซึ่งสามารถถอดเปลี่ยนอินเลิร์ตได้



ภาพที่ 18 ตัวอย่างของเฟซมิลล์ที่ใช้สำหรับงานปาดผิวชิ้นงาน

ที่มา: อำนาจ (2544)

## 2.3 วัสดุของเครื่องมือตัด (Tool Material) มีอยู่ 5 ประเภทหลักๆ ดังนี้

ก. Carbon steel and medium alloys Steels มีความแข็งแรงขณะร้อน และต้านทานการสึกหรอสูง อย่างไรก็ตามสามารถขึ้นรูปร่างง่าย ๆ ได้ และใช้ความเร็วในการขึ้นรูปไม่สูงนัก สารหล่อเย็นที่จะใช้ควรเป็นของเหลวที่ผสมกับน้ำ เพื่อที่จะทำให้เครื่องมือตัดเย็นที่สุดเท่าที่จะทำได้

ข. High speed steel (H.S.S.) เป็นวัสดุที่ใช้ทำเครื่องมือกันอย่างแพร่หลายมากที่สุด โดยมีความแข็งแรงขณะร้อนและต้านทานการสึกหรอที่สูงประกอบกับมีความเหนียวควบคู่ไปด้วย สารหล่อเย็นที่จะใช้ควรเป็นน้ำมันที่ไม่ผสมน้ำ หรือ ของเหลวที่ผสมกับน้ำก็ได้

ค. Cast alloy tools ในที่อุณหภูมิสูงจะแข็งแรงกว่า H.S.S. แต่เหนียวน้อยกว่า มักใช้กับงานเจาะ เครื่องมือตัดที่มีคมเดียว (Single point tool) และ Part off tool สารหล่อเย็นที่จะใช้ควรเป็นน้ำมันที่ไม่ผสมน้ำ เพื่อป้องกันเครื่องมือตัดจากแรงหรือภาระกะทันหัน (Shock load) สูงๆ

ง. Carbide tool มีความแข็งแรงมากกว่า H.S.S. แต่เปราะกว่ามาก โดยที่มีส่วนผสมของ Carbon, Tungsten, Titanium, Tantalum หรือ Niobium เป็นเหตุให้มีความสามารถในการทนต่อการสึกหรอที่สูงมาก ดังนั้น จึงไม่จำเป็นที่จะต้องสนใจเรื่องการหล่อเย็นมากนัก แต่ยังคงต้องคำนึงถึงการหล่อเย็นอยู่จึงควรใช้สารหล่อเย็นประเภทของเหลวที่ผสมกับน้ำ

จ. Ceramic นั้นมีความแข็งแรงสูงมากกว่า Carbide tool และ เหนียวกันก็จะมี ความเปราะมากกว่าเช่นกัน และจะใช้ในช่วงความเร็วที่สูงมาก จึงมักใช้กับของเหลวที่ผสมกับน้ำ เพื่อที่จะทำให้เศษโลหะเย็น และ ยังลดการบิดเบี้ยวของชิ้นงานได้อีกด้วย

## 3. ทฤษฎีความหยาบละเอียดผิว

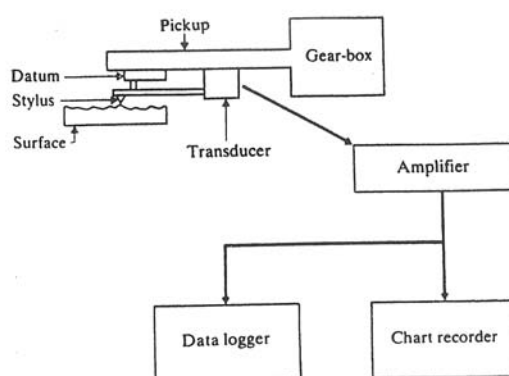
วัสดุที่ได้ผ่านการขึ้นรูปโดยวิธีการกัดปาดผิวหน้าในแต่ละกระบวนการการผลิต และต่างเงื่อนไข จะให้ค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานไม่เท่ากัน โดยความหยาบละเอียดผิวจะขึ้นอยู่กับตัวแปรหลายๆ อย่าง เช่น รูปร่างของเครื่องมือตัดเฉือน การสึกหรอของเครื่องมือ ลักษณะของเศษชิ้นงาน คุณสมบัติของวัสดุชิ้นงานและเครื่องมือตัดเฉือน (Huynh and Fan, 1992) อัตราป้อนกัต, การป้อนกัตลึก, ความเร็วรอบของดอกกัด, การจับยึดชิ้นงาน และการสั่นสะเทือนระหว่างกระบวนการ

การกัด ปังจี้เหล่านี้จะส่งผลต่อคุณภาพของผิวชิ้นงานที่ได้ ซึ่งวิธีที่จะบ่งชี้ว่าผิวชิ้นงานที่กัดด้วยเงื่อนไขใดให้ความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานดีกว่าหรือด้อยกว่ากัน เราจำเป็นต้องทำการวัดค่าความหยาบละเอียดของผิว ซึ่งเครื่องมือที่ใช้ในการวัดค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานแบ่งออกเป็น 2 ประเภทได้แก่ การวัดโดยวิธีสัมผัสกับชิ้นงาน และการวัดโดยไม่สัมผัสกับชิ้นงาน

ในการวัดความหยาบละเอียดผิวทั่วไปมักนิยมใช้การวัดใน 2 มิติ ซึ่งเป็นวิธีการวัดที่ง่าย แต่ในบางพื้นผิวการวัดเพียง 2 มิติ อาจไม่เพียงพอที่จะบอกถึงความหยาบละเอียดของผิวได้ จึงต้องใช้วิธีการวัดแบบ 3 มิติ (Dong *et al.*, 1992)

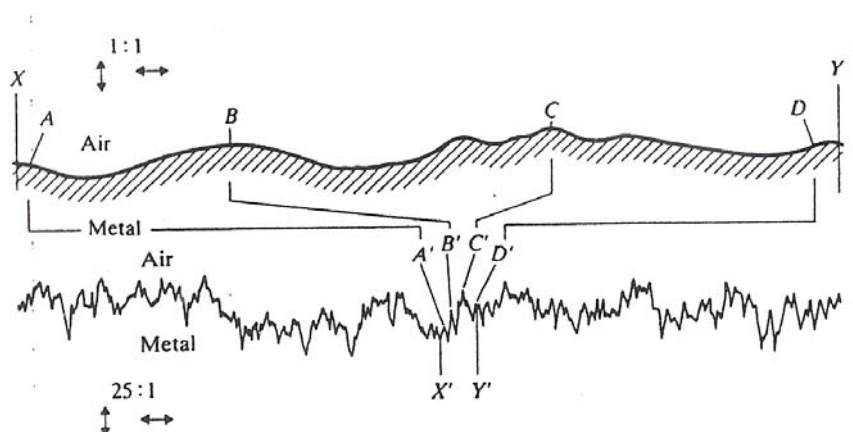
### 3.1 การวัดโดยวิธีสัมผัส

ผิวสำเร็จของชิ้นงานที่ผ่านการตัดเฉือนโดยทั่วไปจะใช้วิธีการวัดโดยสัมผัสกับชิ้นงาน ซึ่งอุปกรณ์ชนิดนี้จะใช้หัวเข็มซึ่งจะสัมผัสไปกับผิวของชิ้นงาน โดยหัวเข็มจะเลื่อนขึ้น-ลงตามลักษณะผิวของชิ้นงาน เมื่อหัวเข็มจะถูกลากไปบนผิวชิ้นงานตามแนวที่ต้องการวัดค่าความหยาบละเอียดของผิว (Reason, 1970; Thomas, 1982; Whitestone, 1994; Hobson, n.d.) สัญญาณที่ได้จะถูกขยายโดยผ่านตัวขยายสัญญาณที่เรียกว่าแอมพลิไฟเออร์ (ภาพที่ 19) ทำให้เราได้ค่าความหยาบละเอียดผิว และความเป็นคลื่นของผิวชิ้นงานได้ชัดเจนมากขึ้น ซึ่งจะได้เป็นกราฟ 2 มิติ ดังภาพที่ 20



ภาพที่ 19 เครื่องวัดความหยาบละเอียดผิวแบบสัมผัส

ที่มา: Thomas (1982)



ภาพที่ 20 ภาพขยายที่ได้จากแอมพลิไฟเออร์

ที่มา: Thomas (1982)

### 3.1.1 ลักษณะพื้นผิว

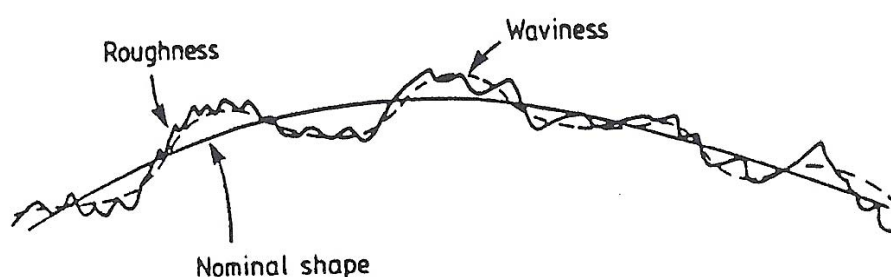
ลักษณะพื้นผิว คือ รูปร่างของผิวที่ซึ่งเบี่ยงเบนออกไปจากพื้นผิวปกติ โดยความเบี่ยงเบนอาจจะเกิดขึ้นซ้ำๆ ลักษณะเดิมหรือแบบสุ่ม และค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากอุปกรณ์วัดอาจจะได้มาจากความคลาดเคลื่อนของแกนนำหรือชิ้นส่วนของเครื่องมือวัด การสึกหรอของอุปกรณ์วัด ความร้อน และลักษณะการจับยึด (Smith, 1989) ซึ่งแบ่งจำแนกได้ออกเป็นหลายประเภทตามลักษณะพื้นผิวที่เกิดขึ้นดังต่อไปนี้

- ความเป็นคลื่นของผิว (Waviness) ความเป็นคลื่นของผิวจะอ้างถึงการเปลี่ยนแปลงของพื้นผิวซึ่งสัมพันธ์กับคลื่นตามแนวความยาว หรือหมายถึงคลื่นที่มีความถี่ต่ำ โดยในความเป็นคลื่นของผิวนี้อาจประกอบด้วยลูกคลื่นของความขรุขระหลายๆ ลูกรวมกัน ซึ่งระยะของความเป็นคลื่นจะกว้างกว่าระยะของความหยาบละเอียด (ภาพที่ 21) ความเป็นคลื่นของผิวนั้นอาจเกิดได้จากการจับชิ้นงาน, ความคลาดเคลื่อนของเครื่องมือตัดเฉือน, การสั่นสะเทือนของเครื่องมือตัดเฉือน, การสั่นสะเทือนของชิ้นงาน (Smith, 1989) ทั้งหมดนี้ทำให้เกิดความเป็นคลื่นของผิวของชิ้นงานได้

- ความหยาบละเอียดผิว (Roughness) ความหยาบละเอียดผิวโดยทั่วไปจะอ้างถึงรูปโครงสร้างของพื้นผิวที่มีความขรุขระน้อยกว่าความเป็นคลื่นของผิว หรือมีความถี่สูงกว่าความเป็นคลื่น

ของผิว (ภาพที่ 21) โดยค่าความหยาบละเอียดของผิวจะขึ้นอยู่กับอัตราป้อน, รัศมีความโค้งของคมตัด, ความเร็วตัดเฉือนชิ้นงาน และเศษของชิ้นงานหลุดทำลายผิวชิ้นงาน เป็นต้น

- ความกว้างของความหยาบละเอียด (Roughness width) ความกว้างของความหยาบละเอียด คือระยะขนานกันของสันคลื่นจากลูกหนึ่งไปยังลูกถัดไป ดังแสดงในภาพที่ 21



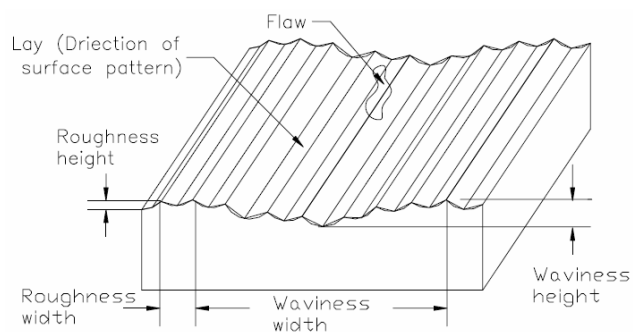
ภาพที่ 21 ความเป็นคลื่นของผิวและความหยาบละเอียดผิว

ที่มา: Whitestone (1994)

- ความสูงของความเป็นคลื่น (Waviness height) ความสูงของความเป็นคลื่น คือระยะระหว่างจุดสูงสุด-ต่ำสุดสุดของคลื่น ดังแสดงในภาพที่ 22

- ความกว้างของความเป็นคลื่น (Waviness width) ความกว้างของความเป็นคลื่น คือระยะตั้งแต่ จุดสูงสุด-จุดต่ำสุด หรือจุดต่ำสุดถึงจุดต่ำสุด ของแต่ละช่วงคลื่น ดังแสดงในภาพที่ 22

- ทิศทางของรอยตัด (Lay) จะมองเห็นได้บนผิวชิ้นงาน โดยเกิดบริเวณของชิ้นงาน ทำให้เห็นทิศทางการเคลื่อนที่ของเครื่องมือตัด

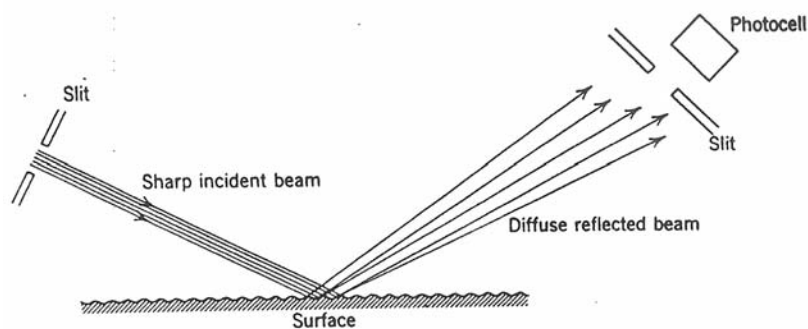


ภาพที่ 22 รูปร่างความเป็นคลื่นและความหยาบละเอียด

ที่มา: Mike *et al.* (1999)

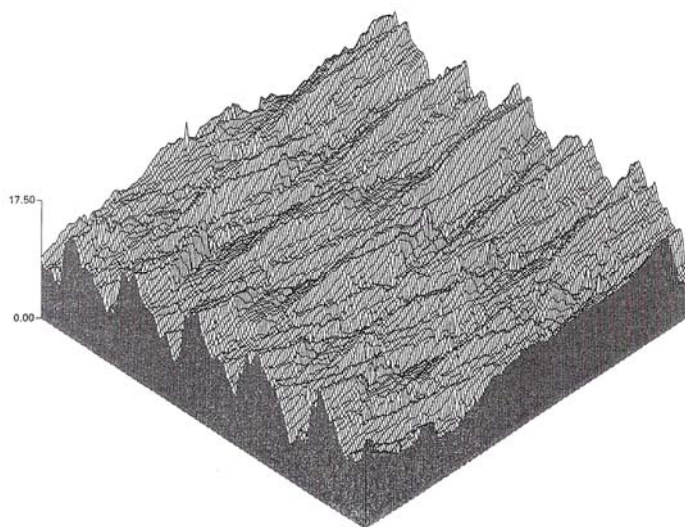
### 3.2 การวัดโดยไม่สัมผัส

การวัดโดยไม่สัมผัสชิ้นงาน เป็นวิธีการวัดผิวชิ้นงานเพื่อให้ได้ผิวชิ้นงานในลักษณะ 3 มิติ โดยใช้การปล่อยลำแสงลงไปยังพื้นผิวและสะท้อนกลับเข้าไปยังตัวรับสัญญาณ (ภาพที่ 23) จากนั้นจะได้รูปร่างของพื้นผิวในลักษณะ 3 มิติออกมา ตัวอย่างของผิวชิ้นงานที่ได้จากการกดปาดผิวหน้าชิ้นงานดังภาพที่ 24



ภาพที่ 23 วิธีใช้ลำแสงส่องสะท้อนผิวที่ต้องการวัด

ที่มา: Rabinowicz (1965)

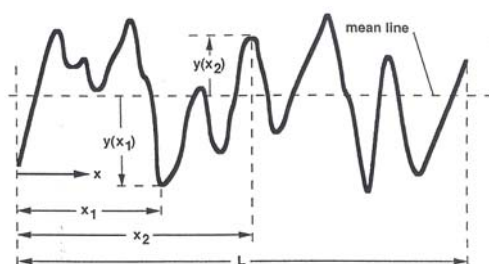


ภาพที่ 24 ผิวชิ้นงานในลักษณะ 3 มิติ

ที่มา: Stout *et al.* (1990)

### 3.3 ค่าความหยาบละเอียดผิว

ค่าความหยาบละเอียดของผิวแบ่งออกได้เป็น 9 ชนิด คือ Root-Mean-Square Roughness ( $R_a$  or  $R_{ms}$ ), Maximum Peak-Valley Roughness ( $R_{MAX}$  or  $R_t$ ), Ten-Point Height ( $R_z$ ), Average Peak-To-Valley Roughness ( $R$  or  $H$  or  $H_{Pl}$ ), Average Spacing of Roughness Peak ( $A_r$  or  $A_R$ ), Swedish Height of Irregularities ( $R$  or  $H$ ), Bearing Length Ratio ( $T_p$  and Others), Leveling Depth ( $R_p$  and Others), Waviness Height ( $W$ ) ค่าความหยาบละเอียดผิวชิ้นงานที่นิยมใช้บอกคุณภาพของผิวโดยทั่วไปจะใช้ค่า  $R_a$  (ภาพที่ 25) จะเป็นการเฉลี่ยพื้นที่ระหว่างผิวชิ้นงานกับแนวศูนย์กลางเฉลี่ยกับความยาว



ภาพที่ 25 การหาค่า Ra

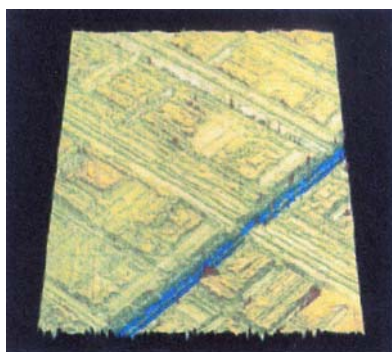
ที่มา: Stout *et al.* (1990)

จะได้

$$Ra = \frac{1}{L} \cdot \int_0^L |y| dx$$

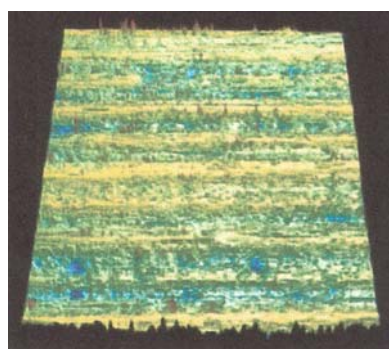
$$Ra = \frac{|y(x_1)| + |y(x_2)| + |y(x_3)| + \dots + |y(x_n)|}{n} \quad (4)$$

แต่การวัดค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานกรณีนี้จะเป็นเพียงการหาค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานตามแนวแกนใดแกนหนึ่งเท่านั้น จึงเหมาะสมสำหรับชิ้นงานกรณีที่แนวทุกๆ แนวของผิวชิ้นงานมีลักษณะเหมือนกันเท่านั้น สำหรับผิวชิ้นงานที่ในแต่ละแนวมีลักษณะไม่เหมือนกัน (ภาพที่ 26 และ 27) ซึ่งเช่นเดียวกันกับการวิจัยครั้งนี้การวัดเพียงแนวเดียวจะไม่เพียงพอ เนื่องจาก การกัดชิ้นงานจะต้องมีการเลื่อนแนวกัดของดอกกัด จึงทำให้ผิวชิ้นงานที่ได้จะมีทั้งบริเวณที่ถูกเดินกัดซ้ำและเดินกัดเพียงรอบเดียว ดังนั้นในกรณีผิวชิ้นงานประเภทนี้จำเป็นต้องหาค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานในลักษณะเป็นระนาบ



ภาพที่ 26 เป็นร่องตามแนวไขว้

ที่มา: Unal *et al.* (2000)



ภาพที่ 27 เป็นร่องตามแนวนอน

ที่มา: Unal *et al.* (2000)

จากภาพที่ 26 และ 27 จะเห็นว่า หากทำการวัดเพียงแนวใดแนวหนึ่งบนชิ้นงาน จะทำให้ค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานที่ได้ไม่ถูกต้อง จึงจำเป็นต้องทำการวัดโดยคิดเป็นบริเวณในลักษณะระนาบบนพื้นผิวชิ้นงาน ซึ่งจะเป็นตัวบ่งชี้บอกถึงค่าความหยาบละเอียดผิวได้ดีกว่าแบบการวัดเพียงแนวเดียว

ดังนั้นลักษณะของผิวชิ้นงานที่ถูกกัคนั้น เราจำเป็นต้องใช้การวัดค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานด้วยวิธี 3 มิติ หากเราไม่คิดผลกระทบของการสั่นสะเทือนของดอกกัดและชิ้นงานในขณะกระบวนการกัด เราจะสามารถทำนายค่าความหยาบละเอียดผิวคร่าวๆได้จากสมการ

$$R_{ig} = \frac{[f_{eff}]^2}{8.r_n} \quad (5)$$

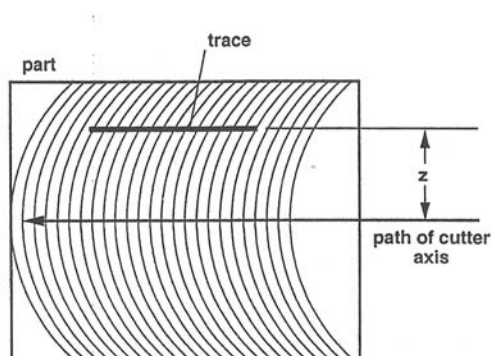
และ

$$R_{ag} = \frac{0.0321.[f_{eff}]^2}{r_n} \quad (6)$$

เมื่อ  $r_n$  คือ รัศมีปลายคมตัดของดอกกัด และ  $f_{eff}$  คือ ประสิทธิภาพของอัตราการป้อนกัด ซึ่งสามารถหาได้จาก

$$f_{eff} = f_t \cdot \cos \left[ \frac{z}{R} \right] \quad (7)$$

เมื่อ  $f_t$  คือ อัตราป้อนกัดต่อฟัน,  $R$  คือ รัศมีของดอกกัด และ  $z$  คือ ระยะห่างระหว่างแนวที่วัดกับแนวศูนย์กลางของดอกกัดที่เดินกัดชิ้นงาน ดังภาพที่ 28



ภาพที่ 28 แสดงแนวของการวัดที่ขนานไปกับแนวศูนย์กลางของทางเดินดอกกัด

ที่มา: Smith (1989)

ซึ่งสมการข้างต้นนี้จะแม่นยำสำหรับดอกกัดที่มีคมตัดน้อยๆ และไม่มีการสั่นสะเทือนเกิดขึ้นกับชิ้นงานและดอกกัดขณะทำการกัด

### 3.4 ความหยาบละเอียดผิวโดยพื้นที่ผิวจริงต่อพื้นที่ระนาบ

ในการวัดค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานในรูปแบบของ 3 มิติ หากเราต้องการความละเอียดและแม่นยำเราต้องใช้ลำแสงดังที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้ แต่ในความเป็นจริงในงานทั่วๆ ไป พื้นที่ผิวบางชนิดไม่จำเป็นต้องการความละเอียดและแม่นยำมากนัก จึงได้คิดดัดแปลงอุปกรณ์ที่สามารถหาได้ง่าย และมีทั่วๆ ไปในห้องทดลอง ซึ่งสะดวกและต้นทุนต่ำเมื่อเทียบกับการใช้ลำแสง โดยการประยุกต์เช่น Dial gauge, Profilometry, Drag measurement system มาใช้ในการวัดรูปร่างของพื้นผิวจริง และจากนั้นนำค่าพื้นที่ผิวจริงที่วัดได้มาทำการเทียบกับพื้นที่ผิวระนาบ ซึ่งถ้าพื้นที่ผิวยังมีความหยาบสูง จะทำให้อัตราส่วนระหว่างพื้นที่ผิวจริงต่อพื้นที่ระนาบมีค่าสูงมากยิ่งขึ้นเท่านั้น ซึ่งมีสมการเป็น

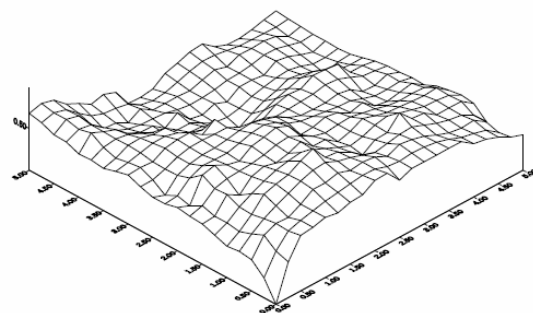
$$SRC = \frac{A_m}{A_n} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } SRC &= \text{สัมประสิทธิ์ความหยาบละเอียดผิว} \\ A_m &= \text{พื้นที่ผิวจริงที่ได้จากการวัด} \\ A_n &= \text{พื้นที่ผิวระนาบ} \end{aligned}$$

ใน พ.ศ. 2543 Unal และคณะ ได้ทำการทดสอบความสามารถของอุปกรณ์แต่ละชนิด โดยการวัดความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานชิ้นเดียวกันแล้วนำค่า SRC ของแต่ละเครื่องมือที่วัดได้นำมาเปรียบเทียบกันว่าอุปกรณ์ชนิดใดให้ค่าความแม่นยำที่สูงกว่าดังตารางที่ 1

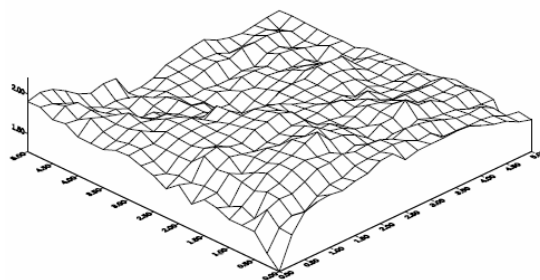
ตารางที่ 1 เปรียบเทียบค่า SRC ที่วัดแต่ละวิธี

|     | Dial gauge<br>Measurement system | Drag measurement<br>System | Digital<br>photogrammetry | Profilometry |
|-----|----------------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------|
| SRC | 1.0768                           | 1.061956                   | 1.057128                  | 1.037668     |



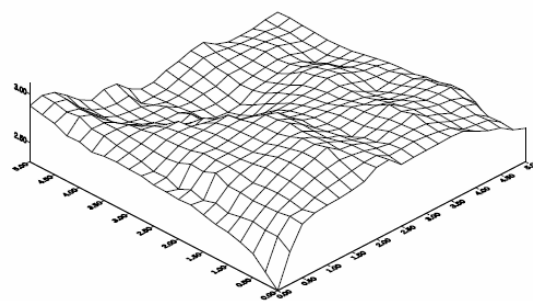
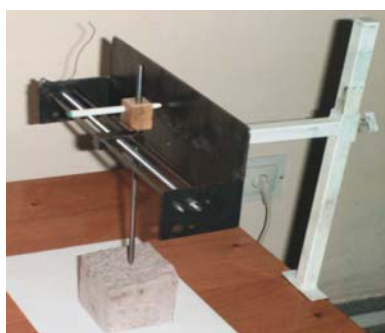
ภาพที่ 29 พื้นผิวที่ได้จากการวัดโดยใช้ digital photogrammetry

ที่มา: Unal *et al.* (2000)



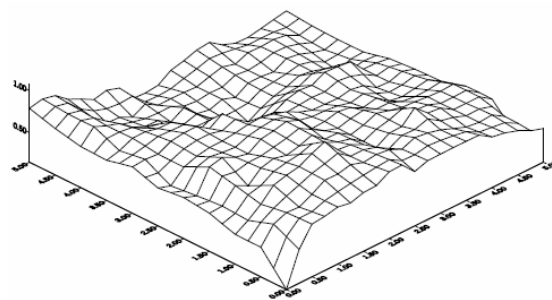
ภาพที่ 30 พื้นผิวที่ได้จากการวัดโดยใช้ dial gauge

ที่มา: Unal *et al.* (2000)



ภาพที่ 31 พื้นผิวที่ได้จากการวัดโดยใช้ Profilometry

ที่มา: Unal *et al.* (2000)



ภาพที่ 32 พื้นผิวที่ได้จากการวัดโดยใช้ Drag measurement

ที่มา: Unal *et al.* (2000)

#### 4. Fourier Series

เราได้เคยทราบมาแล้วว่า ฟังก์ชันบางฟังก์ชันสามารถเขียนแทนได้ด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ หรือ อนุกรมแมคลอริน โดยมีรูปทั่วไปคือ

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)(x-a)^n}{n!} \quad (9)$$

ตัวอย่างเช่น 
$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

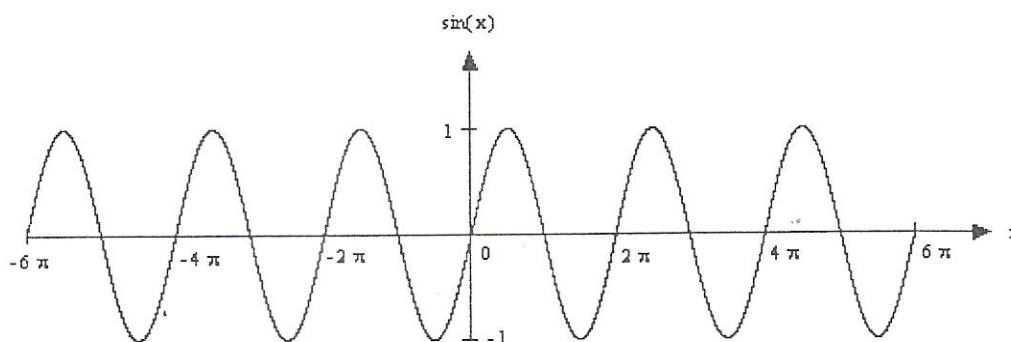
$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

แต่การแทนฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์มีปัญหาตรงที่  $f(a), f'(a), f''(a), \dots$  ต้องหาค่าได้ ดังนั้นถ้าไม่สามารถหา  $f(a), f'(a), f''(a), \dots$  ได้แล้ว เราจึงไม่สามารถหาอนุกรมเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน  $f(x)$  รอบจุด  $a$  ได้ และในบางครั้งฟังก์ชันที่เราสนใจอาจจะไม่ต่อเนื่องที่บางจุด ดังนั้นเราจึงไม่สามารถแทนฟังก์ชันเหล่านี้ได้ด้วยอนุกรมเทย์เลอร์รอบจุดเหล่านั้นได้ ในบทนี้เราจะได้

ศึกษาถึงวิธีที่จะเขียนแทนฟังก์ชันด้วยอนุกรมอีกแบบหนึ่งคืออนุกรมฟูเรียร์ รวมถึงการประยุกต์ใช้ของอนุกรมฟูเรียร์

#### 4.1 ฟังก์ชันเป็นคาบ

เราทราบว่า  $\sin(\pi + 2\pi) = \sin x$  ทุกจำนวนจริง  $x$  ซึ่งเมื่อพิจารณากราฟของฟังก์ชัน  $\sin$  ดังภาพที่ 33 จะพบว่ากราฟของฟังก์ชัน  $\sin$  มีลักษณะเหมือนกันทุกๆ ช่วงความยาว  $2\pi$  เรเดียนที่ติดกัน มากไปกว่านั้น ถ้าเรามองกราฟในช่วงความยาวทุกๆ  $4\pi$  เรเดียนที่ติดกันจะพบว่า กราฟในแต่ละช่วงมีลักษณะเหมือนกัน และเป็นเช่นนี้สำหรับช่วง  $6\pi, 8\pi, 10\pi, \dots$  ลักษณะเช่นนี้เป็นลักษณะของฟังก์ชันเป็นคาบ

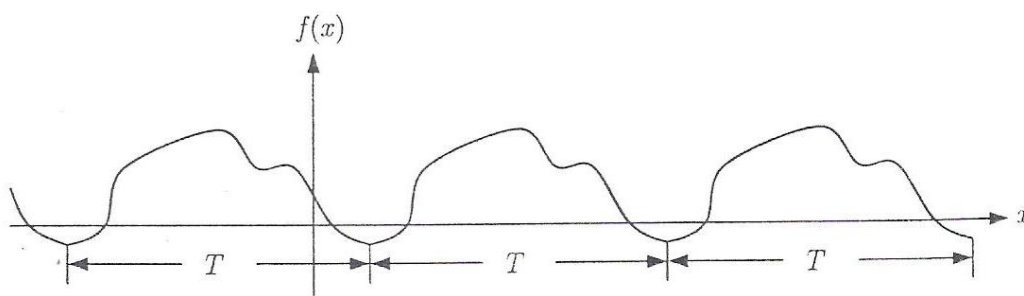


ภาพที่ 33 แสดงกราฟของ  $\sin x$

ที่มา: Ziill and Cullen (2000)

บทนิยามที่ 4.1.1 เรากล่าวว่า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันเป็นคาบ (periodic function) ก็ต่อเมื่อมีจำนวนจริงบวก  $T$  ที่ทำให้  $f(x+T) = f(x)$  สำหรับทุก  $x$  และเรียก  $T$  ว่า คาบ (period) ของ  $f(x)$

กราฟของฟังก์ชันเป็นคาบที่มีคาบเท่ากับ  $T$  จะมีลักษณะซ้ำกันในช่วงความยาว  $T$  หน่วย ดังแสดงในภาพที่ 34



ภาพที่ 34 แสดงฟังก์ชันคาบ

ที่มา: Ziill and Cullen (2000)

จากบทนิยาม ถ้า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันคาบ จะได้ว่า

$$f(x+2T) = f(x+T+T) = f(x+T) = f(x) \quad (10)$$

และในทำนองเดียวกันเราสามารถแสดงได้ว่า สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  ใดๆ จะได้  $f(x+nT) = f(x)$  ทุก  $x$  ดังนั้น  $2T, 3T, 4T, \dots$  ก็เป็นคาบของ  $f(x)$  ด้วย นั่นคือฟังก์ชันเป็นคาบมีคาบได้หลายคาบ เพราะฉะนั้นเพื่อความชัดเจนเราจะเรียก  $T$  ว่าเป็นคาบหลักมูล (fundamental period) ของ  $f(x)$  ถ้า  $T$  เป็นคาบที่เล็กที่สุด

นอกจากนี้ เราสามารถแสดงได้โดยง่ายว่า ถ้า  $f(x)$  และ  $g(x)$  เป็นฟังก์ชันเป็นคาบที่คาบ  $T$  แล้ว ฟังก์ชัน  $h(x) = af(x) + bg(x)$  โดยที่  $a, b$  เป็นค่าคงตัวใดๆ มีคาบเท่ากับ  $T$  ด้วย กล่าวคือ

$$h(x+T) = af(x+T) + bg(x+T) = af(x) + bg(x) = h(x) \quad (11)$$

ตัวอย่างฟังก์ชันเป็นคาบที่คุ้นเคยกันดีได้แก่ ฟังก์ชัน sine และ cosine ซึ่งมีคาบเท่ากับ  $2\pi$

พิจารณา

$$\begin{aligned} \sin(x+2\pi) &= \sin x \\ \sin(x+4\pi) &= \sin((x+2\pi)+2\pi) = \sin(x+2\pi) = \sin x \\ \sin(x+6\pi) &= \sin((x+4\pi)+2\pi) = \sin(x+4\pi) = \sin x \\ &\vdots \end{aligned}$$

ดังนั้น  $2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$  เป็นคาบของ  $\sin x$

$$\begin{aligned}\sin 2(x + \pi) &= \sin(2x + 2\pi) = \sin 2x \\ \sin 2(x + 2\pi) &= \sin(2x + 4\pi) = \sin 2x \\ \sin 2(x + 3\pi) &= \sin(2x + 6\pi) = \sin 2x \\ &\vdots\end{aligned}$$

ดังนั้น  $\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$  เป็นคาบของ  $\sin 2x$

$$\begin{aligned}\sin 3\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) &= \sin(3x + 2\pi) = \sin 3x \\ \sin 3\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) &= \sin(3x + 4\pi) = \sin 3x \\ \sin 3(x + 2\pi) &= \sin(3x + 6\pi) = \sin 3x \\ &\vdots\end{aligned}$$

ดังนั้น  $\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi, \dots$  เป็นคาบของ  $\sin 3x$

$$\begin{aligned}\sin n\left(x + \frac{2\pi}{n}\right) &= \sin(nx + 2\pi) = \sin nx \\ \sin n\left(x + \frac{4\pi}{n}\right) &= \sin(nx + 4\pi) = \sin nx \\ &\vdots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin n(x + 2\pi) &= \sin(nx + 2n\pi) = \sin nx \\ &\vdots\end{aligned}$$

ดังนั้น  $\frac{2\pi}{n}, \frac{4\pi}{n}, \dots, 2\pi, \dots$  เป็นคาบของ  $\sin nx$

สำหรับฟังก์ชัน  $\cos x, \cos 2x, \dots, \cos nx$  สามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกัน

ฟังก์ชัน  $f(x) = c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงตัว ก็เป็นฟังก์ชันเป็นคาบด้วย อันที่จริงแล้วทุกจำนวนจริงบวก  $T$  เป็นคาบของฟังก์ชันค่าคงตัวนี้ แต่ฟังก์ชันนี้ไม่มีคาบหลักมูล (เพราะเหตุใด?)

จากที่ได้อธิบายมาข้างต้นจะพบว่าฟังก์ชันต่อไปนี้คือ

$$1, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x, \cos 3x, \sin 3x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$$

เป็นฟังก์ชันซึ่งมีคาบเท่ากับ  $2\pi$  เมื่อนำเอาฟังก์ชันเหล่านี้มารวมกันเป็นอนุกรมก็จะได้อนุกรมในรูป

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (12)$$

เมื่อ  $a_0, a_1, a_2, \dots$  และ  $b_1, b_2, b_3, \dots$  เป็นค่าคงตัวไม่เจาะจง (เหตุที่ใช้  $\frac{1}{2}$  เป็นตัวประกอบของ  $a_0$  นั้นจะได้อธิบายในภายหลัง) อนุกรม (12) นั้นเรียกว่า อนุกรมตรีโกณมิติ (trigonometric series) และเรียก  $a_n$  และ  $b_n$  ว่า สัมประสิทธิ์ (coefficients) ของอนุกรม

เนื่องจากเราจะสังเกตเห็นว่าทุกพจน์ในอนุกรม (12) มีคาบ  $2\pi$  ดังนั้น ถ้าอนุกรมนี้ลู่อเข้าผลบวกของอนุกรมนี้จะเป็นฟังก์ชันที่มีคาบเท่ากับ  $2\pi$  ด้วย จากข้อสังเกตนี้จึงเป็นไปโดยธรรมชาติที่จะถามว่า ฟังก์ชันเป็นคาบ  $f(x)$  ใดๆ ที่มีคาบเท่ากับ  $2\pi$  จะสามารถเขียนแทนด้วยอนุกรมตรีโกณมิติในรูปแบบ (12) ได้หรือไม่ หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ เราจะสามารถหาสัมประสิทธิ์  $a_n$  และ  $b_n$  ได้หรือไม่ที่จะทำให้เราใช้อนุกรม (12) แทน  $f(x)$  ได้สำหรับทุกๆ ค่า  $x$  ในโดเมนของ  $f(x)$  คำตอบก็คือทำได้ แต่  $f(x)$  ต้องสอดคล้องเงื่อนไขบางประการ

#### 4.2 ฟังก์ชันเชิงตั้งฉาก

ในแคลคูลัสขั้นสูง เราถือว่าฟังก์ชันเป็นการวางนัยทั่วไป (generalization) ของเวกเตอร์ ดังนั้นความคิดในเรื่องผลคูณภายใน (inner product) และการตั้งฉาก (orthogonality) ของเวกเตอร์จึงน่าจะขยายไปเป็นผลคูณภายในและการตั้งฉากของฟังก์ชันได้

ในเรื่องเวกเตอร์ ถ้าเรามี  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$  เป็นเวกเตอร์ในปริภูมิ 3 มิติ ผลคูณภายในของเวกเตอร์ ซึ่งเขียนแทนด้วย  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$  หรือ  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  มีสมบัติดังนี้

1.  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \langle \vec{v}, \vec{u} \rangle$
2.  $\langle k\vec{u}, \vec{v} \rangle = k\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$ ,  $k$  เป็นค่าคงตัว
3.  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = 0$  ถ้า  $\vec{u} = \vec{0}$  และ  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle > 0$  ถ้า  $\vec{u} \neq \vec{0}$
4.  $\langle \vec{u} + \vec{v}, \vec{w} \rangle = \langle \vec{u}, \vec{w} \rangle + \langle \vec{v}, \vec{w} \rangle$

ดังนั้น ถ้าเราต้องการขยายความคิดในเรื่องของผลคูณภายในของเวกเตอร์ไปเป็นผลคูณภายในฟังก์ชัน เราต้องนิยามผลคูณภายในของฟังก์ชันในลักษณะที่ทำให้ผลคูณภายในของฟังก์ชันนั้นมีสมบัติตามข้อที่ 1-4 เมื่อพิจารณาในรายละเอียดเพิ่มเติมจะพบว่า ถ้าให้  $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$  และ  $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$  จะได้ว่า

$$\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 \quad (13)$$

นั่นคือ  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$  มีค่าเท่ากับผลบวกของผลคูณของแต่ละส่วนประกอบของเวกเตอร์  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$  ที่สมนัยกัน ดังนั้น ถ้าเรามีฟังก์ชัน  $f(x)$  และ  $g(x)$  ซึ่งนิยามบนช่วง  $[a, b]$  (อาจเป็นช่วง  $(-\infty, \infty), [0, \infty)$  หรือช่วงอื่นๆ ก็ได้) เราก็น่าจะนิยามผลคูณภายในของฟังก์ชันว่า คือ ผลบวกของค่า  $f(x)g(x)$  มีสมบัติตามข้อ 1-4 ทำให้เราสามารถนิยามผลคูณภายในของฟังก์ชันได้ดังนี้

บทนิยามที่ 4.2.1 ผลคูณภายใน ของฟังก์ชัน  $f(x)$  และ  $g(x)$  ซึ่งนิยามบนช่วง  $[a, b]$  คือ

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx$$

ส่วนในเรื่องของการตั้งฉากกัน เรามีนิยามว่าเวกเตอร์  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$  ตั้งฉากกัน (orthogonal) ก็ต่อเมื่อผลคูณภายในของ  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$  เป็นศูนย์ ดังนั้นเราสามารถนิยามการตั้งฉากกันของฟังก์ชันได้ในทำนองเดียวกัน

บทนิยาม 4.2.2 เรากล่าวว่าฟังก์ชัน  $f(x)$  และ  $g(x)$  ตั้งฉากกันบนช่วง  $[a, b]$  ถ้า

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx = 0$$

ในที่นี้เราสนใจเซตอันดับของฟังก์ชันเชิงตั้งฉาก

บทนิยามที่ 4.2.3 เรียกเซต  $\{f_0(x), f_1(x), f_2(x), \dots\}$  ว่าเซตตั้งฉาก (orthogonal set) บนช่วง  $[a, b]$  ถ้า  $\langle f_m, f_n \rangle = 0$  เมื่อ  $m \neq n$  และ  $\langle f_m, f_n \rangle \neq 0$  เมื่อ  $m = n$

ค่าประจำ (norm) หรือความยาวของเวกเตอร์  $\vec{u}$  ซึ่งเขียนแทนด้วย  $\|\vec{u}\|$  สามารถเขียนได้ในรูปของผลคูณภายใน นั่นคือ  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \|\vec{u}\|^2$  หรือ  $\|\vec{u}\| = \sqrt{\langle \vec{u}, \vec{u} \rangle}$  ดังนั้นเราสามารถวางนัยทั่วไปสำหรับค่าประจำหรือความยาวของฟังก์ชันดังนี้

บทนิยามที่ 4.2.4 ค่าประจำ ของฟังก์ชัน  $f(x)$  คือ  $\|f\| = \sqrt{\langle f, f \rangle} = \sqrt{\int_a^b f^2(x) dx}$

เรายังทราบต่อไปอีกว่า ถ้าเรามีเวกเตอร์  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$  เป็นเวกเตอร์ในปริภูมิ 3 มิติที่ไม่ใช่เวกเตอร์ศูนย์และตั้งฉากซึ่งกันและกัน เราสามารถใช้เวกเตอร์ทั้ง 3 นี้เป็นฐานหลักสำหรับปริภูมิ 3 มิติได้ นั่นคือ เวกเตอร์ในปริภูมิ 3 มิติ  $\vec{u}$  ใดๆ สามารถเขียนได้ในรูปผลรวมเชิงเส้น

$$\vec{u} = c_1 \vec{u}_1 + c_2 \vec{u}_2 + c_3 \vec{u}_3 \quad (14)$$

เมื่อ  $c_1, c_2, c_3$  เป็นสเกลาร์ ซึ่งเรียกว่าเป็นส่วนประกอบของเวกเตอร์ โดยที่แต่ละส่วนประกอบ  $c_i$  เหล่านี้จะสามารถเขียนได้ในพจน์ของเวกเตอร์  $\vec{u}$  และ  $\vec{u}_i$  ที่สมนัยกัน พิจารณาหาผลคูณภายในของ (14) กับ  $\vec{u}_1$  จะได้

$$\langle \vec{u}, \vec{u}_1 \rangle = c_1 \langle \vec{u}_1, \vec{u}_1 \rangle + c_2 \langle \vec{u}_2, \vec{u}_1 \rangle + c_3 \langle \vec{u}_3, \vec{u}_1 \rangle = c_1 \|\vec{u}_1\|^2 + c_2 \cdot 0 + c_3 \cdot 0 \quad (15)$$

$$\text{ดังนั้น } c_1 = \frac{\langle \vec{u}, \vec{u}_1 \rangle}{\|\vec{u}_1\|^2}$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้

$$c_2 = \frac{\langle \vec{u}, \vec{u}_2 \rangle}{\|\vec{u}_2\|^2} \text{ และ } c_3 = \frac{\langle \vec{u}, \vec{u}_3 \rangle}{\|\vec{u}_3\|^2}$$

เพราะฉะนั้นเราสามารถเขียนเวกเตอร์  $\bar{u}$  ได้เป็น

$$\bar{u} = \frac{\langle \bar{u}, \bar{u}_1 \rangle}{\|\bar{u}_1\|^2} \bar{u}_1 + \frac{\langle \bar{u}, \bar{u}_2 \rangle}{\|\bar{u}_2\|^2} \bar{u}_2 + \frac{\langle \bar{u}, \bar{u}_3 \rangle}{\|\bar{u}_3\|^2} \bar{u}_3 = \sum_{i=1}^3 \frac{\langle \bar{u}, \bar{u}_i \rangle}{\|\bar{u}_i\|^2} \bar{u}_i \quad (16)$$

โดยใช้เวกเตอร์เป็นแนวเทียบ จึงมีคำถามว่า ถ้าเรามี  $\{f_0(x), f_1(x), f_2(x), \dots\}$  เป็นเซตตั้งฉากบนช่วง  $[a, b]$  และ  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันใด ๆ บนช่วง  $[a, b]$  เราสามารถที่จะหาสัมประสิทธิ์  $c_0, c_1, c_2, \dots$  ได้หรือไม่ซึ่งทำให้

$$f(x) = c_0 f_0(x) + c_1 f_1(x) + c_2 f_2(x) + \dots + c_n f_n(x) + \dots \quad (17)$$

เพื่อตอบคำถามนี้เราจะทำในลักษณะเดียวกับเวกเตอร์ คือ พิจารณาผลคูณภายในของ (2) กับ  $f_n(x)$  จะได้

$$\langle f, f_n \rangle = c_0 \langle f_0, f_n \rangle + c_1 \langle f_1, f_n \rangle + c_2 \langle f_2, f_n \rangle + \dots + c_n \langle f_n, f_n \rangle + \dots \quad (18)$$

จากนิยามของเซตเชิงตั้งฉากจะได้ว่าทุกพจน์ทางขวามือเป็นศูนย์ ยกเว้นพจน์  $c_n \langle f_n, f_n \rangle$  ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$c_n = \frac{\langle f, f_n \rangle}{\langle f_n, f_n \rangle}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (19)$$

กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ 
$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n f_n(x) \quad (20)$$

โดยที่ 
$$c_n = \frac{\int_a^b f(x) f_n(x) dx}{\|f_n\|^2} \quad (21)$$

บทนิยามที่ 4.2.5 ให้  $f(x)$  และ  $g(x)$  เป็นฟังก์ชันที่นิยามบนช่วง  $[a, b]$  ผลคูณภายในของ  $f(x)$  และ  $g(x)$  เทียบกับฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (weight function)  $w(x)$  บนช่วง  $[a, b]$  คือ

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)w(x)dx$$

ถ้าเราใช้บทนิยามที่ 4.2.5 จะได้  $c_n$  ใน (21) เปลี่ยนเป็น

$$c_n = \frac{\int_a^b f(x)f_n(x)w(x)dx}{\|f_n\|^2} \quad (22)$$

โดยที่  $\|f_n\|^2 = \int_a^b f_n^2(x)w(x)dx \quad (23)$

เรียกอนุกรม (20) พร้อมด้วยสัมประสิทธิ์ซึ่งกำหนดโดย (21) หรือ (22) ว่า อนุกรมฟูเรียร์วางนัยทั่วไป (generalized Fourier series) หรือ อนุกรมฟูเรียร์ของ  $f(x)$  เทียบกับเซตเชิงตั้งฉาก  $\{f_n(x)\}_{n=0}^\infty$  บนช่วง  $[a, b]$  (Fourier series of  $f(x)$  with respect to orthogonal set  $\{f_n(x)\}_{n=0}^\infty$ )

### 4.3 อนุกรมฟูเรียร์ของฟังก์ชันที่มีคาบ $2\pi$

จากคำถามที่ได้ถามไว้ในหัวข้อ 4.1 ว่า ฟังก์ชันเป็นคาบ  $f(x)$  ใดๆ ที่มีคาบเท่ากับ  $2\pi$  จะสามารถกระจายในรูปอนุกรมตรีโกณมิติ

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (24)$$

ได้หรือไม่หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ เราจะสามารถหาสัมประสิทธิ์  $a_n$  และ  $b_n$  ได้หรือไม่ที่จะทำให้เราใช้อนุกรม (24) แทน  $f(x)$  ได้สำหรับทุกค่า  $x$  ในโดเมนของ  $f(x)$  ในขณะนี้เราสามารถตอบคำถามนี้ได้แล้วและเราได้ว่า  $\langle 1, \cos nx, \sin nx | n = 1, 2, 3, \dots \rangle$  เป็นเซตเชิงตั้งฉากช่วง  $[-\pi, \pi]$  ดังนั้นถ้า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันเป็นคาบเท่ากับ  $2\pi$  เราสามารถหาอนุกรมตรีโกณมิติ (24) ของ

$f(x)$  นั่นก็คือ อนุกรมฟูเรียร์ของ  $f(x)$  เทียบกับเซต  $\langle 1, \cos nx, \sin nx | n=1,2,3,\dots \rangle$  โดยที่ค่า  $a_0, a_1, a_2, \dots$  และ  $b_1, b_2, b_3, \dots$  หาได้จากสูตรออยเลอร์ (Euler formular) ดังนี้

$$a_0 = 2 \frac{\langle f, 1 \rangle}{\|1\|^2} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (25)$$

$$a_n = \frac{\langle f, \cos nx \rangle}{\|\cos nx\|^2} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (26)$$

$$b_n = \frac{\langle f, \sin nx \rangle}{\|\sin nx\|^2} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (27)$$

เรียกอนุกรมตรีโกณมิติ (24) ซึ่งสัมประสิทธิ์หาได้โดย (25) ว่า อนุกรมฟูเรียร์ (Fourier series) ของ  $f(x)$  และเรียกสัมประสิทธิ์ที่หาได้โดย (25) ว่า สัมประสิทธิ์ฟูเรียร์ (Fourier coefficients) ของ  $f(x)$

เนื่องจากปริพันธ์ (Integrand) ใน (25) เป็นฟังก์ชันเป็นคาบมีคาบเท่ากับ  $2\pi$  ดังนั้นช่วงของการหาปริพันธ์ใน (25) จึงอาจเป็นช่วงใดก็ได้ที่มีความยาวของช่วงเป็น  $2\pi$  นั่นคือช่วง  $[c, c+2\pi]$  และจากนิยามของปริพันธ์จำกัดเขต จะได้ว่าถ้า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องหรือเพียงแต่ต่อเนื่องเป็นช่วงปริพันธ์ใน (25) ที่ใช้หาค่า  $a_n$  และ  $b_n$  จะหาค่าได้เสมอ ซึ่งถ้าเราเขียนอนุกรมฟูเรียร์ในรูป  $a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$  จะได้

$$a_0 = \frac{\langle f, 1 \rangle}{\|1\|^2} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

แต่เพื่อให้เราสามารถเขียน  $a_0$  รวมไว้กับ  $a_n$  ได้เป็น

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (28)$$

เราจึงต้องเขียน  $a_0$  เป็น  $\frac{a_0}{2}$  โดยที่  $a_0 = 2 \frac{\langle f, 1 \rangle}{\|1\|^2} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$

อนุกรมฟูเรียร์มีประโยชน์มากในการหาผลเฉลยของปัญหาทางฟิสิกส์ เช่น ทฤษฎีของเสียง คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า วงจรไฟฟ้า และการสั่นสะเทือนของระบบกลศาสตร์ เป็นต้น และจะพบด้วยว่า ปัญหาทางฟิสิกส์ที่อธิบายด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย สามารถหาผลเฉลยได้โดยใช้อนุกรมฟูเรียร์

จะเห็นว่าอนุกรมฟูเรียร์ของฟังก์ชัน  $f(x)$  ที่หาได้นั้นมีปัญหาในเรื่องของการลู่เข้า คำถามจึงเกิดตามมาว่าฟังก์ชัน  $f(x)$  จะต้องสอดคล้องเงื่อนไขอะไรบ้างที่อนุกรมฟูเรียร์ของ  $f(x)$  จะลู่เข้าสู่  $f(x)$  ณ จุดซึ่ง  $f(x)$  มีความต่อเนื่อง และถ้าอนุกรมฟูเรียร์ที่ว่าสามารถหาได้แล้วอนุกรมนี้จะลู่เข้าหาค่าเฉลี่ยของลิมิตซ้ายและขวาของ  $f(x)$  ณ จุดที่  $f(x)$  ไม่ต่อเนื่องตามข้อสังเกตข้างต้นหรือไม่

อย่างไรก็ตามฟังก์ชันที่สามารถเขียนแทนได้ด้วยอนุกรมฟูเรียร์นั้นมีเป็นจำนวนมาก ดังนั้นเงื่อนไขที่จะทำให้อนุกรมฟูเรียร์ใช้แทนฟังก์ชันซึ่งก่อกำเนิด (generate) ตัวของอนุกรมได้นั้นมีมากตามไปด้วยและยาก แต่เงื่อนไขที่จะกล่าวต่อไปในทฤษฎีบทการลู่เข้าของอนุกรมฟูเรียร์จะครอบคลุมฟังก์ชันเกือบจะทั้งหมดที่ประยุกต์ใช้กันอยู่ในทางปฏิบัติ

บทนิยามที่ 4.3.1 เรากล่าวว่าฟังก์ชัน  $f(x)$  ต่อเนื่องเป็นช่วง (piecewise continuous) บนช่วง  $I$  ใดๆ ก็ต่อเมื่อเราสามารถแบ่งช่วง  $I$  นี้ออกเป็นช่วงย่อยๆ ได้เป็นจำนวนอันตะ และ  $f(x)$  ต่อเนื่องภายในแต่ละช่วงย่อยนี้ สำหรับ  $x_0$  ซึ่งเป็นจุดปลายของช่วงย่อยที่ฟังก์ชัน  $f(x)$  ไม่ต่อเนื่องนั้นจะต้องหาลิมิตซ้าย  $f(x_0^-) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$  และลิมิตขวา  $f(x_0^+) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$  ได้เป็นจำนวนอันตะ

บทนิยามที่ 4.3.2 เรากล่าวว่าฟังก์ชัน  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันปรับเรียบเป็นช่วง (piecewise continuous) บนช่วง  $I$  ใดๆ ก็ต่อเมื่อ  $f(x)$  และ  $f'(x)$  ต่อเนื่องเป็นช่วงบนช่วง  $I$  นั้น

ทฤษฎีบทที่ 4.3.1 ทฤษฎีบทการลู่เข้าของอนุกรมฟูเรียร์

ถ้า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันเป็นคาบที่มีคาบเท่ากับ  $2\pi$  และ  $f(x)$  มีความปรับเรียบเป็นช่วงบน  $[-\pi, \pi]$  แล้วอนุกรมฟูเรียร์ของ  $f(x)$  ลู่เข้าสู่  $f(x)$  ที่ทุกจุดซึ่ง  $f(x)$  ต่อเนื่อง และลู่เข้าสู่ค่าเฉลี่ยของลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของ  $f(x)$  ที่ทุกจุดซึ่ง  $f(x)$  ไม่ต่อเนื่อง

จากทฤษฎีบทการลู่เข้าของอนุกรมฟูรีเยร์

ถ้า  $f(x)$  ต่อเนื่องที่จุด  $x_0$  จะได้ว่า

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx_0 + b_n \sin nx_0) = f(x_0)$$

ถ้า  $f(x)$  ไม่ต่อเนื่องที่จุด  $x_0$  จะได้ว่า

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx_0 + b_n \sin nx_0) = \frac{1}{2} [f(x_0^-) + f(x_0^+)]$$

#### 4.4 อนุกรมฟูรีเยร์ของฟังก์ชันที่มีคาบ $2L$

โดยทั่วไปฟังก์ชันคาบที่เราสามารถหาอนุกรมฟูรีเยร์ได้นั้น ไม่จำเป็นจะต้องมีคาบเท่ากับ  $2\pi$  เท่านั้น ถ้าให้  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันที่มีคาบเท่ากับ  $2L$  ใดๆ และมีสมบัติสอดคล้องตามทฤษฎีบทการลู่เข้าของอนุกรมฟูรีเยร์ เราจะสามารถเขียนอนุกรมฟูรีเยร์ของ  $f(x)$  บนช่วง  $[-L, L]$  ได้ดังนี้

$$\text{ให้ } x = \frac{Lt}{\pi} \text{ ดังนั้นที่ } x = -L, t = -\pi \text{ และที่ } x = L, t = \pi \text{ ซึ่งจะได้ว่า } g(t) = f\left(\frac{Lt}{\pi}\right)$$

เป็นฟังก์ชันเป็นคาบที่มีคาบเท่ากับ  $2\pi$  และสอดคล้องตามทฤษฎีบทการลู่เข้าของอนุกรมฟูรีเยร์ ดังนั้นอนุกรมฟูรีเยร์ของ  $g(t)$  บนช่วง  $[-\pi, \pi]$  คือ

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt) \quad (29)$$

$$\text{โดยที่} \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(t) \cos ntdt, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(t) \sin ntdt, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

แทนค่า  $t = \frac{\pi}{L}x$  และ  $g(t) = f(x)$  ลงในสมการ (1) จะได้อนุกรมฟูเรียร์ของ  $f(x)$

คือ

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi}{L}x + b_n \sin \frac{n\pi}{L}x \right) \quad (30)$$

โดยที่ 
$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{n\pi}{L}x dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-L}^L f(x) \sin \frac{n\pi}{L}x dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

ซึ่งเรียก (30) ว่าสูตรออยเลอร์ และเช่นเดียวกับการหาค่า  $a_n$  และ  $b_n$  สำหรับอนุกรมฟูเรียร์ของฟังก์ชันเป็นคาบที่มีคาบเท่ากับ  $2\pi$  ช่วงของการหาปริพันธ์สำหรับหาค่า  $a_n$  และ  $b_n$  สำหรับอนุกรมฟูเรียร์ของฟังก์ชันคาบที่มีคาบเท่ากับ  $2L$  สามารถเป็นช่วงใดๆ ก็ได้ที่มีความยาวของช่วงเป็น  $2L$  นั่นคือ  $[c, c + 2L]$

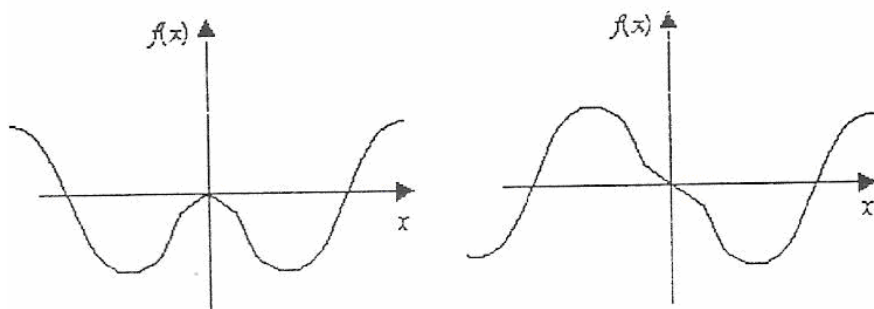
#### 4.5 อนุกรมฟูเรียร์โคไซน์ อนุกรมฟูเรียร์ไซน์ และการกระจายครึ่งช่วง

ในทางปฏิบัติเราสามารถลดงานในการคำนวณสัมประสิทธิ์  $a_n$  และ  $b_n$  สำหรับอนุกรมฟูเรียร์ของฟังก์ชัน  $f(x)$  ได้ ถ้าเรารู้ว่า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันคู่หรือฟังก์ชันคี่

บทนิยามที่ 4.5.1 เรากล่าวว่า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันคู่ (even function) ก็ต่อเมื่อ  $f(-x) = f(x)$  ทุกค่า  $x$  และกล่าวว่า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันคี่ (odd function) ก็ต่อเมื่อ  $f(-x) = -f(x)$  ทุกค่า  $x$

เนื่องจาก  $\cos(-x) = \cos x$  และ  $\sin(-x) = -\sin x$  ดังนั้นโคไซน์และไซน์จึงเป็นฟังก์ชันคู่และฟังก์ชันคี่ตามลำดับ ตัวอย่างอื่นๆของฟังก์ชันคู่เช่น  $x^2, |x|, \cos 2x, \dots$  เป็นต้น และตัวอย่างอื่นๆของฟังก์ชันคี่เช่น  $x, x^3, \sin 2x, \dots$  เป็นต้น

สังเกตว่ากราฟของฟังก์ชันคู่จะสมมาตรกับแกน  $y$  ในขณะที่กราฟของฟังก์ชันคี่จะสมมาตรกับจุดกำเนิดดังภาพที่ 35



ภาพที่ 35 กราฟของฟังก์ชันคู่และฟังก์ชันคี่

ที่มา: Ziill and Cullen (2000)

สมบัติบางประการของฟังก์ชันคู่และฟังก์ชันคี่

1. ผลคูณของฟังก์ชันคู่ เป็นฟังก์ชันคู่
2. ผลคูณของฟังก์ชันคี่ เป็นฟังก์ชันคี่
3. ผลบวกของฟังก์ชันคู่กับฟังก์ชันคี่ เป็นฟังก์ชันคี่
4. ผลบวก (ผลต่าง) ของฟังก์ชันคู่ เป็นฟังก์ชันคู่
5. ผลบวก (ผลต่าง) ของฟังก์ชันคี่ เป็นฟังก์ชันคี่
6. ถ้า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันคู่แล้ว  $\int_{-c}^c f(x)dx = 2 \int_0^c f(x)dx$
7. ถ้า  $g(x)$  เป็นฟังก์ชันคี่แล้ว  $\int_{-c}^c g(x)dx = 0$

จากความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันคู่และฟังก์ชันคี่ที่กล่าวมานี้ เราจึงสรุปได้ว่า

1. เนื่องจาก  $\sin \frac{n\pi}{L}x$  เป็นฟังก์ชันคี่ ดังนั้นถ้า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันคู่แล้ว ปริพันธ์  $f(x)\sin \frac{n\pi}{L}x$  จะเป็นฟังก์ชันคี่ซึ่งทำให้  $b_n$  ใน (2) ของหัวข้อที่ 4.4 มีค่าเป็นศูนย์

2. เนื่องจาก  $\cos \frac{n\pi}{L}x$  เป็นฟังก์ชันคู่ ดังนั้นถ้า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันคี่แล้ว ปริพันธ์  $f(x)\cos \frac{n\pi}{L}x$  จะเป็นฟังก์ชันคี่ซึ่งทำให้  $a_n$  ใน (2) ของหัวข้อที่ 4.4 มีค่าเป็นศูนย์

ทำให้เราจะได้ทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบทที่ 4.5.1 กำหนดให้  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันเป็นคาบเท่ากับ  $2L$  และมีสมบัติสอดคล้องตามทฤษฎีบทการลู่อวของอนุกรมฟูรีเยร์

ถ้า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันคู่ เราจะหาอนุกรมฟูรีเยร์โคไซน์ (Fourier cosine series) ของ  $f(x)$  ได้ในรูป

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi}{L}x \quad (31)$$

$$\text{โดยที่ } a_0 = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) dx \text{ และ } a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos \frac{n\pi}{L}x dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (32)$$

ถ้า  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันคี่ เราจะหาอนุกรมฟูรีเยร์ไซน์ (Fourier sine series) ของ  $f(x)$  ได้ในรูป

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi}{L}x \quad (33)$$

$$\text{โดยที่ } b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi}{L}x dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (34)$$

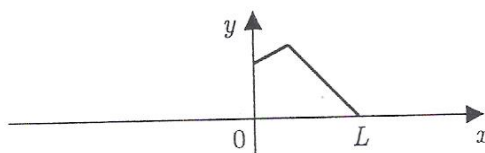
ปัญหามากมายในทางวิศวกรรมและฟิสิกส์ บางครั้งจะพบว่าฟังก์ชัน  $f(x)$  ที่ใช้จะถูกนิยามบนช่วงจำกัด เช่น  $0 \leq x \leq L$  และเราต้องการจะเขียนแทน  $f(x)$  ด้วยอนุกรมฟูรีเยร์ เราสามารถทำได้โดยนิยามฟังก์ชัน  $f(x)$  เพิ่มเติมบนช่วง  $-L \leq x \leq 0$

1. เพื่อให้  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันคู่บนช่วง  $-L \leq x \leq L$  และมีคาบเท่ากับ  $2L$  โดยสะท้อนกราฟของฟังก์ชันรอบแกน  $y$  (ภาพที่ 36) ซึ่งจะทำให้เราหาอนุกรมฟูเรียร์โคไซน์ของ  $f(x)$  ได้ดังในทฤษฎีบทที่ 4.5.1

2. เพื่อให้  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันคี่บนช่วง  $-L \leq x \leq L$  และมีคาบเท่ากับ  $2L$  โดยสะท้อนกราฟของฟังก์ชันผ่านจุดกำเนิด (ภาพที่ 37) ซึ่งจะทำให้เราหาอนุกรมฟูเรียร์ไซน์ของ  $f(x)$  ได้ดังในทฤษฎีบทที่ 4.5.1

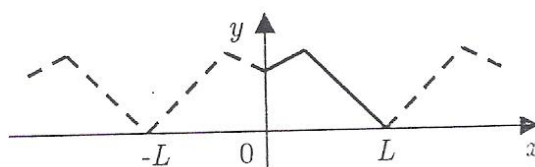
3. เพื่อให้  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันที่มีคาบ  $L$  โดยนิยามให้ฟังก์ชันมีค่าเหมือนกับค่าบนช่วง  $0 \leq x \leq L$  (ภาพที่ 38) ซึ่งจะทำให้เราหาอนุกรมฟูเรียร์ไซน์ของ  $f(x)$  ได้ตามสมการ (2) ของหัวข้อที่ 4.4 โดยที่  $L$  ในสมการดังกล่าวจะถูกแทนด้วย  $\frac{L}{2}$

สังเกตว่าสมบัติของอนุกรม (31) และ (33) ได้มาจากการหาปริพันธ์บนช่วง  $0 \leq x \leq L$  เท่านั้น ดังนั้น ในทางปฏิบัติเราไม่จำเป็นต้องนิยามฟังก์ชัน  $f(x)$  เพิ่มเติมบนช่วง  $-L \leq x \leq 0$  ขึ้นมาจริงๆ ตามที่อธิบายในข้อ (1) และ (2) นั่นคือ ถ้า  $f(x)$  นิยามบนช่วง  $0 \leq x \leq L$  เราก็สามารถใช้ (32) และ (34) หาสมบัติของอนุกรมฟูเรียร์ได้ โดยที่อนุกรมทั้งสองที่หาได้นั้นจะเป็นอนุกรมฟูเรียร์โคไซน์และอนุกรมฟูเรียร์ไซน์ของ  $f(x)$  บนช่วง  $0 \leq x \leq L$  ส่วนในกรณี (3) นั้น จะพบว่า  $f(x)$  ครึ่งช่วง (half-range expansions) อยู่ในรูปของฟังก์ชันที่มีคาบ  $L$  ดังนั้นการหาสมบัติฟูเรียร์ที่ได้กล่าวมาในหัวข้อที่ 4.4 จึงสามารถทำได้บนช่วง  $0 \leq x \leq L$  นี้ เพราะฉะนั้นจึงไม่จำเป็นต้องนิยามฟังก์ชัน  $f(x)$  เพิ่มเติมบนช่วง  $-L \leq x \leq 0$  ขึ้นมาจริงๆ เช่นเดียวกับสองกรณีแรก



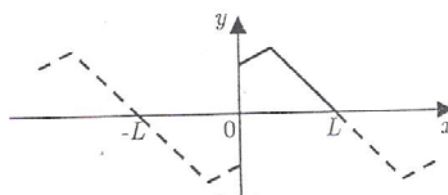
ภาพที่ 36 กราฟของ  $f(x)$

ที่มา: Ziill and Cullen (2000)



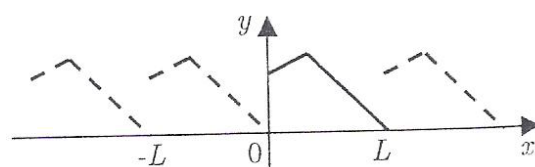
ภาพที่ 37 กราฟของ  $f(x)$  ซึ่งถูกขยายให้เป็นฟังก์ชันคู่ มีคาบเท่ากับ  $2L$

ที่มา: Ziill and Cullen (2000)



ภาพที่ 38 กราฟของ  $f(x)$  ซึ่งถูกขยายให้เป็นฟังก์ชันคี่ มีคาบเท่ากับ  $2L$

ที่มา: Ziill and Cullen (2000)



ภาพที่ 39 กราฟของ  $f(x)$  ซึ่งถูกขยายให้เป็นฟังก์ชัน มีคาบเท่ากับ  $L$

ที่มา: Ziill and Cullen (2000)

#### 4. ทฤษฎี Sensitivity analysis

การขึ้นรูปชิ้นงานประเภทงานกัดจำเป็นต้องทราบค่าความเร็วรอบ, อัตราป้อนกัด, การกัดลึก โดยตัวแปรแต่ละตัวเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงจะมีผลต่อค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานที่ไม่เท่ากัน ซึ่งหลักการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงจะสามารถช่วยบอกว่าตัวแปรใด เมื่อมีการเปลี่ยนแปลง จะทำให้ค่าความหยาบละเอียดของผิวชิ้นงานเปลี่ยนแปลงไปได้มากกว่า โดยนำค่าเงื่อนไขการกัด ทั้งสามมาทดลองเปรียบเทียบระหว่างค่า โดยจะต้องกำหนดการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขให้มีสัดส่วนที่เท่ากัน

## อุปกรณ์และวิธีการ

### อุปกรณ์

#### 1. อุปกรณ์ในการหล่อขึ้นงาน

1.1 เรซิน

1.2 ฮาร์ดเดนเนอ์

1.3 พงอลูมิเนียมขนาดไม่เกิน 60  $\mu\text{m}$ .

1.4 แบบหล่อขึ้นงานทำจากแผ่นอะคริลิกขนาด 60  $\times$  60  $\times$  250 mm.

#### 2. อุปกรณ์ที่ใช้สำหรับขึ้นรูปขึ้นงาน

2.1 เครื่องสูญญากาศ (Vacuum) รุ่น MCP 5/01 VACUUM CASTING SYSTEM

2.2 เลื่อยกลอัตโนมัติ

2.3 เครื่องกัด CNC รุ่น Mill-CNC Bridgeport VMC600X

2.4 ดอกกัด End mill รุ่น Domer C219 Diameter 10 mm. XS1

#### 3. อุปกรณ์วัดความหนาและยึดผิว

3.1 ไดอัลเกจ

3.2 แผ่นรองเลื่อนติดไมโครมิเตอร์

### วิธีการ

1. ทำการหล่อขึ้นทดสอบโดยผสม พงอลูมิเนียม เรซิน และฮาร์ดเดนเนอ์ เข้าด้วยกันตามอัตราส่วน โดยมีส่วนผสมของพงอลูมิเนียม 43% เรซิน 46% และฮาร์ดเดนเนอ์ 11% โดยมวล นำเข้าเครื่องสูญญากาศ เพื่อทำการคนส่วนผสมให้เข้ากันและดึงอากาศออกจากเนื้อวัสดุในเวลาเดียวกันเป็นเวลา 40 นาที เทลงในแม่พิมพ์ขนาด 60  $\times$  60  $\times$  250 mm. รอจนแข็งตัวใช้เวลาประมาณ 2 ชั่วโมงจึงแกะชิ้นงานออกจากแม่พิมพ์

2. ทำการขึ้นรูปชิ้นงานโดยนำชิ้นงานที่หล่อเสร็จมาทำการตัดด้วยเลื่อยเครื่องอัตโนมัติ โดยมีความสูงก่อนละ 25 mm. จากนั้นนำไปกัดด้วยเครื่องซีเอ็นซี โดยกัดตามเงื่อนไขตามตารางที่ 2 และทำการเปลี่ยนการป้อนกัดลึกเงื่อนไขละ 3 ค่า คือ การป้อนกัดลึก = 0.05, 0.10 และ 0.15 mm.

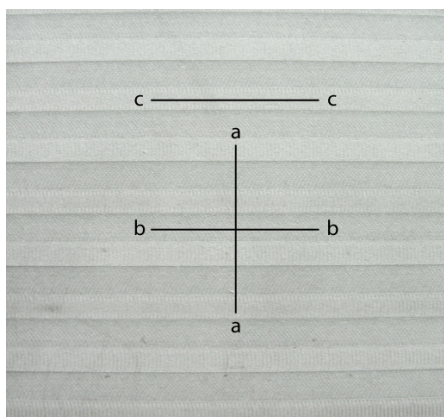
**ตารางที่ 2** เงื่อนไขในการกัดโดยแต่ละ No. จะเปลี่ยนค่าการป้อนกัดลึก 3 ค่า

| No               | A     | B    | C    | D     | E    | F    | G     | H    | I    | J     | K    | L    | M     | N    | O    |
|------------------|-------|------|------|-------|------|------|-------|------|------|-------|------|------|-------|------|------|
| Feed<br>(mm/rev) | 0.28  | 0.38 | 0.48 | 0.28  | 0.38 | 0.48 | 0.28  | 0.38 | 0.48 | 0.28  | 0.38 | 0.48 | 0.28  | 0.38 | 0.48 |
| Speed<br>(RPM)   | 2,400 |      |      | 4,200 |      |      | 6,000 |      |      | 7,800 |      |      | 9,600 |      |      |

3. นำไปวัดความหยาบละเอียดผิวชิ้นงานด้วยเครื่องวัดความหยาบละเอียดผิว ที่ประกอบขึ้นเองจาก Dial gage (ภาพที่ 40) ซึ่งมีค่าความละเอียด  $1\mu\text{m}$  โดยมีระยะการเคลื่อนที่การวัดตามแนวนอนครั้งละ 0.05 mm.



**ภาพที่ 40** ชุดอุปกรณ์วัดค่าความหยาบละเอียดผิว



ภาพที่ 41 แนวที่ใช้ในการวัดค่าความหยาบละเอียดผิว

4. พิจารณาว่าเงื่อนไขการกัณฑ์ใดให้ผิวชิ้นงานที่เรียบที่สุด โดยใช้หลักการพื้นที่ผิวจริงต่อพื้นที่ผิวระนาบ ยิ่งพื้นที่ผิวหยาบมากเท่าไรอัตราส่วนของพื้นที่ผิวจริงต่อพื้นที่ผิวระนาบจะยังมีค่ามากขึ้นเท่านั้น โดยนำกราฟที่ได้จากการวัดความหยาบละเอียดผิวมาแปลงให้อยู่ในรูปของอนุกรมฟูเรียร์ จากนั้นเขียนโปรแกรมโดยใช้โปรแกรม Matlab เพื่อหาค่าพื้นที่ผิวของชิ้นงาน

5. นำค่าความหยาบละเอียดผิวที่ได้มาทำการวิเคราะห์โดยวิธีความไวต่อการเปลี่ยน

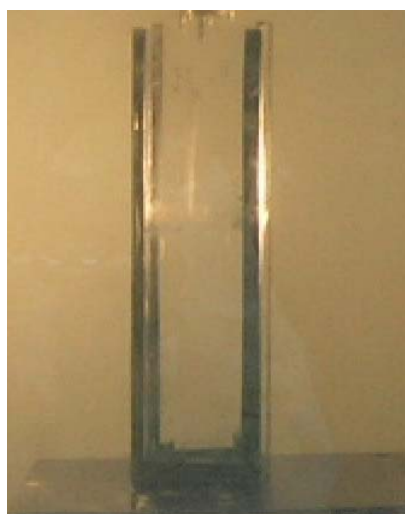
## ผลและวิจารณ์

### ผล

#### 1. การเตรียมชิ้นงานอิพอกซีเรซินเติมอะลูมิเนียม

##### 1.1 ขั้นตอนการเตรียมชิ้นงาน

การสร้างแม่แบบเพื่อหล่อชิ้นงานนั้น ผู้วิจัยได้สร้างจากแผ่นอคริลิกโดยให้มีขนาดแม่แบบที่สามารถหล่อชิ้นงานให้มีขนาดใหญ่กว่าที่ต้องการเล็กน้อยสำหรับ ทั้งนี้เพื่อที่จะมีปริมาตรมากพอที่จะทำการเก็บรายละเอียดผิวชิ้นงานทีหลัง สำหรับในแนวสูงนั้นก็เพื่อป้องกันไม่ให้ฟองอากาศที่เกิดจากการไล่อากาศออกดันออกมาข้างนอกแม่แบบ ส่วนการสร้างแม่แบบนั้นกระทำได้โดยการยึดติดแผ่นอคริลิกด้วยน้ำยาประสาน แล้วใช้เทปพันสายไฟซึ่งสามารถทนความร้อนได้ปิดทับบริเวณรอยต่ออีกชั้นหนึ่ง เพื่อป้องกันไม่ให้ส่วนผสมรั่วออกมา (ดังภาพที่ 42)



ภาพที่ 42 แบบหล่อชิ้นงาน

การคำนวณปริมาณสารที่ใช้เป็นส่วนผสมในการหล่อชิ้นงานอิพอกซีเรซินเติมอะลูมิเนียม นั้น จะคำนวณจากปริมาตรที่ต้องการคูณด้วยความหนาแน่นของสาร เพื่อให้ได้น้ำหนักที่ต้องการ แล้วนำไปคำนวณหาปริมาณสารที่ต้องใช้ตามปริมาณสัดส่วนที่ คุณสมบัติ เกิดหนูนวงส์ นิสิตปริญญาเอก ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ได้ทำการคำนวณและทดสอบ

สัดส่วนที่เหมาะสมไว้แล้วโดยหากคิด น้ำหนักสาร 100% ควรจะต้องใช้ผงอะลูมิเนียม 45% โดยน้ำหนัก และใช้เรซินเหลวและฮาร์ดเดนเนอรรวมเท่ากับ 55% โดยน้ำหนัก (สามารถแยกได้ว่า จะต้องใช้ฮาร์ดเดนเนอ์เท่ากับ 20% ของน้ำหนักเรซินเหลวและฮาร์ดเดนเนอ์ ซึ่งสามารถคำนวณได้ว่าใช้เรซินเหลว 44% โดยน้ำหนัก และใช้ฮาร์ดเดนเนอ์ 11% โดยน้ำหนัก) ซึ่งจากรายละเอียดข้างต้นผู้วิจัยสามารถคำนวณน้ำหนักส่วนผสมที่ใช้ได้ดังนี้



ภาพที่ 43 การเตรียมส่วนผสมในการหล่อชิ้นงานอีพอกซีเรซินเติมอะลูมิเนียม

ชิ้นงานที่ใช้ในการทดสอบที่ต้องการมีขนาด 5 x 5 x 5 เซนติเมตร เนื่องจากในการหล่อแต่ละครั้งใช้เวลานาน จึงออกแบบให้หล่อหนึ่งครั้งได้ชิ้นทดสอบ 2 ชิ้น และเพื่อด้านละ 0.5 เซนติเมตร ดังนั้น ต้องหล่อชิ้นงานขนาด 6 x 6 x 12 = 432 ลูกบาศก์เซนติเมตร คิดเป็นน้ำหนักต่อชิ้นเท่ากับ  $432 \times 1.6 = 691.2$  กรัม

|                                 |                                    |
|---------------------------------|------------------------------------|
| ดังนั้น ใช้ผงอะลูมิเนียมเท่ากับ | $691.2 \times 0.45 = 311.04$ กรัม  |
| เรซินเหลวเท่ากับ                | $691.2 \times 0.44 = 304.128$ กรัม |
| ฮาร์ดเดนเนอ์เท่ากับ             | $691.2 \times 0.11 = 76.032$ กรัม  |

ทั้งนี้ ในภาพที่ 43 ผู้วิจัยได้แสดงถึงการเตรียมส่วนผสมต่างๆสำหรับการหล่อชิ้นงานตามขั้นตอนข้างต้น ส่วนในภาพที่ 44 ถึง 46 ได้แสดงถึงการหล่อชิ้นงานภายในเครื่องหล่อสุญญากาศและชิ้นงานหล่อที่ได้



**ภาพที่ 44** เกิดฟองอากาศในกระบวนการกวนส่วนผสมให้เข้ากัน และดึงอากาศออกจากส่วนผสม



**ภาพที่ 45** การดึงอากาศออกจากส่วนผสม



ภาพที่ 46 ชิ้นงานอิพอกซีเรซินเติมอะลูมิเนียมที่ผ่านการหล่อ

ในระหว่างกระบวนการหล่อชิ้นงานโดยใช้เครื่องหล่อสุญญากาศนั้น ผู้วิจัยสังเกตพบว่า อิพอกซีเรซินเติมอะลูมิเนียมบางก้อนที่หล่อได้ จะมีการเกิดโพรงอากาศตรงบริเวณผิวด้านบนและที่มุมของชิ้นงานที่หล่อ (ภาพที่ 47) ซึ่งเกิดจากการไล่อากาศออกจากส่วนผสมไม่หมด ซึ่งการที่ผู้วิจัยใช้แม่แบบที่มีขนาดใหญ่กว่าชิ้นงานที่ต้องการด้านละ 0.5 เซนติเมตร แล้วจึงนำไปกัดขึ้นรูปให้ได้ขนาดตามที่ต้องการ จะสามารถกำจัดส่วนที่ได้ต้องการดังกล่าวได้



ภาพที่ 47 การเกิดโพรงอากาศที่บริเวณขอบชิ้นงาน

## 1.2 การเตรียมผิวชิ้นงาน

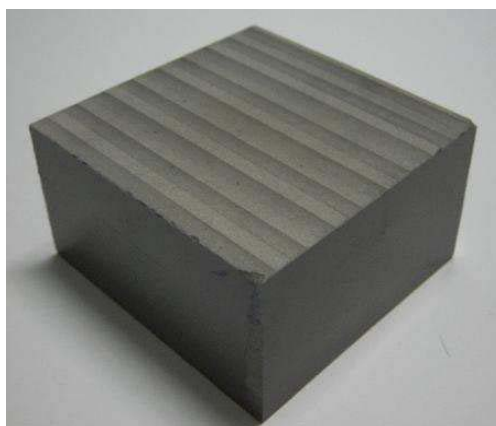
เมื่อนำชิ้นงานที่ได้จากขั้นตอนการหล่อชิ้นงานข้างต้น มาตัดแบ่งให้ได้ขนาดตามที่ต้องการด้วยเครื่องเลื่อยไฟฟ้าแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการกัดผิวชิ้นงานด้วยเครื่องกัดซีเอ็นซี 3 แกน โดยใช้ดอกกัด End mill ขนาด 10 mm. ในการกัด (ภาพที่ 48) ซึ่งระหว่างกระบวนการกัดผู้วิจัยได้สังเกตพบว่า ลักษณะของเศษชิ้นงานที่ผ่านการกัดจะออกมาเป็นผงเล็กๆ ดังแสดงในภาพที่ 49 และผิวชิ้นงานจะสามารถสังเกตเห็นแถบ 2 ลักษณะดังภาพที่ 50 คือแถบที่เกิดจากการเดินกัดเพียงรอบเดียว และแถบที่เกิดจากการถูกเดินกัดซ้ำ ซึ่งบริเวณที่เดินกัดเพียงรอบเดียวจะเห็นเป็นเส้นวงของดอกกัด แต่บริเวณที่ถูกกัดซ้ำจะเป็นผิวที่ราบเรียบดังแสดงในภาพที่ 50 ซึ่งเป็นผลมาจากการเลื่อนแนวเดินดอกกัดบนผิวชิ้นงาน



ภาพที่ 48 การกัดด้วยเครื่องซีเอ็นซี 3 แกน



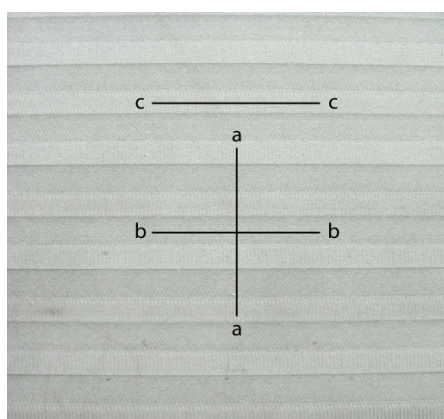
ภาพที่ 49 เศษชิ้นงานที่ได้หลังการกัด



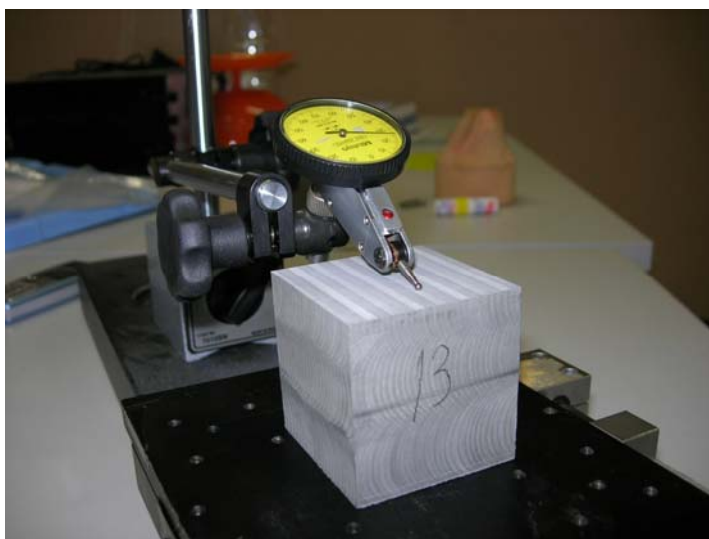
ภาพที่ 50 ไม้ชิ้นงานที่ผ่านกระบวนการกัด

## 2. ผลการตรวจสอบความหนาของไม้ชิ้นงาน

หลังจากชิ้นงานได้ผ่านกระบวนการกัดไม้ชิ้นงานแล้วนั้น ผู้วิจัยได้สังเกตพบว่าที่ไม้ชิ้นงานมีรอยการกัดที่เป็นแถบที่แตกต่างกันสองลักษณะ จึงเลือกวัดความหนาของไม้ทั้งหมด 3 แนว โดยที่แนว a-a วัดตั้งฉากแนวการเดินของดอกกัด แนว b-b วัดตามแนวการเดินของดอกกัดบนแถบที่ไม่มีการเดินดอกซั้วรอยเก่า และ แนว c-c วัดตามแนวการเดินของดอกกัดบนแถบที่มีการเดินดอกซั้วรอยเก่า (ภาพที่ 51) โดยที่จุดตัดของแนว a-a, b-b และ c-c จะอยู่บนแนวการเดินของดอกกัดบนแถบที่ไม่มีการเดินดอกซั้วรอยเก่าตรงกลางก้อนทดสอบ โดยในการวัดแต่ละแนวจะวัดเป็นระยะทาง 1 cm. เท่ากับความกว้างของดอกกัด โดยการกัดดังกล่าวได้ใช้การติดตั้งชุดอุปกรณ์ดังที่แสดงในภาพที่ 52

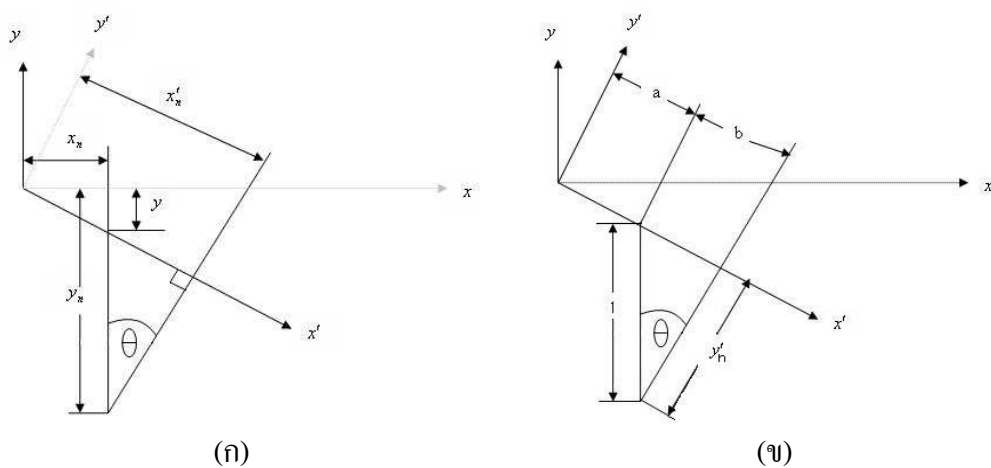


ภาพที่ 51 แนวที่เลือกวัดความหนาของไม้



ภาพที่ 52 วิธีการวัดความหนาพิว

อย่างไรก็ตามเพื่อเป็นการปรับแก้ค่าผลความคลาดเคลื่อนจากการวัด อันเนื่องมาจากความไม่ขนานของผิวชิ้นงานนั้น ผู้วิจัยได้นำค่าที่วัดได้มาคำนวณหาค่าความสูงจริงก่อน (หลังปรับแก้ค่าแล้ว) ซึ่งค่าความสูงจริงของแต่ละตำแหน่งสามารถหาได้จากความสัมพันธ์ในภาพที่ 53 (ก) และ (ข) ซึ่งจากความสัมพันธ์ในภาพดังกล่าวสามารถสร้างเป็นสมการได้ดังต่อไปนี้คือ



ภาพที่ 53 แสดงหลักการหาค่าความสูงจริง

$$l = y_n - y, \quad y'_n = l \cos \theta, \quad a = \frac{x_n}{\cos \theta} \quad \text{และ} \quad b = \frac{y - y_n}{\sin \theta} \quad (35)$$

ซึ่งแกน  $x$  และ  $y$  คือ แกนของค่าที่วัดได้จากไดอัลเกจ ส่วนแกน  $x'$  และ  $y'$  คือ ค่าที่ปรับใหม่โดยคิดระยะความสูงจริงซึ่งจะตั้งฉากกับความชันของแต่ละก้อนขึ้นงานนั้นๆ

ดังนั้น ความสูงจริงของระยะ  $n$  ใดๆ หาได้จาก

$$y'_n = (y_n - y) \cos \theta \quad (36)$$

และระยะเคลื่อนจริงตามแนวแกนนอนกรณีความชันที่มีค่าเป็นลบหาได้จาก

$$x'_n = \frac{x_n}{\cos \theta} - \frac{(y_n - y)}{\sin \theta} \quad (37)$$

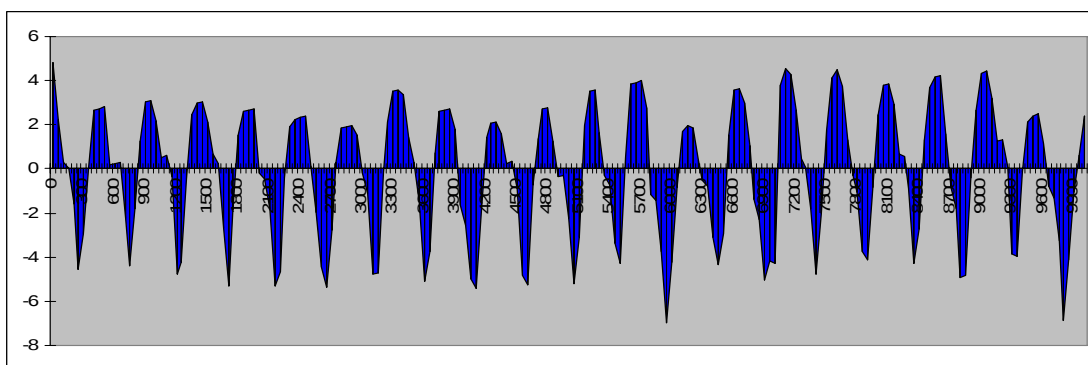
และสำหรับในกรณีความชันที่มีค่าเป็นบวก

$$x'_n = \frac{x_n}{\cos \theta} + \frac{(y_n - y)}{\sin \theta} \quad (38)$$

โดยที่  $y = mx + c$

$y_n$  = ค่าที่อ่านได้จากไดอัลเกจ

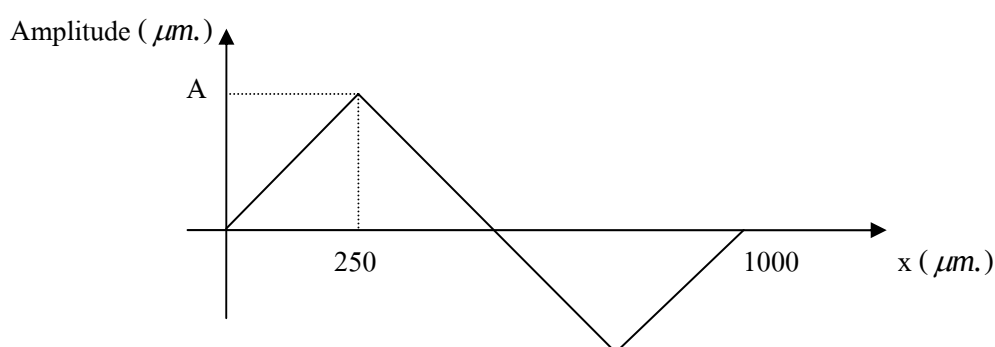
$x_n$  = ระยะจากจุดเริ่มต้นวัด



ภาพที่ 54 กราฟที่ได้จากการปรับค่าแล้ว

### 3. การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความหยาบผิว

จากข้อเท็จจริงที่ว่า การทดลองในวิทยานิพนธ์นี้นั้น มีการเก็บข้อมูลในลักษณะที่เป็นตำแหน่งตามที่กำหนด ดังนั้นจึงทำให้ต้องมีกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะประมาณค่าพื้นผิวของชิ้นงานจากตำแหน่งต่างๆที่ได้จากการวัดค่า ดังนั้นในการวิจัยนี้ผู้วิจัยจึงได้ทำการประยุกต์ใช้อนุกรมฟูเรียร์ในการประมาณค่าดังกล่าว โดยทั้งนี้การกำหนดลักษณะอนุกรมฟูเรียร์ดังกล่าวได้แสดงไว้ในภาพที่ 55 ซึ่งผลการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จะได้ผลดังสมการที่ (39) ถึงสมการที่ (47)



ภาพที่ 55 กราฟอนุกรมฟูเรียร์

โดยที่ A คือค่า Amplitude และมีความยาวคาบเท่ากับ  $1,000 \mu m$ .

หาสมการฟูเรียร์ไซน์

$$f(x) = \begin{cases} \frac{Ax}{250}; 0 < x < 250 \\ A(2 - \frac{x}{250}); 250 < x < 500 \end{cases}$$

จากสูตรอนุกรมฟูเรียร์ไซน์

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (39)$$

หาค่า  $b_n$  จากสูตร

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx \quad (40)$$

จะได้ 
$$b_n = \frac{2}{500} \int_0^{500} f(x) \sin \frac{n\pi x}{500} dx$$

$$= \frac{1}{250} \left[ \int_0^{250} \left( \frac{Ax}{250} \right) \sin \frac{n\pi x}{500} dx + \int_{250}^{500} \left( A \left( 2 - \frac{x}{250} \right) \right) \sin \frac{n\pi x}{500} dx \right]$$

$$= \frac{1}{250} \left[ \frac{A}{250} \int_0^{250} x \sin \frac{n\pi x}{500} dx + 2 \int_{250}^{500} A \sin \frac{n\pi x}{500} dx - \frac{A}{250} \int_{250}^{500} x \sin \frac{n\pi x}{500} dx \right]$$

จาก 
$$\int x \sin \frac{n\pi x}{500} dx = \left[ x \left( \frac{-\cos n\pi x / 500}{n\pi / 500} \right) - \int \left( \frac{-\cos n\pi x / 500}{n\pi / 500} \right) dx \right]$$

ดังนั้น

$$\frac{A}{250} \int_0^{250} x \sin \frac{n\pi x}{500} dx = \frac{A}{250} \left[ x \left( \frac{-\cos n\pi x / 500}{n\pi / 500} \right) \right]_0^{250} - \int_0^{250} \left( \frac{-\cos n\pi x / 500}{n\pi / 500} \right) dx$$

$$= \frac{A}{250} \left[ -\frac{500}{n\pi} \left( 250 \cos \frac{n\pi}{2} - 0 \right) + \left( \frac{500}{n\pi} \right)^2 \sin \frac{n\pi x}{500} \right]_0^{250}$$

$$= \frac{A}{250} \left[ -\frac{125,000}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} + \frac{25,000}{n^2 \pi^2} \left( \sin \frac{n\pi}{2} - 0 \right) \right]$$

$$= -\frac{500A}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} + \frac{1,000A}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi}{2}$$

และ 
$$2 \int_{250}^{500} A \sin \frac{n\pi x}{500} dx = 2A \left[ -\left( \frac{\cos n\pi x / 500}{n\pi / 500} \right) \right]_{250}^{500}$$

$$\begin{aligned}
&= 2A \left[ -\frac{500}{n\pi} \left( \cos n\pi - \cos \frac{n\pi}{2} \right) \right] \\
&= -\frac{1,000A}{n\pi} \left( \cos n\pi - \cos \frac{n\pi}{2} \right) \\
&= -\frac{1,000A(-1)^n}{n\pi} + \frac{1,000A}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2}
\end{aligned}$$

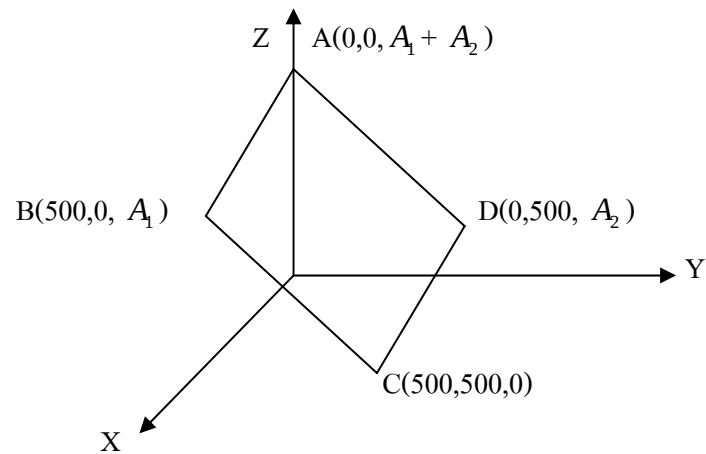
$$\begin{aligned}
\text{例 3} \quad & \frac{A}{250} \int_{250}^{500} x \sin \frac{n\pi x}{500} dx = \frac{A}{250} \left[ x \left( \frac{-\cos n\pi x / 500}{n\pi / 500} \right) \right]_{250}^{500} + \int_{250}^{500} \left( \frac{\cos n\pi x / 500}{n\pi / 500} \right) dx \\
&= \frac{A}{250} \left[ \frac{-500}{n\pi} \left( 500 \cos n\pi - 250 \cos \frac{n\pi}{2} \right) + \frac{250,000}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi x}{500} \right]_{250}^{500} \\
&= \frac{A}{250} \left[ -\frac{250,000(-1)^n}{n\pi} + \frac{125,000}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} + \frac{250,000}{n^2 \pi^2} \left( \sin n\pi - \sin \frac{n\pi}{2} \right) \right] \\
&= \frac{A}{250} \left[ -\frac{250,000(-1)^2}{n\pi} + \frac{125,000}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} - \frac{250,000}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\
&= \frac{-1,000A(-1)^n}{n\pi} + \frac{500A}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} - \frac{1,000A}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} \\
&= \frac{1}{250} \left[ -\frac{500A}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} + \frac{1,000}{n^2 \pi^2} A \sin \frac{n\pi}{2} - \frac{1,000A(-1)^2}{n\pi} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1,000A}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} + \frac{1,000A(-1)^n}{n\pi} - \frac{500A}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} + \frac{1,000A}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\
&= \frac{1}{250} \left[ \frac{2,000A}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} \right]
\end{aligned}$$

$$= \frac{8A}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi}{2}$$

แทนค่า  $b_n$  ในสูตรอนุกรมฟูเรียร์ในสมการ

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8A}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi x}{500} \\ &= \frac{8A}{\pi^2} \left[ \frac{(1)}{1^2} \sin \frac{\pi x}{500} + 0 + \frac{(-1)}{3^2} \sin \frac{3\pi x}{500} + 0 + \frac{(1)}{5^2} \sin \frac{5\pi x}{500} + 0 \right. \\ &\quad \left. + \frac{(-1)}{7^2} \sin \frac{7\pi x}{500} + 0 + \dots \right] \\ f(x) &= \frac{8A}{\pi^2} \left[ \frac{\sin \pi x / 500}{1^2} - \frac{\sin 3\pi x / 500}{3^2} + \frac{\sin 5\pi x / 500}{5^2} - \dots \right] \\ f(x) &= \frac{8A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin(2n-1)\pi x / 500}{(2n-1)^2} \end{aligned} \quad (41)$$

และทำการหาค่าพื้นที่ผิวโดยใช้ Surface Integral โดยที่แกน X แทนแนววัดชิ้นงานแนว a-a และแกน Y แทนแนววัดชิ้นงานแนว b-b และ c-c โดยนิยามว่าพื้นที่ผิวที่เกิดขึ้นบนแกน Z จะเกิดจากการเสริมกันของ Amplitude ของแกน X และแกน Y ที่พิกัดนั้นๆ (ซึ่งในพื้นที่ผิวจริงจะเป็นการเสริมกันของแนว a-a กับแนว b-b และแนว a-a กับแนว c-c) โดยในที่นี้เรานำเพียงส่วนหนึ่งของพื้นที่ผิวมาทำการพิจารณาเป็นตัวแทนของพื้นที่ผิวทั้งหมด เนื่องจากอนุกรมฟูเรียร์เป็นการกระจายที่มีค่า Amplitude และคาบการเคลื่อนที่ที่เท่ากัน ซึ่งสามารถวาดความสัมพันธ์ได้ดังนี้



ภาพที่ 56 การหาพื้นที่ผิว

จาก 
$$S = \iint_T \|\vec{n}_r(u,v)\| du dv \quad (42)$$

เมื่อ 
$$\vec{n}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \quad (43)$$

หาสมการพื้นผิวจาก

$$ux + vy + wz = A_1 + A_2 \quad (44)$$

ที่พิกัด  $(0,0,A_1 + A_2)$

$$(0)u + (0)v + (A_1 + A_2)w = A_1 + A_2$$

$$w = 1$$

ที่พิกัด  $(500,0,A_1)$

$$(500)u + (0)v + A_1 = A_1 + A_2$$

$$u = \frac{A_2}{500}$$

ที่พิกัด  $(0, 500, A_2)$

$$(0)u + (500)v + A_2 = A_1 + A_2$$

$$v = \frac{A_1}{500}$$

จะได้  $S : \frac{A_2}{500}x + \frac{A_1}{500}y + z = A_1 + A_2$  (45)

ดังนั้น  $\vec{r}(u, v) = (u, v, A_1 + A_2 - \frac{A_2}{500}u - \frac{A_1}{500}v)$  (46)

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} = (1, 0, -\frac{A_2}{500})$$

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial v} = (0, 1, -\frac{A_1}{500})$$

$$\vec{n}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -\frac{A_2}{500} \\ 0 & 1 & -\frac{A_1}{500} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & -\frac{A_2}{500} \\ 1 & -\frac{A_1}{500} \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & -\frac{A_2}{500} \\ 0 & -\frac{A_1}{500} \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$= \frac{A_2}{500} \vec{i} + \frac{A_1}{500} \vec{j} + \vec{k}$$

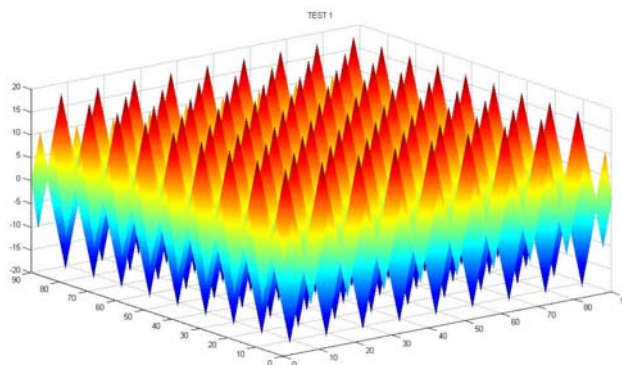
$$\|\vec{n}_r(u, v)\| = \left\| \frac{A_2}{500} \vec{i} + \frac{A_1}{500} \vec{j} + \vec{k} \right\|$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\frac{A_2}{500} + \frac{A_1}{500} + 1} \\
&= \sqrt{\frac{A_1 + A_2 + 500}{500}} \\
S &= \int_0^{500} \int_0^{500} \sqrt{\frac{A_1 + A_2 + 500}{500}} du dv \\
&= \int_0^{500} \left[ \sqrt{\frac{A_1 + A_2 + 500}{500}} u \right]_0^{500} dv \\
&= \int_0^{500} 500 \sqrt{\frac{A_1 + A_2 + 500}{500}} dv \\
&= 500 \left[ \sqrt{\frac{A_1 + A_2 + 500}{500}} v \right]_0^{500} \\
&= 25,000 \sqrt{\frac{A_1 + A_2 + 500}{5}} \tag{47}
\end{aligned}$$

เพื่อเป็นการอำนวยความสะดวกในการคำนวณต่างๆ ผู้วิจัยได้พัฒนาโปรแกรม Matlab ขึ้นมาเพื่อใช้สำหรับการวาดกราฟและประมาณค่าพื้นที่ผิว นอกจากนี้เพื่อเป็นการทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมผู้วิจัยจึงได้สมมุติค่า Amplitude ขึ้นมาเพื่อทดสอบว่าเมื่อ Amplitude สูงขึ้นจะทำให้ได้ค่า SRC สูงขึ้นตาม โดยได้กำหนดค่า Amplitude ทั้งหมด 3 ชุด ดังนี้

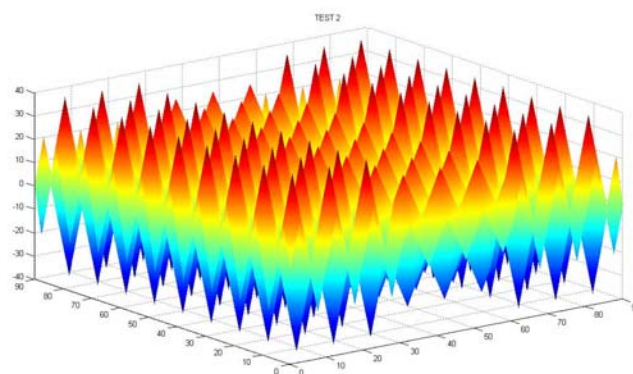
1.  $A_1 = 100$  ,  $A_2 = 100$
2.  $A_1 = 200$  ,  $A_2 = 100$
3.  $A_1 = 300$  ,  $A_2 = 100$

โดยที่ค่า  $A_1$  แทนค่า Amplitude ของแนว a-a และ b-b ส่วนค่า  $A_2$  แทนค่า Amplitude ของแนว c-c และมีคาบแต่ละแนวแกนเท่ากับ 9 คาบ



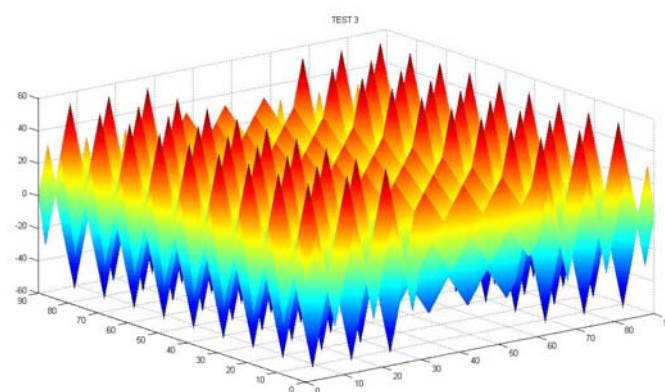
SRC = 1.1832

ภาพที่ 57 กราฟที่  $A_1 = 100$ ,  $A_2 = 100$



SRC = 1.3161

ภาพที่ 58 กราฟที่  $A_1 = 200$ ,  $A_2 = 100$

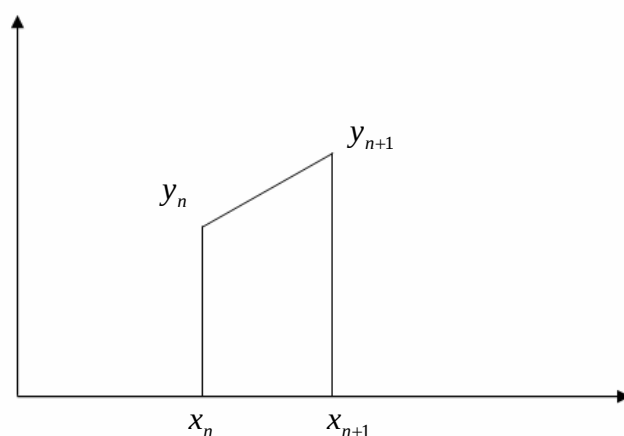


SRC = 1.4360

ภาพที่ 59 กราฟที่  $A_1 = 300$ ,  $A_2 = 100$

โดยจากผลการคำนวณโดยโปรแกรม Matlab ได้แสดงในภาพที่ 57-59 ซึ่งจะเห็นได้ว่า เมื่อค่า Amplitude สูงขึ้นจะส่งผลให้ค่า SRC สูงขึ้นตามไปด้วย ดังนั้นจึงสามารถนำสมการฟูเรียร์มาใช้ในการจำลองพื้นผิวแทนผิวชิ้นงานที่ได้จากกระบวนการตัดเฉือนโดยการก่อดขึ้นรูปได้

และเมื่อมีความมั่นใจในระดับหนึ่งแล้วว่า สมการทางคณิตศาสตร์และโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นสามารถเชื่อถือได้ ผู้วิจัยจึงได้ทำการเปลี่ยนกราฟที่ได้จากการวัดดังตัวอย่างในภาพที่ 54 ให้อยู่ในรูปของอนุกรมฟูเรียร์ โดยสามารถหาความสูงของ Amplitude ได้จาก



ภาพที่ 60 การหาความยาวของผิวชิ้นงาน

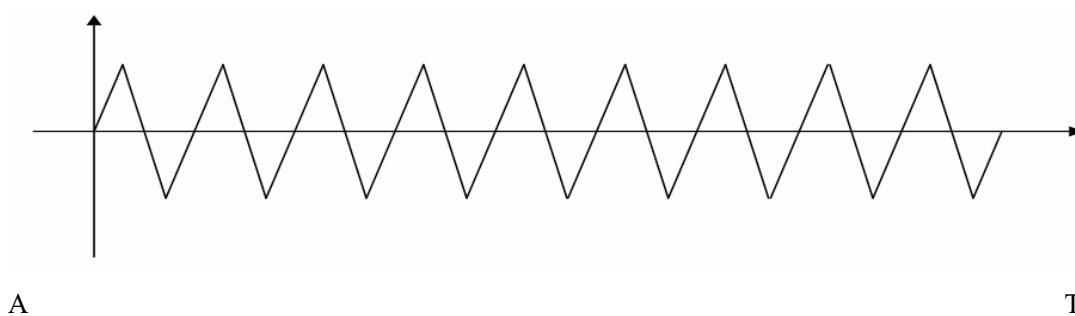
ความยาวของผิวชิ้นงานในแต่ละช่วงเท่ากับ

$$l_n = \sqrt{(x_{n+1} - x_n)^2 + (y_{n+1} - y_n)^2} \quad (48)$$

เมื่อทำการรวมความยาวในแต่ละช่วงทั้งหมดจะได้

$$L = \sum_{n=1}^{200} l_n \quad (49)$$

ซึ่งสมการที่ (49) เป็นความยาวของผิวชิ้นงานในแนววัดนั้นๆ เมื่อผู้วิจัยได้ความยาวแล้ว จะทำการปรับกราฟให้อยู่ในรูปของอนุกรมฟูเรียร์ โดยกำหนดให้ทุกกราฟมีค่าคาบ, ความยาวคาบที่เท่ากัน โดยมีความยาวคาบเท่ากับ  $1,000 \mu m$ .



ภาพที่ 61 กราฟอนุกรมฟูเรียร์ที่ใช้ในการจำลองพื้นผิวชิ้นงาน

เมื่อทราบความยาวเส้นของผิวชิ้นงานแล้ว เราจะสามารถหาค่า Amplitude ได้โดยจากภาพที่ 55 จะได้ความสัมพันธ์จากกฎของพีทาโกรัส ดังนี้คือ

$$A = \sqrt{\left(\frac{L}{36}\right)^2 + (250)^2} \quad (50)$$

#### 4. การเปรียบเทียบค่า Ra และ SRC ของผิวชิ้นงาน

เมื่อผู้วิจัยได้ทำการปรับกราฟเพื่อลดผลกระทบจากความไม่ขนานของผิวชิ้นงานแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการคำนวณหาค่า Ra และค่า SRC ตามลำดับ ซึ่งได้แสดงผลการคำนวณในตารางที่ 3 และ 4 (โดยกราฟที่ได้จากการปรับค่าถูกแสดงในภาคผนวก ก และภาพจำลองพื้นผิวของชิ้นงานถูกแสดงในภาคผนวก ข)

ตารางที่ 3 ค่า Ra ที่วัดได้จากไดอัลเกจ

| Resin No. | Ra    | Resin No. | Ra    | Resin No. | Ra     |
|-----------|-------|-----------|-------|-----------|--------|
| A1 a-a    | 4.175 | F1 a-a    | 3.945 | K1 a-a    | 15.759 |
| A1 b-b    | 2.353 | F1 b-b    | 3.637 | K1 b-b    | 4.097  |
| A1 c-c    | 1.294 | F1 c-c    | 2.455 | K1 c-c    | 2.429  |
| A2 a-a    | 2.228 | F2 a-a    | 7.192 | K2 a-a    | 3.190  |
| A2 b-b    | 3.817 | F2 b-b    | 1.817 | K2 b-b    | 10.604 |
| A2 c-c    | 0.586 | F2 c-c    | 1.569 | K2 c-c    | 1.845  |

ตารางที่ 3 (ต่อ)

| Resin No. | Ra    | Resin No. | Ra     | Resin No. | Ra     |
|-----------|-------|-----------|--------|-----------|--------|
| A3 a-a    | 2.452 | F3 a-a    | 2.018  | K3 a-a    | 11.295 |
| A3 b-b    | 1.842 | F3 b-b    | 6.834  | K3 b-b    | 4.307  |
| A3 c-c    | 0.212 | F3 c-c    | 3.379  | K3 c-c    | 4.137  |
| B1 a-a    | 1.868 | G1 a-a    | 3.399  | L1 a-a    | 6.144  |
| B1 b-b    | 2.679 | G1 b-b    | 4.382  | L1 b-b    | 17.032 |
| B1 c-c    | 1.638 | G1 c-c    | 3.992  | L1 c-c    | 5.332  |
| B2 a-a    | 4.840 | G2 a-a    | 4.783  | L2 a-a    | 4.783  |
| B2 b-b    | 1.740 | G2 b-b    | 6.317  | L2 b-b    | 11.861 |
| B2 c-c    | 1.173 | G2 c-c    | 5.548  | L2 c-c    | 2.720  |
| B3 a-a    | 3.758 | G3 a-a    | 3.968  | L3 a-a    | 5.263  |
| B3 b-b    | 4.819 | G3 b-b    | 2.680  | L3 b-b    | 14.253 |
| B3 c-c    | 0.434 | G3 c-c    | 0.854  | L3 c-c    | 13.032 |
| C1 a-a    | 2.408 | H1 a-a    | 2.846  | M1 a-a    | 5.139  |
| C1 b-b    | 2.681 | H1 b-b    | 2.972  | M1 b-b    | 8.442  |
| C1 c-c    | 0.740 | H1 c-c    | 1.804  | M1 c-c    | 2.160  |
| C2 a-a    | 4.916 | H2 a-a    | 2.336  | M2 a-a    | 7.922  |
| C2 b-b    | 3.470 | H2 b-b    | 3.703  | M2 b-b    | 6.236  |
| C2 c-c    | 0.805 | H2 c-c    | 1.318  | M2 c-c    | 5.274  |
| C3 a-a    | 4.680 | H3 a-a    | 6.321  | M3 a-a    | 5.563  |
| C3 b-b    | 3.130 | H3 b-b    | 2.621  | M3 b-b    | 1.718  |
| C3 c-c    | 0.541 | H3 c-c    | 1.562  | M3 c-c    | 1.295  |
| D1 a-a    | 3.373 | I1 a-a    | 2.352  | N1 a-a    | 2.135  |
| D1 b-b    | 1.149 | I1 b-b    | 10.207 | N1 b-b    | 5.823  |
| D1 c-c    | 0.296 | I1 c-c    | 3.467  | N1 c-c    | 3.608  |
| D2 a-a    | 7.490 | I2 a-a    | 2.406  | N2 a-a    | 3.684  |
| D2 b-b    | 2.914 | I2 b-b    | 6.663  | N2 b-b    | 5.111  |
| D2 c-c    | 2.661 | I2 c-c    | 0.928  | N2 c-c    | 1.364  |

ตารางที่ 3 (ต่อ)

| Resin No. | Ra     | Resin No. | Ra     | Resin No. | Ra     |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| D3 a-a    | 12.870 | I3 a-a    | 11.186 | N3 a-a    | 18.988 |
| D3 b-b    | 6.405  | I3 b-b    | 6.959  | N3 b-b    | 27.135 |
| D3 c-c    | 2.953  | I3 c-c    | 4.413  | N3 c-c    | 11.679 |
| E1 a-a    | 4.755  | J1 a-a    | 4.440  | O1 a-a    | 3.802  |
| E1 b-b    | 7.342  | J1 b-b    | 2.072  | O1 b-b    | 6.831  |
| E1 c-c    | 3.989  | J1 c-c    | 1.972  | O1 c-c    | 2.784  |
| E2 a-a    | 1.434  | J2 a-a    | 1.749  | O2 a-a    | 13.795 |
| E2 b-b    | 2.028  | J2 b-b    | 4.130  | O2 b-b    | 12.919 |
| E2 c-c    | 1.485  | J2 c-c    | 3.999  | O2 c-c    | 5.305  |
| E3 a-a    | 2.588  | J3 a-a    | 7.190  | O3 a-a    | 3.352  |
| E3 b-b    | 4.777  | J3 b-b    | 6.552  | O3 b-b    | 7.629  |
| E3 c-c    | 2.623  | J3 c-c    | 5.133  | O3 c-c    | 5.237  |

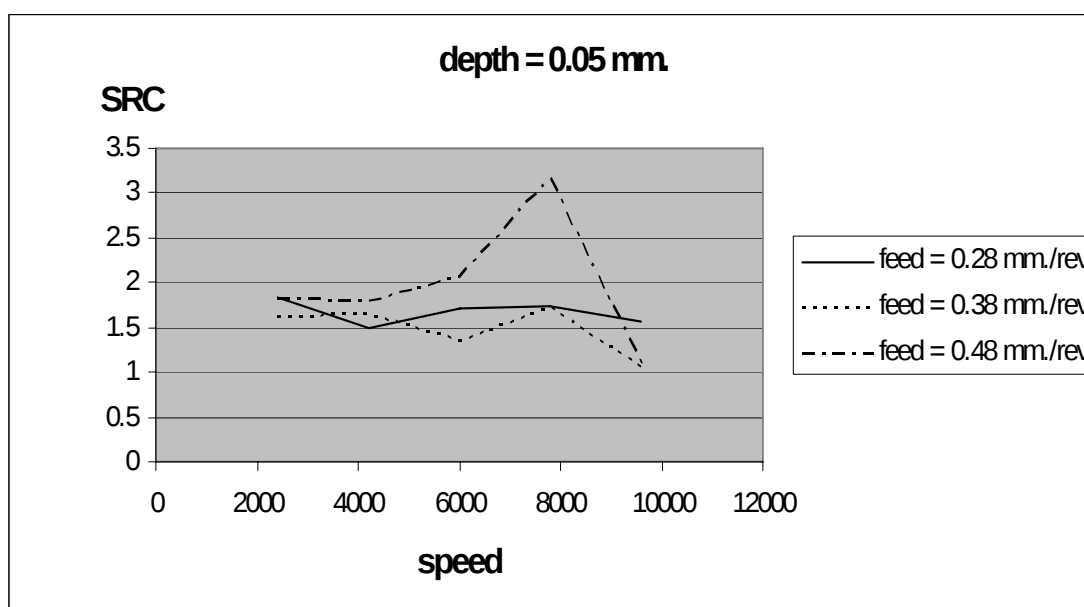
ตารางที่ 4 ค่าความหยาบละเอียดผิวโดยวิธี SRC

| Resin No. | SRC   | Resin No. | SRC   | Resin No. | SRC   |
|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|
| A1        | 1.847 | F1        | 1.795 | K1        | 1.721 |
| A2        | 1.569 | F2        | 1.765 | K2        | 1.880 |
| A3        | 1.624 | F3        | 2.301 | K3        | 1.332 |
| B1        | 1.622 | G1        | 1.715 | L1        | 3.150 |
| B2        | 1.660 | G2        | 1.308 | L2        | 2.757 |
| B3        | 1.571 | G3        | 1.522 | L3        | 3.110 |
| C1        | 1.816 | H1        | 1.336 | M1        | 1.573 |
| C2        | 1.962 | H2        | 1.372 | M2        | 1.413 |
| C3        | 1.582 | H3        | 1.671 | M3        | 1.287 |
| D1        | 1.488 | I1        | 2.058 | N1        | 1.046 |
| D2        | 1.817 | I2        | 1.983 | N2        | 1.375 |

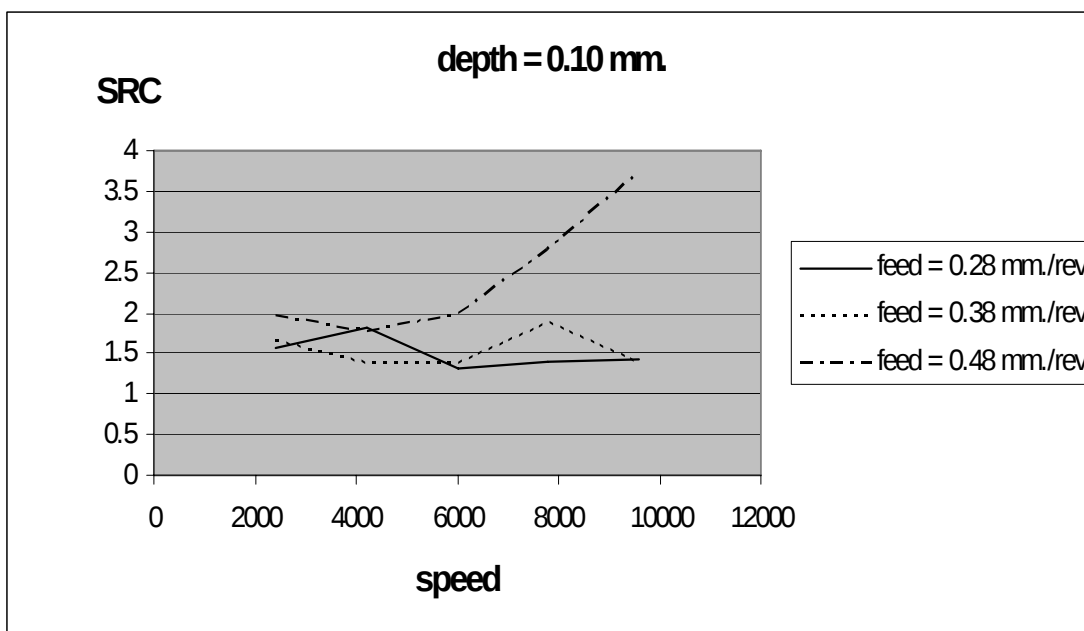
#### ตารางที่ 4 (ต่อ)

| Resin No. | SRC   | Resin No. | SRC   | Resin No. | SRC   |
|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|
| D3        | 1.725 | I3        | 2.192 | N3        | 3.295 |
| E1        | 1.646 | J1        | 1.726 | O1        | 1.097 |
| E2        | 1.360 | J2        | 1.399 | O2        | 3.722 |
| E3        | 1.407 | J3        | 1.392 | O3        | 2.190 |

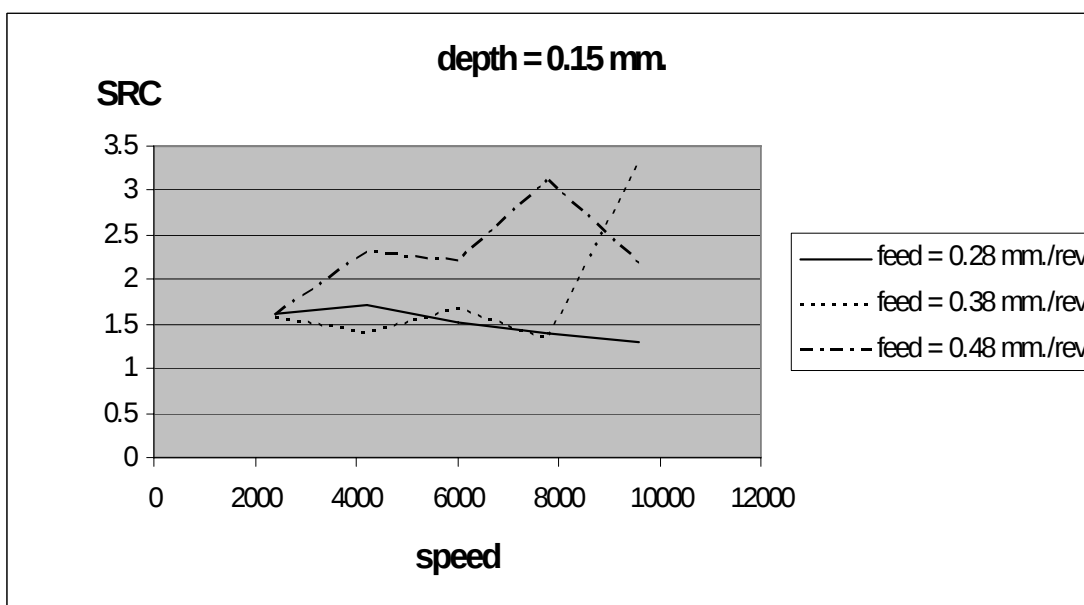
อย่างไรก็ตาม สำหรับในวิทยานิพนธ์ผู้วิจัยยังได้ทำการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนค่า SRC กับลักษณะผิวชิ้นงานในลักษณะต่างๆ ที่ได้มาทำการพล็อตกราฟเพื่อดูแนวโน้มของการทดลอง ซึ่งจากภาพที่ 62-67 ได้แสดงถึงการศึกษาดังกล่าวโดยผิวชิ้นงานต่าง ๆ นั้นได้ถูกเตรียมขึ้น โดยการกำหนดเงื่อนไขการกัดต่างๆดังนี้คือ การป้อนกัดลึก (depth) คือ 0.05, 0.10 และ 0.15 mm. อัตราป้อนกัด (feed) คือ 0.28, 0.38 และ 0.48 mm./rev ซึ่งจากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าที่อัตราป้อนกัดเท่ากับ 0.028 และ 0.038 mm./rev ค่า SRC มีแนวโน้มที่ลดลงซึ่งหมายถึงผิวชิ้นงานมีความเรียบผิวมากขึ้นเมื่อความเร็วรอบดกกัดสูงขึ้น แต่ที่อัตราป้อนกัดคงที่ที่ 0.48 mm./rev ค่า SRC จะมีแนวโน้มสูงขึ้นและที่ความเร็วรอบดกกัดเท่ากับ 8000 mm./rev ค่า SRC จะสูงขึ้นอย่างเห็นได้ชัด



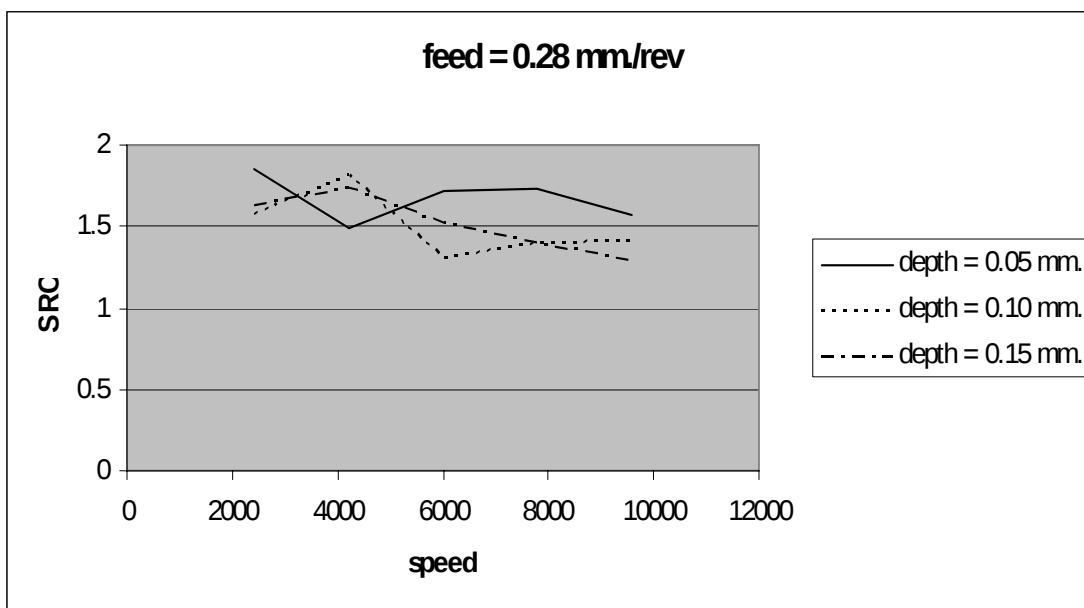
ภาพที่ 62 แนวโน้ม SRC เมื่อ depth=0.05 mm.



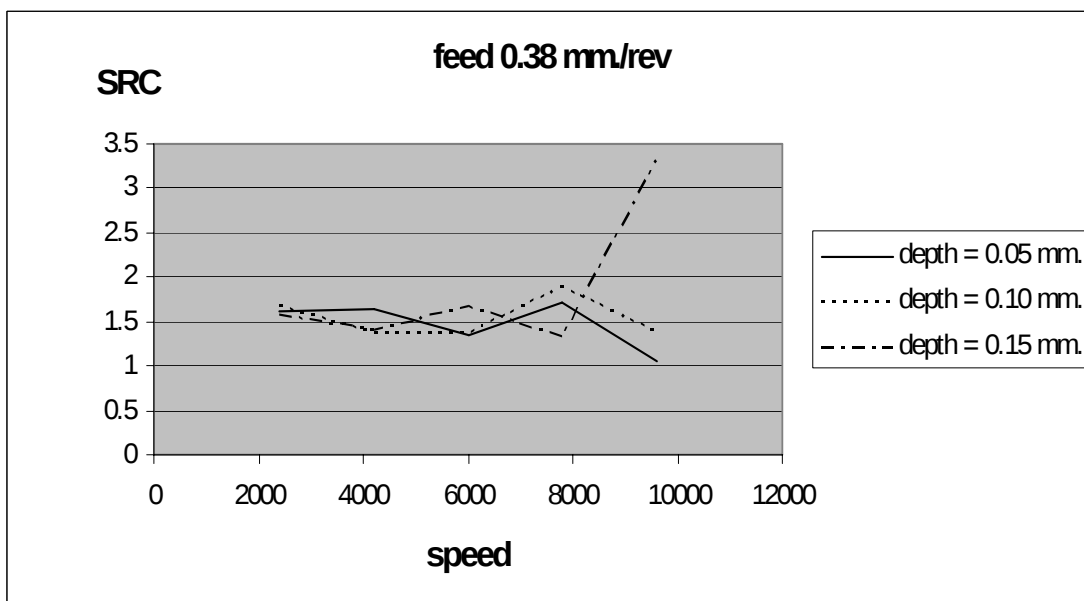
ภาพที่ 63 แนวโน้ม SRC เมื่อ depth=0.10 mm.



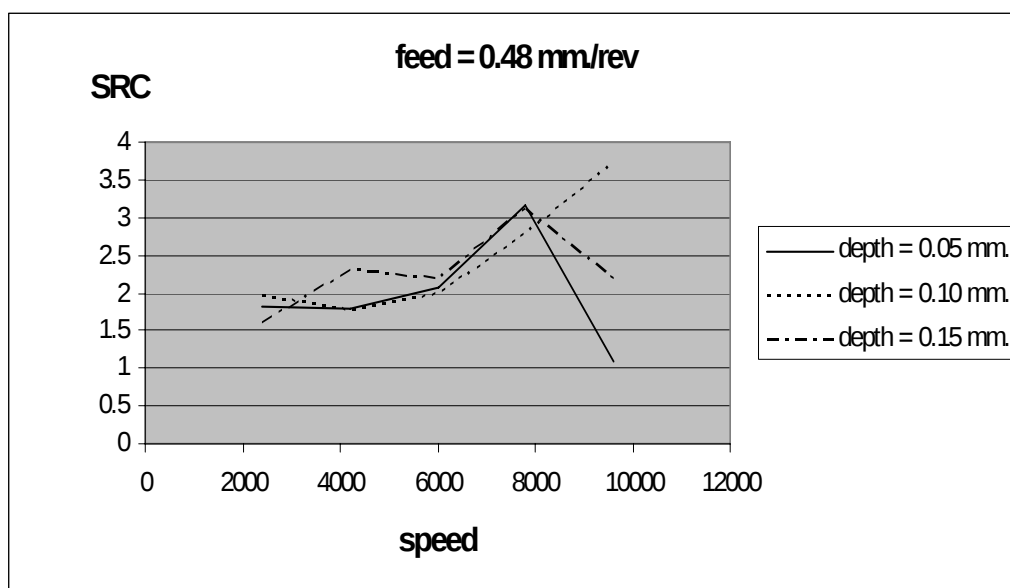
ภาพที่ 64 แนวโน้ม SRC เมื่อ depth=0.15 mm.



ภาพที่ 65 แนวโน้ม SRC เมื่อ feed = 0.28 mm./rev



ภาพที่ 66 แนวโน้ม SRC เมื่อ feed = 0.38 mm./rev



ภาพที่ 67 แนวโน้ม SRC เมื่อ feed = 0.48 mm./rev

อนึ่ง สำหรับเรื่องค่าความผิดพลาดของเครื่องมือวัดที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นมานั้น ผู้วิจัยได้ทำการทดลองใช้ชุดอุปกรณ์ที่พัฒนาขึ้นมาทำการวัดชิ้นมาตรฐานที่รู้ค่า Ra อยู่แล้ว



ภาพที่ 68 ชิ้นมาตรฐาน

ซึ่งจากผลการกระทำดังกล่าวทำให้ทราบว่าอุปกรณ์ที่พัฒนาขึ้น (ภาพที่ 68) โดยใช้ไดอัลเกจเป็นหลัก สามารถหาค่าได้ค่า  $Ra = 1.93 \mu m$  ดังนั้น ค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจึงมีค่าเท่ากับ

$$Error = \frac{2.95 - 1.93}{2.95} \times 100\% = 34.58\%$$

## วิจารณ์

ในการเตรียมชิ้นทดสอบบัพอกซีเรซินเดมอลูมิเนียมโดยใช้เครื่องหล่อระบบสูญญากาศ เมื่อทำการแกะชิ้นงานออกจากแบบที่ได้หล่อมาก่อนเดมอลูมิเนียม โดยส่วนใหญ่จะมีร่องเว้าที่มุมของ ชิ้นงานโดยประมาณ 2-3 มิลลิเมตร ซึ่งปัญหาอาจเกิดจากการใช้เวลาในการดูดอากาศออกไม่เพียงพอ แต่ถ้าหากใช้เวลาดูดอากาศออกนานเกินไป จะทำให้บัพอกซีเรซินเดมอลูมิเนียมเหนียวทำให้เทลง แม่แบบได้ยาก จึงได้แก้ไขโดยใช้แม่แบบที่มีขนาดใหญ่กว่าปกติประมาณ 5-10 มิลลิเมตร แล้วค่อยนำ ชิ้นงานมาขึ้นรูปให้ได้ขนาดตามต้องการ

จากการทดลองพิสูจน์ค่า SRC โดยใช้โปรแกรมฟูเรียร์จำลองพื้นผิวขึ้นโดยโปรแกรม Matlab จะเห็นได้ว่าเมื่อ Amplitude สูงขึ้น จะส่งผลให้ค่า SRC สูงขึ้นตาม แต่ในการวิจัยนี้ไม่ได้พิจารณาใน ส่วนของความขนานของผิวและความเป็นคลื่นของผิวชิ้นงาน

เมื่อพิจารณาจากผลการทดลองแล้วจะพบว่าแนวโน้มค่า SRC ที่ความเร็วรอบดกกัดที่ 7,800 rpm จะให้ค่า SRC ที่สูงกว่าที่เงื่อนไขอื่นอย่างเห็นได้ชัดเนื่องจาก การสั่นสะเทือนอย่างรุนแรง ของดกกัด และที่อัตราการป้อนกัด (feed) คงที่ที่ 0.48 mm./rev เมื่อค่าความเร็วรอบดกกัดสูงขึ้น จะส่งผลให้ค่า SRC มีแนวโน้มสูงขึ้นตาม

ค่าความคลาดเคลื่อนของอุปกรณ์ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นนั้นมีค่าเท่ากับ 34.58% ซึ่งเป็นค่าที่สูง เนื่องจากหัววัดของไดอัลเกจมีลักษณะเป็นทรงกลม ทำให้ไม่สามารถเข้าถึงจุดต่ำสุดที่แท้จริงของ ผิวชิ้นงานได้

## สรุปและข้อเสนอแนะ

### สรุป

จากการศึกษาความหยาบละเอียดผิวของชิ้นงานสำหรับงานกัด พบว่า การวัดค่าความหยาบละเอียดผิวของชิ้นงานในลักษณะ 2 มิติ ไม่สามารถบอกค่าความหยาบละเอียดผิวที่แท้จริงของชิ้นงานได้ เนื่องจากการกัดชิ้นงานจะมีรอยกัดที่โดนกัดเพียงครั้งเดียวและรอยกัดซ้ำสลับกัน ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ศึกษาหาค่าความหยาบละเอียดผิวของผิวชิ้นงานที่ไม่สามารถบอกด้วยการวัดในลักษณะ 2 มิติได้

ผลการศึกษาโดยการนำสมการอนุกรมฟูเรียร์ที่พัฒนาขึ้นมาใช้ในการจำลองพื้นที่ผิว เพื่อประมาณค่าพื้นที่ผิวของชิ้นงาน สามารถนำไปหาค่า SRC สำหรับการระบุค่าความหยาบละเอียดของชิ้นงานในลักษณะ 3 มิติได้

### ข้อเสนอแนะ

1. เพื่อให้การทดลองมีค่าความถูกต้องแม่นยำที่สูงขึ้น ควรใช้หัววัดที่เป็นปลายแหลม เพื่อที่จะสามารถวัดค่าความหยาบละเอียดผิวได้ดีและถูกต้องกว่านี้
2. เพื่อให้ได้ค่าความหยาบละเอียดผิวที่แม่นยำมากขึ้น จะต้องมีการวัดและจำลองพื้นผิวจากผิวชิ้นงานให้ได้ใกล้เคียงกับพื้นผิวจริงมากที่สุด
3. ในการวิจัยนี้ไม่ได้พิจารณาในส่วนของความขรุขระและความเป็นคลื่นของผิว ซึ่งถ้าได้ทำการพิจารณาในส่วนนี้ด้วยจะทำให้ได้ความถูกต้องที่มากขึ้น

## เอกสารและสิ่งอ้างอิง

ชาติ ตระการกุล. 2542. เทคโนโลยีซีเอ็นซี. ครั้งที่ 7. สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี (ไทย-ญี่ปุ่น), กรุงเทพฯ.

อำนาจ ทองแสน. 2544. ทฤษฎีและการเขียนโปรแกรม cnc สำหรับการควบคุมเครื่องจักรด้วยคอมพิวเตอร์. ซีเอ็ดดูเคชั่น, กรุงเทพฯ.

Albright, S.C. and L.W. Wayne. 2005. **Spreadsheet Modeling and Applications**. USA.

Boothroyd, G. and W.A. Knight. 1989. **Fundamentals of Machining and Machine Tools**. 2 ed. Marcel Dekker Inc., New York.

Connie, D., H. Roger, and L.T. Richard. 2003. **Fundamentals of Dimensional Metrology**, Canada.

Dong, W.P., P.J. Sullivan and K.J. Stout. 1992. "The Significance of Surface Feature in Characterizing 2-D and 3-D Surface Topography". **Engineering Surface, ASME PED-Vol. 62**. ASME, New York.

Huynh, V.M. and Y. Fan. 1992. "Surface-Texture Measurement and Characterization with Applications To Machine-Tool Monitoring". **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology** 7 (2): 2-10.

John, G.S. 1998. **Elastomer Molding Technology**. Elastech Hudson, Ohio.

Koning, W., R. Komanduri and H.K. Toenshoff. 1984. "Machining and Hard Material". **CIRP Annals** 33 (1984) 417-427.

Mike, S.L., C.C. Joseph and M.L. Caleb. 1999. Surface Roughness prediction technique for CNC End-Milling. **Journal of Industrial Technology** 15: 1-6.

Reason, R.E. 1970. **The Measurement of Surface Texture**. Macmillan and Co., Bristol, UK.

Rees, H. 1995. **Mold Engineering**. Hanser Publishers, New York.

Smith, G.T. 1989. **Advanced Machining**. Springer-Verlag, New York.

Stout, K. J., E. J. Davis, and P. J. Sullivan. 1990. **Atlas of Machined Surface**. Chapman and Hall, London.

Thomas, T.R. 1982. **“Stylus Instruments” Chapter 2 of Rough Surfaces**. Longman Group, Harlow, Essex, UK.

White, J.L. 1995. **Rubber Processing: Technology-Materials-Principles**. Hanser Publishers, New York.

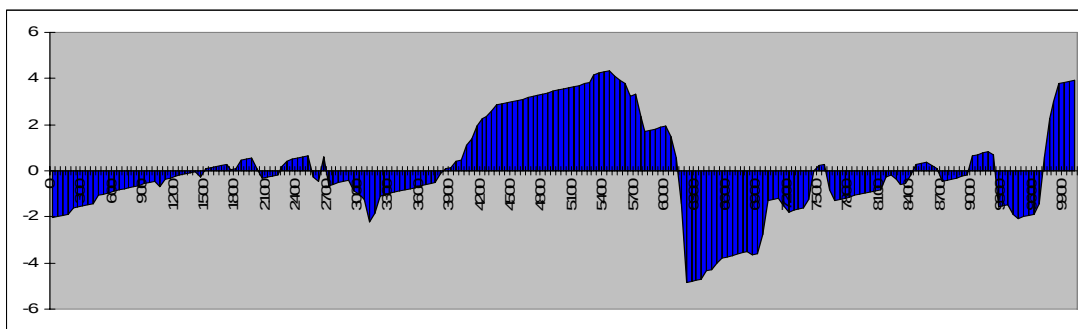
Whitestone, D.J. 1994. **Handbook of Surface Metrology**. Institute of Physics Publishing, Philadelphia.

Unal, M., B. Unver and A.E. Tercan. 2000. **Modelling of discontinuity surface roughness by digital photogrammetry and geostatistical method, Proc. of 9<sup>th</sup> Int. Symp. On Mine Planning and Equipment Selection**, Athens, Greece, pp. 391-396

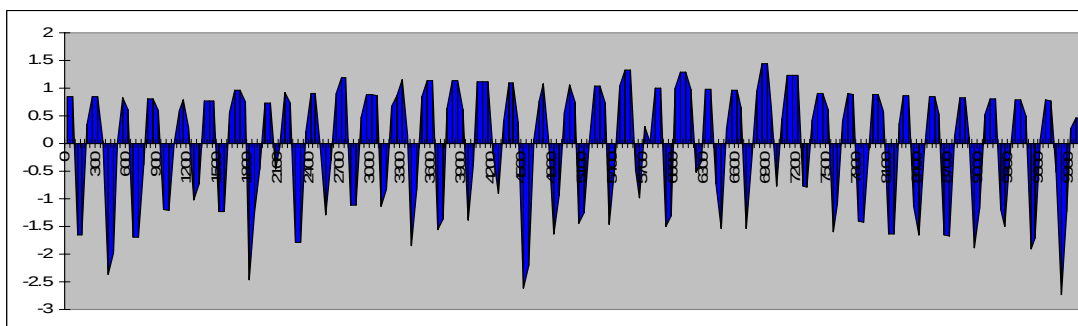
Unal, M. 2000. **Modelling of discontinuity surface roughness and investigation of its effects on shear strength**. PhD. Thesis, Hacettepe University, Ankara, 219p.

ภาคผนวก

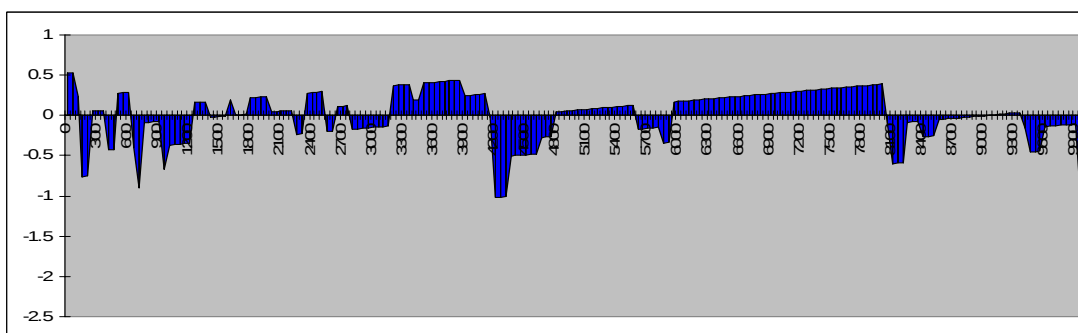
ภาคผนวก ก  
ผลที่ได้จากการวัดผิวชั้นงาน



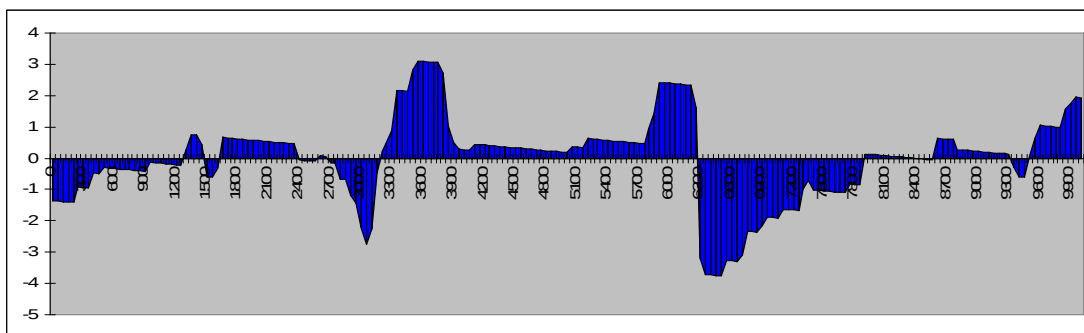
ภาพผนวกที่ ก1 ผิวชิ้นงาน A1แนว a-a



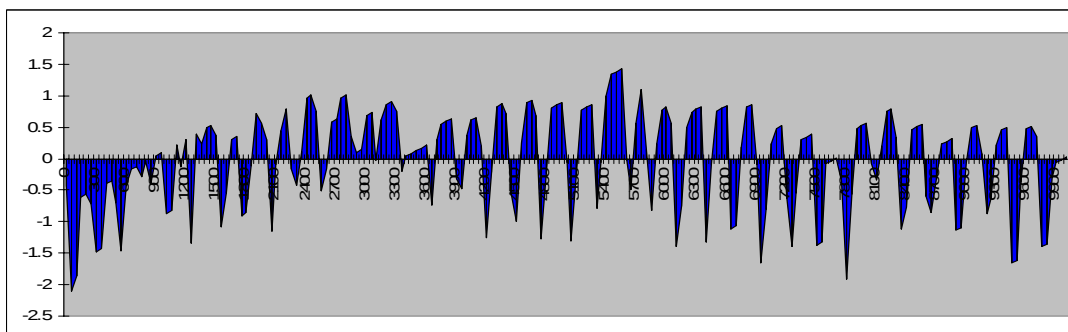
ภาพผนวกที่ ก2 ผิวชิ้นงาน A1 b-b



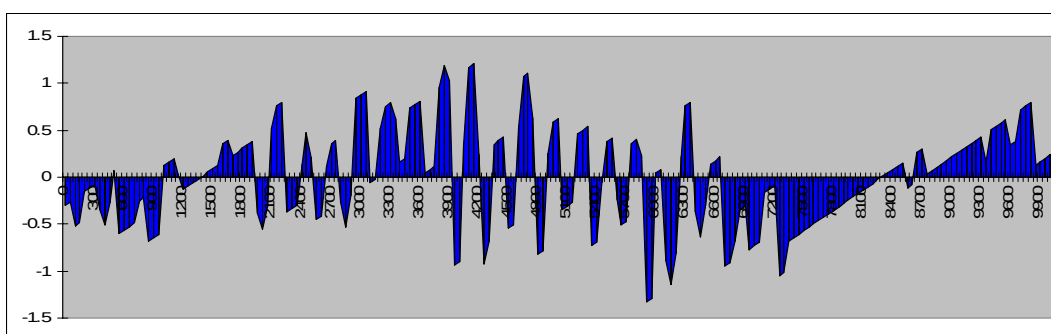
ภาพผนวกที่ ก3 ผิวชิ้นงาน A1 c-c



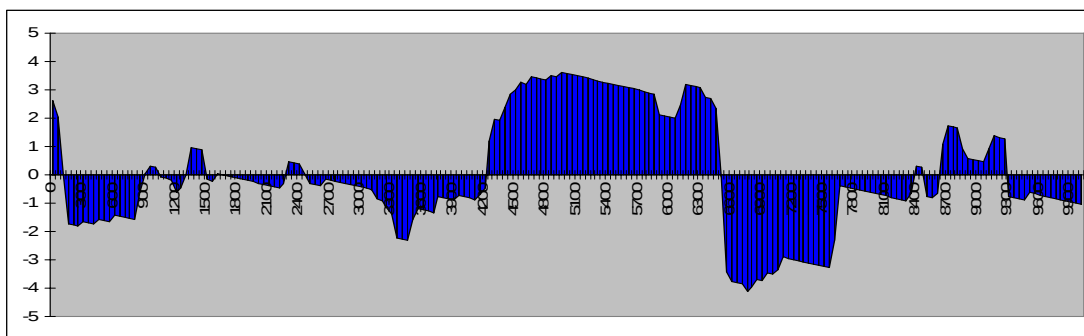
ภาพผนวกที่ ก4 ผิวชั้นงาน A2 a-a



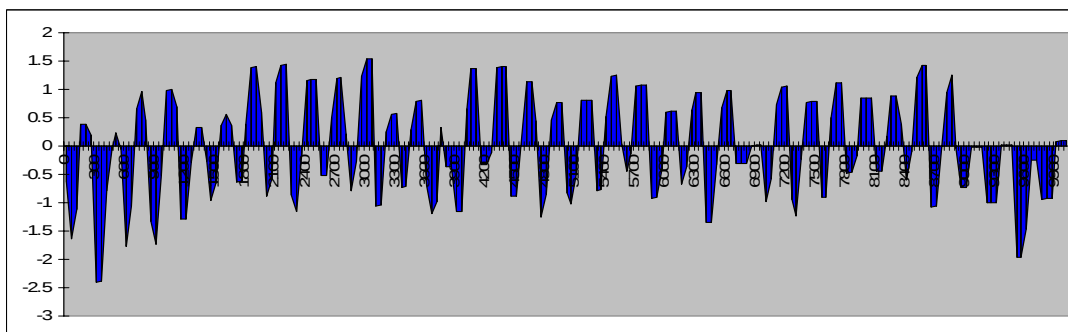
ภาพผนวกที่ ก5 ผิวชั้นงาน A2 b-b



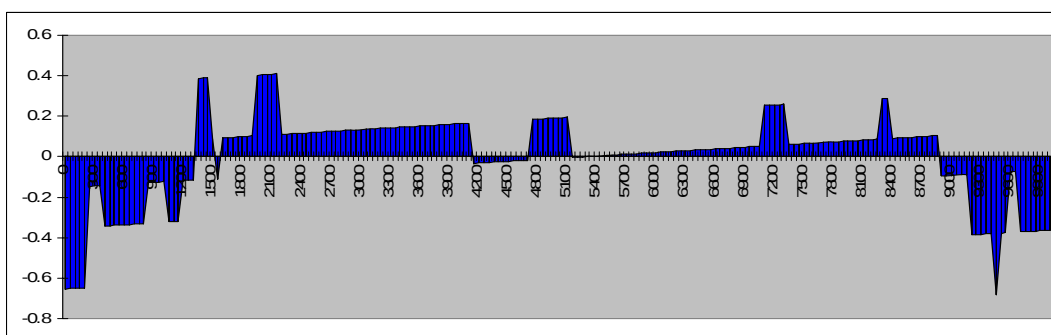
ภาพผนวกที่ ก6 ผิวชั้นงาน A2 c-c



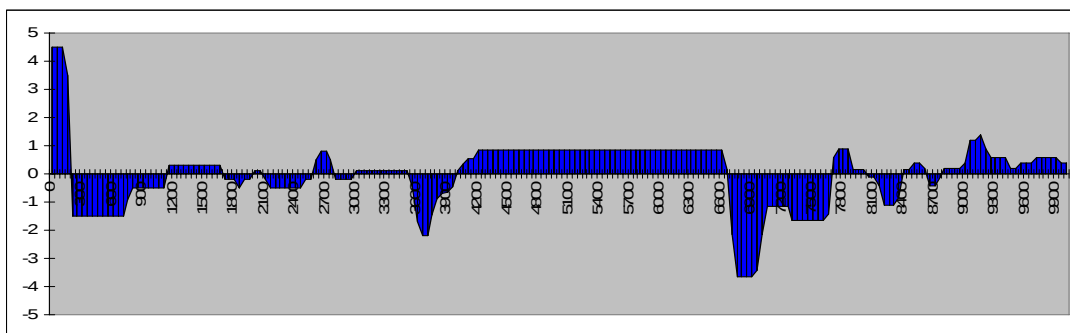
ภาพผนวกที่ ก7 ผิวชิ้นงาน A3 a-a



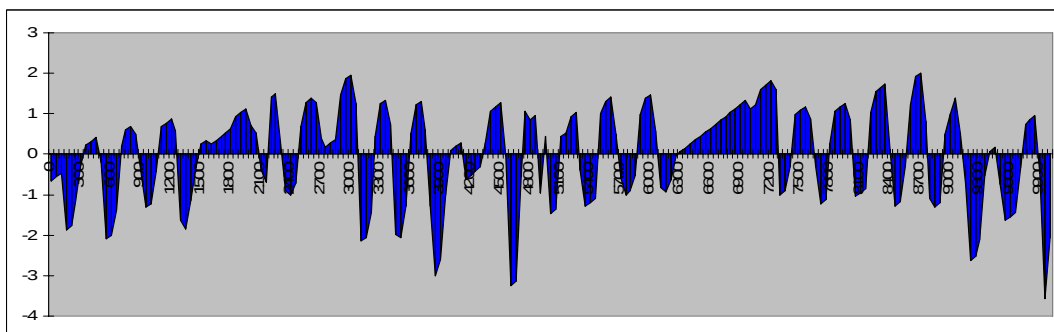
ภาพผนวกที่ ก8 ผิวชิ้นงาน A3 b-b



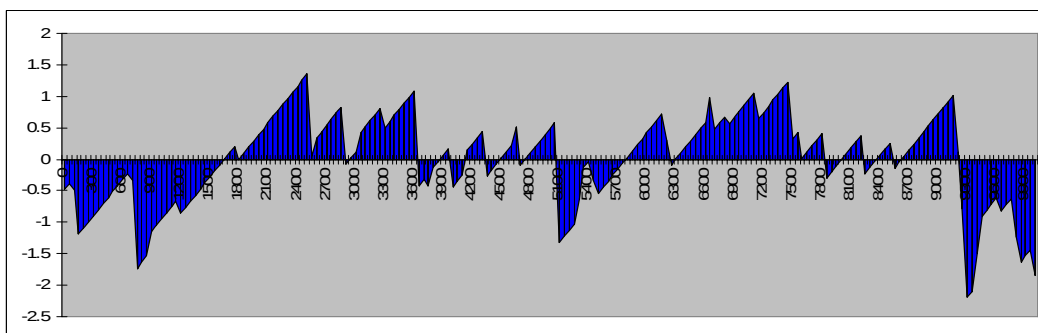
ภาพผนวกที่ ก9 ผิวชิ้นงาน A3 c-c



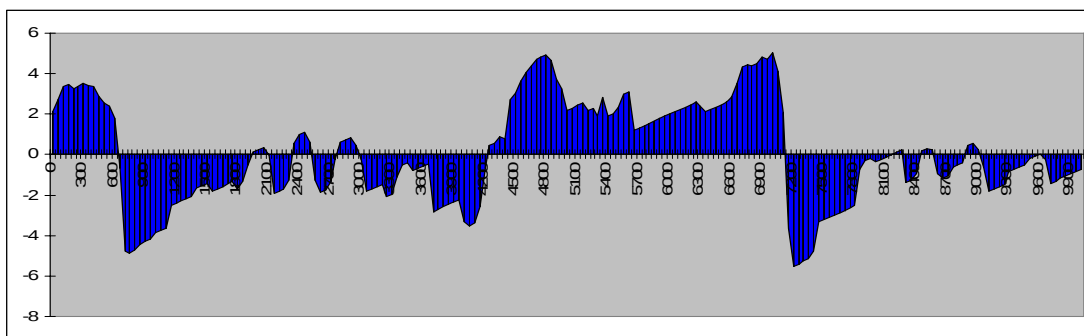
ภาพผนวกที่ ก10 ผิวชั้นงาน B1 a-a



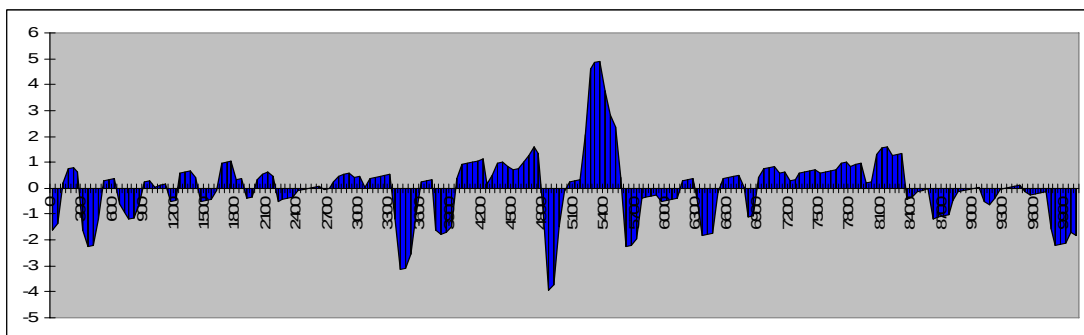
ภาพผนวกที่ ก11 ผิวชั้นงาน B1 b-b



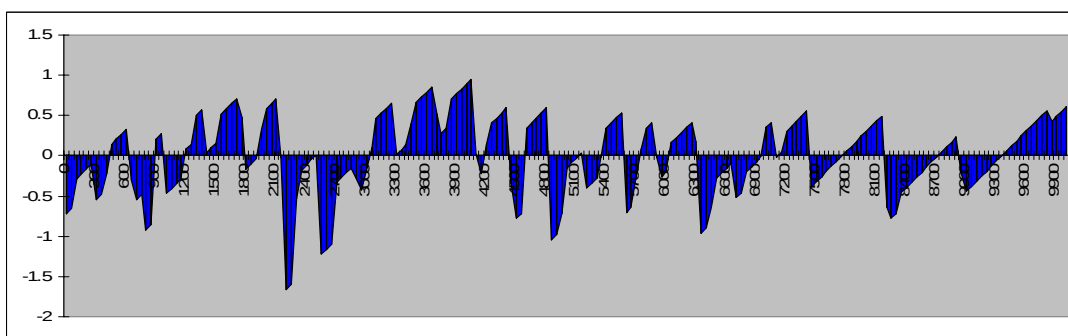
ภาพผนวกที่ ก12 ผิวชั้นงาน B1 c-c



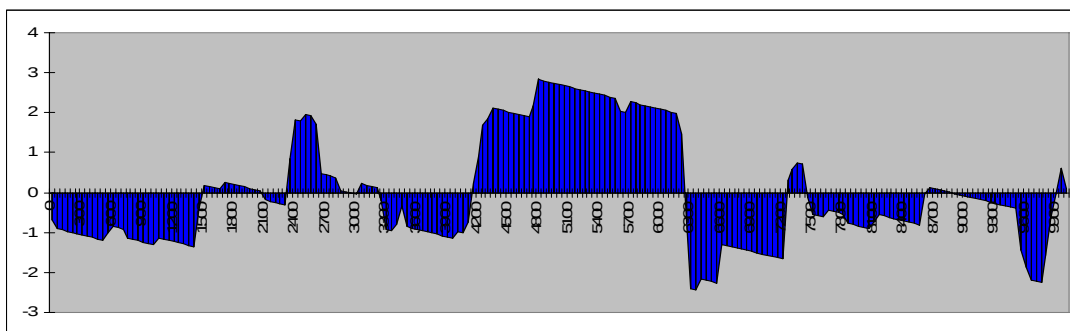
ภาพผนวกที่ ก13 ผิวชั้นงาน B2 a-a



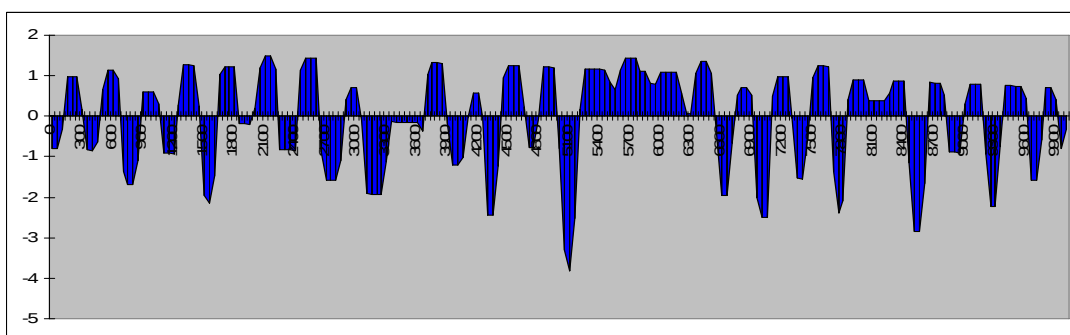
ภาพผนวกที่ ก14 ผิวชั้นงาน B2 b-b



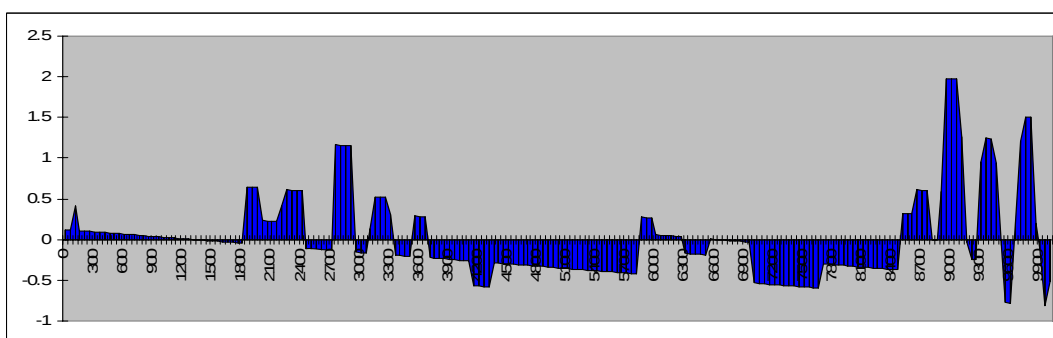
ภาพผนวกที่ ก15 ผิวชั้นงาน B2 c-c



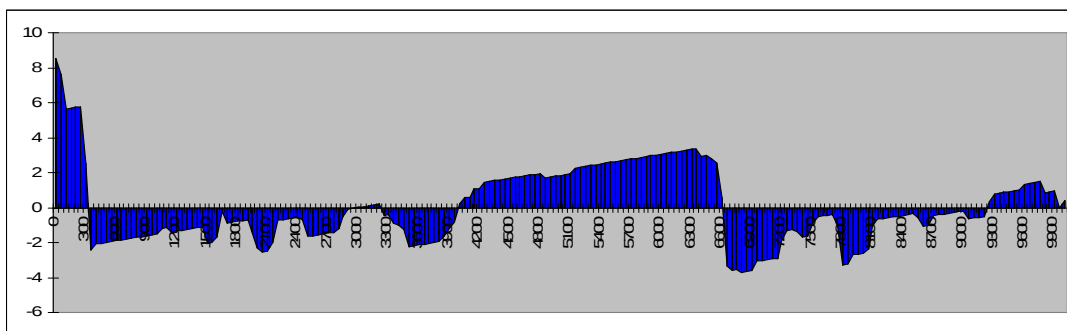
ภาพผนวกที่ ก16 ผิวชั้นงาน B3 a-a



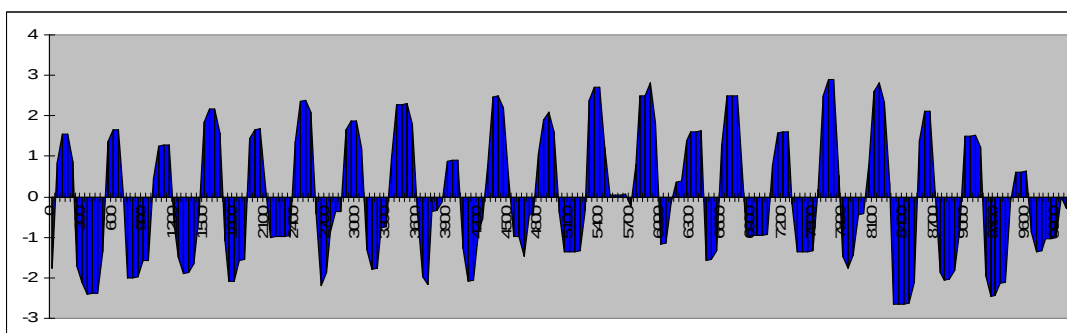
ภาพผนวกที่ ก17 ผิวชั้นงาน B3 b-b



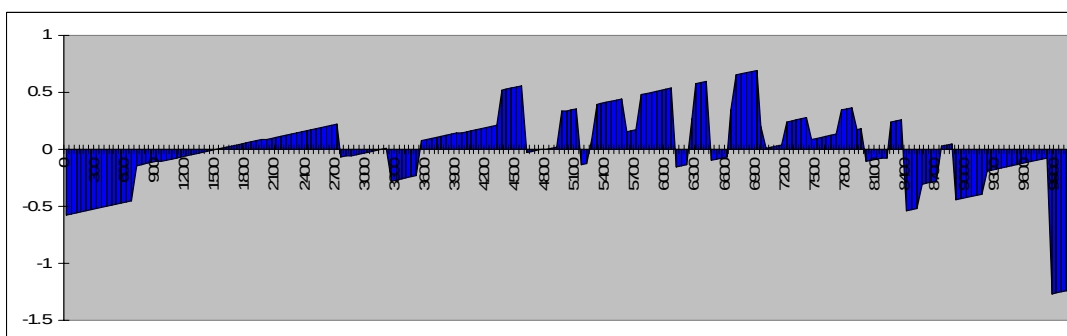
ภาพผนวกที่ ก18 ผิวชั้นงาน B3 c-c



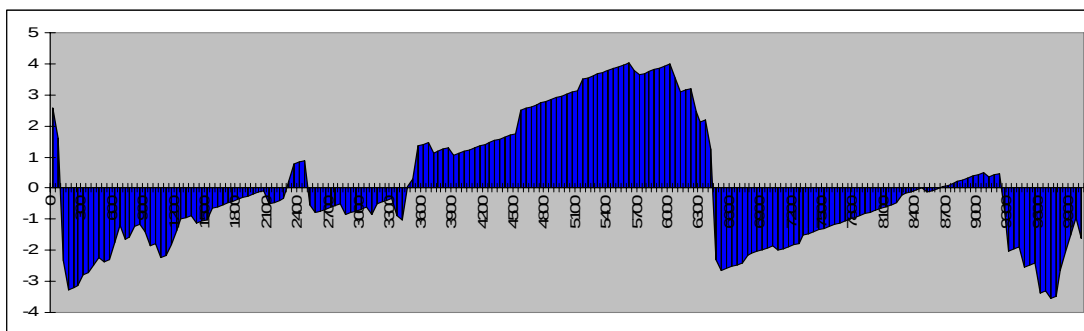
ภาพผนวกที่ ก19 ผิวชั้นงาน C1 a-a



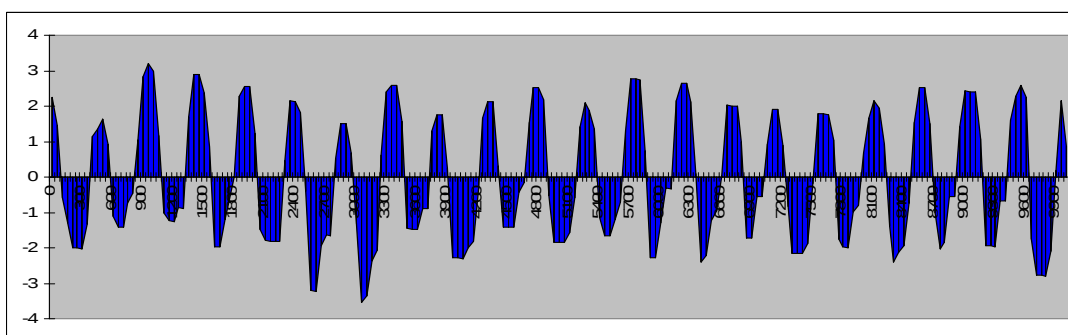
ภาพผนวกที่ ก20 ผิวชั้นงาน C1 b-b



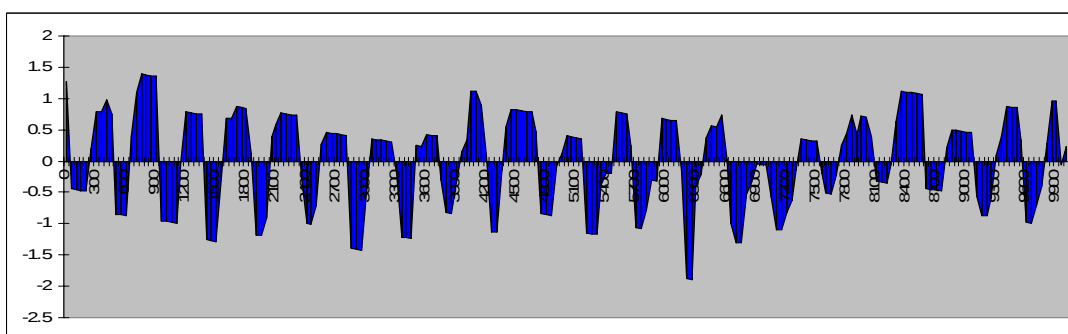
ภาพผนวกที่ ก21 ผิวชั้นงาน C1 c-c



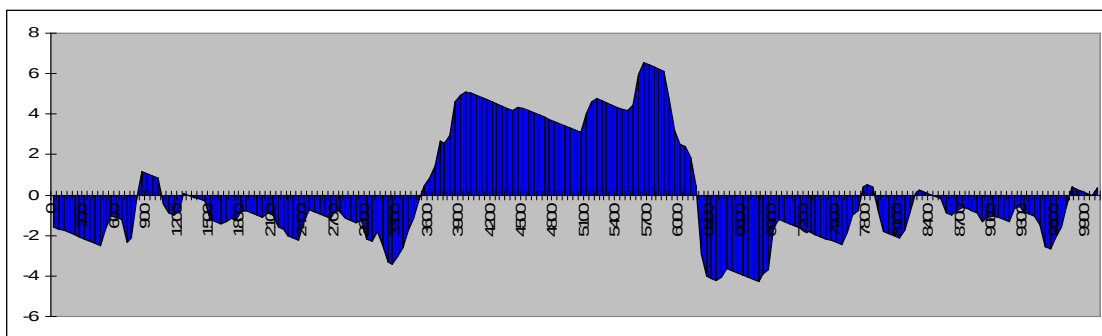
ภาพผนวกที่ ก22 ผิวชั้นงาน C2 a-a



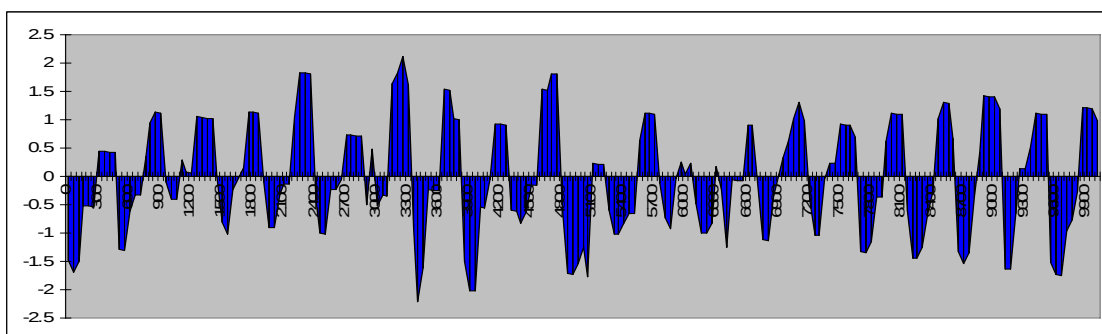
ภาพผนวกที่ ก23 ผิวชั้นงาน C2 b-b



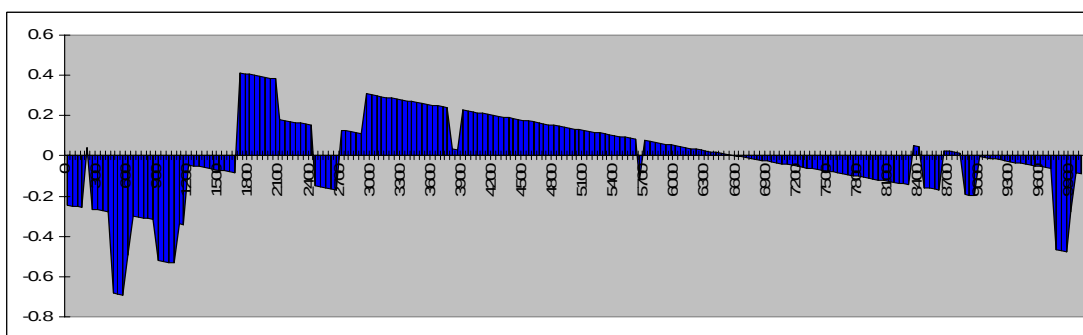
ภาพผนวกที่ ก24 ผิวชั้นงาน C2 c-c



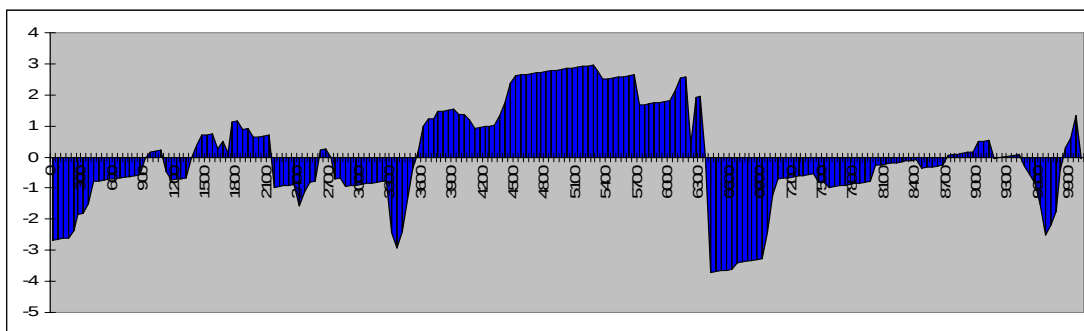
ภาพผนวกที่ ก25 ผิวชั้นงาน C3 a-a



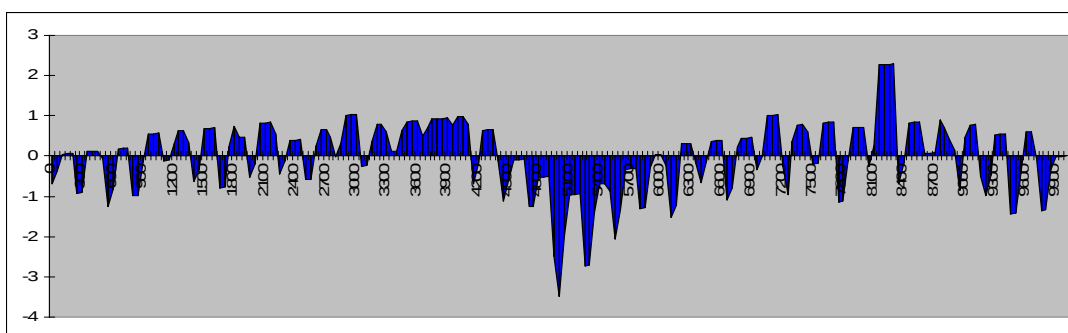
ภาพผนวกที่ ก26 ผิวชั้นงาน C3 b-b



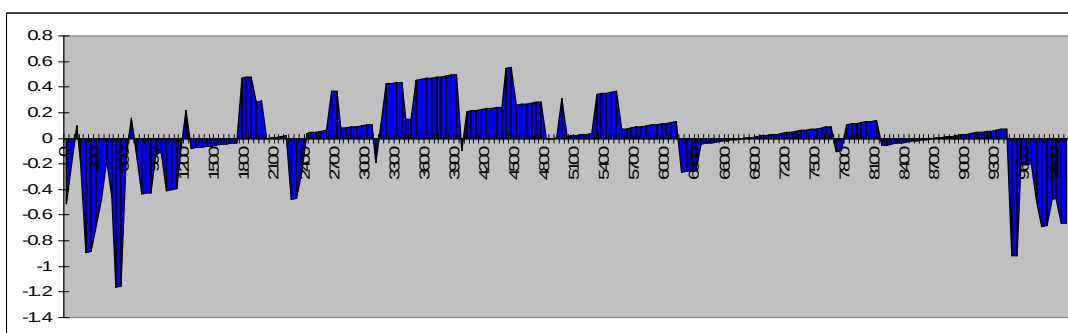
ภาพผนวกที่ ก27 ผิวชั้นงาน C3 c-c



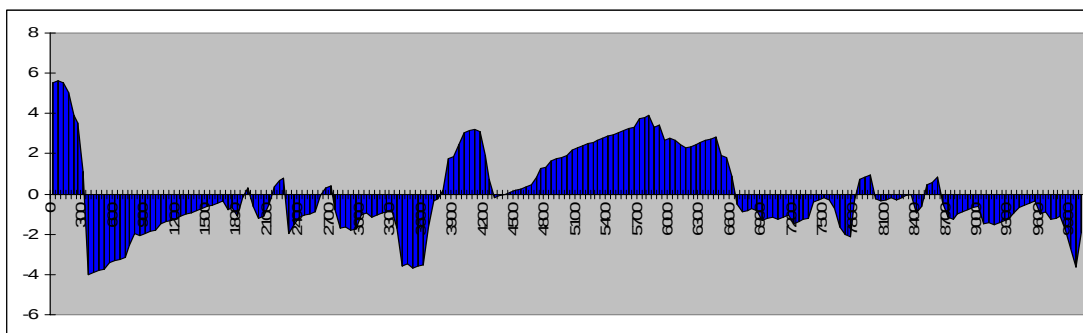
ภาพผนวกที่ ก28 ผิวชั้นงาน D1 a-a



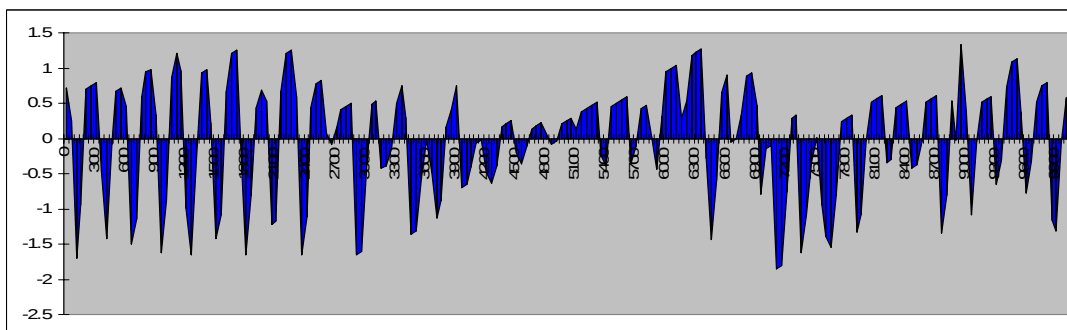
ภาพผนวกที่ ก29 ผิวชั้นงาน D1 b-b



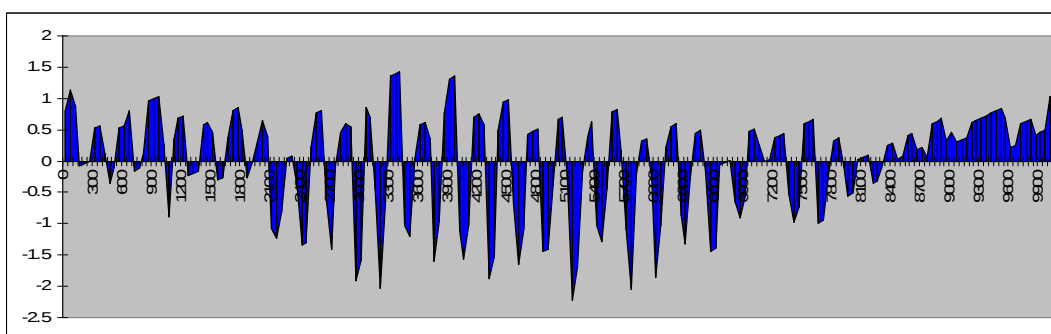
ภาพผนวกที่ ก30 ผิวชั้นงาน D1 c-c



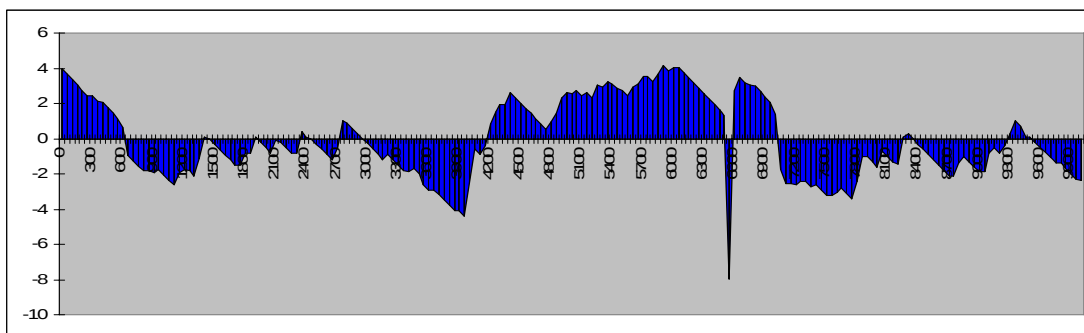
ภาพผนวกที่ ก31 ผิวชั้นงาน D2 a-a



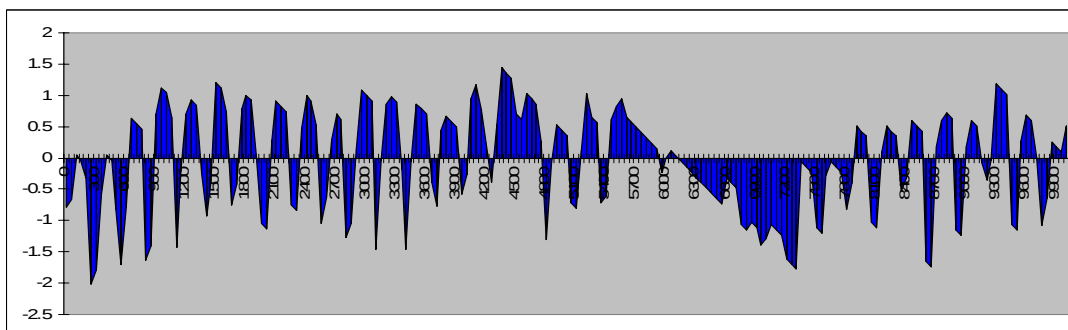
ภาพผนวกที่ ก32 ผิวชั้นงาน D2 b-b



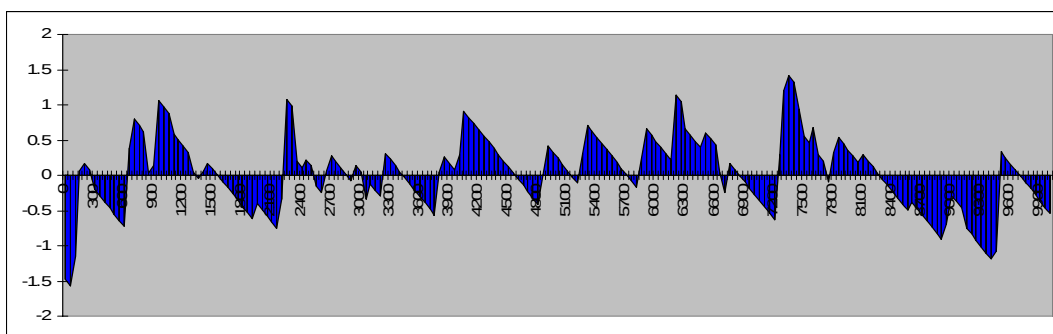
ภาพผนวกที่ ก33 ผิวชั้นงาน D2 c-c



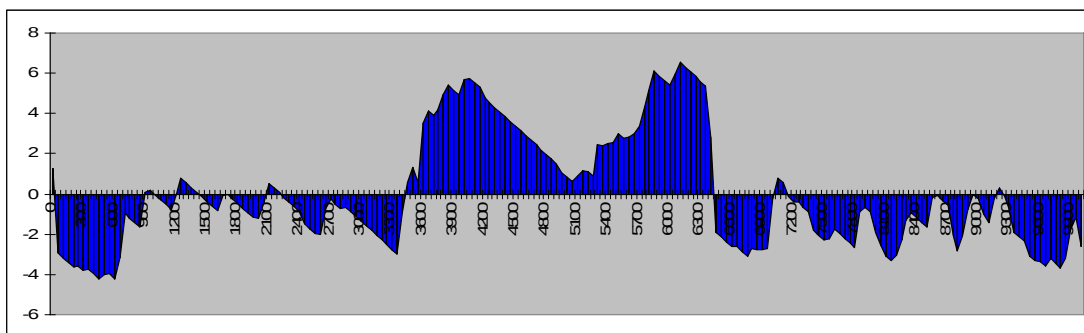
ภาพผนวกที่ ก34 ผิวชั้นงาน D3 a-a



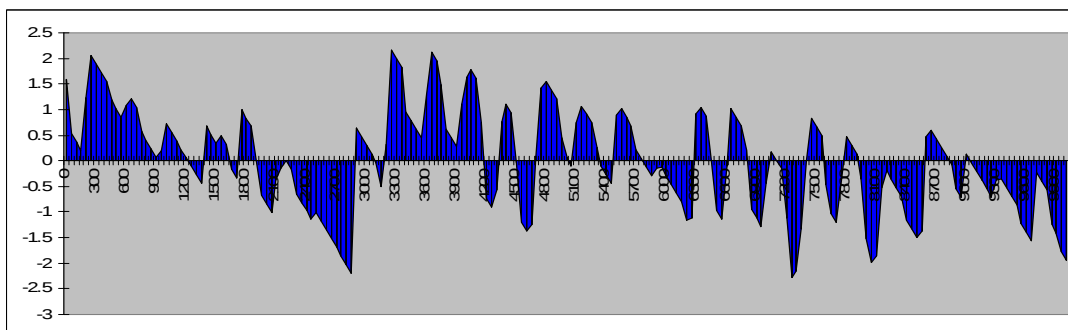
ภาพผนวกที่ ก35 ผิวชั้นงาน D3 b-b



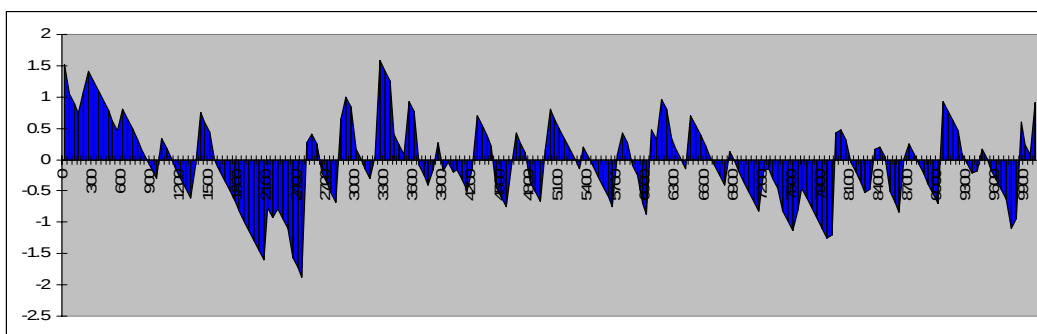
ภาพผนวกที่ ก36 ผิวชั้นงาน D3 c-c



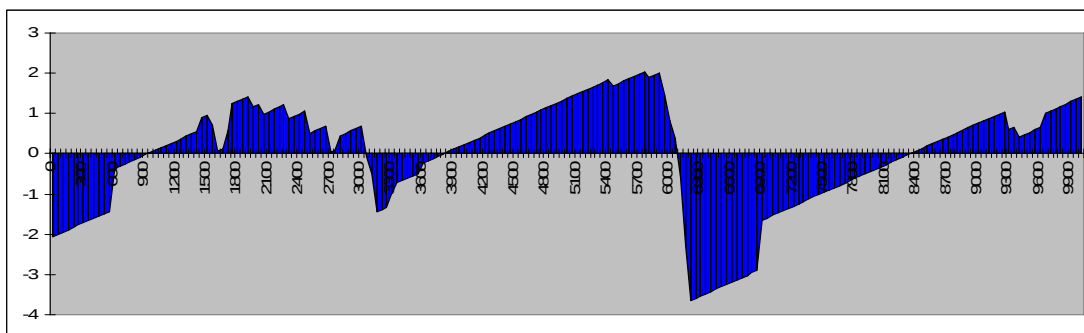
ภาพผนวกที่ ก37 ผิวชั้นงาน E1 a-a



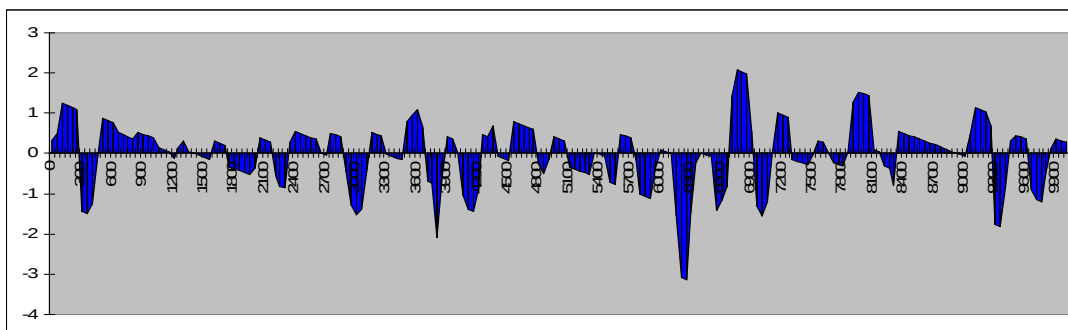
ภาพผนวกที่ ก38 ผิวชั้นงาน E1 b-b



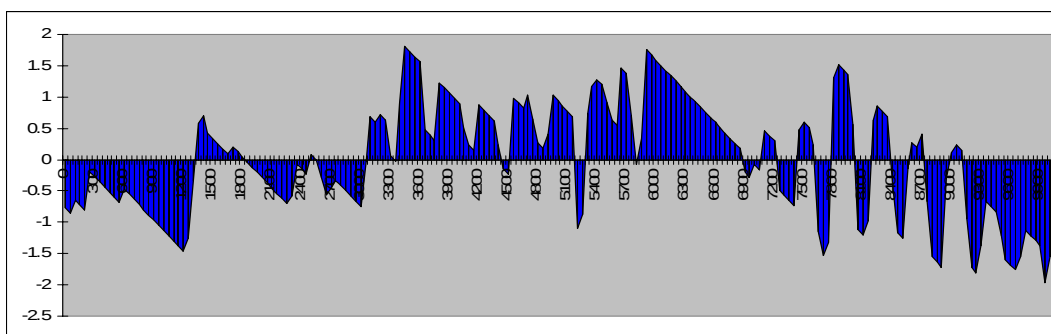
ภาพผนวกที่ ก39 ผิวชั้นงาน E1 c-c



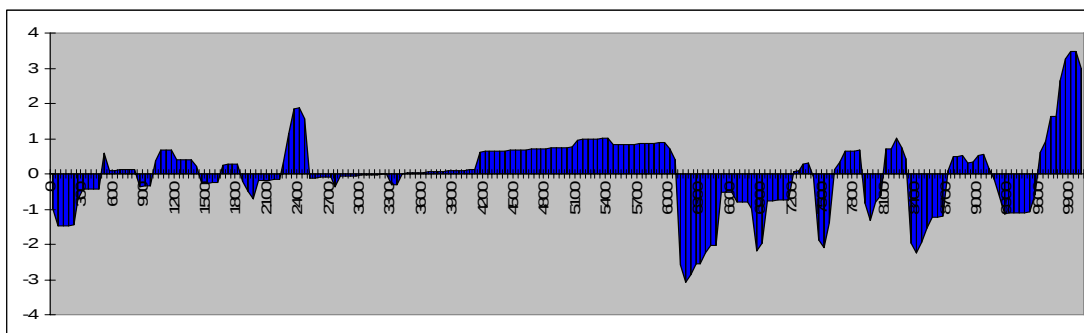
ภาพผนวกที่ ก40 ผิวชั้นงาน E2 a-a



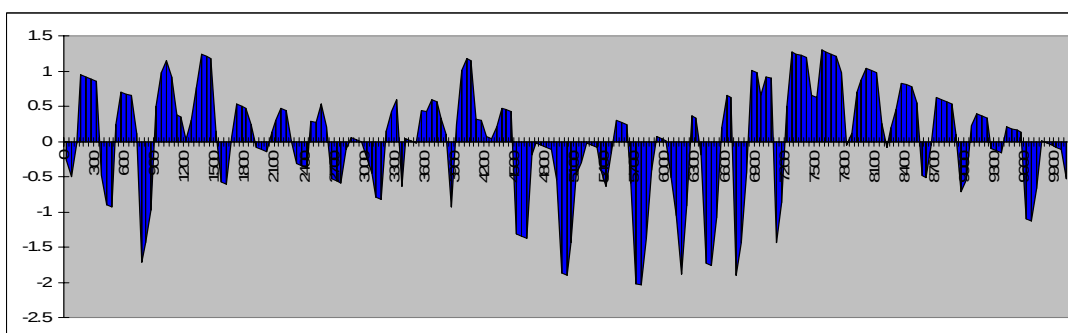
ภาพผนวกที่ ก41 ผิวชั้นงาน E2 b-b



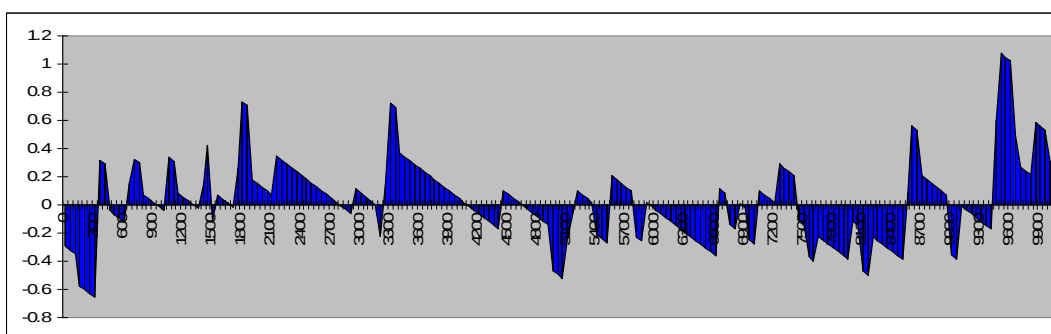
ภาพผนวกที่ ก42 ผิวชั้นงาน E2 c-c



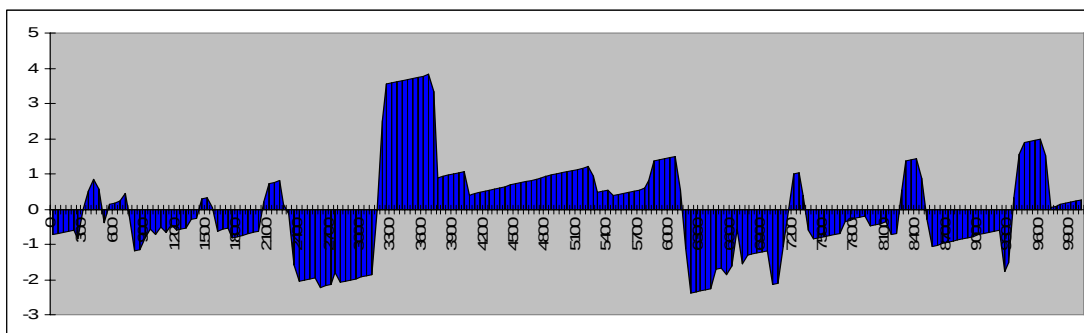
ภาพผนวกที่ ก43 ผิวชั้นงาน E3 a-a



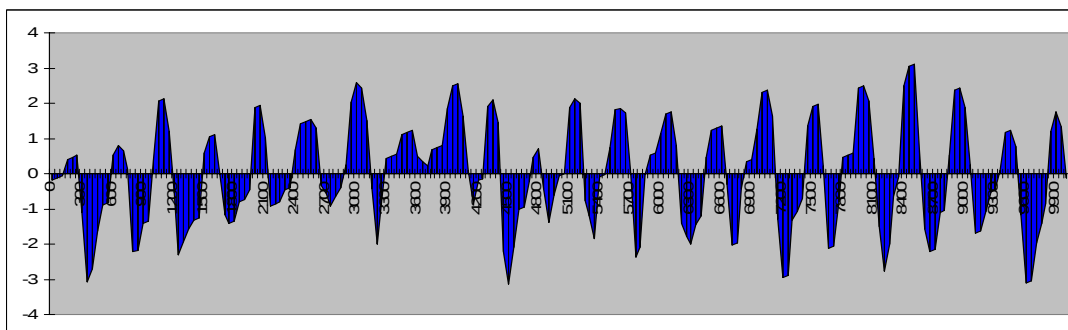
ภาพผนวกที่ ก44 ผิวชั้นงาน E3 b-b



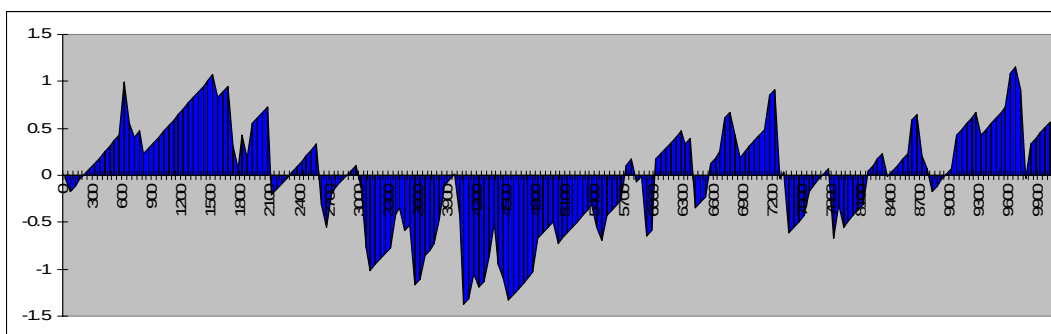
ภาพผนวกที่ ก45 ผิวชั้นงาน E3 c-c



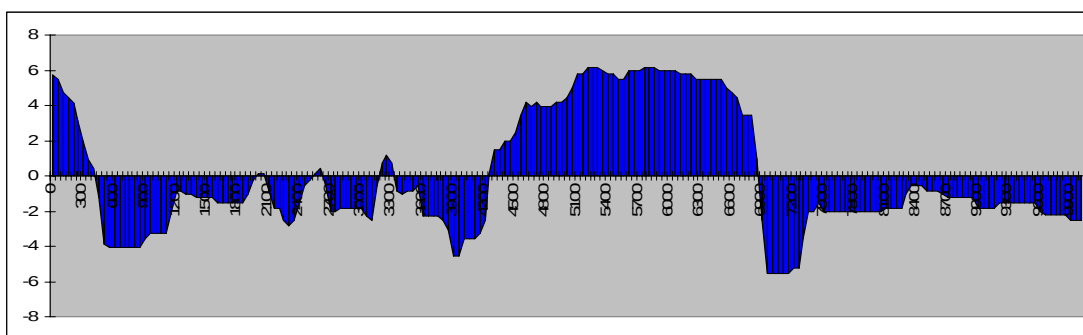
ภาพผนวกที่ ก46 ผิวชั้นงาน F1 a-a



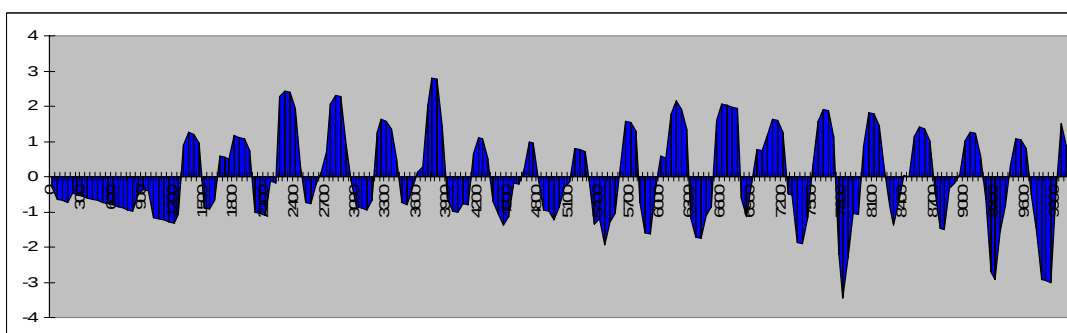
ภาพผนวกที่ ก47 ผิวชั้นงาน F1 b-b



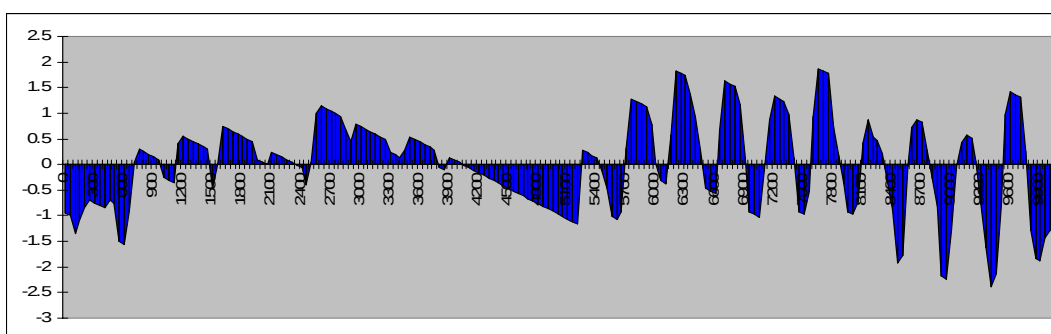
ภาพผนวกที่ ก48 ผิวชั้นงาน F1 c-c



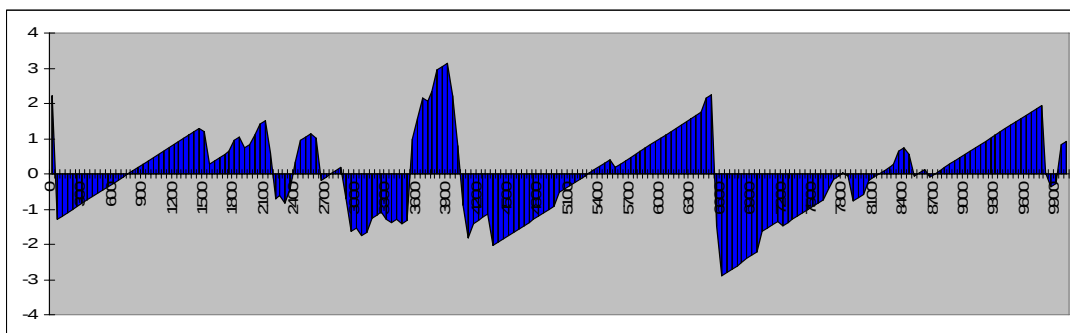
ภาพผนวกที่ ก49 ผิวชิ้นงาน F2 a-a



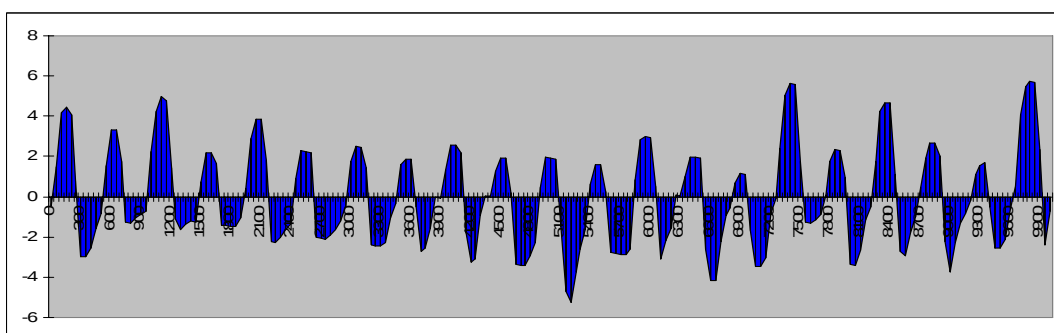
ภาพผนวกที่ ก50 ผิวชิ้นงาน F2 b-b



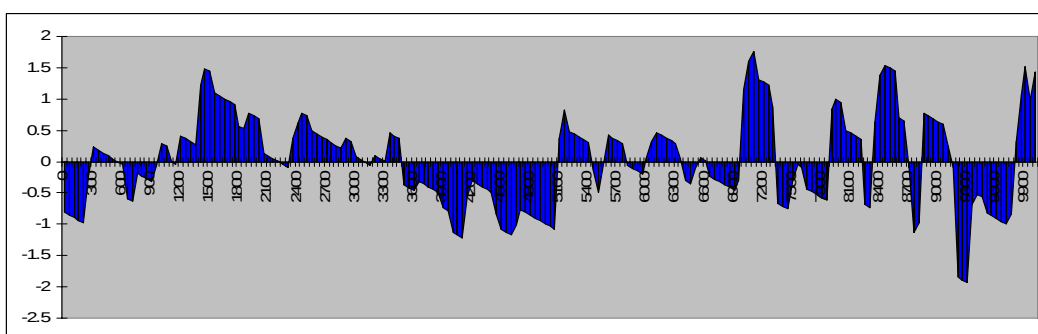
ภาพผนวกที่ ก51 ฟ้าชั้นงาน F2 c-c



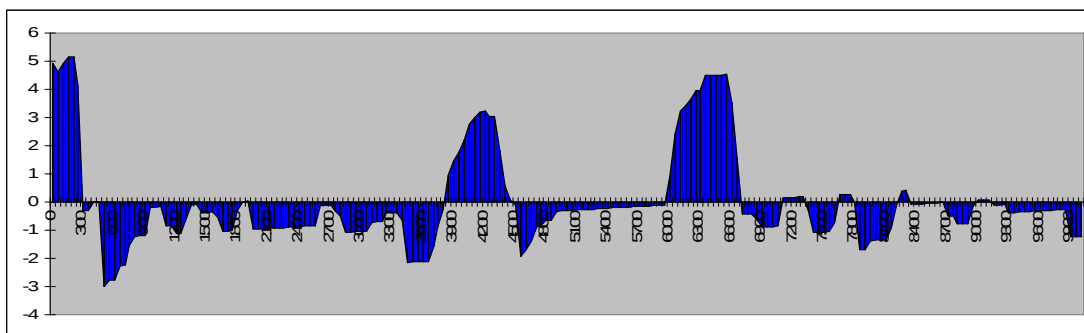
ภาพผนวกที่ ก52 ผิวชั้นงาน F3 a-a



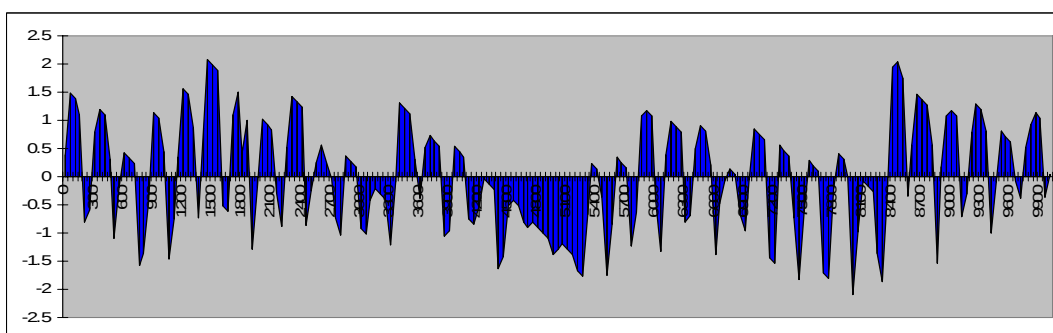
ภาพผนวกที่ ก53 ผิวชั้นงาน F3 b-b



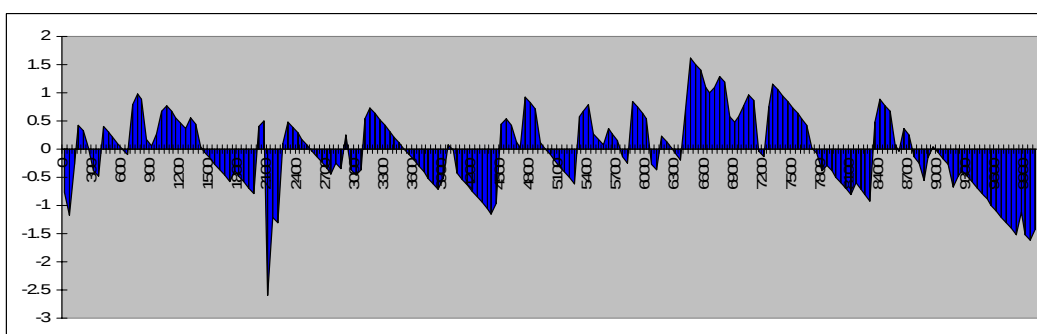
ภาพผนวกที่ ก54 ผิวชั้นงาน F3 c-c



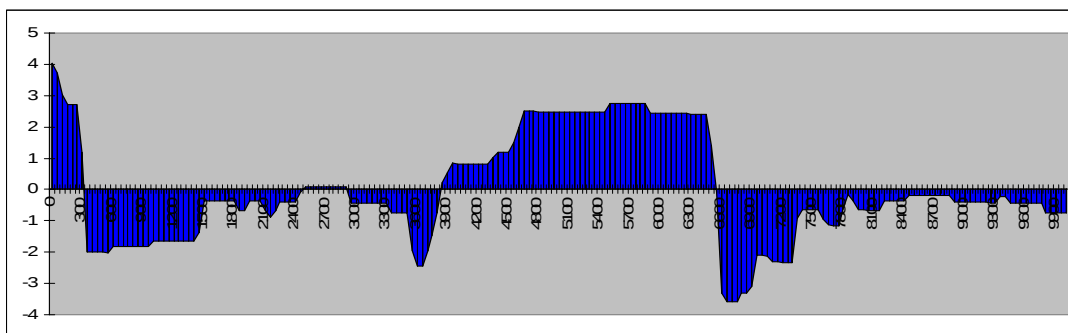
ภาพผนวกที่ ก55 ผิวชิ้นงาน G1 a-a



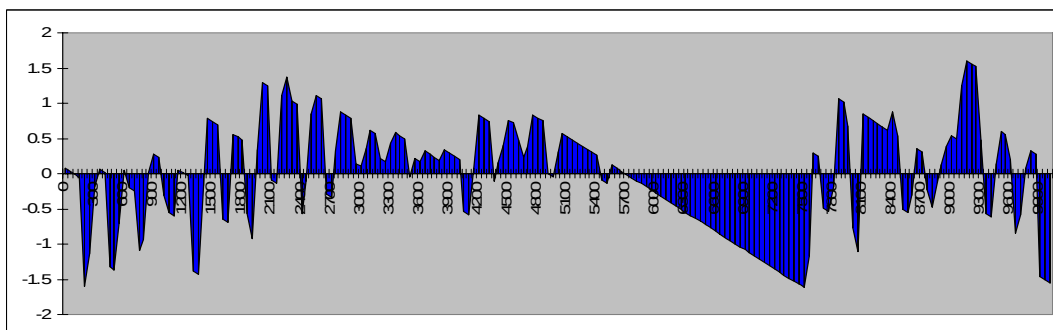
ภาพผนวกที่ ก56 ผิวชิ้นงาน G1 b-b



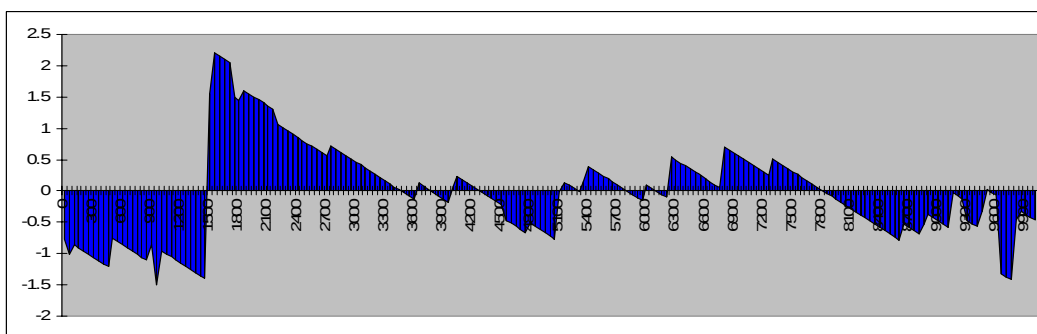
ภาพผนวกที่ ก57 ผิวชิ้นงาน G1 c-c



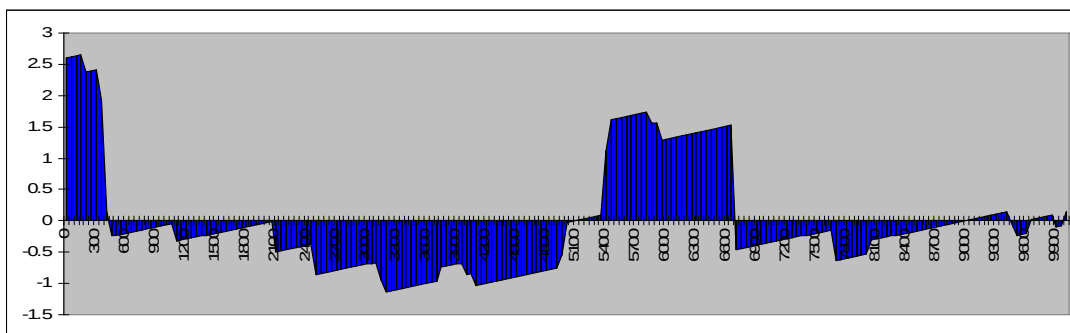
ภาพผนวกที่ ก58 ผิวชั้นงาน G2 a-a



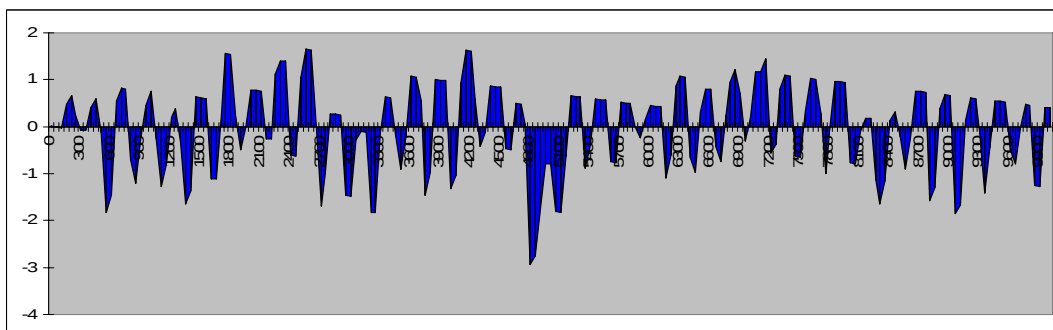
ภาพผนวกที่ ก59 ผิวชั้นงาน G2 b-b



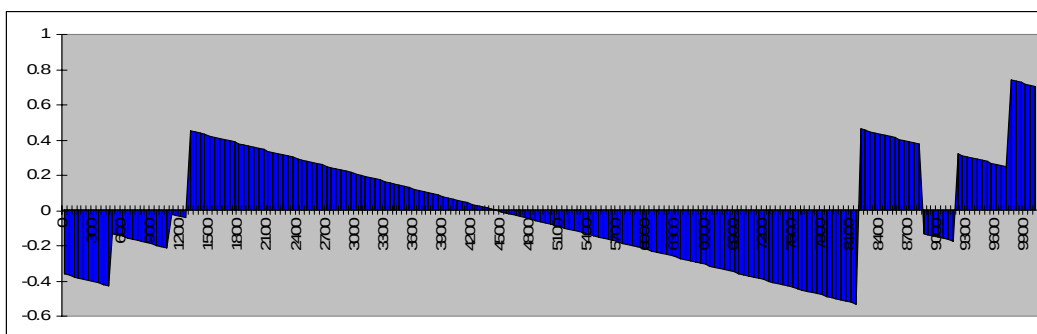
ภาพผนวกที่ ก60 ผิวชั้นงาน G2 c-c



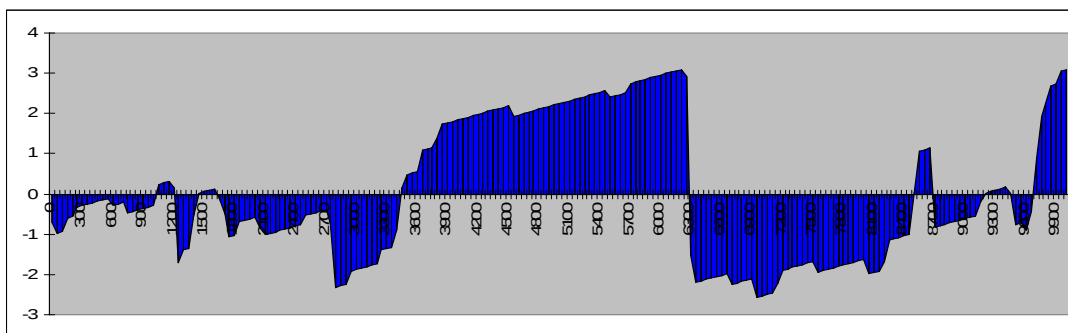
ภาพผนวกที่ ก61 ผิวชั้นงาน G3 a-a



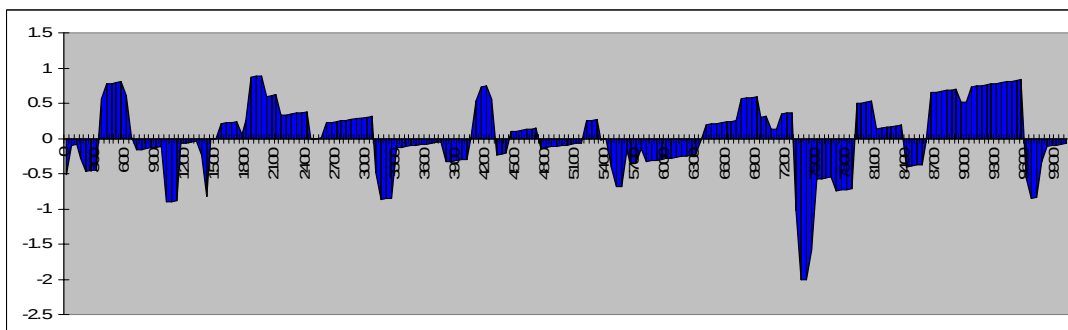
ภาพผนวกที่ ก62 ผิวชั้นงาน G3 b-b



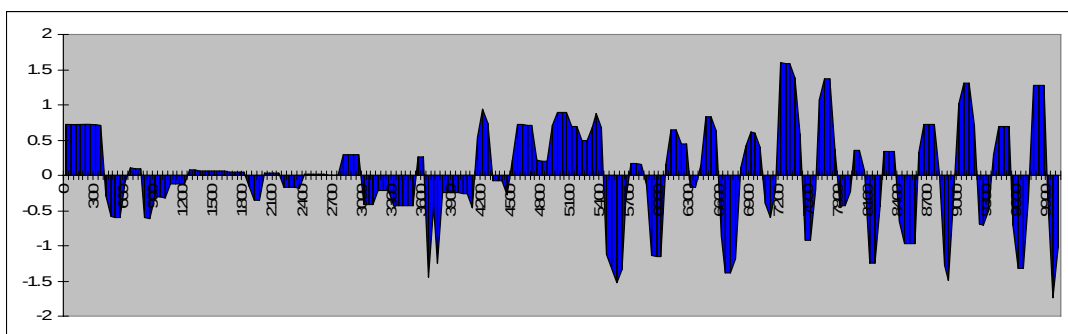
ภาพผนวกที่ ก63 ผิวชั้นงาน G3 c-c



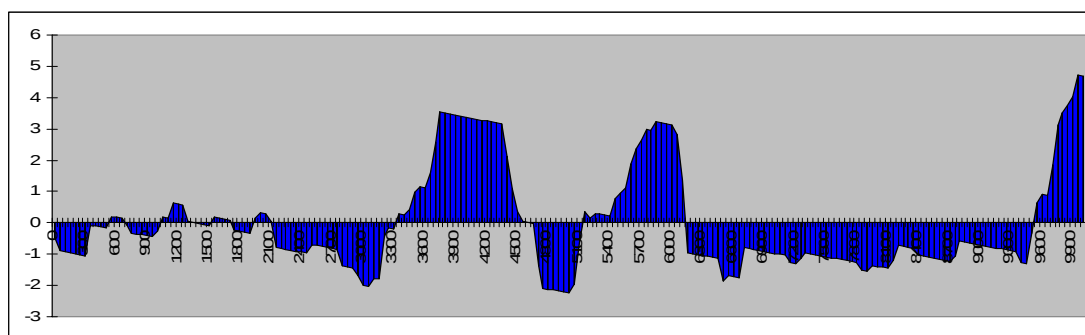
ภาพผนวกที่ ก64 ผิวชั้นงาน H1 a-a



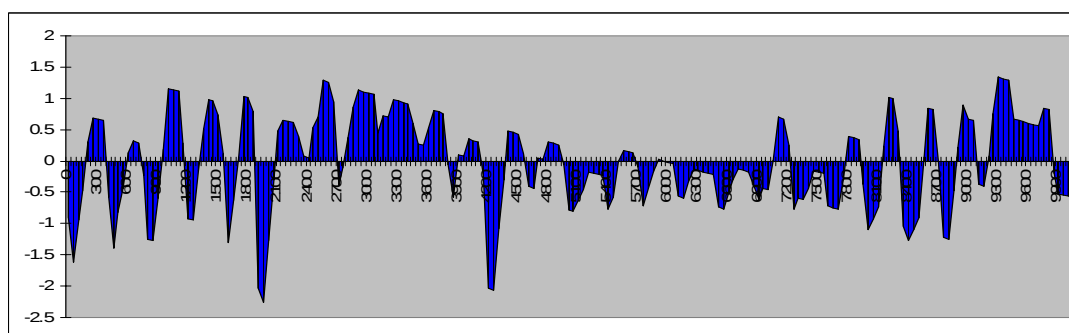
ภาพผนวกที่ ก65 ผิวชั้นงาน H1 b-b



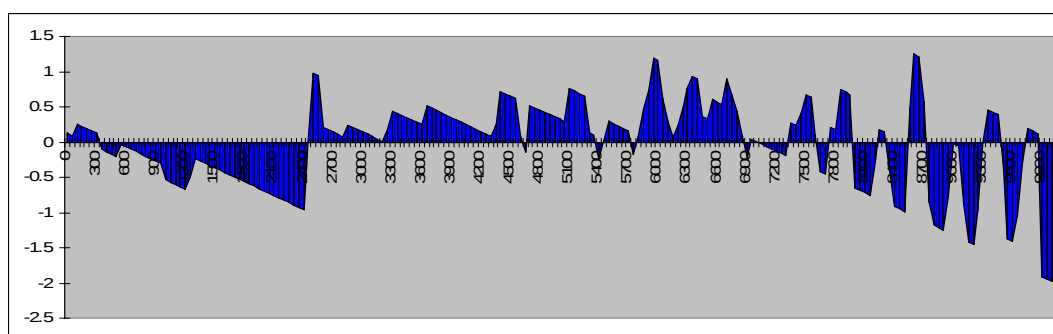
ภาพผนวกที่ ก66 ผิวชั้นงาน H1 c-c



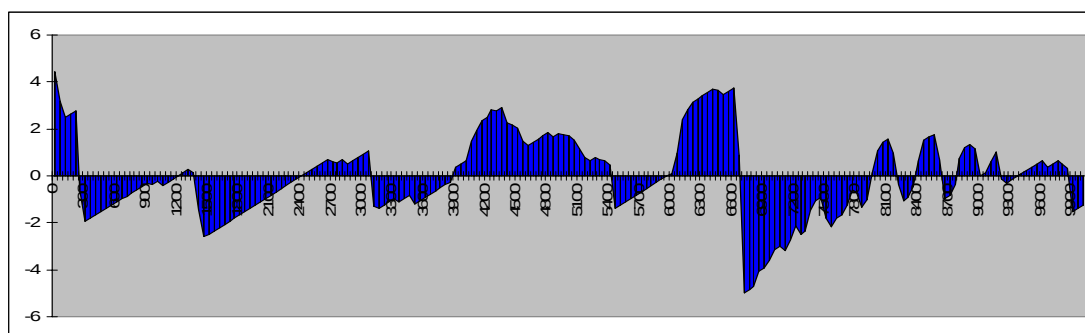
ภาพผนวกที่ ก67 ผิวชั้นงาน H2 a-a



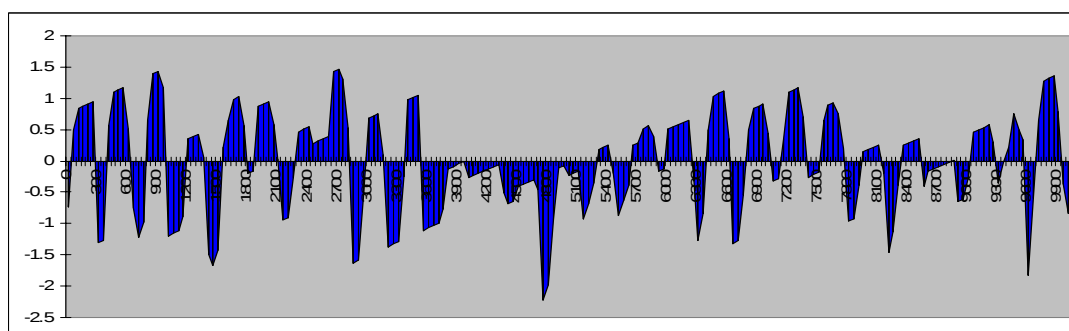
ภาพผนวกที่ ก68 ผิวชั้นงาน H2 b-b



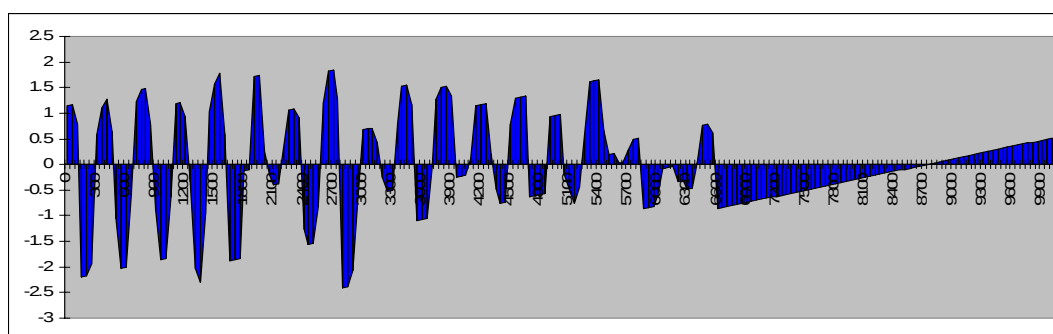
ภาพผนวกที่ ก69 ผิวชั้นงาน H2 c-c



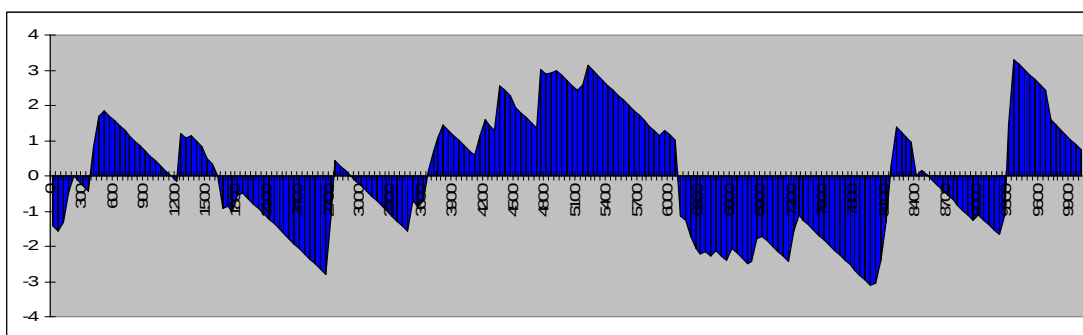
ภาพผนวกที่ ก70 ผิวชั้นงาน H3 a-a



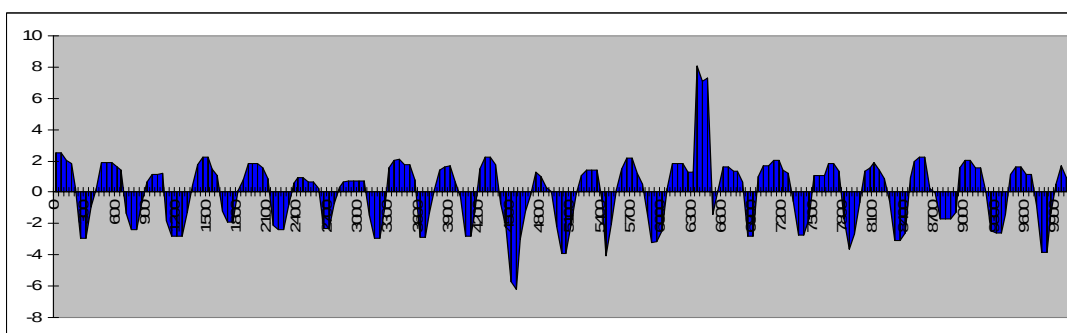
ภาพผนวกที่ ก71 ผิวชั้นงาน H3 b-b



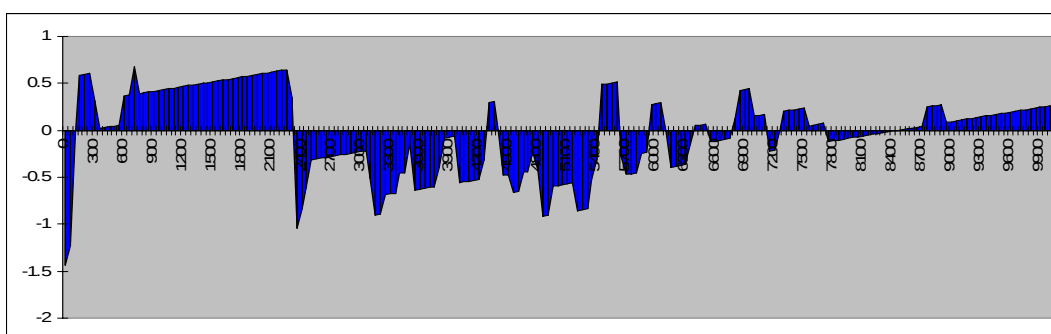
ภาพผนวกที่ ก72 ผิวชั้นงาน H3 c-c



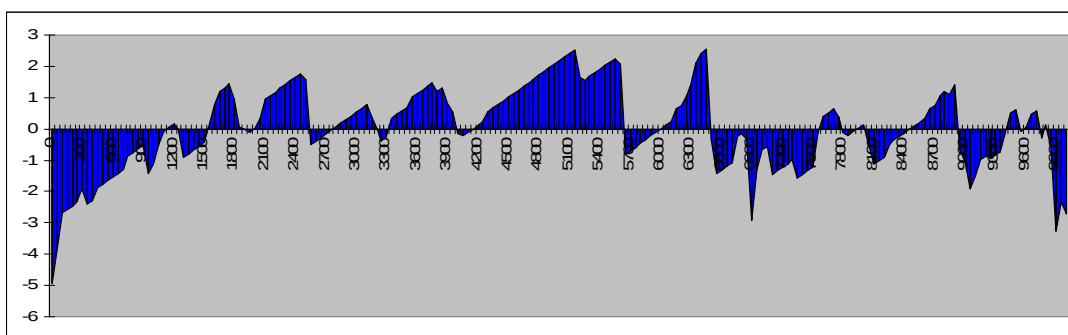
ภาพผนวกที่ ก73 ผิวน้ํางาน II a-a



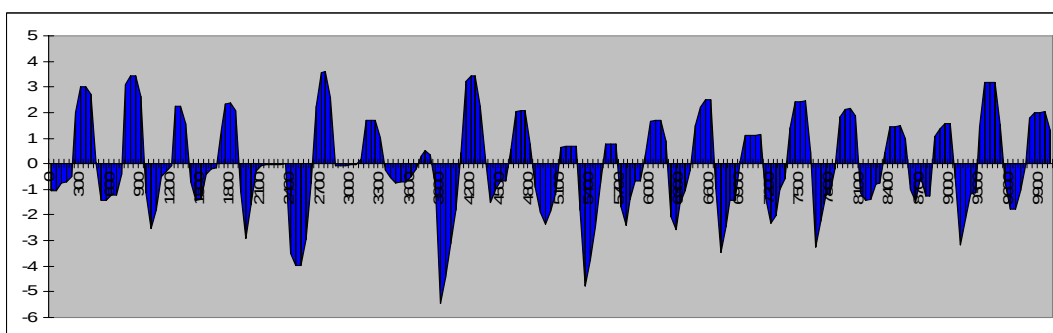
ภาพผนวกที่ ก74 ผิวน้ํางาน II b-b



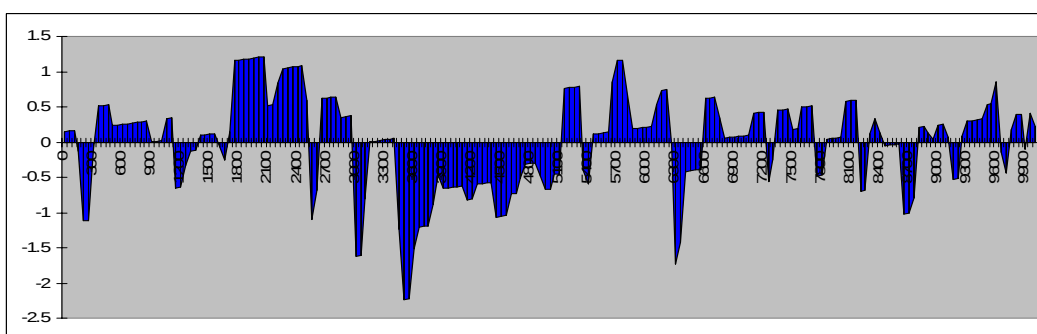
ภาพผนวกที่ ก75 ผิวน้ํางาน II c-c



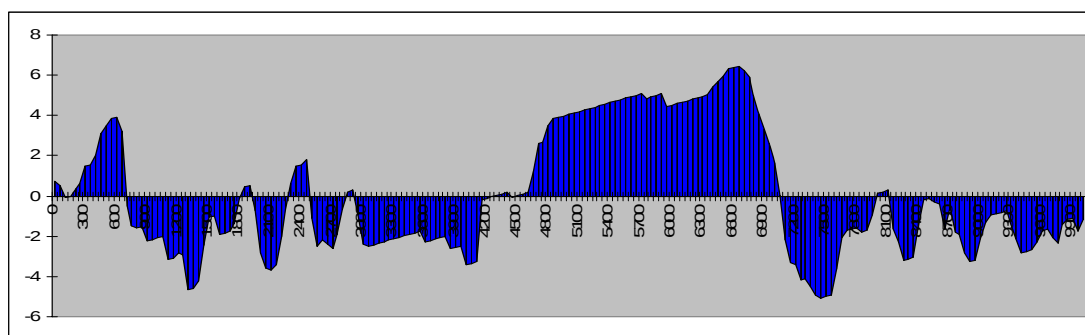
ภาพผนวกที่ ก76 ผิวชั้นงาน I2 a-a



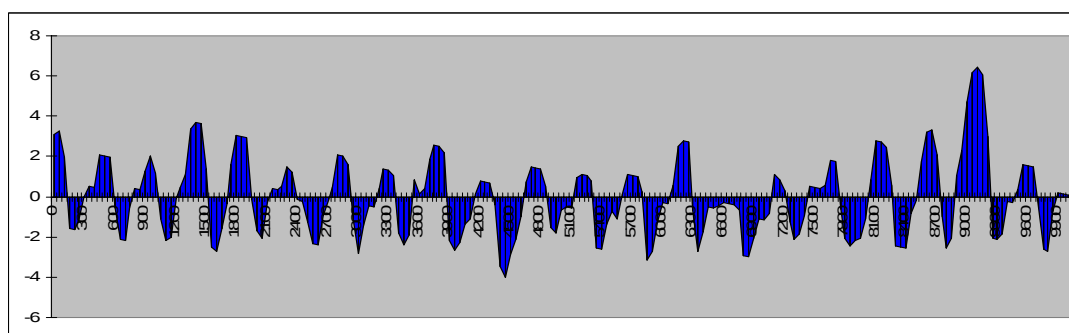
ภาพผนวกที่ ก77 ผิวชั้นงาน I2 b-b



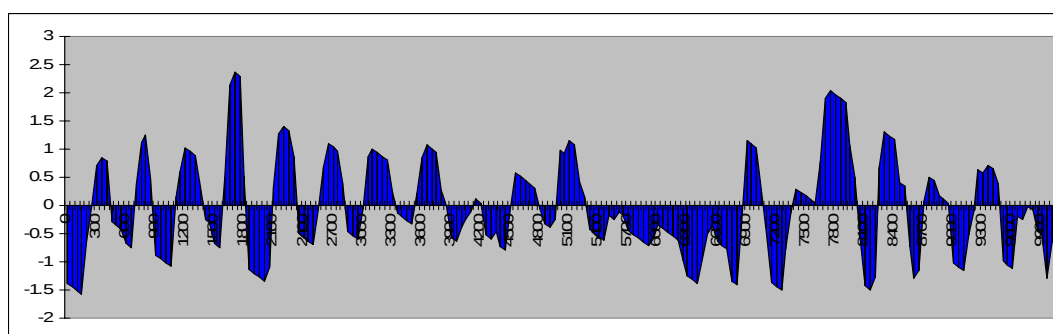
ภาพผนวกที่ ก78 ผิวชั้นงาน I2 c-c



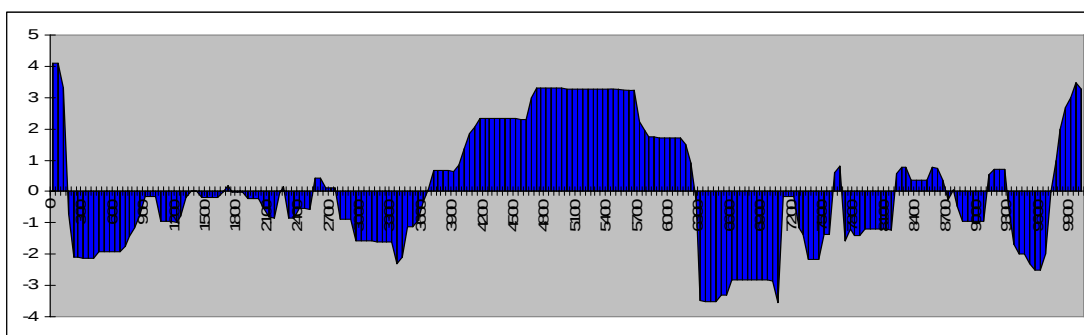
ภาพผนวกที่ ก79 ผิวชั้นงาน I3 a-a



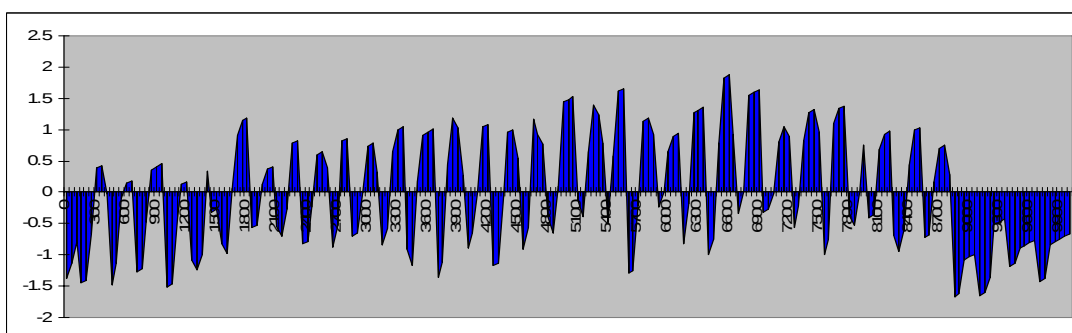
ภาพผนวกที่ ก80 ผิวชั้นงาน I3 b-b



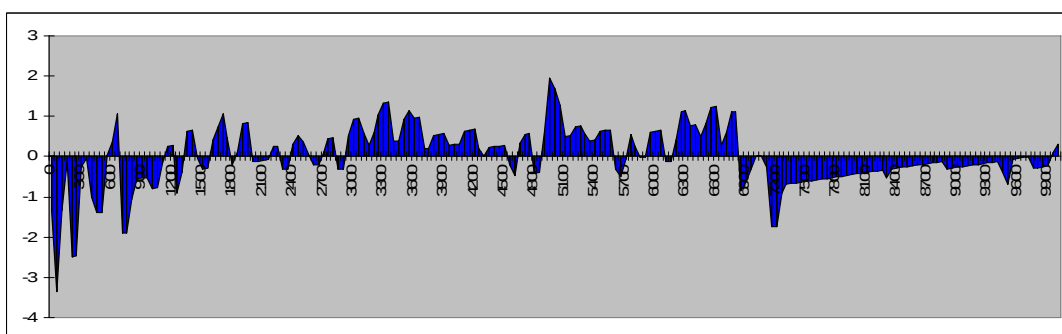
ภาพผนวกที่ ก81 ผิวชั้นงาน I3 c-c



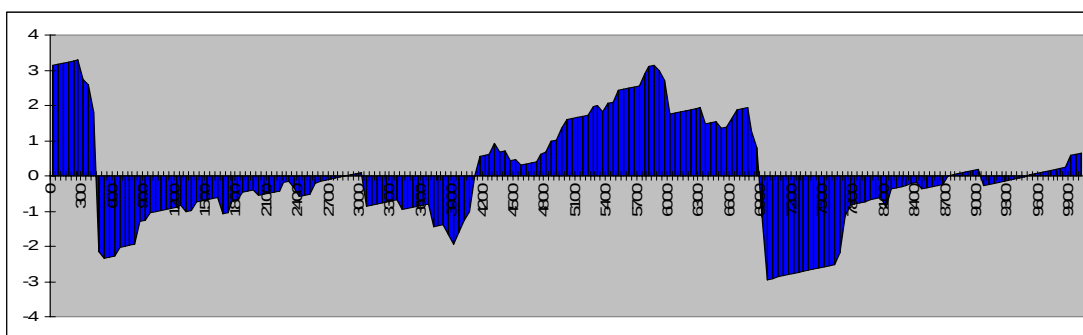
ภาพผนวกที่ ก82 ผิวชั้นงาน J1 a-a



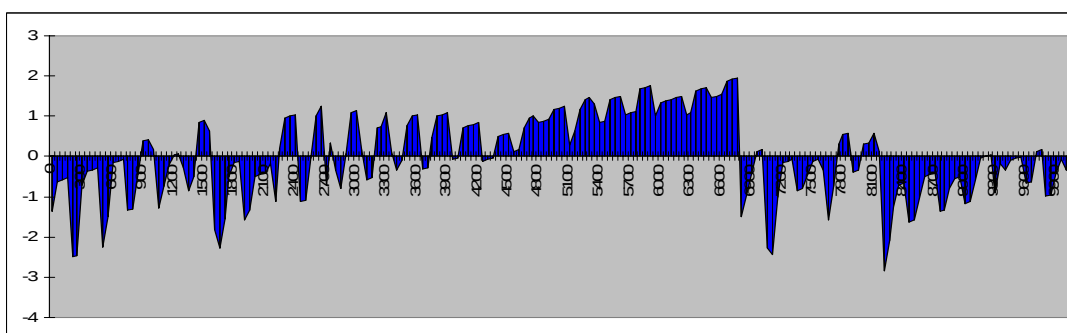
ภาพผนวกที่ ก83 ผิวชั้นงาน J1 b-b



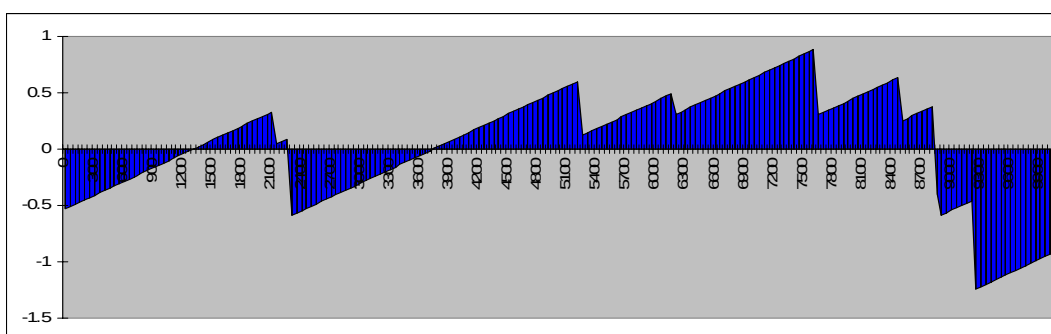
ภาพผนวกที่ ก84 ผิวชั้นงาน J1 c-c



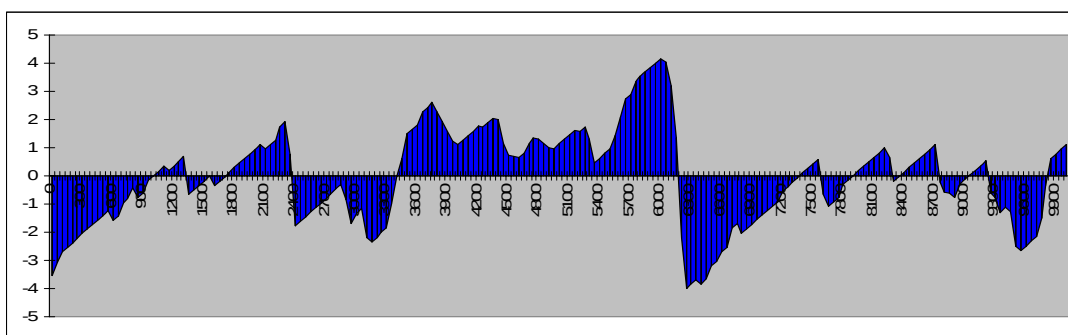
ภาพผนวกที่ ก85 ผิวชั้นงาน J2 a-a



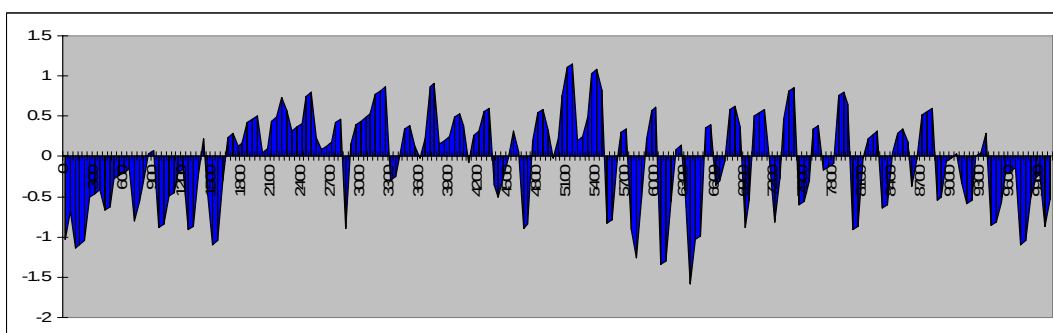
ภาพผนวกที่ ก86 ผิวชั้นงาน J2 b-b



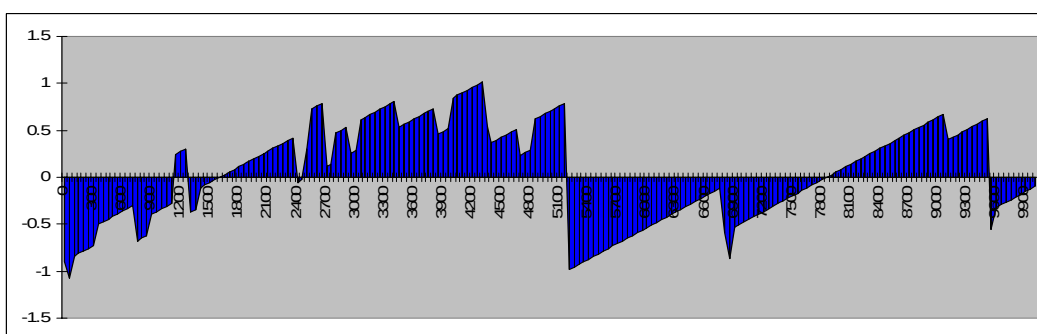
ภาพผนวกที่ ก87 ผิวชั้นงาน J2 c-c



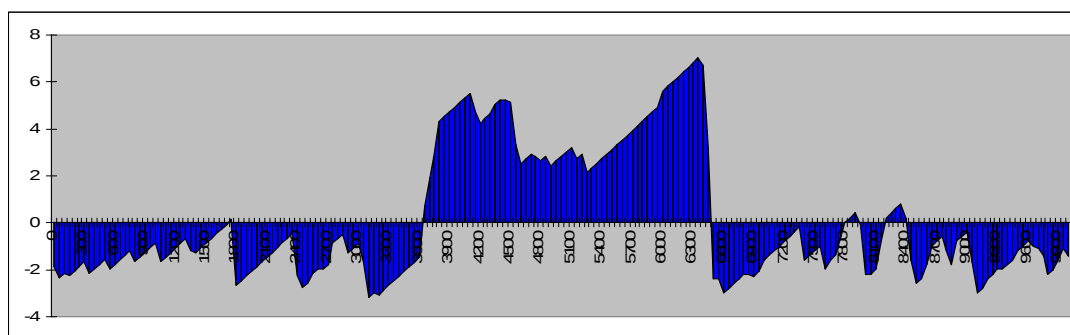
ภาพผนวกที่ ก88 ผิวชั้นงาน J3 a-a



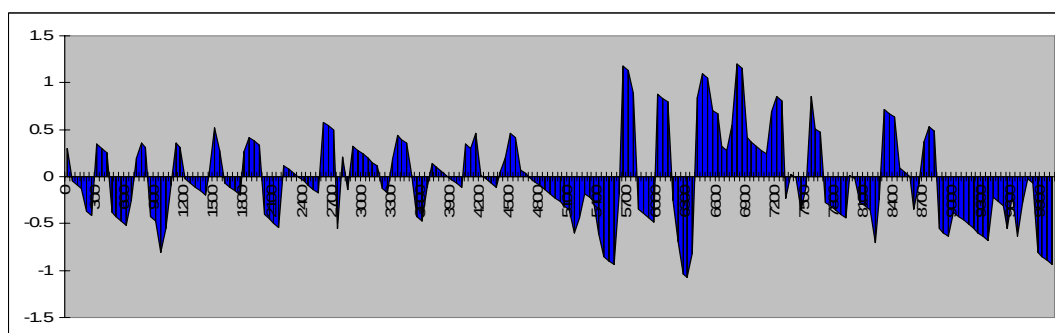
ภาพผนวกที่ ก89 ผิวชั้นงาน J3 b-b



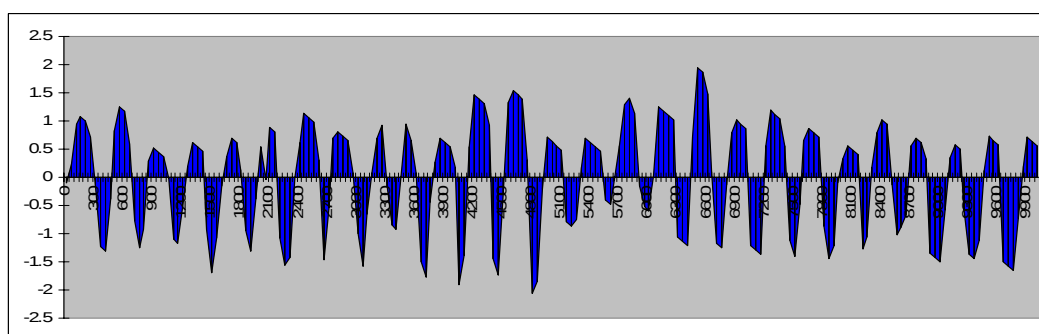
ภาพผนวกที่ ก90 ผิวชั้นงาน J3 c-c



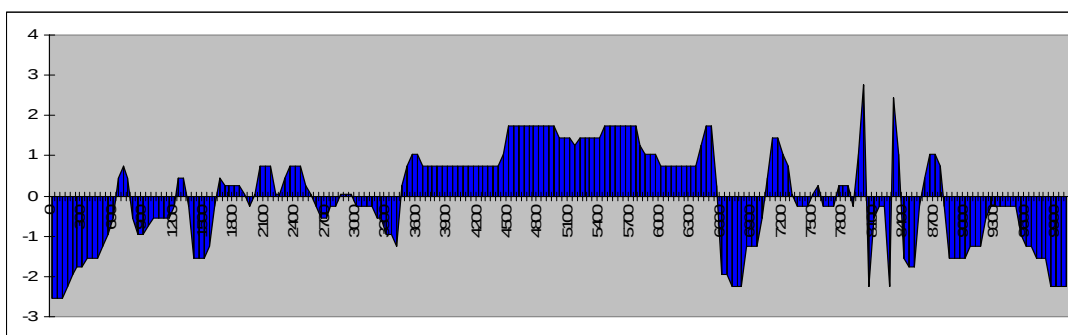
ภาพผนวกที่ ก91 ผิวชั้นงาน K1 a-a



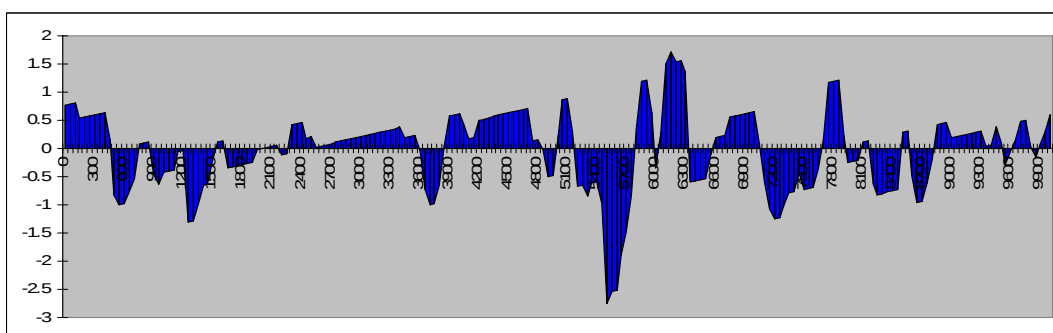
ภาพผนวกที่ ก92 ผิวชั้นงาน K1 b-b



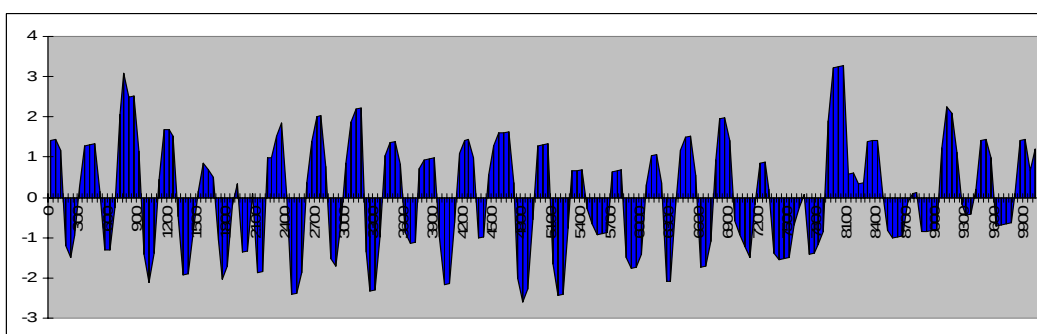
ภาพผนวกที่ ก93 ผิวชั้นงาน K1 c-c



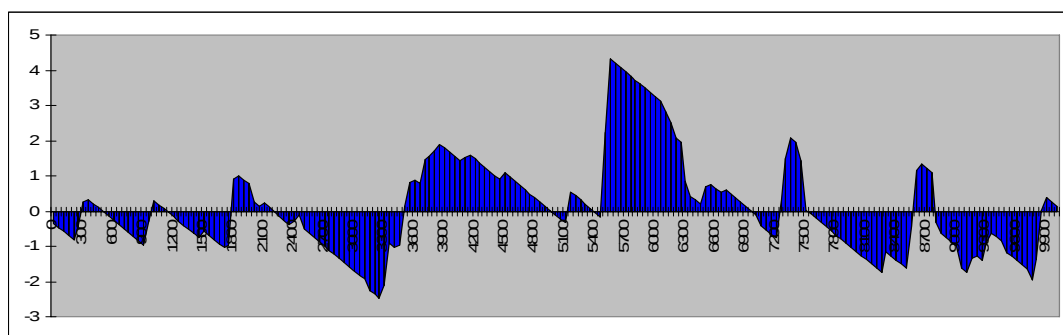
ภาพผนวกที่ ก94 ผิวชั้นงาน K2 a-a



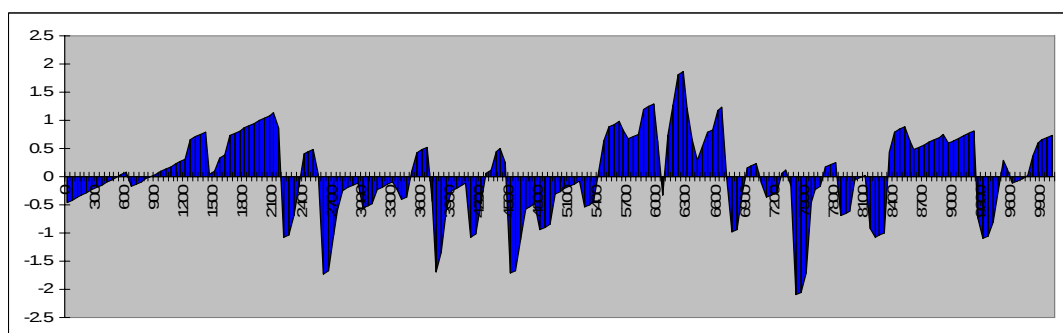
ภาพผนวกที่ ก95 ผิวชั้นงาน K2 b-b



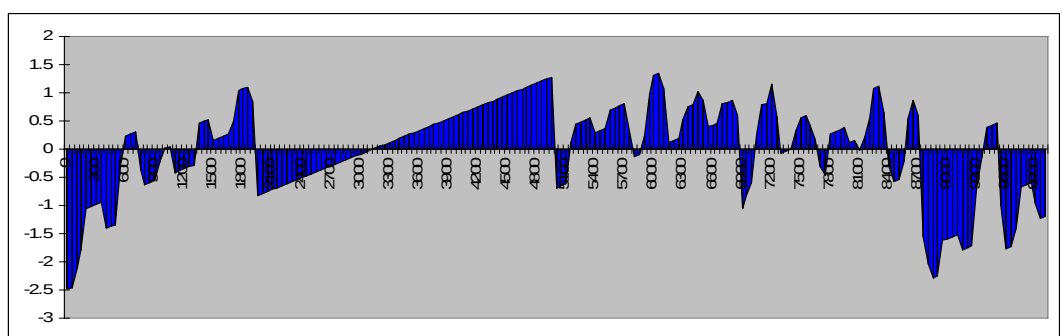
ภาพผนวกที่ ก96 ผิวชั้นงาน K2 c-c



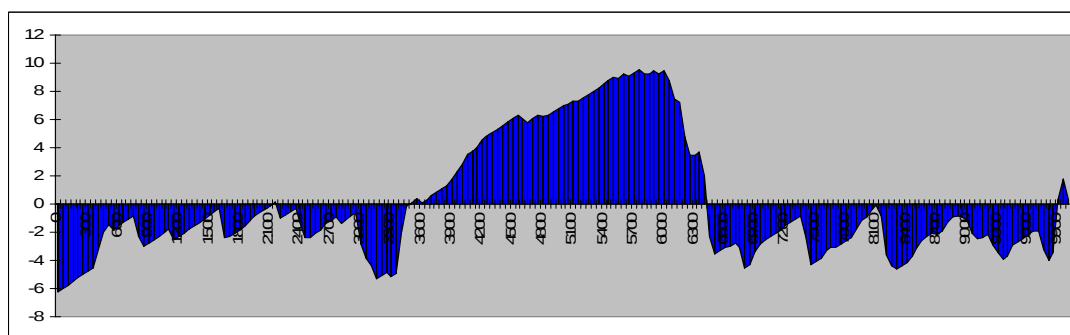
ภาพผนวกที่ ก97 ผิวชั้นงาน K3 a-a



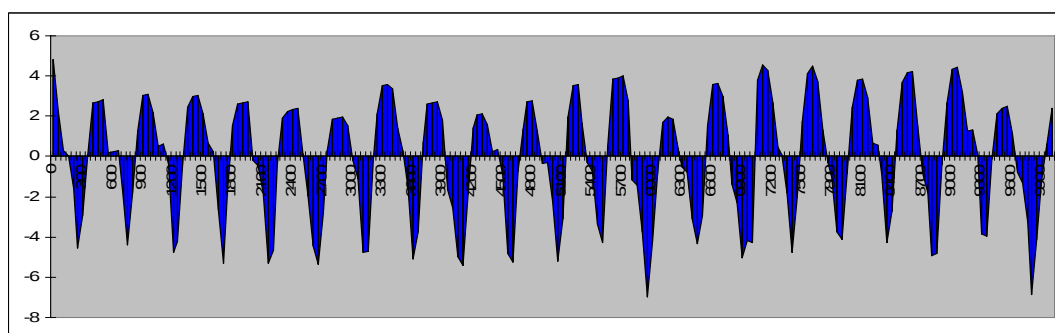
ภาพผนวกที่ ก98 ผิวชั้นงาน K3 b-b



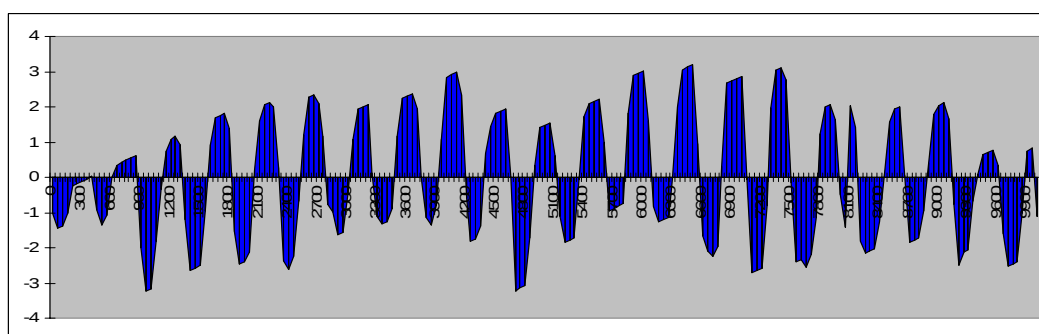
ภาพผนวกที่ ก99 ผิวชั้นงาน K3 c-c



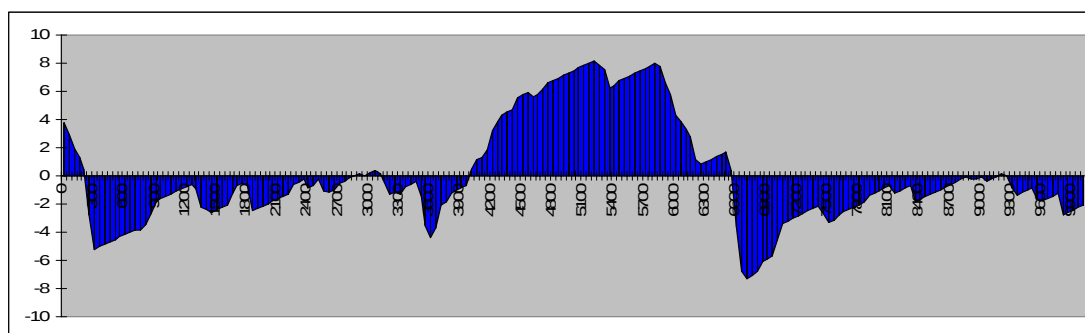
ภาพผนวกที่ ก100 ผิวชั้นงาน L1 a-a



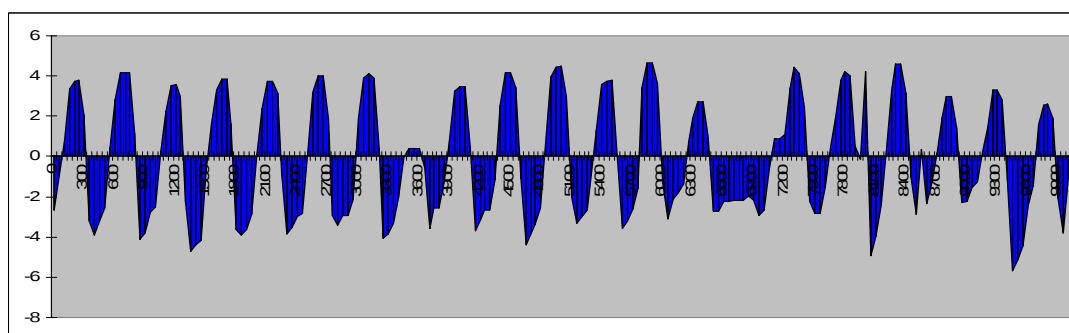
ภาพผนวกที่ ก101 ผิวชั้นงาน L1 b-b



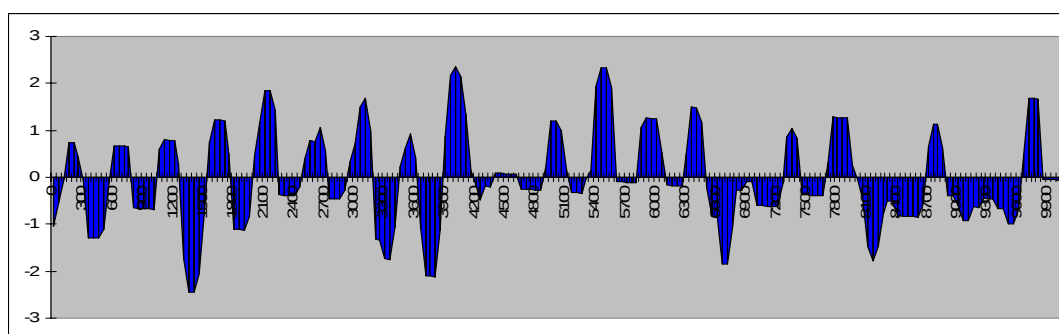
ภาพผนวกที่ ก102 ผิวชั้นงาน L1 c-c



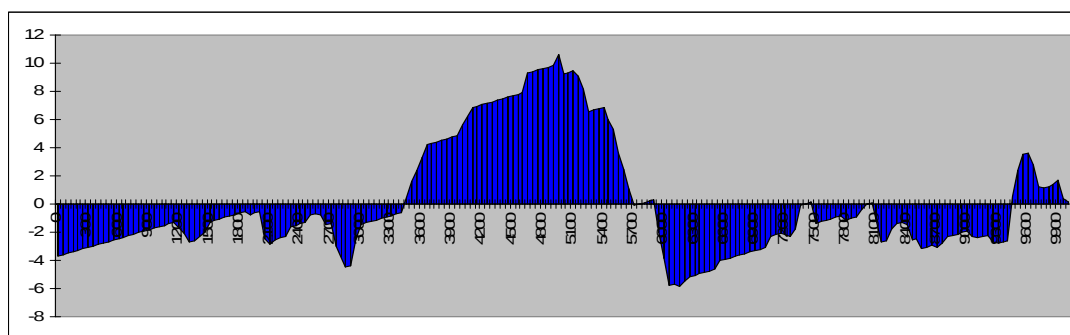
ภาพผนวกที่ ก103 ผิวชั้นงาน L2 a-a



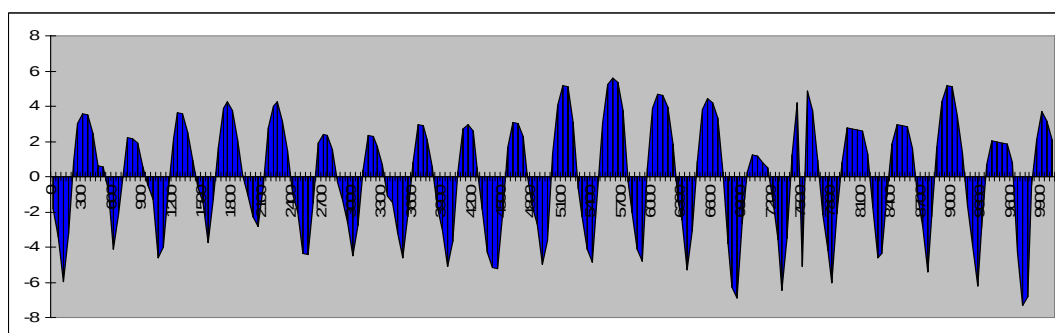
ภาพผนวกที่ ก104 ผิวชั้นงาน L2 b-b



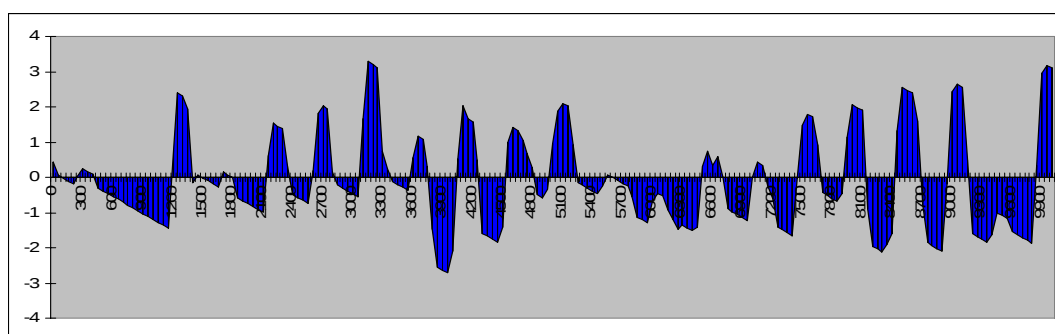
ภาพผนวกที่ ก105 ผิวชั้นงาน L2 c-c



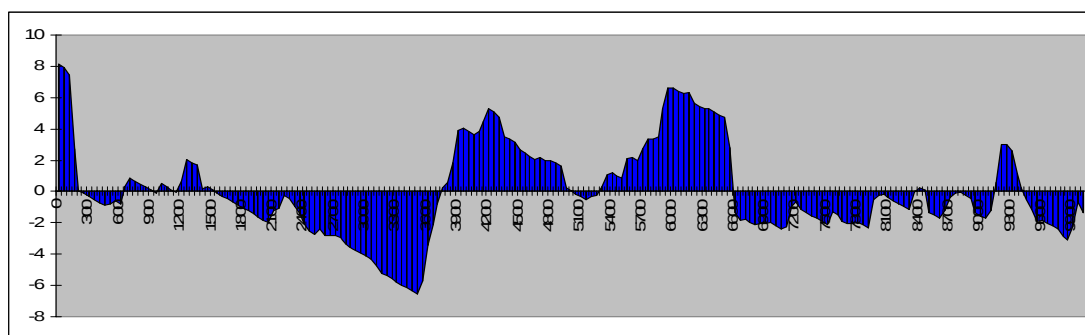
ภาพผนวกที่ ก106 ผิวชั้นงาน L3 a-a



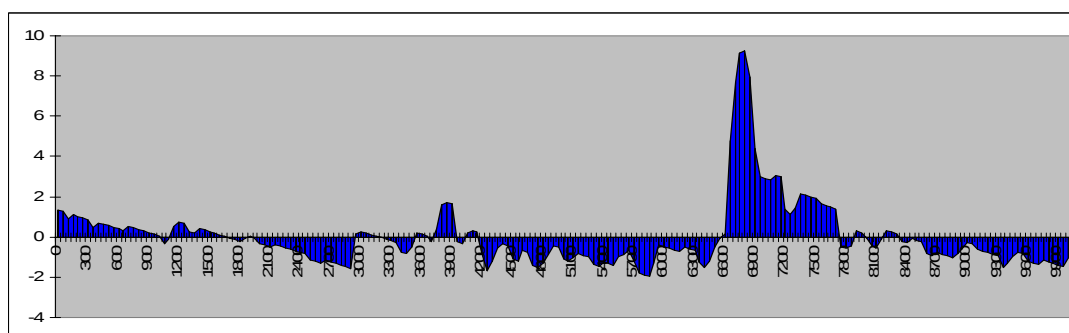
ภาพผนวกที่ ก107 ผิวชั้นงาน L3 b-b



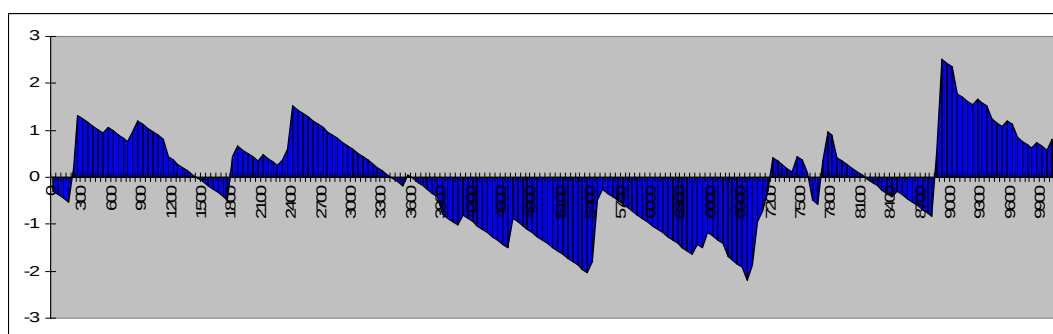
ภาพผนวกที่ ก108 ผิวชั้นงาน L3 c-c



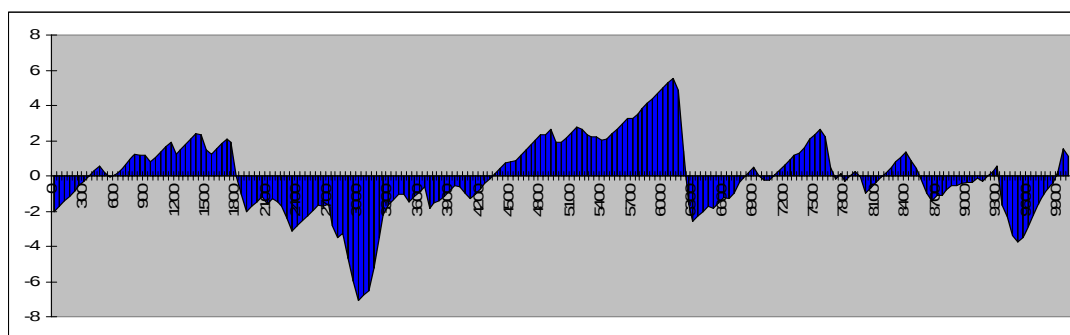
ภาพผนวกที่ ก109 ผิวชั้นงาน M1 a-a



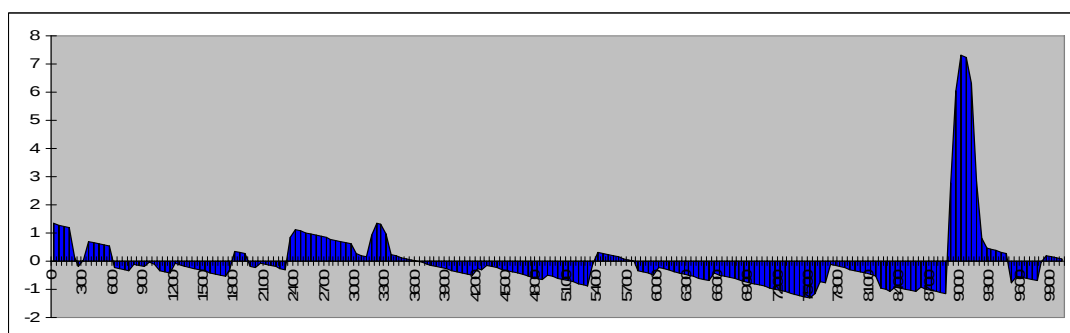
ภาพผนวกที่ ก110 ผิวชั้นงาน M1 b-b



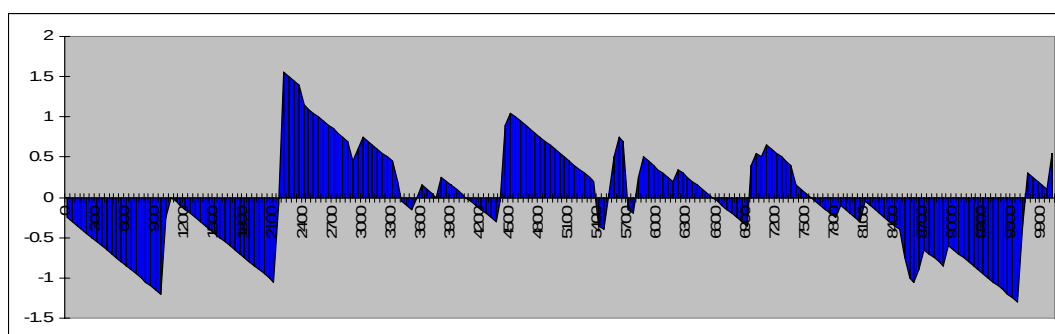
ภาพผนวกที่ ก111 ผิวชั้นงาน M1 c-c



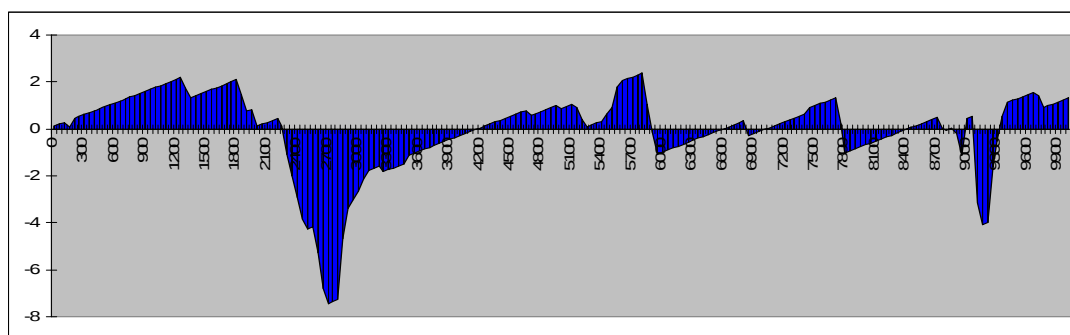
ภาพผนวกที่ ก112 ผิวชั้นงาน M2 a-a



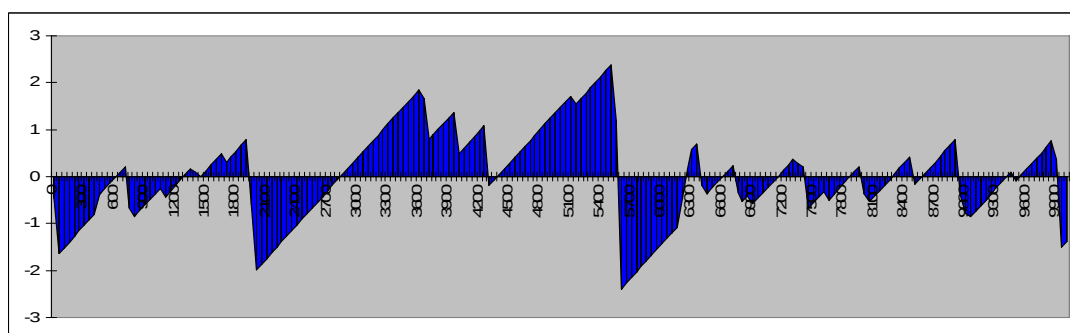
ภาพผนวกที่ ก113 ผิวชั้นงาน M2 b-b



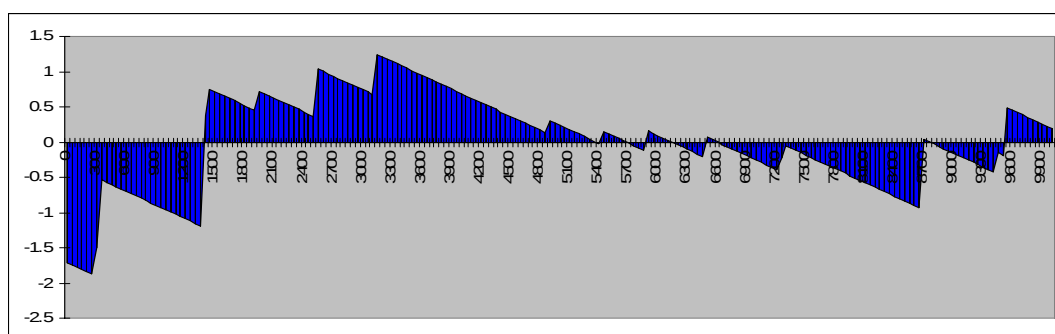
ภาพผนวกที่ ก114 ผิวชั้นงาน M2 c-c



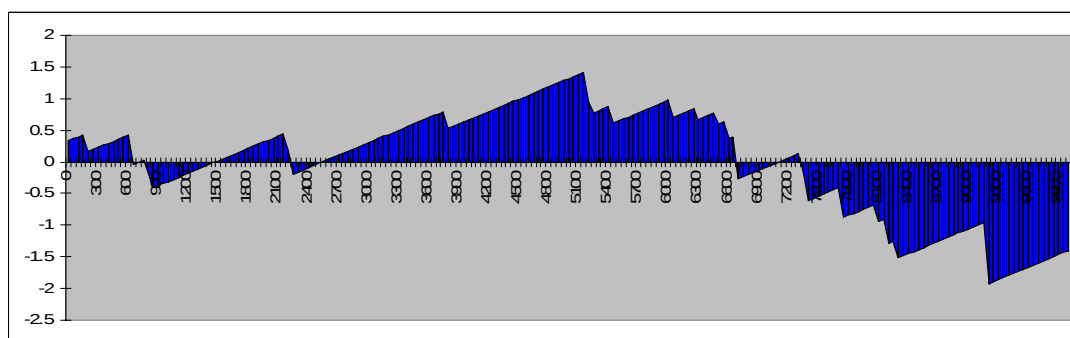
ภาพผนวกที่ ก115 ผิวชั้นงาน M3 a-a



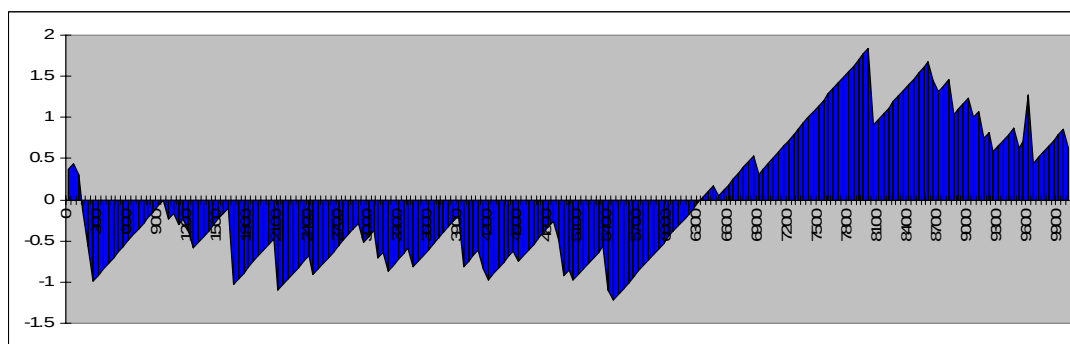
ภาพผนวกที่ ก116 ผิวชั้นงาน M3 b-b



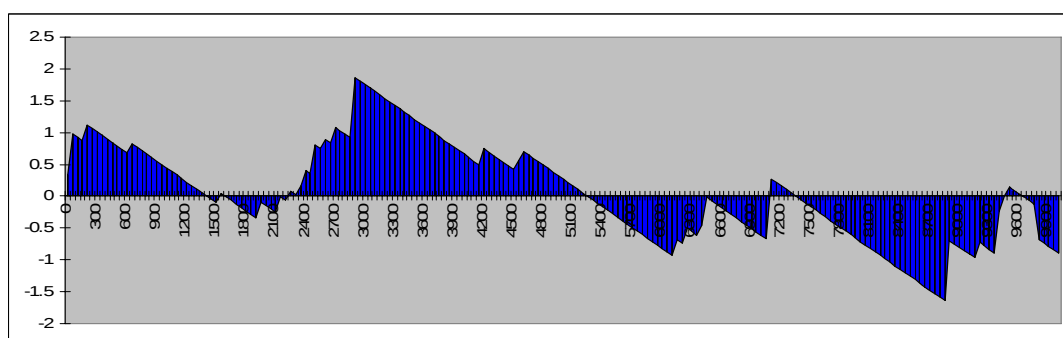
ภาพผนวกที่ ก117 ผิวชั้นงาน M3 c-c



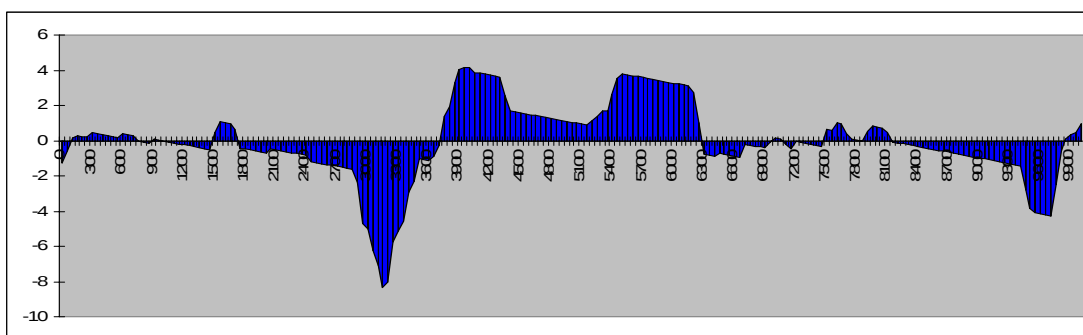
ภาพผนวกที่ ก118 ผิวชั้นงาน N1 a-a



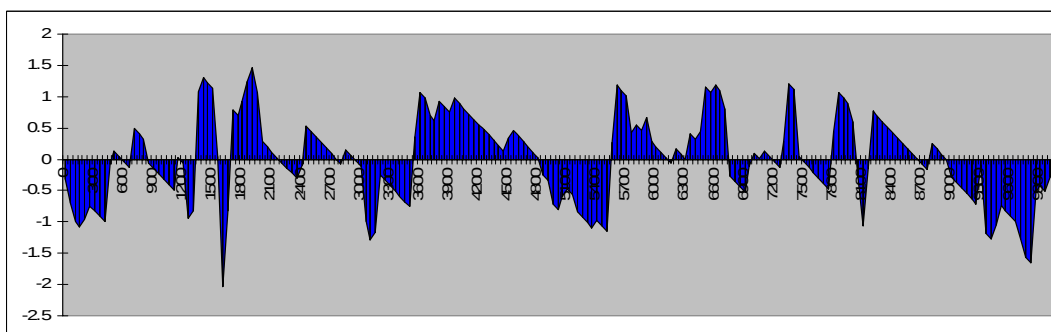
ภาพผนวกที่ ก119 ผิวชั้นงาน N1 b-b



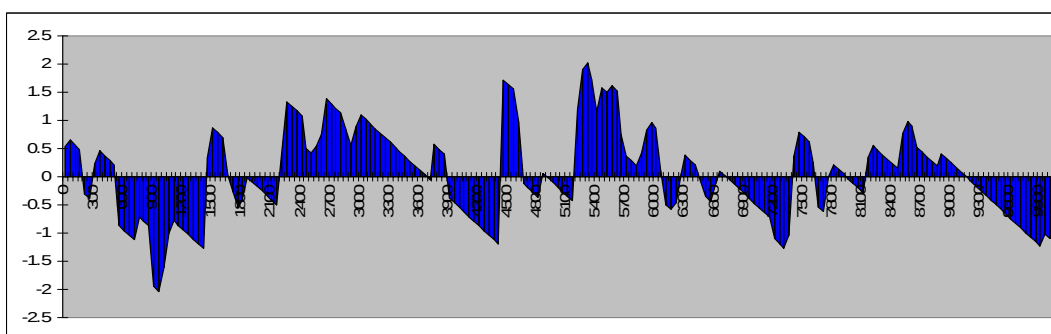
ภาพผนวกที่ ก120 ผิวชั้นงาน N1 b-b



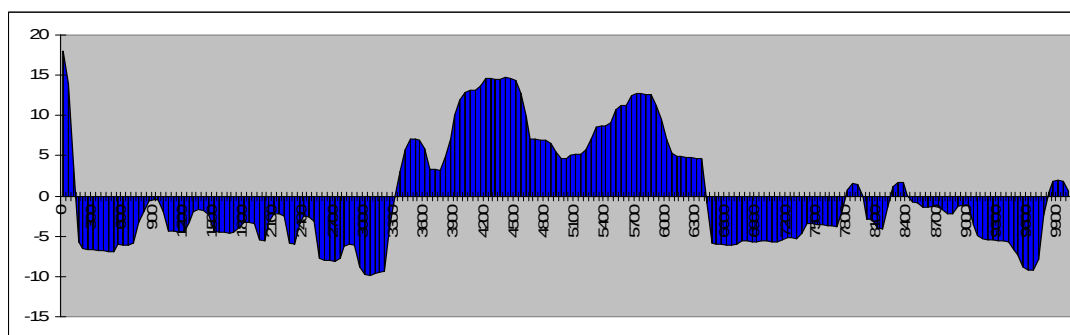
ภาพผนวกที่ ก121 ผิวชั้นงาน N2 a-a



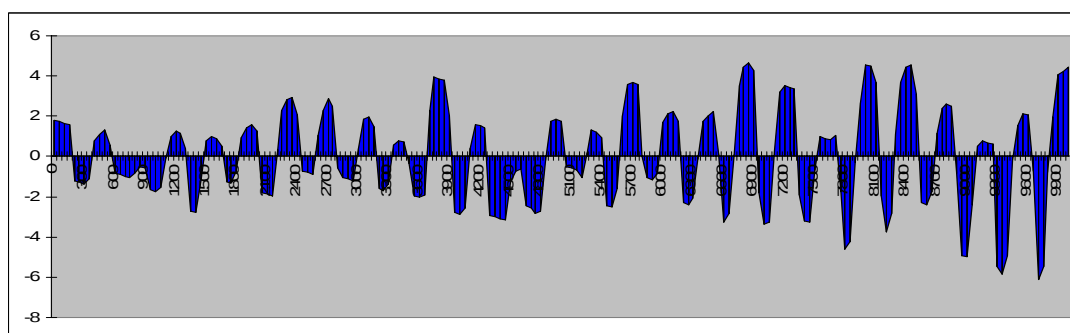
ภาพผนวกที่ ก122 ผิวชั้นงาน N2 b-b



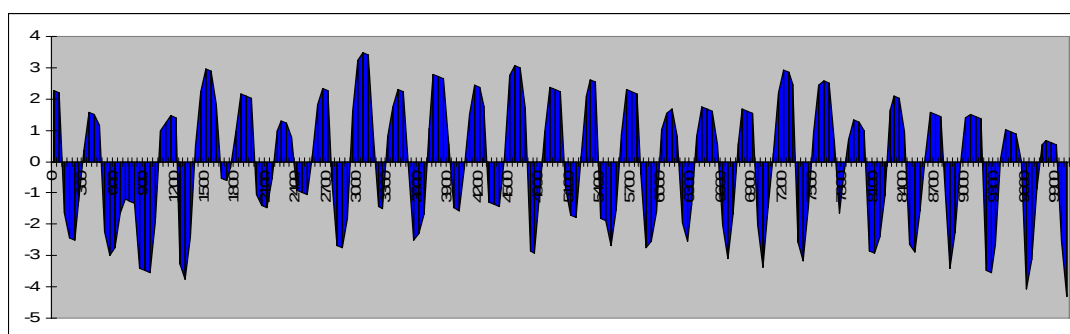
ภาพผนวกที่ ก123 ผิวชั้นงาน N2 c-c



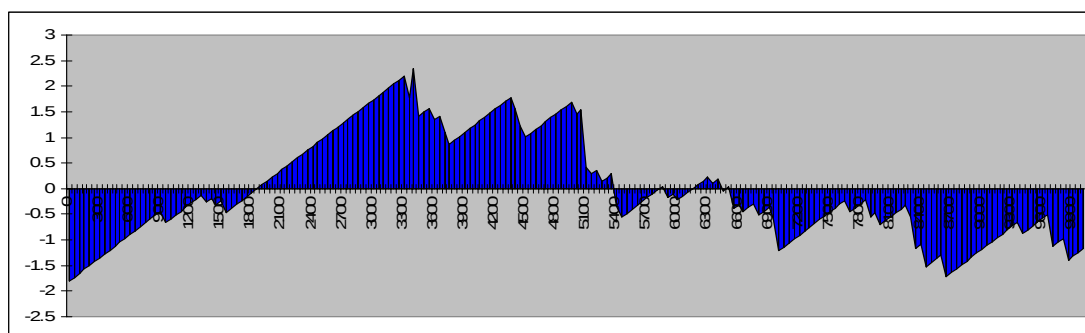
ภาพผนวกที่ ก124 ผิวชั้นงาน N3 a-a



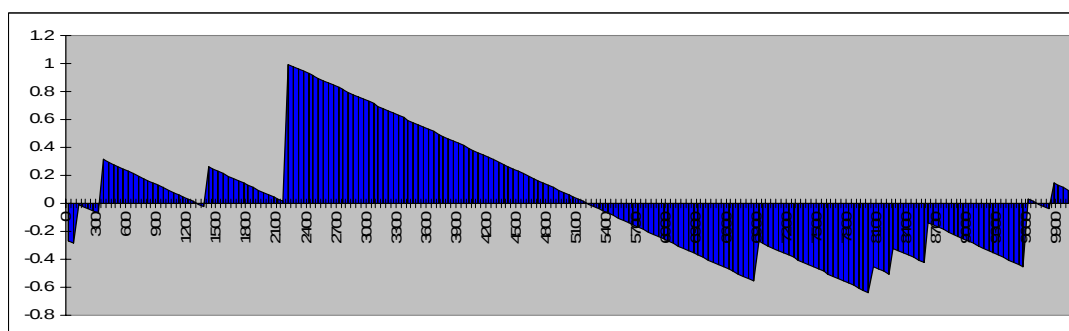
ภาพผนวกที่ ก125 ผิวชั้นงาน N3 b-b



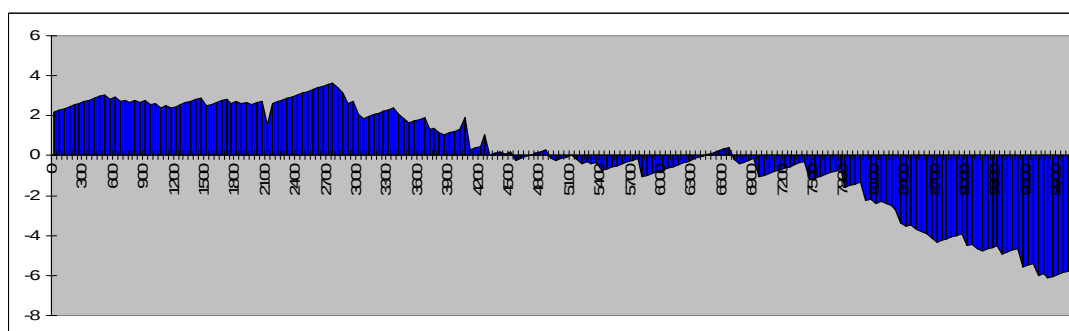
ภาพผนวกที่ ก126 ผิวชั้นงาน N3 c-c



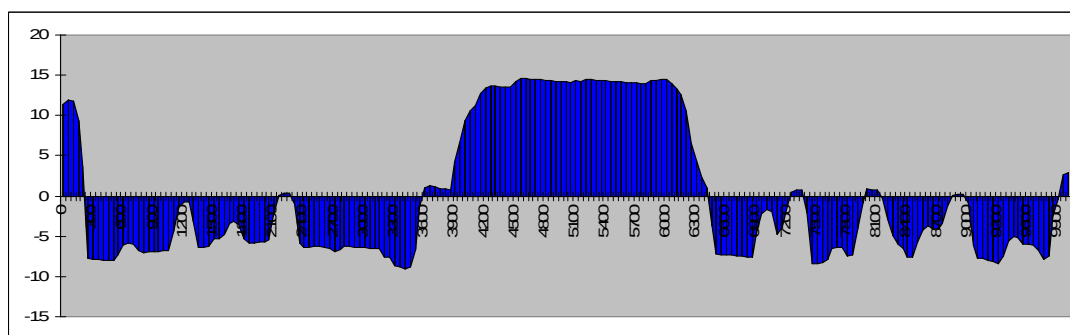
ภาพผนวกที่ ก127 ผิวชั้นงาน O1 a-a



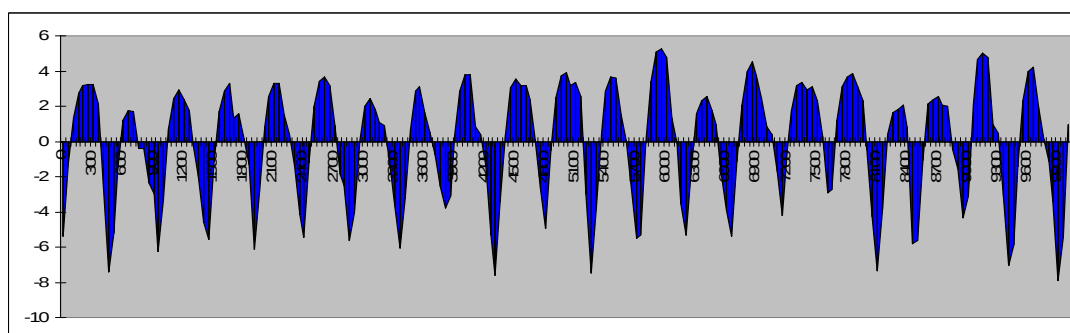
ภาพผนวกที่ ก128 ผิวชั้นงาน O1 b-b



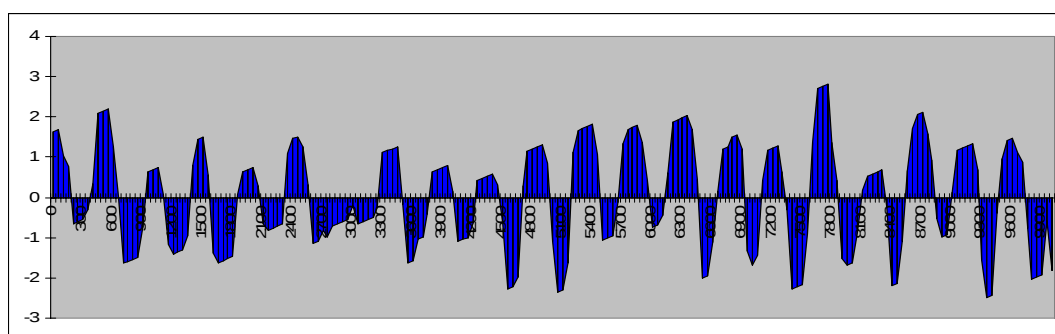
ภาพผนวกที่ ก129 ผิวชั้นงาน O1 c-c



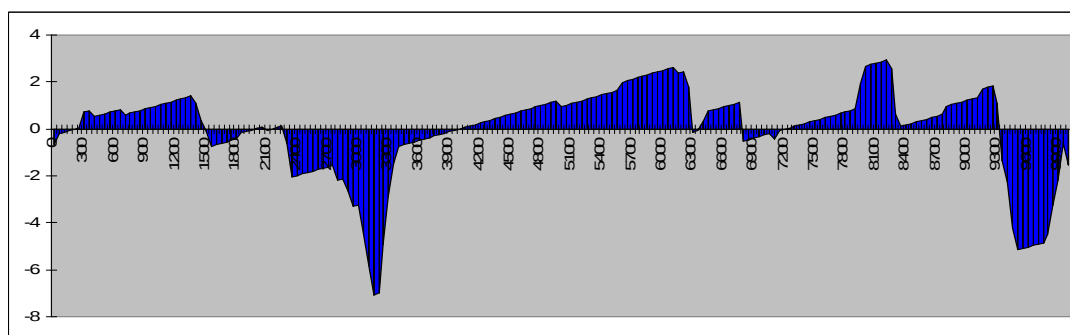
ภาพผนวกที่ ก130 ผิวชั้นงาน O2 a-a



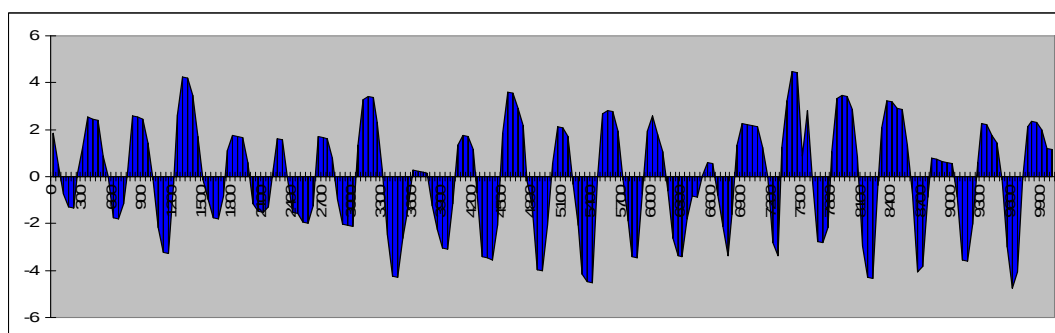
ภาพผนวกที่ ก131 ผิวชั้นงาน O2 b-b



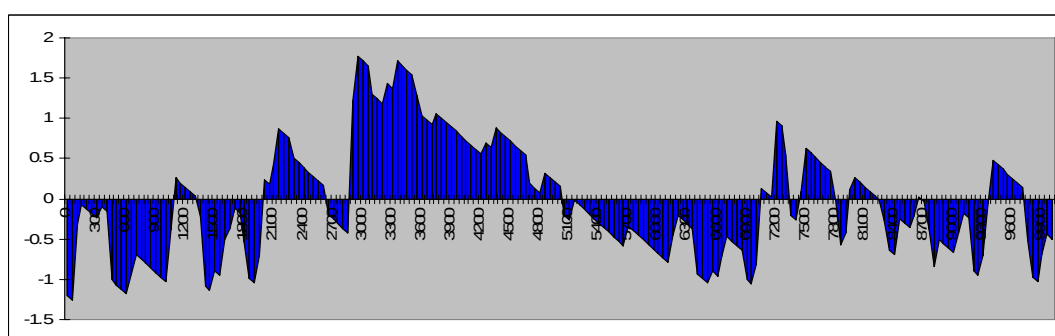
ภาพผนวกที่ ก132 ผิวชั้นงาน O2 c-c



ภาพผนวกที่ ก133 ผิวชั้นงาน O3 a-a

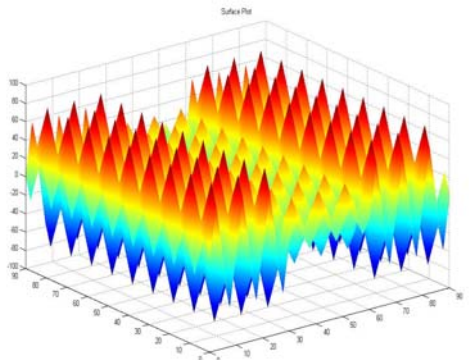


ภาพผนวกที่ ก134 ผิวชั้นงาน O3 b-b

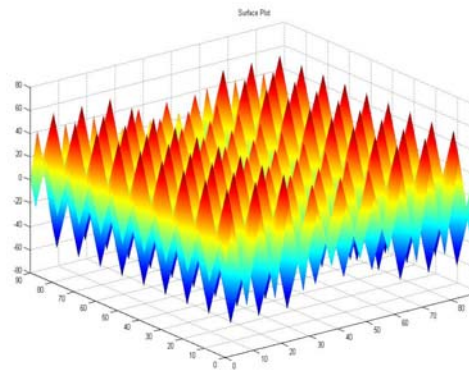


ภาพผนวกที่ ก135 ผิวชั้นงาน O3 c-c

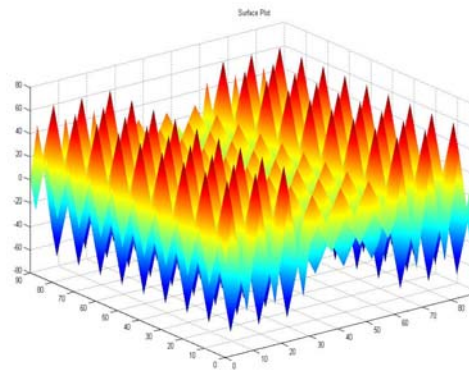
ภาคผนวก ข  
ผลที่ได้จากการจำลองพื้นผิว

|                                                                            |                                                                                    |                    |
|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Dept of cut = 0.05 mm.<br/>Feed = 0.28 mm/rev<br/>Speed = 2,400 RPM</p> |  | <p>SRC = 1.847</p> |
|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|

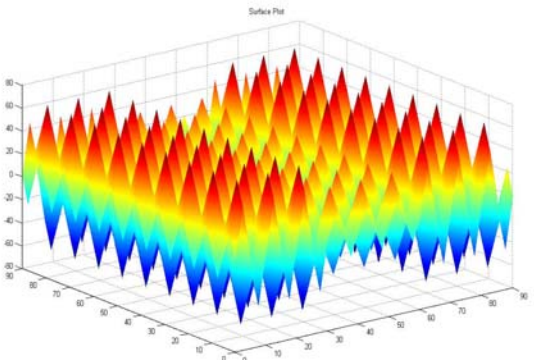
ภาพผนวกที่ ข1 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. A1

|                                                                            |                                                                                     |                    |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Dept of cut = 0.10 mm.<br/>Feed = 0.28 mm/rev<br/>Speed = 2,400 RPM</p> |  | <p>SRC = 1.569</p> |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|

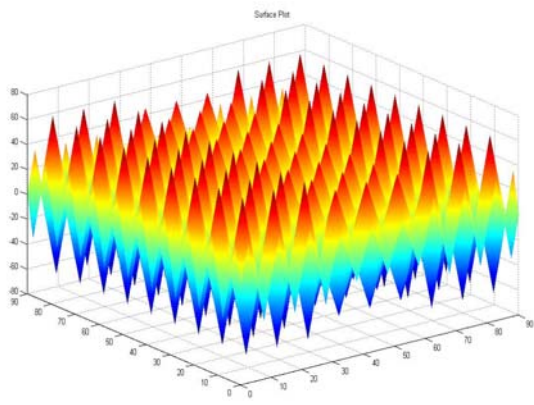
ภาพผนวกที่ ข2 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. A2

|                                                                            |                                                                                      |                    |
|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Dept of cut = 0.15 mm.<br/>Feed = 0.28 mm/rev<br/>Speed = 2,400 RPM</p> |  | <p>SRC = 1.624</p> |
|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|

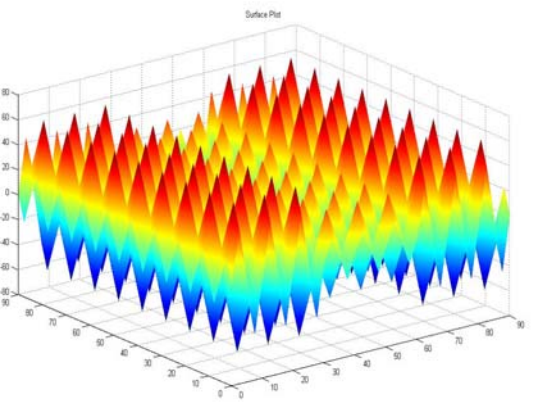
ภาพผนวกที่ ข3 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. A3

|                                                                            |                                                                                    |                    |
|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Dept of cut = 0.05 mm.<br/>Feed = 0.38 mm/rev<br/>Speed = 2,400 RPM</p> |  | <p>SRC = 1.622</p> |
|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|

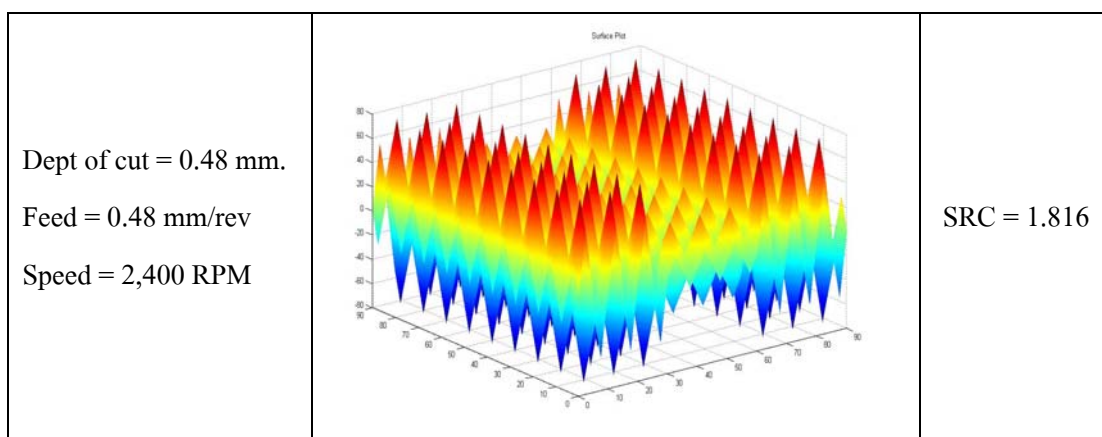
ภาพผนวกที่ ข4 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. B1

|                                                                            |                                                                                     |                    |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Dept of cut = 0.10 mm.<br/>Feed = 0.38 mm/rev<br/>Speed = 2,400 RPM</p> |  | <p>SRC = 1.660</p> |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|

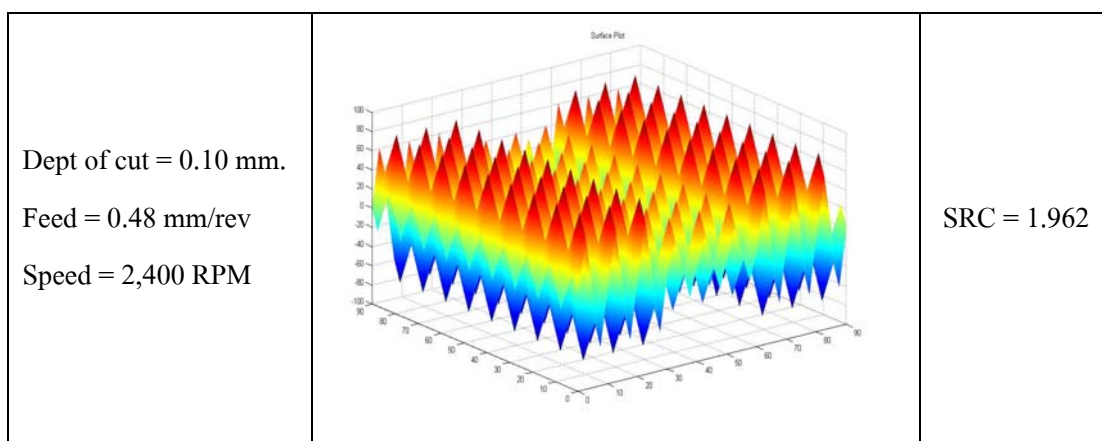
ภาพผนวกที่ ข5 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. B2

|                                                                            |                                                                                      |                    |
|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Dept of cut = 0.15 mm.<br/>Feed = 0.38 mm/rev<br/>Speed = 2,400 RPM</p> |  | <p>SRC = 1.571</p> |
|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|

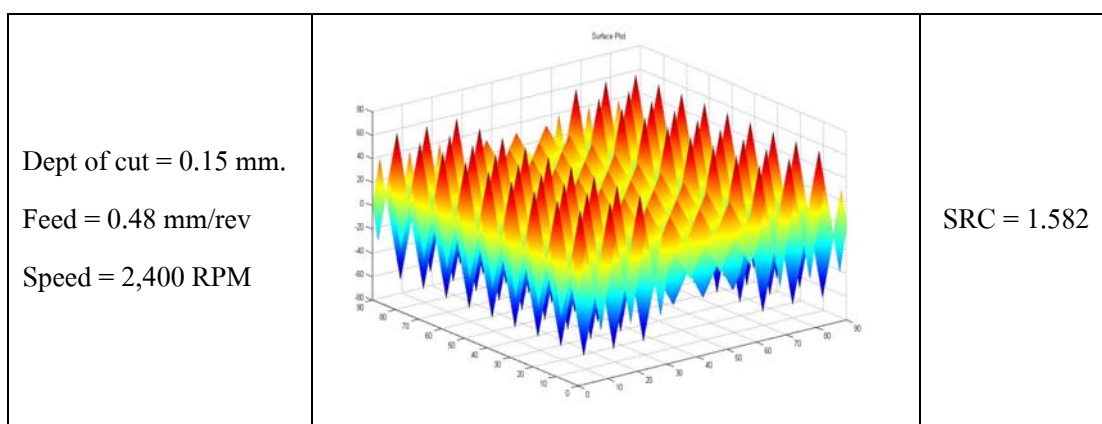
ภาพผนวกที่ ข6 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. B3



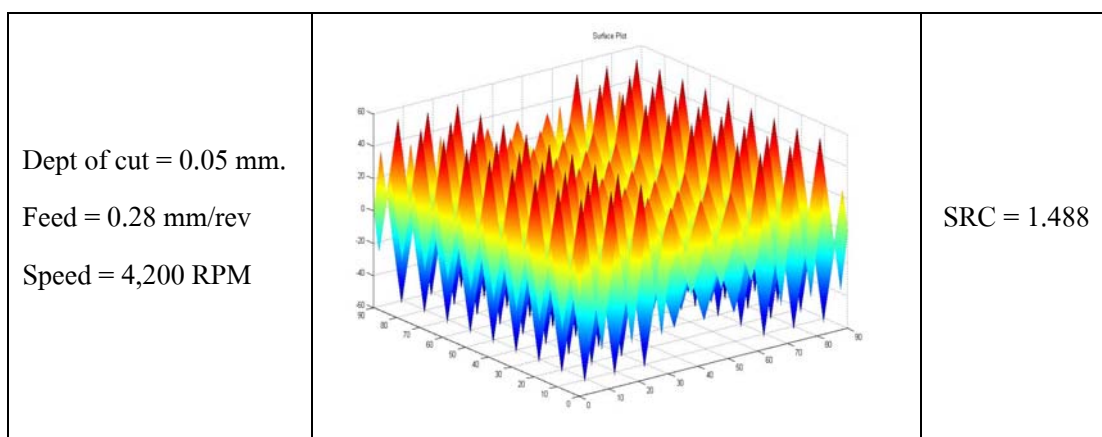
ภาพผนวกที่ ข7 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. C1



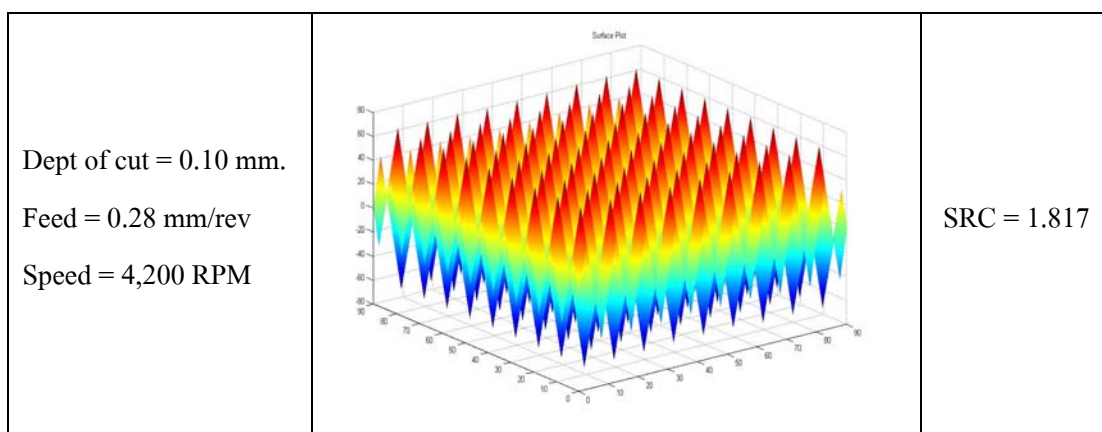
ภาพผนวกที่ ข8 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. C2



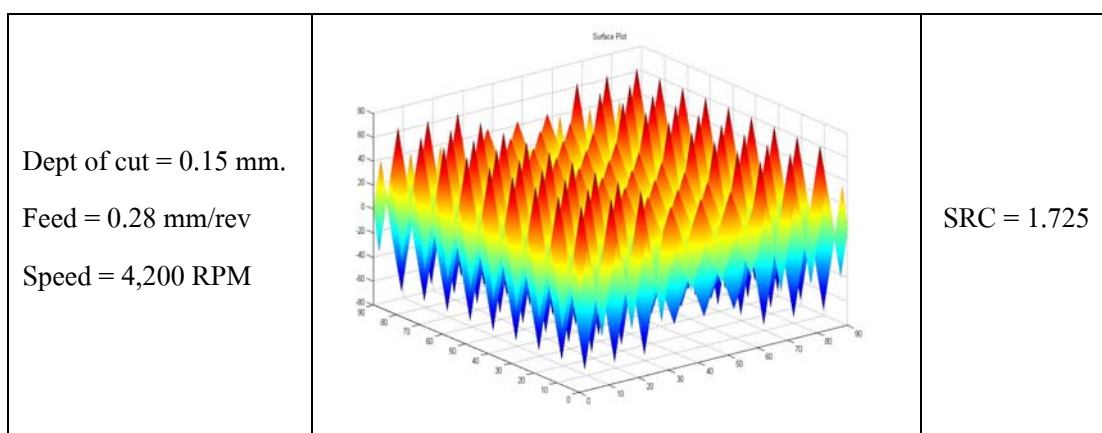
ภาพผนวกที่ ข9 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. C3



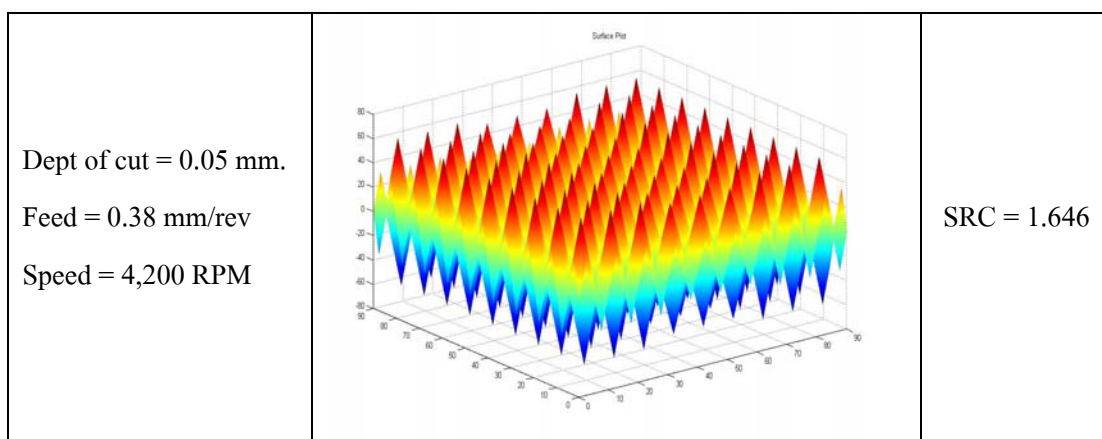
ภาพผนวกที่ ข10 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. D1



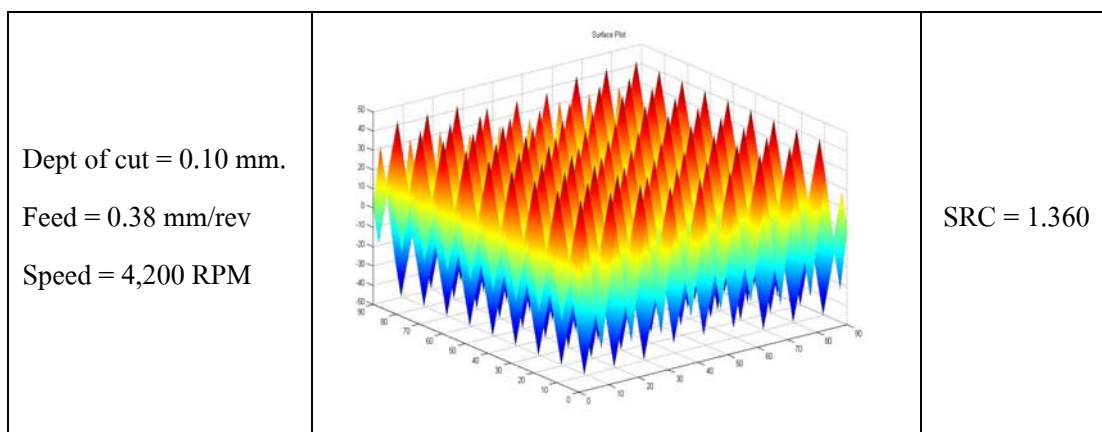
ภาพผนวกที่ ข11 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. D2



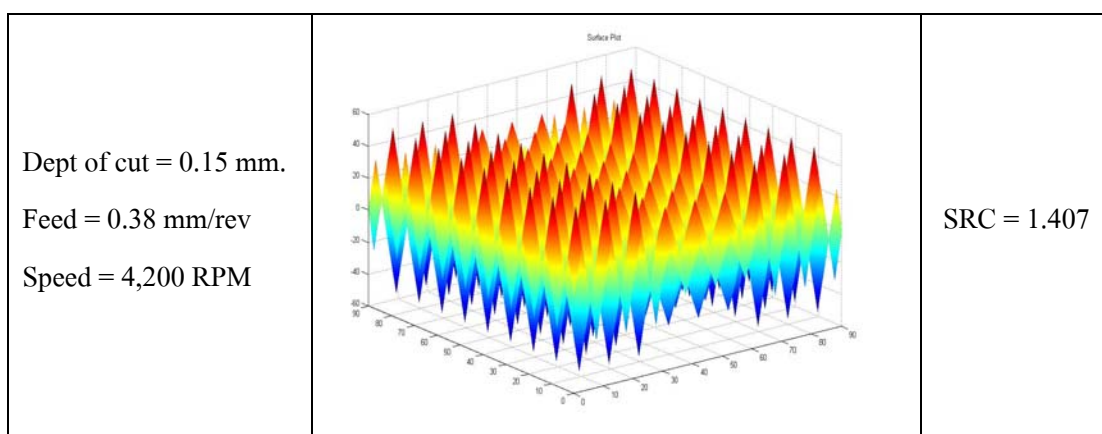
ภาพผนวกที่ ข12 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. D3



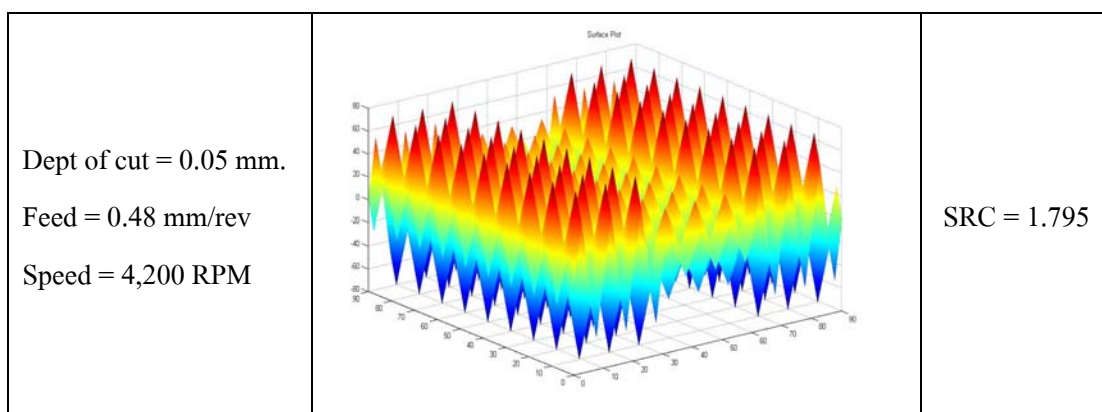
ภาพผนวกที่ ข13 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. E1



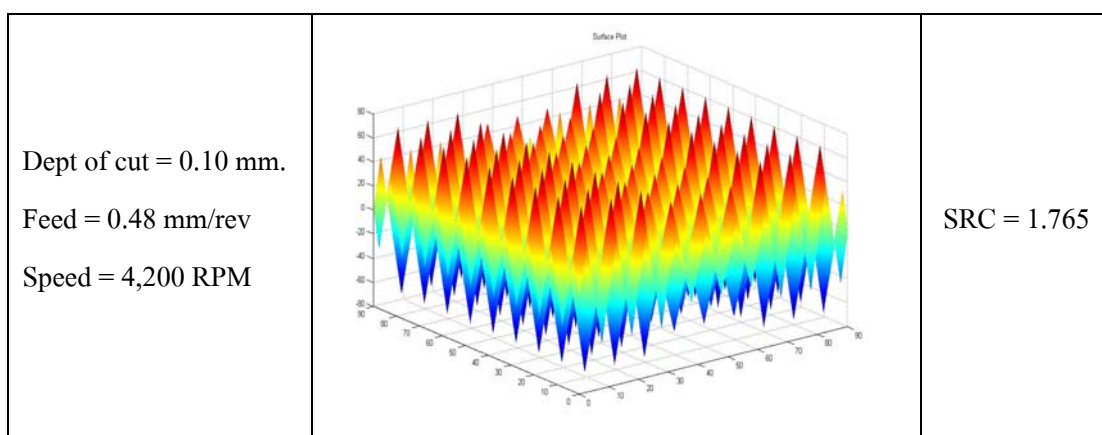
ภาพผนวกที่ ข14 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. E2



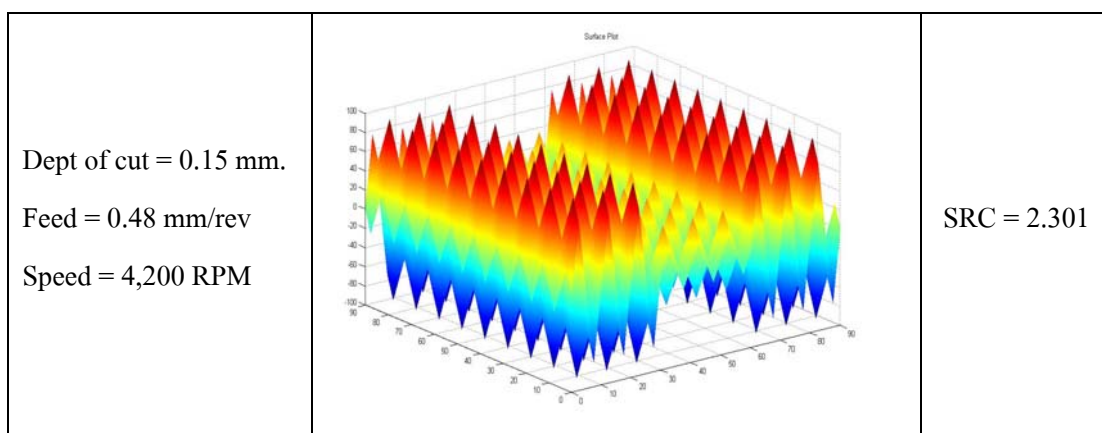
ภาพผนวกที่ ข15 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. E3



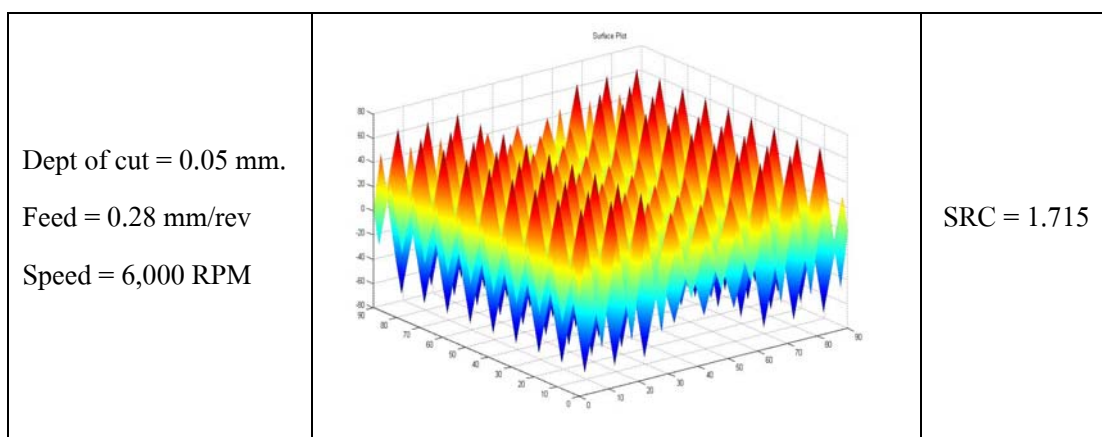
ภาพผนวกที่ ข16 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. F1



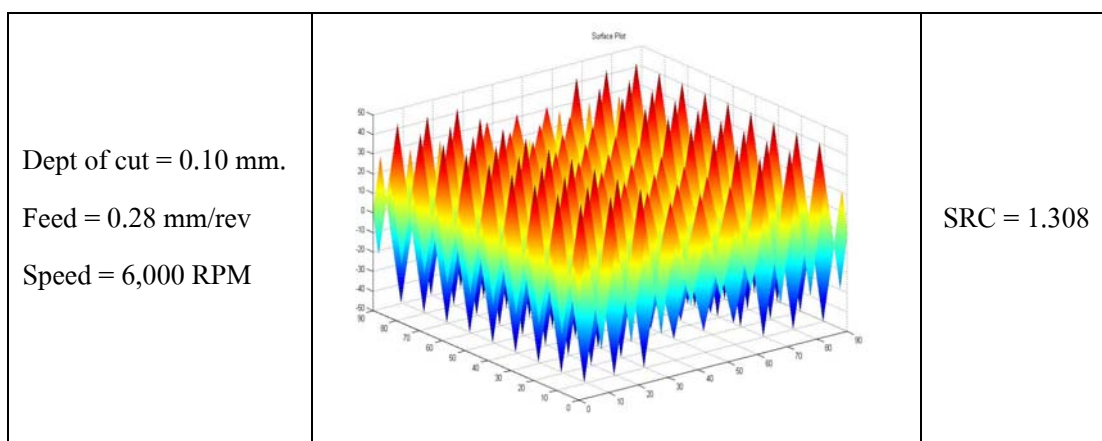
ภาพผนวกที่ ข17 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. F2



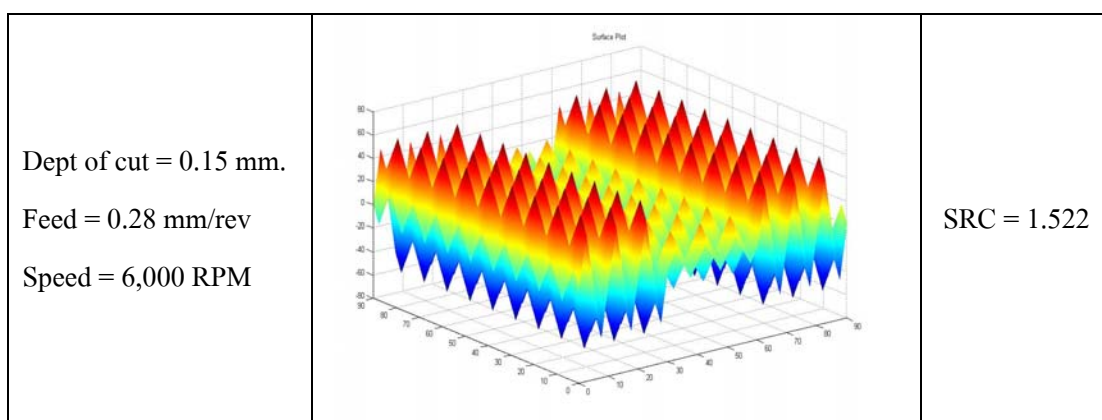
ภาพผนวกที่ ข18 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. F3



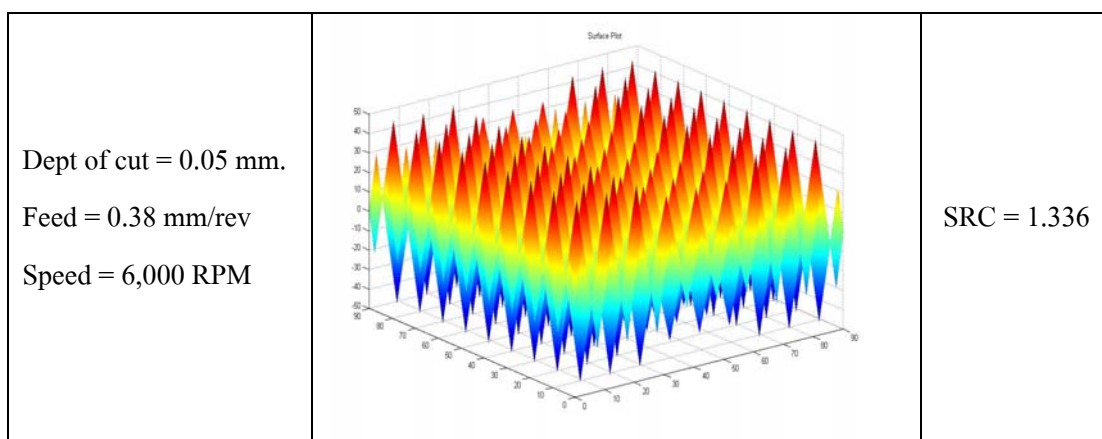
ภาพผนวกที่ ข19 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. G1



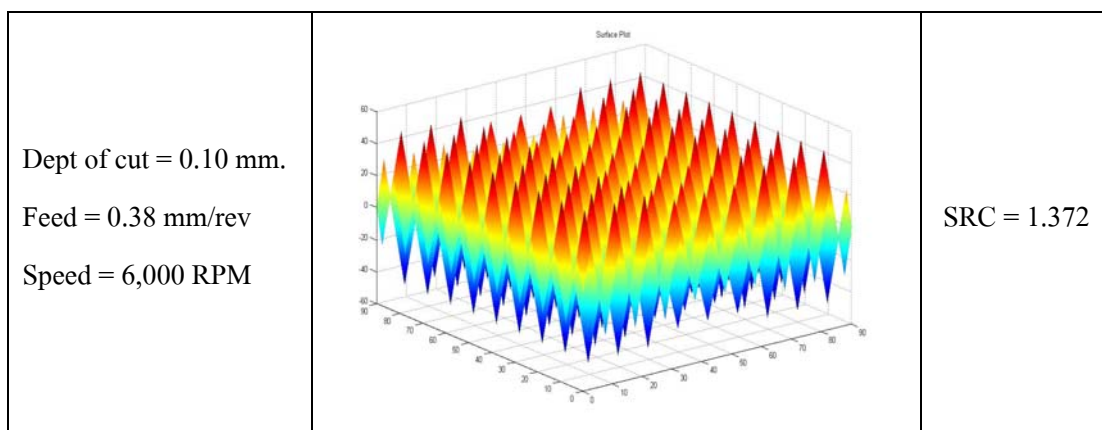
ภาพผนวกที่ ข20 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. G2



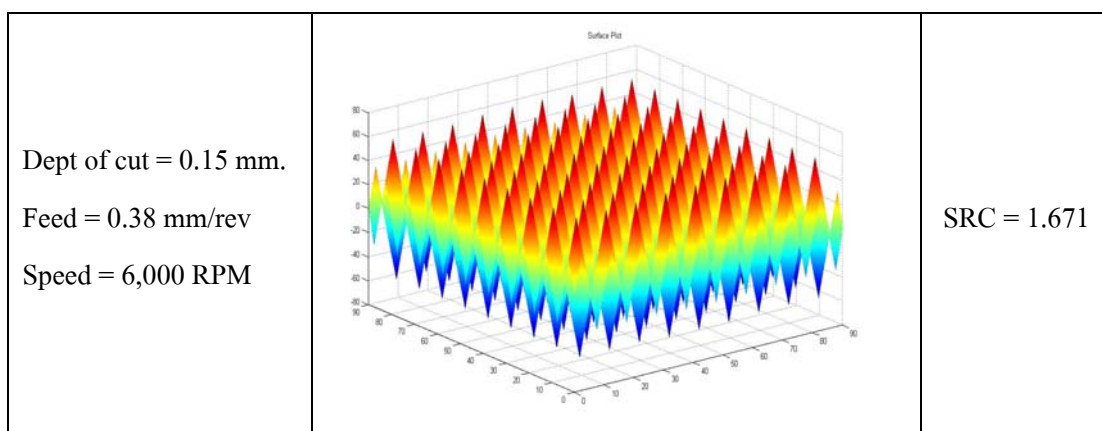
ภาพผนวกที่ ข21 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. G3



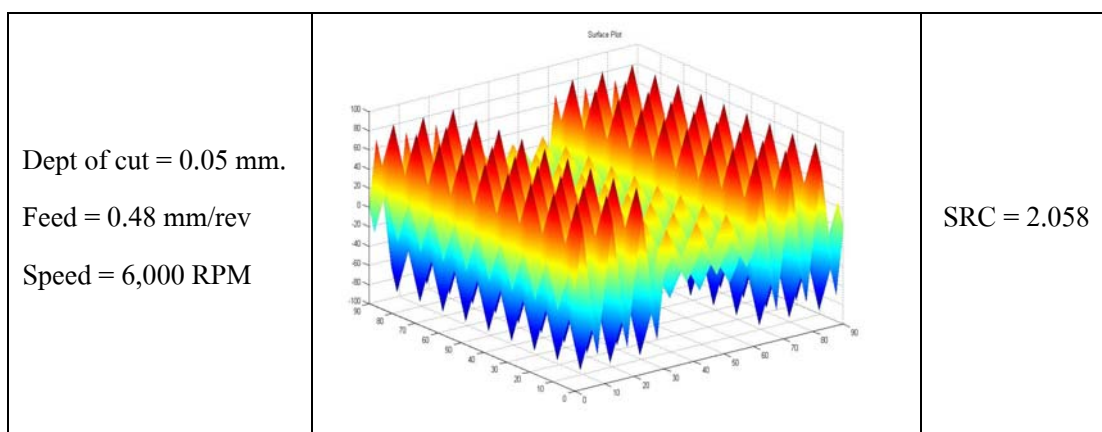
ภาพผนวกที่ ข22 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. H1



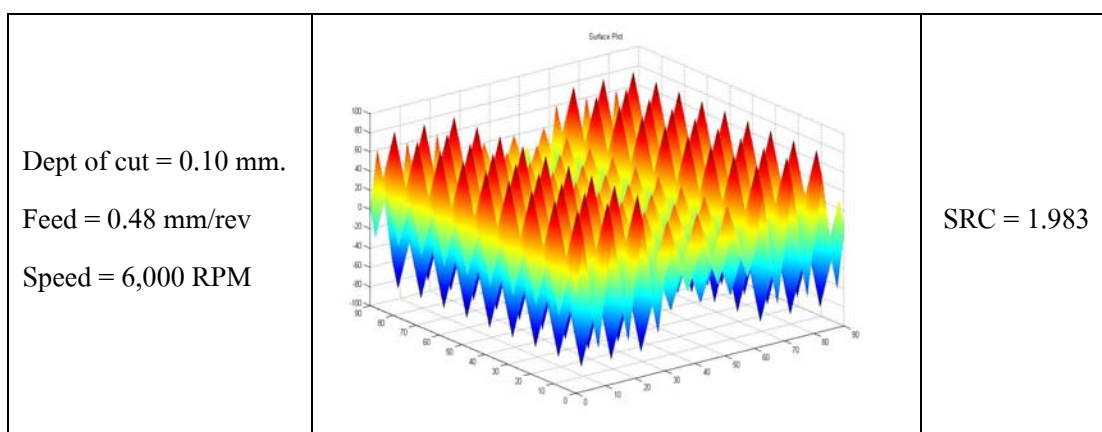
ภาพผนวกที่ ข23 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. H2



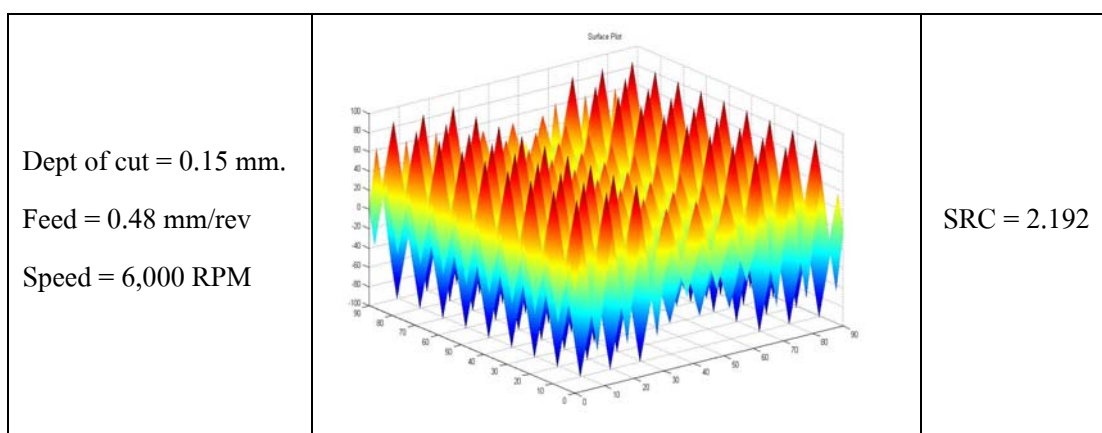
ภาพผนวกที่ ข24 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. H3



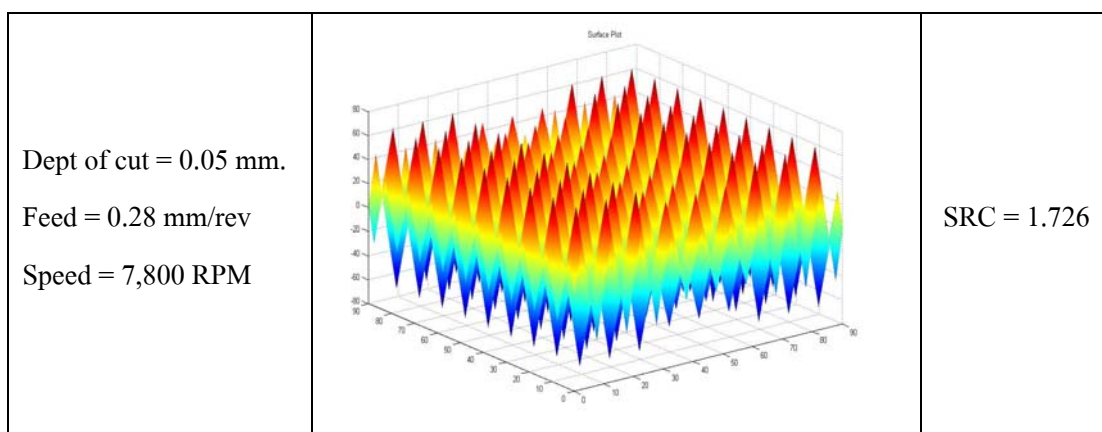
ภาพผนวกที่ ข25 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. I1



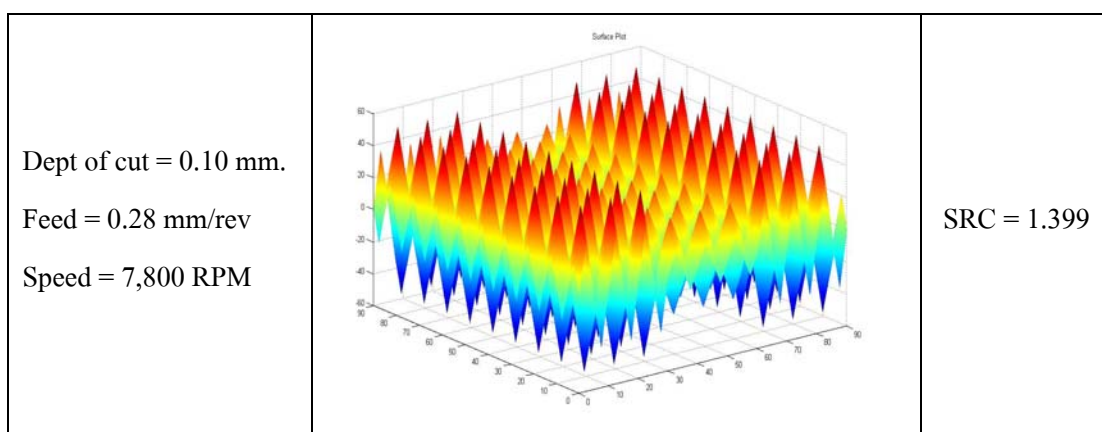
ภาพผนวกที่ ข26 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. I2



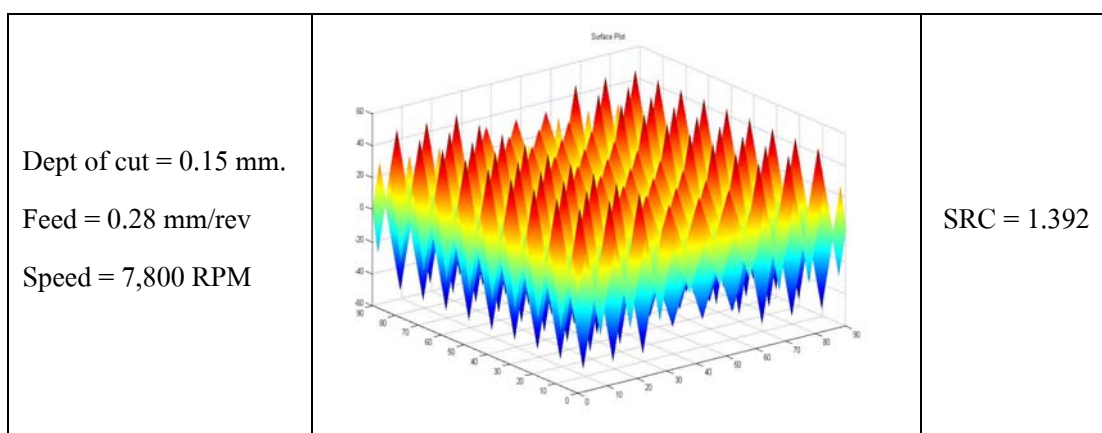
ภาพผนวกที่ ข27 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. I3



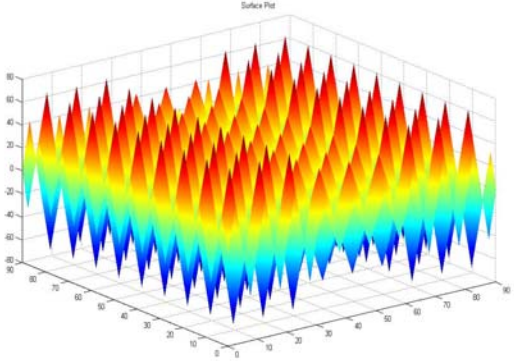
ภาพผนวกที่ ข28 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. J1



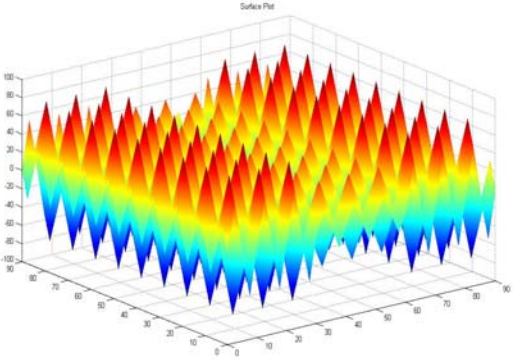
ภาพผนวกที่ ข29 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. J2



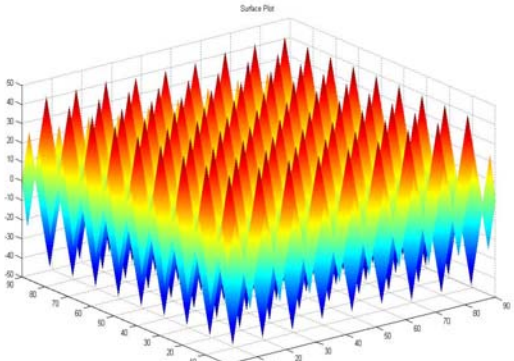
ภาพผนวกที่ ข30 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. J3

|                                                                            |                                                                                    |                    |
|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Dept of cut = 0.05 mm.<br/>Feed = 0.38 mm/rev<br/>Speed = 7,800 RPM</p> |  | <p>SRC = 1.721</p> |
|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|

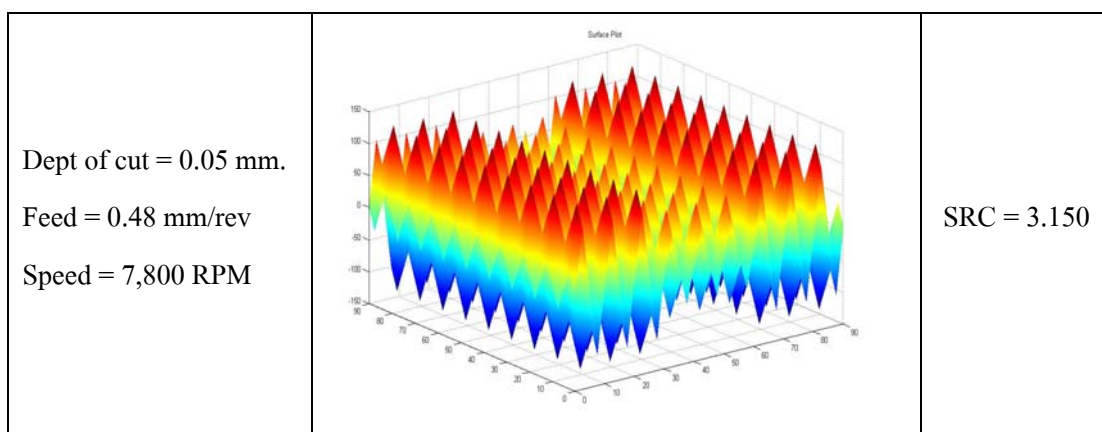
ภาพผนวกที่ ข31 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. K1

|                                                                            |                                                                                     |                    |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Dept of cut = 0.10 mm.<br/>Feed = 0.38 mm/rev<br/>Speed = 7,800 RPM</p> |  | <p>SRC = 1.880</p> |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|

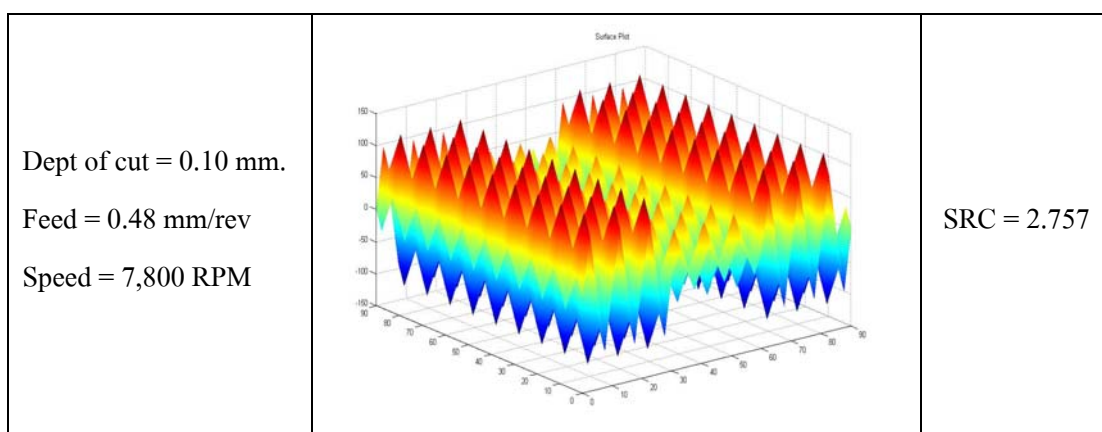
ภาพผนวกที่ ข32 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. K2

|                                                                            |                                                                                      |                    |
|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Dept of cut = 0.15 mm.<br/>Feed = 0.38 mm/rev<br/>Speed = 7,800 RPM</p> |  | <p>SRC = 1.332</p> |
|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|

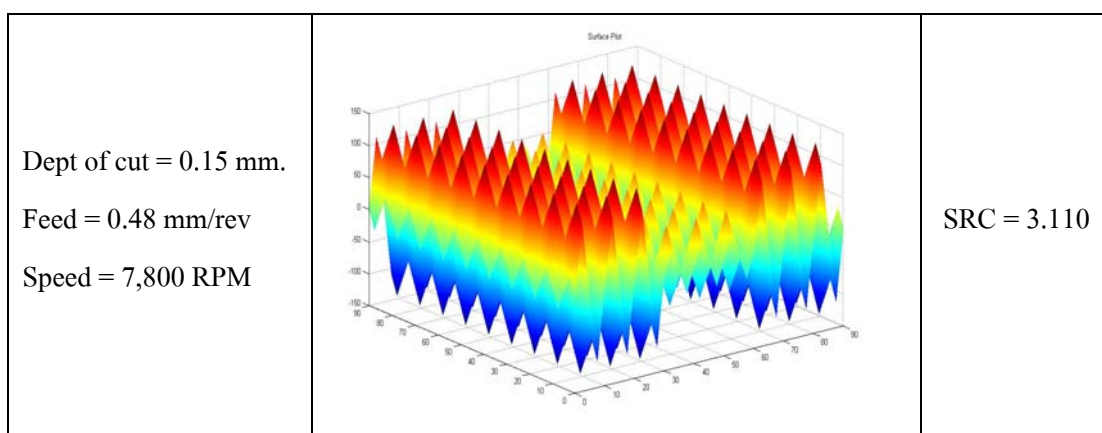
ภาพผนวกที่ ข33 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. K3



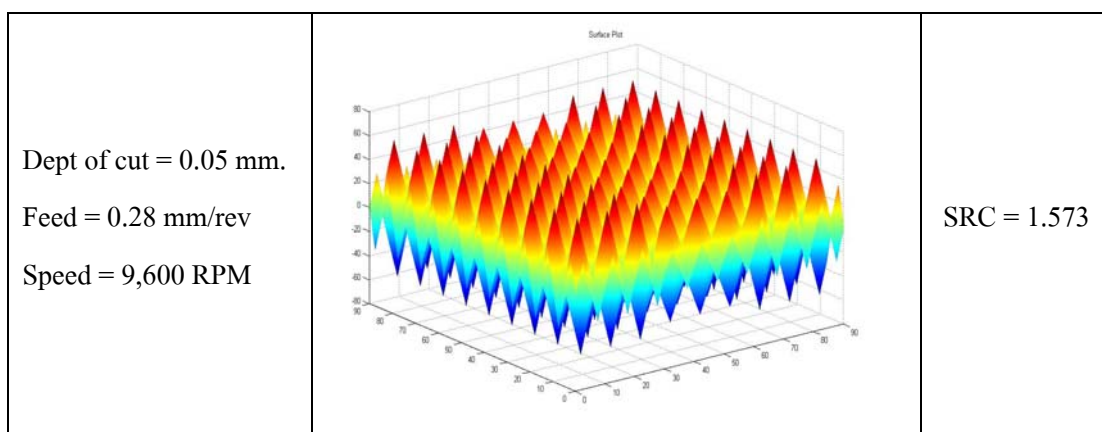
ภาพผนวกที่ ข34 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. L1



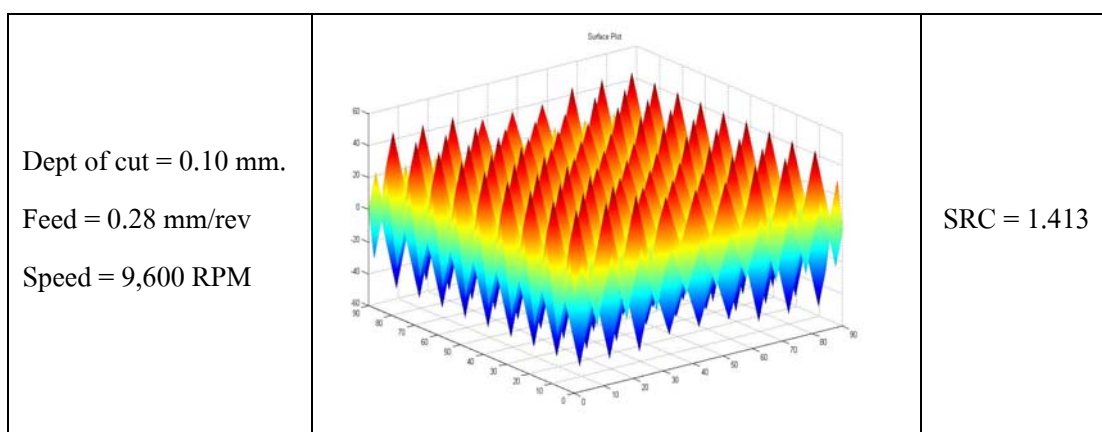
ภาพผนวกที่ ข35 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. L2



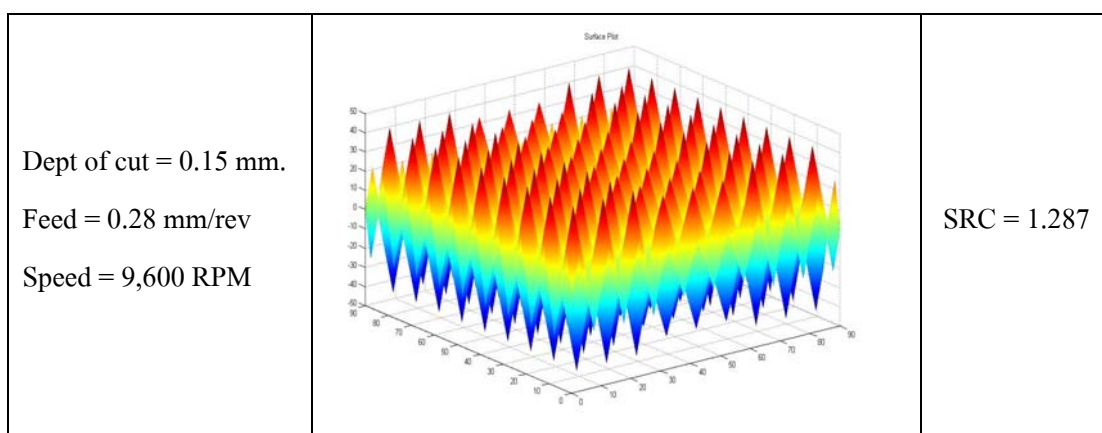
ภาพผนวกที่ ข36 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. L3



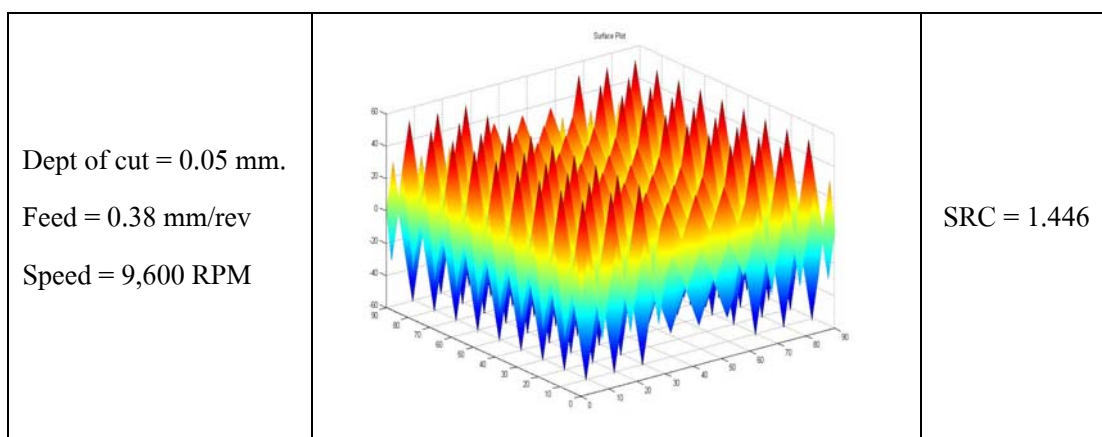
ภาพผนวกที่ ข37 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. M1



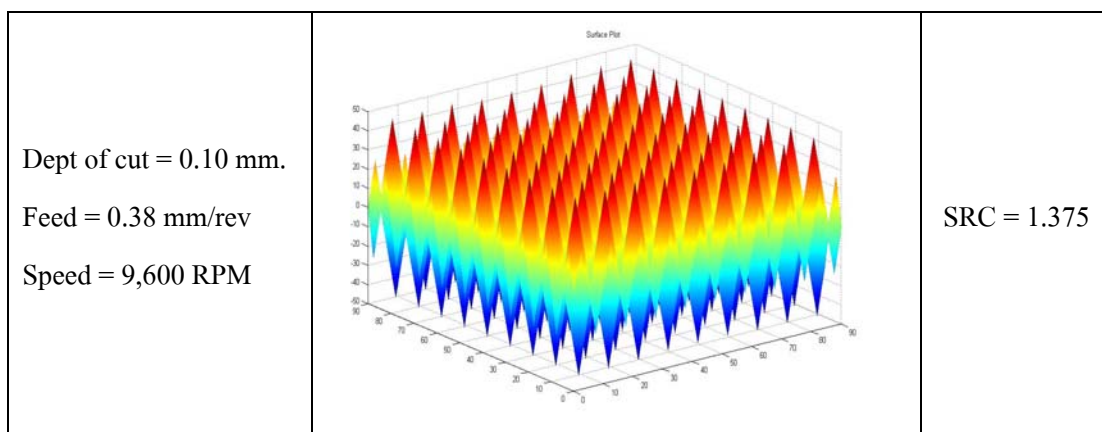
ภาพผนวกที่ ข38 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. M2



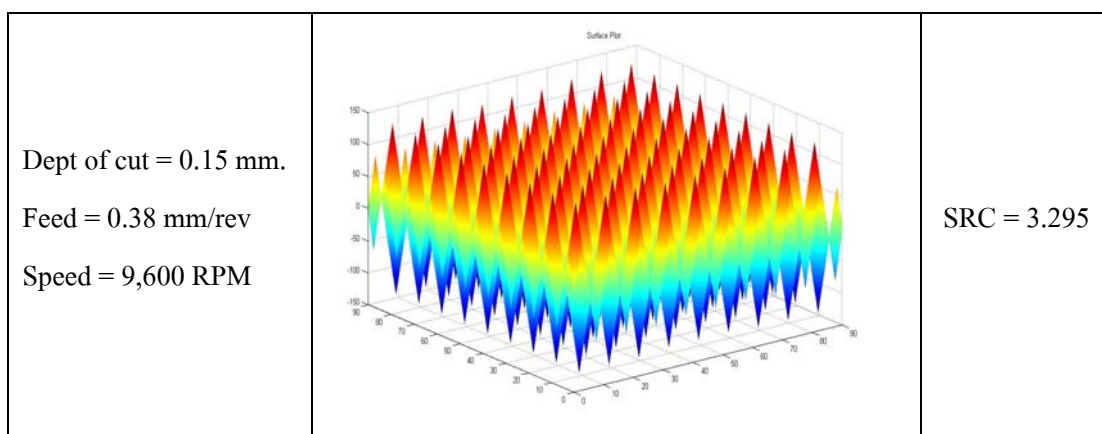
ภาพผนวกที่ ข39 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. M3



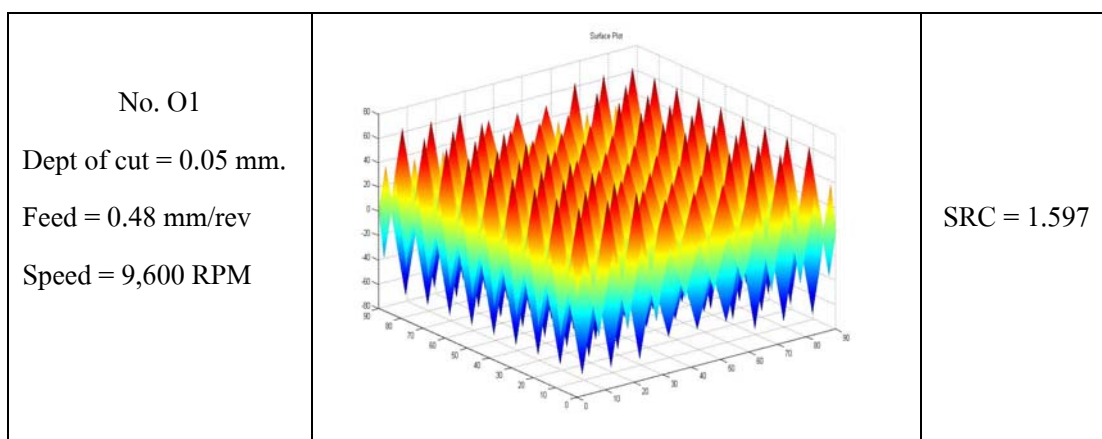
ภาพผนวกที่ ข40 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. N1



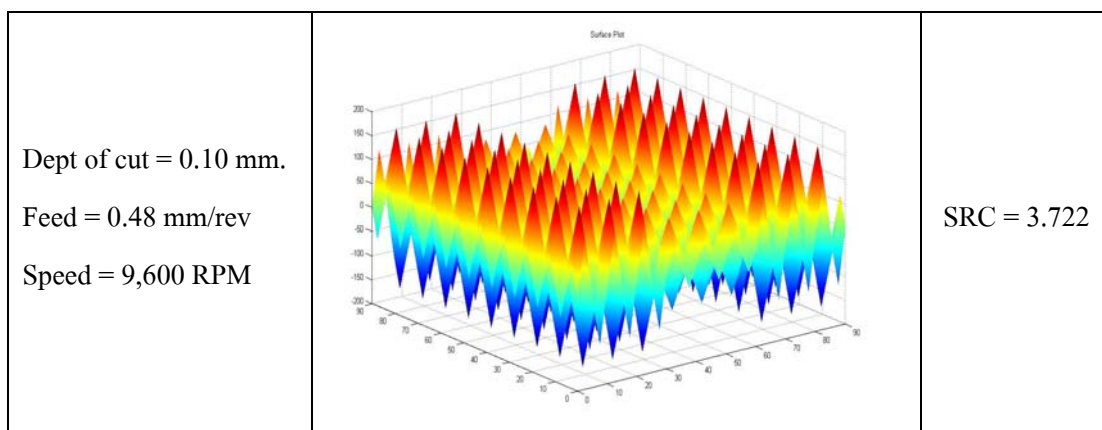
ภาพผนวกที่ ข41 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. N2



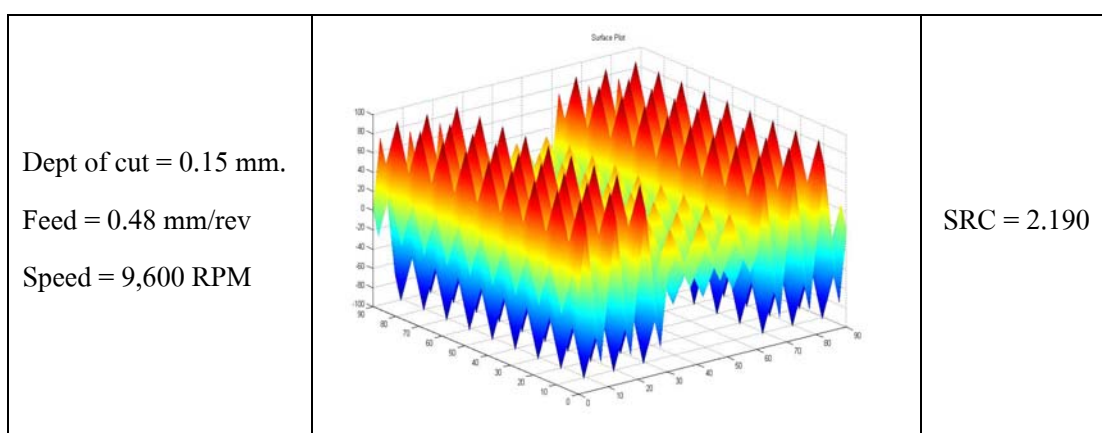
ภาพผนวกที่ ข42 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. N3



ภาพผนวกที่ ข43 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. O1



ภาพผนวกที่ ข44 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. O2



ภาพผนวกที่ ข45 พื้นผิวจำลองของชิ้นงาน No. O3

## ประวัติการศึกษา และการทำงาน

|                                |                                                                    |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ชื่อ –นามสกุล                  | นายชุมพร ช่างกลึงเหมาะ                                             |
| วัน เดือน ปี ที่เกิด           | วันที่ 9 เดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ. 2526                                 |
| สถานที่เกิด                    | กรุงเทพมหานคร                                                      |
| ประวัติการศึกษา                | วศ.บ. (วิศวกรรมเครื่องกล)<br>สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ |
| ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน   | วิศวกรเครื่องกล                                                    |
| สถานที่ทำงานปัจจุบัน           | LABTECH ENGINEERING                                                |
| ผลงานดีเด่นและรางวัลทางวิชาการ | -                                                                  |
| ทุนการศึกษาที่ได้รับ           | -                                                                  |