บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาแบบจำลองการเคลื่อนที่ของยานพาหนะบนโครงสร้างพื้นฐานเป็นที่แพร่หลายในช่วงศตวรรษที่ผ่านมา ในปี พ.ศ. 2469 งานวิจัยของ Timoshenko เรื่อง Method of analysis of statical and dynamical stresses in rail ศึกษาการเคลื่อนที่ของยานพาหนะระบบเพลาบนโครงสร้างพื้นฐานคานต่อเนื่อง ในรูปแบบโดเมนความถี่ หลักการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างยานพาหนะบนโครงสร้างพื้นฐานแบ่งออกได้เป็น 2 โดเมน คือ โดเมนความถี่ และ โดเมนของเวลา เกี่ยวกับโดเมนความถี่เป็นเทคนิคในการแก้ปัญหาอย่างง่าย สมการไม่ซับซ้อน อาศัยหลักการแปลงรูปทางคณิตศาสตร์ จากความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ และ จุดรับแรงกระทำส่งผลต่อค่าความถี่ที่แตกต่างกัน ใช้ในการวัดค่าผลตอบสนองระบบราง และ ระดับเสียงที่เกิดขึ้นจากการเคลื่อนที่ของยานพาหนะ สำหรับโดเมนของเวลา เป็นเทคนิคในการแก้ปัญหาความสัมพันธ์ของยานพาหนะที่แปรเปลี่ยนไปตามช่วงเวลา คำนวณค่าผลตอบสนองโก่ง ความเร็ว ความเร่ง และแรงกระทำในระบบคู่ควบยานพาหนะต่อโครงสร้างพื้นฐาน

วิธีการศึกษาการเคลื่อนที่ของยานพาหนะบนโครงสร้างพื้นฐาน เริ่มจากการสร้างแบบจำลองยานพาหนะให้ใกล้เคียงกับยานพาหนะที่ใช้งานในปัจจุบัน ได้แก่ แบบเพลาเดียว สองเพลา หรือ หลายเพลา เคลื่อนที่บนแบบจำลองโครงสร้างพื้นฐาน ได้แก่ บนพื้นดิน บนคานช่วงเดียว หรือ บนคานต่อเนื่อง และ แบบจำลองความไม่สม่ำเสมอของพื้นผิว ระบบราง หรือ ถนน ด้วยขบวนการสโทแคสติก (Stochastic process) เปรียบเทียบกับค่าความขรุขระพื้นผิวตามมาตรฐานสากล จากนั้นทำการสร้างสมการการเคลื่อนที่ และ คำนวณค่าโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ หรือ สมการอนุพันธ์เชิงเส้น เนื่องจากความก้าวหน้าของเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ ทำให้มีการนำซอฟแวร์คอมพิวเตอร์มาใช้ในการคำนวณค่าผลตอบสนองได้อย่างรวดเร็ว และ แม่นยำ มีค่าใกล้เคียงกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากภาคสนาม สามารถนำผลการคำนวณมาใช้เป็นข้อมูลที่มีประสิทธิภาพในการประเมินสภาพผิวทาง และ ระดับความรู้สึกสะดวกสบายของผู้ใช้ยานพาหนะ ดังรายงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเรียงตามลำดับปีที่ตีพิมพ์เพื่อเป็นแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้ในการศึกษาพารามิเตอร์ในระบบรางความเร็วสูงด้วยวิธีการพื้นผิวตอบสนอง

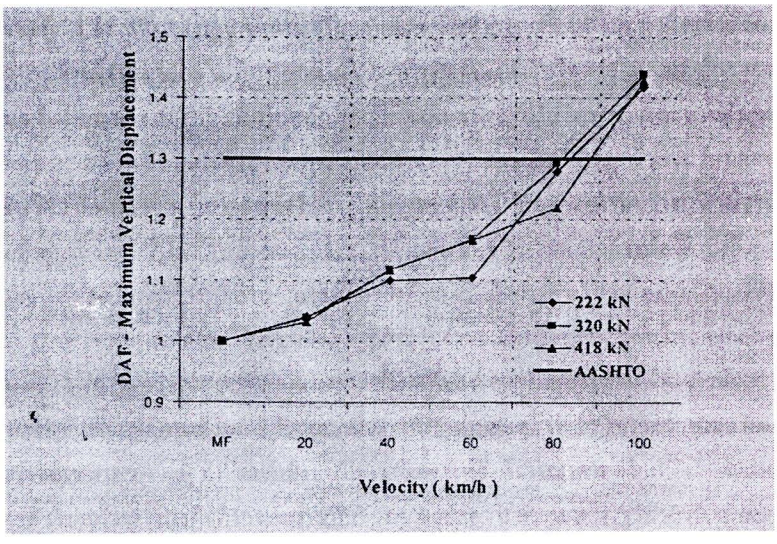
ในปี พ.ศ. 2542 งานวิจัยของ วีระ ตัณศิริชัยยา เรื่อง วิธีวิเคราะห์ปัญหาการสั่นไหวในเชิงปฏิสัมพันธ์ของระบบพาหนะ และ โครงสร้างที่รองรับ นำหลักการวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ในการสร้างแบบจำลอง และ วิธีซุปเปอร์โพซิชั่น (Superposition) เพื่อลดขนาดของสมการการสั่นไหวสร้างแบบจำลองยานพาหนะ รถบรรทุก ขนาด 2 เพลา แล่นผ่านบนแผ่นพื้นช่วงเดียว ที่มีความลาดเอียง เพื่อศึกษาผลกระทบของตัวแปร น้ำหนักบรรทุก และ ความเร็วของยานพาหนะในการวิเคราะห์แฟกเตอร์กำลังขยายเชิงพลศาสตร์ (Dynamic Amplification Factor, DAF) ของโครงสร้างที่ขึ้นอยู่กับเวลา (Time history response) นั้น จะต้องคำนึงถึง ผลรวมของการสั่นสะเทือนของโครงสร้างแบบพลวัตรวมกับค่าพฤติกรรม และ โครงสร้างแบบทางสถิต (R_{dyn}) หารด้วยค่าพฤติกรรม และ โครงสร้างแบบสถิต (R_{sta}) ดังสมการ

$$DAF = \frac{R_{dyn}}{R_{sta}} \tag{1}$$

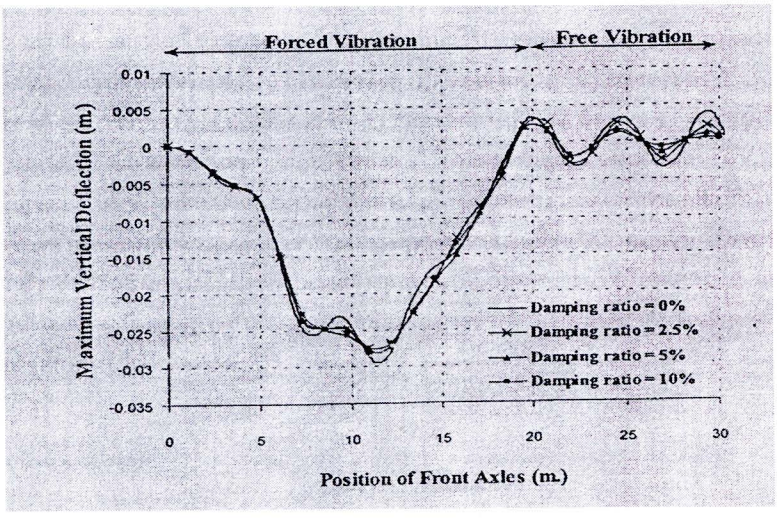
จากภาพ 1 พบว่า ค่าแรงรวมของรถบรรทุกมากที่สุด ไม่จำเป็น ที่จะทำให้ค่า DAF ของการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งของคานมีค่ามากที่สุด เนื่องจาก ต้องคำนึงถึงตำแหน่งของแรงรวม และ รูปแบบการสั่นสะเทือน และ เมื่อทำการเปรียบเทียบ DAF กับ ค่าอิมแพคแฟกเตอร์ (Impact Factor, I) ตามมาตรฐาน AASHTO ที่กำหนดค่าเท่ากับ 1.30 พบว่า ในขณะที่รถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วมากกว่า 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ส่งผลทำให้ ค่า DAF สูงกว่ามาตรฐานที่กำหนด

และ จากภาพ 2 พบว่า ช่วงการสั่นสะเทือนจากแรงกระทำ (Forced vibration) ค่าความหน่วงมีผลต่อค่าการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งเล็กน้อย และ สำหรับช่วงการสั่นสะเทือนแบบอิสระ (Free Vibration) ค่าความหน่วงที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่าการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งลดลดอย่างรวดเร็ว

จากการศึกษาพบว่า ค่า DAF เหมาะสมที่จะนำไปประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์ผลตอบสนองต่อการเคลื่อนที่ของยานพาหนะบนโครงสร้างพื้นผิวระบบรางความเร็วสูง



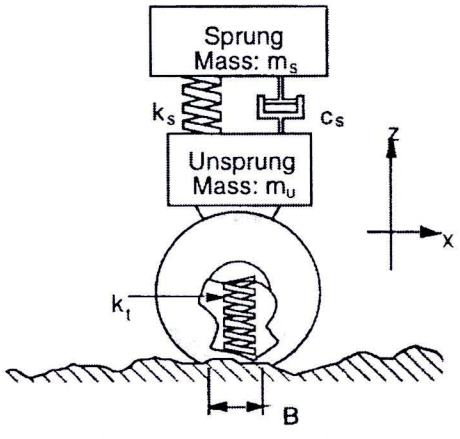
ภาพ 1 แสดงค่า DAF ของการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งของคานสำหรับน้ำหนักบรรทุก และ ความเร็วขนาดต่าง ๆ



ภาพ 2 แสดงค่าการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งสูงสุดสำหรับอัตราส่วนค่าความหน่วงต่าง ๆ

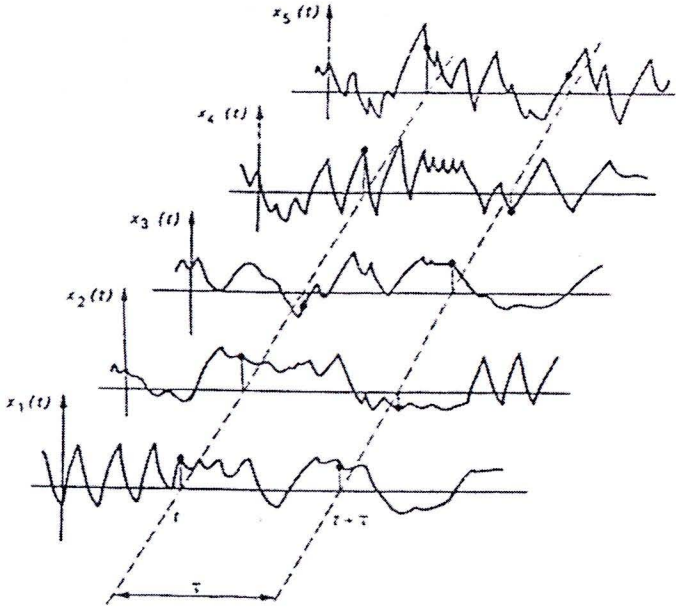
ในปี พ.ศ. 2544 งานวิจัยของ Ahlin, K., EduTech S. และ Sweden. เรื่อง International Roughness Index,IRI,and ISO 2631 vibration evaluation พบว่า ลักษณะของพื้นผิวทางมีความไม่สม่ำเสมอ ส่งผลกระทบต่อการสั่นสะเทือนของการเคลื่อนที่ของยานพาหนะ ดัชนีชี้วัดความขรุขระผิวทาง (International Roughness Index, IRI) เป็นแนวทางในการวัดค่าความขรุขระของพื้นผิว โดยทำการสร้างแบบจำลองยานพาหนะ เพลาเดียว เคลื่อนที่บนพื้นผิวที่มีความไม่สม่ำเสมอ ทำให้เกิดการ เคลื่อนที่ขึ้น-ลง ดังภาพ 3 และ สามารถคำนวณค่า IRI หน่วยวัด IRI (mm/m) จากอัตราส่วนของความสัมพันธ์ของความเร็วเฉลี่ย ระหว่าง m_s และ m_u หารด้วยความเร็ว v และ จากความไม่สม่ำเสมอของผิวทาง ส่งผลทำให้ เกิดการสั่นสะเทือนต่อผู้ใช้ยานพาหนะ (Whole Body Vibration, WBV) ในรูปของมาตรฐาน ISO2631 จากค่าเฉลี่ยรากที่สอง (Root Mean Square, RMS) ของความเร่งห้องผู้โดยสารสะสม โดยคำนึงถึง ความรู้สึกสะดวกสบาย กิจวัตร และ สุขภาพของผู้ใช้ยานพาหนะ

จากการศึกษาพบว่า IRI และ ISO2631 เป็นเครื่องมือในการกำหนดมาตรฐานในการออกแบบพื้นผิวทาง และ สามารถนำมาใช้ในการกำหนดมาตรฐานความขรุขระของพื้นผิวระบบราง และวัดค่าความรู้สึกสะดวกสบายต่อผู้ใช้ยานพาหนะ



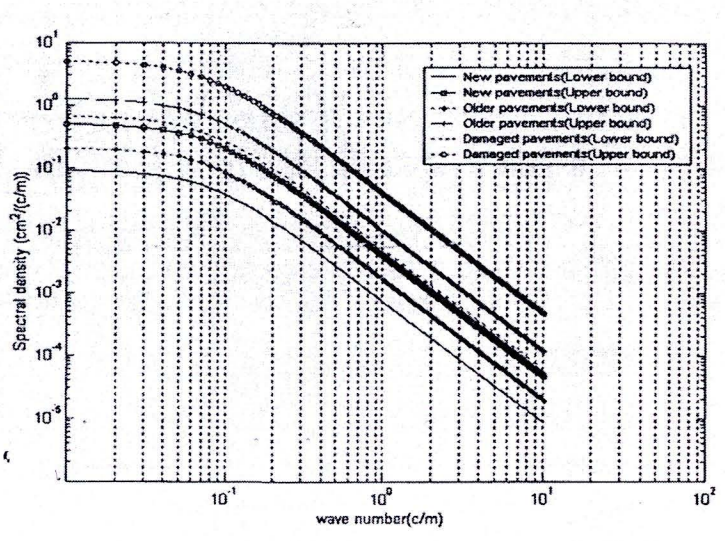
ภาพ 3 แสดงแบบจำลองยานพาหนะทดสอบเพลาเดียว

ในปี พ.ศ. 2545 งานวิจัยของ ฐาวรัตน์ จังชัยศิริวัฒนา เรื่อง ผลกระทบของความขรุขระผิวทางที่มีต่อพลวัตของแรงกระทำที่เพลาของรถบรรทุก ศึกษาผลกระทบของความขรุขระพื้นผิวทางในรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และ โดเมนความถี่ แสดงค่า ฟังก์ชันความหนาแน่นกำลังสเปคตรัล (Power Spectral Density, PSD) ภายใต้ค่า IRI ที่สอดคล้องกับการประเมินสภาพผิวทางที่มีความเสียหาย ผิวทางเก่า และ ผิวทางใหม่ ตามลำดับ และ กำหนดน้ำหนักบรรทุกยานพาหนะ 20 - 40 ตัน เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ 20 - 160 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงผลตอบสนองในรูปของค่า DAF และ ทำการพิจารณาการสั่นสะเทือนของรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่านพื้นผิวที่มีความขรุขระในรูปแบบโดเมนความถี่ (Frequency domain) โดยอาศัยทฤษฎีการสั่นสะเทือนแบบสุ่ม (Random vibration) ดังภาพ 4

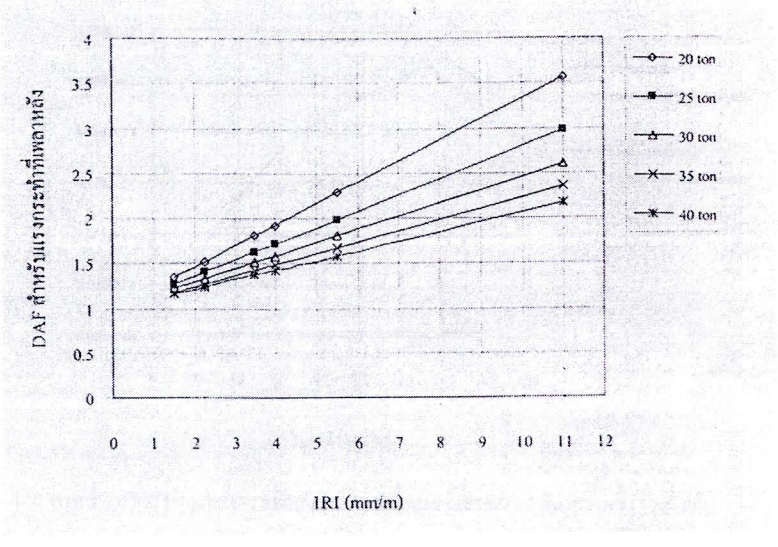


ภาพ 4 แสดงตัวอย่างข้อมูลของกระบวนการสุ่ม

การประเมินผลตอบสนองด้วยฟังก์ชันสหสัมพันธ์ (Autocorrelation function) $R_x(\tau)$ ในรูปแบบการเคลื่อนที่ไม่ขึ้นอยู่กับเวลา $E\left[x(t)x(t+\tau)\right]$ และ ทำการแปลงรูปฟูเรีย์ (Fourier transform) เพื่อให้ได้ค่า PSD ที่ระดับความขรุขระช่วงที่กำหนด ดังภาพ 5



ภาพ 5 แสดงฟังก์ชัน PSD ของความขรุขระของผิวทาง



ภาพ 6 แสดงค่า DAF ของแรงกระทำที่เพลาหลังสะสม ที่ความเร็ว 140 กม./ชม. และ ที่ระดับความขรุขระต่างๆ

จากภาพ 6 พบว่า ค่า DAF มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยแปรผันเชิงเส้นกับ ค่าระดับความขรุขระของพื้นผิวทาง เมื่อถนนมีการใช้งาน จะเกิดการเสื่อมสภาพตามธรรมชาติของผิวทาง และ จากการใช้งานที่เพิ่มขึ้นนำไปสู่ แรงกระทำที่เพิ่มขึ้น ส่งผลต่อเนื่องให้เกิดความเสียหายที่เพิ่มขึ้น และนำไปสู่แรงกระทำที่เพิ่มขึ้นอีกครั้ง เป็นวัฏจักรของค่าความเสียหายของผิวทาง

จากการศึกษาพบว่า กระบวนการสุ่มในพิสัยความถี่ สามารถนำไปใช้ในการจัดระดับความขรุขระของพื้นผิวระบบราง ในรูปแบบของฟังก์ชัน PSD

ในปี พ.ศ. 2545 (ต่อ) งานวิจัยของ Seetapan, P. และ Gasparini, D. เรื่อง Dynamics of bridges for very-high-speed vehicles ศึกษาการเคลื่อนที่ของยานพาหนะความเร็วสูงบนโครงสร้างพื้นฐาน พิจารณาแบบจำลองยานพาหนะรถไฟความเร็วสูง 10 DOF จำนวน 4 เพลา เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่บนโครงสร้างพื้นฐานคานสองช่วง ลักษณะพื้นผิวทำการสร้างแบบจำลองความขรุขระพื้นผิวด้วย ตัวกรองไวท์นอยซ์ จากนั้น คำนวณค่า DAF และค่าความแปรปรวนของโครงสร้างพื้นฐานในรูปแบบโดเมนเวลา และ จัดรูปแบบตัวแปรไร้หน่วย ยกตัวอย่าง ตัวแปรไร้หน่วยความเร็วของยานพาหนะข้ามช่วงคาน (Span crossing rate) ดังสมการ

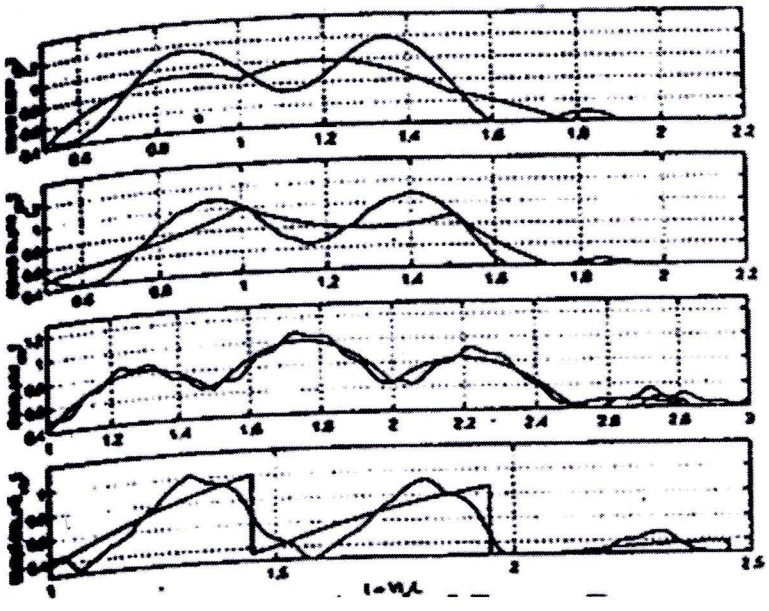
$$f_v = (V / L) / \omega_1 \qquad (2)$$

โดยกำหนดให้

ค่า V คือ ความเร็ว หน่วย m/s

ค่า L คือ ความยาวช่วงคาน หน่วย m

และ ω_1 คือ ค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างลำดับที่ 1 หน่วย rad/s



ภาพ 7 แสดงผลตอบสนองต่อคานในกรณีที่ $f_v = 0.08$ และ ค่าระยะห่างระหว่างเพลาต่อความยาวคาน $l/L = 0.50$

จากนั้นทำการคำนวณค่าผลตอบสนอง ค่า DAF ของระยะโก่งที่กึ่งกลางคาน ดังภาพ 7 พบว่า ค่าระยะห่างระหว่างเพลาต่อความยาวของคาน และ อัตราการมาถึงของเพลาเข้าใกล้ค่าความถี่ธรรมชาติของคาน ลำดับที่ 1 ส่งผลทำให้ค่า DAF ของระยะโก่งที่กึ่งกลางคาน สูงสุดเท่ากับ 1.20 และ ถ้า $f_v = 0.12$ $l/L = 0.50$ และ อัตราการมาถึงของเพลาเข้าใกล้ค่าความถี่ธรรมชาติของคาน ลำดับที่ 2 ส่งผลทำให้ค่า DAF ของโมเมนต์ภายในคาน สูงสุดเท่ากับ 1.30
ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของระบบยานพาหนะบนโครงสร้างพื้นฐาน
จะส่งผลกระทบต่อการเปลี่ยนแปลงค่า DAF

จากการศึกษาพบว่า การกำหนดตัวแปรแบบไร้หน่วยทำให้สะดวกในการศึกษาพารามิเตอร์เกี่ยวเนื่อง และ ใช้คำนวณผลตอบสนองโดยไม่จำกัดเพียงหน่วยใดหน่วยหนึ่ง

ในปี พ.ศ. 2545 (ต่อ) งานวิจัยของ Lei, X. และ Noda, A. N. เรื่อง Analyses of dynamic response of vehicle and track coupling system with random irregularity of track vertical ศึกษาแบบจำลองยานพาหนะรถไฟความเร็วสูง TGV จำนวน 10 DOF เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 80 – 250 กิโลเมตรต่อชั่วโมง บนโครงสร้างพื้นฐานระบบรางยกระดับ และ บนพื้นผิวดิน นำค่าความสัมพันธ์ยานพาหนะบนโครงสร้างพื้นฐาน มาสร้างสมการการเคลื่อนที่ เพื่อคำนวณค่าผลตอบสนองต่อความเร็ว ความเร่ง และ แรงกระทำ ในรูปแบบโดเมนความถี่ โดยทั่วไปความไม่สม่ำเสมอของระบบรางในแนวดิ่งพิจารณาจากขบวนการสเตชั่นนารี่ เอ็ดโกดิก เกาส์เซียน แรนดอม โพรเซส (Stationary ergodic Gaussian random process) ในรูปแบบสมการตรีโกณมิติ ดังสมการ

$$\eta^d(t) = \sum_{k=1}^{N} a_k \sin(\omega_k t + \phi_k) \qquad (3)$$

โดยกำหนดให้

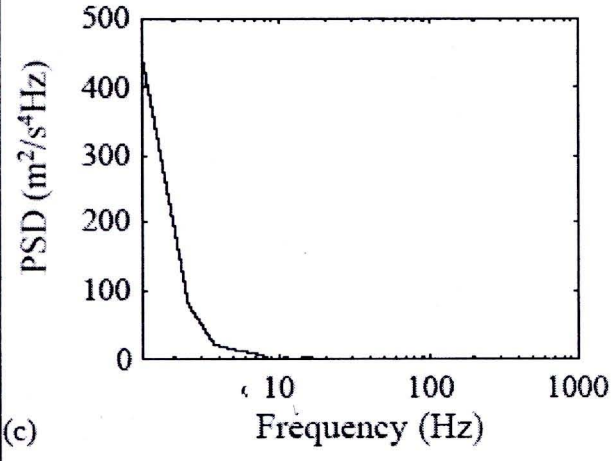
a_k คือ ตัวแปรสุ่มเกาส์เซียน ที่ประกอบด้วยค่าคาดหวัง และ ค่าความแปรปรวน σ_k

ϕ_k คือ ตัวแปรสุ่ม ที่มีค่ากระจายอย่างสม่ำเสมอในช่วง $0-2\pi$

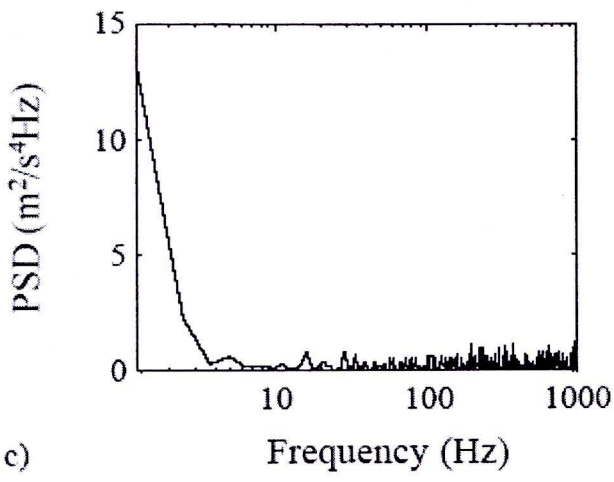
และ $\eta^d(t)$ คือ ขบวนการสโทแคสติก จัดอยู่ในรูปซีรีย์ของตรีโกณมิติ เพื่อคำนวณหาค่า PSD แบ่งตามระดับความขรุขระของระบบราง 6 ระดับ (ระดับที่ 1 ค่าความขรุขระสูงสุด และ ระดับที่ 6 ค่าความขรุขระต่ำสุด ตามลำดับ) โดยค่า PSD อ้างอิงตามมาตรฐานระบบรางรถไฟของสหรัฐอเมริกา (America railway standard)

สำหรับการวิเคราะห์สมการคู่ควบของยานพาหนะต่อระบบราง ใช้วิธีการเฮิร์ทซ (Hertz formula) เนื่องจากช่วยให้สะดวกในการแก้ปัญหาระบบไม่เชิงเส้น และ หลีกเลี่ยงการแก้ปัญหาจากความไม่สมมาตรของระบบคู่ควบ

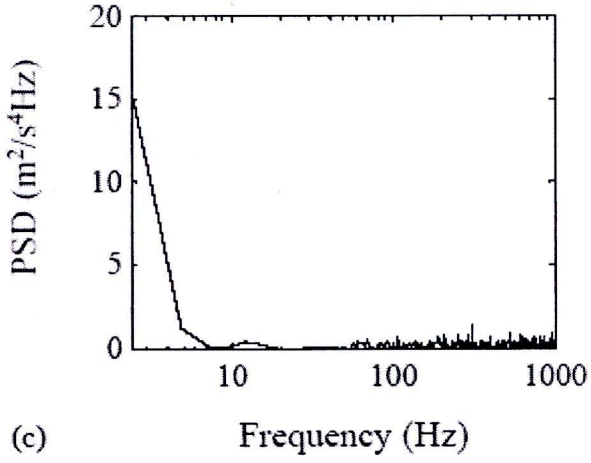
สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
ห้องสมุดงานวิจัย
วันที่ - 5 ก.ค. 2555
เลขทะเบียน 246858
เลขเรียกหนังสือ



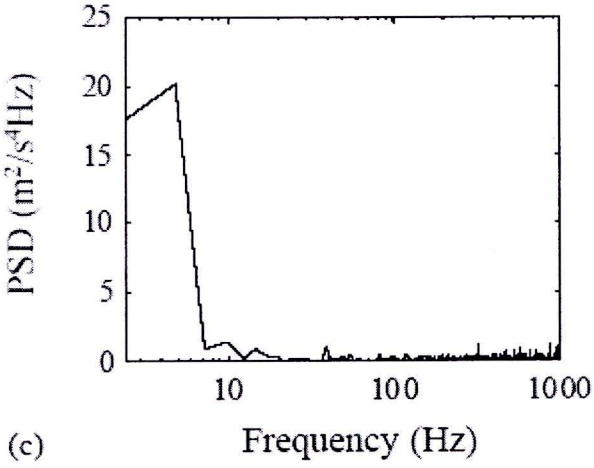
ความเร็ว 80 กม./ชม. ความขรุขระระดับ 1



ความเร็ว 80 กม./ชม. ความขรุขระระดับ 6



ความเร็ว 160 กม./ชม. ความขรุขระระดับ 6



ความเร็ว 250 กม./ชม. ความขรุขระระดับ 6

ภาพ 8 แสดงค่าความถี่ของยานพาหนะที่ระดับความขรุขระ และ ความเร็วต่างๆ

จากภาพ 8 เมื่อยานพาหนะเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 80 กม./ชม. ค่าความถี่ของยานพาหนะเท่ากับ 1 Hz. ที่ระดับความขรุขระ ระดับที่ 6 (ค่าความขรุขระต่ำสุด) และ ถ้าพื้นผิวมีความขรุขระเพิ่มขึ้น จะส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของยานพาหนะเล็กน้อย แต่ถ้ายานพาหนะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงขึ้น จะส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของยานพาหนะสูงถึง 5 - 8 Hz. โดยผู้ใช้ยานพาหนะจะรู้สึกไม่สะดวกสบาย และ เมื่อพิจารณาถึงแรงกระทำแนวดิ่งระหว่างเพลา และ พื้นผิวระบบราง พบว่า ค่าความขรุขระของพื้นผิวที่เพิ่มขึ้นส่งผลทำให้แรงกระทำแนวดิ่งระหว่างเพลา และ พื้นผิวระบบรางสูงขึ้น และ ถ้ายานพาหนะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงขึ้น จะส่งผลทำให้แรงกระทำแนวดิ่งระหว่างเพลา และ พื้นผิวระบบรางสูงขึ้น เช่นกัน

จากการศึกษาพบว่า ขบวนการ สเตชั่นนารี่ เอ็ดโกดิก เกาส์เซียน แรนดอม โพรเซส (Stationary ergodic Gaussian random process) เหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์ความไม่สม่ำเสมอของพื้นผิวระบบราง

ในปี พ.ศ. 2546 งานวิจัยของ Xia, H., Zhang N. และ Roeck, D. G. เรื่อง Dynamic analysis of high speed railway bridge under articulated trains นำเสนอการเคลื่อนที่ของยานพาหนะบนโครงสร้างพื้นฐานด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยทำการสร้างแบบจำลองยานพาหนะรถไฟความเร็วสูง ชื่อ Thalys 1 ขบวน ประกอบด้วยหัวรถจักร 2 ตู้ และ ห้องผู้โดยสาร 8 ตู้ รวม 10 ตู้ ค่า DOF เท่ากับ 115 เคลื่อนที่บนโครงสร้างสะพาน Antoing แบบ U-shaped girder ระหว่าง Paris ถึง Brussels จากนั้นทำการสร้างสมการการเคลื่อนที่ เพื่อคำนวณค่าระยะโก่ง ความเร่งแนวดิ่ง และ แนวราบ ของโครงสร้างพื้นฐาน และ คำนวณค่าความเร่งแนวดิ่ง และ แนวราบ ของห้องผู้โดยสาร เปรียบเทียบกับ ค่าที่เก็บรวบรวมจากภาคสนาม

จากการทดลองพบว่า ค่าความเร่งในแนวดิ่ง และ แนวราบของยานพาหนะ และ โครงสร้างพื้นฐานจะเพิ่มขึ้น เมื่อยานพาหนะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง และ เมื่อยานพาหนะเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 325 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ซึ่งเป็นความเร็วที่ก่อให้เกิดการสั่นพ้อง (Resonant) ค่าความเร่งในแนวดิ่ง และ แนวราบของยานพาหนะ และ โครงสร้างพื้นฐานถึงจุดสูงสุด

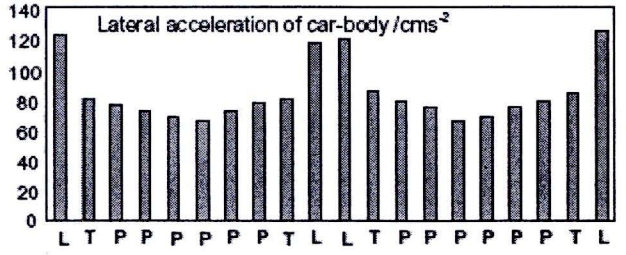
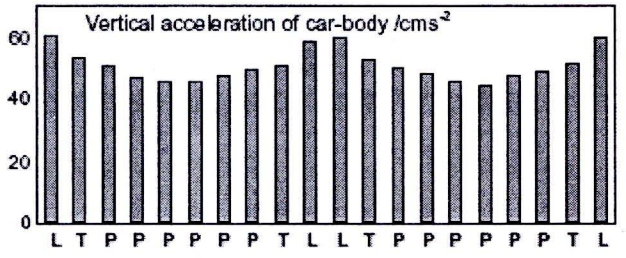


Fig. 22. Maximum lateral accelerations of vehicles.



ภาพ 9 แสดงค่าความเร่งในแนวดิ่ง และ แนวราบของรถไฟ 1 ขบวน (ค่า L คือ หัวรถจักร, T คือ ตู้สัมภาระ และ P คือ ห้องผู้โดยสาร)

จากภาพ 9 ตำแหน่งของหัวรถจักร รถไฟความเร็วสูง Thalys มีค่าความเร่งในแนวดิ่ง และแนวราบสูงสุด และ ค่าความเร่งจะลดลงต่อเนื่อง ตามลำดับตู้โดยสาร โดยมีค่าความเร่งในแนวดิ่งและ แนวราบของตู้โดยสารต่ำสุดประมาณ 70 – 80 % ของค่าความเร่งในแนวดิ่ง และ แนวราบของหัวรถจักร

จากการศึกษาพบว่า ค่าความเร่งสูงสุดเกิดขึ้นที่จุดสั่นพ้องของยานพาหนะบนโครงสร้างพื้นฐาน และ การสร้างแบบจำลองยานพาหนะควรมีคุณสมบัติใกล้เคียงกับหัวรถจักรที่ใช้งานในปัจจุบัน

ในปี พ.ศ. 2548 งานวิจัยของ ปฤษทัศว์ ศีตะปันย์, เอกสิทธิ์ ไม้วัฒนา และ สมชาย ชูชีพสกุล เรื่อง ความสำคัญของความขรุขระพื้นผิวต่อยานพาหนะ และ โครงสร้างพื้นฐาน นำเสนอตัวอย่างข้อมูลความขรุขระพื้นผิวของถนนในประเทศไทยที่เก็บรวบรวมด้วยเครื่องมือบั๊ม อินทิเกรเตอร์ (Bump Integrator, BI) และ ทำการแปลงรูปฟูเรียร์ เป็นโดเมนความถี่ ในรูปของค่า PSD โดยแสดงถึงระดับความขรุขระของพื้นผิวทาง และ พื้นผิวระบบราง เปรียบเทียบกับค่าความขรุขระตามมาตรฐานสากล จากนั้นสร้างแบบจำลองความขรุขระของพื้นผิว ด้วยสมการอนุพันธ์ไวท์นอยซ์ ในส่วนของยานพาหนะ ทำการสร้างแบบจำลองแบบเพลาเดียว 2DOF เคลื่อนที่บนโครงสร้างพื้นฐานสะพานช่วงเดียว จะได้ระบบการเคลื่อนที่ของยานพาหนะบนโครงสร้างพื้นฐาน ทำการสร้างสมการการเคลื่อนที่ ในรูปแบบตัวแปรไร้หน่วย และ ใช้โปรแกรม MATLAB คำนวณค่าผลตอบสนองต่อยานพาหนะ และ โครงสร้างพื้นฐาน ในรูปของ DAF ค่าความแปรปรวน และ ค่าเฉลี่ยรากที่สอง (Root Mean Square, RMS) โดยค่า RMS สามารถคำนวณได้จากสมการ

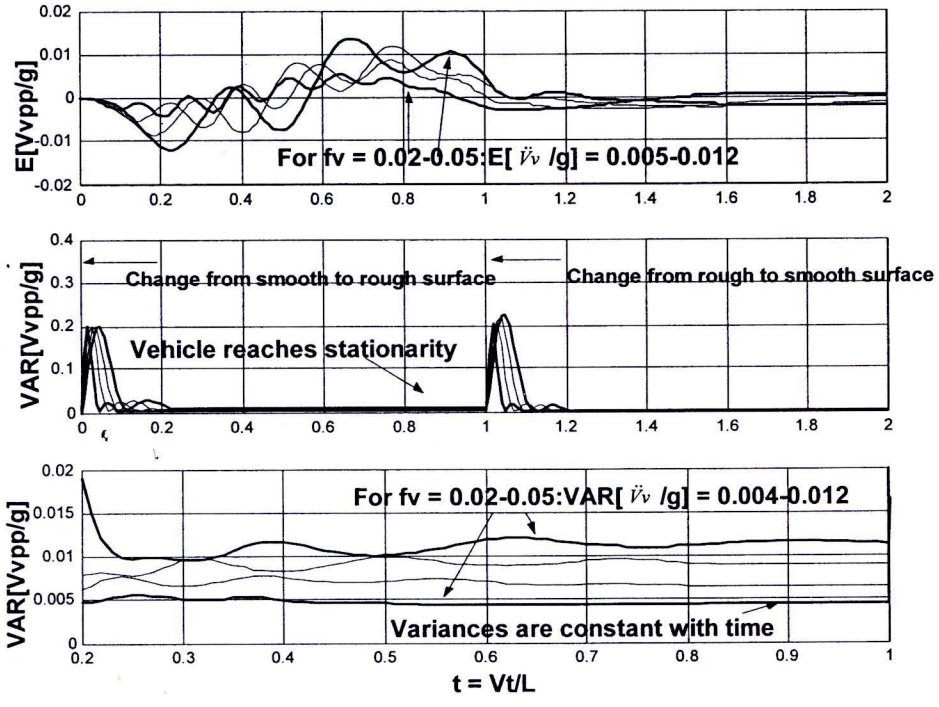
$$RMS = \sqrt{E^2[x] + VAR[x]} \tag{4}$$

โดยกำหนดให้

ค่า $E[x]$ คือ ค่าคาดหวังของ x

และ ค่า $VAR[x]$ คือ ค่าความแปรปรวนของ x

และ จากภาพ 10 พบว่า เมื่อยานพาหนะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง 190 ถึง 380 กม. ต่อ ชม. ค่าความเร่งในแนวดิ่ง ของยานพาหนะ อยู่ระหว่าง 0.018g ถึง 0.032g ส่งผลทำให้ผู้ใช้ยานพาหนะยังคงรู้สึกสะดวกสบาย และ ถ้าพิจารณาค่าความแปรปรวน ของยานพาหนะ ช่วงที่เข้าสู่สเตชั่นนารี่ มีค่าระหว่าง 0.015g ถึง 0.025g ดังนั้นทำการคำนวณ ค่า RMS พบว่า ค่า RMS ของค่าความเร่งในแนวดิ่ง ของยานพหานะ สูงสุดถึง 0.16g ส่งผลทำให้ผู้ใช้ยานพาหนะรู้สึกไม่สะดวกสบาย



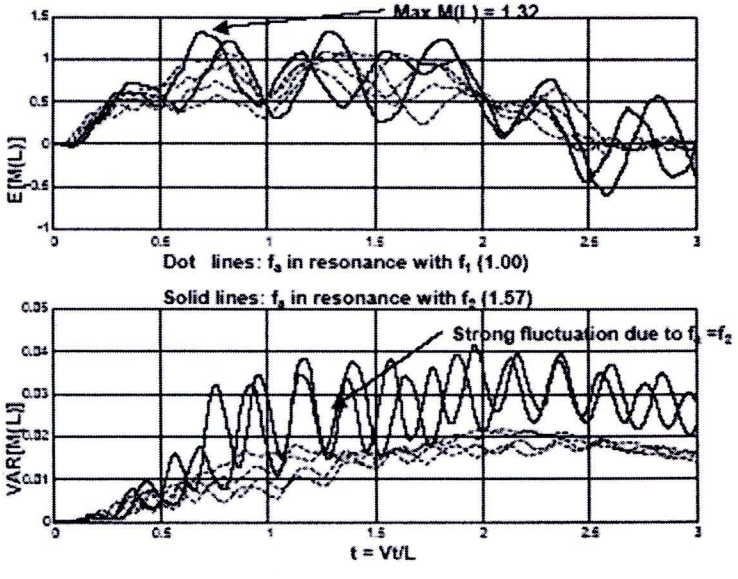
ภาพ 10 แสดงค่าคาดหวัง และ ค่าความแปรปรวน ของยานพาหนะ ในช่วงความเร็วสูง

จากการศึกษาพบว่า ค่าความแปรปรวนของยานพาหนะ เข้าสู่สเตชั่นนารี่ ในขณะที่ ค่าความแปรปรวนของโครงสร้างพื้นฐาน ไม่เข้าสู่สเตชั่นนารี่ และ ค่าคาดหวังเพียงค่าเดียว อาจจะไม่เพียงพอในการวิเคราะห์ผลตอบสนอง จำเป็นต้องพิจารณาค่าความแปรปรวน และ คำนวณค่าผลตอบสนองในรูปแบบของค่า RMS เพราะพารามิเตอร์ที่ศึกษาเกี่ยวเนื่องกับ พารามิเตอร์หลายระบบ ได้แก่ ระบบของพื้นผิวราง ระบบของโครงสร้างพื้นฐาน และ ระบบของยานพาหนะ

ในปี พ.ศ. 2548 (ต่อ) งานวิจัยของ Seetapan, P., Maiwattana, A. และ Chucheepsakul S. เรื่อง Dynamic responses of a two-span beam subjected to 2DOF sprung vehicles นำเสนอหลักการการเคลื่อนที่ของยานพาหนะ 2 เพลา เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่บนโครงสร้างพื้นฐานสะพาน 2 ช่วง ที่มีค่าความขรุขระด้วยขบวนการสุ่ม ผ่านตัวกรองไวท์นอยซ์ และทำการสร้างสมการการเคลื่อนที่ ในรูปแบบของตัวแปรไร้หน่วย จากนั้นคำนวณค่าการโก่ง โมเมนต์แรงเฉือน และ ค่าความเร่งของโครงสร้างพื้นฐาน

ตาราง 1 แสดงค่าความถี่อัตราการมาถึงของเพลาเปรียบเทียบกับตัวแปรไร้หน่วยความเร็วยานพาหนะ และ ระยะห่างระหว่างเพลาต่อความยาวของคาน

f_a for L = 20 m and f_{beam} = 7Hz.		f_v (speed, km/h)			
		0.06(190)	0.08	0.10	0.12(380)
ℓ / L	0.40	***0.94***	1.26	***1.57***	1.88
	0.50	0.75	***1.01***	1.26	***1.51***
	0.60	0.63	0.84	***1.05***	1.26
	0.70	0.54	0.72	0.90	***1.08***



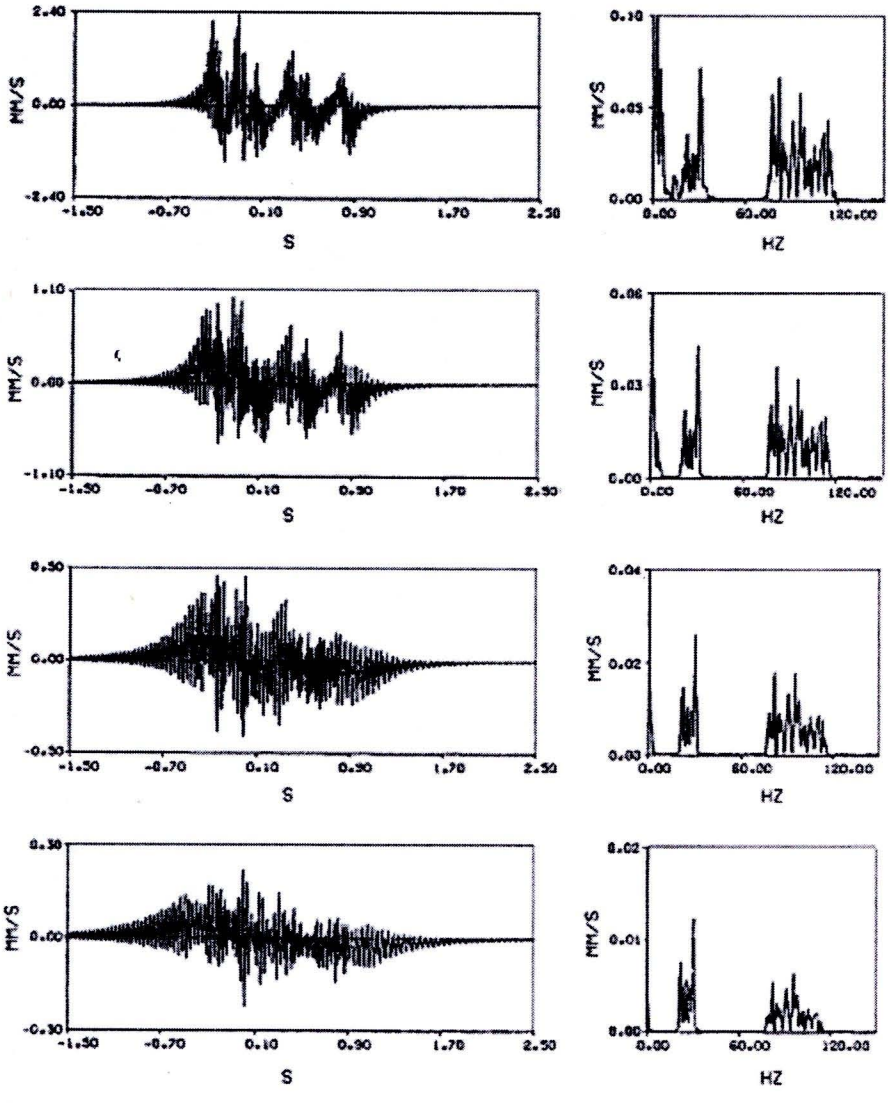
ภาพ 11 แสดงค่าคาดหวัง และ ค่าความแปรปรวนของโมเมนต์ภายใน

จากตาราง 1 พบว่า ค่าความถี่อัตราการมาถึงของเพลา เข้าใกล้ค่าความถี่ธรรมชาติลำดับที่ 1 และ 2 เมื่อค่าระยะห่างระหว่างเพลาต่อความยาวของคานค่าหนึ่งสอดคล้องกับค่าความเร็วของยานพาหนะอีกค่าหนึ่ง ส่งผลทำให้มีค่า DAF สูง และ ค่าความแปรปรวนขยับขึ้นลงอย่างรุนแรง ดังภาพ 11

จากการศึกษาพบว่า ยานพาหนะตั้งแต่สองเพลาขึ้นไป จำเป็นต้องศึกษา ค่าระยะห่างระหว่างเพลาต่อความยาวของคาน และ ค่าความเร็วของยานพาหนะ เพื่อวิเคราะห์ว่าค่าความถี่อัตราการมาถึงของเพลาเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติหรือไม่ ซึ่งถ้าค่าความถี่อัตราการมาถึงของเพลาเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติ จะส่งผลทำให้เกิดการสั่นพ้องขึ้น

ในปี พ.ศ. 2548 (ต่อ) งานวิจัยของ Auersch, L. เรื่อง The excitation of ground vibration by rail traffic: theory of vehicle-track-soil interaction and measurements on high-speed lines นำเสนอการเคลื่อนที่ของยานพาหนะระบบราง ที่ก่อให้เกิดการสั่นสะเทือนบริเวณพื้นผิวดินด้านข้างรางรถไฟ โดยใช้ วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite-Element method) และ วิธีการเบาร์ดารี่ (Boundary method) เพื่อพิจารณาผลตอบสนองต่อค่าความถี่ พบว่า ความไม่สม่ำเสมอของระบบเพลายานพาหนะ ทำให้เกิดผลตอบสนองที่ความถี่สูง และ ความไม่สม่ำเสมอของระบบรางทำให้เกิดผลตอบสนองที่ความถี่ต่ำ

และ สำหรับค่าการสั่นสะเทือนในช่วงความถี่ต่ำจะลดลง เมื่อระยะห่างจากศูนย์กลางรางรถไฟเพิ่มขึ้น สำหรับค่าการสั่นสะเทือนในช่วงความถี่กลาง (10 – 40 Hz) จะเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยเมื่อระยะห่างจากศูนย์กลางรางรถไฟเพิ่มขึ้น และ เนื่องจากคุณสมบัติของดินที่มีค่าความหน่วงสูง ทำให้ค่าการสั่นสะเทือนในช่วงความถี่สูง (80 – 120 Hz) จะลดลงเป็นบริเวณกว้าง เมื่อระยะห่างจากศูนย์กลางรางรถไฟเพิ่มขึ้น ดังภาพ 12



ภาพ 12 แสดงค่าการสั่นสะเทือน และ สเปรกตราฟูเรียร์ ของพื้นผิวดิน จากการเคลื่อนที่ของยานพาหนะที่ระดับความเร็ว 200 กม./ชม. โดยกำหนดระยะห่างจากศูนย์กลางรางรถไฟ 2.5, 5, 10 และ 20 เมตร ตามลำดับภาพ (จากบนลงล่าง)

จากการศึกษาพบว่า ระบบรางแบบวางบนพื้นผิวดิน มีผลกระทบต่อค่าความเสียหายของระบบรางต่ำ เนื่องจากคุณสมบัติของพื้นดินสามารถกระจายช่วงความถี่สูง เมื่อระยะห่างจากศูนย์กลางรางรถไฟเพิ่มขึ้น ดังนั้นการวิเคราะห์โครงสร้างพื้นฐานแบบสะพานแบบต่าง ๆ เหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการศึกษาการเคลื่อนที่ของยานพาหนะบนโครงสร้างพื้นฐาน เนื่องจาก ก่อให้เกิดค่าความเสียหายมากกว่าระบบโครงสร้างพื้นฐานที่วางบนพื้นผิวดิน

ในปี พ.ศ. 2549 งานวิจัยของ Yonglin, Z. และ Jiafan, Z. เรื่อง Numerical simulation of stochastic road process using white noise filtration นำเสนอวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข เพื่อคำนวณการเคลื่อนที่ของยานพาหนะ 6 เพลา (เพลาด้านซ้าย และ เพลาด้านขวา จำนวนด้านละ 3 เพลา) บนพื้นผิวถนนในรูปแบบโดเมนของเวลา โดยใช้ตัวกรองไวท์นอยซ์ ขบวนการสโทแคสติก ที่แสดงค่าการทรุดตัวของพื้นผิวทางที่ไม่สม่ำเสมอ $q_i(t)$ ที่จุด i ใดๆ ดังสมการ

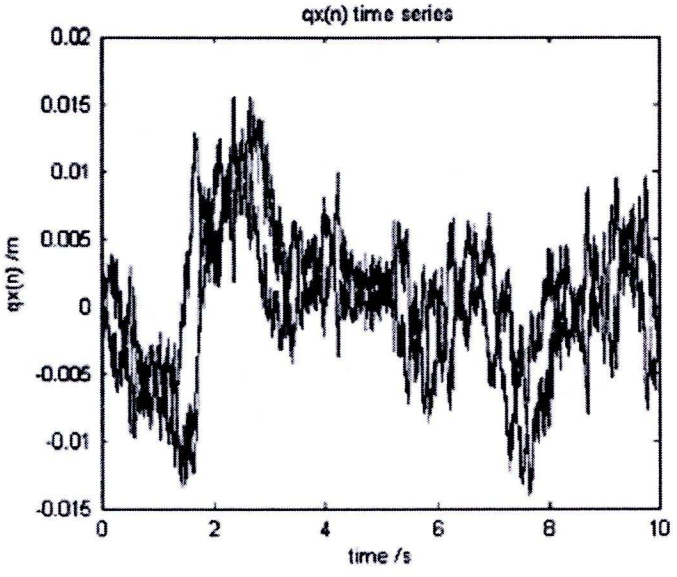
$$\dot{q}_i(t) + \alpha u q_i(t) = \xi_i(t) \tag{5}$$

โดยกำหนดให้

ค่า α คือ ค่าคงที่ของผิวทางที่สัมพันธ์กับระดับความขรุขระพื้นผิวทาง

และ ค่า $\xi_i(t)$ คือ ค่าเฉลี่ยไวท์นอยซ์ (Zero-mean white noise) ในรูปแบบความแปรปรวนร่วม $E\left[\xi_i(t)\xi_i(\tau)\right] = 2\alpha u\beta^2\delta(t-\tau)$ โดยที่ ค่า β คือ ค่าคงที่ความไม่สม่ำเสมอของผิวทาง และ $\delta(t)$ คือ ฟังก์ชันไดแรค (Dirac function)

จากสมการดังกล่าว นำมาจัดรูปสมการโดยอาศัยหลักการแปลงรูปลาปลาส(Laplace transform) และ แก้สมการอนุพันธ์ เพื่อหาค่าความไม่สม่ำเสมอของพื้นผิวดังภาพ 13



ภาพ 13 แสดงค่าความไม่สม่ำเสมอของพื้นผิว ในรูปแบบโดเมนเวลา

จากการศึกษาพบว่า สามารถนำหลักการ ตัวกรองไวท์นอยซ์ ขบวนการสโทแคสติก มาใช้ในการสร้างแบบจำลองความขรุขระของพื้นผิว ระบบรางความเร็วสูง