

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนรู้เป็นคู่ร่วมกับเทคนิค KWDL ของนักเรียนโครงการหลักสูตรพัฒนาและส่งเสริมผู้มีความสามารถทางวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องประกอบด้วย

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 : กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
 - 1.2 คุณภาพของผู้เรียน
 - 1.3 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้
2. หลักสูตรโครงการ SMA โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย : กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.1 บทนำ
 - 2.2 วิสัยทัศน์
 - 2.3 พันธกิจ
 - 2.4 เป้าหมายในการพัฒนานักเรียน
 - 2.5 หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
3. การสอนคณิตศาสตร์
 - 3.1 หลักการสอนคณิตศาสตร์
 - 3.2 เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์
 - 3.3 หลักสูตรการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
4. การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL
 - 4.1 ความหมายของเทคนิค KWDL
 - 4.2 ขั้นตอนการสอนโดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL



5. การเรียนเป็นคู่

5.1 ความหมายของการเรียนเป็นคู่

5.2 รูปแบบของการเรียนเป็นคู่

5.3 ข้อดีของการเรียนเป็นคู่

5.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการเรียนเป็นคู่

6. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

6.1 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

6.2 มาตรฐานทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

6.3 ทักษะ/กระบวนการด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

6.4 ทักษะ/กระบวนการด้านการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

6.5 ทักษะ/กระบวนการด้านการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

7. ลักษณะอันพึงประสงค์

8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

8.1 งานวิจัยในประเทศ

8.2 งานวิจัยต่างประเทศ



หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 : กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ : ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด : ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต : รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric

transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

พีชคณิต : แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น : การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1. สารและมาตรฐานการเรียนรู้

1.1 สารที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวน และความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

1.2 สารที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

1.3 สารที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิรนัยภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

1.4 สารที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

1.5 สารที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้ อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหา

1.6 สารที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. คุณภาพของผู้เรียน

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

สามารถสร้าง และอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียน และสันตรง อธิบายลักษณะ และสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ใน

การให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้

สามารถนึกภาพ และอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ

สามารถวิเคราะห์ และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จะเห็นว่าหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 : กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล

3. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

3.1 จุดมุ่งหมายของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2553, หน้า 2) ได้กำหนดจุดมุ่งหมายของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ดังนี้

1. การวัด และประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนต้องอยู่บนจุดมุ่งหมายพื้นฐาน

2 ประการ

1.1 ประการที่ 1 การวัดและประเมินผลเพื่อพัฒนาผู้เรียน โดยเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับผลการเรียนและการเรียนรู้ของผู้เรียนในระหว่างการเรียนการสอนอย่างต่อเนื่อง บันทึก วิเคราะห์ แปลความหมายข้อมูล แล้วนำมาใช้ในการส่งเสริมหรือปรับปรุงแก้ไขการเรียนรู้ของผู้เรียนและการสอนของครู การวัดและประเมินผลกับการสอนจึงเป็นเรื่องที่สัมพันธ์กัน หากขาดสิ่งหนึ่งสิ่งใดการเรียนการสอนก็ขาดประสิทธิภาพ การประเมินระหว่างการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาการเรียนรู้เช่นนี้เป็นการวัดและประเมินผลเพื่อการพัฒนา (Formative Assessment) ที่เกิดขึ้นในห้องเรียนทุกวัน เป็นการประเมินเพื่อให้รู้จุดเด่น จุดที่ต้องปรับปรุง จึงเป็นข้อมูลเพื่อใช้ในการพัฒนา ในการเก็บข้อมูล ผู้สอนต้องใช้วิธีการและเครื่องมือการประเมินที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การซักถาม การระดมความคิดเห็นเพื่อให้ได้มติข้อสรุปของประเด็นที่กำหนด การใช้แฟ้มสะสมงาน การใช้ภาระงานที่เน้นการปฏิบัติ การประเมินความรู้เดิม การให้ผู้เรียนประเมินตนเอง การให้เพื่อนประเมินเพื่อน และการใช้เกณฑ์การให้คะแนน (Rubrics) สิ่งสำคัญที่สุดในการประเมินเพื่อพัฒนา คือ การให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียนในลักษณะคำแนะนำที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ทำให้การเรียนรู้พอกพูน แก้ไขความคิด ความเข้าใจเดิมที่ไม่ถูกต้อง ตลอดจนการให้ผู้เรียนสามารถตั้งเป้าหมายและพัฒนาตนได้

1.2 ประการที่ 2 การวัดและประเมินผลเพื่อตัดสินผลการเรียน เป็นการประเมินสรุปผลการเรียนรู้ (Summative Assessment) ซึ่งมีหลายระดับ ได้แก่ เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียน จบรายวิชาเพื่อตัดสินให้คะแนน หรือให้ระดับผลการเรียน ให้การรับรองความรู้ความสามารถของผู้เรียนว่าผ่านรายวิชาหรือไม่ ควรได้รับการเลื่อนชั้นหรือไม่ หรือสามารถจบหลักสูตรหรือไม่ ในการประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียนที่ดีต้องให้อิทธิพลผู้เรียนแสดงความรู้ความสามารถด้วยวิธีการที่หลากหลายและพิจารณาตัดสินบนพื้นฐานของเกณฑ์ผลการปฏิบัติมากกว่าใช้เปรียบเทียบระหว่างผู้เรียน

3.2 การประเมินผลการเรียนรู้ตามกลุ่มสาระการเรียนรู้

สำนักงานวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2553, หน้า 40) ได้กำหนดจุดมุ่งหมายของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ดังนี้

1. การประเมินผลการเรียนรู้ตามกลุ่มสาระการเรียนรู้ทั้ง 8 กลุ่มสาระ เป็นการประเมินความรู้ ความสามารถ ทักษะ เจตคติ ทักษะการคิดที่กำหนดอยู่ในตัวชี้วัดในหลักสูตร ซึ่งจะ

นำไปสู่การสรุปผลการเรียนรู้ของผู้เรียนตามมาตรฐานการเรียนรู้ต่อไป ภารกิจของสถานศึกษาในการดำเนินการประเมินผลการเรียนรู้ตามกลุ่มสาระการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังนี้

1.1 กำหนดสัดส่วนคะแนนระหว่างเรียนกับคะแนนปลายปี/ปลายภาค โดยให้ความสำคัญของคะแนนระหว่างเรียนมากกว่าคะแนนปลายปี/ปลายภาค เช่น 60 : 40, 70 : 30, 80 : 20 เป็นต้น

1.2 กำหนดเกณฑ์การตัดสินผลการเรียน โดยพิจารณาความเหมาะสมตามระดับชั้นเรียน เช่นระดับประถมศึกษาอาจกำหนดเป็นระดับผลการเรียน หรือระดับคุณภาพการปฏิบัติของผู้เรียน เป็นระบบตัวเลขระบบตัวอักษร ระบบร้อยละ หรือระบบที่ใช้คำสำคัญสะท้อนมาตรฐาน สำหรับระดับมัธยมศึกษากำหนดเป็นระดับผลการเรียน 8 ระดับ และกำหนดเงื่อนไขต่าง ๆ ของผลการเรียน เช่น การประเมินที่ยังไม่สมบูรณ์ (ร) การไม่มีสิทธิเข้ารับการสอบปลายภาค (มส) เป็นต้น นอกจากนี้ สถานศึกษาอาจกำหนดคุณลักษณะของความสำเร็จตามมาตรฐานการศึกษาแต่ละชั้นปีเป็นระดับคุณภาพเพิ่มอีกก็ได้

1.3 กำหนดแนวปฏิบัติในการสอนซ่อมเสริมระหว่างเรียน กรณีผู้เรียนมีผลการประเมินตัวชี้วัด/มาตรฐานการเรียนรู้ไม่ผ่านตามเกณฑ์ที่สถานศึกษากำหนด

1.4 กำหนดแนวปฏิบัติในการสอนซ่อมเสริม การสอบแก้ตัว กรณีผู้เรียนมีระดับผลการเรียน “0” หรือมีระดับคุณภาพต่ำกว่าเกณฑ์ และแนวดำเนินการกรณีผู้เรียนมีผลการเรียนที่มีเงื่อนไข คือ “ร” หรือ “มส”

1.5 กำหนดแนวปฏิบัติในการอนุมัติผลการเรียน

1.6 กำหนดแนวทางในการรายงานผลการประเมินต่อผู้เกี่ยวข้อง

3.3 เกณฑ์การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ระดับมัธยมศึกษา

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2553, หน้า 21) ได้กำหนดเกณฑ์การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ระดับมัธยมศึกษา ประกอบด้วย การตัดสินผลการเรียนและการให้ระดับผลการเรียน ดังนี้

1. การตัดสินผลการเรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดหลักเกณฑ์การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ เพื่อดัดสินผลการเรียนของผู้เรียน ดังนี้

1.1 ตัดสินผลการเรียนเป็นรายวิชา ผู้เรียนต้องมีเวลาเรียนตลอดภาคเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของเวลาเรียนทั้งหมดในรายวิชานั้น ๆ

1.2 ผู้เรียนต้องได้รับการประเมินทุกตัวชี้วัดและผ่านตามเกณฑ์ที่
สถานศึกษากำหนด

1.3 ผู้เรียนต้องได้รับการตัดสินผลการเรียนทุกรายวิชา

1.4 ผู้เรียนต้องได้รับการประเมินและมีผลการประเมินผ่านตามเกณฑ์ที่
สถานศึกษากำหนดในการอ่าน คิดวิเคราะห์ และเขียน คุณลักษณะอันพึงประสงค์ และกิจกรรม
พัฒนาผู้เรียน เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ ผู้สอนต้องตรวจสอบความรู้
ความสามารถที่แสดงพัฒนาการของผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอและต่อเนื่อง อีกทั้งต้องสร้างให้ผู้เรียน
รับผิดชอบการเรียนรู้ของตนด้วยการตรวจสอบความก้าวหน้าในการเรียนของตนเองอย่าง
สม่ำเสมอเช่นกัน ตัวชี้วัดซึ่งมีความสำคัญในการนำมาใช้ออกแบบหน่วยการเรียนรู้นั้นยังเป็น
แนวทางสำหรับผู้สอนและผู้เรียนใช้ในการตรวจสอบย้อนกลับว่าผู้เรียนเกิดการเรียนรู้หรือยัง
การประเมินในชั้นเรียนซึ่งต้องอาศัยทั้งการประเมินเพื่อการพัฒนาและการประเมินเพื่อสรุปการ
เรียนรู้จะเป็นเครื่องมือสำคัญในการตรวจสอบความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของผู้เรียน สถานศึกษา
โดยผู้สอนกำหนดเกณฑ์ที่ยอมรับได้ในการผ่านตัวชี้วัดทุกตัวให้เหมาะสมกับบริบทของสถานศึกษา
กล่าวคือ ให้ท้าทายการเรียนรู้ ไม่ยากหรือง่ายเกินไป เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการประเมินว่าสิ่งที่
ผู้เรียนรู้ เข้าใจทำได้นั้น เป็นที่น่าพอใจ บรรลุตามเกณฑ์ที่ยอมรับได้ หากยังไม่บรรลุจะต้องหา
วิธีการช่วยเหลือ เพื่อให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาสูงสุด การกำหนดเกณฑ์นี้ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียน
ร่วมกำหนดด้วยได้ เพื่อให้เกิดความรับผิดชอบร่วมกันและสร้างแรงจูงใจในการเรียน การประเมิน
เพื่อการพัฒนาส่วนมากเป็นการประเมินอย่างไม่เป็นทางการ เช่น สังเกต หรือซักถามหรือการ
ทดสอบย่อย ในการประเมินเพื่อพัฒนานี้ ควรให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาจนผ่านเกณฑ์ที่ยอมรับ
ได้ ผู้เรียนแต่ละคนอาจใช้เวลาเรียนและวิธีการเรียนที่แตกต่างกัน ฉะนั้นผู้สอนควรนำข้อมูลที่ได้มา
ใช้ปรับวิธีการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาเต็มศักยภาพ อันจะนำไปสู่การบรรลุมาตรฐานการ
เรียนรู้ในท้ายที่สุดอย่างมีคุณภาพ การประเมินเพื่อการพัฒนาจึงไม่จำเป็นต้องตัดสินให้คะแนน
เสมอไป การตัดสินให้คะแนนหรือให้เป็นระดับคุณภาพควรดำเนินการโดยใช้การประเมินสรุป
ผลรวมเมื่อจบหน่วยการเรียนรู้และจบรายวิชา

การตัดสินผลการเรียน ตัดสินเป็นรายวิชา โดยใช้ผลการประเมินระหว่างภาค
และปลายภาคตามสัดส่วนที่สถานศึกษากำหนด ทุกรายวิชาต้องได้รับการตัดสินและให้ระดับ
ผลการเรียน ทั้งนี้ ผู้เรียนต้องผ่านทุกรายวิชาพื้นฐาน

2. การให้ระดับผลการเรียน

การตัดสินเพื่อให้ระดับผลการเรียนรายวิชาของกลุ่มสาระการเรียนรู้ ให้ใช้ตัวเลขแสดงระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับ การตัดสินผลการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานใช้ระบบผ่านและไม่ผ่าน โดยกำหนดเกณฑ์การตัดสินผ่านแต่ละรายวิชาที่ร้อยละ 50 จากนั้นจึงให้ระดับผลการเรียนที่ผ่าน สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย ใช้ตัวเลขแสดงระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับ แนวการให้ระดับผลการเรียน 8 ระดับ และความหมายของแต่ละระดับ ดังนี้

ช่วงคะแนนร้อยละ 80 - 100	ระดับผลการเรียน 4	ความหมาย ดีเยี่ยม
ช่วงคะแนนร้อยละ 75 - 79	ระดับผลการเรียน 3.5	ความหมาย ดีมาก
ช่วงคะแนนร้อยละ 70 - 74	ระดับผลการเรียน 3	ความหมาย ดี
ช่วงคะแนนร้อยละ 65 - 69	ระดับผลการเรียน 2.5	ความหมาย ค่อนข้างดี
ช่วงคะแนนร้อยละ 60 - 64	ระดับผลการเรียน 2	ความหมาย ปานกลาง
ช่วงคะแนนร้อยละ 55 - 59	ระดับผลการเรียน 1.5	ความหมาย พอใช้
ช่วงคะแนนร้อยละ 50 - 54	ระดับผลการเรียน 1	ความหมาย ผ่านเกณฑ์

ขั้นต่ำ

ช่วงคะแนนร้อยละ 80 - 49	ระดับผลการเรียน 0	ความหมาย ต่ำกว่า
-------------------------	-------------------	------------------

เกณฑ์

ในกรณีที่ไม่สามารถให้ระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับได้ ให้ใช้ตัวอักษรระบุเงื่อนไขของผลการเรียน ดังนี้

“มส” หมายถึง ผู้เรียนไม่มีสิทธิเข้ารับการวัดผลปลายภาคเรียน เนื่องจากผู้เรียนมีเวลาเรียนไม่ถึงร้อยละ 80 ของเวลาเรียนในแต่ละรายวิชา และไม่ได้รับการผ่อนผันให้เข้ารับการวัดผลปลายภาคเรียน

“ร” หมายถึง รอคการตัดสินและยังตัดสินผลการเรียนไม่ได้ เนื่องจากผู้เรียนไม่มีข้อมูล ผลการเรียนรายวิชานั้นครบถ้วน ได้แก่ ไม่ได้วัดผลระหว่างภาคเรียน/ปลายภาคเรียน ไม่ได้ส่งงานที่มอบหมายให้ทำ ซึ่งงานนั้นเป็นส่วนหนึ่งของการตัดสินผลการเรียน หรือมีเหตุสุดวิสัยที่ทำให้ประเมินผลการเรียนไม่ได้



หลักสูตรโครงการพัฒนาและส่งเสริมนักเรียนผู้มีความสามารถพิเศษด้านวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ (SMA) โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย

1. บทนำ

ในปีการศึกษา 2547 โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย อำเภอหาดใหญ่ จังหวัดสงขลา ได้ตระหนักถึงนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ในภาคใต้ โดยเฉพาะอำเภอหาดใหญ่ จังหวัดสงขลา และจังหวัดใกล้เคียง ไม่ได้รับการพัฒนาอย่างเต็มศักยภาพ โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัยควรเป็นโรงเรียนแกนนำในการพัฒนานักเรียนเหล่านี้ จึงร่วมกับชุมชนซึ่งมีคณะกรรมการสถานศึกษา และได้รับความเห็นชอบจากกระทรวงศึกษาธิการ ได้จัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์โดยใช้ชื่อ โครงการหลักสูตรพัฒนา และส่งเสริมผู้มีความสามารถทางวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ (Science Math Ability) โดยใช้ชื่อย่อว่าโครงการ SMA โดยจัดในช่วงชั้นที่ 3 เริ่มจัดการเรียนการสอนปีแรกในปีการศึกษา 2547 ในการจัดหลักสูตรการเรียนการสอนเน้นหลักสูตรสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษโดยใช้กรอบวิธี 4 วิธีมาผสมผสานในการจัดหลักสูตร โครงการ คือ ปรับหลักสูตร ย่อหลักสูตร (Acceleration) ซึ่งย่อเวลาเรียนตามโครงสร้างหลักสูตร ให้เร็วกว่าหลักสูตรปกติ จัดทำหลักสูตรแบบเพิ่มพูนประสบการณ์ (Enrichment Program) โดยจัดกิจกรรมเสริมสนองต่อความสามารถของแต่ละคน เช่น การจัดค่ายอัจฉริยะการส่งเสริมการแข่งขันต่าง ๆ การใช้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้ให้คำปรึกษาดูแล (Mentoring) และจัดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้จัดการเรียนการสอน มาจนถึงปัจจุบัน

2. วิสัยทัศน์

โครงการพัฒนาและส่งเสริมผู้ที่มีความสามารถพิเศษทางด้านวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ (SMA) มุ่งมั่นให้นักเรียนพัฒนาความรู้ด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เต็มตามศักยภาพสามารถใช้ภาษา และเทคโนโลยี เพื่อการเรียนรู้ คู่คุณธรรมสู่สากล

3. พันธกิจ

3.1 ด้านนักเรียน

3.1.1 ส่งเสริมและพัฒนาความสามารถพิเศษของนักเรียนเฉพาะด้านอย่างต่อเนื่อง และยั่งยืน

3.1.2 ส่งเสริมให้ครูได้พัฒนาเทคนิคและวิธีการจัดการเรียนรู้อย่างหลากหลาย เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

3.2 ด้านครู

3.2.1 ส่งเสริมให้ครูได้พัฒนาองค์ความรู้และเทคนิควิทยาการสมัยใหม่อย่างหลากหลาย

3.2.2 ส่งเสริมให้ครูได้พัฒนาเทคนิคและวิธีการจัดการเรียนรู้อย่างหลากหลาย

3.3 ด้านสิ่งแวดล้อม

3.3.1 ส่งเสริมและพัฒนาแหล่งเรียนรู้ เทคโนโลยีที่ทันสมัยอย่างหลากหลาย และเฉพาะทาง ให้สอดคล้องกับศักยภาพของนักเรียน

3.3.2 ส่งเสริมการจัดกิจกรรมที่พัฒนาสุขภาพกาย สุขภาพจิตทางไกล ยาเสพติด และอบายมุข

3.4 ด้านการบริหาร

3.4.1 พัฒนาลักสูตรให้สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลาง และจัดหลักสูตรเพิ่มเติมที่มีเนื้อหาเข้มข้น

3.4.2 พัฒนาระบบบริหารจัดการทรัพยากรเพื่อการศึกษาให้มีประสิทธิภาพ

3.5 ด้านชุมชนและสังคม

3.5.1 สนับสนุนให้ผู้ปกครองมีส่วนร่วมในการจัดการศึกษา เพื่อยกระดับคุณภาพนักเรียนทางด้านวิชาการ คุณธรรม จริยธรรม และบุคลิกภาพ

3.5.2 ส่งเสริม และสนับสนุนให้ชุมชน และสังคมมีส่วนร่วมในการจัดหาแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลาย

4. เป้าหมายในการพัฒนานักเรียน

โครงการ SMA มุ่งจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนมีลักษณะดังนี้

4.1 มีความรู้ในหลักการพื้นฐานด้านคณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์

4.2 มีทักษะการใช้ภาษาและเทคโนโลยี

4.3 เรียนรู้ รักการอ่าน และการค้นคว้าเป็นระบบ

4.4 มีความคิดสร้างสรรค์เป็นนักคิด ประดิษฐ์ และพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์

คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี

4.5 มีคุณธรรมและค่านิยมอันพึงประสงค์

4.6 ภูมิใจในความเป็นไทย

4.7 อนุรักษ์วัฒนธรรมไทย ธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อม

4.8 ทำประโยชน์ และสร้างสิ่งดีงามให้กับสังคม

4.9 รู้จักดูแลตนเองให้เข้มแข็งทั้งกายและใจ

5. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ตาราง 1 แสดงโครงสร้างสาระการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โครงการ SMA โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย

ชั้นเรียน / ภาคเรียน	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
รหัสวิชา ค 21203	1. จำนวนและตัวเลข	8
ม. 1 ภาคเรียนที่ 1	2. การเตรียมความพร้อมในการให้เหตุผล	12
(2 ชั่วโมง/สัปดาห์)	3. เลขยกกำลังและสมบัติของเลขยกกำลัง	16
	4. การประยุกต์ 1	4
รวม		40
รหัสวิชา ค 21204	1. พหุนามและเศษส่วนของพหุนามอย่างง่าย	18
ม. 1 ภาคเรียนที่ 2	2. การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	16
(2 ชั่วโมง/สัปดาห์)	3. การประยุกต์ 2	6
รวม		40
รหัสวิชา ค 22203	1. การแยกตัวประกอบของพหุนาม	20
ม. 2 ภาคเรียนที่ 1	2. สมการกำลังสอง	12
(2 ชั่วโมง/สัปดาห์)	3. พาราโบลา	8
รวม		40
รหัสวิชา ค 22204	1. กรณฑ์ที่สอง	12
ม. 2 ภาคเรียนที่ 2	2. ระบบสมการ	12
(2 ชั่วโมง/สัปดาห์)	3. การแปรผัน	16
รวม		40
รหัสวิชา ค 23203	1. การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	20
ม. 3 ภาคเรียนที่ 1	2. เศษส่วนพหุนาม	10
(2 ชั่วโมง/สัปดาห์)	3. ปริมาตรและพื้นที่ผิว	10
รวม		40
รหัสวิชา ค 23204	1. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	30
ม. 3 ภาคเรียนที่ 2	2. การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์	10
(2 ชั่วโมง/สัปดาห์)		
รวม		40

ตาราง 2 แสดงโครงสร้างรายวิชา ค 21203 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม SMA ระดับชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จำนวน ชั่วโมง	คะแนน
1. จำนวน และตัวเลข	1. อ่านและเขียนตัวเลขโรมันได้ 2. บอกค่าของเลขโดดในตัวเลข ฐานต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้ 3. เขียนตัวเลขฐานที่กำหนดให้เป็น ตัวเลขฐานต่าง ๆ ได้	ระบบตัวเลขโรมัน ระบบ ตัวเลขฐานต่าง ๆ การหาค่า ของเลขโดดในตัวเลขฐาน ต่าง ๆ การเขียนตัวเลขฐานที่ กำหนดให้เป็นตัวเลขฐาน ต่าง ๆ และการประยุกต์ใช้	8	20
2. การ เตรียม ความพร้อม ในการให้ เหตุผล	1. สังเกต รวบรวมและวิเคราะห์ ข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ และให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อย่างง่ายได้	การเขียนข้อความคาดการณ์ ประโยคเงื่อนไข บทกลับของ ประโยคเงื่อนไข การให้ เหตุผล และการพิสูจน์ทฤษฎี บททางคณิตศาสตร์เบื้องต้น	12	20
3. เลขยก กำลังและ สมบัติของ เลขยกกำลัง	1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับนิยามของเลข ยกกำลังในการแก้ปัญหาได้ 2. คูณและหารจำนวนที่อยู่ในรูป เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น จำนวนเต็ม โดยใช้บทนิยามและ สมบัติของเลขยกกำลัง และ นำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	การใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวน เต็มและเลขยกกำลังในการ แก้ปัญหา การคูณและหาร จำนวนที่เขียนอยู่ในรูป เลขยก กำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น จำนวนเต็มโดยใช้บทนิยาม และสมบัติของเลขยกกำลัง และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	16	40

ตาราง 2 (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จำนวน ชั่วโมง	คะแนน
	3. คำนวณและใช้เลขยกกำลังในการเขียนแสดงจำนวน ที่มีค่าน้อย ๆ หรือมาก ๆ ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์	การคำนวณ และการใช้ เลขยกกำลังในการเขียนแสดงจำนวน ที่มี คำน้อย ๆ หรือมาก ๆ ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์		
	4. แก่สมการเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้	(scientific notation) และตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้		
4. การประยุกต์ 1	1. ใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาได้	การใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต จำนวนนับ ร้อยละในชีวิตประจำวัน และปัญหาชวนคิด	4	20
	2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			

ตาราง 3 แสดงโครงสร้างรายวิชา ค 21204 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม SMA กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จำนวน ชั่วโมง	คะแนน
1. พหุนาม และ เศษส่วนของพหุนามอย่างง่าย	1. หาผลบวก ผลลบ ผลคูณและผลหารของเอกนามและพหุนามอย่างง่ายได้	หาผลบวกและผลลบของเอกนามและพหุนาม หาผลคูณและผลหารของเอกนามและพหุนามอย่างง่าย การบวก การลบ การคูณ และการหารพหุนาม การบวก การลบ	18	45
	2. หาผลบวก และผลลบของเศษส่วนของพหุนามที่มีดีกรีไม่เกิน 1 ได้	การลบ การคูณ และการหารพหุนาม การบวก การลบ		
	3. หาผลคูณ และผลหารของเศษส่วนของพหุนามที่มีดีกรีไม่เกิน 1 ได้	การคูณ และการหารเศษส่วนของพหุนาม		

ตาราง 3 (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จำนวนชั่วโมง	คะแนน
	4. หาผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารของเศษส่วนของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่า 1 ได้			
2. การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน	1. ใช้ ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วนและ ร้อยละ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้	การใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ อัตราส่วนของ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ	16	35
3. การประยุกต์ 2	1. ใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้	การใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับ แบบรูปของจำนวน ข่ายงานและการประยุกต์ของเศษส่วนและทศนิยม	6	20

การสอนคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้นั้น เกิดจากการจัดประสบการณ์ที่เหมาะสมให้แก่ผู้เรียนได้ศึกษา วิเคราะห์จนกระทั่งเกิดการค้นพบสิ่งที่เป็นองค์ประกอบในการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วยสิ่งที่สำคัญ ดังนี้

การใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ อัตราส่วนของ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

1. หลักการสอนคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 110) กล่าวว่าครูจำเป็นต้องทราบหลักการสอนคณิตศาสตร์และนำสิ่งเหล่านี้ไปใช้ในการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจมีความรู้และประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งพอสรุปหลักการสอนคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

- 1. สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม
- 2. สอนจากสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวนักเรียนก่อนสอนสิ่งที่อยู่ไกลตัวนักเรียน

3. สอนจากเรื่องที่ง่ายก่อนการสอนเรื่องยาก
4. สอนตรงตามเนื้อหาที่ต้องการสอน
5. สอนให้คิดไปตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล
6. สอนด้วยอารมณ์ขัน ทำให้นักเรียนเกิดความเพลิดเพลินโดยครูอาจใช้ เกม ปริศนา

เพลง

7. สอนด้วยหลักจิตวิทยา สร้างแรงจูงใจ เสริมกำลังใจให้กับนักเรียน โดยการใช้น้ำคำพูด

8. สอนโดยการนำไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น เช่น วิชาวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับการเพิ่มจำนวนของแมลงหวี่ ซึ่งอาจต้องอาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลัง

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 39 - 41) กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์โดยสรุปได้ดังนี้ การสอนควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก สอนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม สอนให้สัมพันธ์ความคิด โดยการรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้ากันเป็นหมวดหมู่ เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจและจำได้แม่นยำขึ้น มีการเปลี่ยนวิธีสอนที่ไม่ซ้ำซากและน่าเบื่อ สอนให้สนุกสนานและน่าสนใจโดยอาจมีกลอน เพลง การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูน สอดแทรกเพื่อทำให้นักเรียนน่าสนใจ โดยให้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น เพื่อเป็นแรงดลใจที่จะเรียน ควรสอนให้ผ่านประสาทสัมผัส ซึ่งผู้เรียนจะต้องตาหู ฟัง มือเขียน ปากตอบ และผู้สอนก็ต้อง ตาหู ฟัง มือเขียน ปากถาม นอกจากนี้ผู้สอนควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมของนักเรียนที่มีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรสอนไปพร้อม ๆ กัน สอนให้นักเรียนเห็นโครงสร้าง ไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา ในการสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม ไม่ควรยากเกินไป เพราะผู้สอนบางคนชอบให้โจทย์ยาก ๆ เกินหลักสูตรซึ่งอาจทำให้นักเรียนเกิดความย่อท้อ ควรสอนให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ และสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ซึ่งการยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างจนนักเรียนเห็นแบบรูป ก็จะช่วยให้นักเรียนหาข้อสรุปได้ นอกจากนี้ผู้สอนก็ควรมีอารมณ์ขัน เพื่อสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้น่าเรียนยิ่งขึ้นและผู้สอนก็ต้องแสวงหาความรู้เพิ่มเติมเพื่อที่จะนำสิ่งแปลกใหม่มาถ่ายทอดให้นักเรียน รวมทั้งผู้สอนต้องเป็นผู้ที่มีความศรัทธาในอาชีพ จึงจะทำให้สอนได้ดี

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอจะสรุปได้ว่าหลักการสอนคณิตศาสตร์ควรสอนให้นักเรียนรู้โครงสร้างของคณิตศาสตร์ มีเหตุผล และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ โดยสอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก สอนตรงตามเนื้อหาโดยเรื่องเดียวกันก็ควรจัดไว้เป็นหมวดหมู่เดียวกัน และควรสอนไปสัมพันธ์

กับวิชาอื่น โดยเน้นให้ผู้เรียนรู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน นอกจากนี้ครูควรสอนด้วยอารมณ์ขันเพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าสนใจยิ่งขึ้น

2. เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

เทคนิค หมายถึง ศิลปะ กลวิธี (ราชบัณฑิตยสถาน, 2546)

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 121 - 126) ได้กล่าวถึงเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์พอสรุปได้ดังนี้ “เทคนิค” หมายถึง ศิลปะหรือกลวิธีเฉพาะวิชานั้น ๆ ดังนั้นเทคนิคจึงสอดแทรกอยู่ในขณะที่ดำเนินการสอน ไม่แยกอยู่โดยอิสระเป็นเครื่องช่วยเสริมการสอนให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ เพลิดเพลิน สนุกสนาน เรียนคณิตศาสตร์ด้วยความไม่น่าเบื่อหน่าย ทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ผู้สอนที่มีเทคนิค มักจะพยายามหาศิลปะวิธีต่าง ๆ มาช่วยสอน เช่น การยกตัวอย่างได้ทันทั่วทั้งที่ ยกตัวอย่างจากชีวิตประจำวัน ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อม การใช้เพลง เกม ปริศนา การ์ตูนหรือคำประพันธ์ประเภทร้อยกรอง ก็ถือว่าเป็นเทคนิคทั้งสิ้น ครูคณิตศาสตร์ควรจะได้เสาะแสวงหาเทคนิคต่าง ๆ เหล่านี้เสริมการสอนของตน เทคนิคต่าง ๆ ที่ครูคณิตศาสตร์ควรจะนำมาใช้ดังเช่น เทคนิคการยกตัวอย่างและการแก้โจทย์ปัญหา เทคนิคการใช้วัสดุอุปกรณ์การสอน เทคนิคการสร้างและใช้ภาพประกอบการสอน เทคนิคในด้านนันทนาการ เป็นต้น

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า เทคนิคการสอนเป็นกลวิธีหนึ่งที่สอดแทรกในการดำเนินการสอน ซึ่งการสอนเนื้อหาในแต่ละเรื่องอาจใช้เทคนิคที่แตกต่างกัน เทคนิคการสอนที่เหมาะสมกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้แก่ เทคนิคการยกตัวอย่าง เทคนิคการแก้โจทย์ปัญหา เทคนิคการใช้สื่อการสอน เทคนิคนันทนาการ เทคนิคการสร้างองค์ความรู้ และเทคนิคการใช้ ICT เป็นต้น

3. หลักสูตรการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2547, หน้า 16 - 23) ได้กล่าวถึงการจัดหลักสูตรการศึกษาสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ไว้ดังนี้

วิธีการจัดหลักสูตรที่สำคัญมี 4 วิธี คือ

1. วิธีเพิ่มพูนประสบการณ์ (Enrichment) เป็นวิธีการจัดการศึกษาแบบขยายกิจกรรมในหลักสูตรให้กว้างและลึกซึ้งกว่าที่มีอยู่ในหลักสูตรปกติที่เน้นคุณภาพมากกว่าปริมาณ เน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าเนื้อหา และเด็กอาจใช้เวลามากกว่าหรือน้อยกว่าเวลาที่เด็กอื่นใช้ในชั้นเรียนเดียวกัน สามารถวางแผนในการจัดการศึกษาที่ให้แก่เด็กที่มีความสามารถพิเศษระดับอายุต่างกัน แต่มีความสนใจและความสามารถด้านเดียวกันมาเรียนด้วยกันเป็นบางชั่วโมง โดยปรับเนื้อหาในหลักสูตรให้เข้มข้นและกว้างขวางขึ้น การสอนแบบเพิ่มพูนประสบการณ์ช่วยให้เด็กพัฒนาสิ่งที่สนใจได้ลึกซึ้งยิ่งขึ้นในการปูพื้นฐานทักษะการเรียนรู้ การคิดวิเคราะห์ สืบสวน สอบสวนหา

ความรู้ ความจริงและสนับสนุนให้เด็กศึกษาหาความรู้ที่นอกเหนือจากจุดมุ่งหมายในการเรียนสำหรับเด็กปกติ

2. วิธีการขยายหลักสูตร (Extension) เป็นการจัดโปรแกรมการศึกษานอกหลักสูตรสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ที่ตอบสนองความสนใจและความสามารถเป็นรายบุคคล สามารถทำเป็นงานเดี่ยวหรืองานกลุ่มได้ เด็กสามารถเรียนเกินกว่าหลักสูตร กิจกรรมการดำเนินการจัดสามารถทำได้หลายรูปแบบ เช่น การทำโครงการพิเศษ การเรียนรู้ในห้องศูนย์วิทย์พัฒนา ทำศูนย์วิทยาการที่เป็นแหล่งกระตุ้นการเรียนรู้ตามความสนใจที่มีสื่อรูปแบบต่าง ๆ การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เข้าร่วมกิจกรรมนอกหลักสูตร ทำการกำหนดโครงการร่วมกัน การเริ่มโครงการที่แปลกใหม่ร่วมกับนักเรียน แคมป์วิชาการ หรือแคมป์ตามความสนใจของเด็ก สร้างเครือข่ายกลุ่มที่มีความสนใจ หรือมีความพยายามแบบเดียวกันเข้าด้วยกัน โดยเฉพาะเด็กที่มีความสามารถพิเศษระดับสูง จัดการแข่งขัน การฝึกทักษะการเรียนรู้ เช่น การหาข้อมูล

การใช้ข้อมูล การวินิจฉัยวิเคราะห์ ใช้วิจารณ์ญาณกับข้อมูล การนำความรู้ไปสู่การปฏิบัติ เป็นต้น

3. วิธีลดระยะเวลาเรียน (Acceleration) เป็นหนทางหนึ่งที่จะช่วยให้เกิดความยืดหยุ่นทางการศึกษาได้มากขึ้นวิธีหนึ่ง แต่ต้องมีกระบวนการที่ถูกต้อง รัดกุมจึงจะเป็นผลดีกับเด็ก การจัดการศึกษาให้กับเด็กที่มีความสามารถเรียนร่วมกับผู้อื่นได้สูงกว่าวัยของตนเองเรียกว่า การสอนแบบลดระยะเวลาทั้งสิ้น

4. การใช้ผู้เชี่ยวชาญพิเศษเป็นผู้ให้คำปรึกษาดูแล (Mentoring) เป็นการใช้ผู้เชี่ยวชาญเฉพาะทางมาช่วยเด็กที่มีความสามารถโดดเด่น มักจะทำในระดับมัธยมศึกษา กับเด็กที่มีความสนใจอย่างเด่นชัด และมีทักษะพื้นฐานทางสังคมดี จัดระบบวิธีเรียนของตนเองได้ดีแล้ว ซึ่งเด็กสามารถทำงานภายใต้คำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ เช่น อาจารย์มหาวิทยาลัย ครูที่สนใจเรื่องเดียวกับเด็ก บุคคลในละแวกบ้าน หนาย นักเคมี นักประวัติศาสตร์ สถาปนิก และผู้เชี่ยวชาญด้านต่าง ๆ

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ไม่ควรยึดเทคนิคการสอนวิธีการเดียวเพราะทำให้เกิดสภาพการศึกษาที่ไม่ยืดหยุ่นตามความสามารถของเด็ก จะต้องดัดแปลงให้เหมาะสมกับเด็กแต่ละกลุ่ม โดยเฉพาะเด็กที่มีความสามารถพิเศษ เพื่อรองรับความต้องการของเด็ก เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในหลักโครงการพัฒนาและส่งเสริมนักเรียนผู้มีความสามารถพิเศษด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ซึ่งมีการจัดหลักสูตรครบทั้ง 4 แบบที่กล่าวมา

การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL

1. ความหมายของเทคนิค KWDL

Shaw, J. M., M. S. Chambliss, and D. A. Chesin. (1997, pp. 482 - 486) กล่าวว่า แนวทางการสอนด้วยเทคนิค KWDL ปรับเปลี่ยนมาจากเทคนิค KWL ของ Ogel (1986) ซึ่งในตอนแรกเริ่มเทคนิค KWL ใช้ในการพัฒนาและปรับปรุงความเข้าใจในการอ่านหนังสือ การอ่านคู่มือ และได้รับความนิมอย่างแพร่หลายในการสอนการอ่าน แต่ก็มีศักยภาพอย่างสูงในการตรวจสอบข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ จึงมีการพัฒนาและนำมาใช้ในการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยมีการเพิ่มขั้นตอน D และเรียกชื่อใหม่ว่าเทคนิค KWDL โดยได้นำรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) มาผสมผสานในกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

วัชรรา เล่าเรียนดี (2553, หน้า 122) กล่าวว่า เทคนิค KWDL เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาจากเทคนิค KWL ของโอเกลที่นำมาใช้ในการสอนการอ่าน ซึ่งเป็นอักษรย่อของคำว่า Know, Want to know และ Learned ตามลำดับ ซึ่งคำว่า Know (K) หมายถึง รู้อะไรบ้างจากเรื่องที่อ่าน หรือหัวข้อเรื่องที่กำหนด โดยที่ยังไม่ต้องอ่านในรายละเอียดเพื่อถามความรู้เดิม เรื่องราวสาระสำคัญ หรือเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้อง Want to know (W) หมายถึง ต้องการอะไรจากเรื่องที่อ่านจากบทอ่าน โดยคิดต่อเนื่องจากขั้น K คือ รู้อะไรบ้างจากเรื่องที่อ่านบ้าง และต้องการรู้อะไรเพิ่มเติมจากเรื่องที่อ่านต่อไป ถ้าในขั้น K ได้อ่านรายละเอียดแล้ว Learned (L) เกิดการเรียนรู้อะไรบ้าง โดยที่ทั้งขั้น K, W และ L จะต้องเขียนตอบลงในแบบฟอร์มหรือตาราง KWL ที่เตรียมไว้จากเรื่องที่กำหนดให้อ่าน ทุกขั้นตอนนักเรียนช่วยกันระดมความคิดเพื่อให้ได้คำตอบของทุกขั้นตอนครบถ้วน

สุภาภรณ์ ทองใส (2548, หน้า 65) กล่าวว่า เทคนิค KWDL ได้พัฒนาขึ้นจากเทคนิค K W L ของ Ogle ในปี ค.ศ. 1986 และต่อมาได้มีการพัฒนาให้สมบูรณ์ขึ้น โดย Carr และ Ogle ในปีถัดมา (1987) โดยยังคงสาระเดิมไว้แต่เพิ่มการเขียนผังสัมพันธ์ทางความหมาย (Semantic Mapping) สรุปเรื่องที่อ่าน และมีการนำเสนอ เรื่องจาก ผังสัมพันธ์ทางความหมาย เป็นการพัฒนาทักษะการเขียนและพูด นอกเหนือไปจากทักษะการฟัง และการอ่าน โดยมีวัตถุประสงค์การสอนเพื่อสอนภาษา แต่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนวิชาอื่น ๆ ที่มีการอ่านเพื่อทำความเข้าใจ เช่น วิชาสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เป็นต้น เพราะว่า ผู้เรียนจะได้รับการฝึกให้ตระหนักในกระบวนการทำความเข้าใจตนเอง มีการวางแผน ตั้งจุดมุ่งหมายตรวจสอบความเข้าใจในตนเอง มีการจัดระบบข้อมูล เพื่อการดึงมาใช้ภายหลังได้อย่างมีประสิทธิภาพ จึงมีประโยชน์ในการฝึกทักษะการอ่าน คิดวิเคราะห์ เขียนสรุป และนำเสนอ

วัชรรา เล่าเรียนดี (2553, หน้า 130) ได้กล่าวว่าเทคนิค KWDL เป็นเทคนิคที่ช่วยชี้นำการคิด แนวทางในการอ่านและหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ จากเรื่องนั้น และยังสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้ และสร้างความสนใจเป็นอย่างดี

2. ขั้นตอนการสอนโดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL

Shaw, J. M., M. S. Chambless, and D. A. Chesin. (1997, pp. 482 - 486) กล่าวถึงขั้นตอนของเทคนิค KWDL ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้น K (What I Know) ในขั้นตอนนี้ให้นักเรียนอ่านโจทย์และระดมความคิดจัดหมวดหมู่ของข้อมูลจากนั้นร่วมกันระบุสิ่งที่พวกเขาู้ที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่มี สำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนนี้นักเรียนอาจจะมีการออกแบบปัญหาโดยการวาดภาพหรือกราฟเพื่อเริ่มทำความเข้าใจปัญหาและค้นคว้าเพิ่มเติมเกี่ยวกับสิ่งที่ได้รับรู้

ขั้น W (What I know to find out) ขั้นตอนนี้เกี่ยวข้องกับข้อตกลงของกลุ่มเกี่ยวกับสิ่งที่ถูกถามหรือสิ่งที่เป็นคำถาม หมายถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบนั่นเอง ขั้นตอนนี้รวมถึงการวางแผนในการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะมีหลายแนวทาง

ขั้น D (What I do) ขั้นตอนนี้แยกแยะจากขั้นตอน L ของเทคนิค KWL ของ Ogel เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนเลือกแนวทางในการแก้ปัญหาซึ่งร่วมกันค้นหาในขั้น W แล้วดำเนินการตามแนวทางที่เลือกอย่างเป็นลำดับขั้นตอนจนได้คำตอบของปัญหา

ขั้น L (What I learned) ขั้นตอนนี้ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหา พร้อมทั้งอธิบายถึงที่มาของคำตอบ ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสะท้อนให้เห็นถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้

วัชรรา เล่าเรียนดี (2553, หน้า 150) กล่าวถึงขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ชี้นำ

- 1.1 ทบทวนความรู้เดิม
- 1.2 แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1.3 สร้างความสนใจด้วยเกมคณิตศาสตร์

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนทั้งชั้น แล้วให้นักเรียนร่วมกันอ่านโจทย์และแก้ปัญหา ตามแผนผัง KWDL ดังนี้

K คือ ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบ

W คือ ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนการแก้ปัญหา

D คือ ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้ปัญหาทาง

L คือ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้ปัญหา

2.2 นักเรียนฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อย โดยครูคอยแนะนำ โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม และแก้โจทย์ปัญหาตามวัตรกิจกรรม KWDL

3. ขั้นฝึกทักษะโดยอิสระ นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้นโดยเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน และสถานการณ์อื่น ๆ

4. ขั้นสรุปบทเรียนและวัดประเมินผล นักเรียนทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ มีการสอนซ่อมเสริมเมื่อนักเรียนยังไม่เข้าใจ

สุภาภรณ์ ทองใส (2548, หน้า 65) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการใช้เทคนิค KWDL โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในเรื่องที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 W (What we want to know) นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นที่ 3 D (What we do to find out) นักเรียนจะต้องทำอะไรบ้างเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 L (What we learned) นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้

เนตรนรินทร์ พิมพ์ละมาด (2549, หน้า 80) นำเทคนิค KWLD มาใช้ในการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีขั้นตอน 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 แบ่งกลุ่มนักเรียนช่วยกันหาสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์ สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โดยใช้วัตรกิจกรรมเทคนิค KWDL

ขั้นที่ 2 นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปราย เพื่อหาสิ่งที่ต้องการเรียนรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับโจทย์ หาความสัมพันธ์ของโจทย์ และกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนช่วยกันดำเนินการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหา โดยให้ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอความคิดในการแก้โจทย์ปัญหา และสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการเรียน

การกำหนดขั้นตอนของเทคนิค KWDL การมีคำถามนำเพื่อให้แสวงหาข้อมูลตามที่ต้องการในแต่ละขั้น จะช่วยส่งเสริมการอ่านมากขึ้น โดยเฉพาะการอ่านเชิงวิเคราะห์ การนำกระบวนการหรือเทคนิค KWDL ไปใช้สอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะด้านโจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกระดับชั้นจะมีปัญหามากที่สุด เนื่องจากการอ่านโจทย์ไม่เข้าใจ วิเคราะห์โจทย์ไม่ได้ เป็นปัจจัยสำคัญปัจจัยหนึ่งนอกจากการคิดคำนวณไม่เป็น ดังนั้นทุกขั้นตอนครูจึงต้องคอยแนะนำ ชี้แนะ

แนวทางให้นักเรียนได้คิดพิจารณาและวิเคราะห์ให้หลากหลายมากที่สุด แต่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนใช้เทคนิค KWDL ร่วมกับการร่วมมือกันเรียนรู้ นักเรียนที่เก่งกว่าก็จะสามารถช่วยนักเรียนที่อ่อนกว่าได้การใช้ เทคนิค KWDL ในการสอนสอนคณิตศาสตร์ครูต้องเตรียมแผนผัง KWDL เช่นเดียวกับเทคนิค KWL ในตอนเริ่มต้นบทเรียนที่ครูอธิบาย โดยครูและนักเรียนร่วมกันเรียนรู้ทำความเข้าใจ ซึ่งต้องมีแผนผัง KWDL ประกอบให้เห็นชัดเจนทุกคนด้วย การฝึกทำแบบฝึกหัดแบบมีส่วนร่วม นักเรียนจะต้องมีแผนผัง KWDL ของตัวเองเพื่อเติมข้อความด้วยเช่นกัน แต่ควรให้ใช้ร่วมกัน 2 คน ต่อ 1 ชุดจะเหมาะสมกว่า เพื่อมุ่งส่งเสริมการทำงานร่วมกันร่วมคิดแก้ปัญหาตามหลักการร่วมมือกันเรียนรู้ ตัวอย่างแผนผัง KWDL (วัชรรา เล่าเรียนดี 2553, หน้า 130 - 131) ดังตาราง 4

ตาราง 4 แสดงแผนผัง KWDL

K	W	D	L
โจทย์บอกอะไรบ้าง	โจทย์ให้หาอะไรมีวิธีการอย่างไร ใช้วิธีอะไรได้บ้าง	ดำเนินการตามกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา	คำตอบที่ได้และบอกวิธีคิด คิดคำตอบอย่างไร
1.	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ	แสดงวิธีทำ	คำตอบ
2.			
3.	วิธีการแก้ปัญหา คือ.....	วิธีที่ 1	สรุปขั้นตอนที่ใช้
4.	วิธีแก้ปัญหที่เลือกใช้ คือ	วิธีที่ 2	
		วิธีที่ 3	

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

- 1. ช้้นนำเข้าสู่บทเรียน ทบทวนความรู้เดิม
- 2. ช้้นสอนเนื้อหา
 - 2.1 ครูนำเสนอเนื้อหาใหม่แก่นักเรียนทั้งชั้นเรียน
 - 2.2 ครูและนักเรียนร่วมวิเคราะห์โจทย์และแก้ปัญหาโดยใช้แผนผัง K-W-D-L
 - 2.3 ช้้นฝึกทำกิจกรรมแบบอิสระและแบบกลุ่ม ๆ ละ 3 - 4 คน



3. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาของเทคนิค KWDL พบว่านักเรียนสามารถฝึกทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย ในแต่ละขั้นตอนสามารถคิดวิเคราะห์แยกแยะโจทย์ปัญหาออกเป็นส่วน ๆ อย่างชัดเจน ซึ่งทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องมากยิ่งขึ้น ซึ่งโดยธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาถือว่าเป็นทักษะขั้นสูง นักเรียนต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจตลอดจนทักษะการอ่าน การแปลความ ตีความ การคิดวิเคราะห์ และทักษะทางคณิตศาสตร์หลายอย่าง ซึ่งโจทย์ปัญหาเป็นข้อความที่เป็นภาษาหนังสือ และตัวเลข ไม่มีเครื่องหมายบวก ลบ คูณและหารให้เห็น นักเรียนต้องอ่านโจทย์ปัญหา และทำความเข้าใจกับโจทย์ หาความสัมพันธ์ของแต่ละส่วนของโจทย์ปัญหาให้ได้ จึงจะสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และเทคนิค KWDL ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาสติปัญญา ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ต่อไป

การเรียนรู้เป็นคู่

1. ความหมายของการเรียนรู้เป็นคู่

การเรียนรู้เป็นคู่มีหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

โกลด์ชมิท (Goldschmid, B. And Goldschmid, M.L. 1976, p. 20) กล่าวว่า The Learning Cell เป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่นักเรียนร่วมมือกันเรียนรู้เป็นคู่ จากการถามและตอบคำถามเกี่ยวกับเรื่องหรือหัวข้อที่ได้รับมอบหมายให้ไปอ่านและศึกษา การเรียนแบบนี้คล้าย ๆ กับการเรียนแบบ PSI (Personalized System of Instruction) การเรียนรู้เป็นคู่ต้องมียุทธศาสตร์ประกอบหลายอย่าง จึงจะทำให้การสอนมีประสิทธิภาพ ไม่ว่าจะเป็นขนาดชั้นเรียน ระดับชั้นเรียน ลักษณะของหัวข้อที่กำหนดให้ศึกษาว่ามีความยากง่ายเพียงใด

บุญชม ศรีสะอาด (2537, หน้า 118) กล่าวว่า "การเรียนรู้เป็นคู่ (The Learning Cell) คือปฏิสัมพันธ์เกี่ยวกับสิ่งที่เรียนระหว่างผู้เรียน 2 คน นั่นคือการที่ผู้เรียน 2 คนกระทำกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน กิจกรรมดังกล่าวอาจอยู่ในรูปการถาม - ตอบปัญหา อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นซึ่งกันและกันเกี่ยวกับเรื่องที่เรียน หรืออาจอยู่ในรูปอื่น การเรียนรู้เป็นคู่นี้นับว่าเป็นหน่วยที่เล็กที่สุดของปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคล"

ชาติรี เกิดธรรม (2546, หน้า 38) กล่าวว่า "การเรียนรู้เป็นคู่ (Learning Cell) คือปฏิสัมพันธ์เกี่ยวกับสิ่งที่เรียนระหว่างผู้เรียนสองคน โดยที่ผู้เรียนสองคน กระทำกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน กิจกรรมดังกล่าวอาจอยู่ในรูปการถาม ตอบปัญหา อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นซึ่งกันและกันเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนหรืออาจอยู่ในรูปอื่น"

เทคนิคกิจกรรมการเรียนรู้เป็นคู่สอดคล้องกับหลักการเรียนรู้ที่ว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพและประสิทธิผล เมื่อผู้เรียนได้กระทำกิจกรรมการเรียนรู้อย่างจริงจัง (Active) โดยตลอด ได้รับข้อมูลย้อนกลับ (Feedback) และได้แก้ไขส่วนที่ผิดพลาดเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนนั้น

กล่าวโดยสรุป การเรียนเป็นคู่ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยกำหนดให้ผู้เรียนแต่ละคนอ่านหรือศึกษาเนื้อหาอย่างเดียวกัน แล้วตั้งคำถามมาแลกเปลี่ยนกัน หลังจากแลกเปลี่ยนคำถามกันแล้ว ให้ผู้เรียนแต่ละคู่สนทนาอย่างเข้มข้นเพื่อตรวจสอบคำตอบของคำถามทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเรื่องที่ศึกษา เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพิ่มเติม โดยมีขั้นตอนดังนี้ ในแต่ละครั้งผู้สอนจะกำหนดเรื่องให้ผู้เรียนศึกษา ทุกคนต้องตั้งคำถามเกี่ยวกับเรื่องที่กำหนดและนำคำถามเหล่านั้น พร้อมสำเนาอีก 1 แผ่น ติดตัวมาด้วยในคาบต่อไป และผู้สอนต้องเน้นว่าต้องเป็นคำถามที่แปลกใหม่ไม่ซ้ำกับคนอื่น เริ่มต้นผู้สอนจะให้ผู้เรียนจับคู่กัน ครั้งแรกอาจจับคู่โดยวิธีสุ่ม ครั้งต่อมาให้เปลี่ยนคู่กันไปเรื่อย ๆ ก่อนเริ่มต้นถาม - ตอบ ผู้สอนรวบรวมสำเนาของคำถามที่ผู้เรียนแต่ละคนเขียนไว้ โดยสมมติว่าคนหนึ่งเป็น A อีกคนหนึ่งเป็น B ให้ A เป็นผู้ถามคำถามแรกที่ตนเตรียมไว้ B ตอบคำถามนั้น แล้ว A อาจกล่าวเสริมในรายละเอียด หรือแก้ไขในกรณีที่ B ตอบผิด จากนั้น B ถามคำถามแรกของตน A เป็นฝ่ายตอบ ดำเนินการเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ

2. รูปแบบของการเรียนเป็นคู่

โกลด์ชมิท (Goldschmid, B. And Goldschmid, M.L. 1976, p. 20) ได้กล่าวว่าในการจัดการเรียนรู้แบบการเรียนเป็นคู่ จะต้องดำเนินการดังต่อไปนี้

1. เพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการจัดการเรียนรู้แบบการเรียนเป็นคู่ นักเรียนจะต้องอ่านหัวข้อที่ได้รับมอบหมายและเขียนคำถามเกี่ยวกับประเด็นสำคัญจากเรื่องที่อ่านหรือเรื่องที่เกี่ยวข้อง

2. ในตอนเริ่มต้นของการจัดกิจกรรม ครูเป็นผู้สุ่มนักเรียนเป็นคู่ เช่น A คู่กับ B เมื่อสุ่มแล้วให้ทั้งสองคนออกมาหน้าชั้นพร้อมกับคำถามที่เตรียมมา โดยให้ A เป็นคนถามคำถามของตัวเองเป็นคำถามแรก และ B เป็นคนตอบคำถาม

3. หลังจากที่ B ตอบคำถามของ A ซึ่งอาจจะเป็นการตอบที่ถูกต้อง หรืออาจจะต้องการเพิ่มเติมข้อมูลบางอย่างเป็นการเสริมแนวคิดใหม่ แล้ว B เป็นฝ่ายถามคำถามให้กับ A เป็นฝ่ายตอบบ้าง และดำเนินการเช่นเดียวกัน

4. ในระหว่างเวลานี้ ครูผู้สอนประเมินค่าและให้ผลสะท้อนกลับจากการถามคำถามและการตอบคำถามของนักเรียนเป็นคู่ ๆ

รูปแบบของขั้นตอนการเรียนเป็นคู่ อาจจะเปลี่ยนแปลงไปบ้างขึ้นอยู่กับหัวข้อที่ได้รับมอบหมายให้ไปศึกษา

บุญชม ศรีสะอาด (2546, หน้า 119) กล่าวถึงขั้นตอนของการเรียนเป็นคู่ โดยอ้างจากงานวิจัยของโกลด์ชมิท (Goldschmid, 1971, pp. 2 - 3) ว่าสามารถกระทำได้หลายแบบหลายวิธี และได้เสนอแนะไว้ 2 วิธี ซึ่งผ่านการทดลองอย่างประสบผลมาแล้วดังนี้

1. วิธีแรก กำหนดให้ผู้เรียนแต่ละคนอ่านหรือศึกษาเนื้อหาอย่างเดียวกัน เป้าประสงค์ก็เพื่อให้ผู้เรียนแต่ละคู่ได้มีการสนทนาอย่างเข้มข้นเพื่อตรวจสอบผลการอ่าน เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ลุ่มลึกในเรื่องที่ศึกษา เพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพิ่มเติม และแลกเปลี่ยนข้อสนเทศ (Information) เกี่ยวกับเรื่องนั้น วิธีนี้มีขั้นตอน ดังนี้

1.1 ในแต่ละครั้งครูจะกำหนดเรื่องให้ผู้เรียนเลือกเรื่องที่จะอ่านหรือศึกษา โดยทุกคนจะต้องอ่านหรือศึกษาในเรื่องเดียวกัน เรื่องดังกล่าวควรเป็นเรื่องที่ทำทลายความสามารถไม่ยาวเกินไป กล่าวคือสามารถดำเนินการตามวิธีนี้ได้ภายในเวลาสองคาบเรียน (คาบเรียนละประมาณ 50 นาที)

1.2 แต่ละคนอ่านเนื้อหาในเรื่องที่ได้รับมอบหมายอย่างละเอียด

1.3 ทุกคนต้องตั้งคำถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่อ่าน และนำคำถามเหล่านั้น พร้อมสำเนาอีก 1 แผ่น ติดตัวมาด้วยในคาบต่อไป จำนวนของคำถามจะขึ้นอยู่กับความยาวของเรื่องที่ได้รับมอบหมายให้อ่าน และช่วงเวลาในการเรียนนั้น คำถามที่จะต้องตั้งควรมีลักษณะดังนี้

1.3.1 คำถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่อ่าน การตอบคำถามเหล่านี้อย่างครบถ้วนจะเป็นการสรุปจุดสำคัญของเรื่องนั้น

1.3.2 คำถามในเนื้อหาของเรื่องที่อ่าน ที่ศึกษาจากแหล่งค้นคว้าอื่น นอกเหนือจากที่ได้กำหนดให้อ่าน ควรมีคำถามประเภทดังกล่าวอย่างน้อยหนึ่งข้อ

1.3.3 ถ้าเป็นไปได้ควรมีคำถาม 1 หรือ 2 ข้อที่โยงเนื้อหาที่อ่านไปสู่ประสบการณ์ส่วนตัว หรือประสบการณ์ในการทำงาน

1.3.4 อาจมีคำถามประเภทอื่นเพิ่มเติม หรือทดแทนประเภทที่กล่าวมาถ้าขาดคำถามดังกล่าว

1.4 ในตอนเริ่มต้นของการเรียนแต่ละครั้ง ผู้สอนจะให้ผู้เรียนจับคู่กัน ครั้งแรกอาจจับคู่โดยวิธีสุ่ม ครั้งต่อมาให้เปลี่ยนคู่กันไปเรื่อย ๆ ผู้ที่มีความสนใจคล้ายคลึงกันอยู่ด้วยกัน เช่น ผู้ที่เรียนวิชาเอกเดียวกันเข้าคู่กัน หรือในทางตรงกันข้ามถ้าต้องการให้ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นอย่างกว้างขวางก็อาจจัดให้ผู้ที่มีภูมิหลังแตกต่างกันเข้าคู่กัน วิธีจัดคู่อีกวิธีหนึ่งคือให้ผู้เรียนเลือกคู่ของตนเอง

1.5 ก่อนเริ่มต้นถาม - ตอบ ซึ่งกันและกัน ผู้สอนอาจรวบรวมสำเนาของคำถามที่ผู้เรียนแต่ละคนเขียนไว้ ซึ่งอาจมีประโยชน์หลายประการ เช่น เป็นการตรวจสอบการเตรียมตัวของผู้เรียน สามารถนำมาประเมินการตั้งคำถามหรือให้ข้อมูลสะท้อนกลับแก่ผู้เรียน เป็นต้น

1.6 เรียนแต่ละกลุ่มจะถามและตอบคำถามซึ่งกันและกัน โดยสมมติว่าคนหนึ่งเป็น A อีกคนหนึ่งเป็น B แล้วดำเนินการดังนี้

1.6.1 A เป็นผู้ถามคำถามแรกที่ตนเตรียมไว้ B ตอบคำถามนั้น แล้ว A อาจกล่าวเสริมในรายละเอียด หรือแก้ไขในกรณีที่ B ตอบผิด

1.6.2 จากนั้น B ถามคำถามแรกของตน A เป็นฝ่ายตอบ ดำเนินการเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ

1.7 ในขณะที่แต่ละคู่กระทำกิจกรรมการเรียนรู้ กล่าวคือ ถาม - ตอบ ซึ่งกันและกันนั้นผู้สอนจะหมุนเวียนไปยังแต่ละคู่ เพื่อให้ข้อมูลสะท้อนกลับ (Feedback) ถามและตอบคำถามและประเมินการทำกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งนี้ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบแต่ละคู่ในทุกครั้งที่ไปสังเกต

2. วิธีสอง ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

2.1 กำหนดเรื่องหรือให้ผู้เรียนเลือกเรื่อง โดยจะให้อ่านหรือศึกษาคนละส่วนไม่ตรงกัน

2.2 ขั้นตอนที่ 2 - 5 ดำเนินการเช่นเดียวกับวิธีแรก

2.3 ขั้นตอนที่ 6 ในแต่ละคู่ ครั้งแรกของคาบเรียน A บรรยายและอธิบายจุดสำคัญในเรื่องที่ตนศึกษาให้กับ B แล้วถามคำถามเพื่อตรวจสอบดูว่า B เข้าใจหรือไม่ เพื่อตรวจสอบดูว่า B เข้าใจหรือไม่ ถ้าพบว่ายังไม่เข้าใจดีพอหรือเข้าใจผิด ก็อาจอธิบายเพิ่มเติมแก้ไขจุดที่เข้าใจผิดนั้น ในครั้งหลังจะกลับบทบาทกันกล่าวคือ B เป็นฝ่ายบรรยายแล้วถามคำถามในเรื่องที่ตนศึกษา ส่วน A เป็นฝ่ายฟังและตอบคำถามนั้น ๆ

2.4 ขั้นตอนที่ 7 ดำเนินการเช่นเดียวกับวิธีแรก

งานวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการเรียนรู้เป็นคู่วิธีแรก คือกำหนดให้ผู้เรียนแต่ละคนอ่านหรือศึกษาเนื้อหาอย่างเดียวกัน แล้วตั้งคำถามมาแลกเปลี่ยนกัน หลังจากแลกเปลี่ยนคำถามกันแล้ว ให้ผู้เรียนแต่ละคู่สนทนาอย่างเข้มข้นเพื่อตรวจสอบคำตอบของคำถาม ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเรื่องที่ศึกษา เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพิ่มเติม

3. ข้อดีของการเรียนเป็นคู่

บุญชม ศรีสะอาด (2537, หน้า 120-121) กล่าวถึงข้อดีของการเรียนเป็นคู่ ไว้ดังนี้

1. เป็นวิธีที่ผู้เรียนทุกคนต้องกระทำกิจกรรมการเรียนอย่างจริงจัง (Active) จึงมีความสนใจในเรื่องที่เรียนอยู่ตลอดเวลา

2. ผู้เรียนจะเกิดความรู้และความเข้าใจในเรื่องที่อ่านอย่างเข้มข้นและมั่นคง เนื่องจากจะต้องเตรียมตัวและศึกษาในเรื่องที่ได้รับมอบหมายเป็นอย่างดี เพื่อที่จะปฏิบัติตนเป็นบทบาทของผู้สอนคือ บรรยาย อธิบาย และถามคำถามต่อเพื่อนที่เป็นคู่เรียนได้

3. ผู้เรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะในการตั้งคำถามประเภทต่าง ๆ ซึ่งจะเป็นแนวทางในการศึกษาให้แจ่มแจ้ง ในการเรียนจากวิธีอื่นที่ผู้เรียนเป็นฝ่ายฟังอย่างเดียว อาจมีคำถามหรือปัญหาที่ข้องใจอยู่หลายเรื่อง โดยที่ไม่ได้มีโอกาสสร้างความกระจ่างในปัญหานั้น ๆ ได้

4. ผู้เรียนได้มีโอกาสพัฒนาเกี่ยวกับการสื่อสารกับบุคคลอื่น ได้รู้จักกันและเรียนรู้จากกันและกัน

5. สามารถให้ข้อมูลสะท้อนกลับและแก้ไขจุดบกพร่องหรือข้อผิดพลาดในการเรียนได้มาก ทั้งนี้อาจได้จากเพื่อนที่เป็นคู่เรียนในตอนตอบคำถาม และอาจได้จากผู้สอนในขณะสังเกตและในตอนอภิปราย วิเคราะห์คำตอบ

6. สามารถนำไปใช้หลายรูปแบบต่าง ๆ กัน และภายในแบบหรือวิธีหนึ่ง ๆ ยังสามารถแปรเปลี่ยนในส่วนปลีกย่อยด้วย เช่น ใช้รูปแบบของคำถามที่แตกต่างกัน สลับคู่เรียนด้วยวิธีต่าง ๆ กัน การถามคำถามอาจถามสลับกันคนละหนึ่งคำถามไปเรื่อย ๆ หรือให้ A ถามครบทุกคำถาม แล้วจึงให้ B เป็นผู้ถามจนครบทุกคำถาม เป็นต้น

7. สามารถนำไปใช้ได้กว้างขวาง อาจใช้วิธีนี้วิธีเดียวหรือสลับกับวิธีอื่นในแต่ละครั้งที่สอน

4. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการเรียนรู้เป็นคู่

จากรูปแบบการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้เป็นคู่ รูปแบบของวิธีแรก มีความเหมาะสมที่จะใช้กับวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้ (ชาติรี เกิดธรรม, 2540)

ขั้นตอนที่ 1 ในแต่ละครั้งครูจะกำหนดเรื่องให้ผู้เรียนโดยทุกคนจะต้องอ่านหรือศึกษาในเรื่องเดียวกัน เรื่องดังกล่าวควรเป็นเรื่องที่ท้าทายความสามารถและไม่ยาวเกินไป ควรใช้เวลาเรียนประมาณ 2 คาบเรียน โดยในแต่ละเรียนใช้เวลา 50 นาที

ขั้นตอนที่ 2 ทุกคนอ่านหรือศึกษาเนื้อหาอย่างละเอียด

ขั้นตอนที่ 3 ทุกคนต้องตั้งคำถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่อ่าน และนำคำถามเหล่านั้น พร้อมสำเนาอีก 1 แผ่น ติดตัวมาด้วยในคาบต่อไป จำนวนของคำถามจะขึ้นอยู่กับความยาวของเรื่องที่ได้รับมอบหมายให้อ่าน และช่วงเวลาในการเรียนนั้น คำถามที่จะต้องตั้งควรมีลักษณะดังนี้

1. คำถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่อ่าน การตอบคำถามเหล่านี้อย่างครบถ้วนจะเป็นการสรุปจุดสำคัญของเรื่องนั้น

2. คำถามในเนื้อหาของเรื่องที่อ่าน ที่ศึกษาจากแหล่งค้นคว้าอื่นนอกเหนือจากที่กำหนดให้อ่าน ควรมีคำถามประเภทดังกล่าวอย่างน้อย 1 ข้อ

3. ถ้าเป็นไปได้ควรมีคำถาม 1 หรือ 2 ข้อที่โยงเนื้อหาที่อ่านไปสู่ประสบการณ์ส่วนตัวหรือประสบการณ์ในการทำงาน

4. อาจมีคำถามประเภทอื่นเพิ่มเติม หรือทดแทนประเภทที่กล่าวมาข้างต้น

ขั้นตอนที่ 4 ในตอนเริ่มต้นของการเรียนแต่ละครั้ง ผู้สอนจะให้ผู้เรียนจับคู่กัน ครั้งแรกอาจจับคู่โดยวิธีการสุ่ม ครั้งต่อมาเปลี่ยนคู่สลับกันไปเรื่อย ๆ ผู้ที่มีความสนใจคล้ายคลึงกันอยู่ด้วยกัน

ขั้นตอนที่ 5 ก่อนเริ่มต้นถาม - ตอบซึ่งกันและกัน ผู้สอนอาจรวบรวมสำเนาของคำถามที่ผู้เรียนแต่ละคนเขียนไว้ ซึ่งอาจมีประโยชน์หลายประการ เช่น เป็นการตรวจสอบการเตรียมตัวของผู้เรียน สามารถนำมาประเมินการตั้งคำถามหรือให้ข้อมูลสะท้อนกลับแก่ผู้เรียน เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 6 ผู้เรียนแต่ละกลุ่มจะถามและตอบคำถามซึ่งกันและกัน โดยสมมติว่าคนหนึ่งเป็น A และคนหนึ่งเป็น B แล้วดำเนินการดังนี้

1. A เป็นผู้ถามคำถามแรกที่ตนเตรียมไว้ B ตอบคำถามนั้น แล้ว A อาจกล่าวเสริมในรายละเอียด หรือแก้ไขในกรณีที่ B ตอบผิด

2. จากนั้น B ถามคำถามแรกของตน A เป็นฝ่ายตอบ ดำเนินการเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ

ขั้นตอนที่ 7 ในขณะที่แต่ละคู่กระทำการกิจกรรมการเรียน กล่าวคือ ถาม - ตอบ ซึ่งกันและกันนั้นผู้สอนจะหมุนเวียนไปยังแต่ละคู่ เพื่อให้ข้อมูลสะท้อนกลับ ถามและตอบคำถามและประเมินการทำการกิจกรรมการเรียน ทั้งนี้ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบแต่ละคู่ในทุกครั้งที่ไปสังเกต

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนเป็นคู่ พบว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพและประสิทธิผล เมื่อผู้เรียนได้กระทำการกิจกรรมการเรียนรู้อย่างจริงจัง โดยตลอด ได้รับข้อมูลย้อนกลับ และได้แก้ไขส่วนที่ผิดพลาดเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนนั้น เมื่อนำมาใช้ร่วมกับเทคนิค KWDL จะเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีลำดับขั้นตอน มีแนวทางในการสรุปความคิดที่ได้จากการศึกษา เป็นการพัฒนาให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยสรุปเป็นขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ได้ดังนี้

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเรียนเป็นคู่ร่วมกับเทคนิค KWDL

1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน ครูกล่าวถึงความสำคัญของเรื่องที่จะเรียนและเนื้อหาที่เกี่ยวข้องที่เคยเรียนมาแล้ว และแจ้งผลการเรียนรู้

2. ขั้นสอนเนื้อหา ครูสอนเนื้อหาที่สำคัญและจำเป็นครอบคลุมสาระการเรียนรู้ในเรื่องนั้น โดยอธิบายทีละหัวข้อ พร้อมกับแสดงตัวอย่าง วิธีทำ ในขั้นนี้ครูนำกระบวนการของ KWDL มาใช้ เริ่มจากให้นักเรียนทบทวนสิ่งต่าง ๆ ที่ครูสอนไปประกอบกับความรู้เดิมที่มีอยู่ ครูสอนวิธีการแยกแยะโจทย์ออกเป็นคำถามย่อย ๆ ตามขั้นตอน KWDL แล้วให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ตามขั้นตอน จนกระทั่งได้คำตอบที่ต้องการ

3. นักกิจกรรมกลุ่มย่อยแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิค KWDL ครูอาจจะให้เวลานักเรียนทำของตัวเอง หรือแบ่งกลุ่มหรือร่วมกันทำทั้งชั้นแล้วแต่ความเหมาะสมของเวลา โดยครูให้โจทย์ปัญหา ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอน KWDL

4. ขั้นขยายความคิด ประกอบด้วย การคิดคำถามและการเตรียมคำถาม - คำตอบ เมื่อครูสอนเนื้อหาพร้อมทั้งตัวอย่างการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL แล้ว ขั้นตอนต่อไปคือ ครูมอบหมายให้นักเรียนแต่ละคู่คิดโจทย์ด้วยตัวเอง ทุกคนไปคิดเตรียมกิจกรรมด้าน คำถาม และคำตอบเกี่ยวกับเนื้อหาหัวข้อที่เรียน โดยยึดโจทย์ที่เป็นลักษณะของการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน หรือนำเรื่องใกล้ตัวที่นักเรียนสามารถพบเจอได้มาประยุกต์เป็นโจทย์ปัญหารวมทั้งชี้แนะแนวทางในการวิเคราะห์ความยากง่ายของโจทย์ เพราะถ้าโจทย์ยากหรือยุ่งเกินไปก็จะไม่ส่งผลต่อการเรียนรู้ การเตรียมคำถาม - คำตอบ ให้นักเรียนนำคำถามมาวิเคราะห์ตามขั้นตอน KWDL หลังจากนั้น นำคำถาม คำตอบที่ทำมาเรียบเรียงแล้วให้ครูตรวจแก้ไขดูความถูกต้องและเหมาะสม แล้วจึงนำกลับคืนไปเตรียมตัวทำกิจกรรม ครูเริ่มกิจกรรมด้วยการจับคู่ นักเรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนคำถามคำตอบระหว่างกัน ให้ข้อมูลย้อนกลับและแก้ข้อบกพร่องซึ่งกันและกัน ในขั้นนี้จะดำเนิน การตามขั้นตอนที่ 5 ของการเรียนรู้เป็นคู่ จนกระทั่งจบขั้นตอนที่ 7

5. สรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ ดำเนินตามขั้น L ของเทคนิค KWDL นั่นคือ นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ โดยเฉพาะกระบวนการในการหาคำตอบ ซึ่งแต่ละคู่ควรมีวิธีการที่แตกต่างกัน นำมาเล่าสู่กันฟังกับเพื่อน ๆ ในห้อง ในขั้นตอนนี้ผู้เรียนจะได้พัฒนาทักษะกระบวนการการนำเสนอ การสื่อสาร โดยตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอผลการแก้ปัญหา อธิบายวิธีแก้ปัญหาทีละขั้นตอน ให้เพื่อน ๆ และครูได้รับฟัง ครูจะเป็นผู้คอยถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ เมื่อนักเรียนลังเลในการตอบคำถามหรือการนำเสนอ ครูให้ข้อมูลย้อนกลับให้นักเรียนตอบอย่างมั่นใจ และร่วมกันสรุปความรู้และประโยชน์ที่ได้จากการเรียนรู้ ในขั้นนี้เป็นการฝึกให้นักเรียนกล้าพูด กล้าแสดงออก มีความมั่นใจในตนเอง เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายจากกลุ่มเพื่อน สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ได้ ลำดับขั้นตอนของเทคนิค KWDL มีกระบวนการคิดและร่วมกันคิดทุกขั้นตอนภายในกลุ่ม ทำให้นักเรียนทุกคนฝึกคิดอย่างเป็นระบบฝึกเขียนและมีการแข่งขัน

ระหว่างกลุ่ม ทำให้นักเรียนกระตือรือร้นในการทำคะแนนของตนเองเพิ่มขึ้นเพื่อให้คะแนนของกลุ่มเพิ่มขึ้น เพื่อเข้าสู่เกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้ นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันในการแยกประเด็นโจทย์ปัญหาออกเป็นส่วน ๆ โดยการนำความรู้เดิมที่ได้รับการฝึกมาก่อนตามประเด็นที่กำหนดมาให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร จะมีวิธีการใดบ้างที่จะทำให้ได้คำตอบมา และการตั้งคำถามเพิ่มเติมของครูช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบได้ดียิ่งขึ้น

ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้สอนต้องสอดแทรกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ากับการเรียนการสอนด้านเนื้อหาด้วยการให้นักเรียนทำกิจกรรมหรือตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด อธิบาย และให้เหตุผล เช่น ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้ว หรือให้นักเรียนเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางพีชคณิตในการแก้ปัญหาหรือ อธิบายเหตุผลทางเรขาคณิตให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายเกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันหรือกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการสร้างสรรค์ผลงานที่หลากหลายและแตกต่างจากคนอื่น รวมทั้งการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากคนอื่นด้วย

สำหรับมาตรฐานด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ยอมรับและนำมาอ้างอิงใช้กันอย่างแพร่หลายคือ มาตรฐานด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ซึ่งเสนอไว้ในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน ในปี ค.ศ. 2000 ว่าด้วยมาตรฐานทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนที่เรียนในระดับโรงเรียนได้เรียนรู้ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 160)

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, หน้า 59) กล่าวว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ และการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ โดยกำหนดให้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสาระที่ 6 ในสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และกำหนดตัวชี้วัดไว้ดังตาราง 5

ตาราง 5 แสดงตัวชี้วัดด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม. 1 - 3	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา	-
	2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	-
	3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	-
	4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน	-
	5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำไปเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ	-
	6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	-
ม. 4 - 6	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา	-
	2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	-
	3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	-
	4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน	-
	5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำไปเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ	-
	6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	-



1. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีผู้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังนี้

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 127) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสภาพการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งต้องการหาคำตอบ คำตอบที่ได้จะเกี่ยวข้องกับปริมาณด้วย ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีมากมายหลายชนิด เช่น ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือเรียน ทั่ว ๆ ไป ปัญหาให้ค้นหา ปัญหาให้พิสูจน์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 16) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์อาจเป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้

สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 7) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่เผชิญอยู่และต้องการคำตอบ โดยที่ผู้ตอบไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ และทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อกำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้น ๆ

1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 7) กล่าวถึง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหา เป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะ (Skill) ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการ (Process) ซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผนโดยมี

การใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่ง และมีกรรมทักษะอื่น ๆ เข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน โดยอาศัยความรู้ ประสบการณ์ การคิดอย่างมีเหตุผล และการตัดสินใจเลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสม

1.3 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักคณิตศาสตร์ศึกษาเชื่อว่า การแก้ปัญหาเป็นความสำคัญในกิจกรรมการเรียนรู้ การสอน ความเชื่อนี้ปกติยืนยันโดย 2 ข้อความคือ สิ่งแรกเกี่ยวกับการค้นหาสมมติฐานที่จะสอน นักเรียน ให้สามารถแก้ปัญหา เขาจะได้มาซึ่งการวิเคราะห์ในการตัดสินใจในชีวิตของเขา ข้อความที่ 2 มุ่งไปสู่คุณค่าของปัญหาและการแก้ปัญหานั้นเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ เราถือว่าการแก้ปัญหาเป็นพื้นฐานของกิจกรรมคณิตศาสตร์ กิจกรรมทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น การทำให้เป็นรูปทั่วไป รูปแบบทางนามธรรม การสร้างทฤษฎี และการสร้าง concept นั้น อยู่บนพื้นฐานของปัญหาทั้งสิ้น (พินิจ ศรีจันทร์ดี, 2530, หน้า 95)

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39) กล่าวว่า แม้การแก้ปัญหาจะเป็นกระบวนการที่ยังซับซ้อนและดูยุ่งยาก แต่ก็มีประโยชน์ต่อการพัฒนาผู้เรียนในหลาย ๆ ด้านดังนี้

1. ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น
2. ช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหาจริง
3. ช่วยพัฒนาทักษะของผู้เรียนในการเลือกและใช้กลวิธีแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ
4. ช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

1.4 กระบวนการและขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นการดำเนินการอย่างเป็นระบบ ที่มีความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหากับผู้แก้ปัญหา ดังนั้นจึงจำเป็นต้องดำเนินการตามขั้นตอนเพื่อที่จะได้มาซึ่งคำตอบที่มีประสิทธิภาพ รวมทั้งวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้มีผู้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหา ดังนี้

Polya (1957) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) เป็นขั้นที่ต้องทำความเข้าใจกับสัญลักษณ์ต่าง ๆ และพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร กำหนดอะไรมาบ้าง

มีเงื่อนไขอะไรบ้างที่กำหนดมาให้และเพียงพอที่จะแก้ปัญหาหรือไม่ ซึ่งนักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจ เข้าแล้วซ้ำอีกจนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา (Devising a plan) ขั้นตอนนี้เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด และแก้อย่างไร โดยต้องมองความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาอย่างชัดเจนก่อน สิ่งที่ต้องการหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร ซึ่งขั้นนี้เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหาร่วมกับประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาที่มีอยู่แล้ว มากำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นขั้นที่ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาที่ต้องการ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติ ซึ่งขั้นการใช้ทักษะในการคิดคำนวณ หรือเลือกวิธีการคิดคำนวณที่เหมาะสม

4. ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ (Looking back) เป็นขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ โดยผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาเพื่อพิจารณาความถูกต้องที่สมบูรณ์ยิ่งขึ้นของคำตอบและขั้นตอนการแก้ปัญหา หากพบว่าไม่ถูกต้องขั้นตอนใดก็ปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้อง

ขมขนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542, หน้า 75) ได้สรุปกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหาโดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา จะสมมติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหาว่าข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคำนวณคิดหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุดของปัญหา โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ จะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสมตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบด้วย

ทิศนา ขัมมณี (2548) ได้กล่าวถึง วิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ ว่ามีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสังเกต โดยให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุป และตระหนักในปัญหานั้น ๆ ได้

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ โดยให้นักเรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา

ขั้นที่ 3 สร้างทางเลือก โดยให้นักเรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่ม และควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ นักเรียนด้วย

ขั้นที่ 4 เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก โดยนักเรียนปฏิบัติตามแผนงาน และบันทึกการปฏิบัติงาน เพื่อรายงานและตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

ขั้นที่ 5 สรุป โดยนักเรียนสังเคราะห์ความรู้ด้วยตนเองซึ่งอาจจัดทำในรูปของรายงาน

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอจะสรุปได้ว่าขั้นตอนการแก้ปัญหา มีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นอ่านทำความเข้าใจ วิเคราะห์ปัญหา
2. นวางแผน สร้างทางเลือกในการแก้ปัญหา
3. ขั้นคิดคำนวณหาคำตอบ
4. ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

1.5 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนมีความก้าวหน้าในการแก้ปัญหา ซึ่งยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นก็มีอยู่มากมาย ในการเลือกยุทธวิธีมานั้นก็ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของปัญหา และความสามารถของผู้แก้ปัญหา ซึ่งยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้มีผู้เสนอไว้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 83) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาลงสรุปได้ดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดา การลองเดาดูเสียก่อนเพื่อจะได้หาสิ่งที่จะต้องอ้างอิงต่อไป
2. ควรทำให้เป็นอย่างง่าย ทำโจทย์ให้เป็นกรณีง่าย ๆ เท่าที่จะทำได้ แล้วค้นหารูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อขยายไปยังเรื่องที่ซับซ้อนต่อไป
3. การทดลอง ใช้การทดลองเพื่อแก้ปัญหา เช่น ใช้การทอดลูกเต๋า สร้างรูป วัดคำนวณ คอยสังเกตดูว่าผลจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร เป็นการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลมาพิจารณา

4. การสร้างแผนภาพ เป็นวิธีการที่ดี เช่น จะสอนเรื่องสมการก็เขียนภาพประกอบจะช่วยให้โจทย์ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นได้ชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นแนวทางการคิด

5. การทำตาราง จะช่วยให้มองเห็นข้อมูลที่เหมือนกันหรือต่างกัน หรือแตกต่างกันเห็นแบบรูปได้ชัดเจน อันจะนำไปสู่การสรุปการแก้ปัญหาได้

6. การเขียนกราฟ กราฟเป็นสิ่งที่แทนข้อมูลต่าง ๆ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล เห็นแนวทางของสิ่งที่น่าจะเป็นไปได้

ฉวีวรรณ เสวตมัลย์ (2544, หน้า 13 - 15) ได้สรุปยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา (Characterize the problem) อะไรคือสิ่งที่กำหนดอะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไรอยู่ ข้อมูลที่จำเป็นกำหนดมาให้หรือไม่ จงดูตัวอย่างหลาย ๆ ข้อ มีกรณีพิเศษใดหรือไม่ ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่เป็นไปได้ ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลง โดยใช้ประโยชน์จากการสมมติหรือทำข้อความ “โดยไม่สูญเสียความเป็นกรณีทั่วไป” เพื่อย่อโจทย์ทั้งข้อให้เป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. ท่านเคยเห็นปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ (Have you seen this before?) หรือท่านเคยเห็นปัญหานี้ในรูปที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคย ท่านสามารถถ่ายทอดไปสู่ปัญหานี้ แล้วใช้วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหามาใช้ได้หรือไม่ จงตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มีตัวแปรน้อยกว่าและแก้โดย “การคล้าย” เงื่อนไขในข้อหนึ่งหรือมากกว่านั้น ท่านสามารถเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับปัญหาเดิมบ้างหรือไม่

3. ค้นหาแบบรูป (Look for a pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวมของอนุกรม $1+2+\dots+100$ หนุ่มน้อย Carl Friedrich Gauss ก็สร้างรูปแบบนี้ได้ $1+100=2+99=\dots=101$ ความเข้าใจยังรู้นี้ได้นำไปสู่การสังเกตทันทีว่า จำนวนอีก 50 คู่ เช่นนี้ก็สามารถสร้างขึ้นได้ โจทย์การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 ก็กลายเป็นงานหาผลคูณอย่างง่าย $50 \times 101 = 5,050$

4. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบบางอย่าง อาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ “ยุ่งเหยิง” จงพยายามแทนค่ารูปที่ยุ่งเหยิงด้วยสัญลักษณ์ง่าย ๆ แล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลัง การจัดพจน์ในการพิมพ์ที่ซับซ้อนเสียใหม่อาจจะนำไปสู่ผลสำเร็จปลายทางเดียวกัน

5. การตัดทอน (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่จะแก้ได้ง่ายขึ้นหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ (Work backwards) เมื่อท่านพยายามพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจจะง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทำจากข้อสรุปขึ้นไปอย่างมีเหตุผล

7. จัดทำรายการ (Make alist) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดทำรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกชั้นของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้น มันก็ควรจะรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น

8. สถานการณ์จำลองและแบบจำลอง (Simulation and modeling) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจสร้างได้โดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนในคณิตศาสตร์หรือโลกแห่งความเป็นจริงนั้น ถ้าผลที่ได้รับโดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้วสถานการณ์จำลองนั้นคือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ (Formal Logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับเทคนิคที่เรียกว่า การพิสูจน์โดยอ้อม (indirect prove) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันว่าเป็นการพิสูจน์แบบ Contrapositive ด้วย

10. คำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบของท่านโดยใช้สามัญสำนึก และการให้เหตุผลแบบมีทางเลือก

11. ข้อสุดท้าย เมื่อใดก็ตามที่ท่านพยายามจะแก้ปัญหา จงค้นหาวิธีหลาย ๆ วิธี เพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้างรูป และระบุข้อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ เขียนรายการแสดงความสัมพันธ์ เป็นต้น ยิ่งท่านมีวิธีแทนปัญหาได้มากเท่าใด ก็ยิ่งมีแนวโน้มที่ท่านจะค้นพบความสัมพันธ์ที่แอบแฝงอยู่ ซึ่งเป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มากเท่านั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 12) ได้สรุปยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูป หรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์ และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ช็อกก่อน แล้วค่อยค้นหาระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ปัญหา กำหนดคุณสมบัติกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหา ในรูปสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้ แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับ ไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขึ้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้กับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนที่ละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ ปัญหาบางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพจนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหายากแก่การแก้ปัญหาดังตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปยุทธวิธีการแก้ปัญหได้ว่า ยุทธวิธีการปัญหาเป็นแนวทางการแก้ปัญหที่ผู้แก้ปัญหสามารถนำมาใช้เพื่อให้การแก้ปัญหานั้นสำเร็จได้ด้วยดี ซึ่งมีวิธีดังนี้ การค้นหาแบบรูป การเดาหรือคาดคะเน การใช้แผนภาพหรือตาราง การเปลี่ยนมุมมอง การแจงเป็นกรณีย่อย ๆ การดำเนินการแบบย้อนกลับ การใช้ตัวแปร การเขียนสมการ การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ และการให้เหตุผลทางอ้อม ซึ่งยุทธวิธีการแก้ปัญหแต่ละวิธีอาจจะเหมาะกับปัญหาใดปัญหาหนึ่ง แต่อาจจะไม่เหมาะกับอีกปัญหาหนึ่ง ดังนั้นต้องเลือกใช้ให้เหมาะสม

1.6 มาตรฐานทางด้านการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 160) กำหนดมาตรฐานทางด้านการแก้ปัญหของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. นักเรียนสามารถสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหได้
2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหทั้งในคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ ได้
3. นักเรียนสามารถเลือกใช้และปรับยุทธวิธีแก้ปัญหที่เหมาะสมได้หลากหลาย
4. นักเรียนสามารถตรวจตราและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหทาง

คณิตศาสตร์ได้

2. มาตรฐานทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 46) ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

พร้อมพรรณ อุตมสิน และอัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 97) ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่ผู้เรียนต้องใช้การคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการการคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

2.2 รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 46) จำแนกรูปแบบของการให้เหตุผล ได้ 2 ลักษณะ คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์ ถ้าต้องการยืนยันว่าข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นจริง ก็ต้องสืบเสาะหาข้อเท็จจริงมาสนับสนุนให้มากพอ หรือแสดงเหตุผลให้ยอมรับว่าข้อความคาดการณ์นั้นเป็นจริง ในทางคณิตศาสตร์เรายืนยันว่าข้อความคาดการณ์เป็นจริงโดย การแสดงหรือการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าแสดงหรือพิสูจน์ได้ว่าข้อความคาดการณ์เป็นจริงในกรณีทั่วไป ข้อความคาดการณ์นั้นจะเป็นทฤษฎีบท ในทางตรงกันข้าม ถ้าสามารถยกตัวอย่างค้านได้แม้เพียงกรณีเดียว ข้อความคาดการณ์นั้นจะเป็นเท็จทันที

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์แล้วให้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น

เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ การให้เหตุผลแบบนิรนัยประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วนคือ เหตุหรือสมมติฐาน และผลหรือผลสรุป

2.3 มาตรฐานทางการให้การให้เหตุผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 161) กำหนดมาตรฐานทางการให้การให้เหตุผลของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. นักเรียนสามารถเห็นคุณค่าของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในฐานะที่เป็นรากเหง้าของคณิตศาสตร์ได้
2. นักเรียนสามารถสร้างและสืบสวนข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. นักเรียนสามารถพัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้
4. นักเรียนสามารถเลือกและใช้รูปแบบการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ได้อย่างหลากหลาย

3. ทักษะ/กระบวนการด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

3.1 ความหมายของการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 56 - 57) กล่าวถึง การสื่อสารทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นการสื่อสารและสื่อความหมายที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสาร

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการอธิบายชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นรับรู้ จึงรวมความสามารถเกี่ยวกับการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอไว้ด้วย ในกระบวนการสื่อสาร ผู้สื่อสารจะต้องจัดระบบความคิดและสื่อเป็นภาษาพูดหรือเขียนให้ผู้รับสารเข้าใจตรงกัน ในขณะเดียวกัน ผู้รับสารก็ต้องทำความเข้าใจและคิดตามในสิ่งที่ผู้สื่อสารพูดหรือเขียน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์จึงทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้เรียน ทำให้เข้าใจงานที่ทำตรงกัน ส่งเสริมบริบทของการเรียนรู้ที่เหมาะสม เพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้ส่งสารและผู้รับสาร ช่วยให้ผู้สอนมองเห็นความเข้าใจของผู้เรียนซึ่งจะทำให้วางแผนจัดการเรียนรู้ได้อย่างเหมาะสม

3.2 มาตรฐานทางด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 162) กำหนดมาตรฐานทางด้านการสื่อสารของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. นักเรียนสามารถใช้การสื่อสารช่วยในการรวบรวมและจัดระบบความคิดทางคณิตศาสตร์ได้
2. นักเรียนสามารถสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์กับเพื่อน ครู และบุคคลอื่น ๆ ได้อย่างเป็นเรื่องเป็นราวชัดเจน
3. นักเรียนสามารถวิเคราะห์และประเมินความคิดและยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ของบุคคลอื่นได้
4. นักเรียนสามารถใช้ภาษาคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างตรงประเด็น
5. นักเรียนสามารถสร้างและใช้การนำเสนอในการรวบรวม บันทึก และสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้
6. นักเรียนสามารถเลือกใช้ ประยุกต์ และปรับเปลี่ยนการนำเสนอทางคณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาได้
7. นักเรียนสามารถใช้การนำเสนอในการจำลองและตีความปรากฏการณ์ทางกายภาพ ทางสังคม และทางคณิตศาสตร์ได้

4. ทักษะ/กระบวนการด้านการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

4.1 ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 98) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์ กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

4.2 รูปแบบของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้จำแนกรูปแบบการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 แบบ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะ/กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีหรือกะทัดรัดขึ้น และทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความหมายสำหรับนักเรียนมากยิ่งขึ้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 99)

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นการนำความรู้และทักษะ/กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ พันธุกรรมศาสตร์ จิตวิทยา และเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมาย และนักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 114)

3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน เช่น การนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสอธิบายว่าการเดินทางลัดเป็นการเดินทางในระยะที่สั้นกว่าการเดินทางตามแนวเส้นทางปกติ (อัมพร ม้าคะนอง, 2553, หน้า 60)

4.3 มาตรฐานทางด้านการเชื่อมโยง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 162 - 163) กำหนดมาตรฐานทางด้านการเชื่อมโยงของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. นักเรียนสามารถระลึกและใช้การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

2. นักเรียนสามารถเข้าใจแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันอย่างไร และสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ใหม่ที่สอดคล้องกับของเดิมได้

3. นักเรียนสามารถระลึกและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้

5. ทักษะ/กระบวนการด้านการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

5.1 ความหมายของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 133 - 134) ให้ความหมายของการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ไว้ว่า ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เป็นกระบวนการคิดที่อาศัยความรู้พื้นฐาน จินตนาการ และวิจารณญาณ ในการพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มีหลายระดับ ตั้งแต่ระดับพื้นฐานที่สูงกว่าความคิดพื้น ๆ เพียงเล็กน้อย ไปจนกระทั่งเป็นความคิดที่อยู่ในระดับสูงมาก บางครั้งมากจนไร้ขอบเขตจำกัด คนอื่นคิดไปไม่ถึง จนมองดูว่าเป็นการเพ้อฝัน



5.2 องค์ประกอบของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นกระบวนการที่ซับซ้อน องค์ประกอบสำคัญที่นำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 135 - 142) มีดังนี้

1. ความคิดคล่อง (fluency) หมายถึง ความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้คำตอบจำนวนมากที่แตกต่างกันหรือหลากหลายวิธี การคิดให้ได้คำตอบจำนวนมากที่แตกต่างกันหรือวิธีที่หลากหลายเป็นตัวบ่งบอกถึงความเข้าใจและความคล่องแคล่วของสมองของนักเรียนที่จะกลั่นเอาคำตอบของปัญหาออกมา ผู้ที่มีความคิดคล่องมากจะมีโอกาสสร้างคำตอบที่แปลกและเฉียบคมได้มากกว่าผู้ที่มีความคิดคล่องน้อยกว่า

2. ความคิดยืดหยุ่น (flexibility) หมายถึงความสามารถในการคิดปรับเปลี่ยนตามสถานการณ์ คิดแล้วเลือกนำไปใช้ให้ตรงกับสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่กำหนด ความคิดยืดหยุ่นจึงเป็นตัวเสริมให้คิดคล่องมีความแปลกแตกต่างออกไป จึงนับได้ว่าทั้งความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่นต่างก็เป็นพื้นฐานที่นำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. ความคิดริเริ่ม (originality) หมายถึง ความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้ความคิดที่มีลักษณะแปลกใหม่แตกต่างจากความคิดพื้น ๆ เป็นความคิดที่เกิดขึ้นครั้งแรกที่แตกต่างจากความคิดพื้น ๆ ที่มีอยู่เดิม และอาจไม่เคยมีใครนึกหรือคิดมาก่อน ผู้ที่มีความคิดริเริ่มจะต้องมีความกล้าคิดนอกกรอบ กล้าลองเพื่อทดสอบความคิดของตน และบ่อยครั้งที่ต้องอาศัยจินตนาการในการประยุกต์

4. ความคิดละเอียดลออ (elaboration) หมายถึง ความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้ความคิดที่มีรายละเอียดอย่างลุ่มลึกหลายแง่มุมของแต่ละคำตอบของปัญหา จนกระทั่งสามารถสร้างผลงานหรือชิ้นงานขึ้นมาได้สำเร็จ ความคิดละเอียดลออเป็นส่วนเสริมให้องค์ประกอบสำคัญ 3 ข้อข้างต้นมีความสมบูรณ์ นำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่มีประสิทธิภาพ

ในการวิจัยครั้งนี้เน้นการวัดทักษะกระบวนการด้านการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในองค์ประกอบความคิดริเริ่ม เพื่อให้ได้ความคิดแปลกใหม่แตกต่างจากผู้อื่น โดยใช้เกณฑ์การวัดของครอปเลย์ (Cropley, 1966, pp. 261 - 262 อ้างอิงใน มาลี จุฑา, 2544, หน้า 217 - 218) กล่าวว่า ความคิดริเริ่ม เป็นคะแนนที่ได้จากการนับจำนวนคำตอบที่แตกต่างจากผู้อื่น การให้คะแนนให้ตามสัดส่วนของความถี่ของคำตอบ คือ คำตอบใดที่กลุ่มตัวอย่างตอบซ้ำกันมาก ๆ ก็ให้คะแนนน้อยหรือไม่ให้เลย ถ้าคำตอบยิ่งซ้ำกับผู้อื่นน้อยหรือไม่ซ้ำเลยก็จะได้คะแนนมากขึ้น เกณฑ์การให้คะแนน มีดังนี้

คำตอบซ้ำกัน 12% ขึ้นไป	ให้	0	คะแนน
คำตอบซ้ำกัน 6-11%	ให้	1	คะแนน
คำตอบซ้ำกัน 3-5%	ให้	2	คะแนน
คำตอบซ้ำกัน 2%	ให้	3	คะแนน
คำตอบซ้ำกัน ไม่เกิน 1%	ให้	4	คะแนน

การวัดระดับความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน ย่อมทำให้ครูทราบถึงระดับความสามารถในการคิดสร้างสรรค์เป็นแนวทางในการส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ให้นักเรียนได้มาก (มาลี จุฑา, 2544, หน้า 217 - 218)

5.3 มาตรฐานทางด้านการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 162 - 163)

กำหนดมาตรฐานทางด้านการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนไว้ดังนี้

- 1. นักเรียนสามารถสังเคราะห์แนวคิด สร้างแนวคิดใหม่ และระบุประสิทธิภาพของแนวคิดต่าง ๆ ได้
- 2. ตัดสินใจและสร้างผลิตผลขึ้นมาใหม่ได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

คุณลักษณะอันพึงประสงค์ หมายถึง ลักษณะที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนอันเป็นคุณลักษณะที่สังคมต้องการ ในด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม จิตสำนึก สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมได้อย่างมีความสุข ทั้งในฐานะพลเมืองไทยและพลโลก (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, หน้า 53)

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน กำหนดคุณลักษณะอันพึงประสงค์ไว้ 8 คุณลักษณะ ดังนี้

- 1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์
ประกอบด้วยตัวชี้วัด 4 ข้อ ดังนี้
 - 1.1 เป็นพลเมืองที่ดีของชาติ
 - 1.2 อารงไว้ซึ่งความเป็นไทย
 - 1.3 ศรัทธา ยึดมั่น และปฏิบัติตามหลักศาสนา
 - 1.4 เคารพเทิดทูนสถาบันพระมหากษัตริย์
- 2. ซื่อสัตย์สุจริต
ประกอบด้วยตัวชี้วัด 2 ข้อ ดังนี้

2.1 ประพฤติตรงตามความเป็นจริงต่อตนเองทั้งกาย และวาจา ใจ

2.2 ประพฤติตรงตามเป็นจริงต่อผู้อื่นทั้ง กาย วาจา ใจ

3. มิวินัย

ประกอบด้วยตัวชี้วัด 1 ข้อ ดังนี้

3.1 ประพฤติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของครอบครัว โรงเรียน และ

สังคม

4. ใฝ่เรียนรู้

ประกอบด้วยตัวชี้วัด 2 ข้อ ดังนี้

4.1 ตั้งใจเพียงพยายามในการเรียน และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้

4.2 แสวงหาความรู้จากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียนด้วยการเลือกใช้สื่ออย่างเหมาะสม สรุปเป็นองค์ความรู้ และสามารถนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้

5. อยู่อย่างพอเพียง

ประกอบด้วยตัวชี้วัด 2 ข้อ ดังนี้

5.1 ดำเนินชีวิตอย่างพอประมาณ มีเหตุผล รอบคอบ มีคุณธรรม

5.2 มีภูมิคุ้มกันในตัวที่ดี ปรับตัวเพื่ออยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข

6. มุ่งมั่นในการทำงาน

ประกอบด้วยตัวชี้วัด 2 ข้อ ดังนี้

6.1 ตั้งใจและรับผิดชอบในหน้าที่การงาน

6.2 ทำงานด้วยเพียงพยายามและอดทนเพื่อให้สำเร็จตามเป้าหมาย

7. รักความเป็นไทย

ประกอบด้วยตัวชี้วัด 3 ข้อ ดังนี้

7.1 ภาคภูมิใจในขนบธรรมเนียมประเพณี ศิลปะ วัฒนธรรมไทยและมีความกตัญญู

กตเวที

7.2 เห็นคุณค่าและใช้ภาษาไทยในการสื่อสารได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

7.3 อนุรักษ์และสืบทอดภูมิปัญญาไทย

8. มีจิตสาธารณะ

ประกอบด้วยตัวชี้วัด 2 ข้อ ดังนี้

8.1 ช่วยเหลือผู้อื่นด้วยความเต็มใจโดยไม่หวังผลตอบแทน

8.2 เข้าร่วมกิจกรรมที่เป็นประโยชน์ต่อโรงเรียน ชุมชน และสังคม

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนจำนวน 3 คุณลักษณะ คือ มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน โดยวัดจากแบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งประเมินทุกคาบที่มีการจัดกิจกรรม

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

1.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ผลของการใช้เทคนิคการสอน KWDL ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า 1) คะแนนเฉลี่ยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค KWDL สูงกว่านักเรียนที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) นักเรียนพึงพอใจต่อการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL

นิรันดร์ แสงกุลลาบ (2547) ได้ทำการเปรียบเทียบผลการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาทศนิยมและร้อยละของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL และตามแนว สสวท. และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL และตามแนว สสวท. ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL และตามแนว สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL สูงกว่าผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้ตามแนว สสวท. 2) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เห็นด้วยในระดับมากต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL เรียงตามลำดับ ดังนี้ (1) ด้านประโยชน์ที่ได้จากการร่วมกิจกรรม นักเรียนได้ทำงานอย่างเป็นระบบและรอบคอบ ฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีความรับผิดชอบและกล้าแสดงออกมากยิ่งขึ้น (2) ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้ นักเรียนได้รับความสนุกสนานและมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ และ (3) ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนได้แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง และได้วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด และนักเรียนเห็นด้วยในระดับปานกลางต่อการจัดการเรียนรู้ตามแนว สสวท. เรียงตามลำดับดังนี้ (1) ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้ นักเรียนได้รับความสนุกสนานและมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ (2) ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนชอบขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาและได้แสดงความคิดเห็นร่วมอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา และ (3) ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม นักเรียนได้ฝึกคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเป็นขั้นตอนและได้รับประสบการณ์และความรู้ใหม่ ๆ

น้ำทิพย์ ชังเกต (2547) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาผลการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการเรียนรู้ที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) พฤติกรรมการทำงานกลุ่มโดยภาพรวมมีการปฏิบัติในระดับปานกลาง และ 3) ความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL โดยภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยปานกลาง เรียงตามลำดับ ดังนี้ (1) ด้านบรรยากาศการจัดการเรียนรู้ (2) ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (3) ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นอกจากนี้ นักเรียนแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมว่าเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันทำงานดี มีการปรึกษาหารือในกลุ่ม ทำให้สามารถทำงานได้รวดเร็วอย่างเป็นระบบ มีปฏิสัมพันธ์กันในกลุ่มเพิ่มขึ้น ได้เรียนรู้บทบาทการเป็นสมาชิกกลุ่มที่ดี และยอมรับฟังความคิดเห็นของเพื่อน

นิยม เกียรติทรา (2548) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และ 2) ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL โดยภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยปานกลาง นักเรียนเห็นด้วยมากเป็นอันดับ 1 คือ ด้านประโยชน์ที่ได้รับ โดยเห็นว่าทำให้นักเรียนได้มีการช่วยเหลือพึ่งพาอาศัยกัน ฝึกให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์อย่างเป็นขั้นตอน ทำให้นักเรียนมีความรับผิดชอบในหน้าที่รองลงมา คือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจวิธีแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนชอบขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL ทำให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและร่วมอภิปรายเพื่อหาแนวทางแก้ปัญหา และลำดับสุดท้าย คือ ด้านบรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ทำให้นักเรียน มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ และมีความสุขสนุกสนานในการเรียนรู้

พิมพาภรณ์ สุขพ่วง (2548) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลการวิจัยพบว่า 1) แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนมีประสิทธิภาพ 76.89 / 75.25 2) ผลการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบ

แบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยนักเรียนมีผลการเรียนรู้ในเรื่องโจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วนสูงสุดและโจทย์ปัญหาการหารเศษส่วนมีผล การเรียนรู้ต่ำสุด 3) ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL พบว่า นักเรียนมีความคิดเห็นโดยภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก เมื่อพิจารณารายด้านพบว่า นักเรียนเห็นด้วยมากในด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นลำดับที่หนึ่งคือทำให้ได้ร่วมมือกันแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รองลงมาคือด้านประโยชน์ที่ได้รับคือช่วยให้มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้คือทำให้เรียนอย่างมีความสุขและมีอิสระในการเรียนรู้

สุภาภรณ์ ทองใส (2548) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ร่วมกับแนวคิดของวรณีย์ ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ร่วมกับแนวคิดของวรณีย์แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) นักเรียนเห็นด้วยในระดับมากต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ร่วมกับแนวคิดของวรณีย์เรียงตามลำดับดังนี้ (1) ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้ นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม สนุกสนานและเรียนรู้อย่างมีความสุข (2) ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมนักเรียนได้ฝึกคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอน เห็นคุณค่าและประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น (3) ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนสามารถสรุปและนำเสนอการแก้ปัญหาตามขั้นตอน KWDL ร่วมกับเพื่อน ๆ ได้อย่างเป็นระบบ

ฐิติรัตน์ ฤทธิ์สมบูรณ์ (2549) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาผลการเรียนรู้ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ เทคนิคกลุ่มช่วยเหลือเป็นรายบุคคล ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการเรียนรู้ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ เทคนิคกลุ่มช่วยเหลือเป็นรายบุคคล ร่วมกับเทคนิค KWDL ก่อนเรียนและหลังเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยหลังการจัดการเรียนรู้ นักเรียนมีผลการเรียนรู้สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้ 2) ผลการประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีระดับพฤติกรรมการทำงานกลุ่มอยู่ในระดับมาก โดยด้านที่นักเรียนปฏิบัติในระดับมากเป็นลำดับที่ 1 คือ ด้านความใส่ใจตั้งใจปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน และด้านที่นักเรียนปฏิบัติในระดับ

มากเป็นลำดับสุดท้าย คือ ด้านการยอมรับฟังความคิดเห็นกันและกัน 3) ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิธีสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ เทคนิคกลุ่มช่วยเหลือเป็นรายบุคคล ร่วมกับเทคนิค KWDL พบว่า นักเรียนเห็นด้วยอยู่ในระดับมาก คือ ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นการส่งเสริมในด้านการคิดวิเคราะห์เรื่องโจทย์ปัญหามากขึ้น และด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรม นักเรียนได้ฝึกการคิดที่เป็นลำดับขั้นตอน ตามลำดับ

เนตรนรินทร์ พิมละมาศ (2549) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาผลการเรียนรู้ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันโดยใช้เทคนิคทีมเกมแข่งขัน TGT ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการเรียนรู้ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้เทคนิคทีมเกมแข่งขัน TGT ร่วมกับเทคนิค KWDL แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยนักเรียนมีผลการเรียนรู้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน 2) พฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน โดยใช้เทคนิคทีมเกมแข่งขัน TGT ร่วมกับเทคนิค KWDL ที่สังเกตโดยครู โดยภาพรวมพบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการทำงานกลุ่มอยู่ในระดับมาก และเมื่อพิจารณาเป็นรายด้านพบว่า พฤติกรรมกล่าวสนับสุนน ยกย่องให้กำลังใจซึ่งกันและกัน เป็นลำดับที่หนึ่ง ส่วนด้านที่นักเรียนปฏิบัติเป็นลำดับสุดท้ายคือ การปฏิบัติตามระเบียบข้อตกลงของกลุ่ม และพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนที่สังเกตโดยนักเรียน โดยภาพรวมพบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการทำงานกลุ่มอยู่ในระดับมาก และเมื่อพิจารณาเป็นรายด้านพบว่า นักเรียนเคารพรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น เป็นลำดับที่หนึ่ง ส่วนด้านที่นักเรียนปฏิบัติเป็นลำดับสุดท้าย คือการกระตุ้นให้เพื่อนแสดงความคิดเห็น และเปิดโอกาสให้เพื่อนในกลุ่มแสดงความคิดเห็น และการพูดชมเชยเพื่อนในกลุ่ม 3) ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน โดยใช้เทคนิคทีมเกมแข่งขัน TGT ร่วมกับเทคนิค KWDL โดยภาพรวม นักเรียนเห็นด้วยอยู่ในระดับมาก เมื่อพิจารณาเป็นรายด้านพบว่านักเรียนเห็นด้วยมากในทุกด้าน เรียงตามลำดับ คือด้านประโยชน์ที่จากการจัดกิจกรรม นักเรียนเห็นด้วยมากเป็นลำดับที่ 1 คือ นักเรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของคณิตศาสตร์ จากการทำกิจกรรมนี้และเห็นด้วยปานกลางเป็นลำดับสุดท้ายคือ นักเรียนได้รับการส่งเสริมให้มีความร่วมมือ และช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนเห็นด้วยมากเป็นลำดับที่ 1 คือ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด และแสดงความคิดเห็นร่วมกันและเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนยอมรับความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่ม และเห็นด้วยปานกลางเป็นลำดับสุดท้ายคือ เป็นการปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอน การจัดการเรียน

ทำได้ไม่ยาก ด้านบรรยากาศการเรียนรู้ที่นักเรียนเห็นด้วยมากเป็นลำดับที่ 1 คือ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสัมพันธ์ที่ดีกับเพื่อนในกลุ่ม และเห็นด้วยปานกลางเป็นลำดับสุดท้ายคือ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ

ปาริชาติ สมใจ (2549) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาผลการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับ เทคนิค KWDL แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยผลการเรียนรู้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน 2) พฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยภาพรวมมีการปฏิบัติในระดับมาก เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อพบว่า การพูดชมเชยให้กำลังใจเพื่อน อยู่ในลำดับที่ 1 รองลงมา คือ การร่วมเสนอแนวคิดและปฏิบัติด้วยความเต็มใจการยอมรับความคิดเห็นของเพื่อนและการพูดสนับสนุนกันและกัน ตามลำดับ 3) ความคิดเห็นของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับ เทคนิค KWDL โดยภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก เมื่อพิจารณาเป็นรายด้านพบว่า ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนเห็นด้วยมาก เป็นอันดับที่ 1 รองลงมา คือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และด้านบรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามลำดับโดยจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับ เทคนิค KWDL

1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบการเรียนรู้เป็นคู่

บุญชม ศรีสะอาด (มปป) ได้ทำการศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อวิธีสอน และความวิตกกังวลในการเรียน โดยใช้วิธีสอนแบบเรียนเป็นคู่ (Learning cell) ที่มีการสลับย่อย กับวิธีสอนแบบบรรยาย ใน 4 วิชา แต่ละวิชากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจะได้รับการสอนในเนื้อหาและจุดประสงค์เดียวกัน สอนโดยผู้สอนคนเดียวกัน กลุ่มทดลองจะสอนโดยวิธีสอนแบบเรียนเป็นคู่ที่มีการสลับย่อย ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบบรรยาย ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ต่างก็มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองเพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้ง 4 วิชา มีวิชาภาษาไทยวิชาเดียวที่พบว่า ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่เพิ่มขึ้นหลังการทดลองจากก่อนการทดลอง ของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 วิชาอื่นๆ ให้ผลไม่แตกต่างกัน และมีวิชาสังคมศึกษาที่พบว่ากลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเจตคติต่อวิธีสอนสูงกว่า

กลุ่มควบคุม และมีค่าเฉลี่ยความวิตกกังวลต่ำกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 วิชาอื่น ๆ ไม่พบความแตกต่าง ระหว่างสองกลุ่มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศรินทร์ วนวิฒนากุล (2540) ได้ทำการศึกษา ผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้เป็นคู่ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องการเรียงสับเปลี่ยนและการ จัดหมู่ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ไม่แตกต่างที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05 2) ความวิตก กังวลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนเรื่องการเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่ของกลุ่มทดลอง น้อยกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ส่วนของกลุ่มควบคุมสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 3) ความวิตกกังวลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่ของกลุ่มทดลองน้อยกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับ 0.05

อุบลวรรณ อยู่มั่นธรรมมา (2548) ได้ทำการศึกษาการใช้ชุดการสอนวิชา คณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า 1) ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ 94.12/90.95 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 ที่ตั้งไว้ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ระดับ .01 3) นักเรียนมีความพึงพอใจต่อชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ เรื่องการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมาก

เชนิสา ชื่นสุวรรณ (2539) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความรับผิดชอบในการเรียนและความสนใจในวิชาสังคมศึกษาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบเรียนเป็นคู่ (Learning Cell) กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัย พบว่า กลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้วิธีสอนแบบเรียนเป็นคู่ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ ได้รับการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วิรงรอง วงษ์วัฒนะ (2551) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการศึกษาออกสถานที่ด้วยการใช้ความเป็นจริงเสมือนกับการใช้ความ เป็นจริงเสมือนและการเรียนเป็นคู่ ผลการวิจัยพบว่า 1) ค่าเฉลี่ยคะแนนหลังเรียนของกลุ่มทดลอง ทั้ง 2 กลุ่ม สูงกว่าคะแนนก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ค่าเฉลี่ยของคะแนน หลังเรียนของกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยบทเรียนการศึกษาออกสถานที่ด้วยการใช้ความเป็นจริง

เสมือนและการเรียนเป็นคู่ สูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยบทเรียนเสมือนนอกสถานที่ด้วยการใช้ความเป็นจริงเสมือน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุเทพ จันทรแก้ว (2534) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต เรื่องบุคคลสำคัญของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีสอนแบบเรียนเป็นคู่ (Learning Cell) ตามลำดับขั้นตอนกับวิธีสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต เรื่องบุคคลสำคัญของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล (2545) ได้ทำการศึกษาการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งการวิจัยเป็น 2 ขั้นตอน คือ ขั้นแรกเป็นการวิจัยเพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่ากระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน คือ 1) การเตรียมปัญหา 2) การสร้างปัญหา 3) การสร้างกรอบการศึกษา 4) ศึกษาค้นคว้าโดยกลุ่มย่อย 5) ตัดสินใจหาทางแก้ปัญหา 6) การสร้างผลงาน 7) ประเมินผลการเรียนรู้ ขั้นที่สอง เป็นการวิจัยเพื่อทดสอบกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ในส่วนทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

แววดาว อุทิศ (2551) ได้ทำการศึกษาการวิจัยเชิงปฏิบัติการแบบมีส่วนร่วม เพื่อส่งเสริมการประยุกต์ใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลักสูตรภาษาอังกฤษ ผลวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันผ่านเกณฑ์ระดับดีมาก และเมื่อประเมินผลตามสภาพจริง นักเรียนมีผลคะแนนการปฏิบัติงานกลุ่มเฉลี่ยร้อยละ 75 ขึ้นไป ส่วนผลของพัฒนาการและระดับพฤติกรรมมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน พบว่า ทักษะคตินของนักเรียนต่อวิชา

คณิตศาสตร์ปรับเปลี่ยนไปในทางที่ดี คือ เรียนคณิตศาสตร์ด้วยความสนุกสนาน ได้รับความรู้ที่เป็นประโยชน์ มีทัศนคติที่ดีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนและต่อตัวผู้สอน

2. งานวิจัยต่างประเทศ

2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL

Shaw and other (1997, pp. 482 - 486) ได้ศึกษาการเรียนรู้แบบร่วมมือในการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L กับนักเรียนเกรด 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเรียนแบบร่วมมือในการแก้ปัญหาด้วยเทคนิค K-W-D-L ได้ระดับคะแนนสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนวิธีนี้ และยังพบว่านักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L มีความสามารถในการร่วมกันทำงาน การทำงานร่วมกันด้วยความสนุกสนาน มีความมั่นใจในการตอบคำถามและใช้เหตุผลในการอธิบาย และมีเจตคติทางบวกต่อการเรียนดีกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนวิธีนี้

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนเป็นคู่

Kingsbury (n.d. อ้างอิงใน บุญชม ศรีสะอาด, 2537, หน้า 121) เป็นคนแรกที่ใช้วิธีการของการเรียนเป็นคู่ที่มหาวิทยาลัยแมคกิล (Mc Gill) โดยทดลองใช้กับวิชาต่าง ๆ หลายวิชา ได้แก่ วิชาภาษาอังกฤษ จิตวิทยา ปรัชญา เคมี การสื่อสาร และสังคมวิทยา พบว่าวิธีการนี้จะนำไปสู่การมีปฏิสัมพันธ์ในทางสร้างสรรค์ (Productive) ระหว่างผู้เรียนด้วยกัน นักเรียนหลายคนที่ขาดทักษะในการสื่อสารที่จะส่งผลต่อประสิทธิภาพของการเรียนโดยวิธีนี้ในระยะเริ่มต้น เมื่อได้ทดลองปฏิบัติและได้รับคำแนะนำในทักษะบางอย่าง นักเรียนเหล่านี้ต่างก็มีความก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว

Goldschmid (1971, pp. 3 - 4 อ้างอิงใน บุญชม ศรีสะอาด, 2537, หน้า 122) เปรียบเทียบผลการเรียนในวิชาจิตวิทยาจากการสอน 4 วิธี คือ วิธีสัมมนา (Seminar) วิธีอภิปราย วิธีศึกษาโดยอิสระ (Independent Study) และวิธีเรียนเป็นคู่ นักศึกษาที่เรียนในแต่ละกลุ่มมีความคล้ายคลึงกันหลายด้าน ได้แก่ จำนวนวิชาจิตวิทยาที่เรียนมาแล้ว วิชาเอก เกรดเฉลี่ยสะสม ผลสัมฤทธิ์ในเนื้อหาจิตวิทยาที่ทดสอบก่อนเรียน ผลการสอบวัดทางบุคลิกภาพด้วยแบบสำรวจ The California Inventory เมื่อตอนเริ่มต้นเรียน ผลการทดลองพบว่านักศึกษาที่เรียนโดยวิธีเรียนเป็นคู่ ตอบข้อสอบแบบอัตนัยหลังจากเรียนวิชานี้เสร็จแล้วโดยไม่ได้ออกให้ทราบถึงการสอบล่วงหน้า ได้ดีกว่ากลุ่มอื่นอย่างมีนัยสำคัญ และจากการจัดอันดับความพอใจในแต่ละชั่วโมง พบว่าอันดับโดยเฉลี่ยของกลุ่มที่เรียนโดยวิธีเรียนเป็นคู่สูงกว่าอีก 3 กลุ่มอย่างมีนัยสำคัญ

Babara and Marcel Goldschmid (1976, pp. 20 - 21) ได้เขียนบทวิจารณ์เกี่ยวกับงานวิจัยในระดับอุดมศึกษาที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบกลุ่มเพื่อนที่มีความสามารถเท่า

เทียมกัน (Peer teaching) ซึ่งได้รับความนิยมในการสอนด้านสังคมศาสตร์และจิตวิทยาในระยะเวลา 10 ปีที่ผ่านมา ประกอบด้วยการเรียนรูปแบบต่าง ๆ เช่น การสัมมนา การอภิปราย การศึกษาค้นคว้าอิสระ และการเรียนเป็นคู่ พบว่าเมื่อนำการเรียนรู้อย่างต่าง ๆ เหล่านี้ไปใช้ร่วมกับวิธีการสอนแบบอื่น ๆ จะทำให้วิธีการสอนเหล่านั้นมีศักยภาพสูงขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้านำมาใช้ร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือและการศึกษาเรื่องที่เกี่ยวกับการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม และเมื่อศึกษาถึงประสิทธิผลของแต่ละรูปแบบ พบว่านักศึกษาที่ได้รับการสอนโดยรูปแบบการเรียนเป็นคู่สามารถดำเนินการต่าง ๆ ได้ดีกว่าก่อนเรียน และสามารถจัดประสบการณ์การเรียนรู้ได้อย่างต่อเนื่องอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และการประเมินผลการเรียนรู้ขั้นสุดท้ายชี้ให้เห็นว่า การเรียนเป็นคู่ ให้ผลการเรียนรู้สูงกว่าอีก 3 วิธี

Schirmerhorn and other (1975, pp. 22 - 36) ได้ศึกษาเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มอายุในการเรียนเรื่องกฎความน่าจะเป็นโดยจับคู่นักเรียน โดยแบ่งกลุ่มทดลองออกเป็น 3 กลุ่ม คือ นักเรียนเกรด 5 นักเรียนเกรด 9 และนักศึกษาในมหาวิทยาลัย พวกเขาได้ตรวจสอบข้อเท็จจริงมากกว่า 3 ครั้ง ซึ่งจะช่วยยืนยันถึงความน่าเชื่อถือของผลการทดลอง และสนับสนุนผลการประเมินว่าการเรียนเป็นคู่ก่อให้เกิดประสิทธิภาพทางการเรียนรู้ทั้ง 3 กลุ่ม

Stone (1975 อ้างอิงใน Goldschmid, B. and Goldschmid, M.L., 1976, p. 21) ได้ทำการศึกษาย่างต่อเนื่อง ณ มหาวิทยาลัยมิชิแกน เพื่อศึกษาถึงประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้แบบการเรียนเป็นคู่และพัฒนาให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

Kamuran Tarim (2009, pp. 325 - 340) ได้ศึกษาผลการเรียนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ของเด็กวัยอนุบาลที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า เด็กในกลุ่มทดลองที่มีรูปแบบการเรียนแบบร่วมมือ มีการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาที่สูงขึ้น ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่เกี่ยวกับปัญหาการบวก การลบและการจัดสรรเงินดีขึ้น

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานสำคัญที่ทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิดที่มีเหตุผล มีความเข้าใจ กล้าตัดสินใจ และทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ดีขึ้น โดยครูจะเป็นผู้ที่เลือกกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ อันจะส่งผลให้นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และทำให้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากขึ้น