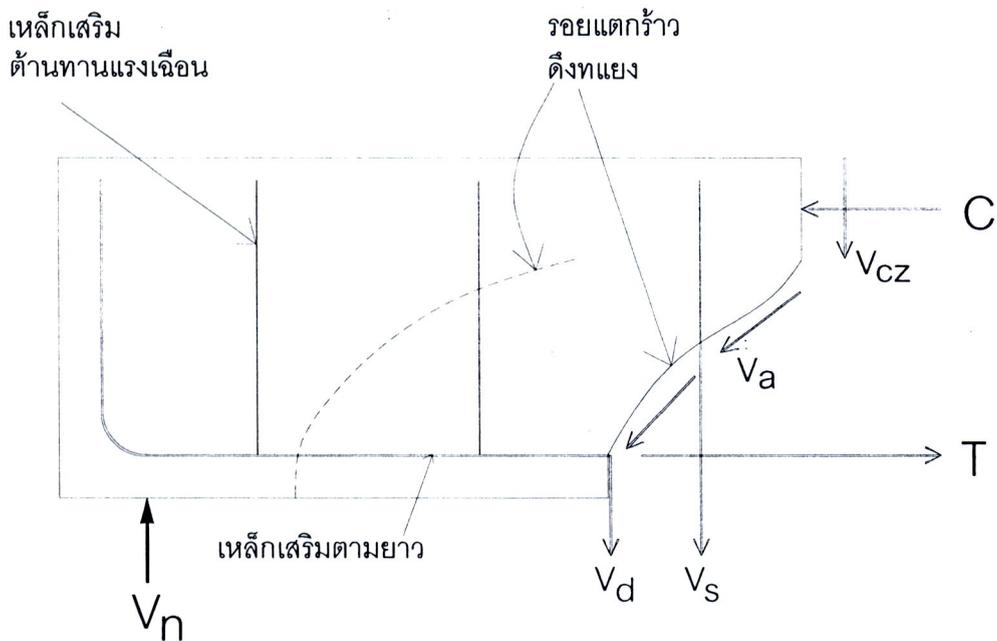


บทที่ 3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1 กลไกการถ่ายแรงเฉือนในคาน คอนกรีตเสริมเหล็กที่มีเหล็กเสริมต้านทานแรงเฉือน

สำหรับคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่มีค่าอัตราส่วนของช่วงการเฉือนต่อความลึกประสิทธิผลไม่น้อยกว่า 3 จะพบว่าพฤติกรรมในการรับแรงเฉือนจะถูกควบคุมโดยหน่วยแรงดึงทแยง (diagonal tensile stress) ปัจจุบันเป็นที่ยอมรับกันว่ากลไกการส่งผ่านแรงเฉือนในคานคอนกรีตเสริมเหล็กสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 3.1 โดยแบ่งเป็นองค์ประกอบที่คอนกรีตรับ (V_{cz}, V_a, V_d) และอีกส่วนโดยเหล็กรับแรงเฉือน (V_s)



ภาพที่ 3.1 แรงกระทำที่รอยแตกดึงทแยงในคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

โดยที่	V_{cz}	คือ	แรงเฉือนส่วนที่เกิดจากหน่วยแรงเฉือนบนคอนกรีตส่วนที่ยังไม่เกิดรอยร้าวในพื้นที่รับแรงอัด (compression zone)
	V_a	คือ	แรงเฉือนส่วนที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเกาะเกี่ยวระหว่างมวลหยาบของคอนกรีตผ่านตามระนาบการแตกร้าวทแยง

V_d	คือ	แรงเฉือนส่วนที่รับด้วยเหล็กเสริมตามยาวในทิศตั้งฉากกับแนวแกนเรียกว่าโดเวลแอคชั่น (dowel action) ซึ่งส่วนใหญ่ขึ้นอยู่กับรายละเอียดของเหล็กเสริมในชิ้นส่วนคอนกรีตเสริมเหล็ก dowel action จะทำงานเมื่อเกิดรอยแตกกว้างจนถึงสภาวะน้ำหนักบรรทุกทุกประลัยที่กระทำกับหน้าตัดทั้งหมด
V_s	คือ	เหล็กเสริมรับแรงเฉือนเป็นกลไกในการรับแรงเฉือนส่วนที่เกินความสามารถของกลไกอื่นๆ (V_{cz}, V_a, V_d) ของคอนกรีต

เหล็กรับแรงเฉือนนี้ยังช่วยป้องกันการขยายตัวของรอยแตกกว้างในแนวทแยง และควบคุมความกว้างของรอยร้าว อันจะช่วยเพิ่มความสามารถของแรงเฉือนอันเนื่องจากการเกาะเกี่ยวกันของมวลรวมหยาบ เหล็กรับแรงเฉือนนี้ยังจะช่วยยึดเหล็กแกนตามยาวให้อยู่ในที่และช่วยเพิ่มความสามารถของแรงเฉือนเนื่องจาก dowel action อีกด้วย

นอกจากนั้นเหล็กรับแรงเฉือนยังช่วยรัดส่วนของคอนกรีตที่อยู่เหนือแกนสะเทิน ซึ่งทำหน้าที่เสมือนเสารับแรงอัด โดยพบว่าค่า V_{cz} นั้นมีค่าประมาณ 25-45 เปอร์เซ็นต์ และ V_a มีค่าประมาณ 30-50 เปอร์เซ็นต์ ส่วนการถ่ายแรงเฉือนของโดเวลแอคชั่น (dowel action) จะมีค่าประมาณ 15-25 เปอร์เซ็นต์ของแรงเฉือนภายในคอนกรีต (V_c) ทั้งหมด (Taylor, 1974)

สำหรับกำลังรับแรงเฉือนของหน้าตัดคาน (V_n) สามารถพิจารณาอย่างง่ายให้เป็นผลรวมระหว่างแรงเฉือนที่คอนกรีตรับ (V_c) กับแรงเฉือนที่เหล็กเสริมรับ (V_s) คือ

$$V_n = V_c + V_s \quad (3.1)$$

มาตรฐาน ACI กำหนดค่าแรงเฉือนของคอนกรีตที่ภาวะประลัยไว้ดังนี้

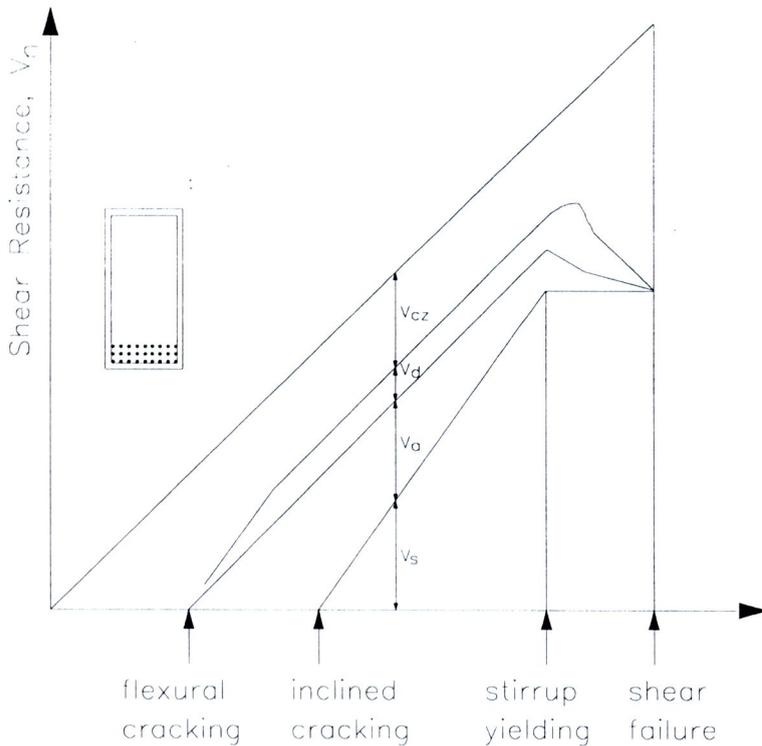
$$V_c = \left(0.50\sqrt{f'_c} + 176\rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) bd \quad \text{กก.} \quad (3.2)$$

โดยที่	ρ_w	=	อัตราส่วนของปริมาณเหล็กเสริมรับแรงดึงต่อหน้าตัดประสิทธิภาพของคอนกรีต
	d	=	ความลึกประสิทธิภาพของคาน
	V_u	=	แรงเฉือนที่หน้าตัดพิจารณา
	M_u	=	โมเมนต์ที่หน้าตัดพิจารณา

และยังกำหนดค่าแรงเฉือนประลัยโดยประมาณไว้ ทั้งนี้เพื่อให้การคำนวณง่ายและสะดวกขึ้นอีกคือ

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c}bd \quad \text{กก.} \quad (3.3)$$

กลไกต่างๆในการรับแรงเฉือนสามารถอธิบายได้จากกราฟในภาพที่ 3.2 ซึ่งเป็นกราฟระหว่างแรงเฉือนภายในเทียบกับแรงเฉือนภายนอกเส้น และแสดงสภาพสมมูลที่แรงระดับต่างๆ โดยจะเห็นได้วก่อนเกิดรอยร้าว แรงเฉือนทั้งหมดรับด้วยหน่วยแรงเฉือนภายในเนื้อคอนกรีต เมื่อเกิดรอยร้าวเนื่องจากโมเมนต์คดผ่านตั้งฉากกับเหล็กเสริมตามยาว แรงเฉือนบางส่วนจะรับด้วย dowel action และเมื่อรอยร้าวเคลื่อนตัวสูงขึ้น การเกาะเกี่ยวของมวลรวมหยาบจะช่วยต้านทานแรงเฉือนด้วย ส่วนเหล็กรับแรงเฉือนจะเริ่มรับแรงเฉือนในรูปของแรงดึงในเหล็กเมื่อรอยร้าวเนื่องจากโมเมนต์คดเบนออกเป็นรอยร้าวทแยงมุมและตัดผ่านแนวเหล็กเสริมตามขวาง จากกราฟจะเห็นว่าสัดส่วนการรับแรงเฉือนของเหล็กเสริมตามขวางจะเพิ่มขึ้นจนกระทั่งเหล็กเกิดการครากเนื่องจากความเครียดในเหล็กเพิ่มขึ้น โดยแรงดึงมีค่าคงที่ทำให้รอยร้าวทแยงมุมมีความกว้างมากขึ้นเป็นผลทำให้แรงเฉือน V_u ลดลงและ dowel action ทำหน้าที่รับแรงเฉือนเพิ่มขึ้น

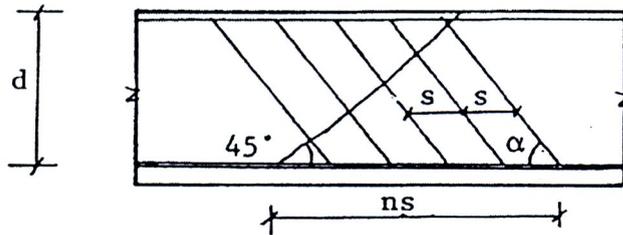


ภาพที่ 3.2 สัดส่วนการต้านทานแรงเฉือนของกลไกต่างๆ

การวิบัติเนื่องจากการแยกตัวของเหล็กตามยาวและคอนกรีตทำให้สูญเสียโดเวลแอกชั่น (dowel action) และในที่สุดความสามารถในการรับแรงเฉือนน้อยกว่าแรงเฉือนกระทำให้นานถึงจุดวิบัติ

สำหรับคานคอนกรีตซึ่งมีเหล็กเสริมตามยาวและเหล็กเสริมตามขวางทำมุม α กับแกนของคานคอนกรีตเสริมเหล็กดังแสดงในภาพที่ 3.3 ในการวิเคราะห์ V_s เราสมมติให้รอยแตกร้าวทแยงทำมุม 45° กับแนวแกน โดยเริ่มต้นจากเหล็กเสริมรับแรงดึงขึ้นไปจนถึงผิวบนของคาน ให้ n เป็นจำนวนเหล็กตามขวางซึ่งตัดกับรอยร้าวทแยงมุม แรงเฉือน V_s จะเท่ากับผลรวมของแรงดึงที่เกิดขึ้นในเหล็กตามขวางทุกเส้นแตกมาอยู่ในแนวตั้งดังนี้คือ

$$V_s = nA_v f_y \sin \alpha \quad (3.4)$$



ภาพที่ 3.3 กำลังเฉือนเนื่องจากเหล็กเสริมตามขวาง

โดยที่ A_v คือ พื้นที่ของเหล็กเสริมตามขวางภายในระยะ s
 f_y คือ ค่ากำลังครากของเหล็กตามขวาง

จากความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต จะได้ว่า

$$n_s = d(\cot 45^\circ + \cot \alpha) = d(1 + \cot \alpha) \quad (3.5)$$

ดังนั้นสำหรับเหล็กเสริมตามขวางที่เกิดจากการงอเหล็กแกนเป็นเส้นทแยงมุมขึ้นไป

$$V_s = \frac{d(1 + \cot \alpha)}{s} A_v f_y \sin \alpha = \frac{A_v f_y (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s} \quad (3.6)$$

สำหรับเหล็กเสริมตามขวางในแนวตั้งฉากกับเหล็กแกน $\sin \alpha = \sin 90^\circ = 1$ และ $\cos \alpha = \cos 90^\circ = 0$ นั่นคือ

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (3.7)$$

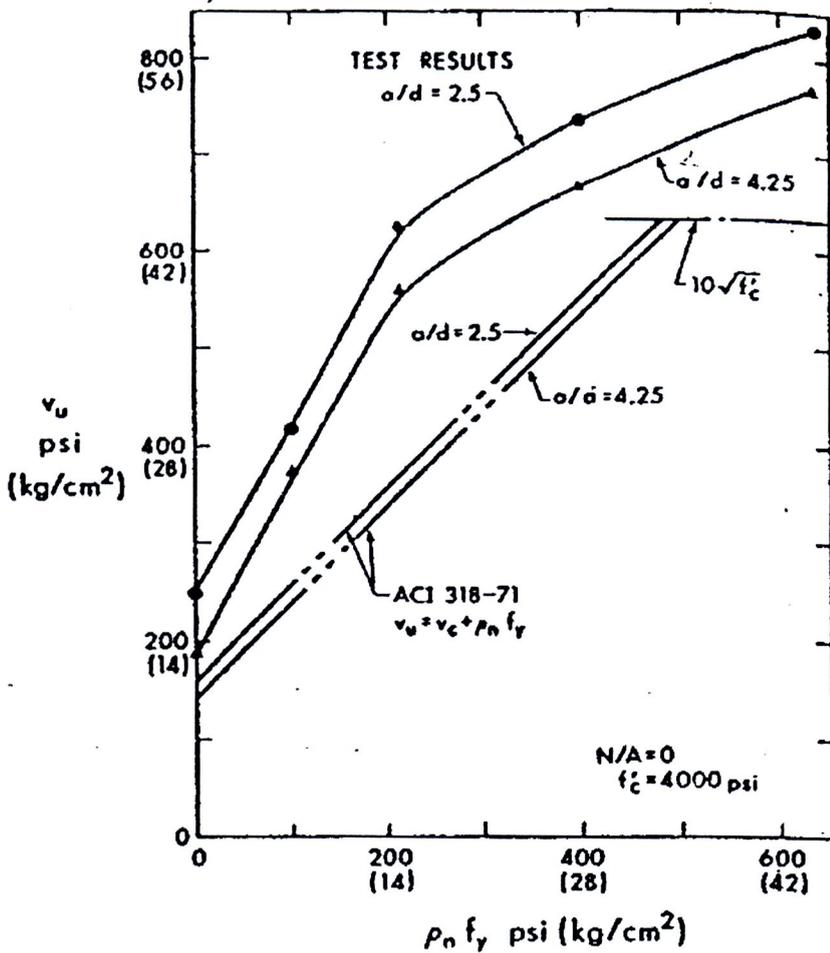
หรือ

$$V_s = \frac{v_s}{bd} = \frac{A_v f_y}{bs} = \rho_n f_y \tag{3.8}$$

โดยที่

$$\rho_n = \frac{A_v}{bs} \tag{3.9}$$

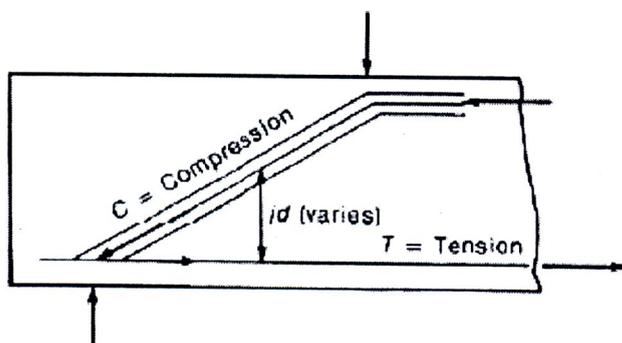
การออกแบบเหล็กเสริมตามขวางในปัจจุบันที่กล่าวมานี้ ใช้หลักการความคล้ายคลึงของโครงข้อหมุน (truss analogy) แรงดึงในเหล็กปลอกจะเกิดขึ้นเมื่อรอยร้าวทแยงมุมตัดผ่านแนวเหล็กปลอก ภาพที่ 3.4 แสดงความสามารถในการรับแรงเฉือนของเหล็กเสริมตามขวางเมื่อพารามิเตอร์ $\rho_n f_y$ เพิ่มขึ้นถึง 600 ปอนด์ต่อ ตารางนิ้ว สำหรับคานที่มีอัตราส่วน a/d ระหว่าง 2.5 ถึง 4.25



ภาพที่ 3.4 ผลของปริมาณเหล็กเสริมตามขวางต่อกำลังเฉือนของคาน (ต่อกุล กาญจนาลัย, 2528)

3.2 แบบจำลองการรับแรงเฉือนแบบโครงตาข่าย (Lattice Model)

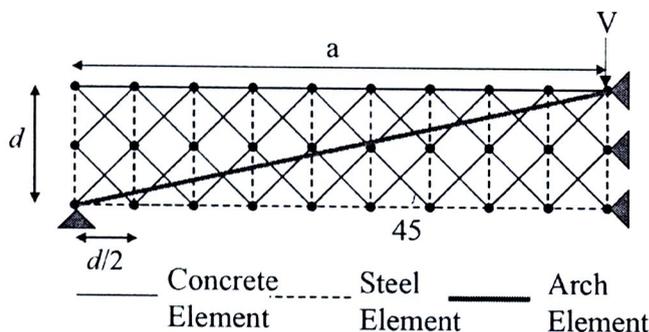
Niwa et al. (1995) ได้พัฒนาแบบจำลองแบบโครงตาข่ายที่เรียกว่า “Lattice model” เพื่ออธิบายกลไกการต้านทานแรงเฉือน โดยแบ่งโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กเป็นชิ้นส่วนย่อย ในลักษณะโครงข้อหมุน (Truss Model) และให้รับแรงร่วมกับชิ้นส่วนอาร์ชรับแรงอัด (Compression Arch Member) การประยุกต์ใช้ชิ้นส่วนอาร์ชในการช่วยรับแรงอัดจากตำแหน่งที่คอนกรีตไม่แตกร้าวใกล้ตำแหน่งฐานรองรับคานไปยังตำแหน่งที่รองรับแรงกระทำจากภายนอก เป็นการถ่ายแรงไปที่ฐานรองรับดังแสดงในภาพที่ 3.5 ดังที่เรียกว่า “Arch Action”



ภาพที่ 3.5 อาร์ชแอคชั่น (arch action) ในคาน (Macgregor, 2005)

ชิ้นส่วนคอนกรีตย่อยในลักษณะโครงข้อหมุน (Truss Member) สามารถแบ่งย่อยเป็น ชิ้นส่วนการอัดคด (Flexural Compression Member), ชิ้นส่วนรับแรงดึงคด (Flexural Tension Member), ชิ้นส่วนรับแรงอัดทแยง (Diagonal Compression Member), และชิ้นส่วนรับแรงดึงทแยง (Diagonal Tension Member)

ส่วนเหล็กเสริมรับแรงดึง เหล็กเสริมรับแรงอัดและเหล็กปลอกในแนวตั้งสามารถแบ่งย่อยเป็นชิ้นส่วนตามแนวราบและแนวตั้ง ดังแสดงในภาพที่ 3.6

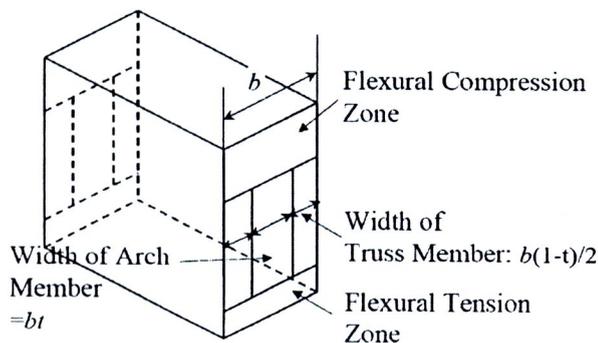


ภาพที่ 3.6 แผนภาพอธิบายแบบจำลองโครงตาข่าย (Niwa et al., 1995)

อัตราส่วนของความกว้างของชิ้นส่วนอาร์ชถึงความกว้างคาน “ t ” ดังแสดงในภาพที่ 3.7 สามารถหาจากการควบคุมให้พลังงานศักย์ความเครียดสะสม (strain energy, U) มีค่าต่ำที่สุดเมื่อคำนวณด้วยแรงกระทำหนึ่งหน่วยบนคานคอนกรีต

สำหรับความเค้น (σ) ความเครียด (ϵ) ในปริมาตร dv

$$U = \int_v \frac{1}{2} \sigma \epsilon \, dv \quad (3.10)$$

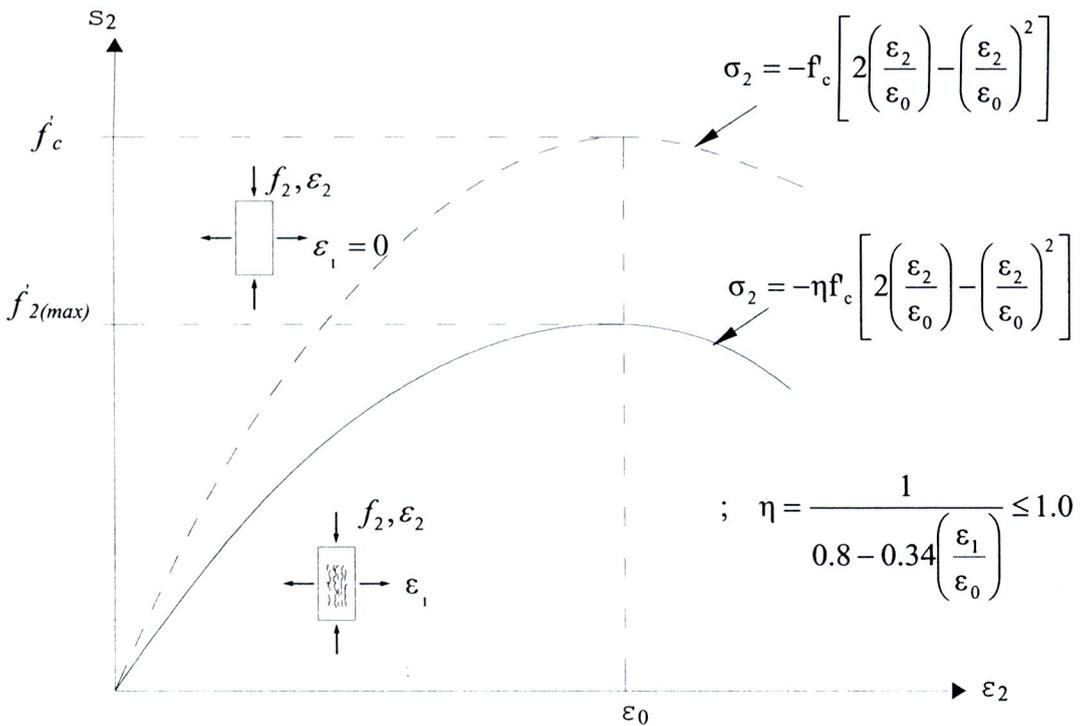


ภาพที่ 3.7 หน้าตัดแบบจำลองโครงตาข่าย (Niwa et al., 1995)

3.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียดของวัสดุ

3.2.1.1 คอนกรีต

สำหรับชิ้นส่วนคอนกรีตอัดทแยงและชิ้นส่วนคอนกรีตอาร์ชที่รับหน่วยแรงอัดหลัก (principal compressive stress, σ_2) จะใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของคอนกรีตรับแรงอัด โดยพิจารณาผลของการแตกร้าวของคอนกรีตโดยกำลังรับแรงอัดของคอนกรีตภายหลังการแตกร้าวเป็นฟังก์ชันของความเครียดตั้งต้นจากกับระนาบการแตกร้าว (Collin et al., 1996) ดังภาพที่ 3.8 และสมการที่ 3.11



ภาพที่ 3.8 ผลของ Softening ต่อการรับแรงอัดของชิ้นส่วนคอนกรีต

$$\sigma_2 = -\eta f'_c \left[2 \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} \right) - \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} \right)^2 \right] \quad (3.11)$$

เมื่อ

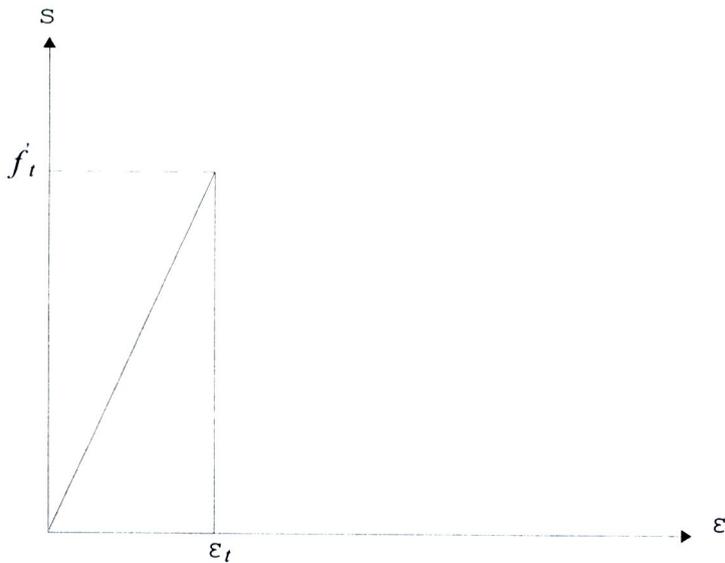
$$\eta = \frac{1}{0.8 - 0.34 \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} \right)} \leq 1.0 \quad (3.12)$$

$$\epsilon_0 = -0.0020$$

ϵ_1 = ความเครียดดึงหลัก

ϵ_2 = ความเครียดอัดหลัก

ในกรณีรับแรงดึงของชิ้นส่วนดึงทแยงของคอนกรีตก่อนการแตกร้าวจะพิจารณาให้คงพฤติกรรมแบบยืดหยุ่นหรืออีลาสติก (elastic) โดยที่มีความเค้นดึงสูงสุดของคอนกรีต (f_t) เท่ากับ 10 เปอร์เซ็นต์ของกำลังอัดคอนกรีต (f'_c) เมื่อการแตกร้าวเกิดขึ้นคอนกรีตถูกสมมติให้ไม่สามารถรับแรงดึงได้ ($f_t = 0$) ดังแสดงในภาพที่ 3.9



ภาพที่ 3.9 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นดึงและความเครียดดึงของชิ้นส่วนคอนกรีตรับแรงดึง

3.2.2.1 เหล็กเสริม

เหล็กเสริมจะถูกกำหนดให้มีพฤติกรรมแบบอีลาสโตพลาสติก (elasto-plastic) ภายใต้ขีดจำกัดของการยืดหยุ่น ความสัมพันธ์ของหน่วยแรงและหน่วยการยืดหดตัวเป็นไปตามกฎของฮุก นั่นคือ $\sigma = E_s \varepsilon$ โดยที่ $0 < \varepsilon < \varepsilon_y$ เมื่อเลยจุดครากกำหนดให้หน่วยแรงมีค่าคงที่ ($\sigma = f_y$)

3.3 การวิเคราะห์กำลังรับโมเมนต์ดัดของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

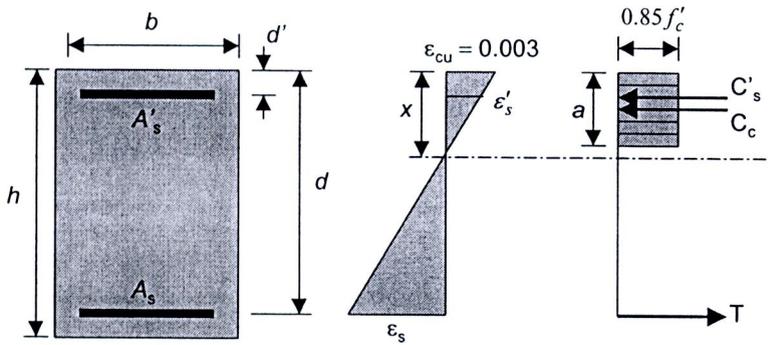
ภาพที่ 3.10 แสดงหน้าตัดคานสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีเหล็กเสริมรับแรงอัด A'_s ซึ่งวางอยู่ที่ระยะ d' จากผิวรับแรงอัด (ในกรณีนี้คือผิวด้านบน) ดังนั้นจึงมีกำลังรับแรงอัดจากเหล็กเสริมรับแรงอัด C'_s เกิดขึ้นที่ด้านรับแรงอัดนอกเหนือไปจากแรงอัดจากคอนกรีต C_c กำลังต้านทานโมเมนต์ M_n จึงได้มาจากสองส่วนคือ แรงคู่ควบระหว่างคอนกรีตกับเหล็กรับแรงดึง และแรงคู่ควบระหว่างเหล็กรับแรงอัดกับเหล็กรับแรงดึง

นั่นคือ

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} = C_c \left(d - \frac{a}{2} \right) + C'_s (d - d') \quad (3.13)$$

หรือ

$$M_n = 0.85 f'_c b a \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s (d - d') \quad (3.14)$$



ภาพที่ 3.10 หน้าตัดเสริมเหล็กคู่ (doubly reinforced section)

เมื่อ f'_s คือหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเหล็กรับแรงอัดซึ่งอาจมีค่าถึงจุดครากหรือไม่ก็ได้ สำหรับรายละเอียดสามารถอ้างอิงเพิ่มเติมใน ต่อกุล กาญจนาลัย (2528)