

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้เป็นการเปรียบเทียบผลการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้วิธีสอนตามขั้นตอนการสอนของโพลยากับวิธีสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 2
 - 1.1 วิสัยทัศน์
 - 1.2 คุณภาพผู้เรียน
 - 1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.4 สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
2. การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของโจทย์ปัญหา
 - 2.2 ลักษณะของโจทย์ปัญหา
 - 2.3 การแก้โจทย์ปัญหา ระดับประถมศึกษา
 - 2.4 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา
 - 2.5 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
3. วิธีสอนตามขั้นตอนการสอนของโพลยา
4. วิธีสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้
5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์
 - 5.2 ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
6. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
 - 6.1 ความหมายของความสามารถ
 - 6.2 องค์ประกอบของความสามารถ
 - 6.3 ปัจจัยที่มีผลต่อการสอนแก้โจทย์ปัญหา
 - 6.4 การวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 7.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 2

วิสัยทัศน์

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2545, หน้า 1) ได้กล่าวถึงวิสัยทัศน์ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เป็นการศึกษาเพื่อปวงชนที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้อคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิตตามศักยภาพ ทั้งนี้เพื่อให้เยาวชนเป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อ ดังนั้นจึงเป็นความรับผิดชอบของสถานศึกษาที่ต้องจัดสาระการเรียนรู้ที่เหมาะสมแก่ผู้เรียนแต่ละคน ทั้งนี้เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ และต้องการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น ให้ถือเป็นหน้าที่ของสถานศึกษาที่จะต้องจัดโปรแกรมการเรียนการสอนให้แก่ผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้อคณิตศาสตร์เพิ่มเติมตามความถนัดและความสนใจ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ที่ทัดเทียมกับนานาชาติอารยประเทศ

คุณภาพของผู้เรียน

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2545, หน้า 2) ได้สรุป เกี่ยวกับคุณภาพผู้เรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ไว้ดังนี้

เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปี แล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น

การที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้อคณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้นจะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และ ค่านิยม ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้ นั้นไปประยุกต์ได้
2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และ การ

นำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

3. มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6)

เมื่อผู้เรียนจบการเรียนช่วงชั้นที่ 2 ผู้เรียนควรมีความสามารถ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และ สร้างโจทย์ได้
2. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติต่างๆของจำนวน พร้อมทั้งสามารถนำความรู้ไปใช้ได้
3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทางน้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ สามารถวัดปริมาณดังกล่าวได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆได้
4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ
5. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้
6. สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา พร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและแก้สมการนั้นได้
7. เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิต่างๆ สามารถอภิปรายประเด็นต่างๆจากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิรูปวงกลม ตาราง กราฟ รวมทั้งใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการอภิปรายเหตุการณ์ต่างๆได้
8. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาและกระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ ความสามารถ ตามที่กำหนดไว้ในจุดหมายของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 (กรมวิชาการ, 2545, หน้า 5 - 7)

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย สาระการเรียนรู้หลักดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

- สาระที่ 2 การวัด
- สาระที่ 3 เรขาคณิต
- สาระที่ 4 พีชคณิต
- สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
- สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เป็นเป้าหมายในการพัฒนาการศึกษาคณิตศาสตร์พื้นฐานของผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานที่กำหนด รวมทั้งเป็นแนวทางในการกำกับ ตรวจสอบ และประเมินคุณภาพการศึกษาของสถานศึกษา มีดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1: เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2: เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำเสนอสมบัติที่เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ(visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต(geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่างๆได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2: ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการ
คาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3: ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ
และแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทาง
คณิตศาสตร์และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี

สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีรายละเอียดดังตาราง 1

ตาราง 1 แสดงสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
1. จำนวนและ การดำเนินการ	1. การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ - การบวก การลบจำนวนที่มี มีหลายหลัก - การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลัก กับจำนวนที่มีหลายหลัก - การคูณจำนวนที่มากกว่า สองหลักกับจำนวนที่มากกว่า สองหลัก	1. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาการบวก ให้ สามารถวิเคราะห์โจทย์หาคำตอบ และแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตระหนักถึง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ 2. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาการลบให้ สามารถวิเคราะห์โจทย์ หาคำตอบ และแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตระหนักถึง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ตาราง 1 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
1. จำนวนและการดำเนินการ	<ul style="list-style-type: none"> - การคูณจำนวนที่มากกว่าสองหลักกับจำนวนที่มากกว่าสองหลัก - การหารที่ตัวหารไม่เกินสามหลัก 	<p>3. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาการคูณจำนวนที่มากกว่าสองหลักกับจำนวนที่มากกว่าสองหลักให้ สามารถวิเคราะห์โจทย์ หาคำตอบ และแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้</p> <p>4. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาการหารที่ตัวหารไม่เกินสามหลักให้ สามารถวิเคราะห์โจทย์ หาคำตอบ และแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้</p>

ที่มา : (กรมวิชาการ, 2546, หน้า 41 – 43)

พบว่า สาระหลักที่นำมาวิจัยในครั้งนี้ คือ จำนวนและการดำเนินการ ซึ่งตรงตามมาตรฐาน ค 1.2 คือ เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆและสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้ และ มาตรฐาน ค 1.3 คือ ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ความหมายของโจทย์ปัญหา

มีผู้ได้ให้ ความหมายของโจทย์ปัญหาไว้หลายท่าน ดังนี้

หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ(2538, หน้า70)

ให้ความหมายไว้ว่า โจทย์ปัญหา หมายถึงโจทย์ที่มีข้อความ เป็นภาษาหนังสือ (หรือภาษาพูด)

ไม่มีเครื่องหมายบวก ลบ คูณ หรือหาร แต่ต้องอ่าน(หรือฟัง) โจทย์ให้เข้าใจว่าต้องทำวิธีใด

เรน (Wren, 1973, p. 435) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาประกอบด้วยส่วนสำคัญ

3 ส่วน คือ ส่วนที่โจทย์กำหนดให้ ส่วนที่ไม่ทราบค่า และส่วนที่แสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่

กำหนดกับตัวไม่ทราบค่า

อาดัมส์ (Adams, 1977, p. 176) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและต้องมีการตัดสินใจลงมือกระทำเพื่อหาคำตอบ โดยปัญหานั้นจะเป็นปัญหาข้อเขียนหรือคำพูดก็ได้ และ ดไวท์ (Dwight, 1966, p. 40) ได้ให้ความหมายคล้ายคลึงกันว่า โจทย์ปัญหาเป็นกลุ่มของข้อความ ซึ่งให้ข้อเท็จจริงหรือข้อมูลด้านจำนวนที่นำไปสู่การหาคำตอบในเชิงปริมาณ แต่ข้อเท็จจริงหรือข้อมูลดังกล่าว จะไม่มีชี้แนะว่าจะได้รับคำตอบในเชิงปริมาณอย่างไร

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2536, หน้า 10) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาว่า โจทย์ปัญหาเป็นโจทย์ที่มีภาษาเข้ามาเกี่ยวข้องและไม่มีการระบุเครื่องหมายว่าบวก ลบ คูณ หรือหาร นักเรียนต้องตัดสินใจเองในการหาคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาว่าหมายถึงสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล ซึ่งผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลายๆประการ เข้าด้วยกัน จึงหาคำตอบได้

วิญญู อินทวงศ์ (2539, หน้า 28) ได้สรุปความหมายของโจทย์ปัญหาไว้ว่า หมายถึงสภาพของปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยจำนวน ตัวเลขและข้อความที่ก่อให้เกิดปัญหาซึ่งนักเรียนต้องตัดสินใจเองว่าจะใช้วิธีการใดมาแก้ปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 82) กล่าวถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริง หรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือปัญหาเกี่ยวกับวิธีการการพิสูจน์ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหา

อนันต์ โพธิกุล (2543, หน้า 48) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาว่า เป็นการหาข้อสรุปหรือคำตอบ โดยสถานการณ์นั้นจะเป็นปัญหาที่ใช้ภาษาแสดงถึงเงื่อนไขความสัมพันธ์ของจำนวนที่กำหนดไว้ในแต่ละประโยค ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดและตัดสินใจว่า จะใช้วิธีการใดมาแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ

สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหา หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจ และทักษะต่างๆที่มีอยู่ เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์นั้นๆอย่างเป็นกระบวนการ

ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาหลายๆท่านด้วยกัน ได้จัดแบ่ง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่างๆ ตามเกณฑ์ที่กำหนดขึ้นนั้น ทำให้ลักษณะของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความหลากหลายดังต่อไปนี้

สุวรร กาญจนมยุร (2535, หน้า 5) ได้ให้ความเห็นว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะดังต่อไปนี้

1. ปัญหาที่อยู่ในลักษณะคำทาย
2. ปัญหาที่อยู่ในลักษณะรูปภาพ
3. ปัญหาที่อยู่ในลักษณะสัญลักษณ์
4. ปัญหาที่อยู่ในลักษณะของข้อความ

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 82) เสนอความคิดเห็นว่า โจทย์ปัญหาที่จะนำมาให้นักเรียนฝึกฝนนั้น อาจมีลักษณะดังนี้

1. ปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน
2. ปัญหาที่เกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท
3. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆ ซึ่งจะถูกนำมาใช้
4. ปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

สรุปได้ว่าลักษณะของโจทย์ปัญหานั้นประกอบด้วย ปัญหาที่เป็นคำทาย รูปภาพ ข้อความและสัญลักษณ์ ซึ่งปัญหาเหล่านั้นต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้ถูกแบ่งออกเป็นประเภทต่างๆ ได้ดังนี้

ปรีชา เนาร์เย็นผล (2537, หน้า 62-63) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ดังต่อไปนี้

1. การแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ ได้เป็น 2 ประเภท คือ
 - 1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาเพื่อให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือหาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล
 - 1.2 ปัญหาให้พิสูจน์เป็นปัญหาที่ให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ
2. การแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ
 - 1.1 ปัญหาธรรมดาเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนักผู้แก้ปัญหาที่มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา
 - 1.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ครูลิก และเรย์ (Krulik & Rey, 1980, p.24) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เป็นสถานการณ์

รัสเซล (Russell, 1961, p. 255) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียน และหนังสือทั่วไป
2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่วไปในชีวิตประจำวัน

สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาที่พบในหนังสือเรียน ซึ่งอาจเป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบหรือปัญหาที่ให้พิสูจน์ ตามกฎ นิยาม ทฤษฎี และปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

นักการศึกษาหลายท่าน ได้เสนอความคิดเกี่ยวกับ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ได้ดี ของนักเรียนนั้น จะต้องมีพื้นฐานในด้านต่างๆ ดังต่อไปนี้

สวร กาญจนมยุร (2535, หน้า 3 – 4) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับพื้นฐานที่จะช่วยส่งเสริม การแก้โจทย์ปัญหาได้ดีนั้น ต้องประกอบด้วย

ภาษา นักเรียนจะต้องมีทักษะ 3 ด้าน คือ

1. ทักษะการอ่าน สามารถอ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้อง ทั้งการอ่านในใจและการอ่านออกเสียง
2. ทักษะการเก็บใจความเมื่ออ่านข้อความโจทย์ปัญหาแล้ว สามารถแบ่ง ข้อความของโจทย์ได้ว่าตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถาม หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
3. ทักษะการใช้ความหมายของคำ นักเรียนต้องสามารถอธิบายความหมายของคำต่างๆอย่างชัดเจน ทั้งคำที่เรียนไปแล้วและคำใหม่ และเลือกใช้คำได้ถูกต้องตามเจตนาารมณ์ของโจทย์ปัญหา

ความเข้าใจ นักเรียนจะต้องมีทักษะ 3 ด้าน คือ

1. ทักษะจับใจความ เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาหลายๆครั้งแล้วสามารถจับใจความได้ว่าเรื่องอะไร โจทย์กำหนดอะไรบ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร

2. ทักษะตีความเมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้ว สามารถตีความและแปลความได้ เช่น แปลความจากโจทย์ปัญหามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ การบวก การลบ การคูณ และการหารได้

3. ทักษะแปลความจากประโยคสัญลักษณ์ที่แปลความจากโจทย์ปัญหานั้นสามารถสร้างโจทย์ปัญหาใหม่ ในลักษณะเดียวกันได้อีกมากมายและหลากหลาย

การคิดคำนวณ นักเรียนจะต้องมีทักษะการบวก ทักษะการลบ ทักษะการคูณ ทักษะการหาร ทักษะการยกกำลัง สามารถบวก ลบ คูณ หาร จำนวนต่างๆได้อย่างถูกต้อง รวดเร็ว การย่อและสรุปความ นักเรียนจะต้องฝึกฝนทักษะ 2 ด้าน คือ

1. ทักษะการย่อความ เพื่อเขียนข้อความจากโจทย์ปัญหาในลักษณะย่อความ ให้รัดกุม ชัดเจน ครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ

2. ทักษะการสรุปความ สามารถสรุปความจากสิ่งที่กำหนดให้ มาเป็นความรู้ใหม่ ได้ถูกต้อง สามารถเขียนแสดงวิธีทำได้ทุกบรรทัดอย่างชัดเจน รัดกุม และสื่อความหมายแก่ผู้ตรวจสอบ

น้อมศรี เคท, และคณะ (2541, หน้า 19) และ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 81) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหา พอสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาปัจจัยที่สำคัญคือทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากโจทย์ปัญหามักอยู่ในรูปของข้อความ ตัวอักษร ดังนั้นเมื่อพบปัญหานักเรียนต้องอ่านและทำความเข้าใจ แยกประเด็นต่างๆให้ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง และส่วนที่โจทย์กำหนดให้มีส่วนใดที่จำเป็นต้องใช้ และจะใช้กลวิธีใดมาช่วยทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

2. ทักษะในการแก้ปัญหาเป็นทักษะที่เกิดขึ้นจากการฝึกฝนหรือทำบ่อยๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกการแก้ไขปัญหาย่อยๆ จะทำให้นักเรียนมีโอกาสพบปัญหาต่างๆ หลากรูปแบบ อาจมีโครงสร้างของปัญหาล้ายคลึงกัน

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผลหลังจากนักเรียนทำความเข้าใจในปัญหา และวางแผนแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนไปคือการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ในขั้นนี้อาจจะมีปัญหาอยู่บ้าง ถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างชัดเจน และวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นถือว่าไม่ประสบผลสำเร็จ

4. แรงขับบางครั้งผู้แก้ปัญหาไม่สามารถหาวิธีการหาคำตอบได้ทันทีที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อจะได้คำตอบ ซึ่งจำเป็นต้องมีแรงขับมาช่วยในการสร้างพลังความคิด เช่น เจตคติ ความสนใจ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา

5. ความยืดหยุ่น เป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการปัจจัยต่างๆ เชื่อมโยงกับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากพื้นฐานดังกล่าวข้างต้น พอสรุปได้ว่า นักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานในเรื่องดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการอ่าน เพื่อทำความเข้าใจและจับใจความสำคัญของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อวิเคราะห์แยกแยะข้อความ
2. ความสามารถในการวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการด้านทักษะ การคิดคำนวณ เพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง
4. ความสามารถในการแปลงโจทย์ไปสู่การเขียนแผนภาพเพื่อหาคำตอบ ตลอดจนการแปลงโจทย์ไปสู่ประโยคสัญลักษณ์
5. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบ ที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณการคิดคำนวณ ตลอดจนจนถึงความรอบคอบในการตรวจสอบ

กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทำให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดี และกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาก็มีบทบาทสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะคำตอบของปัญหาที่ได้จากกระบวนการแก้ปัญหาก็จะทำให้ค้นพบสิ่งใหม่ และเป็นวิธีการที่สามารถนำไปประยุกต์ ใ้กับปัญหาอื่นๆได้

นักการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ได้ศึกษากระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาโดยสรุปออกเป็นขั้นๆ และยังได้มีการเสนอแนะวิธีการสอนควบคู่ไปด้วย ซึ่งได้มีผู้เสนอแนะไว้หลายวิธีคือ

โพลยา (Polya, 1957, pp.16 – 17) ได้ศึกษาและเสนอแนะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน คือ

1. การทำความเข้าใจกับคำถามและการสร้างแรงจูงใจให้ต้องการแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องทราบเราทราบอะไรในโจทย์บ้าง อะไรที่ยังไม่ทราบ โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรมาให้บ้าง รวมทั้งเกิดความต้องการที่จะแสวงหาคำตอบ
2. การเลือกวิธีการคิดแก้โจทย์ปัญหาจากประสบการณ์เดิมโดยวิธีการคิดนั้นจะต้องเป็นวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาที่ต้องการแก้ นี้ เพื่อนำวิธีการที่คล้ายคลึงกันมาใช้แก้โจทย์ปัญหา
3. วางแผนจัดลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา
4. ตรวจสอบคำตอบกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในโจทย์

จรรยา จิยโชค (2531, หน้า 17 – 19) เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ซึ่งมีลักษณะที่คล้ายคลึงกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา คือ

1. ขั้นการอ่านเพื่อวิเคราะห์โจทย์ปัญหา นักเรียนจะต้องอ่านโจทย์และตอบคำถามให้ได้ว่า

- 1.1 โจทย์ต้องการทราบอะไร
- 1.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- 1.3 สิ่งที่ต้องการหาคืออะไร
- 1.4 ส่วนใดที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน
- 1.5 ส่วนใดที่ไม่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ
2. ขั้นตอนกำหนดทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนต้องระบุได้ว่า
 - 2.1 โจทย์ข้อนี้ต้องทำกี่ขั้นตอน
 - 2.2 จะต้องทำขั้นตอนใดก่อนหรือหลัง
 - 2.3 วิธีการทำโจทย์ข้อนี้คล้ายกับที่เคยพบหรือเคยทำมาก่อนบ้างหรือไม่
 - 2.4 โจทย์ข้อนี้หาคำตอบได้กี่วิธี
 - 2.5 วิธีการใดง่ายและคำตอบได้เร็วที่สุด
 - 2.6 นักเรียนเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

3. ขั้นตอนการคิดคำนวณ
 - 3.1 การกะประมาณคำตอบที่ใกล้เคียง
 - 3.2 การใช้ภาษาที่กะทัดรัดประกอบการแก้โจทย์ปัญหา
 - 3.3 ทักษะการคิดคำนวณ
4. ขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบ
 - 4.1 ตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ
 - 4.2 การปรับปรุงคำตอบให้สมบูรณ์

อุทัย เพชรช่วย (2532, หน้า 48-54) ได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้เทคนิคการตั้งคำถาม ซึ่งมีการตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบและคิดตามขั้นตอนดังนี้

1. โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
2. โจทย์ต้องการให้หาอะไร
3. จะต้องหาอะไรก่อนหรือไม่ ถ้าหา จะหาอย่างไร
4. จะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการได้อย่างไร

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533, หน้า 190 -191) เสนอลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา

ดังนี้

1. ขั้นวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
2. ขั้นวิธีแก้โจทย์ปัญหา
3. ขั้นคำนวณ
4. ขั้นพิจารณาความเป็นไปได้ของคำตอบ
5. ขั้นตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

วรรณิ โสมประยูร (2536, หน้า 53) ได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหาให้เข้าใจ
2. แปลคำถามในโจทย์ปัญหา
3. วิเคราะห์ข้อความว่าโจทย์กำหนดอะไร โจทย์ต้องการทราบอะไรและจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา

4. หาความสัมพันธ์แล้วเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์
5. คำนวณหาคำตอบและตรวจคำตอบ

หล้า ภวภูตานนท์ (2538, หน้า 9) ได้เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหา แล้วทำความเข้าใจกับปัญหานั้น เพื่อพิจารณาว่า
 - 1.1 โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรมาให้บ้าง
 - 1.2 โจทย์ต้องการอะไร
2. จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ลองแปลงเป็นรูปภาพ แผนภาพ หรือแผนผัง โดยอาจใช้สื่อที่เหมาะสมอะไรก็ช่าง
3. จากโครงสร้างของความสัมพันธ์ในข้อ 2 จะต้องเพิ่มเงื่อนไข
4. ตรวจสอบโครงสร้างของความสัมพันธ์ที่ได้ในข้อ 3 ว่าสอดคล้องกับโจทย์กำหนด ให้จริงหรือไม่

5. จากโครงสร้างของความสัมพันธ์ที่ครบทุกเงื่อนไขในข้อ 4 ก็ดำเนินการหาคำตอบโดยวิธีการถ่ายโยงประสบการณ์เดิม ที่ประกอบด้วย ทักษะ การบวก การลบ การคูณ การหาร

6. เมื่อได้คำตอบแล้วให้ตรวจสอบคำตอบ ถ้าไม่ถูกต้องก็ย้อนกลับไปข้อ 5

น้อมศรี เคท (2542, หน้า 88-100) ได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจสภาพและลักษณะของปัญหา
2. ศึกษาลักษณะของปัญหาว่ามีความแตกต่างหรือเหมือนกันกับปัญหาที่เคยพบมา
3. เลือกกระบวนการที่จะใช้แก้ปัญหา
4. แสดงวิธีทำ
5. พิจารณาและตรวจคำตอบที่ได้จากการคำนวณ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ(2546, หน้า

7) ได้กำหนดกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอนใหญ่ๆคือ

1. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาให้ถ่องแท้
2. หาวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ใช้อุปกรณ์ของจริง ใช้การเขียนภาพ ใช้การเขียนตาราง เขียนรายการที่สำคัญจากปัญหา คิดตามเหตุผล

3. ลงมือแก้ปัญหาคตามวิธีการที่คิดว่าได้ผล ถ้ายังไม่ได้ผลก็หาวิธีอื่นมาลองใหม่จนกว่าจะได้คำตอบ

4. ตรวจสอบคำตอบ

จากขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาที่นักการศึกษาได้เสนอมาตามที่กล่าวข้างต้น จะเห็นว่าแต่ละท่านได้แบ่งขั้นตอนแตกต่างกันไปตามทัศนะของแต่ละท่าน ซึ่งส่วนใหญ่จะมีแนวคิดมาจากโพลยา แต่เมื่อหลอมรวมและจัดหมู่ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาจากแนวคิดดังกล่าวมาแล้ว มีขั้นตอนที่คล้ายๆกัน ผู้วิจัยมีความเห็นว่า การที่บุคคลใดจะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาต้องมีความเข้าใจในโจทย์ปัญหาเสียก่อน รู้จักการวางแผน วิเคราะห์ปัญหา และเมื่อดำเนินการตามแผนแล้วต้องมีการตรวจสอบ ขั้นตอนและผู้วิจัยสนใจมากที่สุดคือวิธีสอนตามขั้นตอนการสอนของโพลยา เพราะเป็นขั้นตอนที่เข้าใจง่าย ชัดเจน รัดกุม ซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนคือ

1. ขั้นทำความเข้าใจกับคำถาม ขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้องทราบโจทย์ต้องการทราบอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง และส่วนใดที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน
2. ขั้นวางแผนแก้โจทย์ปัญหา ขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้องระบุได้ว่า โจทย์ข้อนี้ต้องทำกี่ขั้นตอน วิธีการทำโจทย์ข้อนี้ คล้ายกับที่เคยพบหรือเคยทำมาบ้างหรือไม่ โจทย์ข้อนี้หาคำตอบได้กี่วิธี วิธีใดง่ายและคิดคำตอบได้รวดเร็วที่สุด จากนั้นนักเรียนจะต้องเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์
3. ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้องทำตามสิ่งที่วางแผนไว้ในขั้นตอนที่ 2 โดยมีการกะประมาณคำตอบ แล้วใช้ทักษะการคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบ
4. ขั้นตรวจคำตอบ เป็นขั้นการตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ และปรับปรุงคำตอบให้สมบูรณ์ โดยคิดย้อนกลับ การลงความเห็นหรือสรุป

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ยุทธวิธีแก้โจทย์ปัญหาเป็นส่วนหนึ่งของเครื่องมือคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในการช่วยนักเรียนให้ก้าวหน้าในการเรียน ครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการเรียนการสอนให้เพียงพอ โดยให้ได้รับการฝึกหัดการใช้ยุทธวิธีให้สามารถนำมาใช้ได้ เพื่อที่ว่านักเรียนจะได้พัฒนาความรู้และทักษะที่มีอยู่ ให้สามารถนำมาปรับใช้กับยุทธวิธีที่หลากหลายอย่างเหมาะสม นักการศึกษาได้เสนอยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 23-26) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา ไว้ดังนี้

1. ยุทธวิธีการเดาและการตรวจสอบคำตอบ

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีการเดาและการตรวจสอบคำตอบเป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆที่กำหนดปัญหาให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาครั้งแรก ใช้เป็นข้อมูล

ในการสร้างกรอบในการเจาะครั้งต่อไป ที่มีความชัดเจนขึ้น และเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การคาดเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล

2. ยุทธวิธีการประมาณค่าตอบ

ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้แล้ว ในการหาคำตอบอาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่างๆให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย หรือจำนวนเต็มอื่นๆแล้วแต่กรณี แล้วประมาณค่าตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าวๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างเร็วกว่าการคิดคำนวณตรงๆบันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณนี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณจะช่วยให้มองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการและสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้ เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ

3. ยุทธวิธีในการเขียนภาพ หรือแผนภาพ

ศักยภาพในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีข้อจำกัดจนกระทั่งเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กค่อนข้างจะมีความยากลำบากในการใช้สัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหา ทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่เป็นรูปธรรมกว่าคือการใช้ภาพและแผนภาพ สำหรับเด็กเล็กสามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะขึ้น สิ่งที่แทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากการเขียนภาพหรือแผนภาพขึ้น

4. ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ

ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ บางทีก็ใช้เป็นตัวแทนของมโนคติและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตัวแบบเหล่านี้มีประโยชน์ในการแนะนำสาระใหม่ในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจมโนคติตัวแบบที่มีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย นักเรียนควรจะได้รับภาระกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจ และกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่างๆในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา

5. ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ

การลงมือทำเป็นยุทธวิธีแก้โจทย์ปัญหาประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ โดยปกติอาจทำคร่าวๆก่อน ไม่เน้นความละเอียดและประณีต เพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำเป็นยุทธวิธีที่ดี ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำ และทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมและเข้าใจง่าย

6. ยุทธวิธีแจกแจงรายการ

การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่างๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ

ครบถ้วนเป็นหมวดหมู่ ป้องกันการนำเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปแบบตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็นหรืออาจนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหา ก็ได้

7. ยุทธวิธีการสร้างตาราง

ยุทธวิธีการสร้างตารางเป็นการจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบมีระเบียบ โดยนำมาเขียนในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ การใช้ยุทธวิธีการสร้างตารางในการแก้ปัญหา มีประเด็นที่ควรพิจารณา ดังนี้

- 7.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่างๆที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- 7.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี
- 7.3 สร้างตารางเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด(หรือมากกว่า)
- 7.4 สร้างตารางเพื่อค้นหาแนวโน้มทั่วไปของความสัมพันธ์

ยุทธวิธีการสร้างตาราง สามารถใช้ร่วมกับยุทธวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่น เช่น การเดาและตรวจสอบคำตอบ การค้นหารูปแบบ

8. ยุทธวิธีการค้นหาแบบรูป

แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่แล้วในธรรมชาติ และเป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ๆสามารถค้นหาและพรรณนาแบบรูปได้จากการร้อยลูกปัด การเล่นเกมไม้บล็อก แม้กระทั่งการเล่นการตีกลองในระดับประถมศึกษาเด็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน (number pattern) เช่น 2,4,6,8,...,30,27,24,21,...นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้มากกว่า

9. ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง

การเปลี่ยนมุมมองดูเหมือนว่าเป็นแนวทางของการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธี ยุทธวิธีนี้บางที่เรียก "หยุดคิดก่อน" (breaking out) เพราะว่าผู้แก้ปัญหาต้องหยุดคิดมองปัญหาให้รอบด้าน หาวิธี หามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติ

10. ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

เมื่อเผชิญกับปัญหา สิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาคควรกระทำคือ การพิจารณาว่าปัญหานี้คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือมีบางส่วนของปัญหาลคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหาคต้องทบทวนถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้พิจารณา เพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

ปัญหาบางปัญหาคดูเหมือนเป็นปัญหาใหญ่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวนหรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการ

แก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดให้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่ายคือ การแบ่งปัญหา ออกเป็นส่วนๆหรือเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง

12. ยุทธวิธีตัวแปร

การแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้กระทำโดยสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น แล้วพิจารณาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ในรูปสมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำโดยการแก้สมการแล้วพิจารณาความเป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

13. ยุทธวิธีให้เหตุผล

การให้เหตุผลในการแก้โจทย์ปัญหาเป็นการใช้ข้อมูลต่างๆที่กำหนดในปัญหา ผนวกกับข้อความรู้ที่ทราบก่อน เป็นเหตุบังคัมนำไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา ยุทธวิธีให้เหตุผลมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่นๆ

14. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ

ยุทธวิธีทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะซึ่งสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่แก้ปัญหา โดยเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการทำได้ ก่อนข้างยากแต่ว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับ ไปสู่สิ่งที่ปัญหากำหนดให้ทำได้ง่ายกว่า เป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้ เป็นวิธีการที่ชาญฉลาดในการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผล เป็นยุทธวิธีที่ใช้การ คิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุผล

15. ยุทธวิธีเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

การเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มี เป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่า ต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ ถูกต้องแสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง เช่น เมื่อ กำหนดปัญหา” ระยะทางในการเดินทางจากจังหวัดภูเก็ตไปจังหวัดชุมพร 412 กิโลเมตร จาก จังหวัดชุมพรไปจังหวัดประจวบคีรีขันธ์ 183 กิโลเมตร จากจังหวัดประจวบคีรีขันธ์ไปจังหวัด กรุงเทพมหานคร 281 กิโลเมตร ระยะทางในการเดินทางจากจังหวัดภูเก็ตไปกรุงเทพมหานคร โดยเดินทางตามเส้นทางข้างต้นเป็นระยะทางเท่าไร”

เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ $412+183+281=\square$

จากที่กล่าวมาในเรื่องของยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าปัญหา หนึ่งๆสามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้เรียนต้องพิจารณาเลือกวิธีการที่ เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้โจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลายของสถานการณ์ จึงต้องอาศัยยุทธวิธีที่หลากหลายในการคิดแก้ปัญหา ดารุณี อุทัยรัตนกิจ (2545, หน้า 6-7) ได้เสนอยุทธวิธีที่เหมาะสมสำหรับการแก้โจทย์ปัญหาในระดับประถมศึกษาคือ ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบคำตอบ ยุทธวิธีการวาดภาพ /ใช้รูปภาพ ยุทธวิธีการมองแบบแผน ยุทธวิธีการใช้เหตุผลและการจัดกระทำสิ่งของ สอดคล้องกับ สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2540, หน้า 32) ได้สรุปไว้ว่า นักเรียนระดับประถมศึกษาจัดอยู่ในขั้นคิดเป็นรูปธรรม เด็กในขั้นนี้จะสามารถสร้างกฎ เกณฑ์ ในการแบ่งกลุ่มสิ่งของออกเป็นหมวดหมู่ได้ โดยใช้คุณสมบัติต่างๆกัน เข้าใจความคงตัวของสสาร สามารถเปรียบเทียบมากน้อย หนักเบา สามารถนึกภาพในใจได้ เขียนแผนผังได้ สามารถคิดย้อนกลับได้ แต่ไม่สามารถเข้าใจคำพูดเชิงนามธรรม และยังไม่พร้อมในการให้เหตุผลเชิงตรรกะการให้เหตุผลจะอิงในรูปธรรม ในตอนปลายของวัยสามารถให้นิยามได้

สรุปได้ว่ายุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหามีหลายวิธีด้วยกัน แต่การที่เราจะเลือกใช้นั้นต้องเลือกใช้กับปัญหาที่มีอยู่หลากหลาย นักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นๆ บ้าง

วิธีสอนตามขั้นตอนการสอนของโพลยา

ขั้นตอนการสอนของโพลยา เป็นขั้นตอนที่รู้จักกันแพร่หลาย ซึ่งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีและกระทรวงศึกษาธิการได้เห็นความสำคัญและนำเสนอไว้เพื่อให้ครูผู้สอนได้ใช้สอนพื้นฐานเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา และฝึกทักษะ ซึ่งสามารถใช้ได้กับทุกระดับชั้น

โพลยา (Polya, 1957, p. 5-40) ได้จัดขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนในการสอน 4 ขั้นตอน คือ

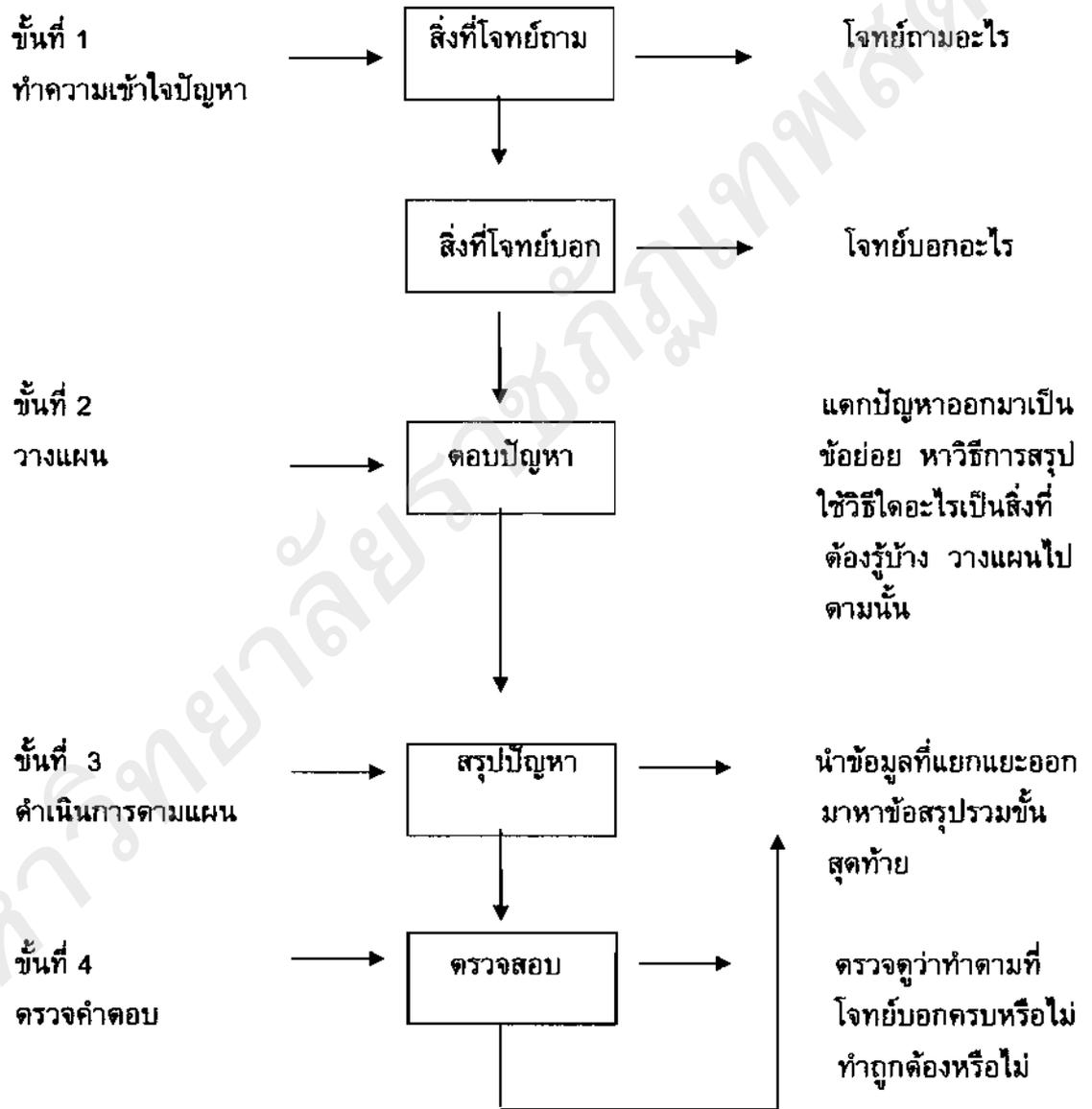
ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจในโจทย์ สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจ คือ สัญลักษณ์ต่างๆในปัญหา ในขั้นตอนนี้ ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญอย่างมาก เพราะครูทำหน้าที่ตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจในโจทย์ข้อนั้นๆ ถูกต้อง นักเรียนจะต้องสรุปปัญหาในภาษาของตนเองได้สามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามอะไร อะไรเป็นสิ่งที่ให้หา อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นจะต้องให้ชื่อกับข้อมูลต่างๆ ควรจะเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้ นักเรียนจะต้องพิจารณาอย่างตั้งใจซ้ำแล้วซ้ำอีกและหลายๆแง่มุมจนกระทั่งสรุปออกมาได้ ซึ่งครูจะต้องดำเนินการซักถามนักเรียนเพื่อให้ได้คำตอบจนสามารถนำไปใช้ในการหาคำตอบต่อไป

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนแก้โจทย์ปัญหา ขั้นตอนนี้ ครูผู้สอนจะแสดงบทบาทไปพร้อมกับนักเรียนร่วมกันวางแผน เพื่อแก้โจทย์ปัญหา ขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ในปัญหาให้ชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้คือ การนึกบททวนความรู้ที่มีมาว่ามีความรู้อะไรบ้างที่เขามี ซึ่งสัมพันธ์กับปัญหานั้นบ้าง เทคนิคที่จะช่วยในการวางแผนแก้ปัญหา

คือต้องพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อน นอกจากนี้ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องมองว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไรเพื่อที่จะได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ นักเรียนลงมือคิดคำนวณตามที่คิดไว้ในขั้นตอนที่ 2 เพื่อที่จะได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะการคิดคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ เป็นขั้นการตรวจสอบความถูกต้องจากการคำนวณ การลงความเห็นหรือสรุปเป็นหลักการของการคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นการตรวจสอบเพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์ โดยพิจารณาและสำรวจเหตุผล ตลอดจนขั้นตอนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขา และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้นซึ่งสามารถแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya, 1985, p.87) ดังภาพ 2



ภาพ 2 ลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา
 ที่มา : (Polya, 1985, p. 87)

จากการศึกษาวิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการสอนของโพลยานั้นสามารถสรุปได้ว่า โพลยาได้แบ่งขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอนด้วยกันคือ

- ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจในโจทย์
- ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้โจทย์ปัญหา
- ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการตามแผน
- ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

วิธีสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น เรามุ่งหวังให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต มีความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนั้นเพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ประสบผลสำเร็จ ผู้สอนควรจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ที่สมดุลทั้งสามด้าน (กรมวิชาการ, 2547, หน้า 27) คือ

1. ด้านความรู้ ประกอบด้วยสาระการเรียนรู้ 5 สาระ ดังนี้
 - 1.1 จำนวนและการดำเนินการ
 - 1.2 การวัด
 - 1.3 เรขาคณิต
 - 1.4 พีชคณิต
 - 1.5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
2. ด้านทักษะ /กระบวนการ ประกอบด้วย 5 ทักษะ/กระบวนการที่สำคัญดังนี้
 - 2.1 การแก้ปัญหา
 - 2.2 การให้เหตุผล
 - 2.3 การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ
 - 2.4 การเชื่อมโยง
 - 2.5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. ด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ได้แก่
 - 3.1 ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
 - 3.2 สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย รอบคอบ มีความรับผิดชอบ

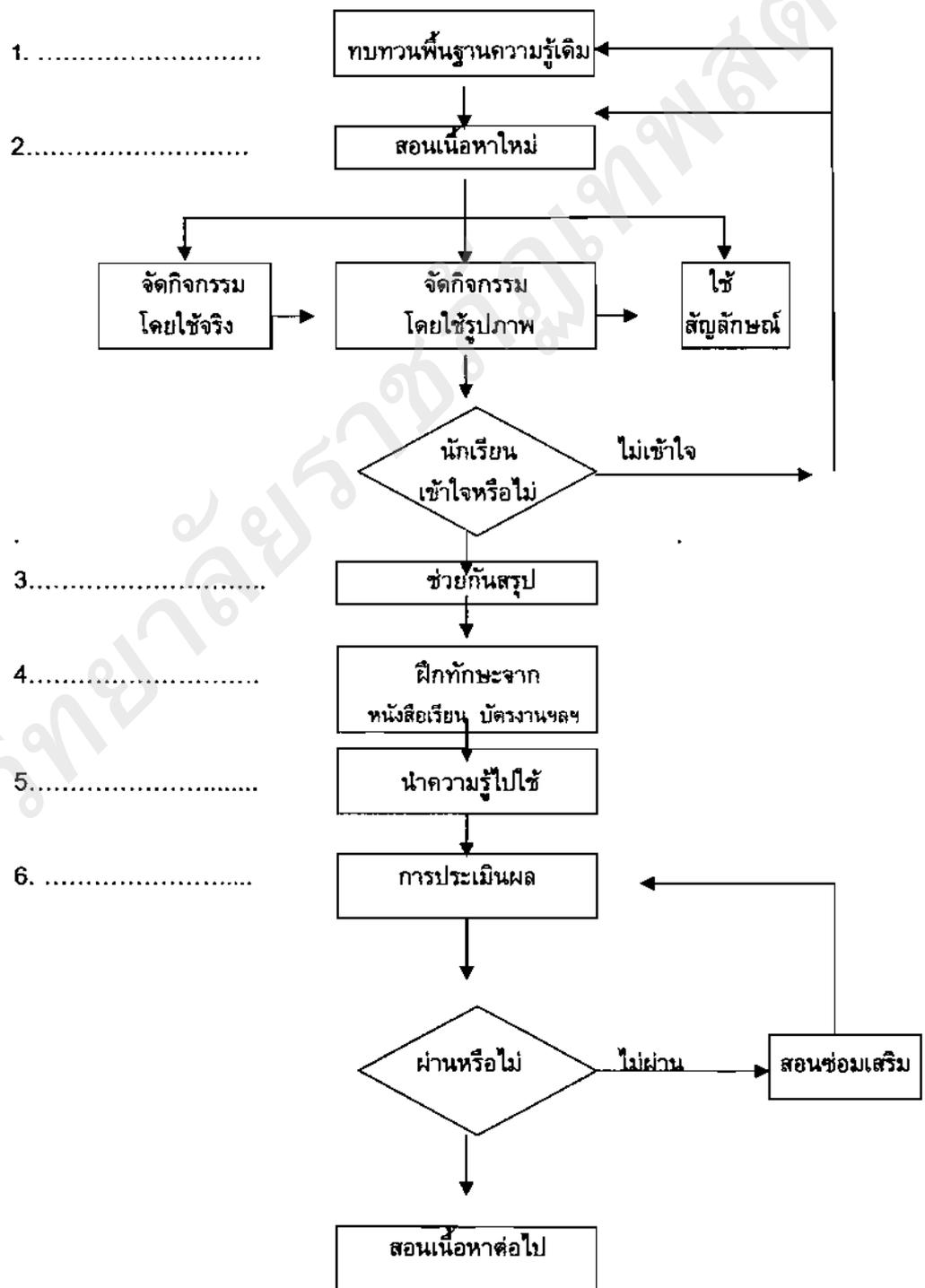
มีวิจารณ์ญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

วิธีสอนคณิตศาสตร์มีด้วยกันหลายวิธี เช่น บรรยาย สืบสวนสอบสวน แบบร่วมมือ วิธีสอนตามขั้นตอนของโพลยา และวิธีสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละวิธีนั้นมีข้อดีแตกต่างกัน

วิธีสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้

วิธีสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ ตามที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (กรมวิชาการ, 2548, หน้า(28) ได้เสนอแนะแนวทางในการวางแผนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาเป็น 6 ขั้นตอน ดังภาพ 3

มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี



ภาพ 3 ขั้นตอนการสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้

ที่มา : (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2548, หน้า 28)

จากภาพ 3 แสดงลำดับขั้นการเรียนการสอนตามวิธีสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้เดิมก่อนที่จะเรียนเนื้อหาต่อไปเพื่อให้ นักเรียนมีพื้นฐานพอที่จะเรียนเนื้อหาใหม่

ขั้นที่ 2 กิจกรรมการเรียนการสอน โดยเริ่มต้นจาก

- 2.1 ใช้ของจริง นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้ของจริงประกอบกิจกรรม เช่น ถ้านักเรียนเรียนเรื่องเศษส่วน ก็แสดงเศษส่วนด้วยของจริง เช่น น้ำในแก้ว
- 2.2 ใช้รูปภาพประกอบการสอน โดยเปลี่ยนสื่อประกอบกิจกรรมจากของจริงมาเป็นรูปภาพ
- 2.3 ใช้สัญลักษณ์ หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมจากของจริงและรูปภาพแล้ว ครูจะใช้ตัวเลขและเครื่องหมายมาใช้แทน

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป ให้นักเรียนทดลองปฏิบัติ สังเกต และช่วยกันสรุปจากความเข้าใจเป็นหลักการ ความคิดรวบยอด กฎ สูตร หรือวิธีลัด ฯลฯ

ขั้นที่ 4 ขั้นฝึก เมื่อนักเรียนสรุปหลักการ ความคิดรวบยอด กฎ สูตร หรือวิธีลัด ฯลฯ ได้แล้ว นักเรียนจะฝึกจากบัตรงาน แบบฝึกหัดจากหนังสือเรียนหรือแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น

ขั้นที่ 5 การนำความรู้ไปใช้ โดยคาดหวังว่านักเรียนจะนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ และทดลอง ปฏิบัติจากสถานการณ์จำลอง เช่น การแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 6 การประเมินผลเป็นการตรวจสอบเพื่อวินิจฉัยว่า นักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่ อาจทดสอบโดยใช้แบบฝึก หรือโจทย์ปัญหาก็ได้ ถ้านักเรียนทำไม่ได้จะได้รับการสอนซ่อมเสริม ก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป

สรุปได้ว่า การสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ หมายถึงการสอนตามคู่มือครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม
2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่
3. ขั้นสรุป
4. ขั้นฝึกทักษะ
5. ขั้นนำความรู้ไปใช้
6. ขั้นประเมินผล

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสาระคณิตศาสตร์

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสาระคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสาระคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (cognitive domain) ในการเรียนคณิตศาสตร์ เจมส์ ดับบลิว วิลสัน (Wilson, 1971 pp. 643-685) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์เป็น 4 ระดับคือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุดแบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

- 1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (knowledge of specific facts)
- 1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (knowledge of terminology)
- 1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (ability to carry out algorithms)
- 1.4 การวิเคราะห์ (analysis)

2. ความเข้าใจ (comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งออกเป็น 6 ชั้น ดังนี้

- 2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (knowledge of concept)
- 2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (knowledge of principles, rules and generalizations)
- 2.3 ความเข้าใจโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (knowledge of mathematical structure)
- 2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (ability of transform problem elements from one mode to another)
- 2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (ability to follow a line of reasoning)
- 2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ability to read and interpret a problem)

3. การนำไปใช้ (application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และแก้ปัญหา แบ่งออกเป็น 4 ชั้น

- 3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ระหว่างเรียน (ability to solve routine problems)
- 3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (ability to make comparisons)
- 3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (ability to analyze data)

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบรูปลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและ
สมมาตร(ability to recognize patterns , isomorphisms and symmetries)

4. การวิเคราะห์ (analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็น
หรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขต
เนื้อหาวิชาที่เรียน พฤติกรรมนี้เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุด แบ่งออกเป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (ability to solve
nonroutine problems)

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (ability to discover relationships)

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (ability to construct proofs)

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (ability to criticize proofs)

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้ได้เป็นกรณี
ทั่วไป (ability to formulate and validate generalizations)

อนาสตาซี (Anastasi, 1971, หน้า 107) กล่าวไว้พอสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนมีความสัมพันธ์กับองค์ประกอบทางด้านสติปัญญา และองค์ประกอบทางด้านที่ไม่ใช่
สติปัญญาอันได้แก่ องค์ประกอบทางด้านเศรษฐกิจ สังคม แรงจูงใจ และด้านอื่นๆ

จากความหมายดังกล่าวอาจสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง
ความสามารถของนักเรียนที่จะพยายามเข้าถึงความรู้ต่างๆที่เกิดจากการกระทำ ต้องอาศัย
องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับสติปัญญา และองค์ประกอบที่ไม่ใช่สติปัญญา แสดงออกมาในรูป
ของความสำเร็จ ซึ่งสามารถสังเกต และวัดได้ และองค์ประกอบที่ทำให้เกิดผลกระทบต่อ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก็คือวิธีการสอนของครูนั่นเอง ดังนั้นครูควรปรับปรุงการ
เรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และสนใจที่จะศึกษาเล่าเรียน เพื่อให้ผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนเป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนการสอนให้มากที่สุด

ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สุนทรินทร์ ชนโกไสย (2527, หน้า 41) กล่าวว่า โรงเรียนเป็นสถานที่ให้ความรู้แก่
เด็ก ที่ตั้งและสภาพแวดล้อมส่งผลกระทบต่อการเรียนรู้ของเด็ก เพราะองค์ประกอบที่มี
ผลกระทบต่อคุณภาพของนักเรียนที่เด่นชัดคือ สภาพเศรษฐกิจและสังคมของผู้ปกครอง
สภาพการเดินทางระหว่างบ้านกับโรงเรียน และสรุปได้ว่าตัวแปรที่สามารถยกระดับผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนมี 6 ประการ คือ

1. การเตรียมความพร้อมในเด็กก่อนวัยเรียน
2. การใช้กลวิธีในการจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสม
3. ความรู้ ความสามารถ เจตคติ และการสังเกตการรับรู้ของครู
4. การมีส่วนร่วมของผู้ปกครองและชุมชน

5. การบริหารการศึกษา
6. การมีสุขภาพและพลานามัยที่ดี

อนันต์ ศรีโสภณ (2525, หน้า 1) กล่าวว่า ปัญหาเกี่ยวกับคุณภาพของการศึกษานั้น นักการศึกษา พยายามที่จะผลิตนักเรียนให้มีคุณภาพ เป็นผู้มีความรู้และทักษะ ทำให้สามารถประกอบอาชีพได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถอยู่ในสังคมได้อย่างดี การปรับปรุงคุณภาพการศึกษาได้แก่ พัฒนาหลักสูตร แบบเรียน คุณภาพครู วิธีสอนใหม่ๆ การจัดระบบบริหาร ตลอดจนนำเอาเทคโนโลยีทางการศึกษาใหม่ๆ เข้ามาช่วยการเรียนการสอน

ดิเรก สมฤทธิ์ (2530, หน้า 31) กล่าวว่า ในการพัฒนาคุณภาพการศึกษาต้องคำนึงถึงสิ่งเหล่านี้

1. ผู้บริหาร ผู้ปฏิบัติงานทางการศึกษาที่มีความรู้ความสามารถ
2. บุคลากรที่เกี่ยวข้อง ต้องมีจิตสำนึกในการให้การศึกษาที่มีคุณภาพอย่างแท้จริง
3. การมีระบบการบริหารงานและการปฏิบัติงานที่ดี
4. สภาพแวดล้อมที่เอื้ออำนวย
5. จัดหลักสูตรได้เหมาะสม
6. มีแผนการวางโครงสร้างที่ส่งเสริมสนับสนุนการพัฒนาคุณภาพของการศึกษา

กล่าวโดยสรุปได้ว่า ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีองค์ประกอบหลายประการเช่น คุณภาพของครู ระบบบริหารของโรงเรียน สภาพเศรษฐกิจและสังคมของครอบครัว คุณภาพของนักเรียน การจัดหลักสูตรให้เหมาะสมกับสภาพท้องถิ่น และที่สำคัญก็คือการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนของครู เพื่อให้ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนสูงขึ้น

งานวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ยึดการออกแบบ แบบทดสอบวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยตามแนวคิดของบลูม (Bloom) แบ่งออกเป็น 6 ลำดับชั้นดังนี้ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2539, หน้า 27-28)

ลำดับที่ 1 ชั้นความรู้ความจำ เป็นพฤติกรรมเกี่ยวกับความรู้ ความจำ ในคำศัพท์ นิยาม วิธีดำเนินการ ความคิดรวบยอด หลักการและทฤษฎี เป็นต้น

ลำดับที่ 2 ชั้นความเข้าใจ เป็นพฤติกรรมทางสมองที่สูงกว่าความรู้ความจำ เป็นความสามารถในการแปลความหมาย การตีความและการขยายความ

ลำดับที่ 3 ชั้นการนำไปใช้ เป็นพฤติกรรมที่เกี่ยวกับการนำความรู้ความเข้าใจในหลักการ แนวคิด ข้อสรุป ไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ เป็นการถ่ายโยงความรู้ สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

ลำดับที่ 4 ชั้นการวิเคราะห์ เป็นความสามารถในการแยกแยะสิ่งต่างๆออกเป็นส่วนย่อยๆและพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยและวิเคราะห์หลักการเข้าด้วยกัน

ลำดับที่ 5 ชั้นการสังเคราะห์ เป็นความสามารถในการรวมสิ่งต่างๆ เข้าด้วยกันเพื่อให้เกิดสิ่งใหม่อีกรูปแบบหนึ่งที่แตกต่างไปจากเดิม

ลำดับที่ 6 ชั้นการประเมินค่า เป็นการประเมินค่าที่ต้องใช้พฤติกรรมระดับความรู้ ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ และการสังเคราะห์

จะเห็นได้ว่า การวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย ของบลูม มี 6 ชั้นด้วยกัน คือ ชั้นความรู้ ความจำ ชั้นความเข้าใจ ชั้นการนำไปใช้ ชั้นการวิเคราะห์ ชั้นการสังเคราะห์และชั้นการประเมินค่า ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำแนวการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยของบลูม มาใช้ในการออกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหา

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ช่วยให้ได้ข้อมูลสารสนเทศซึ่งแสดงถึงพัฒนาการและความก้าวหน้าในการเรียนรู้ด้านต่างๆ คือ

1. ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น รวมทั้งการนำความรู้ดังกล่าวไปประยุกต์
2. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ข้อมูลสารสนเทศเหล่านี้ส่งเสริมให้ผู้สอนและผู้เรียนทราบจุดเด่น จุดด้อย ด้านการสอนและการเรียนรู้ และเกิดแรงจูงใจที่จะพัฒนาตน

หลักการของการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การประเมินผลกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ยึดหลักการสำคัญดังนี้

1. การประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่องและควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน ผู้สอนควรใช้งานหรือกิจกรรมคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เร้าให้ผู้เรียน เข้าไปมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และใช้การถามคำถาม นอกจากการถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหา ควรถามคำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย การกระตุ้นด้วยคำถามซึ่งเน้นกระบวนการคิดทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกัน และระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ผู้เรียนมีโอกาสได้พูดแสดงความคิดเห็นของตน แสดงความเห็นพ้องและโต้แย้ง เปรียบเทียบวิธีการของตนกับของเพื่อนเพื่อเลือกวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหาด้วย หลักการเช่นนี้ทำให้ผู้สอนสามารถใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

2. การประเมินผลต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ จุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ในที่นี้เป็นจุดประสงค์และเป้าหมายที่กำหนดไว้ในระดับชั้นเรียน ระดับสถานศึกษาและระดับชาติในลักษณะของสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่ประกาศไว้ในหลักสูตร เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่ต้องประเมินผลตามจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้เหล่านี้ เพื่อให้สามารถบอกได้ว่าผู้เรียนบรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดหรือไม่

ผู้สอนต้องแจ้งจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนทราบ เพื่อให้ผู้เรียนเตรียมพร้อมและปฏิบัติตนให้บรรลุจุดประสงค์และเป้าหมายที่กำหนด

3. การประเมินผลทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเท่าเทียมกับการวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ต้องปลูกฝังให้เกิดกับผู้เรียน เพื่อการเป็นพลเมืองที่มีคุณภาพ รู้จักแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ปรับตัวและดำรงชีวิตอย่างมีความสุข

ผู้สอนต้องออกแบบงานหรือกิจกรรมซึ่งส่งเสริมให้เกิดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ อาจใช้วิธีการสังเกต สัมภาษณ์ หรือตรวจสอบคุณภาพผลงานเพื่อประเมินความสามารถของผู้เรียน งานหรือกิจกรรมการเรียนรู้บางกิจกรรมอาจครอบคลุมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายด้าน งานหรือกิจกรรมจึงควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. สาระในงานหรือกิจกรรมต้องใช้องค์ความรู้หลายเรื่อง
2. ทางเลือกในการดำเนินงานหรือการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี
3. เงื่อนไขหรือสถานการณ์ของปัญหาที่เป็นปลายเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาส

แสดงความสามารถตามศักยภาพของคน

4. งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้ใช้การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในรูปแบบต่างๆ เช่น การพูด การวาดรูป

5. งานหรือกิจกรรมที่ใกล้เคียงสภาพจริงหรือสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

4. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องนำไปสู่ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนรอบด้าน การประเมินผลการเรียนรู้มิใช่ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเท่านั้น แต่ควรใช้เครื่องมือวัดและวิธีการที่หลากหลาย เช่น การมอบหมายงาน การทดสอบ การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน สามารถทำได้ 3 ลักษณะดังนี้

1. การประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียน เพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียนรู้และสาเหตุของข้อบกพร่อง วิธีประเมินควรใช้การสังเกต การสอบปากเปล่า หรือการใช้แบบทดสอบ วินิจฉัยทั้งนี้คำถามหรืองานที่ให้ผู้เรียนทำควรมุ่งไปที่เนื้อหาที่เป็นพื้นฐานจำเป็นที่ผู้เรียนทุกคนต้องรู้รวมทั้งทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. การประเมินเพื่อให้ได้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการเรียนการสอน เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนบรรลุถึงผลการเรียนรู้ที่คาดหวังหรือไม่เพียงใด วิธีการประเมินควรครอบคลุมตั้งแต่ การทดสอบ การนำเสนองานในชั้นเรียน การทำโครงการ การแก้ปัญหา การอภิปรายในชั้นเรียน หรือ การทำงานที่มอบหมายให้เป็นการบ้าน

3. การประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียน เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจและสามารถประยุกต์ความรู้ได้เพียงใด สมควรผ่านรายวิชานั้นหรือไม่ วิธีการประเมินควรพิจารณาจากการปฏิบัติงานและการสอบที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของรายวิชาหรือมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น

5. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน โดยมีจุดประสงค์ เพื่อนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ ซึ่งแบ่งการประเมินผลเป็น 3 ระยะดังนี้

1. การวัดผลประเมินผลก่อนเรียน
2. การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียน
3. การวัดผลประเมินผลหลังเรียน

ขั้นตอนการประเมินผลการเรียนรู้

ขั้นตอนการประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ อาจดำเนินการดังนี้

1. วางแผนการประเมินผลการเรียนรู้ ผู้สอนและผู้ที่เกี่ยวข้องเช่น ผู้บริหาร ควรร่วมกันพิจารณากำหนดรูปแบบและช่วงเวลาการประเมินผลให้เหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์และเป้าหมายของการประเมิน

2. สร้างคำถามหรืองานและเกณฑ์การให้คะแนนให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ถ้าผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเน้นความรู้ความเข้าใจ การประยุกต์ความรู้ไปใช้กับสถานการณ์ใหม่ วิธีการประเมินอาจกระทำได้ในรูปการเขียนตอบ รูปแบบของคำถามอาจเป็นคำถามให้ค้นหาคำตอบ ให้พิสูจน์ หรือแสดงเหตุผล ให้สร้างหรือตอบคำถามปลายเปิดที่เน้นการคิดแก้ปัญหาและเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่องเข้าด้วยกัน

ถ้าต้องการประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ วิธีการประเมินอาจทำได้ในรูปการให้ผู้เรียนปฏิบัติงานจริง ผู้สอนสังเกตกระบวนการทำงาน การพูดแสดงความคิดของผู้เรียน คุร็องรอยความชำนาญและความสามารถจากผลงานที่ปรากฏ นอกจากนี้อาจให้ผู้เรียนประเมินตนเองหรือประเมินโดยกลุ่มเพื่อน

การกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนมี 2 แบบ คือ กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบ Analytic scoring scale และแบบ Holistic scoring scale เกณฑ์การให้คะแนนแบบแรก

อยู่บนพื้นฐานการวิเคราะห์งานออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งการให้คะแนนแบบนี้ทำให้เห็นจุดเด่นและจุดด้อยของผู้เรียนในแต่ละองค์ประกอบ สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนแบบที่สอง เป็นการกำหนดคุณภาพในองค์รวมหรือภาพรวมของงานทั้งหมด

3. จัดระบบข้อมูลจากการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ ถ้าข้อมูลเป็นผลจากการทำแบบทดสอบ หรือเขียนตอบ ก็ควรเก็บรวบรวมในรูปคะแนน ถ้าข้อมูลอยู่ในรูปพฤติกรรมที่สังเกตได้ ก็ควรมีระบบการบันทึก แบบฟอร์มการบันทึก ควรประกอบด้วย ส่วนนำ คือ การระบุวัน เวลา สถานที่ ชื่อผู้เรียน และผู้สังเกต เรื่องที่เรียนและผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ส่วนเนื้อหา คือการบันทึกรายละเอียดของงาน และพฤติกรรมต่างๆของผู้เรียน ที่ปรากฏจริง ส่วนสรุป คือการตีความเบื้องต้นของผู้สังเกตพร้อมทั้งระบุปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้น การรวบรวมสารสนเทศเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ของผู้เรียนต้องกระทำหลายครั้ง และใช้ข้อมูลจากหลายด้าน

4. นำข้อมูลจากการวัดผลประเมินผลมาวิเคราะห์และสังเคราะห์เพื่อให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยอาจจำแนกเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม รายประเภท และรายมาตรฐานการเรียนรู้

การรายงานผลการประเมินผลการเรียนรู้

การรายงานผลถือเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้ เป็นหน้าที่ของผู้ประเมินที่จะต้องรายงานผลการประเมินในขอบเขตที่กำหนด ให้ผู้เกี่ยวข้อง เช่น ผู้เรียน ผู้ปกครอง ผู้สอน และผู้บริหาร ได้ทราบถึงพัฒนาการ ความก้าวหน้า หรือข้อบกพร่องต่างๆ ในการเรียนการสอน

รูปแบบการรายงาน ควรชัดเจน เข้าใจง่าย มีเกณฑ์ การอธิบายความหมายประกอบ เพื่อให้ผู้อ่านรายงานทุกคนเข้าใจตรงกันถึงความหมายที่ต้องการสื่อ

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ความหมายของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์ (2533, หน้า 8) ได้ให้ความหมายถึงความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ว่า คือ ด้านความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ด้านความสามารถในการหาวิธีแก้โจทย์ปัญหาและด้านความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาโดยได้คำตอบที่ถูกต้องที่สุด

สมาลี วงศ์ยะรา (2537, หน้า 9) ได้ให้ความหมายว่า คือความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา วางแผนและดำเนินการในการแก้โจทย์ปัญหา ตลอดจนคำตอบที่ถูกต้องของปัญหาที่กำหนดไว้ ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ส่วนดวงเดือน อ่อนน้อม (2533, หน้า 22) ได้ระบุไว้ว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครู ยังไม่มีผลงานวิจัยใดๆที่แสดงให้เห็นชัดเจนว่าวิธีการเรียนการสอนแบบใดจะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ดีที่สุด

อัญชลี แจ่มเจริญ, และคณะ (2526, หน้า 4) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหานำไปใช้ต้องอาศัยพื้นฐานความสามารถด้านความรู้ ความจำและความเข้าใจอื่นๆ การแก้โจทย์ปัญหามีลำดับขั้นตอนดังนี้ คือ ประการแรก ศึกษาปัญหา โจทย์ปัญหามักจะเป็นภาษาเขียน ดังนั้น ผู้ที่จะแก้โจทย์ปัญหาได้ต้องมีทักษะในการอ่านและมีพื้นฐานความรู้เกี่ยวกับศัพท์นิยาม ข้อเท็จจริงพอเพียงที่จะทำให้เข้าใจปัญหาได้ ในขั้นนี้ผู้แก้โจทย์ปัญหาควรถามตัวเองว่า โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร หรือลองพูดโจทย์ใหม่ด้วยคำพูดของตัวเอง ประการที่สอง แปลโจทย์ปัญหาออกมาในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประการที่สาม ให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสัมพันธ์ โครงสร้างแก้โจทย์ปัญหา และประการที่สี่นำผลที่ได้ไปสัมพันธ์กับสถานการณ์จริง

สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึงการที่ผู้เรียนมีความสามารถในการอ่านและแปลความได้ว่า โจทย์กำหนดสิ่งใดให้ และต้องการให้นำสิ่งที่กำหนดดังกล่าวไปหาคำตอบโดยวิธีใด เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ ซึ่งสามารถวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

องค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่างเข้ามาช่วยให้การแก้ปัญหাপระสบความสำเร็จ สุดสวาท ชันธมูล (2530, หน้า 31) กล่าวถึงองค์ประกอบ มีดังนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นๆ
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลข้อความเป็นสัญลักษณ์ หรือแผนงาน
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ หากความเกี่ยวข้องของข้อมูลที่มีอยู่กับประสพการณ์เก่า
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน การวิเคราะห์หารูปแบบ และการหาข้อสรุป
6. มีความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น
7. มีความศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

ส่วนสุจินดา จันทวรรณ, และคณะ (2536, หน้า 34) กล่าวว่า ความสามารถในการอ่านและความสามารถในการคิดคำนวณที่มีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คือ

1. การอ่านมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา จึงควรปรับปรุงการสอนอ่านเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2. ทักษะที่นักเรียนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนแตกต่างกัน คือ ทักษะที่เกี่ยวข้องกับคำศัพท์ในเรื่อง คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ แสดงว่าเข้าใจคำศัพท์ทั่วไปและคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ เป็นทางนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

3. ทักษะการอ่านมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีวินิจฉัยปัญหาและสาเหตุในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ สุจินดา จันทวรรณ, และคณะ (2536, หน้า 34) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพล ต่อความสำเร็จในการทำโจทย์ปัญหา คือ ความสามารถของนักเรียนในการเข้าใจคำพูด การรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบเพื่อจะนำไปสู่การหาคำตอบในขั้นสุดท้าย วิธีการคิดคำนวณจะไม่มีประโยชน์เลย ถ้านักเรียนขาดความสามารถในการอ่านและการเข้าใจปัญหาอย่างถูกต้องและแม่นยำ

โดยสรุปแล้ว องค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหานั้นขึ้นอยู่กับความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา ความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลและการคิดคำนวณ ความกระตือรือร้น และมีศรัทธาที่จะคิดแก้ปัญหา และความสามารถด้านสติปัญญาของนักเรียนเอง ซึ่งมีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทั้งนั้น

ปัจจัยที่มีผลต่อการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนจำเป็นต้องศึกษา วิธีการหรือเทคนิคต่างๆในการถ่ายทอดความรู้ ประสบการณ์ และทักษะที่จำเป็นให้นักเรียนเพื่อที่นักเรียนจะได้พัฒนาทักษะที่จำเป็นในการแก้ปัญหา และสามารถพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาไปตามระดับความสามารถของนักเรียนแต่ละคน โดยผู้สอนจำเป็นต้องสร้างสถานการณ์ให้นักเรียนได้พบปัญหา ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดอย่างมีระบบและมีเหตุผล การฝึกแก้ปัญหาก็จะช่วยให้รู้จักวิธีการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ จึงได้มีผู้เสนอวิธีสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533, หน้า 133) ได้กล่าวว่าการที่จะสอนให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นั้น ครูจำเป็นต้องรู้ถึงเทคนิคต่างๆที่จะช่วยพัฒนาความสามารถดังกล่าว คือ

1. การใช้สถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ได้มาจากสภาพการณ์ที่นักเรียนพบจริงๆหรือสภาพการณ์ที่นักเรียนคิดถึงได้

2. การเปลี่ยนแปลงเรื่องราวของสถานการณ์ปัญหาให้มองเห็นได้ง่ายขึ้น การนำอุปกรณ์ต่างๆมาใช้ในการเรียนการสอน เช่น การใช้เส้นจำนวน การวาดภาพ การเขียน

แผนภาพจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นเส้นทางในการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

3. การแสดงบทบาทสมมติ การแสดงบทบาทสมมติจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นเงื่อนไข แนวคิด และความสัมพันธ์ต่างๆ ที่อยู่ในสถานการณ์ปัญหาเป็นจริงยิ่งขึ้น ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพการณ์นอกโรงเรียนและคณิตศาสตร์ เช่น การจัดร้านขายของ

4. ใช้วิธีเปรียบเทียบ เป็นการพยายามให้นักเรียนมองเห็นวิธีการในการหาคำตอบของสถานการณ์ของปัญหาที่ยาก โดยการคิดปัญหาง่ายๆที่คล้ายกับสถานการณ์ปัญหาที่ยาก โดยเปลี่ยนจากตัวเลขที่มีค่ามากให้มีค่าน้อยลง ซึ่งจะให้นักเรียนเห็นวิธีการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

5. การใช้สถานการณ์ปัญหาหลายๆ แบบเช่นสถานการณ์ปัญหาที่ไม่มีตัวเลขหรือมีตัวเลขแต่ไม่ต้องการคำตอบ เพียงแต่ต้องการวิธีการในการหาคำตอบ หรือที่มีข้อมูลไม่ครบหรือมากเกินไปจนความจำเป็น

6. การหาคำตอบด้วยการทำวิธีหลายๆวิธีการสร้างสถานการณ์ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ จะเป็นการเร้า เป็นการสร้างความสนใจ และประสบการณ์หลายๆด้านให้กับนักเรียน ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันถึงการแก้สถานการณ์ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ ด้วยวิธีหลายๆวิธียอมทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจสภาพปัญหาอย่างลึกซึ้งมากกว่าการแก้ปัญหาหลายๆปัญหา โดยวิธีการเพียงอย่างเดียว

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533, หน้า 159) ได้เสนอแนะวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ โดยให้นักเรียนมีโอกาสสำรวจและค้นพบปัญหาด้วยวิธีการต่างๆโดยที่ครูยึดหลักดังนี้

1. เน้นกิจกรรมการแก้ไขสถานการณ์ปัญหาด้วยวิธีการวิเคราะห์มากกว่าหาคำตอบ
2. ควรให้นักเรียนได้พัฒนาทัศนคติเชิงทดลอง คือ ยอมรับตัวเองเผชิญกับสิ่งใหม่หรือปัญหาใหม่ๆ โดยไม่ท้อแท้ว่าจะแก้ปัญหาไม่สำเร็จ
3. ควรให้นักเรียนได้ค้นพบการแก้ปัญหาด้วยตัวเอง โดยครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะ
4. ถามคำถามที่จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
5. ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องของคำศัพท์ ข้อมูลอะไรที่ต้องการหา และข้อมูลอะไรที่เป็นประโยชน์
6. แนะนำให้รู้จักวางแผนเพื่อจัดข้อมูล ซึ่งจะช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล
7. ให้ความสำคัญในเรื่องทัศนคติของนักเรียนมากพอกับความรู้อย่างเข้าใจของนักเรียน

สรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีผลต่อการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น มีหลายลักษณะด้วยกันโดยเน้นการแก้ไขสถานการณ์ปัญหาด้วยการวิเคราะห์มากกว่าการหาคำตอบควรให้นักเรียนค้นพบการแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเอง

การวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

เนื่องจากความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เป็นกระบวนการทางความคิดที่สำคัญมากต่อการศึกษาระบบการหนึ่ง มีวิธีการที่จะกระตุ้นให้ครูผู้สอนได้ตื่นตัว คือ การใช้แบบทดสอบไปกระตุ้นและท้าทายความคิดของผู้เรียน ลักษณะของข้อสอบจะประกอบด้วย คำถามที่ให้ผู้สอบพิจารณาหาคำตอบหรือเขียนตอบเอง โดยประยุกต์ความรู้จากแหล่งต่างๆ มาวางแผนแก้โจทย์ลักษณะของปัญหาเป็นปัญหาที่เลียนแบบปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน

โพลยา (1985, p.p. 80-87) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ ไว้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียดดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจในปัญหา หลังจากการอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาบ้าง ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
2. ขั้นการวางแผนแก้โจทย์ ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงมาช่วยในการแก้โจทย์ พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ได้ถูกต้อง
3. ขั้นดำเนินการแก้โจทย์ ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการ หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ
4. ขั้นการตรวจสอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผล และการสรุปความหมายของคำตอบ

ส.วาสนา ประवालพฤษ์(2539, หน้า 48-49)ได้เสนอแนวทางใหม่ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ที่เรียกว่า การวัดจากสภาพจริง (authentic performance measurement) โดยสร้างข้อสอบ ดังนี้

1. เสนอสถานการณ์ ประกอบด้วยข้อมูลและข้อจำกัดต่างๆให้นักเรียนหาคำตอบพร้อมทั้งอธิบายวิธีคิดที่จะได้คำตอบ ซึ่งอาจมีวิธีการหลายวิธี
2. เสนอปัญหา ประกอบด้วยข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง ให้นักเรียนพิจารณาแก้โจทย์และให้ความเห็นเกี่ยวกับข้อมูลที่ไม่เหมาะสม
3. เสนอปัญหาและแนวทางแก้ปัญหบบางส่วน ให้นักเรียนวิจารณ์และให้แก้ปัญหานั้นให้สำเร็จ
4. เสนอปัญหาให้แสดงวิธีการแก้โจทย์และการตรวจสอบ โดยนำเสนอต่อเพื่อนๆในชั้นเรียนหรือแลกเปลี่ยนคำตอบกัน

ความสามารถในการแก้โจทย์ทางคณิตศาสตร์นี้ ผู้วิจัยศึกษาตามกรอบแนวคิดของโพลยาซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ

- ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา
- ขั้นตอนที่ 2 การวางแผนแก้โจทย์ปัญหา
- ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการตามแผน
- ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ในด้านการวิเคราะห์ปัญหา การหาวิธีการแก้ปัญหา และการคำนวณเพื่อตอบปัญหา โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อดังต่อไปนี้

เกณฑ์ด้านการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา โดยมีระดับคุณภาพที่แสดง คือ

- 0 หมายถึง ไม่วิเคราะห์โจทย์ปัญหา
- 1 หมายถึง วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่งและระบุเงื่อนไขในส่วนของข้อมูลที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง
- 2 หมายถึง วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และระบุเงื่อนไขในส่วนของข้อมูลที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องทุกประเด็น

เกณฑ์ด้านการหาวิธีการแก้โจทย์ปัญหา โดยมีระดับคุณภาพที่แสดง คือ

- 0 หมายถึง ไม่สามารถแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์
- 1 หมายถึง สามารถแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ แต่แสดงวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาผิด
- 2 หมายถึง สามารถแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์และแสดงวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง

เกณฑ์ด้านการคำนวณเพื่อตอบโจทย์ปัญหา โดยมีระดับคุณภาพที่แสดง คือ

- 0 หมายถึง ไม่มีคำตอบ หรือไม่ตอบ
- 1 หมายถึง คำตอบผิด เนื่องจากการวิเคราะห์ผิด หรือแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ หรือคำนวณผิด
- 2 หมายถึง คำตอบถูกต้องและสอดคล้องกับความเป็นไปได้ในสภาพจริง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

ปริญญา สุภา (2538, บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาการคูณการหาร ด้วยวิธีการสอนแบบใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา กับวิธีสอนแบบปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาสูงกว่ากลุ่มควบคุมได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บุญศรี บูลม (2540, บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยใช้ขั้นตอนการสอนของโพลยากับวิธีสอนแบบปกติของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 สังกัดประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแก้ โจทย์ปัญหา โดยใช้วิธีสอนตามขั้นตอนการสอนของโพลยาสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ นักเรียนที่ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีสอนแบบปกติ

สุภิญญา พัทธกษัตติกดากร (2540, บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวิธี แก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษา ปีที่ 1 โรงเรียนปิ่นสร้อยแยลส์วิทยาลัย พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนแบบทดสอบมีจำนวน 76.85 % และ 73.25% ตามลำดับ และนักเรียน กลุ่มทดลองส่วนใหญ่ สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของ โพลยาได้ แต่ในการดำเนินการตามแผน มีนักเรียนประมาณ 50% ยังไม่สามารถปฏิบัติขั้นตอนนี้ได้ เนื่องจากนักเรียนมีความเข้าใจผิด เรื่องสัดส่วน การตรวจคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่มี ปัญหาในการตรวจคำตอบได้ไม่สมบูรณ์ตามแบบของโพลยา

วิมล พงษ์पालิต (2541, หน้า 89 – 94) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบ แก้ปัญหาที่ใช้ขั้นตอนการเรียนการสอนตามแนวขั้นตอนของโพลยากับการสอนตามคู่มือครู พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ แก้ปัญหาที่ใช้การเรียนการสอนตามแนวขั้นตอนของโพลยาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตาม คู่มือครู

มุกดา งอกเสมอ (2541, บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่องกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา สังกัด สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดกาญจนบุรี ผลจากการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนส่วนใหญ่มีกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาคบทั้ง 4 ขั้นตอน คือ 1) การทำ ความเข้าใจโจทย์ปัญหา 2) การวางแผนแก้โจทย์ปัญหา 3) การดำเนินการตามแผน และ 4) การตรวจคำตอบ นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนสูงส่วนใหญ่มีกระบวนการแก้โจทย์ ปัญหาถูกต้องครบถ้วนทั้ง 4 ขั้นตอน ส่วนนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนปานกลาง และต่ำ ส่วนใหญ่มีกระบวนการทั้ง 4 ขั้นตอนอย่างไม่ถูกต้อง

2. วิธีแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 1 การทำความเข้าใจโจทย์ นักเรียน ส่วนใหญ่ใช้วิธีการเขียนภาพ การเขียนรายการ การเขียนบอกรายละเอียดตามที่โจทย์กำหนด และการเขียนสมการ ในขั้นตอนที่ 2 การวางแผนแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการ เขียนประโยคสัญลักษณ์ การเขียนรายการ การเขียนตาราง การลองผิดลองถูก การเขียน

สมการและไม่เขียนแสดงวิธีการ ในขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน นักเรียนส่วนใหญ่ ใช้วิธีการคิดคำนวณ การนับและไม่เขียนแสดงวิธีการ ในขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบ นักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการคิดย้อนกลับ การคำนวณใหม่และไม่เขียนแสดงวิธีการ

3. นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนสูง มีความสามารถด้านกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนปานกลางและต่ำ และนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนปานกลางและต่ำมีความสามารถด้านกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาไม่แตกต่างกัน

จิตติยา อินทุยศ (2547, หน้า 60 – 62) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเมืองใหม่ชลบุรีราชบุรีรังษฤษฎ์ โดยใช้แผนการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา พบว่าแผนการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของโพลยามีประสิทธิภาพเท่ากับ $81.93/92.65$ ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ $80/80$ และนักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ $.01$

งานวิจัยต่างประเทศ

นุซุม (Nuzum, 1983, abstract) ได้สอนการแก้โจทย์ปัญหา กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการแก้โจทย์ปัญหาต่ำ 4 ราย ซึ่งผู้เรียนจะผ่านเกณฑ์การคำนวณ แต่ไม่ผ่านเกณฑ์การแก้โจทย์ปัญหา เมื่อสอนตามวิธีสอนและขั้นตอนที่พัฒนาขึ้น ในเรื่องโจทย์ปัญหาการบวก การลบ เป็นโจทย์ปัญหาขั้นตอนเดียว สองขั้นตอน หรือโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลมากเกินไปจนจำเป็น เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ผลปรากฏว่า นักเรียนมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงขึ้น และรู้วิธีการที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา แต่มีความแตกต่างด้านวิธีทำ

บูล (Bull, 1994, p.2497-A) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การสำรวจผลของผลสัมฤทธิ์ทางวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 ในมลรัฐคาโรไลนา ที่ได้รับการสอนแก้ปัญห โดยใช้กิจกรรมที่เรียกว่า Magic Math ซึ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดศักยภาพในขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นตอนของการแก้ปัญห ได้แก่ ทำความเข้าใจแก้ปัญห วางแผนแก้ปัญห ดำเนินการแก้ปัญห และตรวจสอบผลที่ได้ โดยจัดบริบทของปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจที่กระจำทั้งโดยการฟัง การดู การลงมือทดลอง การทำให้เป็นรูปธรรม ผลการวิจัยพบว่าผู้เรียนที่ได้รับกิจกรรมการแก้ปัญหในลักษณะดังกล่าวมีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดกว่าผู้เรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

กูยา (Gooya, 1994, p.2865-A) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในคณิตศาสตร์ และความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญห จากการสอนที่เน้นการสังเคราะห์ความคิด และการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญห กับนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สาย

วิทยาศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมในการเรียนเป็น 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การใช้กลุ่มย่อยและการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทางการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน การเขียนสรุปช่วยให้ ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิด สำหรับกลุ่มย่อย นักเรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของกลุ่ม ได้อภิปรายกับคนอื่น ๆ และทำงานร่วมกัน ทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ทำให้นักเรียนได้พบจุดบกพร่องและจุดเด่นของตนเอง การอภิปรายยังช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาและตัดสินใจได้ดีขึ้น จากการศึกษาพบว่า การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่างๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิม ที่เข้าใจว่าเป็นการประยุกต์ใช้กฎ หรือสูตรต่างๆ มาเป็นกระบวนการทำความเข้าใจและการสร้างความรู้ใหม่

ไวท์ (White, 2003, p.2012-A) ได้ศึกษาถึงวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในห้องเรียน ระดับเกรด 2 ในโรงเรียนแถบเขตเมืองคู ในรัฐอิลลินอยส์ โดยได้ทำการวิเคราะห์ผลของเนื้อหาวิชาที่ใช้กับเด็ก ซึ่งดูจากพฤติกรรมและเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน ระดับเกรด 2 จำนวน 6 ห้องเรียน ในการศึกษาครั้งนี้ใช้ทั้งเนื้อหาวิชาและเพลงเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในกิจกรรมแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้เวลาในการศึกษาค้นคว้า จำนวน 7 สัปดาห์รวมทั้ง pretest และ posttest และการสำรวจเจตคติ ผลจากการศึกษา พบว่า นักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีคะแนน posttest ดีขึ้นหลังจากใช้เพลงในการสอนเนื้อหาวิชา และกลุ่มควบคุม แม้เริ่มต้นจะมีคะแนน pretest ต่ำกว่ากลุ่มทดลอง แต่ก็มีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดี ซึ่งคะแนน posttest นั้นใกล้เคียงกับกลุ่มทดลอง สำหรับด้านเจตคติ แม้ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แต่จากการรายงานของครู ทำให้ทราบว่าเด็กนักเรียนทั้งสองกลุ่ม มีความสุขกับการใช้ศิลปะ ด้านภาษาในหลักสูตรคณิตศาสตร์

ลาบูดา (Labuda, 2004, pp.65-02A) ได้ทำการศึกษาผลกระทบของโปรแกรมการพัฒนาครูผู้ชำนาญการ ในการสอนแก้ปัญหาการเรียนการสอนในห้องเรียน พบว่า ครูผู้สอนที่ได้รับการพัฒนา ผักผ่อน อบรม การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในแบบต่างๆเช่น การใช้แบบจำลองของโพลยาในการแก้ปัญหา จะทำให้ผู้เรียนมีปฏิภิกิริยาที่ดีต่อครู อยากรู้ อยากเรียนมากขึ้น ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นด้วย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนการสอนของโพลยา แสดงให้เห็นว่า การแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนการสอนของโพลยา สามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีสอนตามขั้นตอนการสอนของโพลยากับวิธีสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้