รายงานการวิจัย

เรื่อง

โปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เพื่อวัดความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงสถิติ

Program for Supporting the Decision in the selection of Correlation Coefficient for Measure Statistical association for Variables.

โดย

รศ.อุมาพร จันทศร

สาขาวิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ส่วนที่ 1 รายละเอียดเกี่ยวกับโครงการ

ชื่อโครงการ (ภาษาไทย) **โปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เพื่อวัดความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงสถิติ**

(ภาษาอังกฤษ) **Program for Supporting the Decision in the selection of Correlation Coefficient for Measure Statistical association for Variables.**

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจาก งบประมาณแผ่นดิน

ประจำปี 2554 จำนวนเงิน 132,400 บาท

ระยะเวลาทำการวิจัย 1 ปี ตั้งแต่ 1 ต.ค. 2553 ถึง ก.ย. 2554

หน่วยงานและผู้ดำเนินการวิจัย พร้อมหน่วยงานที่สังกัด และเลขหมายโทรศัพท์

สาขาวิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

รศ.อุมาพร จันทศร โทร. 02-3298000-99 ต่อ 6278

ส่วนที่ 2 บทคัดย่อ

การศึกษาครั้งนี้ เป็นการสร้างโปรแกรม เพื่อช่วยให้ผู้ใช้ที่ต้องการวิเคราะห์ถึงความสัมพันธ์เชิงสถิติของ 2 ตัวแปรขึ้นไป สามารถเลือกสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ ได้ถูกต้องตามหลักทฤษฎีสถิติ คือคำนึงถึง มาตราวัดของข้อมูล (นามบัญญัต หรือ เรียงลำดับ หรือ อันตรภาค ขึ้นไป) ในกรณี เป็นข้อมูลนามบัญญัต ลักษณะย่อยเป็นแบบมีลำดับที่หรือไม่ จำนวนตัวแปรที่ต้องการวัดความสัมพันธ์ และประเภทของความสัมพันธ์(การวัดความสัมพันธ์ หรือ วัดความสอดคล้อง) การใช้งานจะอยู่ในลักษณะถามตอบระหว่างผู้ใช้กับคอมพิวเตอร์ทางหน้าจอ และจะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้าย ซึ่งอาจจะเป็นสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ ใด ๆ จากทั้งหมด 17 แบบ ซึ่งส่วนใหญ่เป็นหัวข้อของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์(Nonparametric Statistics) โดยโปรแกรมนี้จะนำเสนอในเว็บไซต์ชื่อ www.kmitl.ac.th/stat นอกจากนี้โปรแกรมยังได้อธิบายเนื้อหาและตัวอย่างที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งจะแนะนำวิธีวิเคราะห์ด้วยคำสั่งจากโปรแกรม SPSS

The objective of this study is to develop program to assist those who want to analyse the association of 2 or more variables .The program would allow them to select theoretically proper correlation coefficient regarding type of measurement scale (nominal or ordinal or at lease interval scale) In case of nominal scale, whatever categories can be ordered or not ,number of variables, type of association (measure of association or measure of agreement) . and The program will be so designed in such a way that user can communicate with computer by means of question and answer through the monitor. The final answer will end up with correlation coefficient any kind of 17 alternatives. Amost of them are correlation coefficient from nonparametric statistics. For those who are interesting can find the program at website www.kmitl.ac.th/stat Moreover, the program is capable of telling the contents, demonstrating example concerned and advise the way to apply SPSS program for the analysis.

สารบัญ

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญของปัญหา

วิธีการทางสถิติมีบทบาทสำคัญมากในงานวิจัยในสาขาต่าง ๆ กล่าวคือสามารถสรุปผลถึงกลุ่มใหญ่ด้วยการใช้ตัวแทนของกลุ่มใหญ่นั้น โดยจะสรุปถึงกลุ่มใหญ่ในแง่ความน่าจะเป็น จึงมีการนำวิธีการทางสถิติไปใช้อย่างกว้างขวาง นอกจากผู้ใช้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่ศึกษาเป็นอย่างดีแล้ว จำเป็นต้องมีความรู้ทางด้านสถิติพอสมควร เช่น ทราบถึงข้อจำกัดและความสอดคล้องระหว่างสถิติที่ใช้กับวัตถุประสงค์ของงานวิจัยนั้น ๆ เป็นต้น การวิจัยเชิงปริมาณส่วนใหญ่จำเป็นต้องใช้วิธีการทางสถิติในหลายด้าน เริ่มตั้งแต่การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูลไปจนถึงการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสรุปผลถึงกลุ่มใหญ่หรือที่เรียกว่ากลุ่มประชากร โดยมีวิธีการวิเคราะห์หลายวิธีอาทิเช่น การประมาณค่า การหาความสัมพันธ์และการพยากรณ์ รวมถึงการทดสอบสมมติฐาน ซึ่งแต่ละวิธีสามารถเลือกวิธีวิเคราะห์ได้หลายแบบ ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของงานวิจัย ลักษณะของข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์และข้อกำหนดเบื้องต้นของวิธีวิเคราะห์ ซึ่งทฤษฎีสถิติจำแนกวิธีวิเคราะห์ได้ 2 กลุ่มใหญ่ คือ สถิติแบบใช้พารามิเตอร์ (Parametric Statistics) ที่มีข้อกำหนดเบื้องต้นเกี่ยวกับตัวแปรสุ่มที่เข้มงวดกว่าสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์(Nonparametric Statistics) เช่น ข้อกำหนดเบื้องต้นเกี่ยวกับการแจกแจงปกติของตัวแปรสุ่ม การทราบถึงความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม เป็นต้น

การวิจัยในสาขาต่าง ๆ อาจจะมีจุดมุ่งหมายข้อหนึ่งคือ ต้องการทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรที่อยู่ในประชากรเดียวกัน ว่ามีความสัมพันธ์กันในลักษณะใด เช่น ทางการแพทย์สนใจว่าความเครียดทางอารมณ์ (Emotional Stress) มีส่วนสัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกับการเป็นโรคหัวใจหรือไม่หรือทางด้านสังคมศาสตร์สนใจว่า ความยากจนมีส่วนสัมพันธ์กับการใช้ยาเสพติดหรือไม่ ทางด้านอุตสาหกรรมอาหารสนใจว่าอุณหภูมิที่ใช้เก็บรักษาผลไม้ส่งออกมีผลต่ออายุการเก็บรักษาผลไม้นั้นอย่างไร เป็นต้น วิธีการทางสถิติสามารถหาข้อสรุปได้ทั้งทิศทางและปริมาณความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองนั้นได้

ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร จะมีค่ามากหรือน้อยนั้นจะสรุปได้จากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ที่คำนวณได้จากตัวแปรทั้งสอง ซึ่งจะมีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง +1 ให้

ρ แทนสัญญลักษณ์หรือค่าพารามิเตอร์ของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของกลุ่มประชากร ถ้า ρ มีค่าใกล้ ± 1 แสดงว่าตัวแปรที่ศึกษาทั้งสองตัวนั้นมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกันมาก แต่ถ้า ρ มีค่าใกล้ 0 แสดงว่าตัวแปรทั้งสองนั้นมีความสัมพันธ์กันน้อย ส่วนเครื่องหมายของค่า ρ จะแสดงถึงทิศทางของความสัมพันธ์ กล่าวคือ ถ้า ρ มีค่าบวก แสดงว่าตัวแปรทั้งสองนั้นมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน (คือถ้าตัวแปรหนึ่งมีค่ามาก อีกตัวแปรหนึ่งก็จะมีค่ามากด้วย หรือกลับกัน) แต่ถ้า ρ มีค่าลบแสดงว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์ในทางตรงข้ามกัน (คือถ้าตัวแปรหนึ่งมีค่ามากอีกตัวแปรหนึ่งจะมีค่าน้อยหรือกลับกัน) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของสองตัวแปร ที่รู้จักและใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation Coefficient : r) ซึ่งต้องมีข้อกำหนดเบื้องต้น (assumption) ดังนี้

1. ตัวแปรทั้งสองต้องเป็นตัวแปรที่มีค่าต่อเนื่อง และการแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติสองตัวแปร (Bivariate Normal Distribution)
2. ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง
3. มีความเป็นอิสระของข้อมูล (Independence Between Pairs)

จากข้อกำหนดเบื้องต้นดังกล่าว จะเห็นได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จะคำนวณได้จากข้อมูลที่มีมาตราวัดแบบช่วง (Interval Scale) ขึ้นไปทั้งสองตัวแปร ดังนั้นตัวแปรที่มีมาตราวัดต่ำกว่าจึงไม่ควรใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ด้วยวิธีนี้ ควรเลือกใช้วิธีหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์วิธีอื่น ๆ แทน

การแปลความหมายของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์นั้น ต้องทำอย่างระมัดระวัง เพราะค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ได้นั้นไม่จำเป็นต้องเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน (Causation) เพราะอาจจะมีตัวแปรอื่น ๆ อีกมากมายที่ไม่ได้นำมาศึกษา หรือถึงแม้ว่าจะเป็นสาเหตุต่อกันก็ยังบอกไม่ได้ว่า X เป็นสาเหตุของ Y หรือ Y เป็นสาเหตุของ X ดังนั้นแม้จะพบว่าตัวแปรคู่ใดมีความสัมพันธ์กัน เราจะยังไม่สรุปถึงความเป็นสาเหตุต่อกัน (1) ซึ่งผลสรุปจากการศึกษาถึงความสัมพันธ์นี้จะเป็นจุดเริ่มต้นที่สำคัญของการศึกษาความเป็นสาเหตุต่อกันในลำดับต่อไป เนื่องจากตัวแปรใดก็ตามที่มีส่วนเป็นสาเหตุต่อกันจะมีความสัมพันธ์กันอยู่เสมอ

การวัดความสัมพันธ์ของ 2 ตัวแปรอาจต้องคำนึงถึงตัวแปรอื่น ๆ เช่น ตัวอย่างความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X_t ; จำนวนโรงเรียนระดับประถมในประเทศที่กำลังพัฒนาในปีที่ t และ Y_t ; จำนวนผู้ไม่รู้หนังสือของประเทศนั้นในปีที่ t ถ้าศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรคู่นี้ในช่วงเวลาหลังสงครามที่ได้อิสระภาพ จะพบว่าจะมีโรงเรียนเพิ่มขึ้นทุกปี และมีผู้ไม่รู้หนังสือเพิ่มขึ้นเช่นกัน แสดงว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันทางบวก ซึ่งจะขัดแย้งกับความเชื่อที่ว่า โรงเรียนจะช่วยลดคนไม่รู้หนังสือ สถานการณ์เช่นนี้ อาจอธิบายได้จากปรากฏการณ์ที่มีการเพิ่มขึ้นของประชากรในประเทศนั้น นั่นคือมีตัวแปรที่สามมีผลต่อค่าตัวแปรทั้งสอง ดังนั้นการเลือกใช้ควรจะนำตัวแปรที่สามมาพิจารณาร่วมด้วย โดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางส่วน (Partial correlation coefficient) (2)

ในกรณีที่ตัวแปรทั้งสองมีมาตราวัดต่ำกว่าแบบช่วง คืออาจมีมาตรวัดแบบเรียงลำดับ (Ordinal Scale) หรือแบบนามบัญญัติ (Nominal Scale) ผู้ใช้จำเป็นต้องเลือกใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอื่น ๆ เช่น สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของสเปียร์แมน หรือวิธีของเดนดอลเทา สำหรับตัวแปรที่มีมาตราวัดแบบเรียงลำดับทั้งคู่ หรือใช้สัมประสิทธิ์แบบคราเมอร์ สำหรับตัวแปรคู่ที่มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติทั้งคู่ และอาจจะใช้หลักการคำนึงถึงความผิดพลาดในการทำนายให้ลดลง ซึ่งจะใช้สถิติประเภท PRE (Proportional Reduction in Error) ที่สามารถบอกความสัมพันธ์ในลักษณะเป็น Predictive association กล่าวคือการทราบตัวแปรอิสระ จะช่วยลดความผิดพลาดในการทำนายตัวแปรตามได้ เช่น สัมประสิทธิ์แบบ Lambda (Goodman and Kruskall’s Lambda) หรือ สัมประสิทธิ์แบบ Tau (Goodman and Kruskall’s Tau) ซึ่งสามารถกำหนดได้สองลักษณะ คือ กำหนดได้ว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ (ที่อาจเป็นตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง ที่นำเสนอในแถวนอน หรือ แถวตั้ง ของตารางสองทาง) และเรียกว่าสถิติแบบกำหนดทิศทาง ; Directional Statistic หรืออีกลักษณะหนึ่งคือไม่กำหนดล่วงหน้าได้ว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระและจะเรียกว่าสถิติแบบไม่กำหนดทิศทาง ; Indirectional Statistics สถิติประเภทนี้จึงมีคุณสมบัติเหนือกว่าค่าคราเมอร์ ที่ใช้หลักการของการทดสอบแบบไคสแควส์ $\left(\chi^2 - \text{Test}\right)$ เพราะสามารถบอก Predictive association ได้ คือ ตัวแปรหนึ่งซึ่งเป็นตัวแปรอิสระสามารถอธิบายตัวแปรตามได้ (3) แต่ถ้านามบัญญัติของตัวแปรคู่นั้นสามารถเรียงลำดับได้ ก็ควรจะใช้สัมประสิทธิ์ของแกมมาหรือซอมเมอร์ดี หรือกรณีที่ตัวแปรหนึ่งมีมาตราวัดแบบนามบัญญัติที่มี 2 คำตอบ แต่อีกตัวแปรหนึ่งมีค่าแบบมาตราวัดอัตราส่วน (ที่ไม่จัดเป็นกลุ่ม) ก็ควรใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ Point Biserial (4) เป็นต้น

นอกจากประเด็นดังกล่าวข้างต้น (ซึ่งเป็นกรณีที่สนใจความสัมพันธ์ของ 2 ตัวแปร) ยังมีการวัดความสัมพันธ์ของ k ตัวแปรพร้อมกัน เช่น ปัญหาที่ผู้ตัดสิน 5 คน ตัดสินให้ลำดับที่แก่ผลงานวิจัย 5 ชิ้นงาน ต้องการหาผลสรุปว่า ลำดับที่ที่ผู้ตัดสินทั้ง 5 คนนี้สอดคล้องกันหรือไม่ (หรือความชอบต่อแยมยี่ห้อต่าง ๆ ของผู้ใช้ k คน มีความสอดคล้องกันเพียงใด) ก็อาจเลือกใช้สัมประสิทธิ์แบบคอนคอร์คานส์ของเดนดอลล์ที่มีให้เลือกอีก 2 แบบ คือ ถ้าผู้ตัดสิน ให้ลำดับที่ครบถ้วนในทุกชิ้นงานวิจัย (หรือผู้ใช้ซื้อแยมทุกยี่ห้อ) (Complete Ranking) ควรใช้หลักการทดสอบของ Friedman แต่ถ้าผู้ใช้ซื้อแยมบางชนิด (เช่น 3 ชนิดจากทั้งหมด 5 ชนิด) การให้ลำดับที่จะไม่ครบถ้วน (Incomplete Ranking) ก็ควรใช้หลักการทดสอบของ Durbin (5)

และประเด็นสุดท้ายคือ การวัดความเห็นที่ตรงกัน (Measure of Agreement) ของผู้ตัดสิน 2 คน เช่น จิตแพทย์ 2 ท่าน จะจำแนกคนไข้ n คน ให้อยู่ในกลุ่มโรคต่าง ๆ 3 ชนิด สามารถใช้สถิติ Cohen Kappa วัดความเห็นที่ตรงกัน แต่ถ้ามีจิตแพทย์ k ท่าน ก็ต้องเลือกใช้สถิติ Kappa แบบมี k Raters (6)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่กล่าวข้างต้นเกือบทั้งหมด จะถูกนำเสนอในตำราของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งไม่เป็นที่แพร่หลายในกลุ่มนักวิจัยสาขาวิชาต่าง ๆ มากนัก แต่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้มากมาย เพราะข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์มีในทุกระดับมาตราวัด ตั้งแต่นามบัญญัติจนถึงอัตราส่วน รวมทั้งสามารถทำการทดสอบนัยสำคัญเพื่อสรุปผลในกลุ่มประชากร คล้ายกับสัมประสิทธิ์ของเพียร์สัน (ที่เป็นสถิติแบบพาราเมตริก) ที่นักวิจัยส่วนใหญ่รู้จักและนำไปใช้เป็นส่วนใหญ่ การเลือกใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เหล่านี้ต้องใช้ความรู้ทางสถิติพอสมควรที่จะเลือกใช้ให้ถูกต้องเหมาะสมกับข้อมูลที่มีอยู่ ถ้ามีระบบที่สามารถช่วยนักวิจัยในการเลือกใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เหล่านี้ น่าจะเป็นประโยชน์แก่นักวิจัยสาขาวิชาต่าง ๆ ทำให้นักวิจัยมั่นใจว่าเลือกใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ได้ถูกต้อง ผลสรุปจากการวิเคราะห์ก็น่าเชื่อถือถูกต้องตามหลักวิชาสถิติ

ระบบที่พัฒนาขึ้นนี้จำกัดขอบเขตอยู่ที่ว่า เป็นระบบที่จะช่วยแนะแนวให้กับผู้ใช้ตัดสินใจเลือกวิธีวิเคราะห์ทางสถิติ โดยจะนำเสนอในลักษณะอธิบายเนื้อหาพร้อมตัวอย่างและการวิเคราะห์ และมุ่งเน้นในแง่ของนำกระบวนการที่จะทำให้ผู้ใช้สามารถทำความเข้าใจวิธีการวิเคราะห์ทางสถิติได้ดีขึ้นและน่าสนใจมากขึ้น การใช้งานจะเป็นไปในลักษณะถามตอบระหว่างคอมพิวเตอร์และผู้ใช้ทางหน้าจอคอมพิวเตอร์จะถามรายละเอียดต่าง ๆ เกี่ยวกับข้อมูลที่บันทึกมาว่าถูกสุ่มมาจากประชากรลักษณะใด มีมาตรวัดของข้อมูลแบบใด เป็นต้น และจะนำคำตอบที่ได้ไปค้นหาวิธีการวิเคราะห์ที่เหมาะสมแบบใดแบบหนึ่งจากทั้งหมด 17 แบบ ที่เก็บไว้เป็นฐานความรู้ในโปรแกรม ส่วนวิธีการวิเคราะห์จะแนะนำให้

ผู้ใช้เลือกใช้คำสั่งต่าง ๆ จากโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS โดยจะแสดงขั้นตอนการใช้คำสั่งจากโปรแกรมตามลำดับ ซึ่งจะทำให้ผู้ใช้ใช้งานได้ง่ายขึ้น ดังนั้นระบบที่พัฒนาขึ้นมาจึงไม่ใช่ระบบที่สร้างขึ้นมาเพื่อแข่งขันกับโปรแกรมสำเร็จรูปในด้านการวิเคราะห์ข้อมูล แต่มุ่งเน้นที่จะสนองความต้องการในส่วนของการเลือกวิธีวิเคราะห์ ซึ่งโปรแกรมสำเร็จรูปทั้งสองไม่ได้เน้นหรือจัดทำไว้

สำหรับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS ไม่ได้จัดไว้ในโปรแกรม เช่น สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ Point Biserial, Kappa แบบมี k raters สัมประสิทธิ์แบบคอนคอร์คานส์แบบ Complete rank และ Incomplete rank โปรแกรมนี้จะได้นำเสนอรายละเอียดของเนื้อหา ตัวอย่างการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์พร้อมทั้งการทดสอบนัยสำคัญ โดยให้ผู้ใช้โปรแกรมสามารถนำไปประยุกต์ใช้ เพื่อคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

เพื่อพัฒนาระบบเพื่อช่วยตัดสินใจเลือกสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เพื่อสรุปผลถึงความสัมพันธ์ของสองตัวแปร (หรือ k ตัวแปร) ซึ่งจะรวมทุกกรณีของมาตราวัดข้อมูลที่ตัวแปรทั้งสอง (หรือ k ตัวแปร) ได้บันทึกค่ามา คือ มาตราวัดแบบนามบัญญัติ เรียงลำดับ อันตรภาคและอัตราส่วน ซึ่งจะประกอบด้วยสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่อไปนี้

1. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน (The Pearson Product Moment Correlation Coefficient)
2. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมน (The Spearman Rank Correlation Coefficient)
3. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เคนดอล (The Kendall Rank Correlation Coefficient)
4. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางส่วนแบบเรียงลำดับ (The Kendall Partial Rank Correlation Coefficient)
5. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คราเมอร์ (Cram'er Statistic)
6. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย (Phi Coefficient)
7. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แลมด้า (Goodman and Kruskall's Lambda)

8. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เทา (Goodman and Kruskall's Tau)

9. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แกมมา (Goodman and Kruskal's Gamma Correlation)

10. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางส่วนของแกมมา (A Partial Coefficient for Goodman and Kruskal's Gamma)

11. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ซอมเมอร์ดี (Sommer's d Correlation Coefficient)

12. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พอทไบซีเรียล (Point Biserial Correlation)

13. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนคอร์คานส์แบบ Complete Ranking (Friedman Model)

14. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนคอร์คานส์แบบ Incomplete Ranking (Durbin Model)

15. ค่าสถิติแคปปา แบบ 2 Raters (Kappa Statistic for 2 Raters)

16. ค่าสถิติแคปปา แบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted Kappa Statistics)

17. ค่าสถิติแคปปา แบบ k Raters (Kappa Statistic for k Raters)

1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย

จะเป็นการพัฒนาระบบที่มีขอบเขตดังนี้

1. เป็นการเลือกใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบต่าง ๆ เพื่อคำนวณหาค่าจากกลุ่มตัวอย่าง 1 ชุด และทดสอบนัยสำคัญเพื่อสรุปผลในประชากรเท่านั้น ไม่รวมถึงวิธีการหาค่าประมาณที่ระดับความเชื่อมั่นหนึ่ง ๆ (Estimation of Parameter)
2. การทดสอบนัยสำคัญ จะทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเป็นอิสระกันของสองตัวแปร (k ตัวแปร) เท่านั้น คือ H_0 : ค่าพารามิเตอร์ของสัมประสิทธิ์ = 0 ไม่รวมถึงการทดสอบสมมติฐานที่ระบุค่าพารามิเตอร์เป็นค่าใดค่าหนึ่งในช่วง 0-1

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ระบบสามารถช่วยเสนอแนะให้นักวิจัยเลือกประเภทของการวิเคราะห์ทางสถิติได้ถูกต้องยิ่งขึ้น

2. ระบบสามารถช่วยผู้วิจัยที่ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลแล้ว สามารถเลือกวิธีการวิเคราะห์ที่เหมาะสมให้กับข้อมูลที่มีอยู่

3. ระบบช่วยนักวิจัยในด้านการทดสอบสมมติฐานเมื่อมีข้อมูลในมาตรวัดแบบนามบัญญัติหรือเรียงลำดับ หรือแบบอันตรภาคชั้นขึ้นไป

4. เป็นการส่งเสริมให้งานวิจัยเห็นความสำคัญของการเลือกใช้วิธีการทางสถิติ ให้เหมาะสมกับงานวิจัยเพื่อเพิ่มคุณภาพงานวิจัย

5. เป็นแนวทางให้ผู้ใช้ระบบที่มีความรู้ทางสถิติไม่มากเลือกใช้วิธีการทางสถิติ หรือกำหนดเรื่องที่เกี่ยวข้องกับวิธีการทางสถิตินั้น ๆ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษาเพิ่มเติมต่อไป

6. ระบบนี้จะสามารถช่วยผู้วิจัยที่มีความรู้ทางสถิติไม่มากนักเกิดให้ความมั่นใจในการเลือกใช้วิธีการทางสถิติ

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตอนที่ 1 บทนำและทฤษฎี

ข้อมูลที่เก็บบันทึกจากเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ค่าของตัวแปรอาจจะมีลักษณะเป็นกลุ่ม (Category) เช่น ชนิดของโรคที่ผู้ป่วยเป็น หรือเกรดที่นักศึกษาได้รับ แทนที่จะเป็นค่าปริมาณ แบบต่อเนื่อง ถ้ามีการศึกษาจากข้อมูลที่มี 2 ตัวแปรพร้อมกัน ว่ามีความสัมพันธ์กันในเชิงเส้นตรงหรือไม่ โดยเป็นการหา**สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์** และการทดสอบนัยสำคัญ ตัวแปรทั้งสองอาจจะมีการกำหนดล่วงหน้าได้ว่า ตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งเป็นตัวแปรต้นหรืออิสระ(เช่นการสุ่มตัวอย่างจากสอง(หรือมากกว่า) ประชากรที่เป็นอิสระกัน)และอีกตัวแปรเป็นตัวแปรตาม หรือไม่สามารถกำหนดล่วงหน้าได้คือเป็นตัวแปรตามทั้งคู่ ดังนั้น **การเลือกใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่เหมาะสม** จึงเป็นเรื่องที่ควรให้ความสำคัญ

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation coefficient)

ในการศึกษาถึงความสัมพันธ์ของตัวแปร นอกจากจะศึกษาได้จากวิธีวิเคราะห์การถดถอย (regression analysis) ซึ่งเป็นการศึกษาถึงความสัมพันธ์ของตัวแปรตัวหนึ่ง เมื่อกำหนดค่าต่าง ๆ ของอีกตัวแปรหนึ่งขึ้นมาแล้ว (หรือมีการกำหนดให้ตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ และตัวแปรใดเป็นตัวแปรตามไว้ล่วงหน้า) ยังสามารถศึกษาได้จากการวิเคราะห์ สหสัมพันธ์ (correlation analysis) **ซึ่งเป็นการศึกษาการเปลี่ยนแปลงร่วมของตัวแปรสองตัว โดยไม่มีตัวแปรใดถูกกำหนดค่าไว้ล่วงหน้า และทำการวัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ทั้งสองด้วยค่าที่เรียกว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (หรือไม่มีการกำหนดให้ตัวแปรใดเป็นตัวแปร อิสระและตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม ไว้ล่วงหน้า)** การวิเคราะห์ด้วยวิธีทั้งสองจะสัมพันธ์กัน กล่าวคือ การประมาณค่าจากสมการถดถอยจะแม่นยำถ้าตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์สูง และในทางกลับกันถ้าตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์ต่ำ การประมาณค่าจะไม่แม่นยำ ประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางตัว อาจมีคุณสมบัติพิเศษที่สามารถคำนวณค่าได้เมื่อกำหนดให้ตัวแปรทั้งสองมีการกำหนดล่วงหน้าว่า ตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งเป็นตัวแปรต้นหรืออิสระ (เช่นการสุ่มตัวอย่างจากสองประชากรที่เป็นอิสระกัน) และอีกตัวแปรหนึ่งเป็นตัวแปรตาม รวมทั้งไม่ต้องกำหนดให้ตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระและตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม

นอกจากนี้ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ บางตัว อาจคำนวณได้จาก**การคำนึงถึงตัวแปรที่สาม** (คือกำหนดให้ตัวแปรที่สาม มีค่าคงที่) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ลักษณะเช่นนี้จะเรียกว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางส่วน (Partial Correlation Coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ คือดัชนีที่แสดงให้เห็นถึงระดับ(degree)ของความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองว่าจะมีความสัมพันธ์กันมากน้อยเพียงใด

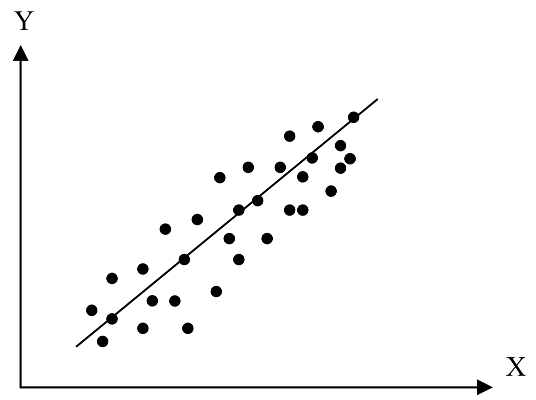
ถ้าให้สัญญลักษณ์ ρ แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของข้อมูลจากกลุ่มประชากร

และ r แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง

ถ้าเป็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว จะเรียกสหสัมพันธ์อย่างง่าย (Simple Correlation) แต่ถ้าตัวแปรนั้นมีมากกว่า 2 ตัว จะเรียกว่าสหสัมพันธ์เชิงซ้อน (Multiple correlation) ซึ่งอาจจะเป็นเชิงเส้นตรงหรือไม่เชิงเส้นตรงก็ได้และในที่นี้จะกล่าวเฉพาะ สหสัมพันธ์เชิงเส้นตรงอย่างง่ายเท่านั้น

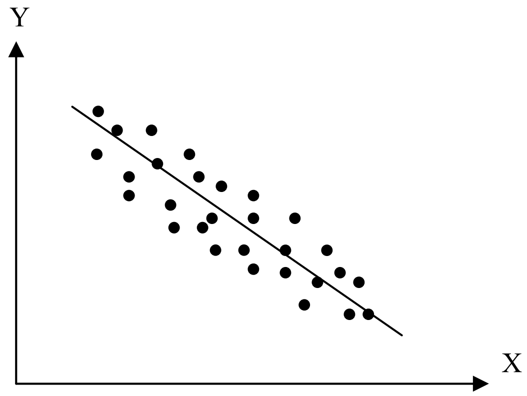
สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงเส้นตรงอย่างง่าย ระหว่างข้อมูล X และ Y จะมีความหมายเช่นเดียวกับเป็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล Y และ X นั่นคือ $r_{xy} = r_{yx}$ ลักษณะความสัมพันธ์ที่วัดโดยสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อาจจำแนกได้ 3 ชนิด ดังนี้

1. ความสัมพันธ์เชิงบวก (Positive correlation) ข้อมูล X และ Y จะมีความสัมพันธ์ในทางเดียวกัน กล่าวคือ เมื่อ X มีค่าเพิ่มขึ้น Y ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้น หรือเมื่อ X มีค่าลดลง Y ก็จะมีค่าลดลงด้วย ดังแผนภาพขจาย



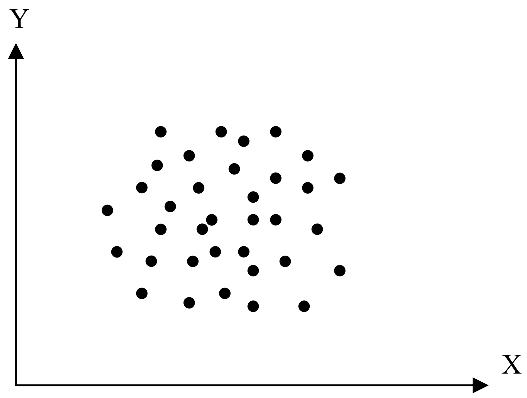
รูป 1. แสดงความสัมพันธ์เชิงบวก จะพบว่าความลาดชันเป็นบวก (Positive slope)

2. ความสัมพันธ์เชิงลบ (negative correlation) ข้อมูล X และ Y สัมพันธ์กันไปในทางตรงกันข้าม กล่าวคือ เมื่อ X มีค่าเพิ่มขึ้น Y จะมีค่าลดลง และทำนองเดียวกันเมื่อ X มีค่าลดลง Y จะมีค่าเพิ่มขึ้น ดังแผนภาพขจาย



รูป 2. แสดงความสัมพันธ์เชิงลบ จะพบว่าความลาดชันเป็นลบ (negative slope)

3. ไม่มีความสัมพันธ์ (no correlation หรือ zero correlation) ข้อมูล X และ Y จะไม่มีความสัมพันธ์กันเลย ดังแผนภาพขจาย



รูป 3. แสดงการกระจายของค่า X และ Y ที่กระจายไปทั่ว คือ มีลักษณะไม่สัมพันธ์กันเลย

ขอบเขตของค่า r

ค่าของ r จะเป็นไปได้ตั้งแต่ –1 ถึง 1 ($-1 \leq r \leq 1$) ถ้า r มีค่าลบแสดงว่าตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์กันเชิงลบ และถ้า r มีค่าเป็นบวกแสดงว่าตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์กันเชิงบวก

การพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร นิยมพิจารณาเทอม $|r|$ ดังนี้

ถ้า $|r|$ มีค่ามากแสดงว่า X และ Y มีความสัมพันธ์กันมาก

และถ้า $|r|$ มีค่าน้อยแสดงว่า X และ Y มีความสัมพันธ์กันน้อย

ส่วนจะสัมพันธ์เชิงบวกหรือลบให้พิจารณาเครื่องหมายของ r อีกครั้ง

และ X และ Y จะมีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ (Perfect correlation) คือ ทุกจุดในแผนภาพขจายอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ดังนี้

r = 1 หมายความว่า X และ Y มีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ในทางบวก
กรณีนี้ทุกจุดในแผนภาพขจายจะอยู่บนเส้นตรงที่มีความลาดชันเป็นบวก
r = -1 หมายความว่า X และ Y มีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ในทางลบ
กรณีนี้ทุกจุดในแผนภาพขจายจะอยู่บนเส้นตรงที่มีความลาดชันเป็นลบ
และ r = 0 หมายความว่า X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงต่อกัน

ความสัมพันธ์กันและความเป็นเหตุผลต่อกัน : ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

Association and Causation : The Correlation Coefficient

การวัดความสัมพันธ์ของสองตัวแปร เริ่มต้นโดยการกำหนดตัวแปรทั้งสองให้ชัดเจน เช่น ต้องการวัดความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดทางอารมณ์กับการเป็นโรคหัวใจ ตัวแปรที่หนึ่งคือ ความเครียดทางอารมณ์จะวัดค่าอย่างไร อาจต้องใช้แบบทดสอบทางจิตวิทยาที่เหมาะสม โดยวัดค่าความเครียดของแต่ละบุคคลตัวอย่างในสถานการณ์ของชีวิตประจำวัน ส่วนตัวแปรที่สองอาจวัดจากค่าความดันโลหิต ค่าทางสถิติที่นิยมใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ : r (Correlation Coefficient) ซึ่งจะมีค่าในช่วง -1 ถึง 1 โดยค่า r = 0 หมายความว่าตัวแปรทั้งสองไม่มีความสัมพันธ์กัน (เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างความดันโลหิตและจำนวนเส้นผมบนศีรษะ) และ r = +1 หมายความว่ามีความสัมพันธ์ทางบวกอย่างสมบูรณ์ของตัวแปรทั้งสองนั่นคือ ถ้าตัวแปรหนึ่งมีค่ามาก ก็จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวมีค่ามากด้วยและสามารถพยากรณ์ค่าตัวแปรหนึ่ง จากอีกตัวแปรหนึ่งได้อย่างถูกต้องโดยไม่มีความคลาดเคลื่อนเลย โดยทั่วไปความสัมพันธ์เช่นนี้ มักจะเป็นความสัมพันธ์แบบตายตัว (Deterministic models) ไม่ใช่แบบฟังก์ชัน (Functional Relationship) ที่มักเกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน และ r = -1 หมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์ทิศทางกลับกันอย่างสมบูรณ์ คือ ตัวแปรหนึ่งมีค่ามาก แต่อีกตัวแปรหนึ่งจะมีค่าน้อย ค่า r เช่นนี้ จะเหมือนในกรณีที่มีค่า +1 คือ สามารถพยากรณ์ตัวแปรหนึ่งจากการทราบค่าอีกตัวแปรหนึ่งได้อย่างถูกต้องไม่มีความคลาดเคลื่อนเลย

โดยทั่วๆไป ค่า r จะมีค่า 0 ถึง +1 และ 0 ถึง -1 โดยความสัมพันธ์นี้จะอยู่ในรูปฟังก์ชันแบบเชิงเส้น เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงและน้ำหนักของบุคคล

How High is High

ขนาดของค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ จะมีค่ามากน้อยเพียงไร จึงจะสรุปได้ว่า ตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันอย่างแท้จริง คำถามนี้จะขึ้นอยู่กับสาขาวิชาในสาขาวิชาที่ค่าตัวแปรไม่สามารถบันทึก

เป็นค่าที่ถูกต้อง (Precisely) และมีผลกระทบจากตัวแปรอื่นๆอีกมาก เช่น ด้านจิตวิทยา โดยทั่วๆไป (แต่ไม่เสมอไป) จะได้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าน้อยกว่าค่าจากตัวแปรในสาขาวิชาที่สามารถวัดค่าตัวแปรได้ถูกต้อง เช่น สาขาชีววิทยา เช่น สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง verbal aptitude และ nonverbal aptitude (ซึ่งวัดจากนักเรียนที่รัฐ Philadelphia ด้วยแบบทดสอบมาตรฐาน (standardized national tests)) พบว่ามีค่าในช่วง 0.44 ถึง 0.77 โดยขึ้นกับเชื้อชาติ และสถานะทางสังคมของนักเรียน

Causal Pathways

ถ้าทำการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (H_0 : ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ = 0) และได้ผลสรุปว่าปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ตัวแปรคู่นี้มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกันจริงในกลุ่มประชากร การแปลผลต้องใช้ความระมัดระวัง เพราะความสัมพันธ์นั้นอาจจะมีรูปแบบหลายรูปแบบ ดังจะเสนอบางรูปแบบต่อไปนี้ (Sokal and Rohlf 1969)

ถ้าให้ W = น้ำหนักตัว (weight gain)

B = ความดันโลหิต (blood pressure)

r_{WB} = สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรนี้

จากแผนภาพไดอะแกรม จะพบว่า มีเพียงแบบ (1) (2) และ 6 ที่ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรนี้แสดงถึงการเป็นสาเหตุและผลกัน

โดยที่ รูปที่ (1) W เพียงตัวแปรเดียวที่อธิบายหรือเป็นสาเหตุต่อค่า B อย่างสมบูรณ์ ดังนั้น $r_{WB} = 1$

รูปที่ (2) W เป็นหนึ่งในบรรดาตัวแปรอื่นๆที่เป็นสาเหตุต่อตัวแปร B เรียกว่า partial cause of B ค่า $r_{WB} < 1$

รูปที่ (6) W เป็นหนึ่งในบรรดาตัวแปรอื่นๆที่เป็นสาเหตุต่อตัวแปร B และยังมีตัวแปรอื่นๆ ที่มีผลต่อตัวแปรทั้งสองพร้อมๆกัน ค่า $r_{WB} < 1$

ดังนั้นจำเป็นต้องระมัดระวังในการแปลผลถึงความเป็นสาเหตุต่อกัน โดยสรุปคือ การที่ค่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กัน มิได้หมายถึงการเป็นสาเหตุต่อกัน ความสัมพันธ์อาจจะเป็นรูปแบบใดแบบหนึ่ง เช่น อาจเป็นเพียง partial cause หรือมีตัวแปรร่วมที่เป็นสาเหตุ (common cause) ก็ได้

(1)	$W \rightarrow B$	W = weight gain ; B = blood pressure W entirely determines B $r_{WB} = 1$
(2)	$W \searrow$ $A \rightarrow B$ $K \nearrow$	W is one of several determinants of B A = age ; K = kidney function These variables could also affect blood pressure r_{WB} is less than 1
(3)	B $A \nearrow \searrow$ W	The common cause , age totally determines both blood pressure and weight gain $r_{WB} = 1$
(4)	$K \rightarrow B$ $A \nearrow \searrow$ $C \rightarrow W$	The correlation between W and B is due to a comma cause , A (age) , but C (caloric intake) and K (kidney function) also determine W (weight gain) and B (blood pressure) respectively r_{WB} is less than 1
(5)	$A \rightarrow B$ $\times$ $G \rightarrow W$	Correlation between W and B is due to two common causes , A (age) And G (genetic factors) r_{WB} is less than 1
(6)	$G \rightarrow B$ $A \nearrow \searrow \quad \uparrow$ $C \rightarrow W$	The correlation between W and B is due to the direct effect of W (weight gain) on B (blood pressure) as well as to a common cause , A (age) which affects both variables; G (genetic factors) also affect B (blood pressure) and C (caloric intake) affect W (weight gain) r_{WB} is less than 1

การวัดความสอดคล้องกัน (Measure of agreement)

การวัดความสอดคล้องกันจะแตกต่างจากการวัดความสัมพันธ์ (Measure of association) โดยจะเป็นการศึกษาว่าผู้ประเมิน 2 คน (หรือ k คน) มีความเห็นในทิศทางเดียวกันหรือไม่ ในการจัดกลุ่มตัวอย่างลงในกลุ่มต่างๆ (หรือลำดับที่ต่างๆ) **ความสอดคล้องกันสูงจะหมายถึงมีความสัมพันธ์กันสูงด้วย แต่ความสัมพันธ์ที่สูงอาจจะไม่มีความสอดคล้องกัน** เช่น ถ้าผู้ประเมิน X ประเมินในหน่วยตัวอย่าง

ในระดับที่สูงกว่าผู้ประเมิน Y ในทุกหน่วยตัวอย่าง นั่นคือ ความสอดคล้องกันต่ำ แต่มีความสัมพันธ์กันสูง ในลำดับถัดไปจะกล่าวถึงสถิติที่ใช้วัดความสอดคล้องกันที่เหมาะสมกับข้อมูลในลักษณะต่างๆ

การเลือกใช้การวิเคราะห์ทางสถิติที่เหมาะสม **ต้องคำนึงถึงมาตราวัดข้อมูล** ของตัวแปรเป็นสำคัญ ฉะนั้นการเข้าใจถึงมาตราวัดข้อมูลจึงเป็นหัวใจที่สำคัญ ในการเลือกใช้สถิติที่เหมาะสม (appropriate statistics) ซึ่งจะนำไปสู่การสรุปผลที่น่าเชื่อถือ จะกล่าวถึงมาตราวัดข้อมูล ดังนี้

การวัด หมายถึง การกำหนดค่าตัวเลขให้กับสิ่งของหรือเหตุการณ์ต่างๆ โดยใช้กฎ อย่างใดอย่างหนึ่ง กฎเหล่านี้มีหลายแบบจึงเป็นที่มาของมาตราวัด 4 แบบ คือ

1.มาตรานามบัญญัติ (The Nominal or Classificatory Scale)

เป็นมาตราวัดขั้นต่ำสุดซึ่งนิยมใช้ตัวเลขหรือสัญลักษณ์ใดๆ จัดข้อมูลเป็นกลุ่มต่างๆที่แยกออกจากกันโดยเด็ดขาด เช่น ใช้ตัวเลข 1, 2 และ 3 แทนคนไข้ที่ป่วยด้วยโรคต่างๆ ซึ่งมารับการรักษาที่โรงพยาบาลแห่งหนึ่ง ตัวเลขหรือสัญลักษณ์เหล่านี้ไม่อาจบอกความแตกต่างในเทอมของการดีกว่า สูงกว่าหรือเลวกว่า คือมีคุณค่าเท่ากันหรือเหมือนกัน และไม่มีความหมายของตัวเลขจะนำมาบวก ลบ คูณ หรือหาร ตามวิธีพีชคณิต ไม่ได้ รวมทั้งอาจสลับเปลี่ยนค่ากันได้ เช่น ให้ 0 แทนเพศหญิง 1 แทนเพศชาย หรือ 0 แทนเพศชาย และ 1 แทนเพศหญิง

ตัวอย่างอื่นๆ เช่น การบันทึกข้อมูลตามศาสนาที่นับถือ
การบันทึกข้อมูลตามสถานภาพสมรส เช่น โสด สมรส หม้าย
การบันทึกข้อมูลตามระดับการศึกษา เช่น ประถม มัธยม ปริญญาตรี

สิ่งที่นำมาวิเคราะห์ คือ ความถี่ในแต่ละกลุ่ม

โดยทั่วไปเมื่อเก็บบันทึกข้อมูลจากตัวแปรสองตัวที่มีมาตราวัดนี้พร้อมกัน มักจะนำเสนอในรูปตารางสองทาง เช่นตัวอย่างต่อไปนี้

ตารางที่ 1 จำนวนสมาชิกพรรคการเมืองต่างๆ จากเขตท้องที่ต่างๆ

พรรคการเมืองที่สังกัด	เขตท้องที่			
	เหนือ	ใต้	กลาง	ตะวันออกเฉียงเหนือ
พรรค ก	221	160	360	140
พรรค ข	200	291	160	311
พรรค ค	208	106	316	97

จะเรียกตารางเช่นนี้ว่า **Nominal Attribute Categories Table**

นอกจากนี้ตัวแปรทั้งสองนั้นอาจสามารถ**แสดงถึงลำดับที่ลดหลั่นกัน**ในตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งหรือทั้งสองตัวแปรก็ได้ ดังนี้

ตารางที่ 2 ผลการรักษาผู้ป่วยจากยา A–D และการเปลี่ยนแปลงที่ผู้ป่วยรับรู้ในลำดับต่างๆ

ยา	การเปลี่ยนแปลงที่ผู้ป่วยรับรู้			
	มาก	ปานกลาง	น้อย	รวม
ยา A	16	5	6	27
ยา B	6	7	19	32
ยา C	5	2	7	14
ยา D	1	0	10	11

จะเรียกตารางเช่นนี้ว่า **Singly Ordered Table** เนื่องจากตัวแปรทางแถวตั้งสามารถเรียงลำดับได้

ตารางที่3 ผลการรักษาโรคชนิดหนึ่งด้วยยาในปริมาณต่างกัน หลังการรักษาในระยะเวลาหนึ่ง ผู้ป่วยให้ความเห็นเกี่ยวกับยาชนิดนี้ว่า พอใจหรือไม่พอใจ ได้ข้อมูลดังนี้

ปริมาณยาที่ใช้	ผลการรักษาผู้ป่วย		
	พอใจ	ไม่พอใจ	รวม
5 มก.	16	48	64
6 มก.	40	20	60

ตัวแปรตาม คือผลการรักษาซึ่งมี 2 คำตอบ ส่วนตัวแปรอิสระคือปริมาณของยาที่ใช้ ซึ่งทั้งสองตัวแปรสามารถเรียงลำดับได้ จึงเรียกตารางเช่นนี้ว่า **Doubly Ordered Table**

2.มาตราเรียงลำดับ (The Ordinal or Ranking Scale)

เป็นการวัดที่แสดงความแตกต่างของคุณภาพเช่นกัน แต่สามารถบอกความแตกต่างของแต่ละกลุ่มได้ในเทอม มากกว่า ดีกว่า เลวกว่าได้ แต่ไม่สามารถวัดเป็นตัวเลขได้

เช่น แบ่งคนไข้ออกเป็นกลุ่มต่างๆ ดังนี้ รักษาไม่ได้ผล รักษาแล้วได้ผลดี

หรือแบ่งกลุ่มออกตามความเห็นต่อเรื่องๆหนึ่ง ดังนี้ กลุ่มไม่เห็นด้วย กลุ่มไม่มีความเห็น กลุ่มเห็นด้วย

หรือกลุ่มนักศึกษาที่ได้ผลการสอบตามเกรดต่างๆ คือ A หรือ Bหรือ Cหรือ D หรือ F

ความแตกต่างระหว่างกลุ่มนั้นสามารถบอกได้เพียงว่า ดีกว่า เลวกว่า อย่างไร แต่ไม่สามารถบอกระยะห่างของความแตกต่างได้ รวมทั้งระยะห่างนั้น ไม่จำเป็นต้องเท่ากันด้วย เช่น นักศึกษาที่สอบได้เกรด A เก่งกว่า นักศึกษาที่ได้เกรดอื่นๆ แต่ไม่ได้เก่งเป็น 4 เท่า ของคนได้ F หรือ 2 เท่าของคนที่ได้เกรด B

การบันทึกข้อมูลบางอย่างจำเป็นต้องใช้มาตราวัดเช่นนี้

เช่น การชิมอาหาร 3 ชนิด ผู้ชิมจะบอกเพียงว่าชนิดใดอร่อยที่สุดและอันดับ 2 , 3

หรือ ดมกลิ่นน้ำหอม ก็บันทึกได้เพียงว่า ชอบชนิดใดมากที่สุด และอันดับรองลงไป

เราอาจใช้ตัวเลข 1 , 2 และ 3 หรืออาจใช้เลข อื่นๆ 8 , 25 , 35 (แต่นิยมใช้ 1 , 2 และ 3 เพราะเข้าใจได้ง่ายกว่า)

การวิเคราะห์ข้อมูลในมาตราวัดนี้ มักนำค่าลำดับที่ (คือ 1, 2 ....) มาวิเคราะห์ เช่น หาเครื่องหมายของผลต่างของลำดับที่ (sign difference)

ทั้ง 2 มาตราข้างต้นจัดได้ว่าข้อมูลที่บันทึกมาเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนั้นการวิเคราะห์ข้อมูลจะใช้ได้เฉพาะสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์เท่านั้น

3.มาตราอันตรภาค (The Interval Scale)

เป็นมาตราวัดที่มีคุณสมบัติเพิ่มขึ้นจากมาตราวัดแบบที่ 2 คือ ทราบระยะห่างของความแตกต่างระหว่างกลุ่ม 2 กลุ่ม อย่างชัดเจน เช่น ความแตกต่างระหว่างค่า 20 และ 30 เท่ากับ 10 และเท่ากับ ความแตกต่างระหว่างค่า 30 กับ 40 มาตราวัดนี้มักวัดค่าเป็นเชิงปริมาณ แต่ไม่มีจุดศูนย์ หรือจุดเริ่มต้นที่แท้จริง ตัวอย่างที่นิยมใช้กับมาตราวัดนี้คือ อุณหภูมิ ค่า I.Q. ความดัน คะแนนให้แก่ความสามารถต่างๆ (ส่วนมากเป็นคะแนนด้านจิตวิทยา) ข้อมูลเกี่ยวกับอุณหภูมิ เช่น องศาเซลเซียส

0 ̊ C คือจุดเยือกแข็งในขณะที่ 32 ̊ F เป็นจุดเยือกแข็งของฟาเรนไฮต์ ความแตกต่างระหว่าง 30 ̊ C กับ 10 ̊ C นั้นทราบเพียงว่าห่างกัน 20 ̊C แต่ไม่มีความหมายว่าเป็น 3 เท่าระหว่างกัน ดังนั้นมาตราวัดนี้ใช้ได้เพียงเครื่องหมายบวกและลบในเชิงพีชคณิตเท่านั้นยังไม่รวมกับการใช้เครื่องหมายคูณและหาร อีกตัวอย่างหนึ่งสำหรับข้อมูลที่มีมาตราวัดนี้ คือ คะแนนสอบ ถ้าได้คะแนนสอบ 0 ก็ไม่ได้หมายความว่าไม่มีความรู้เลยหรือถ้าได้คะแนนสอบ 50 ก็ไม่ได้หมายความว่ามีความรู้เป็น 2 เท่าของผู้ที่สอบได้คะแนนเท่ากับ 25 การวิเคราะห์ข้อมูลมาตราวัดนี้ อาจใช้แบบใช้พารามิเตอร์เมื่อข้อกำหนดเบื้องต้นนั้นเป็นจริง

4.มาตราอัตราส่วน((The Ratio Scale)

มาตราวัดนี้มีความสมบูรณ์ที่สุด คือ มีค่าในเชิงตัวเลขที่แท้จริง มักเป็นข้อมูลทางด้านวิทยาศาสตร์ เช่น ทางฟิสิกส์ ซึ่งวัดความยาว น้ำหนัก ความหนาแน่น ความต้านทานไฟฟ้า เป็นต้น ซึ่งมีจุดศูนย์ที่แท้จริง เช่น น้ำหนัก 0 ก็คือไม่มีน้ำหนักเลย และ น้ำหนัก 5 , 10 กิโลกรัม ก็หนักเป็น 5 และ 10 เท่าตามลำดับของน้ำหนัก 1 กิโลกรัม จึงเป็นที่มาของของชื่อมาตราวัด เนื่องจากมีความหมายแท้จริงของอัตราส่วน การวิเคราะห์ข้อมูลมาตราวัดนี้ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงปริมาณก็ควร ใช้สถิติที่ใช้พารามิเตอร์ถ้าข้อกำหนดเบื้องต้นเป็นจริง แต่ถ้าไม่เป็นจริงก็ควรใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์

เนื่องจากข้อมูลที่มีมาตราวัดสูงสามารถจัดใหม่ให้กลายเป็นข้อมูลมาตราวัดแบบต่ำกว่าได้ ตัวอย่างเช่น ข้อมูลเกี่ยวกับรายได้ ถ้าสามารถบันทึกรายได้ของแต่ละคนได้ ก็จัดเป็นข้อมูลที่มีมาตราวัดแบบอัตราส่วน แต่เนื่องจากรายได้มักเป็นข้อมูลปกปิดไม่นิยมเปิดเผย วิธีการเก็บข้อมูลอาจทำได้อีกวิธีหนึ่ง คือจัดรายได้เป็นช่วงต่างๆ เช่น 6-10 , 11-15 , 16-20 ...(หน่วยพันบาท) ข้อมูลลักษณะนี้จัดเป็นมาตราวัดแบบนามบัญญัติ การวิเคราะห์ด้วยสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์จะทำได้เพียงวิธีเดียว

ค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์ ; C^2 (The Cramer coefficient)

ค่าสถิติคาร์เมอร์**จะใช้วัดความสัมพันธ์ของคุณลักษณะหรือตัวแปรที่มีลักษณะเป็นกลุ่ม (Nominal scale) สองตัวแปรที่ถูกสุ่มมาจากประชากรหนึ่ง** โดยจะมีค่าคงเดิมไม่ว่าการจัดตารางจะใช้แถวนอนและแถวตั้งเป็นคุณลักษณะใด และอาศัยการวัดจากพื้นฐานของสถิติทดสอบความเป็นอิสระของ χ^2 ดังนี้

ค่าสัมประสิทธ์ของคาร์เมอร์ ; $$C^2 = \sqrt{\frac{\chi^2}{N(t-1)}}$$

เมื่อ t = min (r, k) และ $\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$

ดังนั้นค่า C^2 จะมีค่า $0 \leq C^2 \leq 1$ โดยไม่มีค่าเป็นลบ

การแปลความหมายทำได้ดังนี้

ค่า C^2	การแปลผล
0 – 0.25	สัมพันธ์น้อย
0.26 – 0.50	สัมพันธ์ปานกลาง
0.51 – 0.75	สัมพันธ์ค่อนข้างมาก
0.76 – 1.0	สัมพันธ์มาก

เนื่องจากค่า $(C^2)^2$ เป็นลิเนียร์ฟังก์ชัน (linear function) ของค่า χ^2 ดังนั้นค่า P – value ของค่า χ^2 จะมีค่าเท่ากับP – value ของค่า $(C^2)^2$ จากข้อมูลเดียวกันและสามารถสรุปถึงค่า C^2 ได้เช่นกัน

และ**ถ้าตารางการจรณ์เป็นชนิด 2 x 2** ค่าสัมประสิทธิ์นี้จะเรียกชื่อว่า**ค่าสัมประสิทธิ์ฟาย**

$$\varnothing^2 = \sqrt{\frac{\chi^2}{N}}$$

ตัวอย่างที่ 1 สุ่มตัวอย่างจากรายงานทางเศรษฐกิจของรัฐเซาท์คาโรไรนา ปี 1972 ซึ่งแสดงข้อมูลจากการสำมะโม(census) ในปี 1970 เกี่ยวกับผู้อาศัยอยู่ในรัฐซึ่งมีอายุอย่างน้อย 25 ปีขึ้นไปในขณะนั้นโดยสนใจตัวแปรเพศ และจำนวนปีที่เข้ารับการศึกษา ได้ข้อมูลตัวอย่างดังตารางต่อไปนี้ จงวัดความสัมพันธ์ พร้อมทั้งทดสอบนัยสำคัญ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จำนวนปีที่เข้ารับการศึกษา	จำนวนผู้ที่อาศัยอยู่ในรัฐ (พันคน)	
	เพศ	
	ชาย	หญิง

0	18	16
ประถม 1 – 4	67	55
5 และ 6	61	67
7	44	49
8	52	59
มัธยม 1 – 3	130	179
4	120	144
วิทยาลัย 1 – 3	47	59
4	38	42
ปริญญา	23	12
รวม	600	682

วิธีทำ จากตารางการจรณ์ ชนิด10 x 2 ดังนั้น t = min (10,2) = 2

$$\text{ค่าสัมประสิทธิ์ของคาร์เมอร์} = \sqrt{\frac{\chi^2}{N(2-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{12.06}{1282(1)}}$$

$$= 0.097\ 0.097$$

เมื่อต้องการวัดนัยสำคัญ หาค่า P – value จากค่า χ^2 = 12.06 ที่ d.f.= 9 พบว่า P – value มากกว่า 0.05 ดังนั้นตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระกัน

ข้อจำกัดของค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์

1. **ค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์ จะมีค่าเป็น 0 เมื่อตัวแปรทั้ง 2 ไม่มีความสัมพันธ์กันซึ่งคุณสมบัติข้อนี้ คล้ายสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อื่นๆ เมื่อไม่มีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ ค่าสัมประสิทธิ์ควรจะมีค่าเป็น 0**
2. ค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์ ที่มีค่าเท่ากับ 1 ไม่ได้หมายความว่าตัวแปรทั้ง 2มีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ ซึ่งต่างจากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั่วๆ ไป ที่มีความหมายว่าตัวแปรทั้ง 2 มีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ **ค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์เท่ากับ 1 จะหมายถึงตัวแปรทั้ง 2**

มีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ เฉพาะกรณีที่ตารางการจรณ์เป็นชนิด r = k และตารางการณ์จรนี้ จะต้องมีแต่ละแถวนอน และแต่ละแถวตั้ง มีเพียงเซลเดียว (single cell) ที่มีค่าความถี่ไม่เป็น 0 ดังนั้นจะแสดงตัวอย่างเมื่อตารางการณ์จรเป็นชนิด r = k และ $c^2 = 1$ ดังนี้

จากการสุ่มตัวอย่างสุนัขมา 50 ตัวจาก 3 พันธุ์ และแยกตามขนาดจะได้ข้อมูลดังตารางต่อไปนี้

พันธุ์	ขนาดสุนัข			
	ใหญ่	กลาง	เล็ก	รวม
อัลเซเชียน	20	0	0	20
บลูด๊อก	0	10	0	10
เทอร์เรีย	0	0	20	20
รวม	20	10	20	50

คำนวณได้ค่า χ^2 = 100 และ $C^2 = 1$ หมายความว่าตัวแปรพันธุ์ และขนาดสุนัขมีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ **ในสองทิศทาง คือถ้าทราบตัวแปรหนึ่งจะทำนายหรือคาดคะเนค่า ตัวแปรที่เหลือได้** เช่น ทราบว่าเป็นสุนัขพันธุ์เทอร์เรีย ก็บอกได้ว่ามีขนาดเล็ก หรือแปลความกลับกัน

ในกรณีตารางการจรณ์ชนิดใดๆ ที่ $r \neq k$ ค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์อาจจะมีค่า = 1 โดยมีความหมายว่ามีความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปรอย่างสมบูรณ์ **แต่ในทิศทางเดียวกันเท่านั้น (only one direction)** เช่น ในกรณีที่ $r < k$ และสัมประสิทธ์มีค่า = 1 จะมีเพียงหนึ่งเซลทีมีควาถี่ไม่เป็น 0 ในแต่ละแถวตั้ง แต่จะต้องมีบางแถวนอน (some rows) ที่มีมากกว่าหนึ่งเซลที่มีความถี่ไม่เป็นศูนย์ (จะมี $k - r$ เซลที่มีความถี่ไม่เป็นศูนย์) ดังนี้ **ในกรณีนี้จึงมีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ จากตัวแปรทางแถวตั้งไปสู่ตัวแปรทางแถวนอน**แต่จะไม่มีความสัมพันธ์อย่างสมบูรณ์จากตัวแปรทางแถวนอนไปสู่ตัวแปรทางแถวตั้ง และความสัมพันธ์จะมีทิศทางตรงข้ามกับที่กล่าวข้างต้น เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ = 1 และ $r > k$ ดังจะแสดงตารางชนิด r x k ที่คำนวณค่า $C^2 = 1$ ดังนี้

เพศ	อาชีพ			รวม
	พยาบาล	นักบิน	ประชาสัมพันธ์	
หญิง	50	0	30	20
ชาย	0	20	0	80
รวม	50	20	30	100

แปลผลได้ว่า เมื่อทราบตัวแปรทางแถวตั้ง คือ อาชีพ เช่น นักบิน ก็พอจะทำนายได้ว่า ต้องเป็นเพศชาย (แถวนอน) หรือ

อาชีพ	เพศ		รวม
	หญิง	ชาย	
พยาบาล	50	0	50
นักบิน	0	20	20
ประชาสัมพันธ์	30	0	30
รวม	80	20	100

สรุปได้ว่าในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์ = 1 เมื่อ r ≠ k ความสัมพันธ์จะมีลักษณะเป็นแบบสมบูรณ์ชนิดไม่สมมาตร (asymmetrical perfect relation) กล่าวคือ มีความสัมพันธ์อย่างสมบูรณ์เพียงทิศทางเดียวแต่ไม่เป็นทั้งสองทิศทาง

3. การหาค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์ได้ ต้องมาจากการใช้การทดสอบ*ของ* χ^2 ดังนั้น ข้อจำกัดของ χ^2 ควรจะเป็นจริง คือ ขนาดตัวอย่างต้องมีขนาดใหญ่ (เพื่อไม่ให้เกิดกรณีที่จะมีมากกว่า 20 เปอร์เซนต์ของจำนวนเซลทั้งหมด มีความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5)
4. **ค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์ ไม่สามารถนำไปเปรียบเทียบกับค่าสัมประสิทธ์อื่นๆ ได้** เช่น สัมประสิทธ์ของเพียร์สัน (ยกเว้นกรณีเป็นตารางชนิด 2 x 2) หรือสัมประสิทธ์ของสเปียร์แมนและเคนดอลล์

แม้จะมีข้อจำกัดดังกล่าวของค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์ แต่จะพบว่าค่าสัมประสิทธ์นี้มีข้อดีหลายประการคือ

1. มีค่าสูงสุด = 1 แม้ว่าความหมายของการที่ค่าสัมประสิทธิ์ =1 จะไม่มีความหมายถึงความสัมพันธ์อย่างสมบูรณ์เหมือนกับค่าสัมประสิทธิ์อื่นๆ ดังกล่าวในข้อ 2 ของข้อจำกัดแล้ว
2. สามารถเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์ ในกรณีตารางแจกแจงสองทาง r x k ใดๆได้

ความคิดพื้นฐานเกี่ยวกับสถิติประเภท PRE

โดยทั่วๆ ไปข้อมูลในตาราง ซึ่งจะก่อให้เกิดความสัมพันธ์ (มีความถี่เฉพาะช่องที่อยู่บนเส้นทแยง นอกเส้นทแยงเป็น 0 หมด) ไม่ค่อยปรากฏบ่อย ทั้งนี้เพราะมีปัจจัยอื่นๆนอกเหนือไปจากตัวแปร

อิสระ ซึ่งไม่ได้บรรจุเอาไว้ในตารางมากระทบต่อตัวแปรตาม จึงมักพบแต่เพียงตารางข้อมูลที่มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเป็นขนาดกลางๆ หรือขนาดมาก แต่ไม่ถึงขั้นสมบูรณ์ ด้วยเหตุนี้การตีความจึงมีความสำคัญ

สมมติว่ามีตารางข้อมูล ซึ่งถูกดัดแปลงให้เป็นค่า Probability เราเรียก joint probability distribution (A_j, B_k) ดังนี้

ข้อมูลที่ถูกดัดแปลงเป็นค่า probability แล้ว

	A1	A2	รวม
B1	.20	.15	.35
B2	.10	.30	.40
B3	.10	.15	.25
รวม	.40	.60	1.0

นั่นคือถ้า P (A_j, B_k) คือ P(A_1, B_1) ก็จะมีค่า probability = 0.20 หรือ P(A_2, B_1) = 0.15 เป็นต้น

สมมติว่ามีการสุ่มเอาหน่วยใดหน่วยหนึ่งออกมาจากตารางนี้ โดยที่เราไม่ทราบเลยว่ามาจากช่วงใดของ A แล้วถามว่า หน่วยนี้มาจากช่วงใดของ B คำตอบก็ควรจะเป็น B_2 ทั้งนี้เพราะ B_2 มีผลรวมที่ใหญ่ที่สุด คือ 0.40 โอกาสที่จะเกิดช่วง B_2 จึงมากที่สุด แต่ก็เป็นไปได้ที่หน่วยที่สุ่มออกมานั้น ตามความเป็นจริงแล้วอาจมาจากช่วง B_1 หรือB_3 ก็ได้ ดังนั้นจึงเกิดความผิดพลาดในการทำนาย = 0.35+0.25 = 0.60

การทำนายเช่นนี้และวิธีการหาค่าความผิดพลาดดังข้างต้น เป็นการใช้ประโยชน์จากค่า probability ที่ผลรวมของตัวแปรตามแต่เพียงอย่างเดียว

คราวนี้สมมติใหม่ว่าหน่วยที่ถูกสุ่มมานั้นทราบว่ามาจากช่วง A_1 ดังนั้นจึงควรทำนายว่าหน่วยนี้ควรมาจาก B_1 เพราะช่อง A_1B_1 มีค่า probability ที่ใหญ่ที่สุดคือ 0.20

นั่นคือ probability ในการเดาถูกคิดจากเฉพาะช่วง A_1 เท่านั้นจะเท่ากับ 0.20/0.40 = 50% หรือคิดได้อีกวิธีหนึ่งว่าถ้า probability การเดาถูก = 0.20 probability ของการเดาผิดจะเท่ากับ 0.10+0.10 =0.20 เช่นกัน นั่นคือต่างก็เท่ากับ 50%

ดังนั้นถ้าเทียบกับการดู probability เฉพาะแต่ที่ผลรวมของ B อย่างเดียวแล้ว การทราบข่าวสารเพิ่มขึ้น (เช่นมาจากช่วง A_1 เป็นต้น) ย่อมทำให้การทำนายผิดพลาดลงได้นั่นคือลดลงไปเท่ากับ 60 – 50 = 10 %

ความผิดพลาดที่ลดลงไปอันเนื่องมาจากการทราบข่าวสารเพิ่มขึ้น (ข่าวสารซึ่งมาจากตัวแปรอิสระ) เปรียบเทียบกับความผิดพลาดที่เกิดจากการทำนายจากผลรวมอย่างเดียวโดยไม่ทราบข่าวสารอะไรเลย เราเรียกอัตราส่วนนี้ว่า Proportional Reduction in Error (PRE) ซึ่งเป็นรูปหนึ่งของการวัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร การที่ความผิดพลาดในการทำนายลดลง แสดงว่าตัวแปรตัวหนึ่งอธิบายตัวแปรอีกตัวแปรอีกตัวหนึ่งได้ ตัวแปรทั้งสองจึงมีความสัมพันธ์กัน

แบบฟอร์ม (สูตร) ในการหาค่า PRE โดยทั่วๆ ไปคือ $(E_1 – E_2)/ E_1$

E_1 คือ ความผิดพลาดเมื่อไม่ทราบข่าวสารจากตัวแปรอิสระ คือ ดูจากผลรวมตัวแปรตาม แต่เพียงอย่างเดียว

E_2 คือ ความผิดพลาดที่ยังไม่เกิดขึ้น แม้มีข่าวสารเพิ่มขึ้นมาจากตัวแปรอิสระ

โดยทั่วๆ ไปสถิติแบบ PRE มักจะหาค่าโดยอาศัยแบบฟอร์มของรูปสูตรดังข้างบน เพียงแต่ว่าการหาค่าความผิดพลาดทั้ง E_1 และ E_2 แตกต่างกันไปตามแต่นักสถิติผู้คิดค้นนั้นๆ จะคิดออกมาได้

Goodman and Kruskall’s Lambda

สัมประสิทธ์สหสัมพันธ์นี้ **จะใช้วัดความสัมพันธ์ของสองตัวแปรที่ถูกสุ่มมาจากประชากรหนึ่ง** ซึ่งมีมาตราวัดแบบ**นามบัญญัติ**เท่านั้น

แนวความคิดพื้นฐานที่ได้อธิบายมาดังกล่าวแล้วนั้นเป็นการวัดความสัมพันธ์ของตัวแปรที่รู้จักกันในชื่อ Lambda ($\hat{\lambda}$) ซึ่งมักจะมี subscript เป็น r ($\hat{\lambda}_r$) ถ้าเราหาค่า $\hat{\lambda}$ โดยกำหนดตัวแปรทางแถวนอนให้เป็นตัวแปรตามและ subscript เป็น c ($\hat{\lambda}_c$) ถ้ากำหนดให้ตัวแปรทางด้านแถวตั้งเป็นตัวแปรตาม ตัวอย่างการหาค่า $\hat{\lambda}_r$ เป็นดังนี้

ตารางที่ 1 ข้อมูลเกี่ยวกับคำสั่งศาลในการลงโทษและประเภทของความผิดต่างๆ

ประเภทความผิด	ประเภทของคำพิพากษา			รวม
	ปรับ	รอลงโทษ	จำคุก	

ขโมย	5	30	5	40
ปล้น	0	30	20	50
ปลอมแปลง	5	0	5	10
รวม	10	60	30	100

ถ้าให้ประเภทของความผิดเป็นตัวแปรตาม สูตรสำหรับหาค่า $\hat{\lambda}$ ซึ่งได้ดัดแปลงให้คิดง่ายขึ้น ได้แก่

$$\hat{\lambda}_r = \frac{\sum(\text{เซลที่ใหญ่ที่สุดในแต่ละแถวตั้ง}) - \text{ค่าMax. ของผลรวมแถวนอน}}{N - \text{ค่าMax.ของผลรวมแถวนอน}}$$

$$\hat{\lambda}_r = \frac{(5+30+20)-50}{100-50} = \frac{5}{50}$$

$$= 0.10$$

ซึ่งหมายความว่า ถ้าเราทราบประเภทของคำพิพากษา เราสามารถจะทำนายประเภทของความผิดได้โดยสามารถลดความผิดพลาดของคำทำนายได้ 10%

ค่า Lambda จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ในกรณีที่การทราบข่าวสารของตัวแปรอิสระไม่ช่วยลดความผิดพลาดในการทำนายตัวแปรตามเลย ค่า $\hat{\lambda}_r$ จะเป็น0 เรียกว่าไม่มี predictive association เลย ในทำนองเดียวกันถ้าค่า $\hat{\lambda}_r$ มีค่าเป็น 1 แสดงว่าการทราบข่าวสารของตัวแปรอิสระทำให้ไม่มีการทำนายผิดพลาดเลย เรียกว่า Complete predictive association

แนวคิดนี้ไม่เหมือนกับการทดสอบความอิสระของ $\chi 2$ และไม่เหมือนกับการหาค่าความสัมพันธ์ของ Cramer's C^2 นั่นคือ แม้ว่า $\hat{\lambda}_r = 0$ แต่ตัวแปรทั้ง 2 ก็อาจมีความสัมพันธ์กัน เพียงแต่ความสัมพันธ์นี้ไม่อยู่ในลักษณะเป็น predictive association กล่าวคือการทราบตัวแปรอิสระไม่ช่วยลดความผิดพลาดในการทำนายตัวแปรตาม สำหรับการทดสอบนัยสำคัญของ χ^2 แม้ว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์ทางสถิติเล็กมากจนเกือบจะไม่เหลืออยู่แล้ว แต่ก็อาจสรุปได้ว่ามีนัยสำคัญทางสถิติที่สูงมาก ซึ่งมักจะเกิดเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่มากซึ่งทำให้ผู้วิจัยเข้าใจว่าเขาพบความสัมพันธ์แล้ว และนำไปประยุกต์กับประชากรในสังคมซึ่งที่จริงแล้วอาจจะไม่เป็นความจริง

สำหรับค่า Cramer's C^2 นั้น ถ้าเมื่อใดที่ตัวแปรไม่มีสัดส่วนแสดงความสัมพันธ์กันเลยจนได้ค่า $C^2 = 0$ แล้ว $\hat{\lambda}_r$ ก็จะเท่ากับ 0 ด้วย (แต่ถ้าค่า $\hat{\lambda}_r = 0$, C^2 ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ 0) และเมื่อใดที่เกิด

ความสัมพันธ์อย่างสมบูรณ์จนกระทั่งเกิด prefect predictive association นั่นคือ $\hat{\lambda}_r = 1$ แล้ว C^2 จะเท่ากับ 1 ด้วย (แต่ถ้า $C^2 = 1$ ค่า $\hat{\lambda}_r$ ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ 1)

ค่า Lambda จึงมีค่าเหนือกว่า χ^2 และ C^2 เพราะสามารถบอก predictive association ได้คือบอก "ค่าที่อธิบายได้" นั่นเอง กล่าวคือตัวแปรหนึ่งซึ่งเป็นตัวแปรอิสระสามารถอธิบายตัวแปรตามได้ สำหรับค่า $\hat{\lambda}_c$ ก็สามารถคำนวณหาได้เช่นกัน

$$\hat{\lambda}_c = \frac{\sum(\text{เซลที่ใหญ่ที่สุดในแต่ละแถวนอน}) - \text{ค่าMax. ของผลรวมแถวตั้ง}}{N - \text{ค่าMax.ของผลรวมแถวตั้ง}}$$

สำหรับข้อมูลในตารางที่1 ได้ค่า $\hat{\lambda}_c$ ดังนี้

$$\hat{\lambda}_c = \frac{(30+30+5) - 60}{100 - 60}$$

$$= 0.125$$

นั่นคือถ้าเราทราบประเภทของความผิดเราสามารถทำนายคำพิพากษาได้โดยลดความผิดพลาดในการทำนาย 12.5%

ถ้าเปรียบเทียบค่า $\hat{\lambda}_c$ และ $\hat{\lambda}_r$ สำหรับข้อมูลชุดนี้จะพบว่า $\hat{\lambda}_c$ เป็นค่าที่ดีกว่าเพราะมีค่าสูงกว่า $\hat{\lambda}_r$ จึงลดความผิดพลาดได้มาก อย่างไรก็ตามผู้วิจัยคงต้องตัดสินใจว่าจะใช้ $\hat{\lambda}_c$ หรือ $\hat{\lambda}_r$ โดยดูที่ตัวแปรเป็นสำคัญ หรือไม่อาจจะตัดสินใจโดยดูค่าที่สูงสุดระหว่าง $\hat{\lambda}_c$ กับ $\hat{\lambda}_r$ ตัวแปรบางตัวสามารถมีสถานะภาพที่บางครั้งก็เป็นตัวแปรอิสระได้ บางครั้งก็เป็นตัวแปรตามได้ แต่ตัวแปรบางตัวถ้าพิจารณาดูอย่างรอบคอบแล้วอาจเป็นได้เฉพาะตัวแปรอิสระเท่านั้น ผู้วิจัยจึงต้องเลือกใช้ให้ถูกต้อง

เนื่องจากค่า Lambda เป็นค่า กำหนดทิศทางของตัวแปรได้ ว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ ตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม จึงเป็นสถิติประเภทกำหนดทิศทาง (Directional หรือ Asymmetric Statistic) อย่างไรก็ตาม**ค่า $\hat{\lambda}$ ประเภทไม่กำหนดทิศทาง (Indirectional หรือ Symmetric Statistic) ก็สามารถหาได้เช่นกัน** ตัวอย่างเช่น

$$\hat{\lambda}_{rc} = \frac{(5+30+20) + (30+30+5) - 50 - 60}{2(100) - 50 - 60}$$

$$= 0.111$$

จะสังเกตได้ว่า เนื่องจากสูตรการหาค่า $\hat{\lambda}_{rc}$ เป็นการรวมเอาทั้งสูตร $\hat{\lambda}_c$ และ $\hat{\lambda}_r$ เข้าด้วยกัน ฉะนั้นค่า $\hat{\lambda}_{rc}$ จึงเป็นค่าที่อยู่ระหว่าง $\hat{\lambda}_c$ และ $\hat{\lambda}_r$ เสมอ มีความหมายว่าถ้าเราทราบตัวแปรหนึ่งสามารถทำนายตัวแปรอีกตัวหนึ่งได้ ก็จะลดความผิดพลาดในการทำนาย 11.1 % นั่นก็คือ ถ้าเราไม่ระบุ

ตัวแปรว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ ตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม อย่างน้อยที่สุดก็สามารถลดความผิดพลาดในการทำนายเฉลี่ยแล้ว = 11.1% กล่าวคือในสภาพแวดล้อมบางอย่าง เราปรารถนาที่จะใช้ค่าที่ไม่บอกทิศทาง ($\hat{\lambda}_{rc}$) มากกว่า $\hat{\lambda}_r$ หรือ $\hat{\lambda}_c$

อย่างไรก็ตาม**ค่า Lambda เป็นค่าที่ไม่ไว (insensitive) ต่อความสัมพันธ์ของตัวแปรทุกๆ รูปแบบจึงเป็นที่นิยมใช้กันน้อยกว่า Goodman and Kruskall's Tau ซึ่งเป็นค่าที่ไวต่อความสัมพันธ์หลายๆ รูปแบบ**

ค่า $\hat{\lambda}$ ที่ขาดความไว ก็คือถ้าเผอิญตัวเลขในตารางแสดงว่ามีความสัมพันธ์กันบ้างไม่มากก็น้อย แต่ต้องไม่ใช่ 0 ตัวอย่างดังปรากฏในข้อมูลตารางที่2

ตารางที่ 2 ข้อมูลแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเพศและการสูบบุหรี่

เพศ	การสูบบุหรี่		รวม
	สูบ	ไม่สูบ	
ชาย	101	10	111
หญิง	45	44	89
รวม	146	54	200

ถ้าพิจารณาจากค่าตัวเลขในตาราง ตัวเลขเหล่านี้ยังแสดงถึงการมีความสัมพันธ์อยู่บ้าง โดยเฉพาะเพศชาย ซึ่งมีทั้งหมด 111 คน เป็นผู้สูบบุหรี่เสีย 101 คนแม้ว่าเพศหญิง จะมีผู้สูบบุหรี่พอๆ กับไม่สูบบุหรี่ก็ตาม ตารางนี้ถ้าคิดค่าสถิติฟาย แล้วปรากฏว่า = .204 ซึ่งหมายความว่าตัวแปรทั้งคู่มีความสัมพันธ์กัน 20.4%

แต่ถ้าพิจารณา $\hat{\lambda}$ โดยให้การสูบบุหรี่เป็นตัวแปรตาม ดังนั้นหากจะพิจารณาแต่ตัวแปรตามโดยไม่มีข่าวสารจากตัวแปรอิสระเลยในจำนวนทั้งสิ้น 200 คน เราย่อมทำนายว่าสูบบุหรี่ทั้งหมดนั่นคือมีการทำนายผิด 54 คน 54 นี้ย่อมเป็นค่า E1 นั่นเอง แต่ถ้าเรามีข่าวสารเกี่ยวกับเพศเข้ามาให้ทายโดยแยกเพศชาย 111คน เพศหญิง 89คนในบรรดาเพศชายถ้าเราทำนายว่าสูบบุหรี่ ก็ย่อมมีการทำนายผิด 10 คน ในทำนองเดียวกัน เพศหญิงก็ทำนายผิด 44 คน รวมความผิดพลาดทั้งสิ้นเป็น 10+44 = 54 คนซึ่งก็คือ E2 นั่นเอง

$$\hat{\lambda}_c = \frac{E1 - E2}{E2} = \frac{54 - 54}{54} = 0$$

หรือมิฉะนั้นจะคิดตามสูตรก็ได้ตัวเลขเช่นเดียวกันคือ

$$\hat{\lambda}_c = \frac{(101+45)-146}{200-146} = 0$$

ซึ่งจริงๆ แล้วตัวเลขจากตารางยังปรากฏมีความสัมพันธ์กันอยู่ถึง 20.4% แสดงว่า $\hat{\lambda}$ ไม่ไวต่อตัวเลขในตารางบางชนิดที่ทำให้ค่า E1 และ E2 เกิดเท่ากัน ทั้งนี้เพราะค่า $\hat{\lambda}$ ไม่ได้เอาข้อมูลจากทุกๆ เซลมาร่วมคิดด้วย โดยเฉพาะเซลที่มีความถี่ รองๆ ลงไปจากเซลที่มีความถี่สูงสุด **ถ้าพิจารณาถึงจุดอ่อนในเรื่องนี้ Goodman and Kruskall's Tau จะเป็นค่าสถิติที่เหนือกว่าค่า Lambda** เพราะนำค่าของทุกๆ เซลมาหาความผิดพลาด และยังได้คำนึงถึงแต่ละหน่วยในความถี่รวมในแต่ละเซลอย่าง Lambda

การทดสอบนัยสำคัญของค่า $\hat{\lambda}$

ถ้าเรา**กำหนดขนาดตัวอย่างให้ใหญ่แล้ว** Sampling distribution ของค่า $\hat{\lambda}$ จะกระจายเป็นโค้งปกติและมีค่า Z เป็น

$$\zeta = \frac{\hat{\lambda}_r - \lambda_r}{\hat{\sigma}_{(\hat{\lambda}_r)}}$$

โดยมีเงื่อนไขว่าค่า $\boldsymbol{\lambda_r}$ (ของประชากร) ต้องไม่เป็น 0 และมีค่า $\hat{\sigma}_{(\hat{\lambda}_r)}$ มีสูตรดังนี้

$$\hat{\sigma}_{(\hat{\lambda}_r)} = \sqrt{\frac{\left(n - \sum_j f_{ij}\right)\left(\sum_j f_{ij} + f_{+j}(max.) - 2\sum_j {}^* f_{ij}\right)}{\left(N - f_{+j}(max.)\right)^3}}$$

เมื่อ $\sum_j f_{ij}$ คือ ผลรวมความถี่ของเซลที่ใหญ่ที่สุดในแต่ละแถวตั้ง

$f_{+j}(max.)$ คือ ค่ามากสุดของผลรวมแถวนอน

$\sum_j * f_{ij}$ คือ ผลรวมของความถี่ที่ใหญ่ที่สุดของแต่ละแถวตั้ง แต่ความถี่ที่ใหญ่ที่สุด นี้ต้องอยู่ ตรงกับแถวนอนที่มี f_{+j}(max.) (ถ้ามีหลายจำนวนก็เอาจำนวน เหล่านั้นรวมกัน ถ้ามีเทอมเดียวก็ใช้เพียงค่านั้น)

จากตัวอย่างเรื่องประเภทคำพิพากษาและความผิดที่ผ่านมา ได้ค่า Standard error ดังนี้

$$\hat{\sigma}_{(\hat{\lambda}_r)} = \sqrt{\frac{\left[100-(5+30+20)\right]\left[(5+30+20)+50-2(30+20)\right]}{(100-50)^3}}$$

$$= 0.042$$

ซึ่งสามารถนำค่านี้ไปทดสอบนัยสำคัญและหาค่าประมาณของ λ_r (ของประชากร) แบบช่วงได้ สำหรับค่า λ_c ก็ทำได้เช่นกัน

หมายเหตุ จากข้อจำกัดของ $\hat{\sigma}_{(\hat{\lambda}_r)}$ ข้างต้น ต้องใช้ทดสอบสมมติฐานที่ว่า ค่าพารามิเตอร์เป็นค่าเฉพาะค่าใดค่าหนึ่ง (ในช่วง 0 – 1) ที่ไม่ใช่ค่า 0, 1

คือ $H_0: \lambda_r = C$ เท่านั้น โดย C ต้องไม่เท่ากับ 0 หรือ1

Goodman and Kruskall's Tau

ใช้วัดความสัมพันธ์ของสองตัวแปรที่ถูกสุ่มมาจากประชากรหนึ่ง และมีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ

จากข้อมูลชุดเดียวกับที่ใช้หาค่า Lambda คือตารางที่1(ในเรื่อง Lambda) สมมติว่าเราจะทำนายคำตัดสินการลงโทษของศาล โดยที่ไม่มีข่าวสารเกี่ยวกับตัวแปรทางด้านประเภทของความผิดเลย ข้อมูลให้แต่รายละเอียดว่า 10รายถูกปรับ 60รายถูกภาคทัณฑ์ และ 30ราย ถูกจำคุก รวมทั้งสิ้น 100คนแต่เราไม่ทราบว่า 10รายไหนจาก 100รายจะถูกปรับหรือ 60รายไหนจะถูกภาคทัณฑ์ หรือ 30รายไหนจะถูกจำคุก นั่นก็เหมือนกับว่าเราได้รับกล่องซองจดหมายมากล่องใหญ่บรรจุคำสั่งเป็นซองๆมา100ซอง โดยปิด

ผนึก และเราถูกสั่งให้แยกซองใส่กล่องย่อย 3 กล่องที่เขียนกำกับว่า เป็นกล่องสำหรับพวกถูกปรับ ถูกภาคทัณฑ์ และถูกจำคุก โดยผู้สั่งให้ข่าวสารแต่เพียงว่า 10 % เป็นปรับ 60% เป็นภาคทัณฑ์ และ 30% เป็นจำคุก เมื่อไม่มีข้อมูลอื่นๆ อีกสิ่งที่ทำได้ก็คือใช้วิธีเสี่ยงทายคือหยิบซองโดยการสุ่มนับจำนวนให้ถูกต้อง และแยกใส่ลงไปในกล่องย่อยทั้ง 3 ใบ

โดยวิธีนี้เราคาดว่าจะเกิดความผิดพลาดสักเท่าไรในการแยกซองเหล่านั้น

สำหรับในกล่องย่อยที่เป็นการปรับนั้น คือ 10 ซอง ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดก็คือความน่าจะเป็นที่ดึงซองจดหมายออกมา 1 ฉบับ แล้วพบว่าเป็นการภาคทัณฑ์หรือจำคุกแทนที่จะเป็นการปรับ ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดคือ 60/100 +30/100 = 90/100

เนื่องจากเรามีคน 10 รายที่ต้องถูกปรับโดยมีความน่าจะเป็นของความผิดพลาดเป็น90/100 หรือ 0.9 ดังนั้นถ้าคิดเป็นจำนวนความผิดพลาดจะได้ = 0.9 x 10 = 9

สำหรับคำพิพากษาอื่นๆ ก็คิดจำนวนความผิดพลาดได้ในทำนองเดียวกันกล่าวคือถ้าเราเลือกซองใส่ในกล่องย่อยภาคทัณฑ์จำนวนความผิดพลาดทั้งหมดจะได้

(10/100+30/100) x 60 = 24

และถ้าเราเลือกซองใส่ในกล่องย่อยการจำคุก จำนวนความผิดพลาดทั้งหมดจะได้

(10/100+60/100) x 30 = 21

ดังนั้นรวมทั้งหมดจะได้ความผิดพลาดคือ 9+24+21 = 54 ซึ่งก็คือค่า E1 นั่นเอง (ความผิดพลาดที่ดูจากผลรวมแต่เพียงอย่างเดียวโดยไม่มีข่าวสารจากตัวแปรอิสระ)

ในการหาค่า E2 คือการทำนายคำตัดสินของศาล โดยได้รับความรู้เพิ่มเติมขึ้นว่าบุคคลเหล่านั้นประพฤติผิดอย่างไร (ซึ่งเป็นตัวแปรอิสระ) เช่นทราบมาว่า 40 คนเป็นขโมยและถูกศาลสั่งปรับเสีย 5 คน ภาคทัณฑ์เสีย 30 คน และจำคุก 5 คน แต่เราก็ไม่ทราบว่า 5 คนไหนถูกปรับ 30 คนไหนถูกภาคทัณฑ์ และ 5 คนไหนถูกจำคุกดังนั้นในการจัดซอง 40 ซองให้อยู่ในกล่องย่อยของการปรับ การภาคทัณฑ์ และจำคุกจึงทำความผิดพลาดได้ดังนี้

ก. การจัดซอง 5 ซองให้อยู่ในกล่องปรับจะเกิดความผิดพลาดเป็นจำนวน

$$\frac{35}{40} \times 5 = 4.375$$

ข. การจัดซอง 30 ซองให้อยู่ในกล่องภาคทัณฑ์จะเกิดความผิดพลาดเป็นจำนวน

$$\frac{10}{40} \times 30 = 7.5$$

ค. การจัดซอง 5 ซองให้อยู่ในกล่องจำคุกจะเกิดความผิดพลาดเป็นจำนวน

$$\frac{35}{40} \times 5 = 4.375$$

ดังนั้นสำหรับแถวนอนที่ หนึ่ง จะเกิดความผิดพลาดรวม = 4.375+7.5+4.375 =16.25 จำนวน ฉะนั้นในแถวนอนที่สองและสามก็หาความผิดพลาดรวมได้เช่นกัน ดังนั้น E2 จะมีค่าเป็น

$$\begin{aligned}E2 = &\left(\frac{35}{40}\times 5\right)+\left(\frac{10}{40}\times 30\right)+\left(\frac{35}{40}\times 5\right)+\\ &\left(\frac{50}{50}\times 0\right)+\left(\frac{20}{50}\times 30\right)+\left(\frac{30}{50}\times 20\right)+\\ &\left(\frac{5}{10}\times 5\right)+\left(\frac{10}{10}\times 0\right)+\left(\frac{5}{10}\times 5\right)\\ = &\ 45.25\end{aligned}$$

ดังนั้น T_c (เมื่อให้แถวตั้งเป็นตัวแปรตาม) ซึ่งให้ค่า proportional reduction in errors ของการทำนายคำตัดสินในการลงโทษโดยทราบประเภทของอาชญากรรมจึงมีค่าดังนี้

$$T_c = \frac{E1 - E2}{E1}$$

$$= \frac{54 - 45.25}{54} = 0.16$$

ซึ่งตีความหมายได้ว่าการมีความสัมพันธ์กันระหว่างประเภทของอาชญากรรม และการตัดสินลงโทษ โดยทราบวิธีต่างๆ ทำให้สามารถลดความผิดพลาดในการทำนาย (PRE) ได้ถึง 16% ถ้าได้เปลี่ยนการทำนายประเภทของการลงโทษ โดยพิจารณาจากผลรวมแต่เพียงอย่างเดียว ไปเป็นการทำนายประเภทของการลงโทษ โดยพิจารณาจากประเภทของอาชญากรรมที่ก่อขึ้นด้วย

และเพื่อความสะดวกในการคำนวณหาค่า Tau c จึงมีสูตรที่ดัดแปลงแล้วดังนี้

$$T_c = \frac{\sum_1^r\sum_1^k \frac{N_{ij}^2}{N_{i.}} - \sum^k \left(\frac{N_{.j}}{N}\right)^2}{N - \frac{\sum^k (N_{.j})^2}{N}}$$

$$\sum_1^r\sum_1^k \frac{N_{ij}^2}{N_{i.}} = \frac{25}{40}+\frac{900}{40}+\frac{25}{40}+\frac{0}{50}+\frac{900}{50}+\frac{400}{50}+\frac{25}{10}+\frac{0}{10}+\frac{25}{10}$$

$$= 54.75$$

$$\sum^{k}\left(\frac{N_{.j}}{N}\right)^2 = \frac{(10)^2+(60)^2+(30)^2}{100}$$

$$= 46$$

$$T_c = \frac{54.75-46}{100-46}$$

$$= 0.16$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับข้างบนดังได้คำนวณไว้แล้ว

ค่า T_c นั้น เมื่อเปลี่ยนตัวแปรตามใหม่ ก็สามารถคำนวณหาได้คล้ายคลึงกับที่กล่าวมาแล้ว สำหรับตารางขนาด 2 x 2 จะได้ค่า $T_c = T_r =$ ค่าสถิติฟาย ($Ø^2$) จึงไม่นิยมใช้หาค่า Goodman and Kruskall's Tau ในตาราง 2 x 2 เพราะการหาค่า$Ø^2$ อาจสะดวกกว่า

ค่า Tau เหมือนค่าLambda ที่มีขีดจำกัดล่างอยู่ที่ 0 และขีดจำกัดบนอยู่ที่ 1 ค่า 0 หมายถึงไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ส่วนค่า 1 หมายถึงมีความสัมพันธ์อย่างสมบูรณ์ และค่า Tau นี้มีลักษณะเหมือนLambda อีกประการหนึ่งคือเป็นค่าสถิติที่มีทิศทาง แต่ถ้าปรากฏว่าตัวแปรทั้ง 2 ไม่สามารถบอกทิศทางกันได้ (ไม่สามารถบอกหรือกำหนดได้ว่าตัวใดเป็นตัวแปรอิสระ ตัวใดเป็นตัวแปรตาม) ก็สามารถคำนวณหาค่า T_{rc} ได้เช่นกัน

Goodman and Kruskall's Gamma (γ)

สถิตินี้จะใช้กับตารางแบบ Doubly ordered Table

ตารางที่ข้อมูลมีมาตราวัดแบบเรียงลำดับ (Ordinal scale) นั้น แม้ข้อมูล ที่บรรจุอยู่ในตารางจะเป็นความถี่เช่นเดียวกับนามมาตรา แต่เนื่องจากช่วงต่างๆ มีลำดับความมากน้อยต่างกัน สถิติที่ใช้กับตารางที่ข้อมูลมีมาตราวัดแบบเรียงลำดับ จึงพยายามใช้ประโยชน์จากการเรียงลำดับมากน้อยของช่วงมาเป็นหลักในการวัด PRE คือดูว่าความรู้หรือข่าวสารในเรื่องลำดับของข้อมูลทางตัวแปรอิสระจะลดความผิดพลาดในการทำนายลำดับของตัวแปรตามได้มากน้อยเพียงไร

เพื่อที่จะเข้าใจการเปรียบเทียบลำดับของข้อมูลที่มีมาตราแบบเรียงลำดับและความเข้าใจในกฎแห่งความคิดของสถิติแบบ **Gamma และ Somer's d** จึงใช้ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นแนวทางในการสร้างความเข้าใจ

ตารางที่ 1 ข้อมูลแสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักและส่วนสูง (เป็นกรณีตัวอย่างขนาดเล็กมาก คือมีเพียงสามตัวอย่าง และไม่มีจำนวนซ้ำ เพื่อเข้าใจได้ง่าย)

น้ำหนัก	ความสูง		
	สูง	กลาง	ต่ำ
มาก		ดาว	
กลาง	เดือน		
ต่ำ			เด่น

สำหรับการเปรียบเทียบลำดับกันนั้น จำเป็นต้องจับคู่ข้อมูลเป็นคู่ๆ เพื่อเทียบดูว่าใครจะสูงกว่ากันและใครจะหนักกว่ากัน

จำนวนคู่	ลำดับความสูง	ลำดับน้ำหนัก	ลักษณะลำดับทั้งสอง
เดือนกับดาว	เดือนสูงกว่าดาว	ดาวหนักกว่าเด่น	ขัดแย้งกัน
เดือนกับเด่น	เดือนสูงกว่าเด่น	เดือนหนักกว่าเด่น	คล้อยตามกัน
ดาวกับเด่น	ดาวสูงกว่าเด่น	ดาวหนักกว่าเดือน	คล้อยตามกัน

ข้อมูลจากตารางที่ 1 **ซึ่งมีเพียง 3 คน** จะได้จำนวนคู่ทั้งหมดที่เป็นไปได้ 3 คู่ สรุปได้ว่ามีลำดับที่ขัดแย้ง (discordant pair เขียนย่อแทนว่า D) หนึ่งคู่และมีลำดับคล้อยตามกัน (concordant pairs เขียนย่อว่า C) 2 คู่ ดังนั้น ถ้าให้ความสูงเป็นตัวแปรอิสระ และน้ำหนักเป็นตัวแปรตาม ถ้าเราจะทำนายน้ำหนักของคนๆ หนึ่งโดยทราบส่วนสูง ก็ควรทำนายในลักษณะคล้อยตามกันจะมีความถูกต้องมากกว่า กล่าวคือ ถ้าทราบว่าสูงมากควรทำนายว่าหนักมากด้วย ทั้งนี้เพราะการจัดลำดับนั้นมีจำนวนคู่ที่คล้อยตามกันมากกว่า จำนวนคู่ที่ขัดแย้งกัน ดังนั้นในการทำนายเช่นนี้ จะมีความผิดพลาดไป 1 คู่ นั่นคือ $E_2 = 1$ นั่นเอง

สำหรับการหาค่า E_1 คือการหาความผิดพลาดในการทำนายโดยดูจากอันดับของตัวแปรตามแต่เพียงอย่างเดียว และไม่ได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับอันดับทางตัวแปรอิสระเข้ามาช่วยเลยนั้น วิธีทำก็คือ

จับเอาคู่ใดคู่หนึ่งออกมาเปรียบเทียบแล้วทำนายทางด้านน้ำหนัก (ตัวแปรตาม) อย่างเดียว สมมุติว่าเป็นคู่ของดาวกับเดือน การทำนายคงจะต้องใช้หลักการสุ่มเป็นสำคัญ เช่น ถ้าสุ่มหยิบได้ชื่อ ดาวขึ้นมาก็บอกว่า ดาวหนักมากกว่าเดือน (ซึ่งถูกต้องตามความเป็นจริง) หรือถ้าสุ่มได้เดือนก็บอกว่าเดือนหนักกว่าดาว (ซึ่งไม่ถูกต้องตามความเป็นจริง) นั่นคือถ้าสุ่มแบบนี้หลายๆ ครั้งเป็นระยะเวลายาวนาน จะพบว่าโอกาสของการทำผิดเท่ากับครึ่งหนึ่งของจำนวนการสุ่มครั้งหนึ่งของจำนวนการสุ่มทั้งหมด นั่นคือเกิดความผิดพลาดเป็น 0.50 สำหรับในกรณีนี้มีคู่ที่เป็นไปได้ทั้งหมด 3 คู่ จึงเกิดความผิดพลาดทั้งหมด = 0.5 x 3 = 1.5 ครั้ง ซึ่งเลขจำนวนนี้ก็คือค่า E_1 นั่นเอง

ดังนั้น Gamma (γ) $= \dfrac{E_1 - E_2}{E_1}$

$$= \frac{1.5 - 1}{1.5}$$

$$= 0.33$$

นั่นคือเราสามารถลดความผิดพลาดในการทำนายได้ 33% จากการทำนายอันดับของน้ำหนักแต่เพียงอย่างเดียวไปเป็นการทำนายอันดับของน้ำหนักโดยดูอันดับของความสูงเป็นตัวชี้แนะ ทั้งนี้เนื่องจากตัวแปรอิสระและตัวแปรตามมีความสัมพันธ์กัน (อธิบายกันได้) จึงสามารถทำเช่นนี้ได้

ตัวอย่างที่ยกมาข้างต้นมีข้อมูลเพียง 3 หน่วย เท่านั้น สำหรับตารางข้อมูลโดยทั่วไปข้อมูลจะมีมากกว่านี้มากมาย การจะเทียบลำดับลำดับช่วงของตัวแปรทั้งสองจึงต้องใช้วิธีอื่นซึ่งง่ายกว่า แต่ยังคงไว้ซึ่งพื้นฐานของสูตร $\dfrac{E_1 - E_2}{E_1}$ ตามเดิม

โดยทั่วๆ ไปสูตรของการหาค่า Gamma คือ Gamma (γ) = $\dfrac{C - D}{\text{untied pairs}}$

C คือจำนวนคู่ที่มีลำดับคล้อยตามกันทั้งหมด

D คือจำนวนคู่ที่มีลำดับขัดแย้งกันทั้งหมด

สำหรับค่า untied pairs นั้นคือจำนวน C+D นั้นเอง แต่เพื่อความเข้าใจในการจัดคู่ทั้งหมดของข้อมูลแบบตาราง หัวข้อแทรกต่อไปนี้จะสร้างความเข้าใจในเรื่องการจัดคู่และจะได้ใช้ต่อไปในเรื่องการคำนวณหาค่าสถิติแบบ Somer 's d, Kendall's Tau ต่างๆ

Tied pairs และ Untied pairs (จำนวนคู่แบบผูกและแบบไม่ผูก) ถ้าสมมุติมีข้อมูลจำนวนทั้งหมด 100 หน่วย จะคำนวณหาจำนวนคู่ทั้ง tied pairs และ untied pairs ได้ดังนี้

จำนวนคู่ทั้งหมด $= \dfrac{N(N-1)}{2}$

$$= \frac{100(99)}{2} = 4950 \text{ คู่}$$

ถ้าสมมุติให้ T เป็นจำนวนคู่ที่เป็นไปได้ทั้งหมด T จะประกอบด้วย

$$T = C + D + T_r + T_c + T_{rc}$$

หรือ $= T_u + T_r + T_c + T_{rc}$

T_u = เป็นการจับคู่กับหน่วยต่างๆ ที่ไม่อยู่ในแถวนอนและแถวตั้งเดียวกับเซลของตนเอง ปกติจะ มีค่าเท่ากับผลบวกของคู่ที่คล้อยตามกันทั้งหมด และคู่ที่ขัดแย้งกันทั้งหมด

T_r = การจับคู่กับเซลที่อยู่ตรงกับแถวนอนของตนเอง (pairs tied on row)

T_c = การจับคู่กับเซลต่างๆ ที่อยู่ตรงกับแถวตั้งของตนเอง (pairs tied on column)

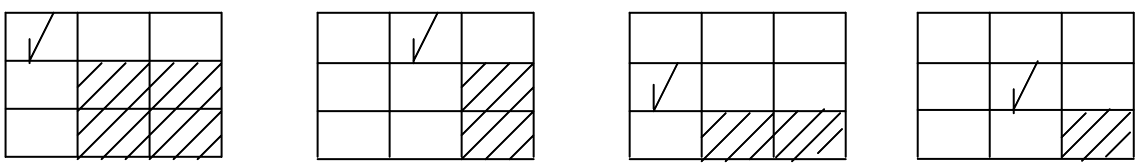
T_{rc} = การจับคู่กันในเซลเดียวกัน

ตัวอย่างการจับคู่ต่างๆ ทำได้ดังนี้

ตารางที่ 2 ข้อมูลไขว้ระหว่างการศึกษาและรายได้มีดังนี้

รายได้	การศึกษา		
	สูง	กลาง	ต่ำ
สูง	20	10	5
กลาง	10	10	10
ต่ำ	5	10	20

ก. การหาคู่ที่คล้อยตามกันทั้งสองตัวแปรใช้ผังตารางดังข้างล่างนี้

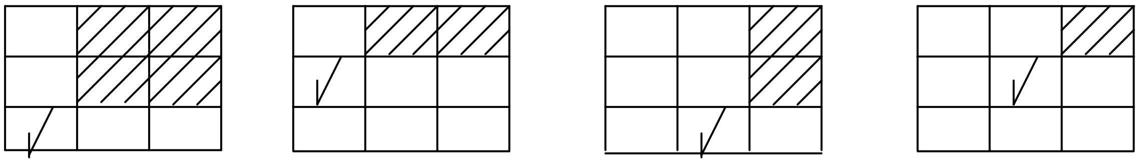


ให้จับคู่กันระหว่างเซลที่ทแยงจากมุมซ้ายบนลงมามุมขวาล่าง โดยเซลบนและกลุ่มเซลล่างต้องไม่อยู่ในแถวนอนหรือสดมภ์เดียวกัน (ดูรูปประกอบ)

ค่า C = 20(10+10+10+20) + 10(10+20) + 10(10+20)+10(20)

= 1800 คู่

ข. การหาคู่ที่ขัดแย้งกันระหว่างตัวแปรทั้งสองใช้ผังดังข้างล่างนี้



ให้จับคู่ในเซลที่ทแยงมุมล่างซ้ายขึ้นไปบนมุมขวาบน โดยเซลล่างและกลุ่มเซลบนต้องไม่อยู่ในแถวนอนและแถวตั้งเดียวกัน (ดูรูปประกอบ)

ค่า D = 5(10+10+10+5) + 10(10+5) + 10(10+5)+10(5)

= 525 คู่

ดังนั้น untied pairs = 1800 + 525

= 2325 คู่

เมื่อคู่ที่เป็นคู่คล้อยตามกัน และคู่ที่ขัดแย้งกัน ไม่ผูกอยู่ในสดมภ์หรือแถวนอนเดียวกัน ก็สามารถทำให้เปรียบเทียบอันดับกันได้ทั้งสองตัวแปร

ค. การหาจำนวนคู่ที่อยู่ตรงกันกับแถวนอนของตนเอง (pairs tied on row) ทำได้ดังนี้คือ

T_r = 20(10+5) +10(5)+……… แถวนอนที่ 1

10(10+10) + 10(10)+……. แถวนอนที่ 2

5(10+20) + 10(20)…………แถวนอนที่3

= 1000 คู่

ง. การหาจำนวนคู่ที่ตรงกับแถวตั้งของตนเอง (pairs tied on column) หาได้ดังนี้

T_c = 20(10+5) +10(5) +………………..แถวตั้งที่ 1

10(10+10) +10(10)+…………….. แถวตั้งที่ 2

5(10+20) +10(20) ……………… แถวตั้งที่ 3

= 1000

จ. การจับคู่ภายในเซลเดียวกันเอง (pairs tied on row and column) หาได้ดังนี้ เช่น ในช่อง a_{11} ซึ่งมีค่าเท่ากับ 20 จะมีจำนวนคู่ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

a_{11} = 19+18+17+16+15+…………..1 190 คู่

a_{12} = 9+8+7+6+5+………………...1 45 คู่

ทำดังนี้ครบทุกเซล ผลรวมของจำนวนคู่ทั้งหมดจะเป็น 625 คู่ หรือหาด้วยอีกวิธีหนึ่งคือ

T_{rc} = 4950 – 1800 – 525 – 1000 – 1000

= 625 คู่

สำหรับข้อมูลจากตารางที่ 7 ได้ค่า Gamma ดังนี้

$$\gamma = \frac{1800-525}{1800+525} = +0.55$$

ตีความหมายได้ดังนี้คือ **ให้ดูเครื่องหมายแยกจากตัวเลข ถ้าเครื่องหมายเป็นบวกให้ทำนายตัวแปรตัวหนึ่งในลักษณะที่คล้อยตามกับตัวแปรอีกหนึ่ง** เช่นในเรื่องนี้ ถ้าพบผู้ที่มีการศึกษาสูงก็ควรทำนายว่ามีรายได้สูงด้วย เพราะมีคู่ที่มีลักษณะคล้อยตามกันมากกว่าคู่ที่ขัดแย้งกัน เครื่องหมายจึงได้บวก และการทำนายเช่นนี้จะลดความผิดพลาดลงได้ 55%

เนื่องจากสูตรของ Gamma ไม่ได้ใช้คู่ที่ผูกอยู่กับแถวนอนหรือแถวตั้งเข้ามาเกี่ยวข้องเลย การหาจำนวนคู่ที่คล้อยตามกันและขัดแย้งกันไม่ได้บ่งบอกว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ ตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม **ค่าGamma จึงเป็น Symmetric หรือ indirectional statistic (ไม่บอกทิศทาง)**

ตัวอย่างข้อมูลที่มีคู่ที่ขัดแย้งกันมากกว่าคู่ที่คล้อยตามกัน

ตารางที่ 3 ข้อมูลไขว้ระหว่างการศึกษาและรายได้

รายได้	การศึกษา			รวม
	สูง	กลาง	ต่ำ	
สูง	4	6	25	35
กลาง	15	5	10	30
ต่ำ	24	8	3	35
รวม	43	19	38	100

ค่า C = 4(5+10+8+3) + 15(8+3) + 6(10+3) + 5(3)

= 352

ค่า D = 24(6+5+25+10) + 8(25+10) + 15(6+25) + 5(25)

= 1974

ดังนั้น $$\gamma = \frac{352-1974}{352+1974}$$

$= -0.697$

ซึ่งตีความหมายว่า ถ้าจะให้ทำนายรายได้โดยดูคุณสมบัติจากการศึกษา **ต้องกล่าวว่าผู้มีการศึกษาสูงจะมีรายได้ต่ำ** หรือถ้าทำนายการศึกษาโดยดูคุณสมบัติจากรายได้ ต้องกล่าวว่าผู้มีรายได้สูง

จะมีการศึกษาต่ำ**(ทั้งนี้เพราะจำนวนคู่ที่ขัดแย้งกันมีมากกว่าคู่ที่คล้อยตามกัน) และการทำนายนี้จะลดความผิดพลาดได้ 69.70%**

Gamma มีค่าผันแปรอยู่ระหว่าง –1 ถึง +1 แต่ไม่เป็นปัญหาในการตีความ เพราะต้องแยกเครื่องหมายออกจากตัวเลข ความหมายของตัวเลขยังอิงอยู่กับหลัก probability คือดูค่า 0 ถึง 1 หรือเทียบเป็นเปอร์เซนต์คือ จาก 0 ถึง 100 เปอร์เซ็นต์

ค่า – 1 หมายถึง คู่แบบไม่ผูก (untied pairs) ทุกคู่เป็นคู่ที่ขัดแย้งกัน ส่วนค่า + 1 คือคู่แบบไม่ผูกทุกคู่เป็นคู่ที่คล้อยตามกัน

โดยสรุป ค่า Gamma เป็นวิธีที่เปลี่ยนจากการดูข้อมูลเป็นกลุ่มในแต่ละเซล (เช่น แบบของ Lambda) มาเป็นการศึกษาเป็นรายกรณี คือเปรียบเทียบกันเป็นคู่ๆ ซึ่งมีความละเอียดกว่าแบบ Lambda มาก อย่างไรก็ตาม Gamma ก็ไม่ได้เอาคู่ที่เป็นแบบผูก (tied pairs) มาศึกษาด้วย ซึ่งถ้าจำนวนคู่แบบผูกมีเป็นจำนวนมากการตีความหมายของ Gamma ก็จะมีการบิดพลิ้วไปจากข้อเท็จจริงมาก อันเป็นจุดอ่อนของ Gamma

ผลกระทบของผลรวมของแถว (นอนหรือตั้ง) ต่อค่า Gamma ถ้าผลรวมมีความเบ้จะทำให้เกิดจำนวนคู่แบบผูก มีมากกว่าจำนวนคู่แบบไม่ผูก, ค่า Gamma เป็นค่าที่หาจากคู่ที่ไม่ผูกโดยตรงซึ่งได้ลดจำนวนลงถ้าจำนวนคู่ที่ผูกเพิ่มขึ้น ดังนั้น การสรุปความสัมพันธ์ของตารางทั้งตารางเกิดจากการดูจำนวนคู่ซึ่งเป็นส่วนน้อย จึงเป็นข้อสรุปที่ไม่แม่นยำและดูไม่สมเหตุสมผลนัก **ดังนั้นตารางที่จะใช้หาค่า Gamma จึงควรเป็นตารางที่มีผลรวมกระจายสม่ำเสมอกัน** และข้อควรระมัดระวังที่ควรสังเกต คือ การจัดลำดับตัวแปรทางแถวนอนและแถวตั้ง ต้องอยู่ในลักษณะมาก→ น้อย หรือ น้อย→ มาก เหมือนกัน

Somer’s d Statistics

เป็นค่าสถิติที่พยายามเอาคู่ซึ่งผูกกับตัวแปรตามเข้ามาเป็นตัวหารในสูตรด้วยเช่น ข้อมูลจากตารางที่ 2 ในเรื่องการศึกษาและรายได้ (ในเรื่อง Gamma) ถ้าสมมติให้การศึกษาเป็นตัวแปรตามค่า d จะได้จากสูตร

$$d_c = \frac{C - D}{C + D + T_c}$$

$$= \frac{1800 - 525}{1800 + 525 + 100}$$

$$= \frac{1275}{3325} = 0.383$$

เนื่องจากตัวหารมีค่ามากกว่าของ Gamma จึงทำให้ค่า d น้อยกว่า Gamma เสมอ แต่ก็เป็นการแก้จุดอ่อนของ Gamma ที่ไม่ได้ใช้จำนวนคู่ซึ่งผูกอยู่กับตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งเลย จึงทำให้ค่า Gamma สูงเกินเหตุเพราะดูแต่จำนวนคู่ที่ไม่ผูกกับตัวแปรใดๆ จำนวนคู่ที่ไม่ผูกนี้ถ้ามีน้อย ก็ทำให้เกิดความผิดพลาดในการทำนายมาก

ดังนั้น ค่า somer's d จึงเป็นสถิติที่ดีกว่าค่า Gamma แต่ก็มีข้อจำกัดว่าเหมาะสมเฉพาะกับตารางที่จำนวนช่วงของตัวแปรตามที่จะต้องมีขนาดอย่างน้อยที่สุด เท่ากับจำนวนช่วงของตัวแปรอิสระเท่านั้น จึงจะได้ค่า Somer's d ที่สูงสุด

ค่า Somer's d จะอยู่ระหว่าง ± 1 การตีความหมายก็ทำเช่นเดียวกับค่า Gamma และเนื่องจากการนำเอาคู่ที่ผูกอยู่กับตัวแปรตามเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย **ค่า Somer's d จึงเป็นสถิติแบบมีทิศทางเช่นเดียวกับค่า Lambda**

นั่นคือ Somer's d สามารถหาค่าที่เอาตัวแปรตัวหนึ่งเป็นตัวแปรตามได้ จากตารางที่ 2 (ในเรื่อง Gamma) เดิม ถ้าให้รายได้เป็นตัวแปรตาม ค่า d หาได้จากสูตร

$$d_r = \frac{C - D}{C + D + T_r}$$

$$= \frac{1800 - 525}{1800 + 525 + 1000}$$

$$= 0.383$$

ในขณะเดียวกัน Somer's d แบบไม่มีทิศทางก็หาค่าได้เช่นกัน

$$d_{rc} = \frac{(C + D + T_r)d_r + (C + D + T_c)d_c}{(C + D + T_r) + (C + D + T_c)}$$

ค่า d_{rc} จะเหมาะสมมาก ถ้าตารางไม่มีค่า 0 ในเซลใดโดยอย่างน้อยที่สุดเป็นจำนวนสองแถวตั้งและสองแถวนอน และค่า d_{rc} จะมีค่าอยู่ระหว่าง d_r และ d_c

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับของสเปียร์แมน

(The Spearman Rank Correlation Coefficient) ; r_s

ใช้ได้ในกรณีที่ข้อมูลตัวแปรคู่มีลักษณะเป็นลำดับที่ Rank) โดยวิธีการหาสูตรและหลักการยังคงคล้ายสูตรของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์นี้เป็นที่นิยมใช้กันมากเมื่อตัวแปรคู่มีมาตราวัดอย่างน้อยแบบเรียงลำดับ

วิธีการ จากข้อมูลตัวแปรคู่ N คู่ ซึ่งแทนด้วยตัวแปร X และ Y นำตัวแปร X มาเรียงลำดับ จากน้อยไปหามาก และตัวแปร Y ก็นำมาเรียงลำดับเช่นกัน จะได้ข้อมูลใหม่ที่เป็นลำดับที่ดังนี้ $X_1 , X_2 , X_3 , \ldots ,$ X_N และ $Y_1 , Y_2 , Y_3 , \ldots , Y_N$ ฉะนั้นจะได้ข้อมูลใหม่ 2 ชุดที่ต่างกันก็เป็นลำดับที่แล้ว หลักการหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปร X , Y นี้มีดังนี้ความสัมพันธ์จะเป็นไปอย่างสมบูรณ์ถ้าค่า $X_i = Y_i$ สำหรับทุก i (คือมีลำดับที่เดียวกันทุกค่าของข้อมูล) แต่ถ้ามีความแตกต่างกันมากระหว่างค่าลำดับที่ของข้อมูลคู่เดียวกัน ย่อมหมายถึงมีความสัมพันธ์กันน้อย ดังนั้นจึงจะวัดความแตกต่างของลำดับที่ในข้อมูลคู่เดียวกัน โดยให้ $d_i = X_i - Y_i$

ขนาดของค่า d_i เหล่านี้จะเป็นตัวบอกถึงความสัมพันธ์ถ้ามีความสัมพันธ์กันสมบูรณ์ ค่า d_i ควรมีค่า = 0 ทุกค่าของ i ถ้าค่า d_i มีค่ามากยิ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ที่น้อยลง แต่ไม่สามารถพิจารณาค่า $\sum d_i$ ได้โดยตรง เพราะผลรวมนี้อาจมีค่าเป็น 0 เนื่องจาก d_i มีค่าเป็น + หรือ - ก็ได้ ดังนั้นจะพิจารณาค่า $\sum d_i^{\,2}$ แทน ทั้งนี้ถ้า $\sum d_i$ มีค่ามาก $\sum d_i^{\,2}$ ย่อมมีค่ามากด้วย

การหาสูตร จะพิจารณาสูตรสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์โดยทั่ว ๆ ไปในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์

$$\text{คือ} \quad r = \frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\Sigma(x-\bar{x})^2\,\Sigma(y-\bar{y})^2}}$$

$$\text{ถ้าให้} \quad x = X - \overline{X} \quad \text{และ} \quad y = Y - \overline{Y}$$

$$\text{ดังนั้น คือ} \quad r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2 \, \Sigma y^2}} \qquad (1)$$

สูตรของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับของสเปียร์แมนนี้ จะใช้สัญลักษณ์ r_s แทนสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ และเนื่องจากข้อมูลที่จะใช้ในการหา r_s นี้ เป็นลำดับที่ ดังนั้นจะแทนสูตร (1) โดยการแทนค่าข้อมูลลำดับที่ ดังนี้

จากหลักคณิตศาสตร์ เมื่อ X = 1, 2, 3, … ,N

ดังนั้น $\sum X = \frac{N(N+1)}{2}$

$$\sum X^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$$

ดังนั้นจาก $\sum x^2 = \sum(X-\overline{X})^2 = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}$

$$= \frac{N(N+1)(2N+1)}{6} - \frac{N^2(N+1)^2}{4} \quad = \frac{N^3-N}{12}$$

เช่นเดียวกันจะได้ $\sum y^2 = \frac{N^3-N}{12}$

จาก $d_i = X_i - Y_i$

จะได้ $d_i = x_i - y_i$

(เพราะ $x_i - y_i = (X_i - \bar{X}) - (Y_i - \bar{Y}) = X_i - Y_i$ เนื่องจาก $\bar{X} = \bar{Y}$ เมื่อข้อมูลคือลำดับที่)

$$d_i^2 = (x_i - y_i)^2 = x_i^2 - 2x_iy_i + y_i^2$$

$$\sum d_i^2 = \sum x_i^2 + \sum y_i^2 - 2\sum x_iy_i$$

จากสูตร (1) จะมีค่า = r_s ด้วย (คือสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เหมือนกันแต่หาจากข้อมูลต่างมาตราวัดกันเท่านั้น) ฉะนั้นจะได้ $\sum x_iy_i = r_s\sqrt{\sum x_i^2 \sum y_i^2}$

ดังนั้น $\sum d_i^2 = \sum x_i^2 + \sum y_i^2 - 2r_s\sqrt{\sum x_i^2 \sum y_i^2}$

ดังนั้น $r_s = \frac{\sum x^2 + \sum y^2 - \sum d^2}{2\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$

แทนค่า $\sum x^2, \sum y^2$ ในเทอมของ N ที่หาไว้แล้ว ดังนี้

$$r_s = \frac{\frac{N^3-N}{12} + \frac{N^3-N}{12} - \sum d^2}{2\sqrt{(\frac{N^3-N}{12})(\frac{N^3-N}{12})}}$$

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{N} {d_i}^2}{N^3-N}$$

สูตรนี้ ถ้านำมาพิจารณาในแต่ละกรณีจะได้ดังนี้

1. ตัวแปรคู่มีลักษณะลำดับที่ในแต่ละคู่เป็นดังนี้

   $X_i = 1,2,3,4, \ldots, N$

   $Y_i = 1,2,3,4, \ldots, N$

ซึ่งหมายถึง X และ Y มีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอย่างสมบูรณ์ (เมื่อ X มีค่าน้อย Y ก็มีค่าน้อย X เพิ่มขึ้น Y จะมีค่าเพิ่มขึ้นไปด้วย) จะได้ $\sum {d_i}^2 = 0$ นั่นคือ $r_s = 1$

2. ถ้าตัวแปรคู่มีลักษณะลำดับที่ในแต่ละคู่เป็นดังนี้

$X_i = 1,2,3,4, \ldots, N-1, N$

$Y_i = N, (N-1), (N-2), \ldots, 2, 1$

ซึ่งหมายถึง X และ Y มีความสัมพันธ์กันเชิงลบอย่างสมบูรณ์ (เมื่อ X มีค่าน้อย Y มีค่ามาก และถ้า X มีค่ามาก Y จะมีค่าน้อย) จะได้ $\sum {d_i}^2 = \frac{N(N^2-1)}{3}$ และจะได้ $r_s = -1$

ดังนั้นขอบเขตของค่า r_s จึงคือ $-1 \leq r_s \leq 1$

ถ้าค่า r_s มีค่าใกล้ 0 ก็หมายความว่าตัวแปรคู่ไม่มีความสัมพันธ์กันดังนั้นสูตรของ r_s นี้ยังคงตีความและสรุปผลได้เหมือนค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั่ว ๆ ไป

ตัวอย่างที่ 1 ตารางต่อไปนี้เป็นข้อมูลแสดงส่วนสูงของพ่อกับลูกชายคนโต 12 คู่

ส่วนสูงของพ่อ	65	63	67	64	68	62	70	66	68	67	69	71
ส่วนสูงของลูก	68	66	68	65	69	66	68	65	71	67	68	70

จงคำนวณหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับ

วิธีทำ ก่อนอื่นต้องเปลี่ยนค่าข้อมูล X และ Y ให้เป็นลำดับที่ภายในกลุ่มเสียก่อนจะได้ดังนี้

ส่วนสูงของพ่อ ลำดับที่ X_i	ส่วนสูงของลูก ลำดับที่	$d_i = X_i - Y_i$	${d_i}^2$

		Y_i			
65	4	68	7.5	-3.5	12.25
63	2	66	3.5	-1.5	2.25
67	6.5	68	7.5	-1.0	1.00
64	3	65	1.5	1.5	2.25
68	8.5	69	10	-1.5	2.25
62	1	66	3.5	-2.5	6.25
70	11	68	7.5	3.5	12.25
66	5	65	1.5	3.5	12.25
68	8.5	71	12	-3.5	12.25
67	6.5	67	5	1.5	2.25
69	10	68	7.5	2.5	6.25
71	12	70	11	1.0	1.00
					72.50

และหาค่าผลต่างของลำดับที่ในแต่ละคู่ ดังแสดงไว้ทางขวาของตาราง

จะได้

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{N} d_i^2}{N(N^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6(72.50)}{12(144-1)}$$

$$= 0.7465$$

ดังนั้น หมายความว่าส่วนสูงของพ่อและของลูกมีความสัมพันธ์กันเชิงบวกด้วยสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอันดับด้วยค่า = 0.7465

กรณีเกิด ties

บางครั้งหน่วยตัวอย่าง อาจมีค่าคะแนนเท่ากันในตัวแปรหนึ่ง ๆการให้ลำดับที่จึงให้เท่ากับค่าเฉลี่ยของลำดับที่ เช่นเดียวกับการเกิด ties ในการทดสอบอื่น ๆ ที่ผ่านมา ถ้าจำนวน ties ที่เกิดขึ้นมีไม่มาก ค่า r_s จากสูตรจะไม่เปลี่ยนแปลง แต่ถ้ามีจำนวน ties มาก ควรจะปรับค่า r_s ดังนี้

$$r_s = \frac{(N^3 - N) - 6\sum d_i^2 - (\tau_x + \tau_y)/2}{\sqrt{(N^3 - N) - (\tau_x + \tau_y)(N^3 - N) + \tau_x \tau_y}}$$

เมื่อ

$$\tau_x = \sum_{i=1}^{g} (t_i^3 - t_i) = \tau_y$$

g = จำนวนกลุ่มของ ties ที่เกิดขึ้น

t_i = จำนวนของลำดับที่ ที่เป็น ties ในกลุ่มที่ i

ตัวอย่าง 2 ถ้าข้อมูลตัวอย่างคู่ขนาด 12 วัดค่าตัวแปร X และ Y ได้ค่าข้อมูลดังนี้

หน่วยตัวอย่าง	X	Y

1	0	42
2	0	46
3	1	39
4	1	37
5	3	65
6	4	88
7	5	86
8	6	56
9	7	62
10	8	92
11	8	54
12	12	81

จงวัดค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับของสเปียร์แมน

วิธีทำ จากค่าตัวแปร X และ Y เปลี่ยนให้เป็นลำดับที่

ได้ข้อมูลใหม่ และคำนวณหาค่า d_i ได้ดังนี้

หน่วยตัวอย่าง	X	Y	d_i	d_i^2

1	1.5	3	-1.5	2.25
2	1.5	4	-2.5	6.25
3	3.5	2	1.5	2.25
4	3.5	1	2.5	6.25
5	5	8	-3.0	9.00
6	6	11	-5.0	25.00
7	7	10	-3.0	9.00
8	8	6	2.0	4.00
9	9	7	2.0	4.00
10	10.5	12	-1.5	2.25
11	10.5	5	-5.5	30.25
12	12	9	3.0	9.00
				$\sum d_i^2 = 109.50$

มี ties เกิดขึ้นที่ค่าตัวแปร X ดังนั้นต้องใช้สูตร r_s แบบปรับค่า โดยต้องหาค่า τ_x และ τ_y #

$$\tau_x = (2^3 - 2) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2) = 18$$

ในขณะที่ไม่เกิด ties ในตัวแปร y ดังนั้น $\tau_y = 0$

จากสูตร

$$r_s = \frac{(N^3 - N) - 6\sum d_i^2 - (\tau_x + \tau_y)/2}{\sqrt{(N^3 - N) - (\tau_x + \tau_y)(N^3 - N) + \tau_x \tau_y}}$$

$$r_s = \frac{1716 - 6(109.5) - (\frac{18}{2})}{\sqrt{1716^2 - (18)(1716) + 0}} = 0.615$$

การทดสอบนัยสำคัญของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับ

โดยตั้งสมมติฐานดังนี้ H_0: ตัวแปรคู่ X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์กัน

H_1: ตัวแปรคู่ X และ Y มีความสัมพันธ์กัน

หรืออาจตั้งสมมติฐานแบบหางเดียวก็ได้

ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบคือ r_s โดยสเปียร์แมนได้สร้างตารางสำเร็จรูปที่แสดงค่าวิกฤต r_s ที่ระดับนัยสำคัญหนึ่งๆไว้ เมื่อเป็นการทดสอบหางเดียวและสองหาง ถ้าค่าคือ r_s ที่ได้จากตัวอย่างมีค่าเท่ากับหรือมากกว่า r_s จากตาราง จะปฏิเสธ H_0 เพื่อยอมรับ H_1

ตัวอย่างที่ 3 ถ้าข้อมูลตัวอย่างชุดหนึ่งขนาด 12 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับ $r_s = 0.82$ จงทดสอบว่าในกลุ่มประชากร ความสัมพันธ์ของตัวแปรคู่นี้เป็นเชิงบวกหรือไม่ ที่ $\alpha = 0.01$

วิธีทำ H_0: ตัวแปรคู่ไม่มีความสัมพันธ์กัน

H_1: ตัวแปรคู่มีความสัมพันธ์กันในเชิงบวก

จากตาราง ที่ N = 12 และ $\alpha = 0.01$ แบบหางเดียว ค่าวิกฤต $r_s = 0.671$

ดังนั้น r_s จากตัวอย่าง = 0.82 > 0.671

จะปฏิเสธ H_0

นั่นคือยอมรับ H_1

ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ เมื่อ N > 10 เคนดาล์ลแนะนำให้ใช้ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$t = r_s\sqrt{\frac{N-2}{1-r_s^2}}$$ ซึ่งจะมีการแจกแจงแบบ t ที่ d.f = N-2

แต่เนื่องจากตาราง ให้ค่าวิกฤตของ r_s ที่ N = 4 จนถึง 50 ดังนั้นจะแนะนำให้ใช้ ตัวสถิติทดสอบ $Z = r_s\sqrt{N-1}$ ที่มีการแจกแจงประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งพบว่า เมื่อ N มีค่าใหญ่จะเหมาะสมกว่าการใช้ตัวสถิติ t

ตัวอย่างที่ 4 จากข้อมูลตัวอย่างขนาด N = 12 พบว่า $r_s = 0.62$ ให้ทดสอบนัยสำคัญของค่า r_s ว่าในกลุ่มประชากรตัวแปรคู่นี้มีความสัมพันธ์เชิงบวกหรือไม่ ที่ $\alpha = 0.05$

วิธีทำ จะใช้วิธีของ เคนดาล์ล เมื่อ N > 10

ดังนั้นค่า $Z = r_s\sqrt{N-1} = 0.62\sqrt{12-1} = 2.05$

จากตาราง Z พบว่าค่า Z $\geq$ 2.05 เกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็นน้อยกว่า 0.05 ดังนั้นปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ในกลุ่มประชากรตัวแปรคู่นี้มีความสัมพันธ์กันทางบวก

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ ค่าARE.ของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับของสเปียร์แมน เมื่อเทียบกับสัมประสิทธิ์ของเพียร์สันในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ พบว่ามีประสิทธิภาพเป็น 91%

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับของเคนดาล์ล

(The Kendall Rank Correlation Coefficient) ;τ

นอกจากวิธีการของสเปียร์แมนแล้ว วิธีการของเคนดาล์ล (Kendall) ก็เป็นอีกวิธีหนึ่งที่เป็นที่รู้จักและนิยมใช้กันพอสมควร ในกรณีที่ข้อมูลอยู่ในลักษณะของการจัดลำดับ โดยปกติใช้สัญลักษณ์ τ (tau) เป็นอักษรย่อ ข้อได้เปรียบของ τ เมื่อเปรียบเทียบกับ r_s คือสามารถนำไปหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางส่วน (Partial Coefficient) ซึ่งจะได้กล่าวถึงในตอนต่อไป

ตัวอย่าง สมมติว่ามีกรรมการ X และ Y ทำการตัดสินโครงการเสนอขอทุนวิจัยโดยให้กำหนดลำดับคุณภาพของโครงการตามลำดับ สมมติว่ากรรมการ X และ Y จัดลำดับโครงการเสนอขอทุนวิจัยของผู้ขอทุน 4 คน ดังนี้

ตารางที่ 1 การจัดลำดับตามโครงการของกรรมการ X และ Y

กรรมการ	โครงการ			
	ก	ข	ค	ง
กรรมการ X	3	4	2	1
กรรมการ Y	3	1	4	2

ถ้านำผลของการจัดลำดับของกรรมการ X มาจัดลำดับให้เป็นไปตามธรรมชาติ คือจาก 1,2,3,....,N (หรือจะใช้ผลของการจัดลำดับของกรรมการ Y มาจัดให้เป็นไปตามธรรมชาติก็ได้) และจัดลำดับคะแนนของกรรมการ Y ตามโครงการเสนอขอทุนวิจัย เราจะได้ตารางดังต่อไปนี้

ตารางที่ 2 การจัดลำดับโครงการโดยใช้กรรมการ X เป็นหลัก

กรรมการ	โครงการ			
	ง	ค	ก	ข
กรรมการ X	1	2	3	4
กรรมการ Y	2	4	3	1

หลังจากการจัดข้อมูลในลักษณะดังกล่าวแล้วจะหาความสอดคล้องกันของกรรมการ X และ Y เมื่อจัดลำดับของกรรมการ X อยู่ในลักษณะลำดับตามธรรมชาติแล้วจึงจะพิจารณาเฉพาะการจัดลำดับของกรรมการ Y ว่ามีกี่คู่ไม่เป็นไปตามการจัดลำดับที่ถูกตามธรรมชาติโดยพิจารณาทีละลำดับจากซ้ายสุดไปหาขวาสุด

ในการเปรียบเทียบคู่แรกระหว่าง 2 กับ 4 , 2 มาก่อน 4 เป็นลำดับที่ถูกต้องตามธรรมชาติได้คะแนน (+1) คู่ที่สองระหว่าง 2 กับ 3 ถูกต้อง ได้คะแนน +1 และ 2 กับ 1 ไม่ถูกต้องได้คะแนน (-1) คะแนนรวมในชั้นนี้คือ (+1) + (1) + (-1) = +1

ในการเปรียบเทียบลำดับต่อไป คือ 4 คู่แรกที่เปรียบเทียบคือ 4 กับ 3ไม่เป็นไปตาม ธรรมชาติ ได้คะแนน (-1) คู่ที่สอง 4 และ 1 ไม่ถูกต้องได้คะแนน (-1) คะแนนรวมในชั้นนี้คือ (-1) + (-1) = -2

ในการเปรียบเทียบลำดับต่อไปคือ 3 ซึ่งมีเพียงคู่เดียวที่เปรียบเทียบคือระหว่าง 3 กับ 1 ซึ่งไม่เป็นไปตามธรรมชาติ จะได้คะแนน -1

ผลรวมของการจัดลำดับของกรรมการ X และ Y ที่แตกต่างกัน คือ +1-2-1 =-2

หากกรรมการ X และกรรมการ Y ให้ลำดับเหมือนกัน กล่าวคือ ทุกลำดับที่ให้จะเป็นไปตามธรรมชาติ จำนวนคะแนนสูงสุดที่ควรจะได้ในกรณีนี้จะได้จากผลรวมของทุกคู่ลำดับที่มีการเปรียบเทียบ ซึ่งหากเป็นไปตามธรรมชาติจะติดเครื่องหมาย + หมด จะได้คะแนนรวม 6

การเปรียบเทียบระหว่างคะแนนสูงสุดที่พึงได้ในกรณีที่กรรมการทั้ง 2 สอดคล้องกันกับคะแนนที่ได้จริง จะแสดงให้เห็นถึงอัตราของความสอดคล้องกันถ้าสอดคล้องกันหมดควรจะมีค่าเท่ากับ 1 หรือกลับกันหมดในทางตรงข้ามก็ควรมีค่าเท่ากับ -1 ค่าที่ได้จากการเปรียบเทียบนี้เรียกว่า เคนดาล์ล เทา

$$\tau = \frac{\text{ค่าของผลรวมจริง}}{\text{ค่าผลรวมที่ควรจะได้สูงสุด}} = \frac{-2}{6} = -0.33$$

สูตรทั่วไปที่ใช้ในการคำนวณ τ อาจเขียนได้ดังนี้

$$\tau = \frac{2S}{N(N-1)}$$

S = ผลรวมของการเปรียบเทียบคู่ของลำดับทีละคู่เริ่มจากลำดับที่อยู่ซ้ายมือสุดโดยคิดเครื่องหมาย (ทำได้ตามวิธีที่ได้แสดงไว้ในตัวอย่างข้างต้น)

N = จำนวนตัวอย่าง

แทนค่าต่าง ๆ ที่ได้จากตัวอย่างลงในสูตรจะได้ผลดังนี้

$$\tau = \frac{-2}{\frac{1}{2}(4)(4-1)} = -0.33$$

ค่าที่คำนวณได้จากตัวอย่างแสดงให้เห็นว่า กรรมการ X และ Y มีความสอดคล้อง กันไม่มากและเป็นไปในทางตรงข้ามกัน

ตัวอย่างที่ได้แสดงมาแล้วข้างต้นเป็นกรณีที่กรรมการแต่ละคนจัดลำดับโครงการไม่ซ้ำกันเลย แต่หากมีการจัดลำดับซ้ำกันของกรรมการผู้ใดผู้หนึ่งหรือทั้งสองคน จำเป็นจะต้องแก้ไขปัญหาการซ้ำลำดับกัน โดยใช้สูตรแก้ไขเพิ่มเติม ดังนี้

$$\tau = \frac{2S}{\sqrt{N(N-1)-\tau_x\sqrt{N(N-1)-\tau_y}}}$$

ซึ่ง $\tau_x = \sum t(t-1), t$ คือจำนวนครั้งที่ซ้ำกันในแต่ละลำดับของ X

$\tau_y = \sum t(t-1), t$ คือจำนวนครั้งที่ซ้ำกันในแต่ละลำดับของ Y

สมมติว่ามีโครงการวิจัย 12 โครงการ กรรมการ X และ Y จัดลำดับความสมควรได้รับการสนับสนุนตามข้อมูลที่ปรากฏข้างล่างนี้

ตารางที่ 3 การจัดลำดับโครงการที่มีการซ้ำลำดับกัน

กรรมการ	โครงการ											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
กรรมการ X	3	4	2	1	8	11	10	6	7	12	5	9
กรรมการ Y	1.5	1.5	3.5	3.5	5	6	7	8	9	10.5	10.5	12

หลังจากการจัดลำดับให้เป็นไปตามธรรมชาติ โดยยึดกรรมการ X เป็นหลักและใส่ผลการจัดลำดับของกรรมการ Y ตามโครงการ จะได้ข้อมูลดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4 การจัดลำดับโครงการที่มีการซ้ำลำดับกันโดยใช้กรรมการ X เป็นหลัก

กรรมการ	โครงการ											
	4	3	1	2	11	8	9	5	12	7	6	10
กรรมการ X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
กรรมการ Y	3.5	3.5	1.5	1.5	10.5	8	9	5	12	7	6	10.5

ขั้นต่อไปคำนวณหาค่า S ซึ่งจะได้ดังนี้

$S = (8-2) + (8-2) + 2(8-2) + (1-5) + (3-3) + (2-3) + (4-0) +$
$(0-3) + \quad (1-1) + (1-0)$
$= 25$

เนื่องจาก X เรียงตามลำดับธรรมชาติ ค่าของ $\tau_x = 0$ แต่สำหรับ Y ซึ่งมีลำดับไม่เป็นไปตามธรรมชาติอยู่ 3 ลำดับ ๆ ละ 1 คู่ จึงต้องคำนวณหาค่า τ_y ได้ดังนี้

$\tau_y = \sum t(t-1)$
$\tau_y = [2(2-1) + 2(2-1) + 2(2-1)]$
$= 6$

จากนั้นแทนค่าทั้งหมดลงในสูตร

$$\tau = \frac{2S}{\sqrt{N(N-1) - \tau_x}\ \sqrt{N(N-1) - \tau_y}}$$

จะได้ #

$$\tau = \frac{2 \times 25}{\sqrt{12(12-1) - 0}\ \sqrt{12(12-1) - 6}} = 0.39$$

แต่ถ้าหากไม่มีการแก้ไข การจัดลำดับซ้ำ โดยคำนวณใช้สูตรปกติแล้ว τ = 0.38 จะเห็นได้ชัดว่าการแก้ไขมีผลต่อค่าตัวสัมประสิทธิ์ที่ได้น้อยมาก แต่อาจจะมีผลมากถ้ามีการซ้ำลำดับกันหลายลำดับในกรณีเช่นนี้สูตรที่มีการปรับแก้จะให้ค่า τ สูงมากกว่าสูตรที่ไม่ปรับ

ค่า τ จะมีค่าอยู่ในช่วง -1 ถึง +1 เช่นเดียวกับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อื่น ๆ ดังจะแสดงรายละเอียดดังนี้

จาก $\tau = \frac{2S}{N(N-1)}$

ให้ S = P-Q

เมื่อ P = จำนวนคู่ของตัวแปร y ที่เรียงลำดับตามธรรมชาติ

และ Q = จำนวนคู่ของตัวแปร y ที่เรียงลำดับไม่เป็นตามธรรมชาติ

จากข้อมูลตัวอย่างขนาด N ดังนั้นจำนวนคู่ทั้งหมด $\binom{N}{2} = \frac{N(N-1)}{2}$

กรณีที่ 1 ถ้า x_i และ y_i ทุกคู่เรียงตามธรรมชาติ คือมีข้อมูล ดังนี้

ลำดับที่

x_i	1	2	3	4	....	N
y_i	1	2	3	4	....	N

ดังนั้น $P = \frac{N(N-1)}{2}$

$Q = 0$

ดังนั้น $\tau = \frac{N(N-1)/2}{N(N-1)/2} = 1$

กรณีที่ 2 ถ้า x_i และ y_i ทุกคู่เรียงลำดับไม่เป็นตามธรรมชาติ คือมีข้อมูล ดังนี้

ลำดับที่

x_i	1	2	3	....	(N-1)	N
y_i	N	(N-1)	(N-2)	....	2	1

ดังนั้น $P = 0$

$Q = N(N-1)/2$

ดังนั้น $\tau = \frac{0-N(N-1)/2}{N(N-1)/2} = -1$

การทดสอบนัยสำคัญของค่า τ

ถ้า N < 10 ใช้ตาราง (การทดสอบหางเดียว) ที่แสดงความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่า τ ด้วยขนาดตัวอย่าง N ตัวอย่างการใช้ตาราง เป็นดังนี้ ถ้าใช้ N = 8 คำนวณได้ค่า τ = 0.357 เมื่อใช้ตาราง หา P (τ > 0.357) = 0.138 = p - value นำค่า p -value เทียบกับค่าระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้ล่วงหน้า ; α ถ้า p - value น้อยกว่าหรือเท่ากับค่า α จะปฏิเสธ H_0 นั่นคือตัวแปรคู่มีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันจากตัวอย่างนี้แสดงว่าตัวแปรคู่นี้เป็นอิสระกัน

และพบว่า ถ้าขนาดตัวอย่าง N > 10, τ จะมีการแจกแจงเข้าใกล้ปกติโดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนี้

$$E(\tau) = 0, \sqrt{V(\tau)} = \sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}} \#$$

ดังนั้นในการตั้ง H_0: ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างตัวแปร X,Y

H_1: มีความสัมพันธ์กันระหว่างตัวแปร X,Y

ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $Z = \frac{\tau - 0}{\sqrt{2(2N+5)/9N(N-1)}}$

การหาค่า อาณาเขตวิกฤต หาจากค่า Z

ตามตัวอย่างข้างต้นจากตาราง 4 ถ้าทำการทดสอบสมมติฐาน คือ

H_0: ในกลุ่มประชากรตัวแปรคู่นี้ไม่มีความสัมพันธ์กัน

H_1: ในกลุ่มประชากรตัวแปรคู่นี้มีความสัมพันธ์กัน

ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ $Z - \frac{\tau}{\sqrt{2(2N+5)/9N(N-1)}}$

$$= \frac{0.39}{\sqrt{\frac{2(24+5)}{108(12-1)}}}$$

$$= \frac{0.39}{\sqrt{\frac{58}{1188}}} = \frac{0.39}{0.2209} = 1.765$$

กำหนด $\alpha - 0.05$ อาณาเขตวิกฤต คือ Z > 1.96 หรือ Z < -1.996

ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤต ยอมรับ H_0

นั่นคือในกลุ่มประชากร ตัวแปร X และ Y นี้ไม่มีความสัมพันธ์กัน

เปรียบเทียบค่า r_s กับ τ

ค่า τ จะเป็นตัวประมาณแบบไม่เอนเอียง (unbiased estimator) ของค่าพารามิเตอร์ในขณะที่ r_s ไม่มีคุณสมบัติข้อนี้ สำหรับข้อมูลชุดเดียวกัน คำนวณค่า r_s กับ τ ได้ค่าไม่เท่ากัน เช่น ข้อมูลชุดเดียวกันชุดหนึ่งคำนวณ τ = 0.67 ขณะที่ค่า r_s = 0.82 ดังนั้นจึงไม่สามารถนำค่าทั้งสองมาเปรียบเทียบกันได้ แต่ค่าสถิติทั้งสองมีความสัมพันธ์กันในรูปอสมการต่อไปนี้

$$-1 < 3\tau - 2r_s \leq 1$$

แต่อย่างไรก็ตามค่าสัมประสิทธิ์ทั้งสองสามารถใช้ทดสอบในกลุ่มประชากรได้โดยการปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญเดียวกัน ดังนั้นจึงมีอำนาจการทดสอบ (power of the test) เท่ากัน เช่น ข้อมูลตัวอย่างชุดหนึ่ง คำนวณค่า τ = 0.67 ด้วย N = 12 คำนวณค่า Z = 3.03 ซึ่งพบว่าจะปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = 0.0012$ และถ้าคำนวณค่า r_s จะได้ .82 ทดสอบด้วย Z จะได้ Z = 2.72 จาก ตาราง Z พบว่า $Z \geq 2.72$ เกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็น = .0033 ดังนั้นค่า τ และ r_s จากข้อมูลชุดเดียวกัน จะให้ค่า p - value ที่ใกล้เคียงกันสามารถสรุปรายละเอียด ได้ดังนี้

1. ถ้าใช้มือคำนวณ วิธีการของ τ ค่อนข้างน่าเบื่อกว่า r_s
2. การแแจกแจงของ τ ประมาณด้วยการแจกแจงปกติได้ดีกว่า r_s นั่นคือถ้าตัวอย่างขนาดปานกลาง τ จะเป็น reliable test statistic
3. การทดสอบนัยสำคัญของความสัมพันธ์ ของสถิติทดสอบทั้ง 2 มี ARE เท่ากันเมื่อ เทียบกับการทดสอบด้วย Pearson moment Product
4. จากข้อมูลตัวอย่าง 1 ชุดค่า r_s และ τ ที่คำนวณได้จะต่างกัน แต่การทดสอบนัยสำคัญจะให้การตัดสินใจเหมือนกัน
5. τ เป็นตัวประมาณแบบไม่เอนเอียงของตัวพารามิเตอร์ของประชากรในขณะที่ r_s ไม่มีคุณสมบัตินี้
6. Strahan ศึกษาพบว่า เมื่อสุ่มตัวอย่างจากประชากรปกติ ค่า r_s จะมีค่าใกล้ r ดังนั้น r_s^2 เข้าใกล้ r^2 (สัมประสิทธิ์ การตัดสินใจ, coeffieient of determination) ซึ่งวัดค่าสัดส่วนของความแปรผันของตัวแปรตามซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยตัวแปรอิสระ

การศึกษาของ Fieller เปรียบเทียบ r_s + τ ดังนี้

r_s และ τ ใช้วัดค่าแนวโน้มได้คล้าย วิธีของ Cox - Stuart จากข้อมูล time series ให้ X = เวลา Y = ข้อมูล ที่เป็น ordinal

ถ้าเวลาผ่านไป $y \rightarrow$ เพิ่มขึ้น แสดงว่ามีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ถ้าเวลาผ่านไป $y \rightarrow$ ลดลง แสดงว่ามีแนวโน้มลดลง

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ จะมีคุณสมบัติเหมือนกับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับของสเปียร์แมน

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับบางส่วนของเคนดาล์ล

(The Kendall Partial Rank Correlation Coefficient) ; $\tau_{xy.z}$

ค่าสัมประสิทธิ์ τ นอกจากจะใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัวแล้ว ในบางครั้งในการวิจัย อาจจะมีปัญหาว่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองนั้นอาจจะเกิดจากการที่ตัวแปรทั้งสองนั้นไปมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตัวที่สาม เช่นความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของเด็กกับความสามารถของเด็กในการจำศัพท์ อาจจะเป็นเพราะว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กับอายุ ดังนั้น เพื่อที่จะศึกษาดูว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันเองหรือไม่ เราก็จำต้องควบคุมตัวแปรที่สาม คือ อายุ ให้คงที่ไว้

สถิติที่ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรประเภทจัดอันดับที่สามารถนำตัวแปรตัวที่สามมาวิเคราะห์หรือควบคุมให้คงที่ได้ ที่นิยมและเป็นที่ยอมรับกันอย่างกว้างขวาง คือ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับบางส่วนของเคนดาล์ล (Kendall's Partial Rank Correlation Coefficient)

สมมติว่าเรามีตัวอย่าง 4 คน และจัดลำดับบุคคลทั้ง 4 ตามลักษณะ 3 อย่าง สมมติให้เป็น x,y และ z และผลปรากฏตามตารางข้างล่างนี้

ตารางที่ 1 การจัดลำดับตามตัวแปร 3 ตัว

ลักษณะ	ตัวอย่าง			
	ก	ข	ค	ง
z	1	2	3	4
x	3	1	2	4
y	2	1	3	4

ถ้าเราพิจารณาจำนวนคู่ที่ควรจะจัดได้จากตัวอย่าง 4 ตัวอย่าง เราจะได้ ${}^4C_2$ คู่ สมมติว่าการจับคู่ได้ผลดังนี้ (ก,ข) (ก,ค) (ก,ง) (ข,ค) (ข,ง) (ค,ง) หากการเปรียบเทียบจัดลำดับของแต่ละคู่ปรากฏว่าถ้าลำดับต่ำกว่าอยู่หน้าลำดับสูงกว่าจะได้เครื่องหมาย + และคู่ใดที่มีลำดับสูงกว่า อยู่หน้าลำดับต่ำกว่าจะได้เครื่องหมาย - ตามตัวอย่างจะได้ผลการจัดคู่และเปรียบเทียบลำดับ ตามตาราง 2 ดังนี้

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบการจัดลำดับทีละคู่ของตัวแปร 3 ตัว

ลักษณะ	ตัวอย่าง					
	(ก,ข)	(ก,ค)	(ก,ง)	(ข,ค)	(ข,ง)	(ค,ง)
z	+	+	+	+	+	+
x	-	-	+	+	+	+
y	-	+	+	+	+	+

ข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในตาราง 2 เราอาจนำมาสรุปย่อ โดยใช้ตารางในลักษณะที่แสดง อยู่ในตาราง 3 ดังนี้

ตารางที่ 3 การจัดลำดับหาความสัมพันธ์โดยมีตัวแปรตัวที่ 3 ควบคุม

	คู่ Y ที่มีเครื่องหมายเหมือน Z	คู่ Y ที่มีเครื่องหมายไม่เหมือน Z	ยอดรวม
คู่ X ที่มีเครื่องหมายเหมือน Z	a 4	b 0	4=(a+b)
คู่ X ที่มีเครื่องหมายไม่เหมือน Z	c 1	d 1	2=(c+d)
ยอดรวม	(a+c) 5	(b+d) 1	6

ค่าของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับบางส่วนของเคนดาล์ล กำหนดโดยใช้สูตรดังต่อไปนี้

$$\tau_{xy.z} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+d)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

#

เมื่อแทนค่าต่าง ๆ ที่ได้แสดงไว้ในตารางจะได้ผลดังนี้

$$\tau_{xy.z} = \frac{(4)(1)-(0)(1)}{\sqrt{(4)(2)(5)(1)}} = 0.63$$

ซึ่งหมายความว่า ความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y จะมีค่าเท่ากับ 0.63 เมื่อกำหนดให้ z มีค่าคงที่ สูตรที่ใช้ในการคำนวณนี้ในบางครั้งก็เรียกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ฟาย (Phi coefficient)

อย่างไรก็ตามการนำสูตรและวิธีการคำนวณดังกล่าวมาใช้กับกรณีที่มีจำนวนตัวอย่างมากจะเป็นการยุ่งยากสับสนไม่น้อยเพราะจำนวนคู่ที่จะจัดได้จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว เคนดาล์ลได้เสนอสูตรที่ง่ายกว่า คือ

$$\tau_{xy.z} = \frac{\tau_{xy} - \tau_{xz}\tau_{yz}}{\sqrt{(1-\tau^2_{xz})(1-\tau^2_{yz})}}$$

จากการคำนวณค่าของ τ_{xy}, τ_{xz} และ τ_{yz} ตามวิธีข้างต้นที่ได้แสดงมาแล้วจะได้

$$\tau_{xy} = 0.67\,, \tau_{yz} = 0.67\,, \tau_{xz} = 0.33$$

ดังนั้น

$$\tau_{xy.z} = \frac{(0.67) - (0.67)(0.33)}{\sqrt{(1-(0.33)^2)(1-(0.67)^2)}} = \frac{0.4489}{0.7001} = 0.63$$

การทดสอบนัยสำคัญของค่า $\tau_{xy.z}$

ถ้า N < 20 ใช้ตารางที่ 20 เพื่อหาค่าวิกฤตของ $\tau_{xy.z}$ ที่ระดับนัยสำคัญหนึ่ง ๆ (การทดสอบหางเดียว) และสามารถทดสอบสองหางได้เช่นกัน

ตัวอย่างการใช้ตารางคือ ถ้าเลือกค่า $\alpha = 0.05$ และ N = 11 จากข้อมูลตัวอย่างคำนวณค่า $\tau_{xy.z} = 0.48$ สมมติฐานที่ต้องการทดสอบคือ

H_0: ตัวแปร x และ y เป็นอิสระกัน (เมื่อกำหนดให้ตัวแปร z คงที่)

H_1: ตัวแปร x และ y ไม่เป็นอิสระกัน (เมื่อกำหนดให้ตัวแปร z คงที่)

เปิดค่าวิกฤตที่ค่า $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ (เนื่องจากเป็นการทดสอบสองทาง) ที่ N = 11ได้ค่า วิกฤต = 0 .453 ซึ่งพบว่า $\tau_{xy.z}$ จากตัวอย่าง = 0.48 มีค่าใหญ่กว่าค่าวิกฤต ดังนั้นจึงปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = 0.05$ นั่นคือตัวแปร x และ y สัมพันธ์กันเมื่อกำหนดให้ตัวแปร Z คงที่

ในกรณีที่ N > 20 (ตาราง ยังคงให้ค่า N > 20 แต่เฉพาะบางค่าระหว่าง N = 20 ถึง N = 90) สามารถประมาณการแจกแจงของค่า $\tau_{xy.z}$ ได้ด้วยการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย = 0 และความแปรปรวนคือ

$$\sigma^2_{\tau_{xy.z}} = \frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}$$

เมื่อต้องการทดสอบ H_0: ตัวแปร x และ y เป็นอิสระกัน (เมื่อกำหนดให้ตัวแปร Z คงที่) สามารถใช้ตัวสถิติทดสอบ Z ดังนี้

$$Z = \frac{3\tau_{xy.z}\sqrt{N(N-1)}}{\sqrt{2(2N+5)}} \sim N(0,1)$$
#

สามารถหาค่าวิกฤต หรือค่า p – value จากตารางแจกแจงปกติมาตรฐานตารางที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าสมมติว่าความสัมพันธ์ของสองตัวแปรจากกลุ่มตัวอย่างชุดหนึ่งขนาด 12 มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเคนดาล์ลคือ $\tau_{xz} = 0.39$ แต่ทั้งสองตัวแปรดังกล่าวมีความสัมพันธ์กับอีกหนึ่งตัวแปร ; y ด้วยค่า $\tau_{xy} = 0.67$ และ $\tau_{zy} = 0.36$ จงหาผลสรุปว่าตัวแปร x และ z มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ในกลุ่มประชากร เมื่อกำหนดให้ตัวแปร y คงที่

วิธีทำ ก่อนอื่นหาค่า $\tau_{xz.y}$ ก่อน จากสูตร

$$\tau_{xz.y} = \frac{\tau_{xz} - \tau_{xy}\tau_{zy}}{\sqrt{(1-\tau^2_{xy})(1-\tau^2_{zy})}}$$

$$= \frac{0.39-(0.67)(0.36)}{\sqrt{(1-(0.67)^2)(1-(0.36)^2)}} = 0.21$$

และทดสอบสมมติฐาน

H_0: ตัวแปร x และ z เป็นอิสระกัน(เมื่อกำหนดให้ตัวแปร y คงที่)

H_1: ตัวแปร x และ z ไม่เป็นอิสระกัน(เมื่อกำหนดให้ตัวแปร y คงที่)

จาก N = 12 สามารถใช้ตาราง ได้ หาค่า p - value ของค่า $\tau_{xz.y} = 0.21$ พบว่า $0.10 \leq p \leq 0.20$#

ดังนั้นยอมรับ H_0 นั่นคือ ตัวแปร x และ z ไม่มีความสัมพันธ์กันเมื่อกำหนดให้ตัวแปร y คงที่

ข้อควรระวังในการใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางส่วน

การใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางส่วน ผู้ใช้พึงระมัดระวังในการคำนวณค่าและการแปลผล ถ้าต้องการวิเคราะห์หาอิทธิพลที่ตัวแปรหนึ่งจะมีต่อความสัมพันธ์ของอีก 2 ตัวแปร เพื่อจะแสดงว่าความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรมีค่าไกล่เกลี่ยกันด้วยตัวแปรที่สาม $\tau_{xy.z} \approx 0$ หรือเพื่อแสดงว่าตัว

แปรที่สามมีอิทธิพลน้อยมากต่อความสัมพันธ์ของสองตัวแปร ($\tau_{xy.z} \approx \tau_{xy}$) ควรจะมีความรู้ที่ทราบล่วงหน้าเกี่ยวกับความสัมพันธ์

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน

(Pearson Product Moment correlation coefficient) ; r

ถ้าตัวแปรสุ่ม X และ Y มีค่าแบบ**ปริมาณต่อเนื่อง** (มาจากมาตราวัดแบบอันตรภาค หรืออัตราส่วน)**ที่มีการแจกแจงแบบปกติ** สามารถวัดความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงระหว่างสองตัวแปรด้วยสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน ซึ่งมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

หรือ
$$r = \frac{\sum x_i y_i - n\overline{xy}}{\sqrt{\left[\sum x_i^2 - n\bar{x}^2\right]\left[\sum y_i^2 - n\bar{y}^2\right]}}$$

หรือ
$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{\left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right]\left[\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}\right]}}$$

ตัวอย่างที่ 1 ในการศึกษาเพื่อวิเคราะห์ถึงความสัมพันธ์ระหว่างค่าโฆษณาและกำไรของบริษัทการค้าแห่งหนึ่ง จึงทำการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นจำนวน 7 เดือน ได้ข้อมูลดังนี้

เดือน	**ค่าโฆษณา (พันบาท)**	**กำไร (พันบาท)**
เดือนที่ 1	110	250
เดือนที่ 2	135	300
เดือนที่ 3	150	310
เดือนที่ 4	200	400
เดือนที่ 5	215	420
เดือนที่ 6	220	430
เดือนที่ 7	230	440

ก. จงคำนวณหาสัมประสิทธิ์เชิงเส้นตรงอย่างง่ายระหว่างค่าโฆษณาและกำไร

ข. ถ้าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างง่ายระหว่างกำไรและสินค้าคงคลัง = -.63 และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างง่ายระหว่างกำไรและจำนวนเซลแมน 0.78 จงพิจารณาว่าระหว่างค่าโฆษณา สินค้าคงคลัง จำนวนเซลแมน ส่วนประกอบใดจะมีผลทำให้กำไรของบริษัทเพิ่มขึ้นมากที่สุด จงให้เหตุผลประกอบ

วิธีทำ

ให้ Y = ค่าโฆษณา X = กำไร จากข้อมูลที่โจทย์ให้มาจะได้ว่า

$$\sum(X_i-\overline{X})^2 = 34572 \qquad \sum(Y_i-\overline{Y})^2 = 133550$$

$$\sum X_i Y_i = 480600 \qquad \overline{X} = 364 \qquad \overline{Y} = 180$$

ก. จากสูตร

$$r = \frac{\sum X_i Y_i - n\overline{X}\overline{Y}}{\sqrt{\sum(X_i-\overline{X})^2\sum(Y_i-\overline{Y})^2}}$$

$$= \frac{480600-7(364)(180)}{\sqrt{(34572)(133550)}}$$

$$= \frac{21960}{6794.176}$$

$= .32318$

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงเส้นตรงอย่างง่ายระหว่างค่าโฆษณาและกำไร = .32318

ข. ต้องการทราบว่าตัวแปรใดคือค่าโฆษณา หรือสินค้าคงคลัง หรือจำนวนเซลแมนจะมีผลต่อกำไรมากที่สุด พิจารณาได้จากค่า r ที่แสดงความสัมพันธ์ของกำไรกับตัวแปรใด ๆ แต่ละคู่ คือ

r โฆษณา , กำไร = .32318

r สินค้าคงคลัง , กำไร = -.63

r จำนวนเซลแมน , กำไร = 0.78

แต่เนื่องจากมี r บางค่าเป็น – ดังนั้น ให้พิจารณาจากเทอม $|r|$ ว่าค่าใดมีค่ามากที่สุด จะได้

$|r|$ จำนวนเซลแมน , กำไร = 0.78

ดังนั้น จำนวนเซลแมนเป็นส่วนประกอบที่สำคัญที่จะทำให้บริษัทมีกำไรเพิ่มขึ้นมากที่สุด เพราะความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองมีค่าสูงเข้าใกล้ค่า 1 และความสัมพันธ์มีในลักษณะเชิงบวก

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

หลังจากคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จากข้อมูลตัวอย่างได้แล้ว จำเป็นต้องทำการสรุปผลถึงกลุ่มประชากร โดยทั่วไปมักนิยมใช้ขบวนการ ทดสอบสมมติฐาน เพื่อหาผลสรุปในกลุ่มประชากรว่าแท้จริงแล้วตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันจริงหรือไม่

ถ้าให้สัญญลักษณ์ ρ แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของข้อมูลจากกลุ่มประชากร ในกรณีนี้จะทดสอบว่า $\rho = 0$ หรือไม่ ทั้งนี้เพราะถ้า X ไม่มีความสัมพันธ์กับ Y หรือ X ไม่ สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของ Y ได้ แล้ว ρ ย่อมเท่ากับ 0 เสมอ สมมติฐานที่ตั้ง คือ

$H_0 \quad : \quad \rho = 0$

$H_1 \quad : \quad \rho \neq 0$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

$$t = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}} \sim t_{n-2}$$

นอกจากนี้ยังอาจทดสอบว่า X และ Y มีความสัมพันธ์เชิงบวกหรือลบหรือไม่ สมมติฐานที่ตั้ง คือ

H_0 : $\rho = 0$

H_1 : $\rho > 0$ เมื่อต้องการทดสอบว่า X และ Y มีความสัมพันธ์เชิงบวก

หรือ H_1 : $\rho < 0$ เมื่อต้องการทดสอบว่า X และ Y มีความสัมพันธ์เชิงลบ

ตัวสถิติที่ทดสอบยังคงเช่นเดิม คือ

$$t = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}} \sim t_{n-2}$$

แต่การหาอาณาเขตวิกฤตจะแตกต่างกัน คือ หาเฉพาะทางขวาหรือทางซ้ายเท่านั้น

ตัวอย่างที่ 2 ถ้ากำหนดให้ X เป็นปริมาณของแก๊ซชนิดหนึ่งซึ่งมีหน่วยเป็นลูกบาศก์นิ้ว และ Y เป็นแรงดันของแก๊ซชนิดนี้มีหน่วยเป็นปอนด์ต่อตารางนิ้ว ได้เส้นถดถอยเชิงเส้นเพื่อประมาณแรงดันโดยเฉลี่ย เมื่อกำหนดปริมาตรเป็นดังนี้

$$Y = 19.44 - 0.46X$$

ถ้า $n = 7$ และ $r = 0.546$ จงทดสอบว่าแรงดันและปริมาตรของแก๊ซชนิดนี้มีความสัมพันธ์กันแบบสมการเส้นตรงหรือไม่ เมื่อใช้ระดับนัยสำคัญ 10%

วิธีทำ

ทดสอบว่าแรงดันและปริมาตรของแก๊ซชนิดนี้มีความสัมพันธ์กัน จะทดสอบโดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ดังนี้

H_0 : $\rho = 0$

H_1 : $\rho \neq 0$

กำหนด $\alpha = 0.10$ ดังนั้น อาณาเขตวิกฤต คือ

$t > 2.01$

หรือ $t < -2.01$

ตัวสถิติที่ทดสอบ คือ

$$t = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}}$$

จากข้อมูลตัวอย่างจะได้

$$t = \frac{0.546}{\sqrt{\frac{1-(0.546)^2}{7-2}}}$$

$$= \frac{1.221}{.8374}$$

$$= 1.457$$

ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤต ดังนั้น ยอมรับ H_0

สรุปได้ว่า ที่ระดับนัยสำคัญ 10% แรงดันและปริมาตรของแก็ซชนิดนี้ไม่มีความสัมพันธ์กันในลักษณะของสมการเส้นตรง

ตัวอย่างที่ 3 การศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิที่ใช้อบกระเบื้องกับแผ่นกระเบื้องที่เสีย โดยทดลองอบกระเบื้องเมื่อใช้อุณหภูมิในช่วงค่าหนึ่งเป็นจำนวน 11 ครั้ง จากสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ที่ประมาณได้ค่า = 0.96 จะสรุปได้หรือไม่ว่าเมื่อใช้อุณหภูมิต่ำจะมีแนวโน้มที่จะได้แผ่นกระเบื้องที่เสียเป็นจำนวนน้อย และเมื่อใช้อุณหภูมิสูงจะมีแนวโน้มที่จะได้แผ่นกระเบื้องที่เสียเป็นจำนวนมาก ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ

โจทย์ต้องการให้สรุปว่า เมื่อ X มีค่าต่ำ Y จะมีค่าต่ำด้วย และถ้า X มีค่าสูง Y จะมีแนวโน้มที่จะสูงด้วย ซึ่งคือความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน หรือทางบวก ดังนั้นจะทดสอบด้วยค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ว่ามีค่ามากกว่า 0 หรือไม่ ดังนี้

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho > 0$$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

$$t = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}} \sim t_{n-2}$$

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ ได้ค่า r = 0.96

ดังนั้น

$$t = \frac{0.96}{\sqrt{\frac{1-(.96)^2}{11-2}}}$$

$$= \frac{0.96}{.093}$$

$$= 10.32$$

อาณาเขตวิกฤตคือ $t > t_{.05,9}$

คือ $t > 1.83$

ตกในอาณาเขตวิกฤต คือ ปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

หมายความว่า $\rho > 0$ คือ อุณหภูมิที่ใช้ในการอบกระเบื้องมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับจำนวนแผ่นกระเบื้องที่เสีย ที่ระดับนัยสำคัญ 5%

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ Point Biserial

ในกรณีที่ตัวแปรสุ่มสองตัวแปร ที่ต้องการศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างกันนั้น ถ้าตัวแปรหนึ่ง (Y) มีค่าเป็นไปได้ 2 อย่างเท่านั้น (Dichotomous Data) เช่น เพศ (ชายและหญิง) สถานภาพการมีงานทำ (มีงานทำ, ว่างงาน) ความเห็น (เห็นด้วย, ต่อต้าน หรือ ถูก, ผิด) ผลการรักษา (ตาย, รอด) ซึ่งสามารถให้ค่าเป็น 0 และ 1 ได้ (แต่ไม่มีความหมายในแง่ของ ordinal) และอีกตัวแปรหนึ่ง (X) มีค่าแบบช่วง (Interval Scale) ที่ไม่ได้จัดกลุ่ม เช่น คะแนนสอบที่ได้

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ Point Biserial R_{pb} กำหนดได้ดังนี้

$$R_{pb} = \sqrt{\frac{n_1 n_0}{n}} \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_0}{\sqrt{\sum(X-\overline{X})^2}}$$

เมื่อ n_1 = จำนวนของค่าสังเกตุ Y ที่มีค่า 1

n_0 = จำนวนของค่าสังเกตุ Y ที่มีค่า 0

$\overline{X}_1$ = ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตุ x_i จากคู่ที่มีค่า y_i เป็น 1

$\overline{X}_0$ = ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตุ x_i จากคู่ที่มีค่า y_i เป็น 0

ตัวอย่าง จากตัวอย่างสุ่ม 10 คน จากนักศึกษาชายและหญิง ที่สอบวัดความเข้าใจทางวิทยาศาสตร์ ได้คะแนนดังนี้ และให้เพศของนักศึกษาแทนด้วย 0 คือ เพศชาย และ 1 คือเพศหญิง

นักศึกษาคนที่	คะแนนที่ได้	เพศ
1	92	0
2	85	1
3	90	0
4	80	1
5	76	1
6	74	1
7	88	0
8	83	0
9	72	1
10	98	1

จงหาความสัมพันธ์ระหว่างเพศกับคะแนนวัดความเข้าใจทางวิทยาศาสตร์ จากข้อมูลชุดนี้

วิธีทำ

จากข้อมูลจะได้ $n_0 = 4$, $\overline{X}_0 = \dfrac{92+90+88+83}{4} = 88.25$

$n_1 = 6$, $\overline{X}_1 = \dfrac{85+80+76+74+72+98}{6} = 80.83$

$\overline{X} = \dfrac{838}{10} = 83.8$

$$\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2 = 637.6$$

ดังนั้น $R_{pb} = \sqrt{\dfrac{6\times4}{10}}\left(\dfrac{80.83-88.25}{\sqrt{637.6}}\right)$

$= -.455$

แสดงว่าตัวอย่างชุดนี้ ความสัมพันธ์ระหว่างเพศและคะแนนความเข้าใจทางวิทยาศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันปานกลาง ด้วยทิศทางตรงกันข้าม คือ เพศหญิง (Y = 1) จะได้คะแนนต่ำ

สำหรับการทดสอบสมมติฐานในกลุ่มประชากรถึงค่าสัมประสิทธิ์ที่เป็น 0 สามารถใช้สถิติทดสอบ

คือ $t = R_{pb}\sqrt{\frac{n_1 + n_0 - 2}{1 - R_{pb}^2}}$ ที่มีการแจกแจงแบบที ที่ d.f = $n_1 + n_0 - 2$

Cohen's Kappa Statistic แบบ 2 Raters

ผู้ประเมิน 2 คนจะนับจำนวนผู้ถูกประเมินลงในกลุ่มย่อยขนาด m*m โดยตารางข้อมูลตัวอย่างจะเป็นดังนี้

ผู้ประเมินคนที่ 1	ผู้ประเมินคนที่ 2 กลุ่มย่อย 1 2 . ... m
กลุ่มย่อย 1 กลุ่มย่อย 2 . . . . m	

ความถี่ในเซลต่างๆ คือ จำนวนครั้งที่ ผู้ประเมินคนที่ 1 และ 2 มีความเห็นเหมือนกันในการจัดหน่วยตัวอย่างลงในกลุ่มย่อย หนึ่งๆ เช่น ความเห็นของจิตแพทย์ 2 คน (Psychiatrist) ที่จำแนกคนไข้กลุ่มหนึ่งจำนวน 30 คนลงใน 3 กลุ่มของชนิดโรคจิต คือ Endogenous depression; ED

Reactive depression; RD

Obsessional neurosis; ON

จิตแพทย์ A	จิตแพทย์ B			t_i = ผลรวม
	ED	RD	ON	
ED	10	-	-	10
RD	-	10	-	10
ON	-	-	10	10
U_i=ผลรวม	10	10	10	n = 30

หมายความว่าจิตแพทย์ทั้ง 2 มีความเห็นสอดคล้องกันอย่างสมบูรณ์

การจัดกลุ่มทาง แถวนอน และ แถวตั้งแม้จะไม่มีลักษณะเป็นลำดับที่ของกลุ่ม (Ordinal Scale) แต่ควรจัดให้เหมือนกันทั้งทาง แถวนอน และ แถวตั้ง (คือถ้าจัดจาก ED RD และ ON ทางแถวนอน ก็ควรจะจัดเช่นนี้ทาง แถวตั้ง (และอาจสลับที่กลุ่มย่อยแบบใดๆ ก็ได้ แต่ทางแถวนอน และแถวตั้งควรจัดเหมือนกัน)

$$\text{สถิติ} \quad K = \frac{nD - \sum t_i U_i}{n^2 - \sum t_i U_i}$$

เมื่อ n = จำนวนความถี่ทั้งหมดในตาราง

D = ผลรวมความถี่ในเส้นทะแยงมุมของตาราง

t_i = ผลรวมความถี่ใน แถวนอนที่ i

U_i = ผลรวมความถี่ใน แถวตั้ง ที่ i

จากตัวอย่างจิตแพทย์

$$K = \frac{30(30) - (10\times10+10\times10+10\times10)}{900 - 300} = 1$$

ซึ่งแสดงถึง ความสอดคล้องกันอย่างสมบูรณ์

หลักการนี้ นอกจากจะใช้วัดความสอดคล้องของ 2 ผู้ประเมิน แล้วยังอาจใช้วัด Reliability ของ 2 test ซึ่งวัดจากหน่วยทดลอง n สิ่ง โดยจัดลงในกลุ่มย่อยต่างๆ

ตัวอย่าง Pathologist 2 ท่าน คือ X และ Y ได้จำแนก 118 slides เพื่อแสดงถึงการมี carcinoma of the uterine cervise อย่างเป็นอิสระโดยผลจำแนกเป็น 4 ระดับ คือ

1. negative
2. atypical aquamous hyperplasia

3. carcinoma in situ

4. aquamous or invasive carcinoma

ได้ข้อมูลดังตารางต่อไปนี้

Pathologist X	Pathologist Y				รวม
	1	2	3	4	
1	22	2	2	0	26
2	5	7	14	0	26
3	0	2	36	0	38
4	0	1	17	10	28
รวม	27	12	69	10	118

จงวัดความสอดคล้องของแพทย์ทั้ง 2 ท่าน

วิธีทำ

จาก $K = \dfrac{nD - \sum t_i U_i}{n^2 - \sum t_i U_i}$

$$= \frac{118(22+7+36+10)-(26\times 27+26\times 12+38\times 69+28\times 10)}{118^2-(26\times 27+26\times 12+38\times 69+28\times 10)}$$

$= .493$

หมายความว่าแพทย์ทั้ง 2 ท่าน มีความเห็นสอดคล้องกันในระดับปานกลาง

สรุป ค่า Kappa ต้องใช้กับข้อมูลที่เป็น Nominal ไม่ใช่ Ordinal แต่ค่า Kappa ยังมีข้อด้อยคือ จากตารางบางชนิด อาจคำนวณได้ค่า Kappa เป็นลบได้ ในกรณีนี้การหาค่า Kappa เพียงอย่างเดียว อาจจะไม่เพียงพอที่จะอธิบายถึงความสอดคล้อง จำเป็นต้องศึกษาในขั้นสูงต่อไป เช่น การสร้างโมเดล แสดงความสอดคล้องกัน

Cohen's Kappa Statisticแบบ K Raters

ถ้าเป็นสถานการณ์ที่ หน่วยทดลองไม่ได้ถูกจัดลำดับ แต่ถูกจัดลงกลุ่มต่างๆ (categories) เช่น ในกลุ่มนักจิตวิทยา k คนจัดผู้ป่วย N คน ในกลุ่มการรักษาต่างๆ (treatment) หรือในกลุ่มของชนิดของโรคจิต โดยนักจิตวิทยาแต่ละคนจะเป็นอิสระกัน และจัดผู้ป่วยแต่ละคนเป็นอิสระต่อกัน ในการจัดกลุ่มการรักษา ต้องการวัดว่านักจิตวิทยาทั้ง k คน มีความเห็นสอดคล้องกันหรือไม่ ในการจัดผู้ป่วยทั้ง N คน ในการรักษาแบบต่างๆ (กลุ่มต่างๆ)

จะใช้สถิติที่เรียกว่า "Kappa statistic" หรือ Cohen's kappa statistic

วิธีการ **ถ้ามี N หน่วยตัวอย่าง ซึ่งจะถูกกำหนดโดยผู้ประเมิน k คนให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง จาก m กลุ่มโดย m กลุ่มนี้จะมีลักษณะเป็น นามบัญญัติ ข้อมูลที่ได้สามารถจัดลงตารางดังนี้**

หน่วยตัวอย่าง	กลุ่ม(categories)						ค่า S_i
	1	2	. . .	j	. . .	m	
1	n_{11}	n_{12}	. . .	n_{1j}	. . .	n_{1m}	S_1
2	n_{21}	n_{22}	. . .	n_{2j}	. . .	n_{2m}	S_2
3	n_{31}	n_{32}	. . .	n_{3j}	. . .	n_{3m}	S_3
.	.	.	. . .	.	. . .	.	.
.	.	.	. . .	.	. . .	.	.
.	.	.	. . .	.	. . .	.	.
i	n_{i1}	n_{i2}	. . .	n_{ij}	. . .	n_{im}	S_i
.	.	.	. . .	.	. . .	.	.
.	.	.	. . .	.	. . .	.	.
.	.	.	. . .	.	. . .	.	.
N	n_{N1}	n_{N2}	. . .	n_{Nj}	. . .	n_{Nm}	S_N
ผลรวม	C_1	C_2	…	C_j	…	C_m	N_k

เมื่อ n_{ij} = จำนวนผู้ประเมิน ที่กำหนดให้ หน่วยตัวอย่าง ที่ i ลงในกลุ่มที่ j เนื่องจากผู้ประเมินแต่ละคนกำหนดให้แต่ละ หน่วยตัวอย่าง ลงในกลุ่มใดๆ ดังนั้นผลรวมทาง แถวนอน ต้องเท่ากับ k ในทุกแถวนอน ส่วนผลรวมทางคอลัมน์จะเท่ากับ $C_j = \Sigma\, n_{ij}$

ถ้าผู้ประเมิน มีความเห็นสอดคล้องกันอย่างสมบูรณ์ ค่าความถี่ n_{ij} ในบางเซล ควรมีค่า = k และในเซลอื่นๆ (ในแถวนอนนั้น) จะมีค่าความถี่เท่ากับ 0 แต่ถ้าไม่มีความเห็นสอดคล้องกัน ค่าความถี่ในเซลต่างๆ (ในแถวนอนหนึ่งๆ) ควรมีค่าเป็นอย่างสุ่ม (random)

ค่าสถิติ Kappa จะเป็นค่าอัตราส่วน ของความน่าจะเป็นที่คาดว่าจะเป็น เมื่อ H_0 เป็นจริง (มีความเป็นอิสระกัน) กับ ความน่าจะเป็นที่สูงสุด

$$K = \frac{P(A) - P(E)}{1 - P(E)}$$

เมื่อ P(A) = ค่าสัดส่วนที่ k Raters ที่มีความเห็นสอดคล้องกัน

P(E) = ค่าส่วนที่ k Raters ที่มีความเห็นสอดคล้องกันโดยบังเอิญ(by chance)

K คือ ค่าสถิติ Kappa

k คือ จำนวนผู้ประเมิน

K = 1 ถ้ามีความเห็นสอดคล้องอย่างสมบูรณ์

K = 0 ถ้ามีความเห็นไม่สอดคล้องกัน (No agreement among the raters)

ค่า $P(E) = \sum_{j=1}^{m} p_j^2$ เมื่อ $p_j = C_j / Nk$

$$P(A) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} S_i = \left[\frac{1}{Nk(k-1)}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{m} n_{ij}^2\right] - \frac{1}{k-1}$$

= ค่าเฉลี่ยของ S_i

เมื่อ $S_i = \frac{1}{k(k-1)}\sum_{j=1}^{m} n_{ij}(n_{ij} - 1)$

ตัวอย่าง การศึกษาเกี่ยวกับปลาตัวผู้ ในระหว่างการวางไข่ของตัวเมีย จะพบว่าปลาตัวผู้จะเปลี่ยนสีและสร้างอาณาเขต สร้างรัง และมีความก้าวร้าว ให้นักวิจัย 4 คน สังเกตปลา 29 ตัว ว่าเปลี่ยนสีไปในกลุ่มต่างๆ 5 ระดับ น้อยมาก ถึง มากที่สุด (กลุ่ม 1 – 5) ได้ข้อมูลดังนี้

ปลาตัวที่	Coloration Category					S_i
	1	2	3	4	5	
1	-	-	-	-	4	12/12 = 1
2	2	-	2	-	-	4/12 = .333
3	-	-	-	-	4	12/12 = 1
4	2	-	2	-	-	4/12 = .333
5	-	-	-	1	3	6/12 = .50
6	1	1	2	-	-	2/12 = .167
7	3	-	1	-	-	6/12 = .50
8	3	-	1	-	-	6/12 = .50
9	-	-	2	2	-	4/12 = .333
10	3	-	1	-	-	6/12 = .50
11	-	-	-	-	4	12/12 = 1
12	4	-	-	-	-	12/12 = 1
13	4	-	-	-	-	12/12 = 1
14	4	-	-	-	-	12/12 = 1
15	-	-	3	1	-	6/12 = .50
16	1	-	2	1	-	2/12 = .167
17	-	-	-	2	2	4/12 = .333
18	-	-	-	-	4	12/12 = 1
19	-	-	3	-	1	6/12 = .50
20	-	1	3	-	-	6/12 = .50
21	-	-	1	-	3	6/12 = .50
22	-	-	3	1	-	6/12 = .50
23	4	-	-	-	-	12/12 = 1
24	4	-	-	-	-	12/12 = 1

25	2	-	2	-	-	4/12 = .333
26	1	-	3	-	-	6/12 = .50
27	2	-	2	-	-	4/12 = .333
28	2	-	2	-	-	4/12 = .333
29	-	1	2	-	1	2/12 = .167
C_j	42	3	37	8	26	
p_j	.362	.026	.319	.069	.224	

$= \frac{42}{4 \times 29}$ $= \frac{3}{4 \times 29}$

วิธีทำ

จากค่า p_i ที่ได้จาก C_j/Nk ในแต่ละคอลัมภ์

จะได้ $P(E) = \sum p_j^2$

$= .362^2 + .026^2 + \ldots.. + .224^2 = .2884$

P(A) หาจาก S_i ดังนี้

$$S_1 = \frac{1}{k(k-1)} \sum n_{1j}(n_{1j} - 1)$$

$$= \frac{1}{4(4-1)} [0+0+0+0+4(3)]$$

$$= 12/12$$

$$= 1$$

$$S_2 = \frac{1}{4(4-1)} [2(1) + 0 + 2(1) + 0 + 0]$$

$$= 4/12$$

$$= .333$$

.

.

.

S_{29}

จากค่าเหล่านั้น $P(A) = \frac{1+.333+.....+.169}{29}$

$= .5804$

หรือจะคำนวณ P(A)จากสูตรคือ $\left[\frac{1}{Nk(k-1)}\sum_i \sum_j n_{ij}^2\right] - \frac{1}{k-1}$

$$P(A) = \frac{1}{29(4)(3)}\left[4^2 + 2^2 + 2^2 + ...+\right] - \frac{1}{4-1}$$

$$= \frac{318}{348} - \frac{1}{3}$$

$$= .5804$$

ดังนั้น $K = \frac{P(A) - P(E)}{1 - P(E)}$

$= \frac{5804 - .288}{1 - .288}$

$= .41$

มีความสอดคล้องกันในระดับปานกลางของนักวิจัย 4 คน

การทดสอบนัยสำคัญของค่า K

การหาการแจกแจงค่า K กรณี N เล็ก จะยุ่งยาก ดังนั้นจะใช้การประมาณด้วยการแจกแจงปกติ เมื่อ N ใหญ่ โดย

$$E(K) = 0$$

$$V(K) \approx \frac{2}{Nk(k-1)} \times \frac{P(E) - (2k-3)[P(E)]^2 + 2(k-2)\sum p_j^3}{[1 - P(E)]^2}$$

$$Z = \frac{K}{\sqrt{\text{var}K}} \sim N(0,1)$$

เมื่อ $H_0 : K = 0$ ไม่มีความสอดคล้อง

$H_1 : K > 0$ มีความสอดคล้อง

จากตัวอย่างที่ผ่านมา จงทดสอบค่านัยสำคัญของ K ที่ได้ที่ $\alpha = .01$

$H_0 : K = 0$

$H_1 : K > 0$

หาเทอม $\sum p_j^3 = .362^3 + .026^3 + .319^3 + .069^3 + .224^3$

$= .092$

$$V(K) = \frac{2}{29(4)(3)} \times \frac{.288\ [(2)(4)-3][.288]^2 + 2(4-2)(.092)}{(1-.288)^2}$$

$$= \frac{2}{348} \times \frac{.2413}{.5069}$$

$$= .002736$$

ดังนั้น

$$Z = \frac{0.41}{\sqrt{0.002736}} = 7.84$$

Z วิกฤต = 2.32 ตกใน CR. ปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 นั่นคือ นักวิจัย 4 คนมีความเห็นสอดคล้องกัน

สัมประสิทธิ์คอนคอร์ดานส์ของเคนดาล์ล (แบบComplete Ranking หรือ Friedman Model) (The Kendall Coefficient of Concordance) ; W

เป็นการวัดความสัมพันธ์ของ k ตัวแปร เมื่อแต่ละตัวแปรให้ลำดับที่ 1 ถึง N แก่หน่วยตัวอย่างขนาด N เช่น มีโครงการวิจัย 10 โครงการที่เสนอขอทุนสนับสนุนการทำวิจัย มีผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน เป็นผู้ตัดสินให้ลำดับที่แก่โครงการวิจัย ดังนั้นจะมีชุดของลำดับที่ (ที่ 1 ถึง 10) อยู่ 5 ชุดด้วยกัน ต้องการวัดความสอดคล้องกันของลำดับที่ 5 ชุดดังกล่าวนี้ หรือเรียกว่าความสอดคล้องกันของผู้ตัดสิน

วิธีการ ในลำดับแรก ให้สร้างตารางชนิด k x N โดยแต่ละแถวนอนจะแทนตัวแปรทั้งk (หรือผู้ตัดสิน) ที่ให้ลำดับที่ที่ 1 ถึง N แก่ตัวอย่างขนาด N (ผู้ถูกประเมินหรือผู้เข้าประกวด) แล้วหาผลรวมลำดับที่ (R_i) ในแต่ละคอลัมภ์ รวมทั้งค่าเฉลี่ยของลำดับที่ในแต่ละคอลัมภ์ $(\bar{R}_i)$ และค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด $(\bar{R})$ สามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ W ได้ดังสูตร

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{N}(\bar{R}_i - \bar{R})^2}{N(N^2-1)/12} \tag{1}$$

เมื่อ N = ขนาดตัวอย่างหรือจำนวนสิ่งที่ถูกลำดับที่

$\bar{R}_i$ = ค่าเฉลี่ยของลำดับที่ของตัวอย่างที่ i หรือสิ่งที่ถูกลำดับที่ที่ i , i = 1,2,...,N

$\bar{R}$ = ค่าเฉลี่ยรวมของลำดับที่ทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 1 ถ้ามีผู้สมัครเข้าทำงาน 6 คนถูกสัมภาษณ์ด้วยผู้บริหารระดับสูง 3 คน ของบริษัทแห่งหนึ่ง โดยผู้บริหารให้ลำดับที่แก่ผู้สมัครแต่ละคนอย่างเป็นอิสระต่อกัน สมมติได้ข้อมูล ดังนี้

ผู้บริหาร	ผู้สมัครคนที่					
	1	2	3	4	5	6
ก	1	6	3	2	5	4
ข	1	5	6	4	2	3
ค	6	3	2	5	4	1

จงหาสัมประสิทธิ์คอนคอร์ดานส์ของเคนดาล์ล เพื่อวัดความสอดคล้องกันของผู้บริหารทั้ง 3

วิธีทำ หาค่า R_i , $\bar{R}_i$ และ $\bar{R}$ ดังนี้

ผู้บริหาร	ผู้สมัครคนที่						
	1	2	3	4	5	6	
ก	1	6	3	2	5	4	
ข	1	5	6	4	2	3	
ค	6	3	2	5	4	1	
R_i	8	14	11	11	11	8	
$\bar{R}_i$	2.67	4.67	3.67	3.67	3.67	2.67	$\bar{R} = 3.5$

จากสูตร $W = \frac{\sum_{i=1}^{N}(\bar{R_i}-\bar{R})^2}{N(N^2-1)/12}$

เทอม

$$\sum_{i=1}^{N}(\bar{R_i}-\bar{R})^2 = (2.67-3.5)^2 + (4.67-3.5)^2 + (3.67-3.5)^2 + (3.67-3.5)^2 + (3.67-3.5)^2 + (2.67-3.5)^2$$

$$= 2.833$$

ดังนั้น

$$W = \frac{2.833}{6(6^2-1)/12} = 0.16$$

นอกจากสูตรหา W ดังสูตร (1) แล้วยังสามารถกระจายสูตรดังกล่าวให้ง่ายขึ้นในการคำนวณได้สูตรใหม่ดังนี้

$$W = \frac{12\sum \bar{R_i}^2 - 3N(N+1)^2}{N(N^2-1)} \qquad (2)$$

หรือ

$$W = \frac{12\sum \bar{R_i}^2 - 3k^2N(N+1)^2}{k^2N(N^2-1)} \qquad (3)$$

เมื่อ R_i = ผลรวมของลำดับที่ของตัวอย่างที่ i หรือสิ่งที่ถูกลำดับที่ที่ i

และ k = จำนวนตัวแปรทั้งหมด

เช่นจากตัวอย่างที่ 1 ที่ผ่านมา ถ้าคำนวณหาค่า W จากสูตร (3)

จะได้ $\sum R_i^2 = 8^2 + 14^2 + 11^2 + 11^2 + 11^2 + 8^2 = 687$

ดังนั้น $W = \frac{12(687)-3(3^2)(6)(6+1)^2}{3^2(6)(6^2-1)} = 0.16$

ค่า W จะมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง +1 เหตุที่ค่า W ไม่มีค่าเป็นลบเนื่องจากเมื่อมีชุดของลำดับที่มากกว่า 2 ชุดขึ้นไป ค่าลำดับที่จะไม่สามารถมีความสัมพันธ์เชิงลบอย่างสมบูรณ์ ตัวอย่างเช่น ถ้าผู้ตัดสิน x และ y ตัดสินไม่สอดคล้องกัน (disagree) และผู้ตัดสิน x ตัดสินไม่สอดคล้องกับผู้ตัดสิน z ดังนั้น y และ z จะตัดสินสอดคล้องกัน (agree) นั่นคือถ้ามีชุดของข้อมูลลำดับที่มากกว่า 2 ชุดขึ้นไป การ

สอดคล้องและไม่สอดคล้องกันจะไม่เป็นไปในทิศทางตรงข้ามที่สมมาตรกัน (not symmetrical opposites) กลุ่มของของผู้ตัดสินทั้ง k สามารถตัดสินสอดคล้องกันทั้งหมด แต่ไม่สามารถตัดสินไม่สอดคล้องกันอย่างสมบูรณ์ ดังนั้นค่า W จึงมีค่าเป็น 0 และบวกเท่านั้น

กรณีเกิด ties

เมื่อมีคะแนนบางค่า (ลำดับที่) ซ้ำกันในแต่ละผู้ตัดสิน การให้ลำดับที่ให้ค่าเฉลี่ยแก่ค่าที่ซ้ำกันเหล่านั้น เหมือนกรณีที่เกิด ties ในการทดสอบอื่น ๆ ที่ผ่านมา

ค่า ties ที่เกิดขึ้นจะมีผลต่อค่า W โดยจะทำให้ค่า W เพิ่มขึ้น แต่ถ้าสัดส่วนของการเกิด ties มีน้อยจะไม่มีผลต่อค่า W ยังคงสามารถใช้สูตร (1) ถึง (3) ได้เช่นเดิม ในกรณีที่สัดส่วนของการเกิด ties มีมากควรปรับค่า (correction) ด้วยสูตรคำนวณหาค่า W ดังนี้

$$W = \frac{12\sum \overline{R_i}^2 - 3N(N+1)^2}{N(N^2-1) - (\sum \tau_j)/k} \qquad (4)$$

หรือ

$$W = \frac{12\sum \overline{R_i}^2 - 3k^2N(N+1)^2}{k^2N(N^2-1) - k\sum \tau_j} \qquad (5)$$

เมื่อ $\tau_j = \sum_{i=1}^{g_j}(t_i^3 - t_i)$

และ t_i = จำนวนของ ties ที่ลำดับหนึ่งในกลุ่มที่เกิด ties ที่ i

g_i = จำนวนกลุ่มของ ties ในเซทของลำดับที่ j

ตัวอย่างที่ 2 The Society for Cross-Cultural Research (SCCR) ได้ทำการสำรวจความเห็นของสมาชิกเกี่ยวกับการจัดประชุมประจำปีโดยสุ่มตัวอย่างสมาชิกมาจำนวน 22 คน แล้วให้ลำดับที่ลักษณะต่าง ๆ ที่คาดว่ามีอิทธิพลต่อการเข้าร่วมประชุมของสมาชิก เช่น ค่าโดยสารเครื่องบินอากาศ และรายละเอียดโปรแกรมการประชุม ฯลฯ (รวมทั้งสิ้น 8 ลักษณะ) สามารถบันทึกข้อมูลได้ดังตารางต่อไปนี้

จงหาผลสรุปถึงความสอดคล้องกันของสมาชิกต่อลักษณะต่าง ๆที่มีผลต่อการเข้าร่วมประชุม

สมาชิก คนที่	ลำดับที่ของลักษณะต่างๆ							
	ค่าโดยสาร	อากาศ	เวลา	ผู้คน	โปรแกรม	การประชาสัมพันธ์	การนำเสนอ	ความสนใจที่ลดลง
1	2	7	3	5	4	6	1	8
2	6	5	7	3	4	2	1	8
3	1	6	4	5	2	7	3	8
4	5	6	7	1	2	4	3	8
5	1	8	6	5	2	4	3	7
6	2	7	5	1	3	6	4	8
7	2	7	1	4	3	6	5	8
8	1	4	7	2	3	6	5	8
9	1	7	3	6	2	4	5	8
10	1	6	7	3	2	4	5	8
11	4	5	1	3	2	7	6	8
12	1	4	6	7	2	5	3	8
13	1	5	2	3	4	6	7	8
14	1	6	5	2	3	4	7	8
15	1	7	2	4.5	3	4.5	6	8
16	1	6	5	2.5	2.5	7	4	8
17	1	7	6	4	3	5	2	8
18	3	7	5	6	1	4	2	8
19	1	6	2	4	5	7	3	8
20	1	6	5	3	4	7	2	8
21	1	7	6	2	3	5	4	8
22	1.5	8	1.5	4.5	3	6	4.5	7
R_i	39.5	137	96.5	80.5	62.5	116.5	85.5	174

เมื่อลำดับที่ 1 หมายถึง มีความสำคัญมากที่สุดที่ทำให้ตัดสินใจเข้าร่วมประชุมและลำดับที่ 8 หมายถึง มีความสำคัญน้อยที่สุดที่ทำให้ตัดสินใจเข้าร่วมประชุม

วิธีทำ โจทย์ให้คำนวณหาค่า W นั่นเอง คือมีตัวแปรต่าง ๆ 22 ตัวแปร (k=22) และวัดด้วย ลักษณะต่าง ๆ

8 ลักษณะ (N = 8)

เนื่องจากในสมาชิก (หรือผู้ตัดสิน) บางคนให้ลำดับที่เท่ากันในบางลักษณะ ดังนั้นจึงเกิด ties ขึ้น เช่นในสมาชิกตัวอย่างคนที่ 15 เกิด ties ที่ค่าลำดับที่ 4 และ 5 จึงให้ลำดับนั้นมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ย = 4.5

หาค่า τ_j ก่อน

ที่สมาชิกคนที่ 15, τ_{15} มีค่า ties ที่ 4.5 เพียง 1 ค่าด้วยกลุ่ม = 2 ดังนั้น $g_{15} = 1$

$$\tau_{15} = 2^3 - 2 = 6$$

ที่สมาชิกคนที่ 16, $\tau_{16} = 2^3 - 2 = 6$ (คล้ายกรณี τ_{15} แต่เกิด ties ที่ลำดับที่ 2.5)

ที่สมาชิกคนที่ 22, τ_{22} มีค่า ties ที่ค่า 1.5 และ 4.5 ด้วยกลุ่ม = 2

$$\tau_{22} = (2^3 - 2) + (2^3 - 2) = 12$$

จากสูตร

$$W = \frac{12\sum \bar{R}_i^{\,2} - 3k^2N(N+1)^2}{k^2N(N^2-1) - k\sum \tau_i}$$

$$= \frac{12(91186.5) - 3(22^2)(8)(8+1)^2}{22^2(8)(8^2-1) - 22(6+6+12)} = 0.630$$

เมื่อ

$$\sum R_i^{\,2} = (39.5^2 + 137^2 + 96.5^2 + 80.5^2 + 62.5^2 + 116.5^2 + 85.5^2 + 174^2)$$

เราสามารถสรุปได้ว่า มีความสอดคล้องกันค่อนข้างดีในกลุ่มสมาชิกที่ให้ลำดับที่ของลักษณะต่าง ๆ ที่คาดว่าจะมีผลต่อการเข้าร่วมประชุม และสามารถสรุปได้ด้วยว่าค่าโดยสารเครื่องบิน และโปรแกรมการประชุมมีอิทธิพลสำคัญมากต่อการตัดสินใจเข้าร่วมประชุม ในขณะที่ลักษณะเกี่ยวกับความสนใจที่ลดลงในสาขาวิชาการ และอากาศมีความสำคัญน้อยที่สุดในการตัดสินใจเข้าร่วมประชุม

ในตัวอย่างนี้ ถ้าพิจารณาว่าสัดส่วนในการเกิด tiesมีน้อยและคำนวณหาค่า W ด้วยสูตร (1) - (3) จะได้ค่า W = 0.6286 จะพบว่ามีค่าน้อยกว่าค่า W ที่ปรับค่า ในตัวอย่างนี้การเกิด ties มีน้อยอาจไม่นำมาพิจารณาก็ได้

การทดสอบนัยสำคัญของค่า W

1. กรณีตัวอย่างขนาดเล็ก ($N \leq 7$) ใช้ตาราง ที่บอกค่าวิกฤต W ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ด้วย k = 3 ถึง 20 สำหรับ N = 3 ถึง 7 ถ้าค่า W จากข้อมูลตัวอย่างที่ได้ มีค่าใหญ่กว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤตจาก

ตารางที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (หรือ 0.01) แสดงว่าค่า W จากตัวอย่าง แตกต่างจาก 0 อย่างมีนัยสำคัญ จึงปฏิเสธ H_0 และเนื่องจาก $0 \leq W \leq 1$ ดังนั้น การทดสอบสองหางเท่านั้นที่เหมาะสมกับการทดสอบเกี่ยวกับค่า W

ตัวอย่างที่ 3 จากตัวอย่างที่ 1 จงทดสอบนัยสำคัญของค่าสัมประสิทธิ์ W

วิธีทำ จากการคำนวณค่า W จากข้อมูลตัวอย่าง ได้ค่า W = 0.16 เมื่อ N = 6 K= 3 จากตารางที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ได้ค่าวิกฤต W = 0.660

ค่า W ข้อมูลตัวอย่าง < W วิกฤต

ดังนั้น ไม่สามารถปฏิเสธ H_0 นั่นคือปฏิเสธ H_1

ผู้บริหารทั้ง 3 คน ตัดสินไม่สอดคล้องกัน หรือเป็นอิสระต่อกัน

2. กรณีตัวอย่างใหญ่ (N > 7)

ค่าสถิติ $\chi^2 = k(N-1)W$ สามารถประมาณได้ว่ามีการแจกแจงแบบไคสแควร์ด้วย d.f = N - 1

ถ้าคำนวณค่า $\chi^2 = k(N-1)W$ จากข้อมูลตัวอย่างแล้วนำไปเทียบกับค่าวิกฤตจากตาราง ไคสแควร์ที่ d.f = N -1 ที่ระดับนัยสำคัญหนึ่งถ้า χ^2 จากข้อมูลตัวอย่างมีค่าเท่ากับหรือใหญ่กว่าค่าวิกฤต จะปฏิเสธ H_0 ที่กล่าวว่า การให้ลำดับที่ทั้ง k ตัวแปรไม่สัมพันธ์กันหรือเป็นอิสระกัน

ตัวอย่างที่ 4 จากตัวอย่าง 2 ซึ่งมีข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 22 ตัวแปร (k) ที่ให้ลำดับที่แก่สิ่งที่ถูกประเมิน 8 หน่วย (N) คำนวณได้ค่า W = 0.630 จงทดสอบนัยสำคัญของค่าสัมประสิทธิ์ W นี้

วิธีทำ จาก N = 8 k = 22 ใช้การทดสอบกรณีตัวอย่างใหญ่

จาก ตัวสถิติ $\chi^2 = k(N-1)W$

$$= 22(8-1)(0.630) = 97.02$$

ถ้าคำนวณหาค่า p - value ของค่า $\chi^2 = 97.02$ ที่ d.f = 7 จะได้ค่า p < .001 แสดงว่าควรปฏิเสธ H_0 เพื่อยอมรับ H_1 นั่นคือ ตัวแปรทั้ง 22 ตัวนี้ให้ลำดับที่สอดคล้องกันเป็นอย่างดี

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์

ไม่มีตัวสถิติใดในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ที่มีคุณสมบัติคล้าย W แต่ถ้าพิจารณาว่าคือ การทดสอบความเท่ากันของ N ลำดับที่ (test of equality of N ranking) สามารถนำไปเปรียบเทียบกับการทดสอบของฟรีดแมน (Friedman two way analysis of variance) ได้ดังนี้

ถ้าข้อสมมติเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนเป็นจริง

ค่า W จะมีประสิทธิภาพต่ำ เมื่อ N = 2 คือ $\frac{2}{\pi} = 0.64$

และค่า W จะมีประสิทธิภาพ = 0.80 เมื่อ N = 5

และค่า W จะมีประสิทธิภาพ = 0.955 เมื่อ N มีค่าใหญ่

สัมประสิทธิ์คอนคอร์คานส์แบบ Incomplete Ranking (Durbin Model)

การทดลองแบบบล็อคสมบูรณ์ในบางสถานการณ์อาจจะใช้ไม่ได้ เนื่องจากจำนวนทรีทเมนต์ที่ต้องการเปรียบเทียบมีจำนวนมาก เช่น การให้คน 5 คน ทดสอบความแตกต่างของน้ำหอม 20 ชนิด (หรืออาหาร หรือเครื่องดื่ม รสชาติต่าง ๆ 10 ชนิด) ซึ่งคน ๆ หนึ่งคือบล็อคที่มีข้อจำกัด คือ ไม่สามารถให้ลำดับที่ 1-10 ตามความชอบจากมากที่สุดถึงน้อยที่สุดได้ แต่อาจให้ลำดับที่ 1-5 ตามลำดับได้ ดังนั้นถ้าให้ผู้ทดลองคนหนึ่ง ๆ ทดสอบเพียง 5 ชนิด และใช้ผู้ทดลองหลาย ๆ คน ก็สามารถทดลองได้ครบทั้ง 20 ทรีทเมนต์ และแน่ใจว่าปฏิบัติได้จริง ข้อมูลที่ได้จะถูกต้องน่าเชื่อถือกว่า

ดังนั้นในกรณีนี้จะแนะนำให้ใช้แผนการทดลองแบบบล็อคไม่สมบูรณ์แบบสมดุล (Balanced Incomplete Block Design) ที่ Durbin เป็นผู้คิดค้น ซึ่งมีข้อจำกัด ดังนี้

1. ทุก ๆ บล็อค (มีจำนวนทั้งหมด = b) จะมีหน่วยทดลองเท่ากัน = t (t < k)
2. ทุก ๆ ทรีทเมนต์ (มีจำนวนทั้งหมด = k) จะถูกทดลองด้วยจำนวนครั้งที่เท่ากัน = r (r<b)
3. แต่ละทรีทเมนต์จะถูกทดลองพร้อมทรีทเมนต์อื่น ๆ เป็นจำนวนครั้งที่เท่ากัน = λ

ตัวอย่างของผังการทดลองพร้อมค่าสังเกตุในเรื่องการให้นักเรียน 14 คน ทดลองชิมไอศครีม 8 รสชาติ โดยที่แต่ละคนจะชิมเพียง 4 รสชาติ และใช้ลำดับที่ชอบมากที่สุดเป็น 1 ถึง ลำดับสุดท้ายคือ 4 ดังนี้

นักเรียนที่ทดลอง	ไอศครีมรสชาติที่							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	2	1	3	4	-	-	-	-
B	2	1	-	-	-	-	3	4
C	1	-	2	-	-	3	-	4
D	1	-	-	2	-	3	4	-
E	-	-	-	-	1	2	3	4
F	-	-	1	2	3	4	-	-
G	-	1	-	3	2	-	4	-
H	-	1	2	-	3	-	-	4
I	2	1	-	-	4	3	-	-
J	2	-	1	-	3	-	4	-
K	1	-	-	2	3	-	-	4
L	-	-	1	2	-	-	4	3
M	-	2	-	1	-	3	-	4
N	-	1	2	-	-	3	4	-
ผลรวมลำดับที่, R_i	11	8	12	16	19	21	26	27

หมายความว่า นักเรียน A จะได้ชิมไอศครีมชนิดที่ 1, 2, 3, 4 โดยเขาให้ลำดับตามความชอบเป็นลำดับที่ 2, 1, 3 และ 4 ตามลำดับที่

จากแผนการทดลองนี้ จะได้ $b = 14, k = 8, t = 4, r = 7$

จากผังการทดลองดังกล่าว ถ้าต้องการหาความสอดคล้องกันของนักเรียนทั้ง 14 คน สามารถใช้สัมประสิทธิ์แบบคอนคอร์คานส์แบบ Incomplete Ranking (หรือจาก Durbin Model) และจะใช้หลักการเช่นเดียวกับวิธีทดสอบของ Friedman ซึ่งเป็นกรณี Complete Ranking ดังนี้

$$W = \frac{12(k-1)\sum_{i=1}^{k}\left[R_i - \frac{r(t+1)}{2}\right]^2}{r^2 k(k+1)(t-1)^2}$$

เมื่อ W = สัมประสิทธิ์แบบคอนคอร์คานส์แบบ Durbin Model

k = จำนวนทรีทเมนต์

b = จำนวนบล็อค

r = จำนวนครั้งที่ทรีทเมนต์หนึ่ง ๆ ถูกทดลอง

t = จำนวนหน่วยทดลองในบล็อคหนึ่ง ๆ หรือจำนวนทรีทเมนต์ที่เปรียบเทียบกันในบล็อคหนึ่ง ๆ

R_i = ผลรวมของลำดับที่ของทรีทเมนต์ที่ i, i = 1, 2, …, k

ตามตัวอย่างข้างต้น สามารถคำนวณหาค่า W ได้ดังนี้

$$W = \frac{12(8-1)}{7^2(8)(8+1)(4-1)^2}\left[(11-17.5)^2+(8-17.5)^2+\ldots+(27-17.5)^2\right]$$

เมื่อ $\frac{r(t+1)}{2} = \frac{7(4+1)}{2} = 17.5$

ดังนั้น $W = 0.9045$

ส่วนการทดสอบนัยสำคัญของค่าสัมประสิทธิ์นี้ในกลุ่มประชากร จะใช้การแจกแจงของ χ^2 ในทำนองเดียวกับค่าสัมประสิทธิ์คอนคอร์คานส์ตาม Friedman Model

ตอนที่2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

มีการสร้างโปรแกรมเพื่อช่วยนักวิจัยเลือกสถิติวิเคราะห์ให้เหมาะสมที่สุดหลายงาน เช่น งานของ Cheng – Hong Yang และคณะ ได้สร้างโปรแกรมชื่อ SCRAR เพื่อช่วยนักวิจัยเลือกสถิติวิเคราะห์ตั้งแต่การสุ่มตัวอย่าง จนถึงวิธีการทางสถิติ ดังนำเสนอในรายงานชื่อเรื่อง “An Interactive Statistical Comparison System for Routing Problems” ที่ปรากฏที่ Web Site ชื่อ http://www.journal.au.edu/ijcem/sep97/article4.html หรืองานของ Olsen และ Bozeman ที่นำเสนอวิธีการเลือกสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบสมมติฐานแบบต่าง ๆ สำหรับในประเทศไทยก็มีงานวิจัยในระดับวิทยานิพนธ์ ซึ่งนำเสนอการเลือกสถิติวิเคราะห์ในหัวข้อการทดสอบสมมติฐาน การวางแผนการทดลอง การวิเคราะห์สหสัมพันธ์และการถดถอย ซึ่งจะอยู่ในรูปภาษาไทย ทำให้นักวิจัยไทยได้ใช้ประโยชน์เป็นอย่างดี

บทที่ 3
วิธีการดำเนินงาน

ในการดำเนินงานสร้างเว็บไซต์และโปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เพื่อวัดความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงสถิติ ได้แบ่งการดำเนินงานออกเป็นขั้นตอนต่างๆ คือ

3.1 การศึกษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เกี่ยวข้อง

3.2 การออกแบบและพัฒนาโปรแกรม

ดังรายละเอียดต่างๆ ดังนี้

3.1 การศึกษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เกี่ยวข้อง

โดยศึกษาโปรแกรมเพื่อสร้างเว็บไซต์ ซึ่งใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังนี้

1. Getting started with Dreamweaver CS3. Dreamweaver Developer Center

[link : http://www.adobe.com/devnet-archive/dreamweaver/getting_started_cs3.html]

2. Learn CSS | Dreamweaver Developer Center. Adobe Developer Connection

[link : http://www.adobe.com/devnet/dreamweaver/css.html]

3. JavaScript and HTML DOM Reference. W3Schools

[link : http://www.w3schools.com/jsref/default.asp]

4. Flash Tutorial. Thailand Adobe Flash User Group. Thai Flash Dev

[link : http://www.thaiflashdev.com]

5.Flash And ActionScript 2.0. Flash Developer Center. Adobe Developer Connection

[link : http://www.adobe.com/devnet/flash.html]

3.2 การออกแบบและพัฒนาโปรแกรม

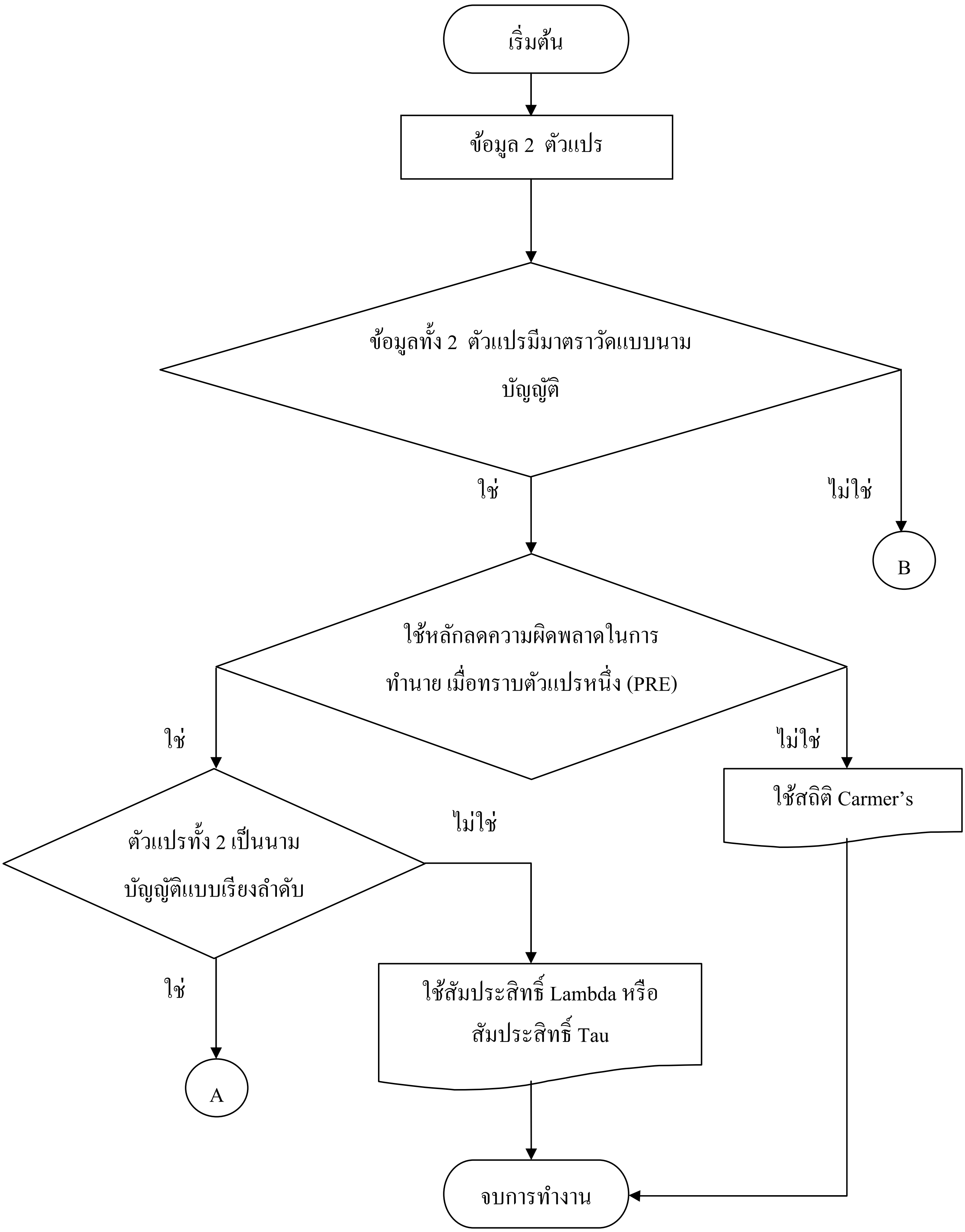
ในการออกแบบและพัฒนาโปรแกรมมีขั้นตอนดังนี้

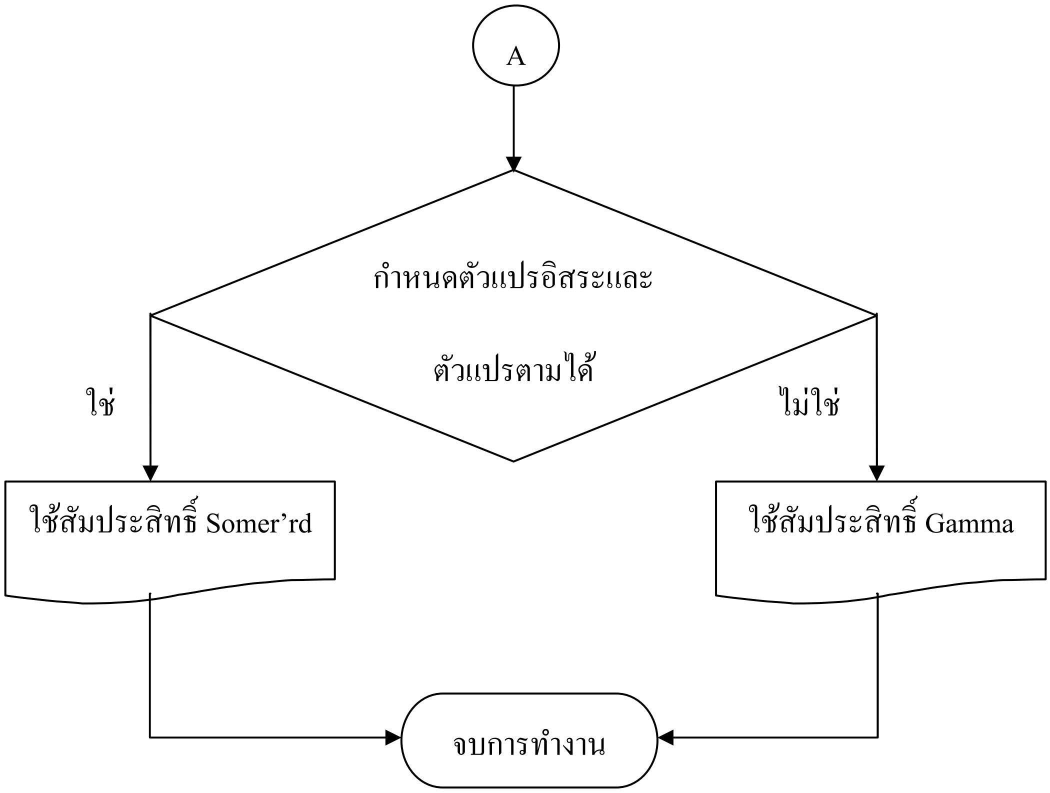
1. กำหนดจุดประสงค์และขอบเขตเพื่อให้สามารถสร้างโปรแกรมให้ได้ตามวัตถุประสงค์และมีประสิทธิภาพ

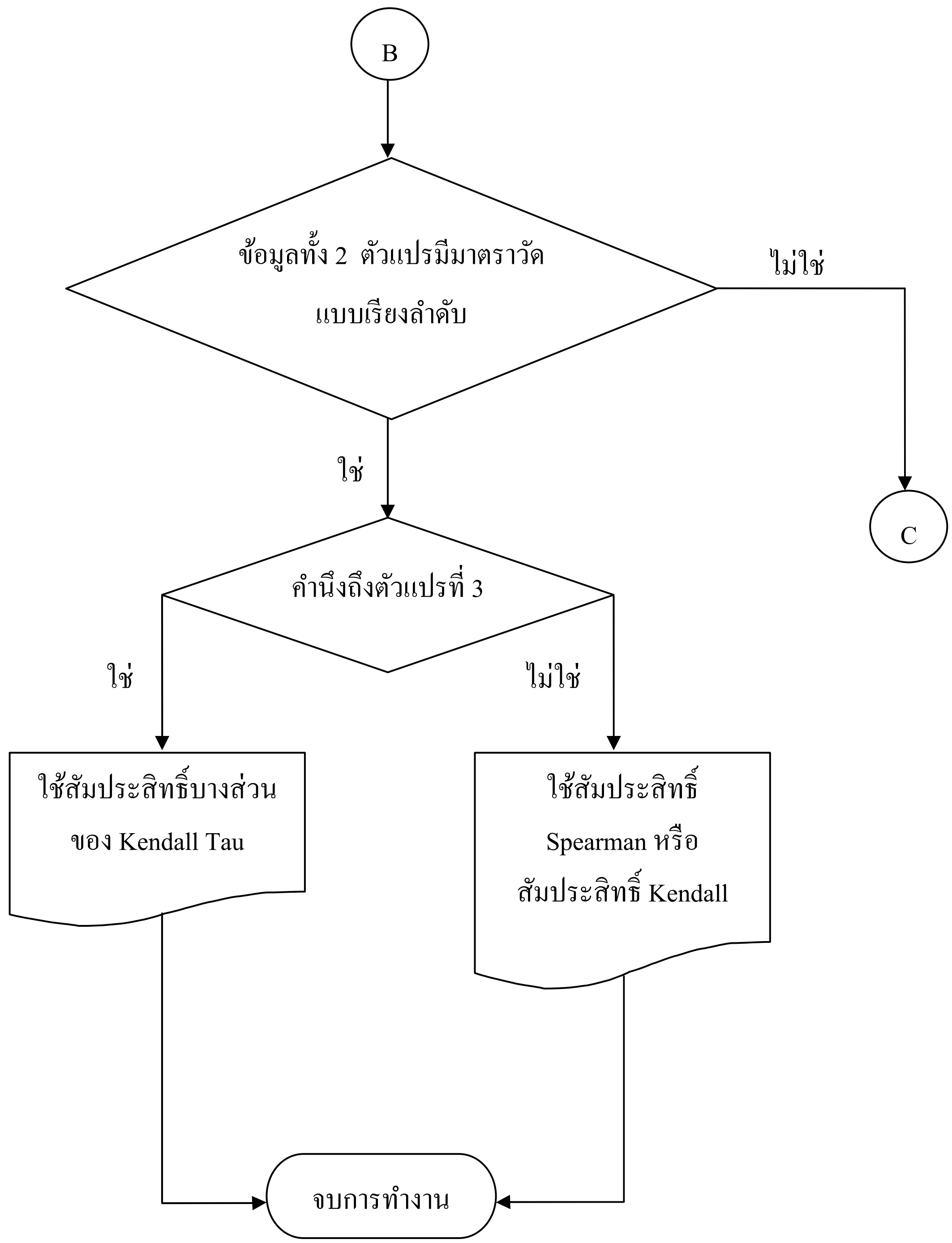
2. ออกแบบโปรแกรมให้มีความสวยงาม เป็นระเบียบ น่าสนใจ อ่านง่าย และผู้ใช้สามารถเข้าศึกษาหัวข้อต่างๆ ได้ง่าย

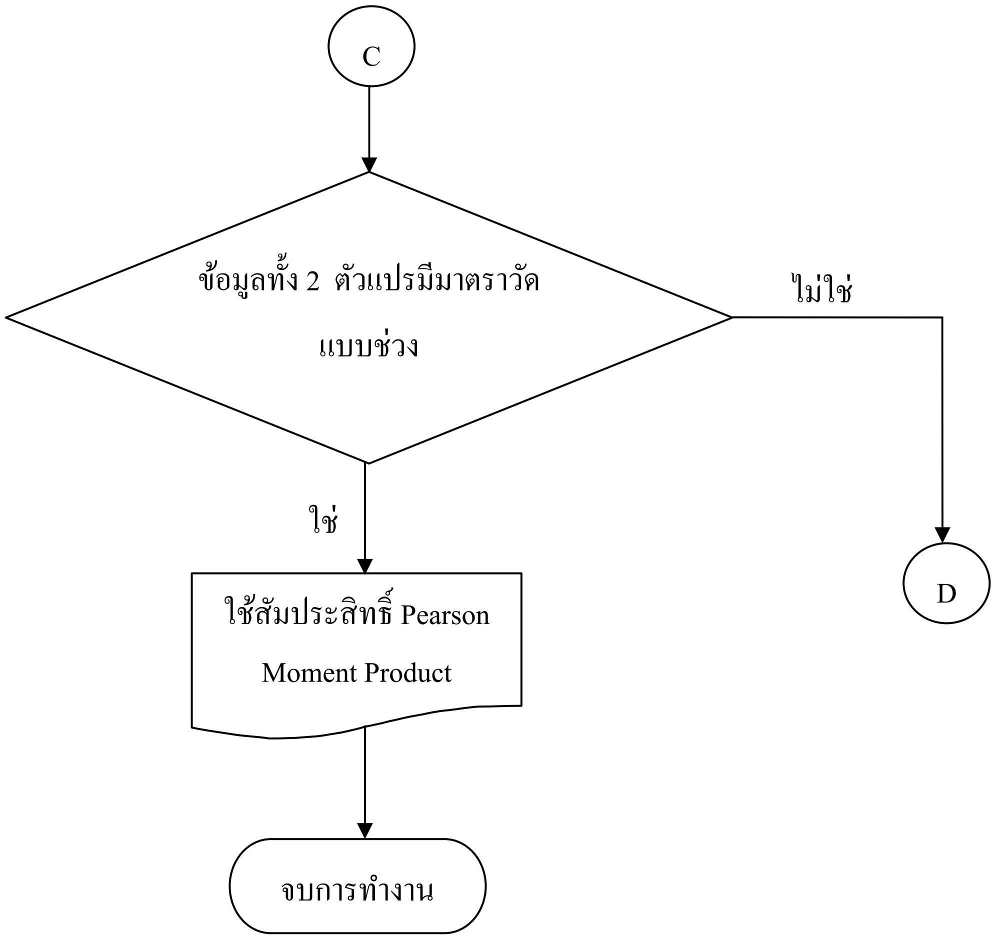
3. ออกแบบแผนผังการทำงาน (Flow Chart) ของโปรแกรมได้ดังนี้

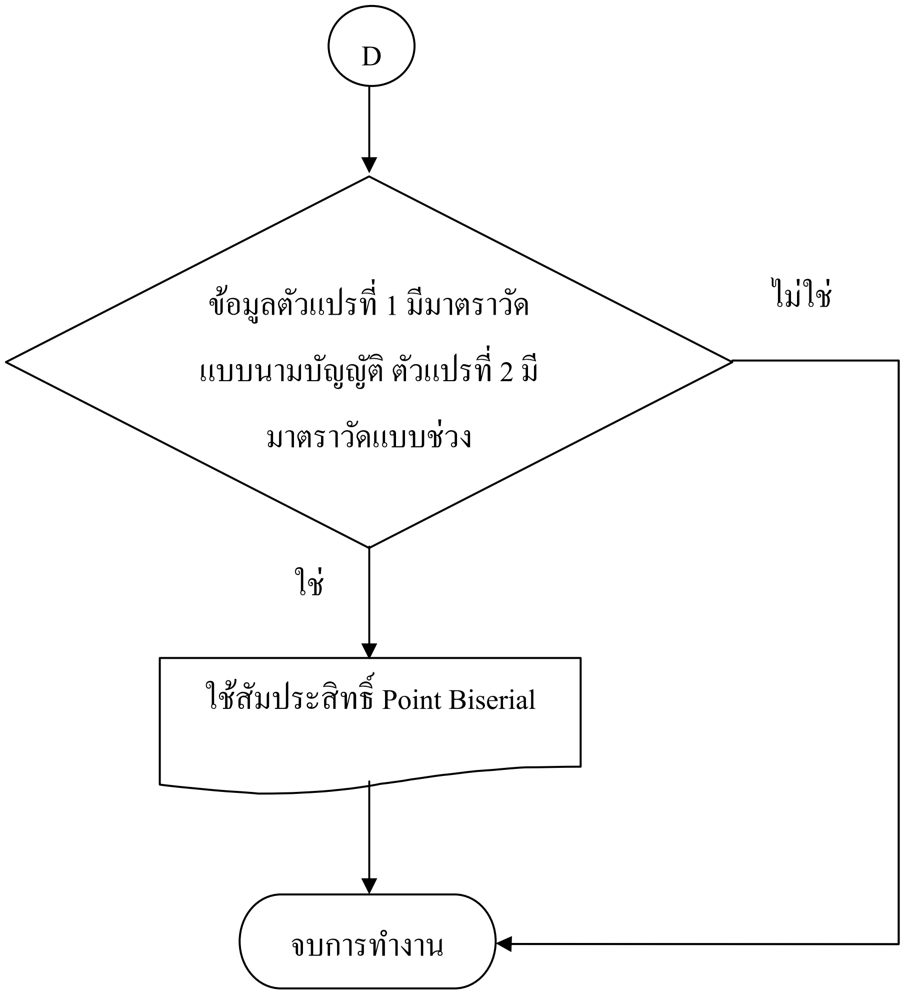
กรณีวัดความสัมพันธ์ข้อมูล 2 ตัวแปร



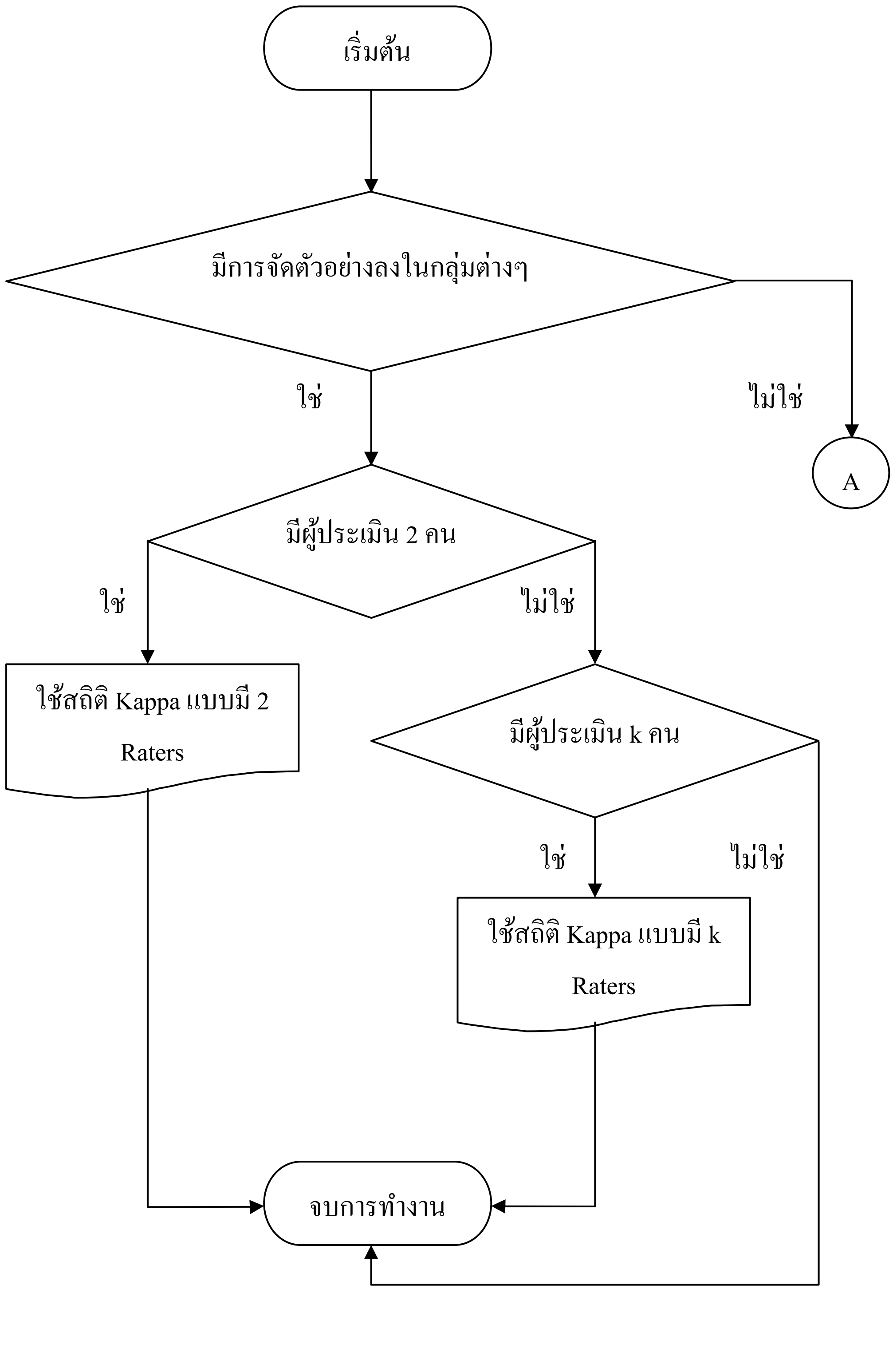

A
กำหนดตัวแปรอิสระและ
ตัวแปรตามได้
ใช่
ไม่ใช่
ใช้สัมประสิทธิ์ Somer’rd
ใช้สัมประสิทธิ์ Gamma
จบการทำงาน

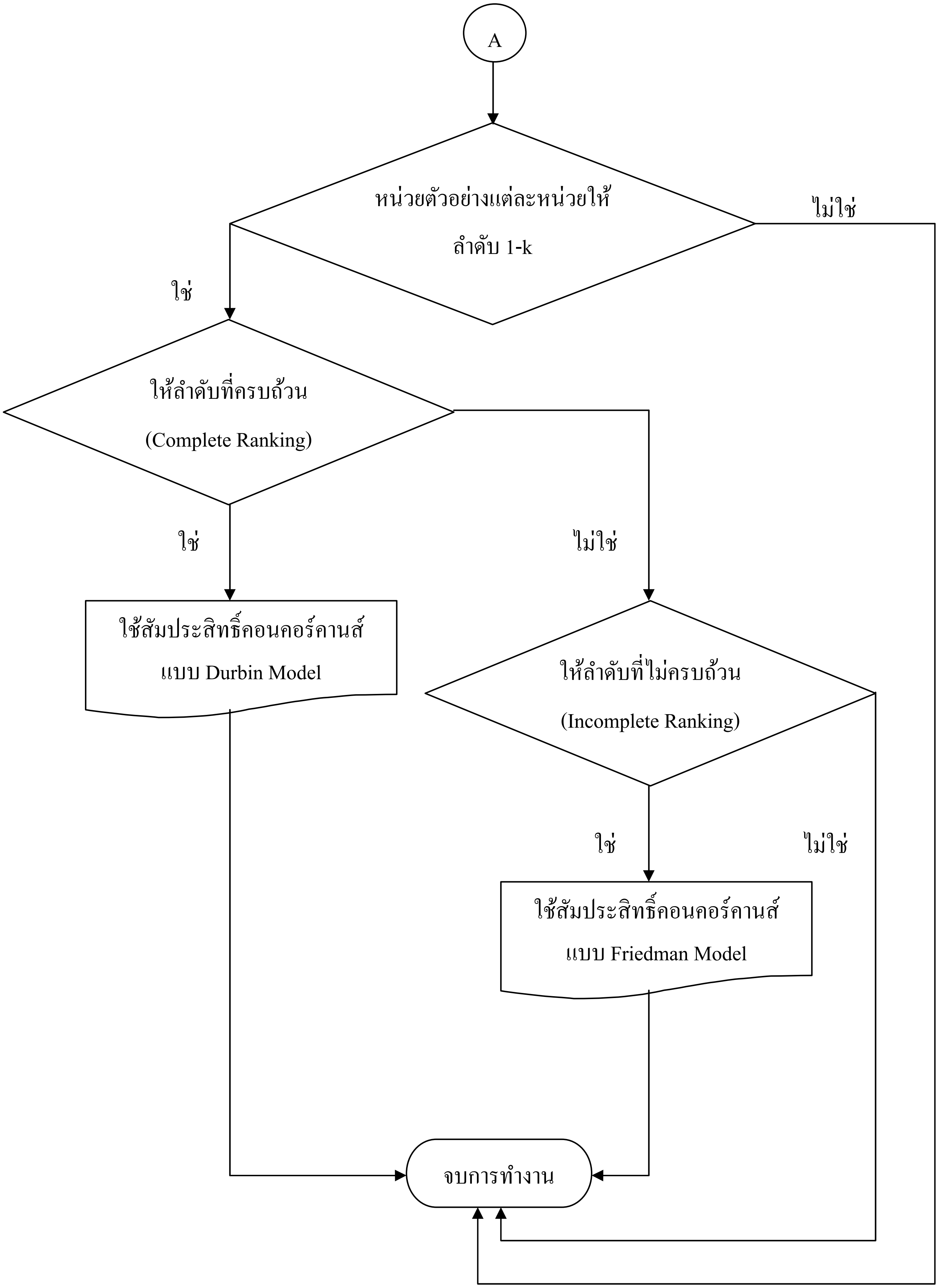

B
ข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัด
แบบเรียงลำดับ
ไม่ใช่
ใช่
C
คำนึงถึงตัวแปรที่ 3
ใช่
ไม่ใช่
ใช้สัมประสิทธิ์บางส่วน
ของ Kendall Tau
ใช้สัมประสิทธิ์
Spearman หรือ
สัมประสิทธิ์ Kendall
จบการทำงาน


C
ข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัด
แบบช่วง
ไม่ใช่
ใช่
D
ใช้สัมประสิทธิ์ Pearson
Moment Product
จบการทำงาน


D
ข้อมูลตัวแปรที่ 1 มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ ตัวแปรที่ 2 มีมาตราวัดแบบช่วง
ไม่ใช่
ใช่
ใช้สัมประสิทธิ์ Point Biserial
จบการทำงาน

กรณีวัดความสอดคล้องกัน




A
หน่วยตัวอย่างแต่ละหน่วยให้
ลำดับ 1-k
ไม่ใช่
ใช่
ให้ลำดับที่ครบถ้วน
(Complete Ranking)
ใช่
ไม่ใช่
ใช้สัมประสิทธิ์คอนคอร์คานส์
แบบ Durbin Model
ให้ลำดับที่ไม่ครบถ้วน
(Incomplete Ranking)
ใช่
ไม่ใช่
ใช้สัมประสิทธิ์คอนคอร์คานส์
แบบ Friedman Model
จบการทำงาน

บทที่ 4
ผลการศึกษา

ผลการศึกษาครั้งนี้ ได้โปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์เพื่อวัดความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงสถิติ ซึ่งนำเสนอในเว็บไซต์ชื่อ www.kmitl.ac.th/stat โดยมีหัวข้อต่างๆ ดังนี้

4.1 หน้าแรก

4.2 บทนำ

4.3 เนื้อหาของทฤษฎีสถิติ

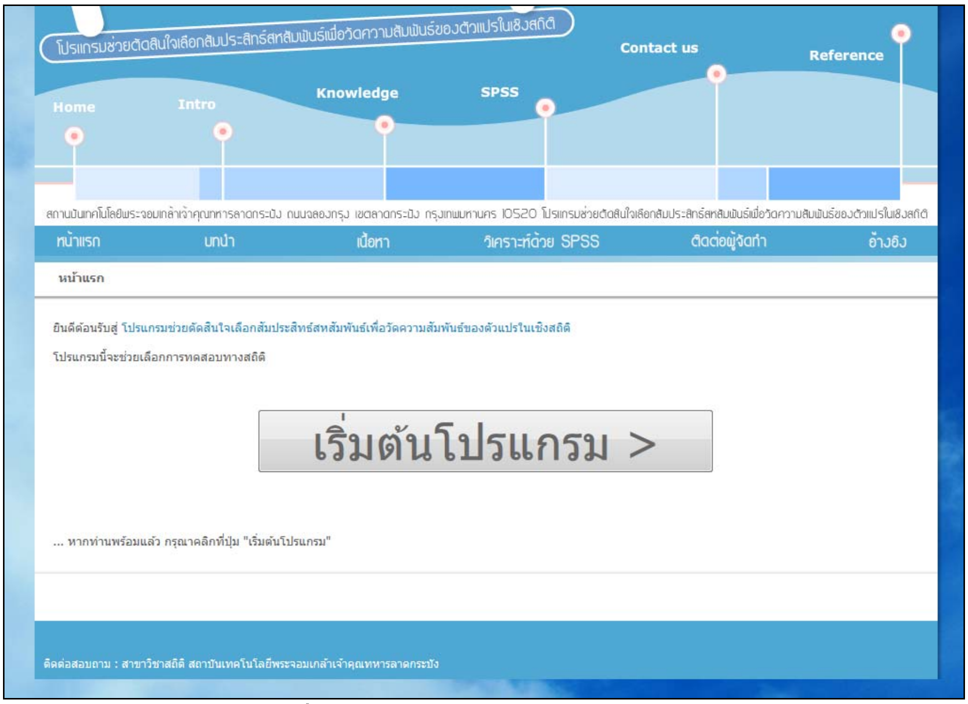
4.4 วิธีวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS

4.5 ติดต่อผู้จัดทำ

4.6 อ้างอิง

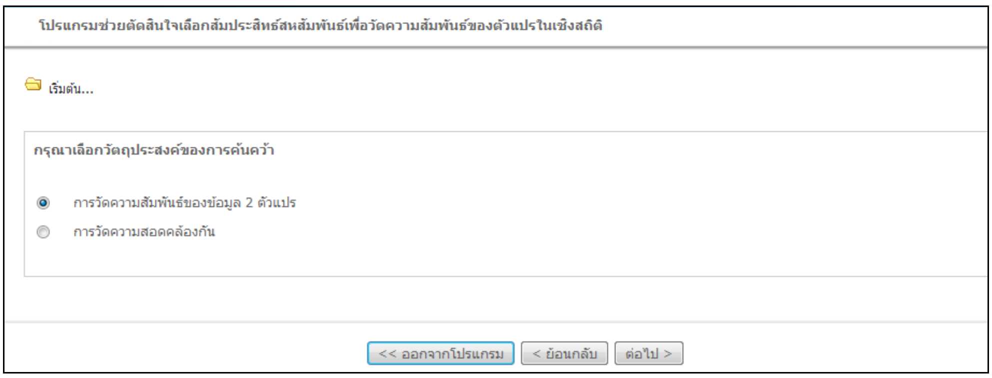
โปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพื่อวัดความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงสถิติ ประกอบไปด้วยหน้าต่างของเว็บไซต์ในหัวข้อต่างๆด้วยรายละเอียดดังนี้

4.1 หน้าแรก จะแสดงหน้าแรกของโปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพื่อวัดความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงสถิติ ดังรูป 4-1



รูปที่ 4-1 หน้าต่างหน้าแรกของโปรแกรม

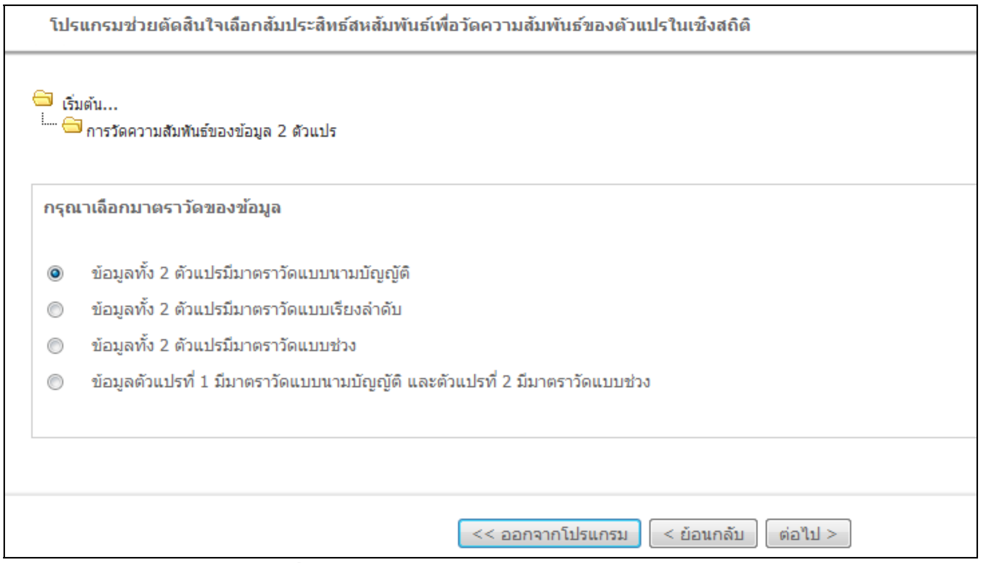
รูปที่ 4-1 เมื่อคลิกที่ **เริ่มต้นโปรแกรม** จะเข้าสู่การเริ่มต้นสอบถามผู้ใช้โปรแกรม ตั้งแต่วัตถุประสงค์ของการค้นคว้า มาตราวัดของข้อมูล การใช้หลักลดความผิดพลาดในการทำนาย เมื่อทราบตัวแปรหนึ่ง (PRE) ฯลฯ และจะให้คำตอบแก่ผู้ใช้โปรแกรมว่าสถิติทดสอบใดจึงจะเหมาะสมที่สุด ดังตัวอย่างต่อไปนี้



รูปที่ 4-2 หน้าต่างถามตอบวัตถุประสงค์ของการค้นคว้า

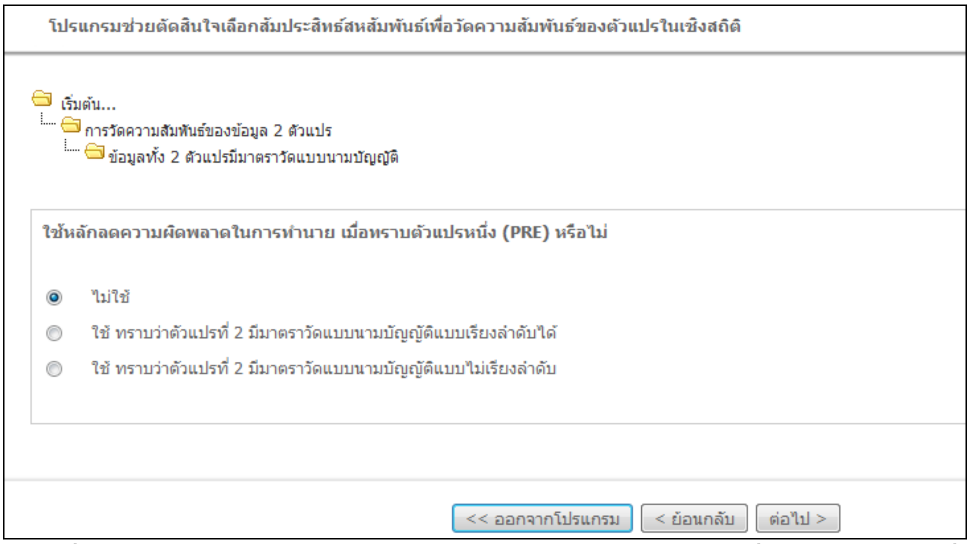
รูปที่ 4-2 แสดงหน้าต่างการถามวัตถุประสงค์ของการค้นคว้า เมื่อ**เริ่มต้นโปรแกรม** โดยมีตัวเลือกของวัตถุประสงค์ของการค้นคว้า 2 ลักษณะคือ การวัดความสัมพันธ์ของข้อมูล 2 ตัวแปร หรือการวัดความสอดคล้องกัน

ส่วนของการวัดความสัมพันธ์ของข้อมูล 2 ตัวแปร



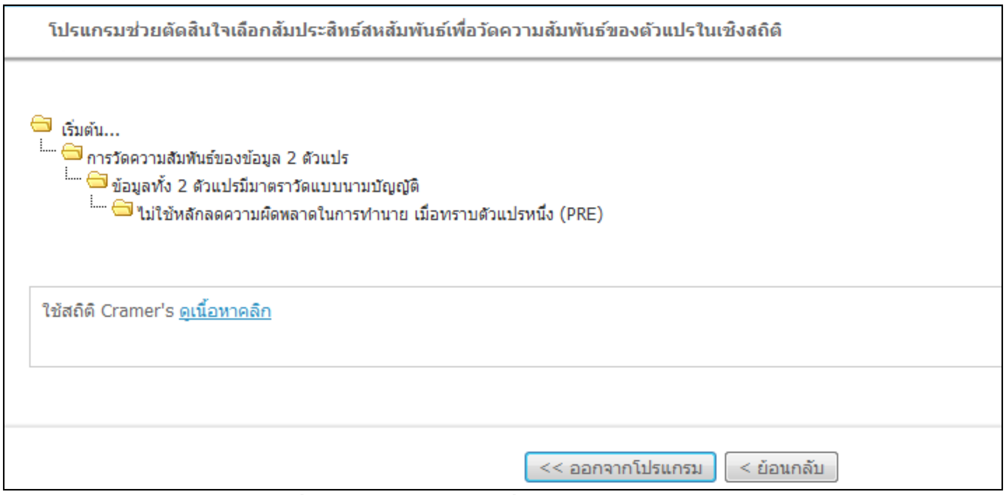
รูปที่ 4-3 หน้าต่างถามมาตราวัดของข้อมูล

รูปที่ 4-3 แสดงหน้าต่างการถามมาตราวัดของข้อมูล เมื่อต้องการวัดความสัมพันธ์ของข้อมูล 2 ตัวแปร มีตัวเลือกมาตราวัดของข้อมูล 4 ตัวเลือกคือ ข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ หรือข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบเรียงลำดับ หรือข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบช่วง หรือข้อมูลตัวแปรที่ 1 มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ และตัวแปรที่ 2 มีมาตราวัดแบบช่วง



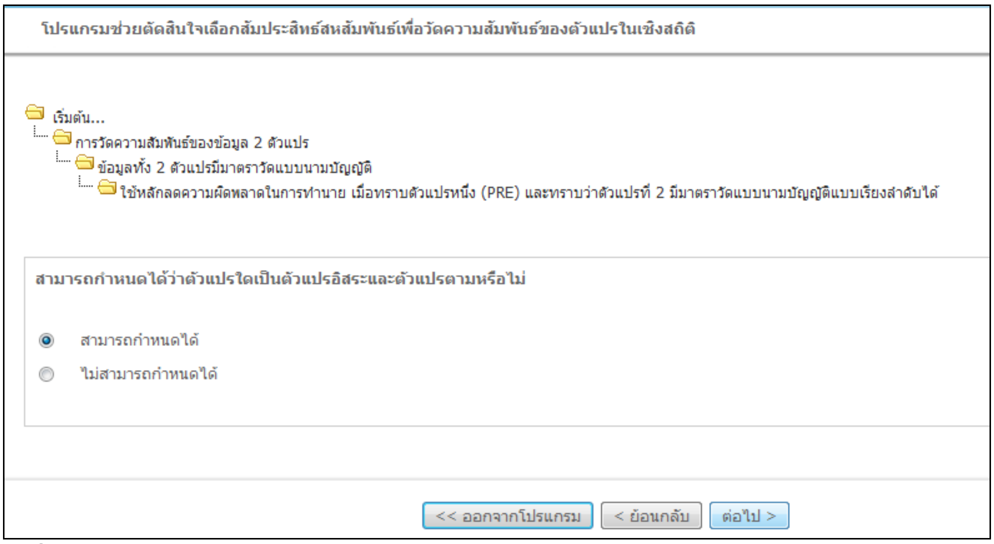
รูปที่ 4-4 หน้าต่างถามการใช้หลักลดความผิดพลาดในการทำนาย เมื่อทราบตัวแปรหนึ่ง (PRE) เมื่อข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ

รูปที่ 4-4 แสดงหน้าต่างการถามการใช้หลักลดความผิดพลาดในการทำนาย เมื่อทราบตัวแปรหนึ่ง (PRE) เมื่อข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ มีตัวเลือก 4 ตัวเลือกคือ ไม่ใช้ หรือใช้ ทราบว่าตัวแปรที่ 2 มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติแบบเรียงลำดับได้ หรือใช้ ทราบว่าตัวแปรที่ 2 มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติแบบไม่เรียงลำดับ



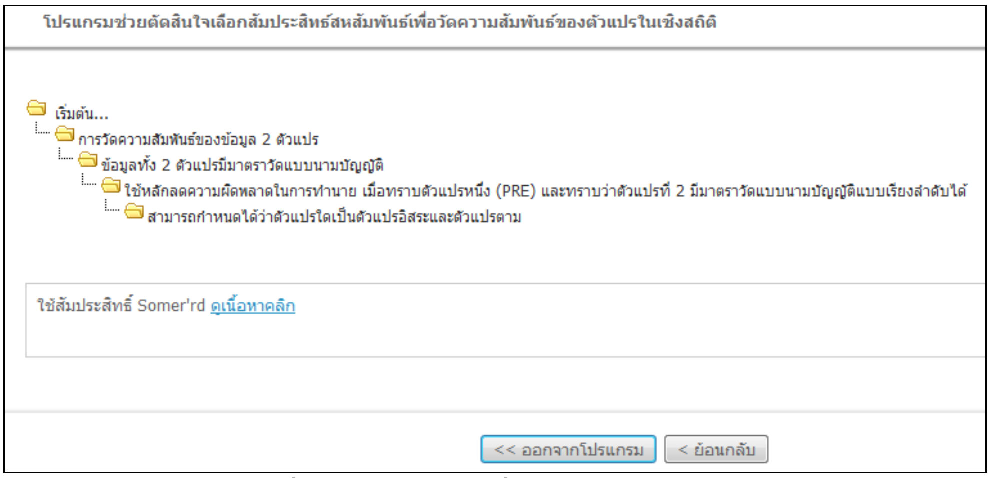
รูปที่ 4-5 หน้าต่างสถิติที่ใช้ Cramer’s

รูปที่ 4-5 แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ และไม่ใช้หลักลดความผิดพลาดในการทำนาย เมื่อทราบตัวแปรหนึ่ง (PRE) คือ Cramer’s



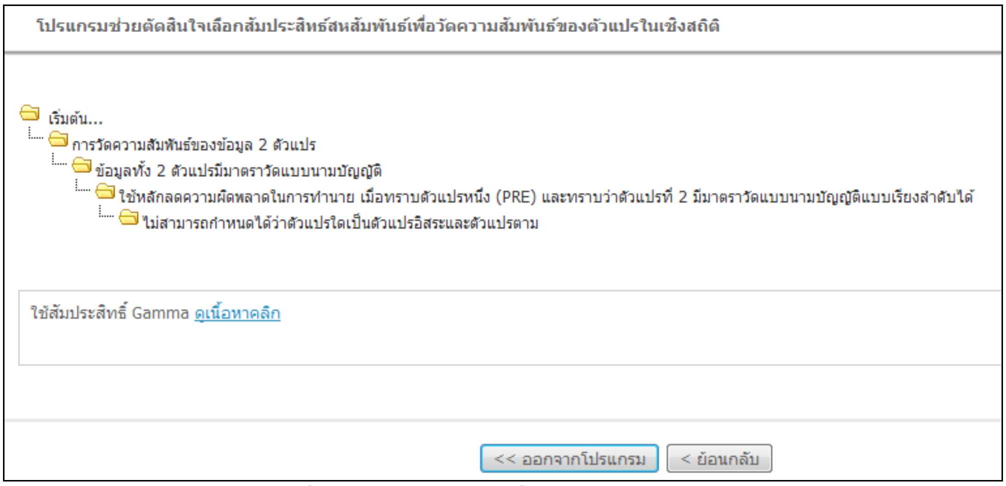
รูปที่ 4-6 หน้าต่างถามความสามารถในการกำหนดได้ว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม เมื่อทราบว่าตัวแปรที่ 2 มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติแบบเรียงลำดับได้

รูปที่ 4-6 แสดงหน้าต่างการถามความสามารถในการกำหนดได้ว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม มีตัวเลือก 2 ตัวเลือกคือ สามารถกำหนดได้ หรือไม่สามารถกำหนดได้



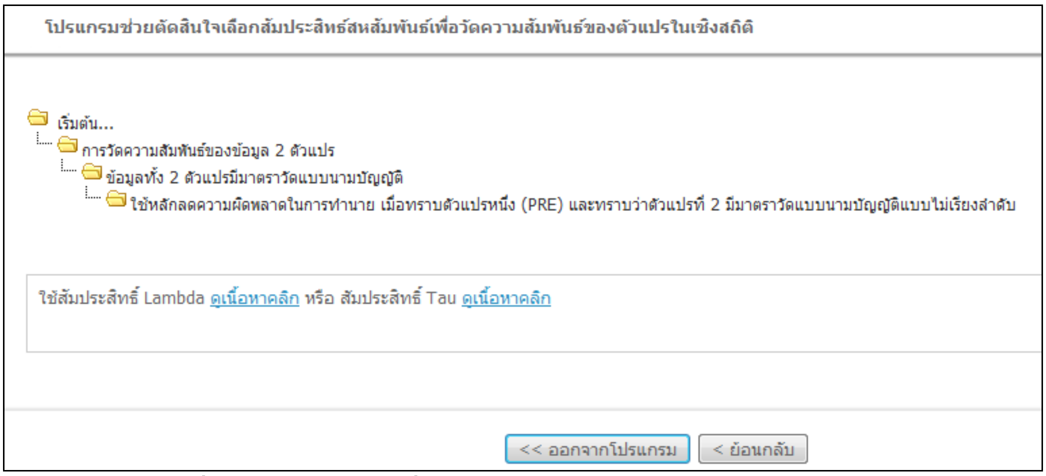
รูปที่ 4-7 หน้าต่างสถิติที่ใช้ Somer’rd

รูปที่ 4-7 แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ และใช้หลักลดความผิดพลาดในการทำนาย เมื่อทราบตัวแปรหนึ่ง (PRE) และทราบว่าตัวแปรที่ 2 มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติแบบเรียงลำดับได้ และสามารถกำหนดได้ว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม คือ Somer’rd



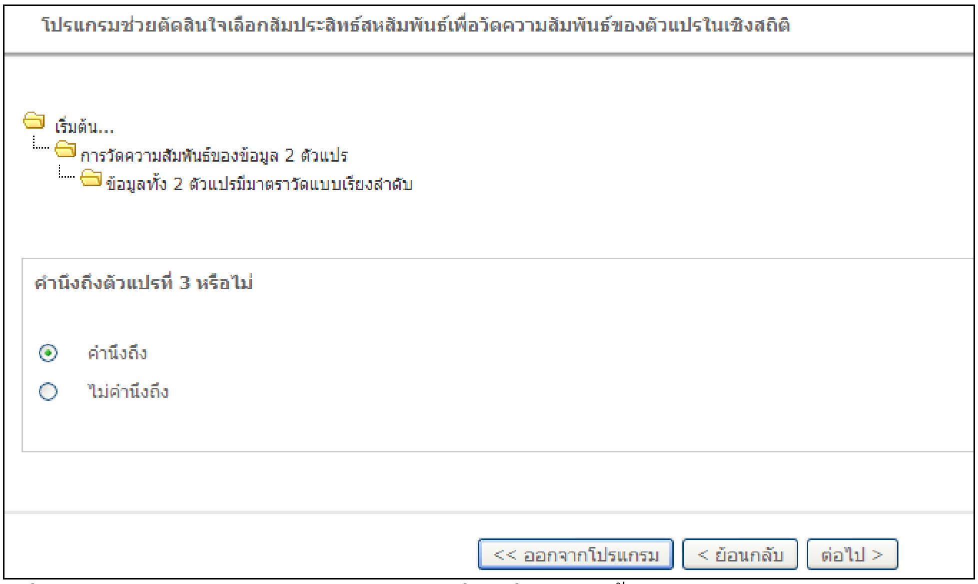
รูปที่ 4-8 หน้าต่างสถิติที่ใช้ Gamma

รูปที่ 4-8 แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ และใช้หลักลดความผิดพลาดในการทำนาย เมื่อทราบตัวแปรหนึ่ง (PRE) และทราบว่าตัวแปรที่ 2 มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติแบบเรียงลำดับได้ และไม่สามารถกำหนดได้ว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม คือ Gamma



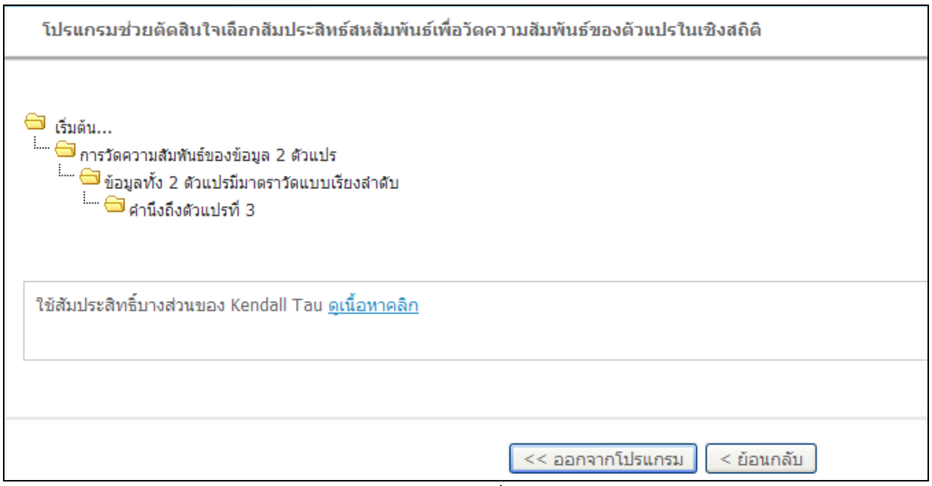
รูปที่ 4-9 หน้าต่างสถิติที่ใช้ Lambda หรือ สัมประสิทธิ์ Tau

รูปที่ 4-9 แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ และใช้หลักลดความผิดพลาดในการทำนาย เมื่อทราบตัวแปรหนึ่ง (PRE) และทราบว่าตัวแปรที่ 2 มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติแบบไม่เรียงลำดับคือ Lambda หรือ สัมประสิทธิ์ Tau



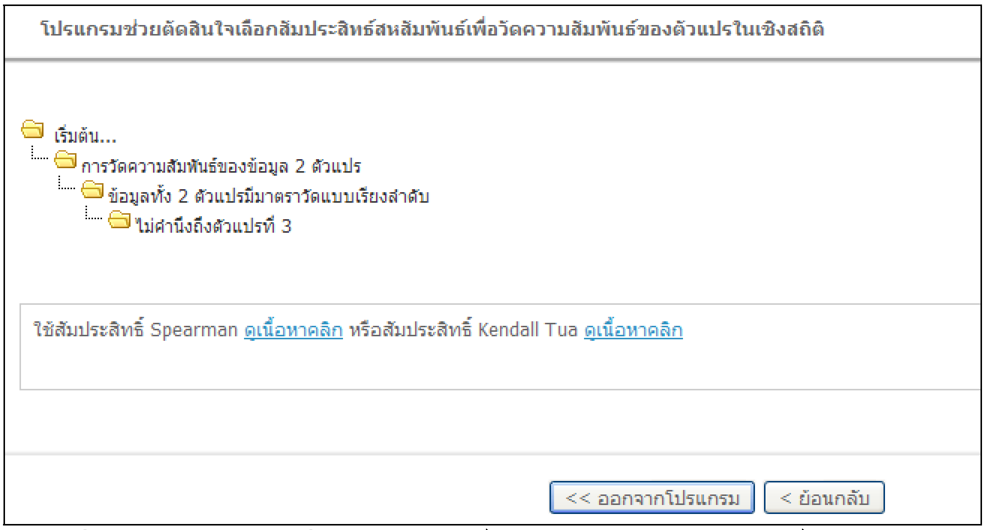
รูปที่ 4-10 หน้าต่างถามการคำนึงถึงตัวแปรที่ 3 เมื่อข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบเรียงลำดับ

รูปที่ 4-10 แสดงหน้าต่างการถามการคำนึงถึงตัวแปรที่ 3 เมื่อข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบเรียงลำดับ มีตัวเลือก 2 ตัวเลือกคือ คำนึงถึง หรือไม่คำนึงถึง



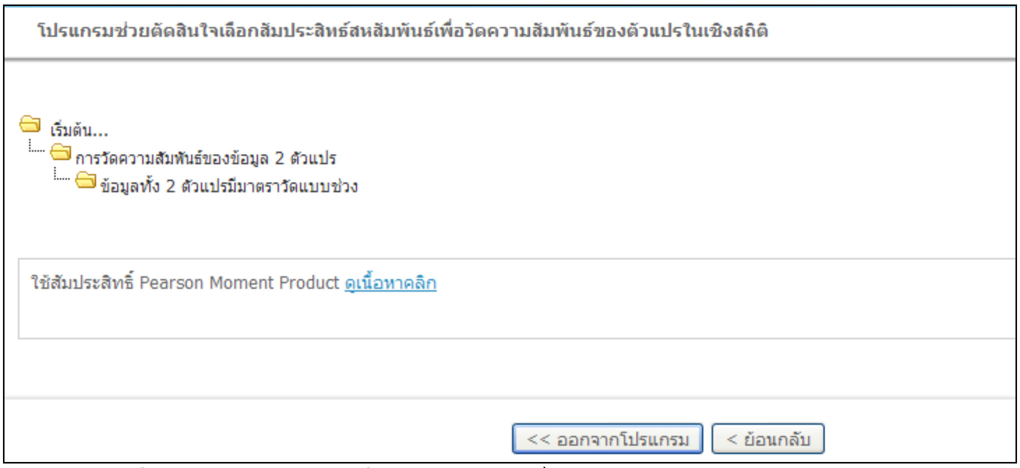
รูปที่ 4-11 หน้าต่างสถิติที่ใช้ สัมประสิทธิ์บางส่วนของ Kendall Tau

รูปที่ 4-11 แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบเรียงลำดับ และมีการคำนึงถึงตัวแปรที่ 3 คือ สัมประสิทธิ์บางส่วนของ Kendall Tau



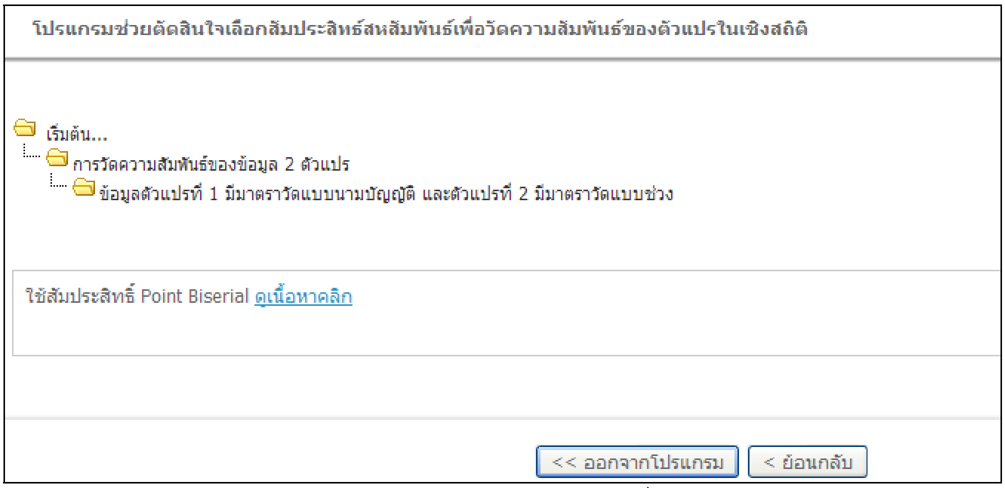
รูปที่ 4-12 หน้าต่างสถิติที่ใช้ สัมประสิทธิ์ Spearman หรือ สัมประสิทธิ์ Kendall Tua

รูปที่ 4-12 แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบเรียงลำดับ และไม่มีการคำนึงถึงตัวแปรที่ 3 คือ สัมประสิทธิ์ Spearman หรือ สัมประสิทธิ์ Kendall Tua



รูปที่ 4-13 หน้าต่างสถิติที่ใช้ สัมประสิทธิ์ Pearson Moment Product

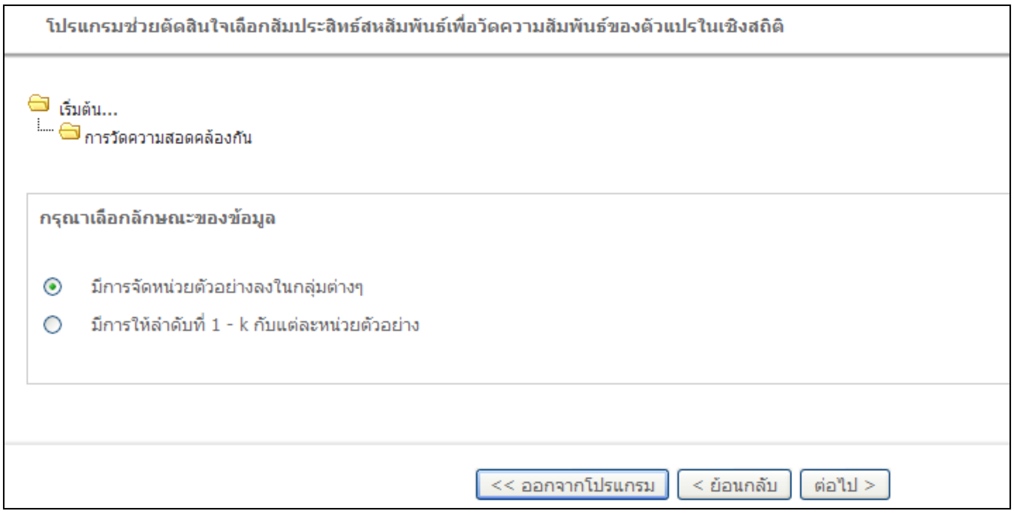
รูปที่ 4-13แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลทั้ง 2 ตัวแปรมีมาตราวัดแบบช่วง คือ สัมประสิทธิ์ Pearson Moment Product



รูปที่ 4-14 หน้าต่างสถิติที่ใช้ สัมประสิทธิ์ Point Biserial

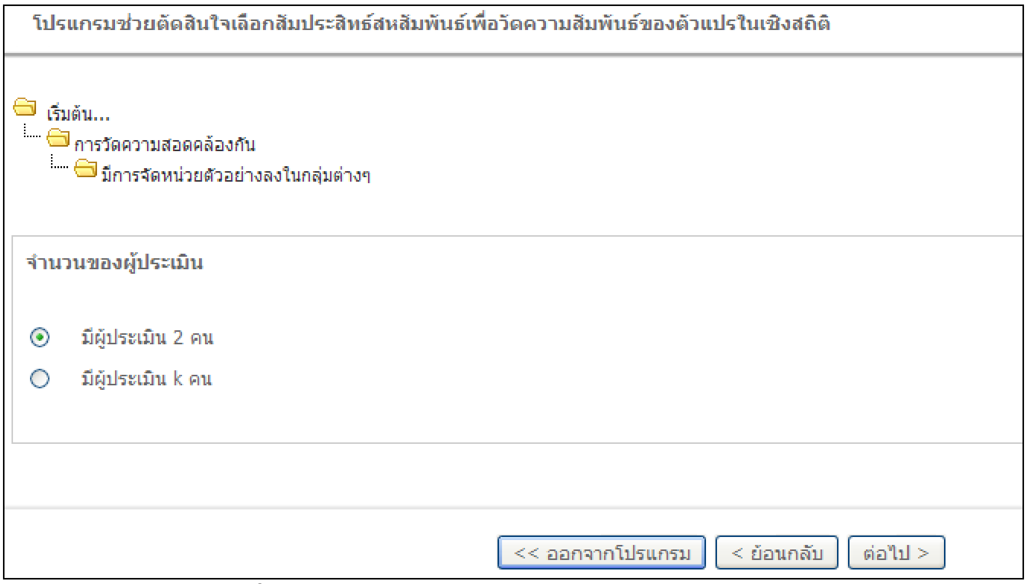
รูปที่ 4-14แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลตัวแปรที่ 1 มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ และตัวแปรที่ 2 มีมาตราวัดแบบช่วง คือ สัมประสิทธิ์ Point Biserial

ส่วนของการวัดความสอดคล้องกัน



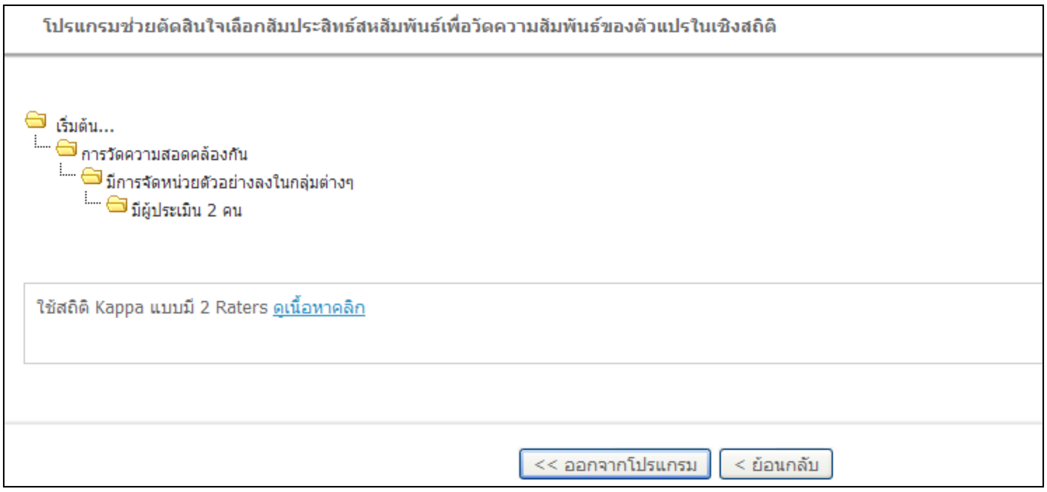
รูปที่ 4-15 หน้าต่างถามลักษณะของข้อมูล

รูปที่ 4-15 แสดงหน้าต่างการถามลักษณะของข้อมูล เมื่อต้องการความสอดคล้องกันของข้อมูล 2 ตัวแปร มีลักษณะของข้อมูล 2ตัวเลือกคือ มีการจัดหน่วยตัวอย่างลงในกลุ่มต่างๆ หรือมีการให้ลำดับที่ 1 - k กับแต่ละหน่วยตัวอย่าง



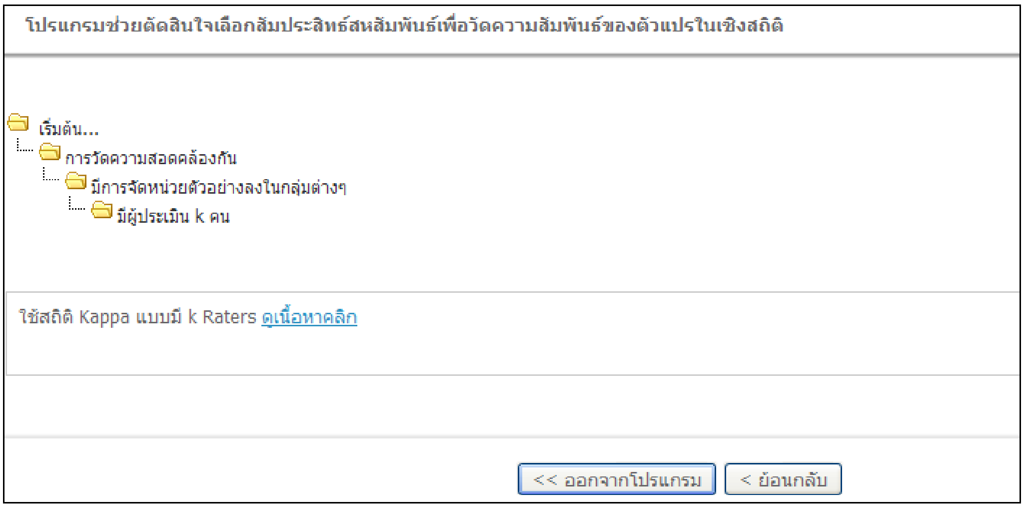
รูปที่ 4-16 หน้าต่างถามจำนวนของผู้ประเมิน

รูปที่ 4-16 แสดงหน้าต่างการถามจำนวนของผู้ประเมิน เมื่อข้อมูลมีการจัดหน่วยตัวอย่างลงในกลุ่มต่างๆ มีตัวเลือก 2 ตัวเลือกคือ ผู้ประเมิน 2 คน หรือผู้ประเมิน k คน



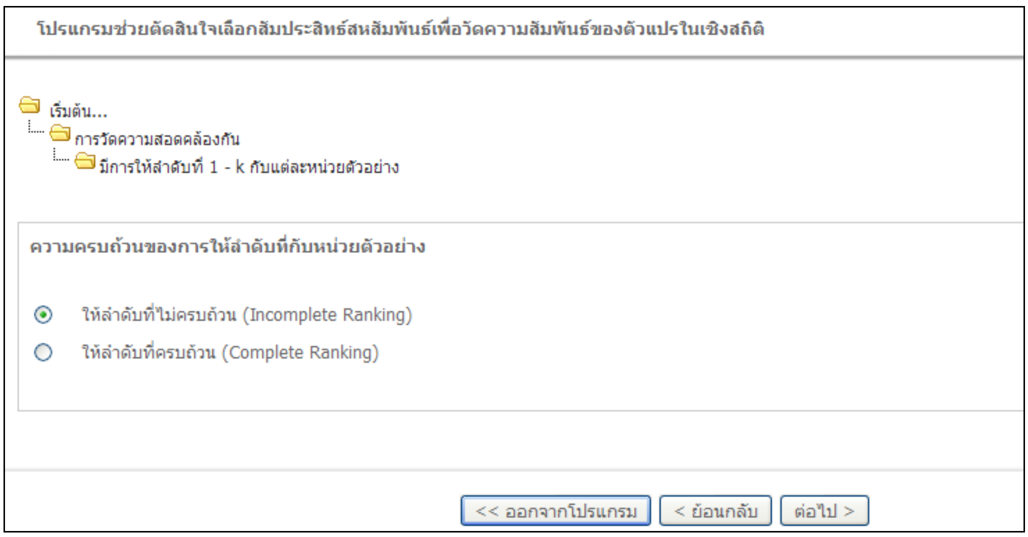
รูปที่ 4-17 หน้าต่างสถิติที่ใช้ สถิติ Kappa แบบมี 2 Raters

รูปที่ 4-17 แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลมีการจัดหน่วยตัวอย่างลงในกลุ่มต่างๆ และมีผู้ประเมิน 2 คน คือ Kappa แบบมี 2 Raters



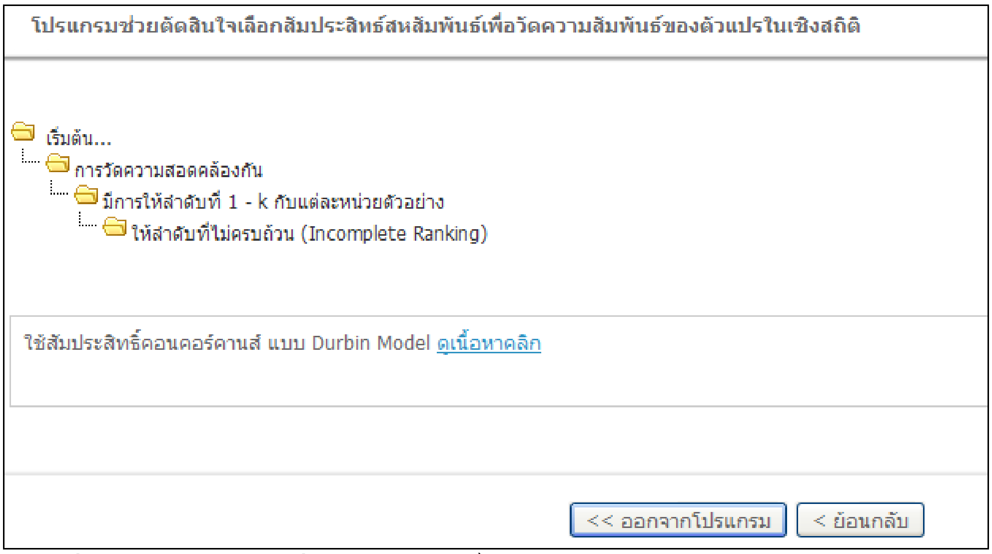
รูปที่ 4-18 หน้าต่างสถิติที่ใช้ สถิติ Kappa แบบมี k Raters

รูปที่ 4-18 แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลมีการจัดหน่วยตัวอย่างลงในกลุ่มต่างๆ และมีผู้ประเมิน k คน คือ Kappa แบบมี k Raters



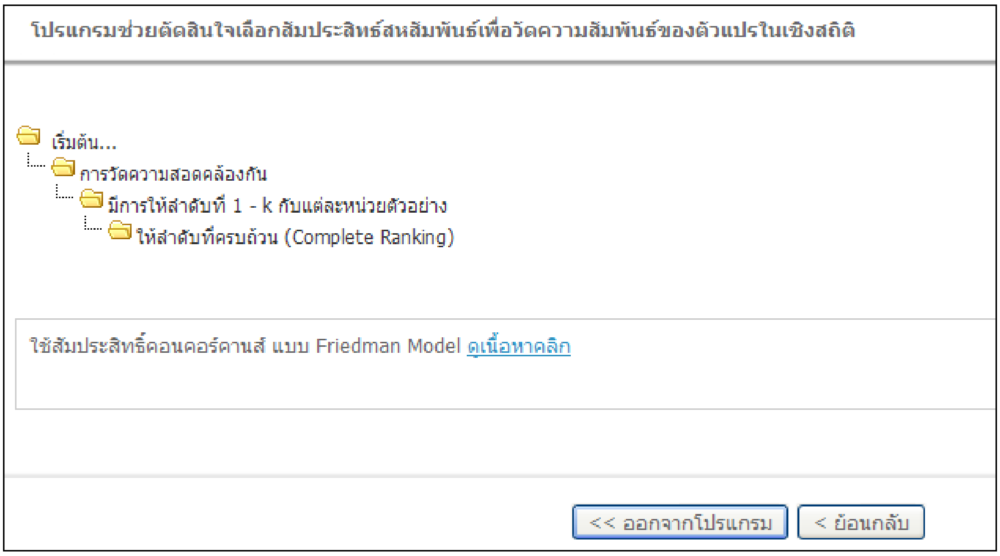
รูปที่ 4-19 หน้าต่างถามความครบถ้วนของการให้ลำดับที่กับหน่วยตัวอย่าง

รูปที่ 4-19 แสดงหน้าต่างการถามความครบถ้วนของการให้ลำดับที่กับหน่วยตัวอย่าง เมื่อข้อมูลมีการมีการให้ลำดับที่ 1 - k กับแต่ละหน่วยตัวอย่าง มีตัวเลือก 2 ตัวเลือกคือ ให้ลำดับที่ไม่ครบถ้วน (Incomplete Ranking) หรือให้ลำดับที่ครบถ้วน (Complete Ranking)



รูปที่ 4-20 หน้าต่างสถิติที่ใช้ สัมประสิทธิ์คอนคอร์คานส์ แบบ Durbin Model

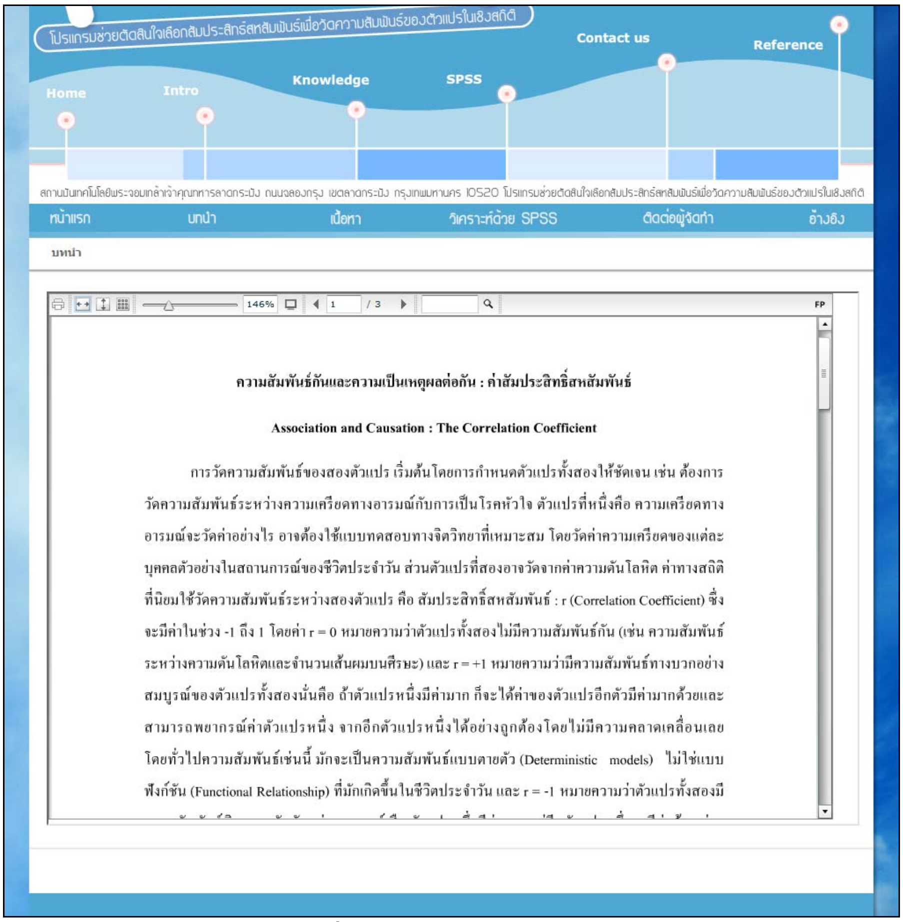
รูปที่ 4-20 แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลมีการมีการให้ลำดับที่ 1 - k กับแต่ละหน่วยตัวอย่าง โดยมีการให้ลำดับที่ไม่ครบถ้วน (Incomplete Ranking) คือ สัมประสิทธิ์คอนคอร์คานส์ แบบ Durbin Model



รูปที่ 4-21 หน้าต่างสถิติที่ใช้ สัมประสิทธิ์คอนคอร์คานส์ แบบ Friedman Model

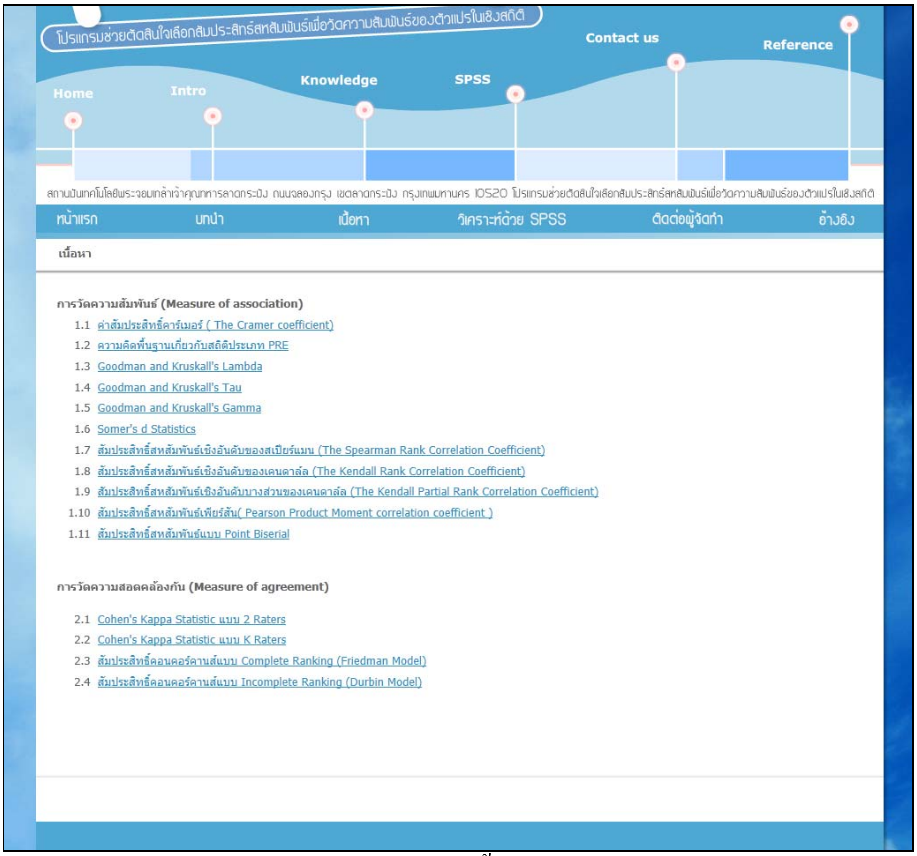
รูปที่ 4-21 แสดงสถิติที่ใช้ เมื่อข้อมูลมีการมีการให้ลำดับที่ 1 - k กับแต่ละหน่วยตัวอย่าง โดยมีการให้ลำดับที่ครบถ้วน (Complete Ranking) คือ สัมประสิทธิ์คอนคอร์คานส์ แบบ Friedman Model

4.2 บทนำ เมื่อคลิกที่บทนำจะเข้าสู่การอธิบายการวัดความสัมพันธ์กันและความเป็นเหตุผลต่อกัน ที่เกี่ยวข้องกับการใช้โปรแกรมนี้ ดังรูป 4-22



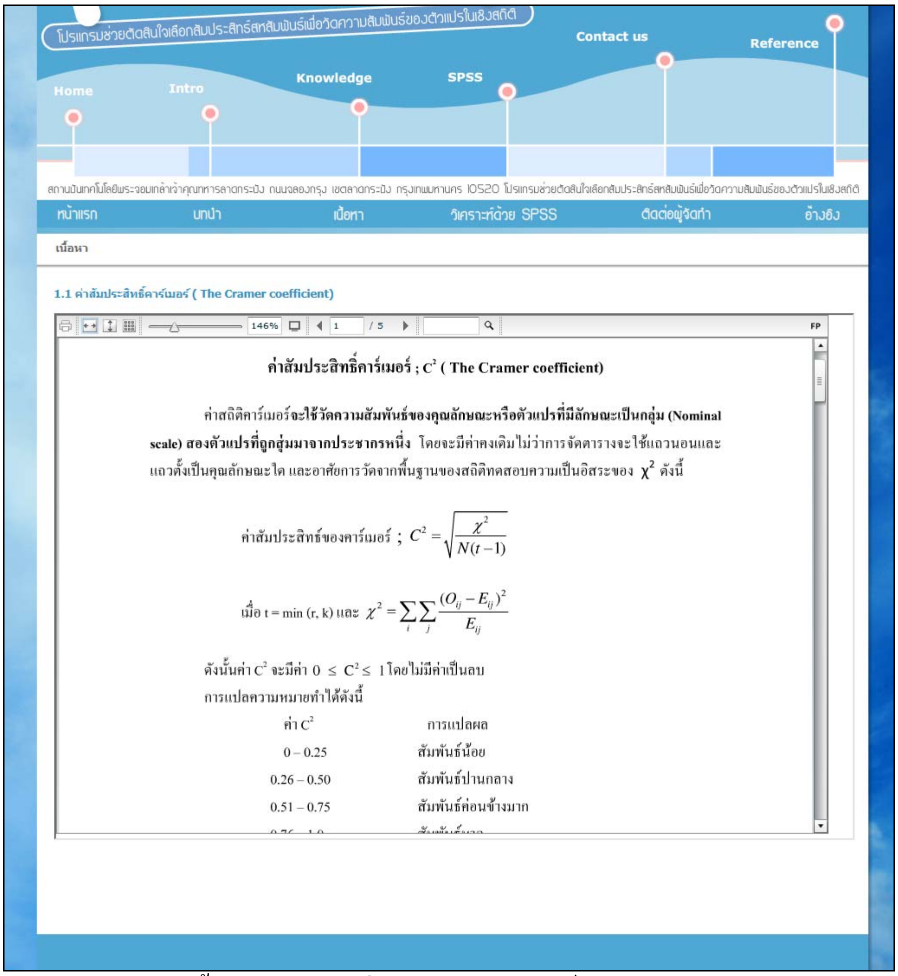
รูปที่ 4-22 หน้าต่างของบทนำ

4.3 เนื้อหาของทฤษฎีสถิติ จะแสดงหัวข้อต่างๆของเนื้อหาของการทดสอบทางสถิติ โดยแต่ละหัวข้อจะอธิบายถึงทฤษฎีทางสถิตินั้นๆ ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการเลือกสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์เพื่อวัดความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงสถิติ ดังรูป 4-23



รูปที่ 4-23 หน้าต่างของเนื้อหาของทฤษฎีสถิติ

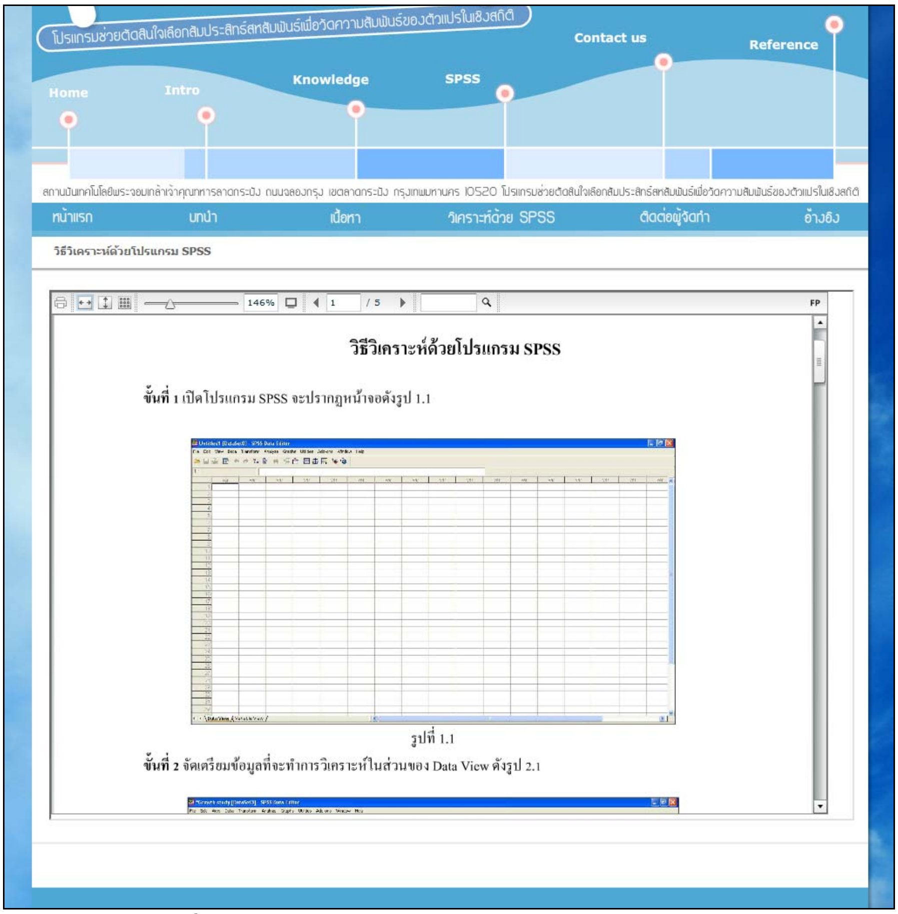
เมื่อเลือกหัวข้อเนื้อหา **ค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์ (The Cramer coefficient)** สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4-24



รูปที่ 4-24 หน้าต่างของเนื้อหาในหัวข้อเรื่อง ค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์ (The Cramer coefficient)

รูปที่ 4-24 แสดงวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์คาร์เมอร์ (The Cramer coefficient) โดยจะอธิบายรายละเอียดต่าง ๆ สำหรับค่าสถิตินี้

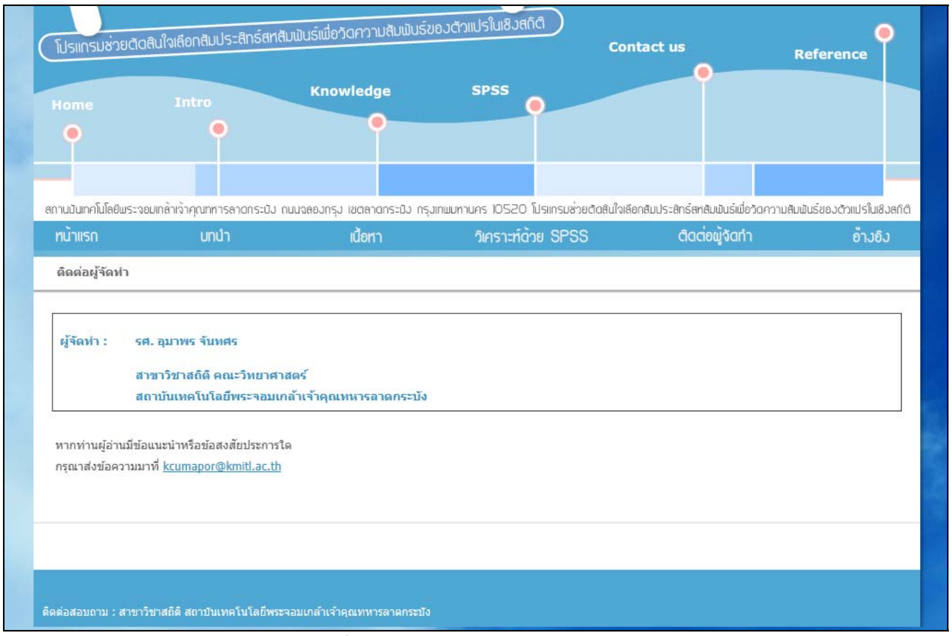
4.4 วิธีวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS เมื่อเลือกหัวข้อนี้ จะแสดงขั้นตอนการใช้ SPSS สำหรับการทดสอบต่าง ๆ เพื่อวิเคราะห์ข้อมูล ดังรูป 4-25



รูปที่ 4-25หน้าต่างของวิธีวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS

รูปที่ 4-25 แสดงขั้นตอนการใช้ SPSS สำหรับการทดสอบต่าง ๆ เพื่อวิเคราะห์ข้อมูล

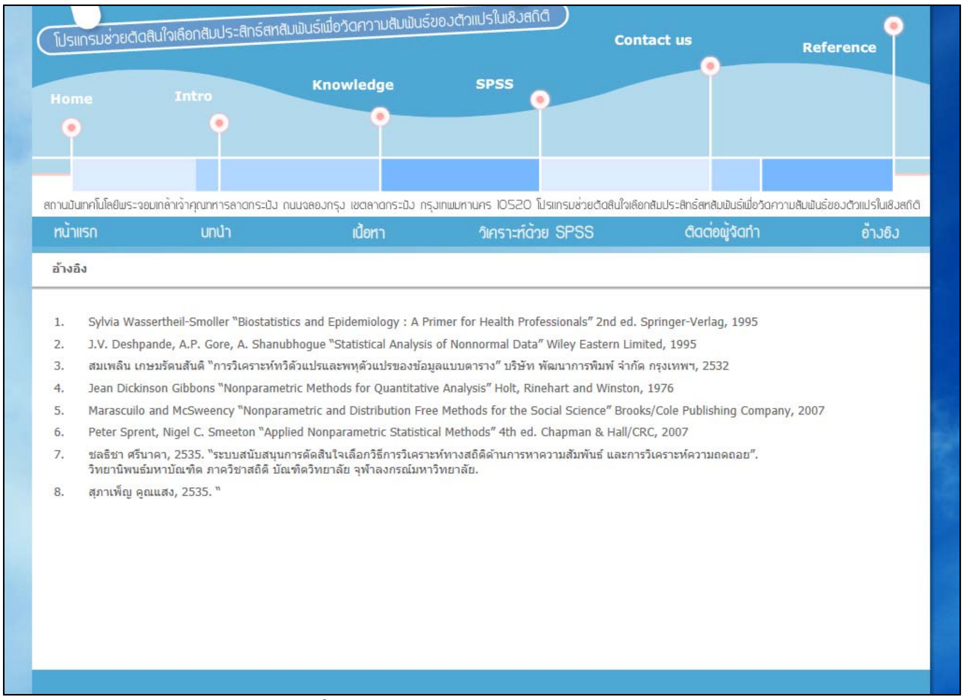
4.5 ติดต่อผู้จัดทำ เมื่อเลือกหัวข้อนี้จะแสดงการติดต่อกับผู้จัดทำดังรูป 4-26



รูปที่ 4-26 หน้าต่างติดต่อผู้จัดทำ

รูปที่ 4-26 จะแสดง e-mail address ของผู้จัดทำ หากผู้ใช้มีข้อแนะนำหรือข้อสงสัยประการอย่างไร สามารถส่งข้อความเข้ามาได้ตามที่อยู่นี้

4.6 อ้างอิง เมื่อเลือกหัวข้อนี้จะแสดงเอกสารอ้างอิงที่ใช้ในการจัดทำโปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์เพื่อวัดความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงสถิติในครั้งนี้ ดังรูป 4-27



รูปที่ 4-27 หน้าต่างของเอกสารอ้างอิง

สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ

สรุปผล

การศึกษาครั้งนี้คือการสร้างโปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์เพื่อวัดความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงสถิติ ซึ่งส่วนใหญ่ปีนสถิติวิเคราะห์แบบไม่ใช้พารามิเตอร์ โดยคำนึงถึงข้อกำหนดเบื้องต้น มาตราวัดข้อมูล และอื่น ๆ ที่เหมาะสมกับการทดสอบนั้น ๆ เพื่อให้ผลสรุปที่ได้ สามารถเชื่อมั่นในคำตอบได้อย่างแท้จริง เนื่องจากการวิเคราะห์นั้น ๆ จะถูกนำไปใช้ได้ถูกต้องตามทฤษฎีทางสถิติ โปรแกรมนี้จะช่วยทำให้ผู้ใช้ได้รับความสะดวกในการเลือกวิธีทางสถิติให้ถูกต้อง รวมทั้งได้รับความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาของวิธีวิเคราะห์นั้น ๆ โดยผู้จัดทำได้เสนอเนื้อหา วิธีการ ตลอดจนตัวอย่าง ให้ผู้ใช้สามารถทำความเข้าใจด้วยตนเองก่อน และทำให้อยู่ในรูปที่น่าสนใจ

หลังจากที่เลือกวิธีวิเคราะห์ได้ตามข้อมูลที่มีอยู่แล้ว(หรือตามวัตถุประสงค์ของงานวิจัยแล้ว) โปรแกรมนี้ยังจะแนะนำวิธีการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS ไว้เป็นลำดับขั้นตอน เพื่อให้ผู้ใช้สามารถวิเคราะห์จนได้ผลสรุปตามวัตถุประสงค์ของงานวิจัยด้วย

ข้อเสนอแนะ

โปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพื่อวัดความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงสถิติ ที่จัดทำขึ้นนี้ สามารถนำไปพัฒนาต่อโดยเน้นการนำเสนอที่น่าสนใจมากยิ่งขึ้น เช่น ทำให้อยู่ในรูปเคลื่อนไหวที่สามารถสื่อให้ผู้ใช้เข้าใจได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้โปรแกรมยังเน้นการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS เท่านั้น ซึ่งจะทำให้ไม่ครอบคลุมทุกการทดสอบ อาจพัฒนาเพิ่มขึ้นโดยแนะนำให้ผู้ใช้วิเคราะห์ด้วยโปรแกรมอื่นๆ เช่น MINITAB เป็นต้น

บรรณานุกรม

1. Sylvia Wassertheil-Smoller "Biostatistics and Epidemiology : A Primer for Health Professionals" 2nd ed. Springer-Verlag, 1995
2. J.V. Deshpande, A.P. Gore, A. Shanubhogue "Statistical Analysis of Nonnormal Data" Wiley Eastern Limited, 1995
3. สมเพลิน เกษมรัตนสันติ "การวิเคราะห์ทวิตัวแปรและพหุตัวแปรของข้อมูลแบบตาราง" บริษัท พัฒนาการพิมพ์ จำกัด กรุงเทพฯ, 2532
4. Jean Dickinson Gibbons "Nonparametric Methods for Quantitative Analysis" Holt, Rinehart and Winston, 1976
5. Marascuilo and McSweency "Nonparametric and Distribution Free Methods for the Social Science" Brooks/Cole Publishing Company, 1977
6. Peter Sprent, Nigel C. Smeeton "Applied Nonparametric Statistical Methods" 4th ed. Chapman & Hall/CRC, 2007
7. Alan Agresti, 1990. "Categorical Data Analysis". John Wiley & Sons.
8. James J. Higgins 2004. "Introduction to Modern Nonparametric Statistics". Thomson Brooks/Cole.
9. Olsen, Christopher R.; Bozeman, William C., 1988. "Decision Support Systems: Applications in Statistics and Hypothesis Testing. Journal of Research on Computing in Education.
10. ชลธิชา ศรีนาคา, 2535. "ระบบสนับสนุนการตัดสินใจเลือกวิธีการวิเคราะห์ทางสถิติด้านการหาความสัมพันธ์ และการวิเคราะห์ความถดถอย". วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
11. สุภาเพ็ญ คูณแสง, 2535. "ระบบสนับสนุนการตัดสินใจเลือกวิธีการทางสถิติในด้านการวางแผนทดลองและการวิเคราะห์ความแปรปรวน", วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
12. สายัน เกื้อสกุล, 2536. "ระบบสนับสนุนการตัดสินใจเลือกวิธีการวิเคราะห์ทางสถิติด้านการทดสอบสมมติฐาน" วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต(สต.ม.) ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
13. อุมาพร จันทศร. 2542. สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์