

# รายงานฉบับสมบูรณ์

สถานะถูกกักขังโดยสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด

Magnetically confined states due to current-carrying wires

ผศ.ดร. อรรถพล อ้าทอง

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

## รายงานฉบับสมบูรณ์

สถานะถูกกักขังโดยสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด

Magnetically confined states due to current-carrying wires

รายนามคณะผู้วิจัย

ผศ.ดร. อรรถพล อ้าทอง

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

รายนามที่ปรึกษาโครงการวิจัย

ผศ.ดร. นัฐพงษ์ ยงรัมย์

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ระยะเวลาดำเนินงานโครงการ 2 ปี

(1 ธันวาคม 2557 – 19 ธันวาคม 2559)

## กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจาก  
ศูนย์ประสานงานนักเรียนทุนรัฐบาลทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
กระทรวงวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
และสำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ

ปี พ.ศ. ที่ได้รับทุน 2557

## บทคัดย่อ

ในการศึกษานี้ เราสำรวจแก๊สสองมิติในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวดสองเส้นและสนใจศึกษาการกระจายตัวของพลังงานของอิเล็กตรอนในแก๊สสองมิติ แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนและความนำไฟฟ้าของแก๊สสองมิติ เราพบว่าทิศทางของกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีผลต่อการกระจายตัวของพลังงานแบบสมมาตรและแบบไม่สมมาตร สถานะที่ขังด้วยสนามแม่เหล็กสามารถแสดงได้โดยแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน 4 แบบ ได้แก่ แนวการเคลื่อนที่แบบวง แนวการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซโคลอยด์ แนวการเคลื่อนที่แบบขอบ และแนวการเคลื่อนที่แบบขอบสองด้าน เมื่อกระแสในเส้นลวดไหลในทิศทางเดียวกันความนำไฟฟ้าจะมีค่ามากกว่ากรณีที่กระแสในเส้นลวดไหลในทิศทางตรงข้ามกัน จากนั้นเราได้สำรวจระนาบของสารกึ่งตัวนำที่เติมสารแม่เหล็กอย่างเบาบางในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอและพบว่าพลังงานซีแมนขนาดมิลลิอิเล็กตรอนโวลต์ทำให้เกิดการแยกชั้นของพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นและลง อย่างไรก็ตามมันกลับไม่ส่งผลต่อแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนซึ่งมีลักษณะเป็นวงกลม เรายังพบอีกว่ามันทำให้เกิดความแตกต่างของความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนสปินขึ้นและลง

**คำสำคัญ :** การกักขังโดยสนามแม่เหล็ก สารกึ่งตัวนำแบบเติมสารแม่เหล็กอย่างเบาบาง(DMS) แนวการเคลื่อนที่ของกลศาสตร์แบบฉบับ

## Abstract

In this study, we investigate two dimensional gas (2DEG) in a magnetic field due to two current-carrying wires and focus on energy dispersion of a single electron in 2DEG, classical trajectories of electron, and the conductance of 2DEG. We find that the directions of the currents in the wires result symmetric and asymmetric energy dispersion. Magnetically confined states can be represented by 4 kinds of classical electron trajectories: snake orbits, cycloid-like orbits, edged orbits, and two edged orbits. When the currents in the wire flow in the same direction, the conductance is greater than that of the system where the currents flow in the opposite direction. We then investigate a plane of dilute magnetic semiconductor in a uniform magnetic field and find that the giant Zeeman energy results in giant splitting of energies of spin up and spin down electrons. However, it will not affect the classic trajectories of the electrons which are cyclotron orbits. We also find it makes the difference of spin up and spin down conductance.

**Keywords:** Magnetic confinement, Dilute magnetic semiconductor, Classical trajectory

## สารบัญ

	หน้า
บทนำ และความสำคัญของปัญหาการวิจัย	1
วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย	1
การทบทวนวรรณกรรม	2
การออกแบบการวิจัย	2
ขอบเขตของการวิจัย	3
ระเบียบวิธีวิจัย	4
ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์	6
1. 2DEG ในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด	6
1.1 แถบพลังงานของอิเล็กตรอนใน 2DEG	7
1.2 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนใน 2DEG	11
1.3 ความเร็วลอยเลื่อนและความเร็วกลุ่ม	25
1.4 ความนำไฟฟ้าของ 2DEG ในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด	28
2. DMS ในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ	29
2.1 แถบพลังงานของอิเล็กตรอนใน DMS	29
2.2 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนใน DMS	31
2.3 ความนำไฟฟ้าของ DMS ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ	33
สรุปผล	35
ปัญหาและอุปสรรค	36
บรรณานุกรม	37
ภาคผนวก	39



## บทนำและความสำคัญของปัญหาการวิจัย

Dilute magnetic semiconductors (DMSs) [1-3] เป็นสารกึ่งตัวนำที่มีความพิเศษ มันมีคุณสมบัติของสารกึ่งตัวนำและสารแม่เหล็กอยู่ในตัว สารกึ่งตัวนำพิเศษนี้เกิดจากการ doping ไอออนของสารแม่เหล็กลงไปในสารกึ่งตัวนำธรรมดา DMSs แสดงพฤติกรรมที่ไม่ธรรมดาเมื่อมันอยู่ในสนามแม่เหล็ก นั่นคือการแตกตัวของพลังงานสปีเนื่องจาก Zeeman effect มีขนาดใหญ่่มาก ซึ่งเป็นผลจาก exchange interaction ระหว่างอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำและอิเล็กตรอนในไอออนของสารแม่เหล็ก ในปี 1982 Furdyna [1,2] อธิบายปรากฏการณ์นี้โดยแนะนำ effective g-factor ( $g_{\text{eff}}$ ) ซึ่งมีค่ามากกว่า g-factor ธรรมดาอย่างมาก ค่าสุดค่าสูงสุดของ effective g-factor คือ 600 [4] ซึ่งพบใน CdMnSe ขณะที่ electron spin g-factor มีค่าเพียงแค่ประมาณ 2 ด้วยเหตุนี้เราสามารถใช้อffective mass approximation เพื่อที่จะอธิบายอิเล็กตรอนใน DMS ในสนามแม่เหล็กด้วย Hamiltonian

$$\hat{H} = \frac{(\hat{p} + e\vec{A})^2}{2m^*} - \frac{1}{2} g_{\text{eff}} \mu_B \vec{\sigma} \cdot \vec{B},$$

เมื่อ  $m^*$  คือ effective mass ของอิเล็กตรอนใน DMS  $\hat{p}$  คือ momentum operator  $\vec{A}$  คือ vector potential และ เทอมสุดท้ายแสดง Zeeman energy ขนาดใหญ่ซึ่งมีอิทธิพลต่อ electronic structure ของตัวพาประจุเป็นอย่างมาก ด้วยเหตุนี้ DMS ในสนามแม่เหล็ก [5-10] จึงเป็นที่สนใจของนักวิจัยเป็นอย่างมากยิ่งทำให้เกิดงานวิจัยเกี่ยวกับ DMS ในสนามแม่เหล็กมากมาย

ในการศึกษานี้เราจะสำรวจ DMS ในสนามแม่เหล็กด้วยเช่นกัน โดยสนใจว่าสนามแม่เหล็กนั้นจะมีผลอย่างไรต่อระดับพลังงานของอิเล็กตรอนที่ขังอยู่ในควอนตัมไวร์ที่ทำจาก DMS ต่อแนวการเคลื่อนที่ซึ่งสอดคล้องกับ quantum state ของอิเล็กตรอน และต่อความนำไฟฟ้าของควอนตัมไวร์ดังกล่าว เราคาดว่างานวิจัยนี้จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งกับการพัฒนาทางด้าน spintronics [11,12] ซึ่งมีเป้าหมายที่จะควบคุมสปินของอิเล็กตรอนเพื่อไปพัฒนาความสามารถในการเก็บ การเคลื่อนย้ายและการดำเนินการต่างๆของ quantum information ในอุปกรณ์ electronic

## วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

1. เพื่อสำรวจผลของสนามแม่เหล็กซึ่งปรับค่าได้โดยกระแสไฟฟ้าต่อระดับพลังงานของอิเล็กตรอนในโครงสร้างควอนตัมไวร์
2. เพื่อหาแนวการเคลื่อนที่หรือวงโคจรที่สอดคล้องกับ quantum state ของอิเล็กตรอนที่ขังในโครงสร้างควอนตัมไวร์
3. เพื่อเข้าใจผลของ Zeeman effect ขนาดใหญ่ต่อระดับพลังงานของอิเล็กตรอนเพื่อนำไปสู่การคำนวณหาความนำไฟฟ้า ซึ่งอาจนำไปประยุกต์ใช้ในอุปกรณ์ทาง spintronics

## การทบทวนบทวรรณกรรม

มีงานวิจัยทางทฤษฎีและการทดลองจำนวนมากเกี่ยวกับ two-dimensional electron gas (2DEG) ในสนามแม่เหล็กไม่สม่ำเสมอ [13-19] โดยจะมีสนามแม่เหล็กบางรูปแบบที่ทำให้เกิด quantum states ซึ่งสอดคล้องกับแนวการเคลื่อนที่หรือวงโคจรของอิเล็กตรอนในทาง classical เช่น วงโคจรแบบงู (snake orbits) [20-22], วงโคจรแบบข้าม (skipping orbit) [23,24] และวงโคจรแบบ cycloid (cycloid-like orbit) [20,25] วงโคจรเหล่านี้มีความสำคัญกับคุณสมบัติของการเคลื่อนย้ายของอิเล็กตรอนใน 2DEG โดยมีงานวิจัยกล่าวว่วงโคจรเหล่านี้สามารถอธิบายผลจากการคำนวณในกลศาสตร์ควอนตัมและ magnetoresistance ของ 2DEG ได้ [26,27]

สำหรับวงโคจรแบบงู (snake orbits) จะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่ไปใน 2 บริเวณที่สนามแม่เหล็กมีทิศตรงกันข้ามกัน วงโคจรนี้ถูกกล่าวถึงอย่างมากในงานวิจัยของ Reijniers [20,21] ซึ่งใช้สนามแม่เหล็กที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันคล้าย step function ( $\vec{B}$  เป็นบวกในบริเวณ  $x < 0$  และ  $\vec{B}$  เป็นลบในบริเวณ  $x > 0$ ) Reijniers สืบหา energy spectrum, electron wavefunctions และ group velocity ของอิเล็กตรอนซึ่งถูกกักขังโดยสนามแม่เหล็กดังกล่าวใน 2DEG หลังจากแก้ Schrodinger equation เขาพบว่า quantum group velocity มีความสัมพันธ์ไปในทางเดียวกับ classical velocity ของอิเล็กตรอนซึ่งเคลื่อนที่ด้วยวงโคจรแบบงูเมื่อ wave vector มีค่าเป็นลบ

สำหรับวงโคจรแบบข้าม (skipping orbit) [23] จะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่ไปชนกับผนังแข็งแล้วสะท้อนกลับเข้าไปเข้ามา วงโคจรนี้สอดคล้องกับ quantum state ซึ่งจงจำอยู่ที่ขอบ ดังนั้นจึงนิยมเรียก quantum state นี้ว่า edge states ในงานวิจัยของ Montambaux [23] เขาใช้วิธี semiclassical quantization เพื่ออธิบายระดับพลังงานของ edge state และศึกษา semiclassical drift velocity ของมัน

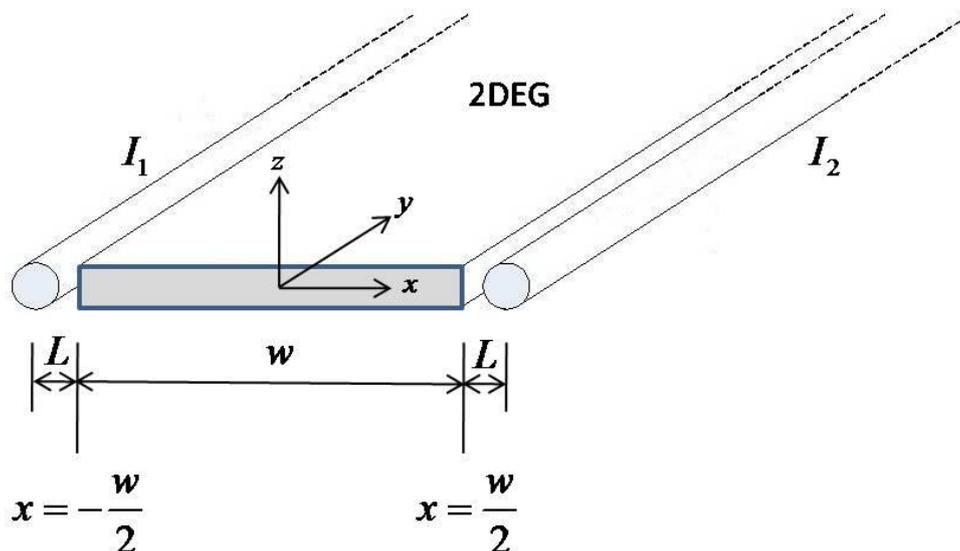
สำหรับวงโคจรแบบ cycloid (cycloid-like orbit) จะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนเดินทางระหว่างสองบริเวณที่สนามแม่เหล็กมีทิศเดียวกันแต่ขนาดของสนามแม่เหล็กต่างกัน วงจรนี้ถูกศึกษาอย่างเข้มข้นในงานของ Reigniers [20] ในสถานะการณ์ที่สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอรวมเข้ากับสนามแม่เหล็กคล้าย step function

นอกจากนี้ เร็วๆนี้เริ่มมีการศึกษาวงโคจรแบบงูและวงโคจรแบบข้ามในกราฟีน [28,29] ซึ่งเป็นวัสดุที่กำลังได้รับความสนใจเป็นอย่างยิ่งแต่กลับไม่มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวงโคจรเหล่านี้ใน DMS ทั้งๆที่ DMS แสดงพฤติกรรมพิเศษในสนามแม่เหล็ก งานวิจัยของ DMS ในสนามแม่เหล็กมักเกี่ยวข้องกับสนามแม่เหล็กจาก superconductor ใน vortex state [5-10] ซึ่งสนามแม่เหล็กจาก superconductor นี้ไม่สามารเหนี่ยวนำให้เกิด quantum states ซึ่งสอดคล้องกับวงโคจรแบบงูและวงโคจรแบบข้ามใน DMS ได้

## การออกแบบงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้เราพยายามออกแบบระบบเพื่อให้เกิด quantum states ซึ่งสอดคล้องกับวงโคจรแบบงูและวงโคจรแบบข้ามใน DMS ให้ได้ โดยใช้สนามแม่เหล็กจากเส้นลวดระดับนาโนในการสร้างสนามแม่เหล็กดังกล่าว รายละเอียดของโครงสร้างสามารถดูได้ที่รูปที่ 1 ในงานวิจัยนี้เราจะเริ่มศึกษา two dimension electron gas (2DEG) ในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวดชะก่อนแล้วจะเปลี่ยนจาก 2DEG มาเป็น DMS ในภายหลัง โดยสนใจระบบที่ประกอบด้วยแถบ 2DEG กว้าง  $w$  ขนาบข้างด้วยเส้นลวดสองเส้นซึ่งมีกระแสไฟฟ้า  $I_1$  และ  $I_2$  ไหลผ่านตามรูปที่ 1

$L$  คือ ระยะจากขอบของ 2DEG ถึงเส้นลวด กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดดังกล่าวสามารถผลิตสนามแม่เหล็กรอบเส้นลวดทั้งสองและมีผลต่ออิเล็กตรอนใน 2DEG เราจึงศึกษาผลของขนาดและทิศทางของกระแสไฟฟ้า  $I_1$  และ  $I_2$  ต่อระดับพลังงานของอิเล็กตรอนใน 2DEG แนวทางการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนใน 2DEG และค่าความนำไฟฟ้า จากนั้นจึงเปลี่ยนจากระนาบ 2DEG เป็น DMS เพื่อให้เห็นผลของ Zeeman effect ขนาดใหญ่อย่างชัดเจน



รูปที่ 1 2DEG ขนาบข้างด้วยเส้นลวดนำกระแส

อย่างไรก็ดีเราพบอุปสรรคบางอย่างในการคำนวณหาแนวทางการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนใน DMS ดังจะกล่าวรายละเอียดในหัวข้อ “ปัญหาและอุปสรรค” ในกรณีของ DMS จึงเปลี่ยนจากสนามแม่เหล็กจากเส้นลวดมาเป็นสนามแม่เหล็กคงที่ในการคำนวณ

## ขอบเขตของการวิจัย

เราจะศึกษาระบบซึ่งประกอบด้วยแถบ 2DEG ขนาบข้างด้วยเส้นลวด 2 เส้นซึ่งมีกระแสไหลผ่านและเหนี่ยวนำให้เกิดสนามแม่เหล็ก โดยเน้นศึกษาที่ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนภายใน 2DEG อีกประเด็นที่ต้องการศึกษาคือแนวทางการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน เราจะหาความเกี่ยวข้องกันของสถานะของอิเล็กตรอนและวงโคจรต่างๆ เช่น วงโคจรแบบวง วงโคจรแบบข้าม และวงโคจรแบบ cycloid ประเด็นสุดท้ายคือการศึกษาความนำไฟฟ้าที่ควบคุมได้จากสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด จากนั้นเราจะเปลี่ยน จากระนาบ 2DEG เป็น DMS เพื่อศึกษาผลของ Zeeman effect ขนาดใหญ่ว่ามีผลต่อ ระดับพลังงานของอิเล็กตรอน แนวทางการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน และความนำไฟฟ้าอย่างไร

## ระเบียบวิธีวิจัย

ในงานวิจัยนี้สิ่งที่สำคัญที่สุดคือ เราต้องการคำนวณหาพลังงานของอิเล็กตรอนที่อยู่ในระนาบ 2DEG และระนาบ DMS ให้ได้ชะก่อนจึงจะนำไปสู่การคำนวณแนวการเคลื่อนที่และความนำไฟฟ้าได้ ซึ่งเราสามารถหาพลังงานของอิเล็กตรอนได้จากการแก้สมการชโรดิงเจอร์ ในงานวิจัยนี้เราใช้วิธีเบซิสเซตซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### วิธีเบซิสเซต (Basis set method)

ในการแก้สมการชโรดิงเจอร์ซึ่งเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง เราสามารถแก้หาผลเฉลยได้โดยตรงในบางปัญหาเช่นปัญหาบ่อศักย์อนันต์ แต่ถ้าหากปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นเราจะไม่สามารถแก้สมการได้โดยตรงจึงต้องใช้วิธีการเชิงตัวเลขมาช่วยในการแก้ปัญหานี้ วิธีเบซิสเซตเป็นวิธีการเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่สามารถแก้ปัญหานี้ได้ จากสมการชโรดิงเจอร์

$$H\Psi = E\Psi$$

ฟังก์ชันคลื่นใด ๆ สามารถเขียนในรูปอนุกรมได้คือ

$$\Psi = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n$$

เมื่อ  $c_n$  คือสัมประสิทธิ์ของเบซิสฟังก์ชันและ  $\phi_n$  คือเบซิสฟังก์ชัน  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก แทนค่าฟังก์ชันคลื่นลงในสมการชโรดิงเจอร์จะได้ว่า

$$H \sum_{n=1}^N c_n \phi_n = E \sum_{n=1}^N c_n \phi_n$$

คูณ  $\phi_m^*$  ทั้งสองข้างของสมการ

$$\phi_m^* H \sum_{n=1}^N c_n \phi_n = \phi_m^* E \sum_{n=1}^N c_n \phi_n$$

$$\sum_{n=1}^N (\phi_m^* H \phi_n) c_n = E \sum_{n=1}^N (\phi_m^* \phi_n) c_n$$

แล้วอินทิเกรตทั้งปริภูมิ

$$\sum_{n=1}^N \left( \int_{-\infty}^{\infty} \phi_m^* H \phi_n dx \right) c_n = E \sum_{n=1}^N \left( \int_{-\infty}^{\infty} \phi_m^* \phi_n dx \right) c_n$$

กำหนดให้  $H_{mn} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_m^* H \phi_n dx$  และ  $O_{mn} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_m^* \phi_n dx$  ดังนั้นจะได้

$$\sum_{n=1}^N H_{mn} c_n = E \sum_{n=1}^N O_{mn} c_n$$

เมื่อ  $m = 1, 2, 3, \dots, N$  ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการข้างต้นให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & \dots & H_{1N} \\ H_{21} & \ddots & & & \\ H_{31} & & \ddots & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ H_{N1} & & & & H_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} O_{11} & O_{12} & O_{13} & \dots & O_{1N} \\ O_{21} & \ddots & & & \\ O_{31} & & \ddots & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ O_{N1} & & & & O_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix}$$

หรือ

$$\overline{HC} = \overline{EOC}$$

สมการข้างบนเรียกว่า Generalized eigenvalue problem ซึ่งสามารถแก้ได้โดยซอฟต์แวร์ MATLAB ในที่นี้เบซิสฟังก์ชันที่ใช้คือ

$$\phi = \sin\left(\frac{n\pi(\tilde{x} - s_1)}{s_2 - s_1}\right)$$

เมื่อ  $s_1$  และ  $s_2$  คือตำแหน่งที่ฟังก์ชันคลื่นมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งเป็นฟังก์ชันผลเฉลยของปัญหาบอศ์กยอนันต์ หลังจากทีโปรแกรมแก้สมการ Generalized eigenvalue problem จะได้สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันคลื่น และระดับพลังงานเพื่อนำไปศึกษาต่อไป

หลังจากคำนวณหาพลังงานของอิเล็กตรอนแล้ว เราสามารถนำพลังงานไปหาแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนได้โดยใช้แรงลอเรนซ์  $\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$  ซึ่งความเร็วในสมการดังกล่าวสามารถหาได้โดยพลังงานของอิเล็กตรอนสุดท้ายคือค่าความนำไฟฟ้าเราจะใช้ Buttiker formula [30]

$$G = \frac{2e^2}{h} N(E_F)$$

เมื่อ  $G$  คือค่าความนำไฟฟ้า  $e$  คือประจุของอิเล็กตรอน  $h$  คือค่าคงที่ของพลังค์และ  $N(E_F)$  คือจำนวนแถบพลังงานที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  นั่นคือค่าความนำไฟฟ้าจะมีค่าไม่ต่อเนื่องโดยจะมีค่าเป็นจำนวนเท่าของ  $\frac{2e^2}{h}$  และเราสามารถหาได้โดยการนับจำนวนแถบพลังงานที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  นั้นเอง

## ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

### 1. 2DEG ในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด

ในงานวิจัยนี้เราจะเริ่มศึกษา two dimension electron gas (2DEG) ในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด โดยสนใจระบบที่ประกอบด้วยแถบ 2DEG กว้าง  $w$  ขนาบข้างด้วยเส้นลวดสองเส้นซึ่งมีกระแสไฟฟ้า  $I_1$  และ  $I_2$  ไหลผ่านตามรูปที่ 1  $L$  คือ ระยะจากขอบของ 2DEG ถึงเส้นลวด กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดดังกล่าวสามารถผลิตสนามแม่เหล็กรอบเส้นลวดทั้งสองได้ตามกฎของแอมแปร์และมีผลต่ออิเล็กตรอนใน 2DEG เนื่องจากอิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนที่ได้ในระนาบของ 2DEG เท่านั้น เราสามารถสมมติให้อิเล็กตรอนรู้สึกถึงสนามแม่เหล็กในทิศแกน  $z$  เท่านั้น จากกฎของแอมแปร์สนามแม่เหล็กในระนาบดังกล่าวจะเป็นไปตามสมการ

$$B_z(x) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \left(-\frac{w}{2} - L - x\right)} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \left(\frac{w}{2} + L - x\right)}$$

เมื่อ  $x$  คือระยะจากจุดกึ่งกลางของ 2DEG และ  $x = \pm \frac{w}{2}$  แสดงตำแหน่งของขอบ 2DEG ตามรูปที่ 1 ในสมการข้างบนเทอมแรกแสดงสนามแม่เหล็กจากกระแส  $I_1$  และเทอมที่สองแสดงสนามแม่เหล็กจากกระแส  $I_2$  ตามลำดับ โดยทิศของ  $B_z$  จะขึ้นอยู่กับเครื่องหมายของ  $I_1$  และ  $I_2$  เครื่องหมายบวกแสดงถึงกระแสที่มีทิศ  $+y$  และเครื่องหมายลบแสดงถึงกระแสที่มีทิศ  $-y$  ตามลำดับ เราสามารถลดรูปสมการข้างต้นได้เป็น

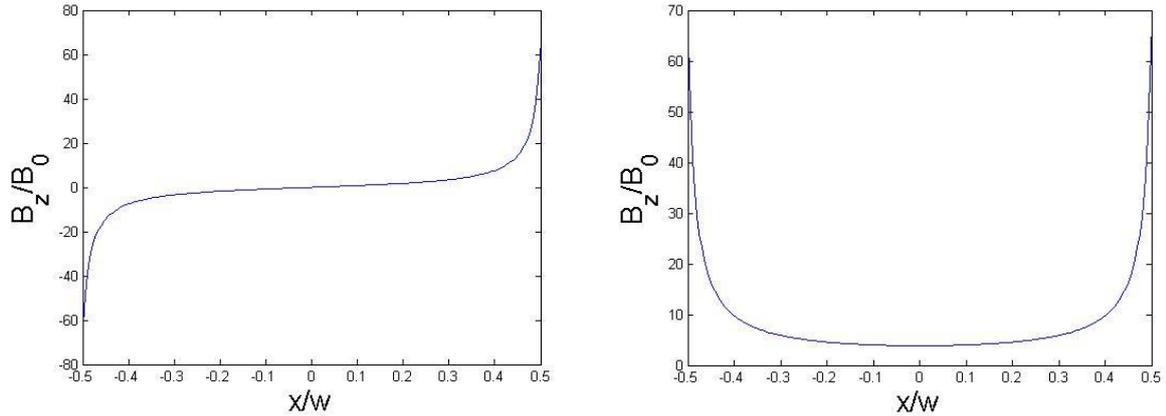
$$B_z(x) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \frac{I_2}{(\eta - x)} - \frac{I_1}{(\eta + x)} \right] \quad (1.1)$$

เมื่อ  $\eta \equiv \frac{w}{2} + L$  พิจารณาสมการที่ (1.1) เราวัดความยาวของตัวแปรต่างๆในหน่วยของ  $w$  และวัดกระแสในหน่วยของ  $I_1$  จะได้

$$B_z(x) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi w} \left[ \frac{\tilde{I}_2}{(\tilde{\eta} - \tilde{x})} - \frac{1}{(\tilde{\eta} + \tilde{x})} \right] = B_0 \tilde{B}_z(\tilde{x}) \quad (1.2)$$

เมื่อ  $B_0 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi w}$ ,  $I_2 = \tilde{I}_2 I_1$ ,  $x = \tilde{x} w$ ,  $\eta = \tilde{\eta} w$  เมื่อ  $\tilde{\eta} = \frac{1}{2} + \tilde{L}$  และ  $\tilde{L} = \frac{L}{w}$  สัญลักษณ์  $\tilde{X}$  ที่อยู่บนตัวแปร  $X$  ใดๆหมายถึงตัวแปร  $X$  นั้นไม่มีหน่วย

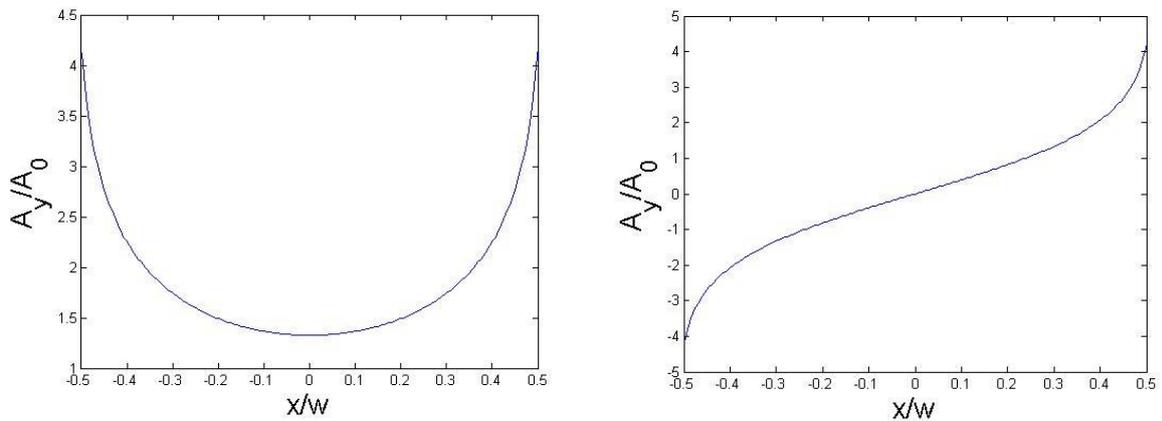
รูปที่ 2 แสดงสนามแม่เหล็กในระนาบ 2DEG เมื่อกระแส  $I_1$  และ  $I_2$  มีทิศเดียวกัน ( $I_1$  และ  $I_2$  เป็นบวกทั้งคู่) และ กระแส  $I_1$  และ  $I_2$  มีทิศสวนทางกัน ( $I_1$  เป็นลบ  $I_2$  เป็นบวก) เราพบว่าถ้ากระแส  $I_1$  และ  $I_2$  มีทิศเดียวกัน สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจะมีทิศ  $\pm z$  ในขณะที่กระแส  $I_1$  และ  $I_2$  ที่มีทิศสวนทางกันจะสร้างสนามแม่เหล็กในทิศ  $+z$  เท่านั้น จากความสัมพันธ์  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$  เราสามารถคำนวณ vector potential ที่สอดคล้องกับ  $B_z$  ได้ว่า



รูปที่ 2 สนามแม่เหล็กในระนาบ 2DEG เมื่อกระแส  $I_1$  และ  $I_2$  มีทิศเดียวกัน (ซ้าย) และ กระแส  $I_1$  และ  $I_2$  มีทิศสวนทางกัน (ขวา) โดยที่ขนาดของ  $I_1$  และ  $I_2$  เท่ากันทั้งสองรูป

$$A_y(x) / A_0 = \tilde{A}_y(\tilde{x}) = -\ln(\tilde{\eta} + \tilde{x}) - \tilde{I}_2 \ln(\tilde{\eta} - \tilde{x}) \quad (1.3)$$

เมื่อ  $A_0 = B_0 w$  โดยลักษณะของ vector potential ในระนาบ 2DEG จะเป็นไปตามรูปที่ 3



รูปที่ 3 vector potential ในระนาบ 2DEG เมื่อกระแส  $I_1$  และ  $I_2$  มีทิศเดียวกัน (ซ้าย) และ กระแส  $I_1$  และ  $I_2$  มีทิศสวนทางกัน (ขวา) โดยที่ขนาดของ  $I_1$  และ  $I_2$  เท่ากันทั้งสองรูป

### 1.1 แลปพลังงานของอิเล็กตรอนใน 2DEG

ในหัวข้อนี้เราจะคำนวณหาแลปพลังงานของอิเล็กตรอนใน 2DEG ในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวดทั้งสอง เริ่มจาก Hamiltonian ของอิเล็กตรอนในระบบคือ

$$\hat{H} = \frac{(\hat{p} + q\vec{A})^2}{2m^*} + V(x)$$

เมื่อ  $m^*$  คือ effective mass  $\vec{A}$  คือ vector potential ในสมการ(1.3) และ  $V(x)$  เป็นพลังงานศักย์ที่ใช้ขังอิเล็กตรอนให้อยู่ในระนาบ 2DEG โดยที่  $V(x) = 0$  ถ้า  $|x| < w/2$  และ  $V(x) = \infty$  ถ้า  $|x| \geq w/2$  จากสมมาตรของระบบเราสามารถสร้าง eigenfunction ที่สอดคล้องกับ  $\hat{H}$  ได้ว่า  $\Psi(x, y) \equiv e^{ik_y y} \psi(x)$  ทำให้ได้สมการสมการชโรดิงเจอร์  $\hat{H}\Psi = E\Psi$  ว่า

$$\frac{1}{2m^*} \left\{ -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2qA_y \frac{\partial}{\partial y} + (qA_y)^2 \right\} e^{ik_y y} \psi(x) + V(x) e^{ik_y y} \psi(x) = E e^{ik_y y} \psi(x)$$

กำหนดให้  $x = \tilde{x}w$ ,  $y = \tilde{y}w$ ,  $k_y = \frac{\tilde{k}_y}{w}$ ,  $A_y = (B_0 w) \tilde{A}_y$  และ  $E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^* w^2}$  จะได้

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \tilde{k}_y^2 - \frac{qB_0 \tilde{A}_y \hbar \tilde{k}_y}{m^* E_0} + \frac{(qB_0 w \tilde{A}_y)^2}{2m^* E_0} \right\} \psi(\tilde{x}) + \frac{V(\tilde{x})}{E_0} \psi(\tilde{x}) = \frac{E}{E_0} \psi(\tilde{x})$$

สำหรับอิเล็กตรอน  $q = -|e|$  และ magnetic length กำลังสอง  $l_B^2 = \frac{\hbar}{|e|B_0}$  เราจะสามารถเขียนสมการชโรดิงเจอร์ให้อยู่ในรูป

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + [\tilde{k}_y + R^2 \tilde{A}_y]^2 + \tilde{V}(\tilde{x}) \right\} \psi(\tilde{x}) = \tilde{E} \psi(\tilde{x})$$

หรือ

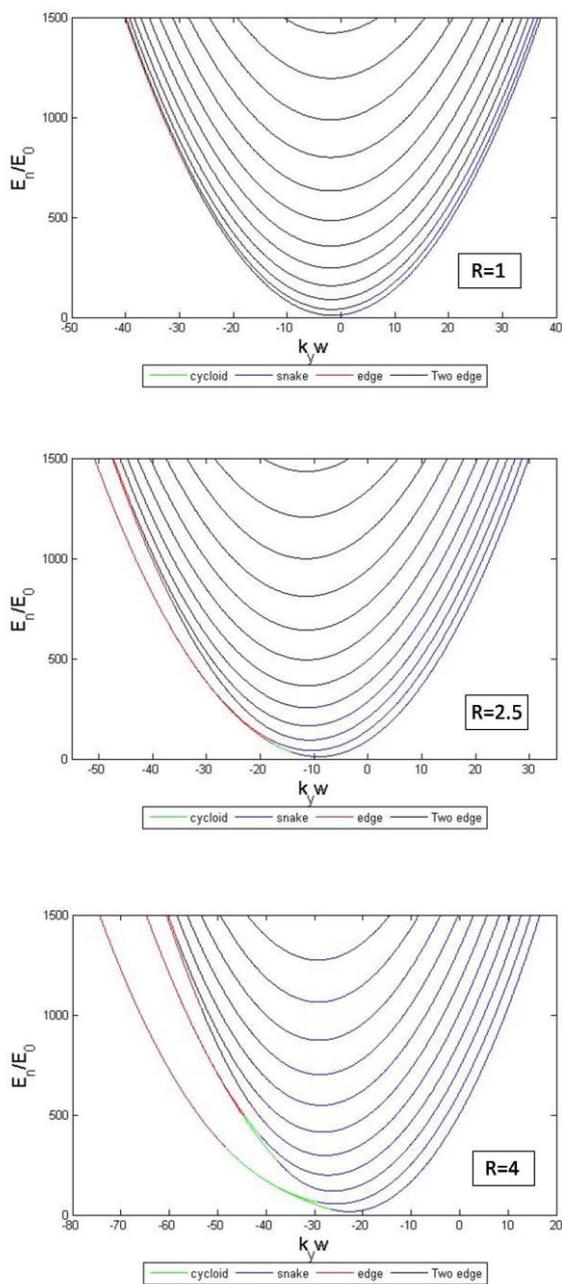
$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \tilde{V}_{eff}(\tilde{x}) \right\} \psi(\tilde{x}) = \tilde{E} \psi(\tilde{x}) \quad (1.4)$$

เมื่อ  $\tilde{V}(\tilde{x}) = V(\tilde{x})/E_0$ ,  $\tilde{E} = E/E_0$ ,  $R = w/l_B$  และ  $\tilde{V}_{eff}(\tilde{x}) = [\tilde{k}_y + R^2 \tilde{A}_y]^2 + \tilde{V}(\tilde{x})$  และสังเกตว่า  $R$  คือสัดส่วนของความกว้างของ 2DEG และ magnetic length ซึ่งเป็นปริมาณที่เราใช้กำหนดระบบที่เราทำการศึกษา สมการชโรดิงเจอร์นี้มีความซับซ้อนมากจนเราไม่สามารถแก้สมการได้โดยตรง จึงต้องใช้วิธีการเชิงตัวเลขมาช่วยในการแก้ปัญหา วิธีเบซิสเซตเป็นวิธีการเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่สามารถแก้ปัญหานี้ได้ซึ่งเป็นวิธีที่เราเลือกใช้ รายละเอียดสามารถดูได้หัวข้อ “ระเบียบวิธีวิจัย”

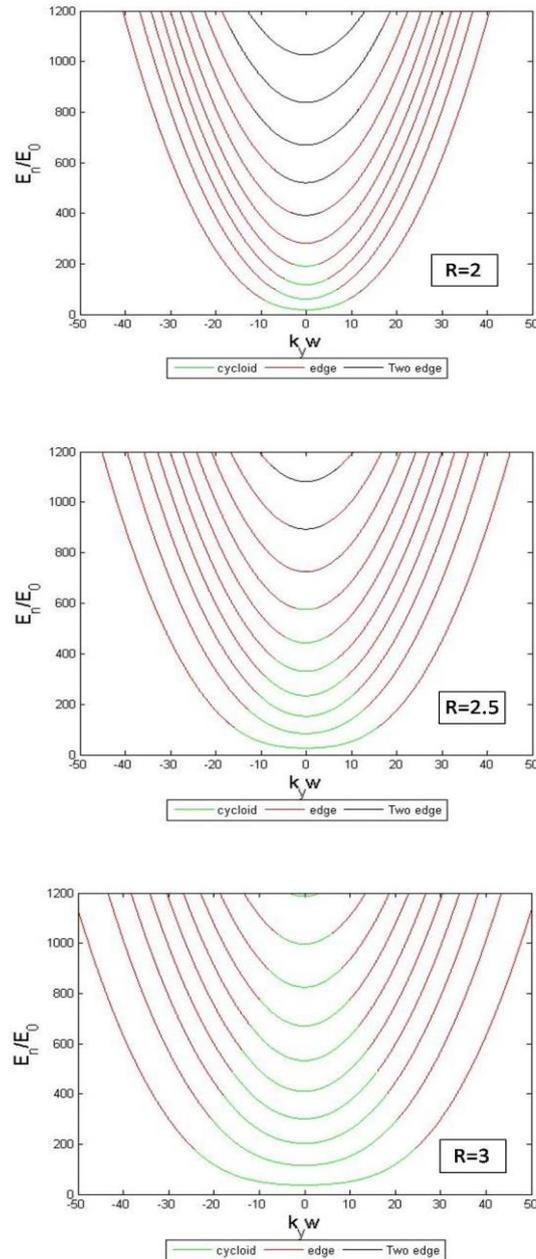
หลังจากใช้วิธีเบซิสเซตเราได้แถบพลังงานที่ระดับพลังงาน  $n$  ต่างๆ ( $E_n$ ) ตามรูปที่ 4 (กระแสไฟฟ้ามีทิศตามกัน) และรูปที่ 5 (กระแสไฟฟ้ามีทิศสวนกัน) โดยในการศึกษานี้เรากำหนดให้ ขนาดของ  $I_1$  เท่ากับ  $I_2$ ,  $w = 2000$  nm และ  $L = 15$  nm ทั้งสองรูปแสดงพลังงานซึ่งเป็นฟังก์ชันของ  $k_y$  สำหรับค่า  $R$  ต่างๆ

ในรูปที่ 4 รูปบนกลางและล่างแสดงแถบพลังงานของระบบที่  $R = 1.0$ ,  $2.5$  และ  $4.0$  ตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับ  $I_1 = 0.0016 - 0.0026$  A กระแสไฟฟ้าปริมาณนี้สามารถไหลในเส้นขวดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 nm ได้ [31] เราพบว่าแถบพลังงานมีลักษณะไม่สมมาตรนั่นคือ  $E(k_y) \neq E(-k_y)$  และลักษณะเช่นนี้จะเห็นได้อย่างชัดเจนเมื่อ  $R$  มีค่ามาก โดยที่แถบพลังงานที่ค่า  $k_y$  มีค่าติดลบ จะแยกเป็นสองเส้นเมื่อ  $k_y$  มีค่ามากพอ นั้นแสดงว่าสถานะ

ทางควอนตัมที่พลังงานมีค่า  $k_y$  ติดลบเป็น doubly degenerate states เรายังพบว่าความแตกต่างของชั้นระดับพลังงาน ( $\Delta E_n$ ) มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อชั้นระดับพลังงาน  $n$  และค่า  $R$  สูงขึ้น ส่วนสีของพลังงานแต่ละเส้นแสดงถึงแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป



รูปที่ 4 แถบพลังงานที่ระดับ  $n$  ( $E_n$ ) สำหรับค่า  $k_y w$  ต่างๆ ในกรณีที่กระแสไฟฟ้ามืดเดียวกัน รูปบนกลาง และล่างแสดงแถบพลังงานของระบบที่  $R = 1.0$  2.5 และ 4.0 ตามลำดับ



รูปที่ 5 แถบพลังงานที่ระดับ  $n$  ( $E_n$ ) สำหรับค่า  $k_y w$  ต่างๆ ในกรณีที่กระแสไฟฟ้ามืดสวอนกัน รูปบนกลาง และล่างแสดงแถบพลังงานของระบบที่  $R=2.0$  2.5 และ 3.0 ตามลำดับ

ในรูปที่ 5 รูปบนกลางและล่างแสดงแถบพลังงานของระบบที่  $R=2.0$  2.5 และ 3.0 ตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับ  $I_1 = 0.0066 - 0.0150 A$  เราพบว่าแถบพลังงานมีลักษณะสมมาตร นั่นคือ  $E(k_y) = E(-k_y)$  โดยลักษณะของแถบพลังงานคล้ายคลึงกับกรณีที่สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ จะต่างกันก็ตรงบริเวณก้นของแถบพลังงานที่ไม่ได้มีลักษณะเป็นเส้นตรงแต่มีความโค้งของแถบพลังงานอยู่บ้าง ลักษณะเช่นนี้ทำให้เราทราบว่าความเร็วกลุ่มของสถานะทางควอนตัมในบริเวณนี้มีค่าไม่เป็น 0 ซึ่งพบในกรณีที่สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ เรายังพบว่าความแตกต่างของชั้น

ระดับพลังงาน ( $\Delta E$ ) มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขึ้นระดับพลังงานและค่า  $R$  สูงขึ้น ส่วนสีของพลังงานแต่ละเส้นแสดงถึงแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

## 1.2 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนใน 2DEG

ในหัวข้อที่แล้วเราใช้กลศาสตร์ควอนตัมคำนวณหาแถบพลังงานของแต่ละสถานะทางควอนตัม แม้ว่ากลศาสตร์ควอนตัมเป็นศาสตร์ที่ได้รับการยอมรับในการคำนวณหาแถบพลังงานของโครงสร้างในระดับนาโนแต่ฟังก์ชันคลื่นนั้นสามารถบอกได้เพียงว่าอิเล็กตรอนน่าจะอยู่ที่ตำแหน่งใด ไม่สามารถบอกได้ว่ามันมีแนวการเคลื่อนและพฤติกรรมอย่างไร ในหัวข้อนี้เราจึงศึกษาแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนใน 2DEG ซึ่งอยู่ในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวดทั้ง 2 เส้นโดยใช้กลศาสตร์แบบฉบับเพื่อนำมาใช้ในการอธิบายพฤติกรรมของอิเล็กตรอนในสถานะต่างๆ

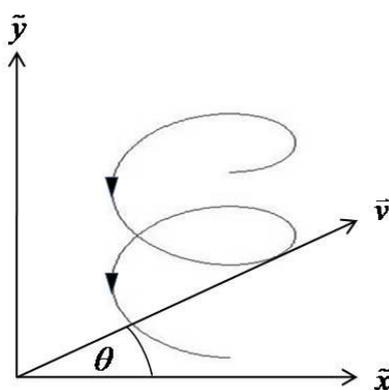
พิจารณาอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่อยู่ในสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  แรงที่กระทำกับอิเล็กตรอนคือแรงลอเรนซ์  $\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$  โดยเราสามารถเขียนสมการกฎข้อที่สองของนิวตันได้ว่า

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = -e(\vec{v} \times \vec{B}(x)) \quad (1.5)$$

เมื่อ  $m^*$  เป็น effective mass ของอนุภาคอิเล็กตรอนและ  $-e$  คือประจุอิเล็กตรอนที่มีความเร็ว  $\vec{v}$  หลังจากพิจารณาแรงที่กระทำต่ออิเล็กตรอนในแนวแกน  $x$  และในแนวแกน  $y$  จะได้

$$m^* \frac{dv_x}{dt} = -ev_y B_z \quad (1.6)$$

$$m^* \frac{dv_y}{dt} = ev_x B_z \quad (1.7)$$



รูปที่ 6 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในระนาบ 2DEG โดยมีมุม  $\theta$  คือมุมระหว่างความเร็วที่กระทำกับแกน  $x$

จากรูปที่ 6 ความเร็วในแต่ละแกนคือ  $v_x = v \cos \theta$  และ  $v_y = v \sin \theta$  เมื่อมุม  $\theta$  คือมุมระหว่างความเร็วกับแกน  $x$  ดังนั้นเราจึงสามารถเขียนสมการ (1.6) และ (1.7) ใหม่ได้ว่า

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{e}{m^*} B_z v \sin \theta \quad (1.8)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{e}{m^*} B_z v \cos \theta \quad (1.9)$$

หรือ

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} v \cos \theta = -v \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \quad (1.10)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt} v \sin \theta = v \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \quad (1.11)$$

นำสมการ (1.10) และ (1.11) มายกกำลังสองแล้วบวกกันจะได้

$$\begin{aligned} \left(\frac{dv_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_y}{dt}\right)^2 &= v^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \\ \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 &= \frac{1}{v^2} \left[ \left(\frac{dv_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_y}{dt}\right)^2 \right] \end{aligned} \quad (1.12)$$

แทนสมการที่ (1.8) และ (1.9) ลงในสมการที่ (1.12) จะได้

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{eB_z}{m^*} \quad (1.13)$$

จากนั้นใช้กฎลูกโซ่เพื่อคำนวณหา  $\frac{dx}{d\theta}$  นั่นคือ

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\theta} &= \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{d\theta} = v_x \left( \frac{1}{\frac{d\theta}{dt}} \right) \\ \frac{dx}{d\theta} &= v \cos \theta \left( \frac{m^*}{eB_z} \right) \end{aligned}$$

แล้วอินทิเกรตทั้งสองข้างของสมการได้

$$\int_{x_0}^x B_z(x) dx = \frac{vm^*}{e} \int_{\theta_0}^{\theta} \cos \theta d\theta \quad (1.14)$$

เมื่อ  $x_0$  และ  $\theta_0$  คือตำแหน่งเริ่มต้นในแนวแกน  $x$  และมุมเริ่มต้นตามลำดับ จากสมการของสนามแม่เหล็ก (1.1) เราสามารถอินทิเกรตสมการ (1.14) ได้ว่า

$$\ln \left[ \frac{(\eta + x)^{M_1} \cdot (\eta - x)^{M_2}}{(\eta + x_0)^{M_1} \cdot (\eta + x_0)^{M_2}} \right] = \frac{vm^*}{e} (\sin \theta_0 - \sin \theta) \quad (1.15)$$

เมื่อ  $M = \frac{\mu_0}{2\pi}$  และ  $\eta = \frac{w}{2} + L$  โดยสมการนี้สามารถนำไปคำนวณหาความสัมพันธ์ของตำแหน่งของอิเล็กตรอนในแนวแกน  $x$  และมุม  $\theta$  ดังจะกล่าวในเนื้อหาถัดไป ในการคำนวณหาความสัมพันธ์ของตำแหน่งของอิเล็กตรอนในแนวแกน  $y$  และมุม  $\theta$  เราสามารถใช่วิธีที่คล้ายคลึงกันโดยเริ่มจากกฎลูกโซ่

$$\begin{aligned}\frac{dy}{d\theta} &= \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{d\theta} = v_y \left( \frac{1}{d\theta/dt} \right) \\ \frac{dy}{d\theta} &= v \sin \theta \left( \frac{m^*}{eB_z} \right) \\ y &= \frac{vm^*}{e} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\sin \theta}{B_z(x)} d\theta\end{aligned}\quad (1.16)$$

เนื่องจาก  $B_z$  เป็นฟังก์ชันของ  $x$  ในการอินทิเกรตสมการ (1.16) จำเป็นต้องคำนวณตำแหน่งของอิเล็กตรอนในแนวแกน  $x$  ในฟังก์ชันของ  $\theta$  จากสมการ (1.15) ซะก่อน ต่อไปเราจะคำนวณหาเวลาที่ใช้ในการโคจรจาก

$$\begin{aligned}\frac{dt}{d\theta} &= \left( \frac{1}{d\theta/dt} \right) = \frac{m^*}{eB_z} \\ t &= \frac{m^*}{e} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{B_z(x)}\end{aligned}\quad (1.17)$$

ในทำนองเดียวกัน เนื่องจาก  $B_z$  เป็นฟังก์ชันของ  $x$  ในการอินทิเกรตสมการ (1.17) จำเป็นต้องคำนวณตำแหน่งของอิเล็กตรอนในแนวแกน  $x$  ในฟังก์ชันของ  $\theta$  จากสมการ (1.15) ซะก่อน ในเนื้อหาถัดไปเรานำสมการที่ (1.15) (1.16) และ (1.17) มาคำนวณหาแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนใน 2 กรณีคือ กรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดไหลในทิศเดียวกันและกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดไหลในทิศตรงข้ามกัน โดยแต่ละกรณีนั้นเราพบแนวการเคลื่อนที่หลากหลายลักษณะดังต่อไปนี้

### 1.2.1 กรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดไหลในทิศเดียวกัน

ในกรณีนี้เราพบว่าแนวการเคลื่อนที่ที่เป็นไปได้ของอิเล็กตรอนมีมากมาย โดยสามารถแบ่งออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่ แนวการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซคลอยด์ (cycloid-like trajectory) แนวการเคลื่อนที่แบบงู (snake trajectory) แนวการเคลื่อนที่แบบขอบ (edged trajectory) และแนวการเคลื่อนที่แบบขอบ 2 ด้าน (two edged trajectory) โดยการเกิดขึ้นของแนวการเคลื่อนที่ทั้ง 4 แบบนี้ขึ้นอยู่กับ พลังงานของอิเล็กตรอน ขนาดของสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด ตำแหน่งและมุมเริ่มต้นของอิเล็กตรอน ดังต่อไปนี้

แนวทางการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซคลอยด์ (cycloid-like trajectory)

แนวทางการเคลื่อนที่แบบนี้จะพบเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่อยู่ในบริเวณที่สนามแม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอ โดยในบริเวณนั้นทิศทางของสนามแม่เหล็กต้องมีทิศเดียวกัน ดังนั้นหากพิจารณาสนามแม่เหล็กในรูปที่ 2 (ซ้าย) แนวทางการเคลื่อนที่แบบนี้จะพบเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่ในบริเวณ  $x < 0$  (สนามแม่เหล็กเป็นลบ) หรือไม่ก็ในบริเวณ  $x > 0$  (สนามแม่เหล็กเป็นบวก) เมื่อแทนสมการ (1.1) ลงใน (1.15) โดยเงื่อนไขแรกเริ่มที่ว่าที่  $\theta = 0$  ตำแหน่ง  $x = x_0$  จะมีความสัมพันธ์

$$(\eta + x)^{I_1} (\eta - x)^{I_2} = (\eta + x_0)^{I_1} (\eta - x_0)^{I_2} e^{-\frac{\beta(\theta)}{M}} \quad (1.17)$$

เมื่อ  $\beta(\theta) \equiv \frac{vm^*}{e} \sin \theta$  และ  $M \equiv \frac{\mu_0}{2\pi}$  ในงานวิจัยนี้เรากำหนดให้กระแสที่ไหลผ่านเส้นลวดทั้งสองมีขนาดเท่ากัน ( $I_1 = I_2$ ) เราจึงสามารถหาค่าของ  $x$  ได้เป็น

$$x = \pm \sqrt{\eta^2 - (\eta^2 - x_0^2) e^{-\frac{\beta(\theta)}{MI}}} \quad (1.18)$$

เมื่อแทนค่า  $x$  จากสมการที่ (1.18) ลงในสมการที่ (1.16) จะสามารถเขียนค่า  $y$  ได้ว่า

$$y = \pm \frac{vm^*}{2eIM} \int \sin \theta \frac{(\eta^2 - x_0^2) e^{-\frac{\beta(\theta)}{MI}}}{\sqrt{\eta^2 - (\eta^2 - x_0^2) e^{-\frac{\beta(\theta)}{MI}}}} d\theta \quad (1.19)$$

เนื่องจากสมการ (1.18) และ (1.19) ที่ได้เนี่ยยังไม่อยู่ในหน่วยเดียวกันกับหัวข้อ 1.1 จึงยากต่อการนำผลจากการคำนวณนี้ไปเชื่อมโยงกับผลที่คำนวณได้จากกลศาสตร์ควอนตัมในหัวข้อ 1.1 เราจึงต้องเปลี่ยนตัวแปรต่างในสมการ (1.18) และ (1.19) ให้เป็นตัวแปรไร้มิติเหมือนหัวข้อ 1.1 ซะก่อน โดยเริ่มจากการพิจารณาพลังงานของอนุภาคนี้ซึ่งมีแต่พลังงานจลน์เท่านั้นซึ่งสามารถเขียนได้ว่า

$$E \equiv \tilde{E}E_0 = \frac{1}{2} m^* v^2$$

เมื่อ  $E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^* w^2}$  เราจะใช้สมการนี้เปลี่ยนตัวแปร  $v$  เป็น  $\tilde{E}$  ได้ นอกจากนี้เรายังกำหนดให้ กำหนด  $x = \tilde{x}w$   $y = \tilde{y}w$   $x_0 = \tilde{x}_0w$   $\eta = \tilde{\eta}w$   $L = \tilde{L}w$  และ  $R = w/l_B$  เพื่อให้สมการที่ (1.18) และ (1.19) จะเขียนในรูปไร้มิติได้คือ

$$\tilde{x} = \pm \sqrt{\tilde{\eta}^2 - (\tilde{\eta}^2 - \tilde{x}_0^2) e^{-\frac{\sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}} \quad (1.20)$$

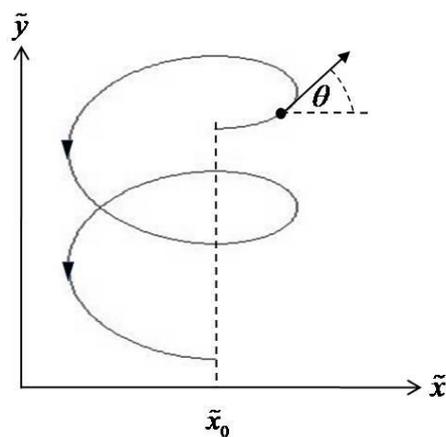
$$\tilde{y} = \pm \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{2R^2} \int \sin \theta \frac{(\tilde{\eta}^2 - \tilde{x}_0^2) e^{-\frac{\sqrt{\tilde{E}}}{R^2} \sin \theta}}{\sqrt{\tilde{\eta}^2 - (\tilde{\eta}^2 - \tilde{x}_0^2) e^{-\frac{\sqrt{\tilde{E}}}{R^2} \sin \theta}}} d\theta \quad (1.21)$$

ทั้งสองสมการนี้อยู่ในรูปที่ไร้มิติเหมือนกับหัวข้อ 1.1 แล้วแต่ยังมีอีกตัวแปรที่ยังไม่พร้อมที่จะเชื่อมโยงไปยังผลจากกลศาสตร์ควอนตัมในหัวข้อ 1.1 ตัวแปรนั้นคือ  $\tilde{x}_0$  ซึ่งแทนตำแหน่งเริ่มต้นของอิเล็กตรอนนั่นเอง ในงานวิจัยก่อนหน้า [20] เป็นที่ยอมรับกันว่าตำแหน่งเริ่มต้นของอิเล็กตรอน  $\tilde{x}_0$  คือตำแหน่งที่ พลังงานศักย์ยังผล  $\tilde{V}_{eff}(\tilde{x}) = [\tilde{k}_y + R^2 \tilde{A}_y]^2 + \tilde{V}(\tilde{x})$  มีค่าต่ำที่สุด ในงานวิจัยนี้เราได้นำแนวคิดดังกล่าวมาเขียนสมการที่ (1.20) และ (1.21) ได้ว่า

$$\tilde{x} = \pm \sqrt{\tilde{\eta}^2 - e^{-\frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}} \quad (1.22)$$

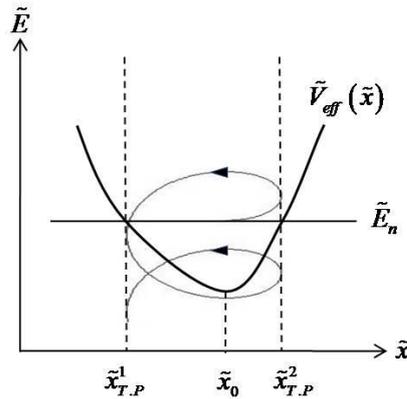
$$\tilde{y} = \pm \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{2R^2} \int \sin \theta \frac{e^{-\frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}}{\sqrt{\tilde{\eta}^2 - e^{-\frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}} d\theta \quad (1.23)$$

ทั้งสองสมการนี้ เราสามารถนำมาคำนวณหาแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในสถานะทางควอนตัมต่างๆ ได้โดยใช้ค่า  $R$ ,  $\tilde{E}$  และ  $\tilde{k}_y$  ของสถานะที่เราสนใจ โดยแนวการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซโคลอยด์จะเป็นไปในลักษณะในรูปที่ 7 ซึ่งจะพบในบริเวณ  $x < 0$  (สนามแม่เหล็กเป็นลบ) หรือไม่กี่ในบริเวณ  $x > 0$  (สนามแม่เหล็กเป็นบวก) หากย้อนไปดูรูปที่ 4 เส้นสีเขียวแสดงพลังงานของสถานะที่มีการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซโคลอยด์ ซึ่งพบได้เมื่อ  $R$  มีค่ามากพอและจะพบในสถานะที่มีพลังงานต่ำ ( $n=1$ ) ได้ง่ายกว่าสถานะที่  $n$  สูงๆ เนื่องจากค่า  $R$  มากแสดงถึงระบบที่อยู่ในสนามแม่เหล็กสูง จึงกล่าวได้ว่าสถานะที่มีการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซโคลอยด์จะพบได้เมื่อ อิเล็กตรอนมีพลังงานต่ำ ( $n$  มีค่าน้อย) และอยู่ในสนามแม่เหล็กสูง ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะหากอิเล็กตรอนมีพลังงานสูงและอยู่ในสนามแม่เหล็กต่ำ มันมีโอกาสที่จะเคลื่อนที่ไปในบริเวณที่สนามแม่เหล็กมีทิศตรงกันข้ามกันได้ทำให้แนวการเคลื่อนที่เป็นไปในลักษณะอื่น



รูปที่ 7 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบคล้ายไซโคลอยด์ในบริเวณที่  $x > 0$  โดยมีมุม  $\theta$  คือมุมระหว่างความเร็วและแกน  $x$

เพื่อเป็นการยืนยันว่าแนวการเคลื่อนที่ซึ่งคำนวณได้จากสมการ (1.22) และ (1.23) ถูกต้อง เราจึงวาดกราฟในรูปที่ 8 ซึ่งแสดง พลังงานศักย์ยังผล  $\tilde{V}_{eff}(\tilde{x})$  และแนวการเคลื่อนที่ของสถานะ ( $n=1$ ) ที่ถูกขังในบ่อพลังงานศักย์ยังผลดังกล่าว เราพบว่าแนวการเคลื่อนที่ของสถานะดังกล่าวอยู่ในบริเวณระหว่างจุดวกกลับ ( $\tilde{x}_{T,P}^1$  และ  $\tilde{x}_{T,P}^2$ ) ซึ่งเป็นไปตามแนวคิดของกลศาสตร์แบบฉบับว่า อิเล็กตรอนไม่สามารถเคลื่อนที่เข้าไปในบริเวณที่พลังงานศักย์มากกว่าพลังงานจลน์ได้ (classically forbidden region)



รูปที่ 8 เส้นสีดำแสดงพลังงานศักย์ยังผล  $\tilde{V}_{eff}(\tilde{x})$  ของระบบที่  $R=2.5$  และ  $\tilde{k}_y = -17$  ส่วนเส้นสีเทาแสดงแนวการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซโคลอยด์ของสถานะ ( $n=1$ )

ในการหาเวลาที่อิเล็กตรอนใช้ในการเคลื่อนที่ 1 คาบ เราสามารถหาได้โดยนำสมการที่ (1.22) แทนในสมการ (1.17)

$$\tilde{t} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{e^{\frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}}{\sqrt{\tilde{\eta}^2 - e^{\frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}} d\theta \quad (1.24)$$

เราจึงสามารถหาความเร็วลอยเลื่อน  $\tilde{v}_D$  ของอิเล็กตรอนได้ ซึ่งก็คือความเร็วเฉลี่ยของอิเล็กตรอนในแกน  $y$  นั่นเอง

$$\tilde{v}_D \equiv \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta \tilde{t}} = \pm \left( \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{R^2} \right) \frac{\int_0^{2\pi} \sin \theta \cdot \Omega(\theta) d\theta}{\int_0^{2\pi} \Omega(\theta) d\theta} \quad (1.25)$$

เมื่อ  $\Omega(\theta) \equiv \frac{e^{\frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}}{\sqrt{\tilde{\eta}^2 - e^{\frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}}$  ในหัวข้อ 1.3 ความเร็วลอยเลื่อน  $\tilde{v}_D$  ซึ่งเป็นผลจากการคำนวณด้วยกลศาสตร์

แบบฉบับจะนำไปเปรียบเทียบกับความเร็วกลุ่มของอิเล็กตรอนต่อไป

### แนวทางการเคลื่อนที่แบบงู (snake trajectory)

แนวทางการเคลื่อนที่แบบนี้จะพบเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่อยู่ในบริเวณที่สนามแม่เหล็กที่มีทิศทางตรงข้ามกัน ดังนั้นหากพิจารณาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสมีทิศเดียวกันในรูปที่ 2 (ซ้าย) แนวทางการเคลื่อนที่แบบนี้จะพบเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่อยู่ในบริเวณ  $x > 0$  (สนามแม่เหล็กเป็นบวก) และเข้ามาในบริเวณ  $x < 0$  (สนามแม่เหล็กเป็นลบ)

เนื่องจากเราสนใจกรณีที่  $I_1 = I_2$  สนามแม่เหล็กในบริเวณ  $x > 0$  และ  $x < 0$  จึงมีขนาดเท่ากัน ในการคำนวณหาแนวทางการเคลื่อนที่จึงคำนวณเพียงบริเวณ  $x > 0$  เท่านั้น ส่วนด้าน  $x < 0$  เราจะได้รูปที่สมมาตรกัน เมื่อแทนสมการ (1.1) ลงใน (1.15) (1.16) และ (1.17) และเปลี่ยนตัวแปรต่างๆ ให้อยู่ในหน่วยเดียวกันกับการคำนวณก่อนหน้า โดยเงื่อนไขแรกเริ่มที่ว่าที่  $x = 0$  มุม  $\theta = \theta_0^s$  และอิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่ไปที่มุมสุดท้ายคือ  $\theta = \theta_e^s$  ก่อนที่จะข้ามไปบริเวณ  $x < 0$  จะได้รับความสัมพันธ์

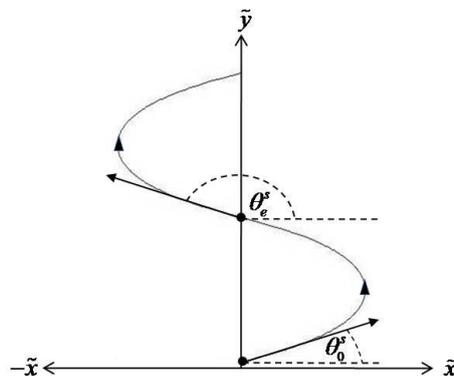
$$\tilde{x} = \sqrt{\tilde{\eta}^2 - e \frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}} \quad (1.26)$$

$$\tilde{y} = \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{2R^2} \int_{\theta_0^s}^{\theta} \sin \theta \cdot \Omega(\theta) d\theta \quad (1.27)$$

$$\tilde{v}_D \equiv \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta \tilde{t}} = \left( \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{R^2} \right) \frac{\int_{\theta_0^s}^{\theta_e^s} \sin \theta \cdot \Omega(\theta) d\theta}{\int_{\theta_0^s}^{\theta_e^s} \Omega(\theta) d\theta} \quad (1.28)$$

เมื่อ  $\Omega(\theta) \equiv \frac{e \frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}{\sqrt{\tilde{\eta}^2 - e \frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}}$  โดยที่  $\theta_0^s = \sin^{-1} \left( \frac{\tilde{k}_y - 2R^2 \ln \tilde{\eta}}{\sqrt{\tilde{E}}} \right)$  และ  $\theta_e^s = \pi - \theta_0^s$  รูปที่ 9 แสดง

ตัวอย่างแนวทางการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบงูที่ได้จากสมการข้างต้น



รูปที่ 9 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบวง โดยมุม  $\theta_0^E$  คือมุมระหว่างความเร็วและแกน  $x$  เริ่มต้น และมุม  $\theta_e^E$  คือมุมระหว่างความเร็วและแกน  $x$  สุดท้าย ก่อนที่อิเล็กตรอนจะเข้าไปอีกบริเวณหนึ่งที่สนามแม่เหล็กทิศตรงข้าม

หากย้อนไปดูรูปที่ 4 จะพบว่าเส้นสีน้ำเงินแสดงถึงสถานะที่มีการเคลื่อนที่แบบวงซึ่งพบได้มากในช่วงที่  $k_y$  เป็นบวกและระดับพลังงานต่ำๆ ( $n$  น้อยๆ) เมื่อระบบอยู่ในสนามแม่เหล็กสูงหรือ  $R$  มีค่ามาก เราจะพบการเคลื่อนที่แบบวงนี้ได้มากขึ้นในสถานะที่  $n$  สูงๆ ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะ อิเล็กตรอนที่มีการเคลื่อนที่แบบวงจะเคลื่อนที่ในบริเวณแคบๆเมื่ออยู่ในสนามแม่เหล็กสูง เมื่อ  $R$  มีค่าน้อยหรือสนามแม่เหล็กต่ำอิเล็กตรอนที่มีการเคลื่อนที่แบบวงจะมีโอกาสที่จะเคลื่อนที่ชนขอบของ 2DEG ทำให้การเคลื่อนที่เปลี่ยนไปเป็นลักษณะอื่น

#### แนวการเคลื่อนที่แบบขอบ (edged trajectory)

แนวการเคลื่อนที่แบบนี้เป็นแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนซึ่งวิ่งชนขอบของ 2DEG ด้านใดด้านหนึ่งที่ตำแหน่ง  $\tilde{x}_E = -\frac{1}{2}$  และ  $\tilde{x}_E = \frac{1}{2}$  สำหรับงานวิจัยนี้เรากำหนดให้การชนเป็นการชนแบบยืดหยุ่น นั่นคือไม่มีการสูญเสียพลังงานในการชนกัน เมื่อแทนสมการ (1.1) ลงใน (1.15) (1.16) และ (1.17) และเปลี่ยนตัวแปรต่างๆ ให้อยู่ในหน่วยเดียวกันกับการคำนวณก่อนหน้านี้ โดยมีเงื่อนไขว่า  $\theta_0^E$  เป็นมุมเริ่มต้นและมุม  $\theta_e^E$  เป็นมุมสุดท้ายของการเคลื่อนที่ใน 1 คาบ เราจะได้ความสัมพันธ์

$$\tilde{x} = \sqrt{\tilde{\eta}^2 - e \frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}} \quad (1.29)$$

$$\tilde{y} = \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{2R^2} \int_{\theta_0^E}^{\theta_e^E} \sin \theta \cdot \Omega(\theta) d\theta \quad (1.30)$$

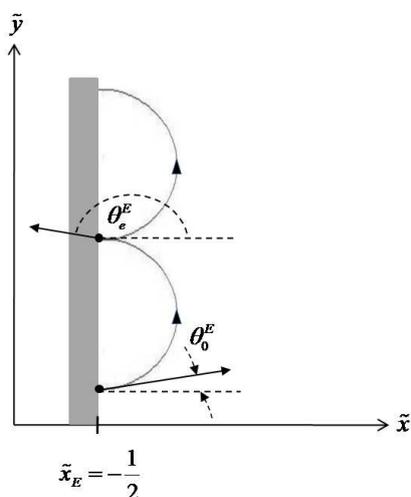
$$\tilde{v}_D = \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta \tilde{t}} = \left( \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{R^2} \right) \frac{\int_{\theta_0^E}^{\theta_e^E} \sin \theta \cdot \Omega(\theta) d\theta}{\int_{\theta_0^E}^{\theta_e^E} \Omega(\theta) d\theta} \quad (1.31)$$

เมื่อ  $\Omega(\theta) \equiv \frac{e \frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}{\sqrt{\tilde{\eta}^2 - e \frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}}$  และ  $\theta_0^E = \pi - \sin^{-1} \left( \frac{\tilde{k} - R^2 \ln(\tilde{\eta}^2 - \tilde{x}_E^2)}{\sqrt{\tilde{E}}} \right)$  โดยที่  $\tilde{x}_E$  คือตำแหน่งของขอบ

ที่อิเล็กตรอนชน ซึ่งก็คือที่ขอบ  $\tilde{x}_E = -\frac{1}{2}$  หรือ  $\tilde{x}_E = \frac{1}{2}$  และ  $\theta_e^E = 3\pi - \theta_0^E$  รูปที่ 10 แสดงตัวอย่างแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบขอบที่ได้จากสมการข้างต้น

หากย้อนไปดูรูปที่ 4 จะพบว่าเส้นสีแดงแสดงถึงสถานะที่มีการเคลื่อนที่แบบขอบซึ่งพบได้มากในช่วงที่  $k_y$  เป็นลบและระดับพลังงานต่ำๆ ( $n$  น้อยๆ) ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะช่วงที่  $k_y$  เป็นลบ พลังงานศักย์ยังผล  $\tilde{V}_{eff}(\tilde{x})$  จะบีบ

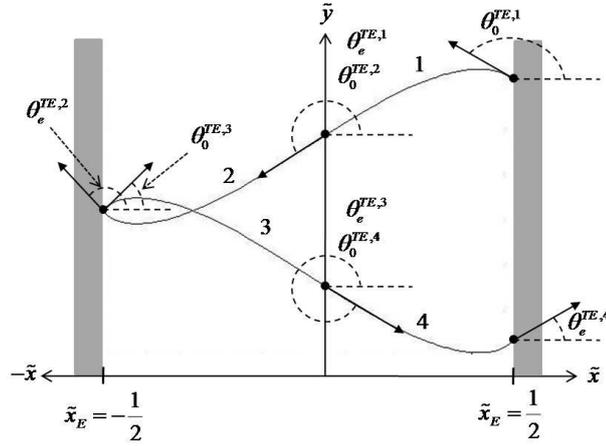
ให้อิเล็กตรอนซึ่งในบริเวณขอบของ 2DEG ทำให้แนวการเคลื่อนที่ชนกับขอบและถ้าอิเล็กตรอนมีพลังงานมากไป ( $n$  มากๆ) จะทำให้วงโคจรของอิเล็กตรอนกว้างจนไปชนกับขอบอีกด้านของ 2DEG ทำให้การเคลื่อนที่เปลี่ยนไปเป็นลักษณะอื่น



รูปที่ 10 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบขอบ โดยมีมุม  $\theta_0^E$  คือมุมระหว่างความเร็วเริ่มต้นและแกน  $x$  และมุม  $\theta_c^E$  คือมุมระหว่างความเร็วสุดท้ายและแกน  $x$  ก่อนที่อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ในคาบต่อไป  $\tilde{x}_E = -\frac{1}{2}$  แทนตำแหน่งของขอบ 2DEG

#### แนวการเคลื่อนที่แบบขอบ 2 ด้าน (two edged trajectory)

แนวการเคลื่อนที่แบบนี้เป็นแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนซึ่งวิ่งชนขอบของ 2DEG ทั้งสองด้านที่ตำแหน่ง  $\tilde{x}_E = -\frac{1}{2}$  และ  $\tilde{x}_E = \frac{1}{2}$  ดังนั้นสำหรับแนวการเคลื่อนที่แบบนี้ อิเล็กตรอนต้องมีพลังงานมากจนทำให้สนามแม่เหล็กไม่สามารถผลักให้แนวการเคลื่อนที่โค้งพอ จนทำให้อิเล็กตรอนชนขอบอีกด้านหนึ่ง ในวิจัยนี้เรากำหนดให้การชนเป็นการชนแบบยืดหยุ่น นั่นคือไม่มีการสูญเสียพลังงานในการชนกันทำให้แนวการเคลื่อนที่ 1 คาบเป็นไปในลักษณะตามรูปที่ 11 ซึ่งเราสามารถแบ่งได้เป็น 4 เส้นดังรูป เส้นที่ 1 เป็นแนวการเคลื่อนที่ในช่วงที่  $x$  เป็นบวกโดยที่อิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากขอบทางด้านขวาไปตำแหน่งที่  $x = 0$  เส้นที่ 2 เป็นแนวการเคลื่อนที่ในช่วงที่  $x$  เป็นลบโดยที่อิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากตำแหน่งที่  $x = 0$  ไปขอบทางด้านซ้าย เส้นที่ 3 เป็นแนวการเคลื่อนที่ในช่วงที่  $x$  เป็นลบโดยที่อิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากขอบทางด้านซ้ายไปตำแหน่งที่  $x = 0$  และเส้นที่ 4 เป็นแนวการเคลื่อนที่ในช่วงที่  $x$  เป็นบวกโดยที่อิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากตำแหน่งที่  $x = 0$  ไปขอบทางด้านขวาอีกครั้ง



รูปที่ 11 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบขอบ 2 ด้าน โดยมีมุม  $\theta_0^{TE,1}$   $\theta_0^{TE,2}$   $\theta_0^{TE,3}$  และ  $\theta_0^{TE,4}$  คือมุมระหว่างความเร็วเริ่มต้นและแกน  $x$  ของแนวการเคลื่อนที่ในเส้นที่ 1 2 3 และ 4 ตามลำดับ ส่วนมุม  $\theta_e^{TE,1}$   $\theta_e^{TE,2}$   $\theta_e^{TE,3}$  และ  $\theta_e^{TE,4}$  คือมุมระหว่างความเร็วสุดท้ายและแกน  $x$  ของแนวการเคลื่อนที่ในเส้นที่ 1 2 3 และ 4 ตามลำดับ

เมื่อแทนสมการ (1.1) ลงใน (1.15) (1.16) และ (1.17) และเปลี่ยนตัวแปรต่างๆ ให้อยู่ในหน่วยเดียวกันกับการคำนวณก่อนหน้า โดยมีเงื่อนไขว่า  $\theta_0^{TE,i}$  เป็นมุมเริ่มต้นและมุม  $\theta_e^{TE,i}$  เป็นมุมสุดท้ายของการเคลื่อนที่ในเส้นที่  $i$  เราจะได้ความสัมพันธ์

$$\tilde{x}_1 = \tilde{x}_4 = \sqrt{\tilde{\eta}^2 - e \frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}} \quad (1.32)$$

$$\tilde{x}_2 = \tilde{x}_3 = -\sqrt{\tilde{\eta}^2 - e \frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}} \quad (1.33)$$

$$\tilde{y}_i = \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{2R^2} \int_{\theta_0^{TE,i}}^{\theta_e^{TE,i}} \sin \theta \cdot \Omega(\theta) d\theta \quad (1.34)$$

เมื่อ  $\tilde{x}_i$  คือตำแหน่งในแกน  $x$  ของอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ในเส้นที่  $i$  และ  $\tilde{y}_i$  คือตำแหน่งในแกน  $y$  ของอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ในเส้นที่  $i$  เนื่องจากเวลาที่อิเล็กตรอนใช้ในการเคลื่อนที่ในเส้นที่ 1 2 3 และ 4 เท่ากันจึงหาสมการความเร็วเฉลี่ยได้เป็น

$$\tilde{v}_D = \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta \tilde{t}} = \frac{\tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 + \tilde{y}_3 + \tilde{y}_4}{\theta_e^{TE,i}} \quad (1.35)$$

$$2 \int_{\theta_0^{TE,i}}^{\theta_e^{TE,i}} \Omega(\theta) d\theta$$

$$\text{เมื่อ } \Omega(\theta) = \frac{e \frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}{\sqrt{\tilde{\eta}^2 - e \frac{\tilde{k}_y - \sqrt{\tilde{E}} \sin \theta}{R^2}}}$$

หากย้อนไปดูรูปที่ 4 จะพบว่าเส้นสีดำแสดงถึงสถานะที่มีการเคลื่อนที่แบบขอบ 2 ด้านซึ่งพบได้มากในระดับพลังงานสูงๆ ( $n$  มากๆ) และ ค่า  $R$  มีค่าน้อยที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะเมื่ออิเล็กตรอนมีพลังงานมากและอยู่ในสนามแม่เหล็กต่ำ ( $R$  น้อยๆ) วงโคจรของอิเล็กตรอนจะกว้างจนทำให้ขอบทั้งสองด้านจนทำให้แนวการเคลื่อนที่เป็นแบบขอบ 2 ด้าน หากอิเล็กตรอนมีพลังงานน้อยเกินไปและอยู่ในสนามแม่เหล็กสูงแนวการเคลื่อนที่จะแคบจนไม่ชนกับขอบทั้งสองด้านทำให้แนวการเคลื่อนที่เป็นไปในลักษณะอื่น

### 1.2.1 กรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดไหลในทิศตรงข้ามกัน

ในกรณีนี้เราพบว่าแนวการเคลื่อนที่ที่เป็นไปได้ของอิเล็กตรอนมีมากมาย โดยสามารถแบ่งออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ แนวการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซคลอยด์ (cycloid-like trajectory) แนวการเคลื่อนที่แบบขอบ (edged trajectory) และแนวการเคลื่อนที่แบบขอบ 2 ด้าน (two edged trajectory) โดยการเกิดขึ้นของแนวการเคลื่อนที่ทั้ง 3 แบบนี้ขึ้นอยู่กับ พลังงานของอิเล็กตรอน ขนาดของสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด ตำแหน่งและมุมเริ่มต้นของอิเล็กตรอน ดังต่อไปนี้

#### แนวการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซคลอยด์ (cycloid-like trajectory)

แนวการเคลื่อนที่แบบนี้จะพบเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่อยู่ในบริเวณที่สนามแม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอ โดยในบริเวณนั้นทิศทางของสนามแม่เหล็กต้องมีทิศเดียวกัน ดังนั้นหากพิจารณาสนามแม่เหล็กในรูปที่ 2 (ขวา) แนวการเคลื่อนที่แบบนี้จะสามารถพบได้ทั้งบริเวณ  $x < 0$  และบริเวณ  $x > 0$  เมื่อแทนสมการ (1.1) ลงใน (1.15) (1.16) และ (1.17) และเปลี่ยนตัวแปรต่างๆ ให้อยู่ในหน่วยเดียวกันกับการคำนวณก่อนหน้า โดยเงื่อนไขแรกเริ่มที่ว่า  $\theta = 0$  ตำแหน่ง  $x = x_0$  จะมีความสัมพันธ์

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\eta} \left( e^{\frac{\sqrt{E} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}} - 1 \right)}{\left( e^{\frac{\sqrt{E} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}} + 1 \right)} \quad (1.36)$$

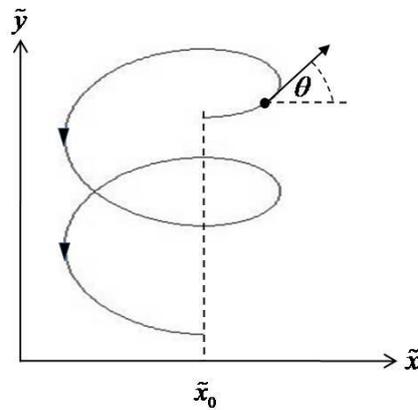
$$\tilde{y} = 2\tilde{\eta} \frac{\sqrt{E}}{R^2} \int_0^\theta \sin \theta \cdot \Xi(\theta) d\theta \quad (1.37)$$

$$\tilde{v}_D \equiv \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta \tilde{t}} = \left( \frac{\sqrt{E}}{R^2} \right) \frac{\int_0^{2\pi} \sin \theta \cdot \Xi(\theta) d\theta}{\int_0^{2\pi} \Xi(\theta) d\theta} \quad (1.38)$$

เมื่อ  $\Xi(\theta) \equiv \frac{e \frac{\sqrt{E} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}}{\left(1 + e \frac{\sqrt{E} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}\right)^2}$  รูปที่ 12 แสดงตัวอย่างแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบคล้ายไซโคลอยด์ที่ได้

จากสมการข้างต้น

หากย้อนไปดูรูปที่ 5 จะพบว่าเส้นสีเขียวแสดงถึงสถานะที่มีการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซโคลอยด์ซึ่งพบได้มากในระดับพลังงานต่ำๆ ( $n$  น้อยๆ) และค่า  $R$  มีค่ามากที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะเมื่ออิเล็กตรอนมีพลังงานน้อยและอยู่ในสนามแม่เหล็กสูง ( $R$  มากๆ) วงโคจรของอิเล็กตรอนจะแคบพอที่จะทำให้ไม่เกิดการชนที่ขอบของ 2DEG หากอิเล็กตรอนมีพลังงานมากเกินไปและอยู่ในสนามแม่เหล็กต่ำแนวการเคลื่อนที่จะกว้างจนไปชนกับขอบของ 2DEG ทำให้แนวการเคลื่อนที่เป็นไปในลักษณะอื่น



รูปที่ 12 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบคล้ายไซโคลอยด์ โดยมุม  $\theta$  คือมุมระหว่างความเร็วและแกน  $x$

#### แนวการเคลื่อนที่แบบขอบ (edged trajectory)

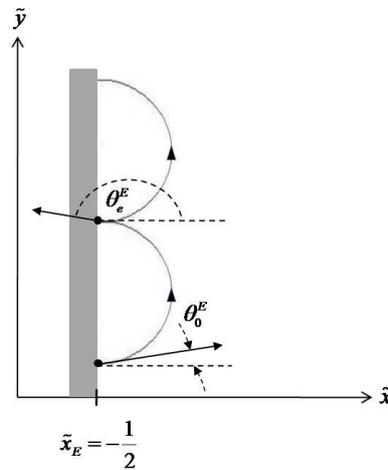
เหมือนกับกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดไหลในทิศเดียวกัน แนวการเคลื่อนที่แบบนี้สามารถพบได้เมื่อกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดไหลในทิศตรงข้ามกัน แนวการเคลื่อนที่แบบนี้อิเล็กตรอนจะวิ่งชนขอบของ 2DEG ด้านใดด้านหนึ่งที่ตำแหน่ง  $\tilde{x}_E = -\frac{1}{2}$  และ  $\tilde{x}_E = \frac{1}{2}$  สำหรับงานวิจัยนี้เรากำหนดให้การชนเป็นการชนแบบยืดหยุ่น นั่นคือไม่มีการสูญเสียพลังงานในการชนกัน เมื่อแทนสมการ (1.1) ลงใน (1.15) (1.16) และ (1.17) และเปลี่ยนตัวแปรต่างๆ ให้อยู่ในหน่วยเดียวกันกับการคำนวณก่อนหน้า โดยมีเงื่อนไขว่า  $\theta_0^E$  เป็นมุมเริ่มต้นและมุม  $\theta_f^E$  เป็นมุมสุดท้ายของการเคลื่อนที่ใน 1 คาบ เราจะได้ความสัมพันธ์

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\eta} \left( e^{\frac{\sqrt{\tilde{E}} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}} - 1 \right)}{\left( e^{\frac{\sqrt{\tilde{E}} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}} + 1 \right)} \quad (1.39)$$

$$\tilde{y} = 2\tilde{\eta} \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{R^2} \int_{\theta_0^E}^{\theta} \sin \theta \cdot \Xi(\theta) d\theta \quad (1.40)$$

$$\tilde{v}_D \equiv \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta \tilde{t}} = \left( \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{R^2} \right) \frac{\int_{\theta_0^E}^{\theta^E} \sin \theta \cdot \Xi(\theta) d\theta}{\int_{\theta_0^E}^{\theta^E} \Xi(\theta) d\theta} \quad (1.41)$$

เมื่อ  $\Xi(\theta) \equiv \frac{e^{\frac{\sqrt{\tilde{E}} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}}}{\left( 1 + e^{\frac{\sqrt{\tilde{E}} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}} \right)^2}$  รูปที่ 13 แสดงตัวอย่างแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบขอบที่ได้จากสมการข้างต้น



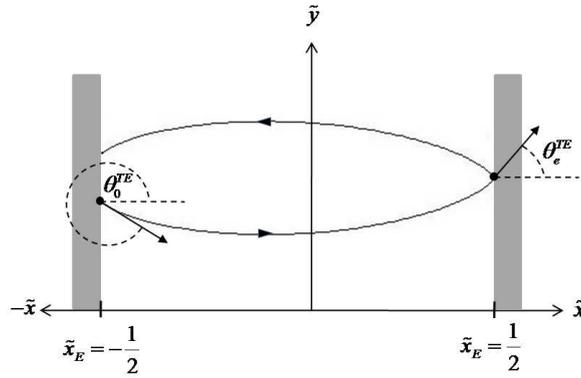
รูปที่ 13 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบขอบ โดยมุม  $\theta_0^E$  คือมุมระหว่างความเร็วเริ่มต้นและแกน  $x$  และมุม  $\theta^E$  คือมุมระหว่างความเร็วสุดท้ายและแกน  $x$  ก่อนที่อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ในคาบต่อไป  $\tilde{x}_E = -\frac{1}{2}$  แทนตำแหน่งของขอบ 2DEG

หากย้อนไปดูรูปที่ 5 จะพบว่าเส้นสีแดงแสดงถึงสถานะที่มีการเคลื่อนที่แบบขอบซึ่งพบได้มากในช่วงที่  $|k_y|$  มีค่ามากพอ สำหรับค่า  $R$  มากๆเราจะพบสถานะแบบนี้เมื่อ  $|k_y|$  มีค่ามากขึ้น ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะเมื่อ  $|k_y|$  มีค่าน้อย พลังงานศักย์ยังผล  $\tilde{V}_{eff}(\tilde{x})$  จะบีบให้อิเล็กตรอนอยู่บริเวณตรงกลาง 2DEG ทำให้ไม่สามารถชนกับขอบ 2DEG

ได้ เราจึงพบสถานะที่มีการเคลื่อนที่แบบขอบในช่วงที่  $|k_y|$  มีค่ามากพอ แต่เมื่อค่า  $R$  มากขึ้น (สนามแม่เหล็กสูง) สนามแม่เหล็กจะผลักให้แนวการเคลื่อนที่โค้งมากขึ้นแคบมากขึ้น เราจึงพบสถานะที่มีการเคลื่อนที่แบบขอบในช่วงที่  $|k_y|$  มีค่ามากขึ้นเมื่อค่า  $R$  มากขึ้น

### แนวการเคลื่อนที่แบบขอบ 2 ด้าน (two edged trajectory)

แนวการเคลื่อนที่แบบนี้เป็นแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนซึ่งวิ่งขอบของ 2DEG ทั้งสองด้านที่ตำแหน่ง  $\tilde{x}_E = -\frac{1}{2}$  และ  $\tilde{x}_E = \frac{1}{2}$  ซึ่งก็สามารถพบได้ในกรณีก่อนหน้าเช่นกัน (กรณีกระแสไหลทิศเดียวกัน) ดังนั้นสำหรับแนวการเคลื่อนที่แบบนี้ อิเล็กตรอนต้องมีพลังงานมากจนทำให้สนามแม่เหล็กไม่สามารถผลักให้แนวการเคลื่อนที่โค้งพอจนทำให้อิเล็กตรอนชนขอบอีกด้านหนึ่ง ในวิจัยนี้เรากำหนดให้การชนเป็นการชนแบบยืดหยุ่น นั่นคือไม่มีการสูญเสียพลังงานในการชนกันทำให้แนวการเคลื่อนที่ 1 คาบเป็นไปในลักษณะตามรูปที่ 14



รูปที่ 14 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบขอบ 2 ด้าน โดยมีมุม  $\theta_0^{TE}$  คือมุมระหว่างความเร็วเริ่มต้นและแกน  $x$  ส่วนมุม  $\theta_e^{TE}$  คือมุมระหว่างความเร็วสุดท้ายและแกน  $x$  ขณะที่อิเล็กตรอนกำลังชนขอบอีกด้านหนึ่ง

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{\eta} \left( e^{\frac{\sqrt{\tilde{E}} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}} - 1 \right)}{\left( e^{\frac{\sqrt{\tilde{E}} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}} + 1 \right)} \quad (1.42)$$

$$\tilde{y} = 2\tilde{\eta} \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{R^2} \int_{\theta_0^{TE}}^{\theta} \sin \theta \cdot \Xi(\theta) d\theta \quad (1.43)$$

$$\tilde{v}_D \equiv \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta \tilde{t}} = \left( \frac{\sqrt{\tilde{E}}}{R^2} \right) \frac{\int_{\theta_0^{TE}}^{\theta_e^{TE}} \sin \theta \cdot \Xi(\theta) d\theta}{\int_{\theta_0^{TE}}^{\theta_e^{TE}} \Xi(\theta) d\theta} \quad (1.44)$$

เมื่อ  $\Xi(\theta) \equiv \frac{e^{\frac{\sqrt{E} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}}}{\left(1 + e^{\frac{\sqrt{E} \sin \theta - \tilde{k}_y}{R^2}}\right)^2}$  รูปที่ 14 แสดงตัวอย่างแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแบบขอบสองด้านที่ได้

จากสมการข้างต้น

หากย้อนไปดูรูปที่ 5 จะพบว่าเส้นสีดำแสดงถึงสถานะที่มีการเคลื่อนที่แบบขอบ 2 ด้านซึ่งพบได้มากในระดับพลังงานสูงๆ ( $n$  มากๆ) และ ค่า  $R$  มีค่าน้อยที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะเมื่ออิเล็กตรอนมีพลังงานมากและอยู่ในสนามแม่เหล็กต่ำ ( $R$  น้อยๆ) วงโคจรของอิเล็กตรอนจะกว้างจนทำให้ขอบทั้งสองด้านจนทำให้แนวการเคลื่อนที่เป็นแบบขอบ 2 ด้าน หากอิเล็กตรอนมีพลังงานน้อยเกินไปและอยู่ในสนามแม่เหล็กสูงแนวการเคลื่อนที่จะแคบจนไม่ชนกับขอบทั้งสองด้านทำให้แนวการเคลื่อนที่เป็นไปในลักษณะอื่น

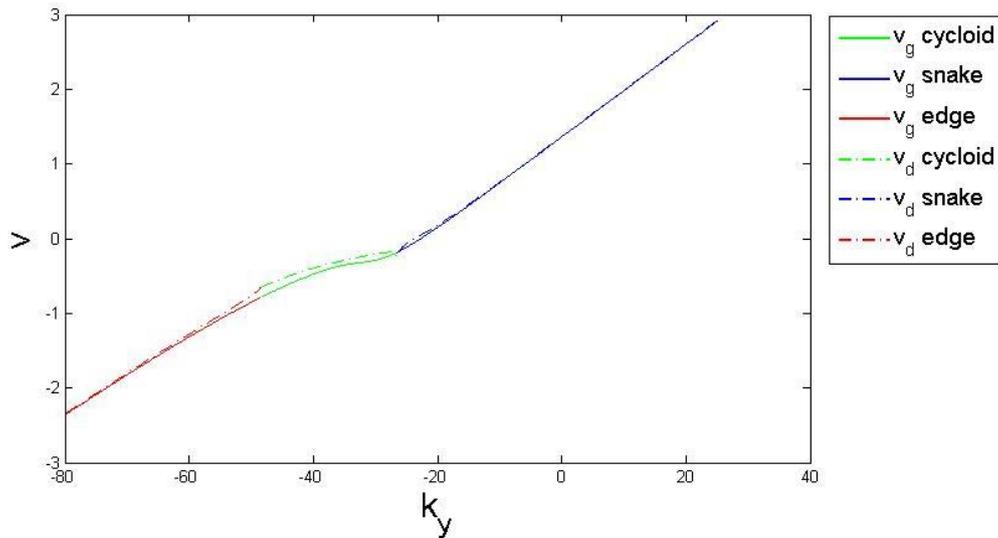
### 1.3 ความเร็วลอยเลื่อนและความเร็วกลุ่ม

ในหัวข้อนี้เราได้นำความเร็วลอยเลื่อน (drift velocity  $v_d$ ) ที่ได้จากแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในแบบต่างๆ ดังได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 1.2 ซึ่งได้แก่สมการที่ (1.25) (1.28) (1.31) (1.35) (1.38) (1.41) และ (1.44) มาเปรียบเทียบกับความเร็วกลุ่ม (group velocity  $v_g$ ) ของสถานะทางควอนตัมซึ่งสามารถหาได้จากความชันของแถบพลังงานในรูปที่ 4 และ 5 นั่นคือ

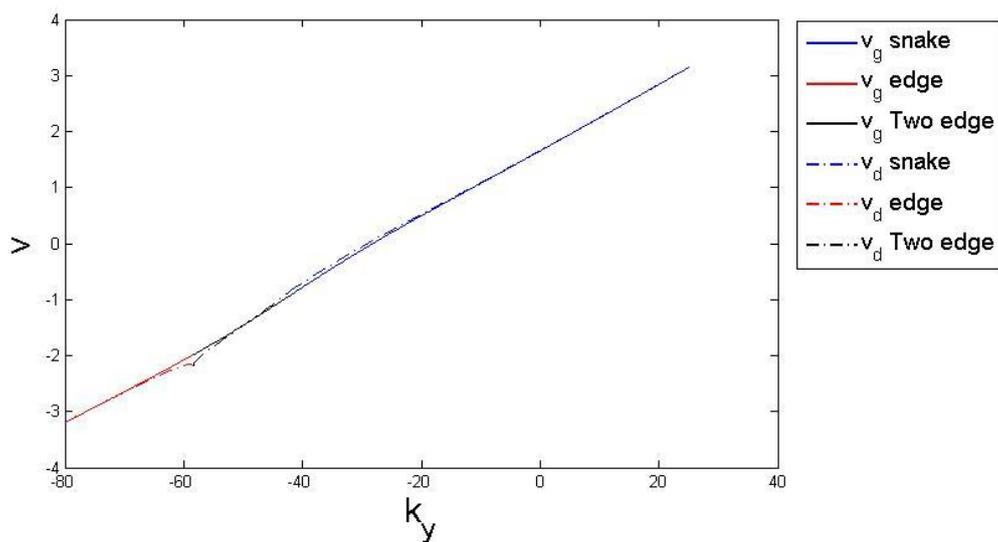
$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k_y}$$

โดยมีจุดประสงค์เพื่อยืนยันว่าแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในแบบต่างๆ ดังได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 1.2 สอดคล้องกับสถานะทางควอนตัมหรือไม่

ในกรณีที่กระแสไฟฟ้ามีทิศทางกัน เราเลือกเปรียบเทียบความเร็วลอยเลื่อนและความเร็วกลุ่มของสถานะควอนตัมที่  $n=1$  และ  $n=6$  ของระบบที่  $R=4$  เนื่องจากเราสามารถศึกษาความเร็วลอยเลื่อนของแนวการเคลื่อนที่ได้ทั้ง 4 แบบ (cycloid-like snake edged และ two edged) จากระดับพลังงานทั้ง 2 ระดับได้ ดังแสดงในรูปที่ 15 และ 16 เราพบว่าความเร็วลอยเลื่อนจากแนวการเคลื่อนที่ทั้ง 4 แบบและความเร็วกลุ่มมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดีโดยเฉพาะในช่วงที่  $|k_y|$  มีค่ามากๆ ทำให้เรามั่นใจได้ว่าแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในแบบต่างๆ ดังได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 1.2 สอดคล้องกับสถานะทางควอนตัมเป็นอย่างดี การสอดคล้องกันระหว่างความเร็วลอยเลื่อนและความเร็วกลุ่มที่พบในงานวิจัยนี้ ดีกว่างานวิจัยก่อนหน้าที่ศึกษาสนามแม่เหล็กแบบขั้นบันได [20] นั้นหมายความว่าระบบที่เราศึกษาเป็นระบบที่เหมาะสมกว่าในการอธิบายสถานะทางควอนตัมด้วยแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน



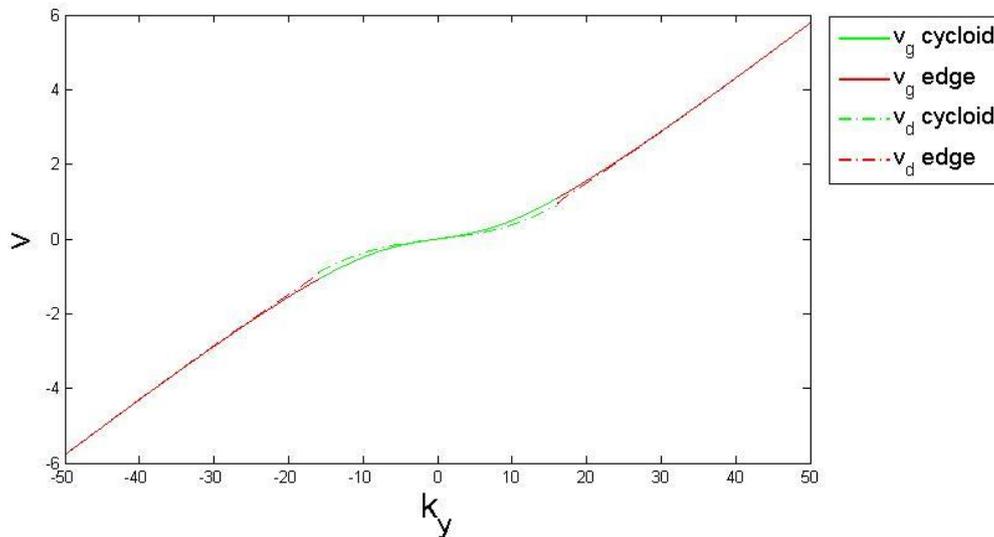
รูปที่ 15 ความเร็วลอยเลื่อน (เส้นปะ) และความเร็วกลุ่ม (เส้นทึบ) ของสถานะควอนตัมที่  $n=1$  ของระบบที่  $R=4$  ในกรณีที่กระแสไหลในทิศเดียวกัน สีของแต่ละเส้นแสดงถึงชนิดของสถานะควอนตัม (cycloid-like snake edged และ two edged)



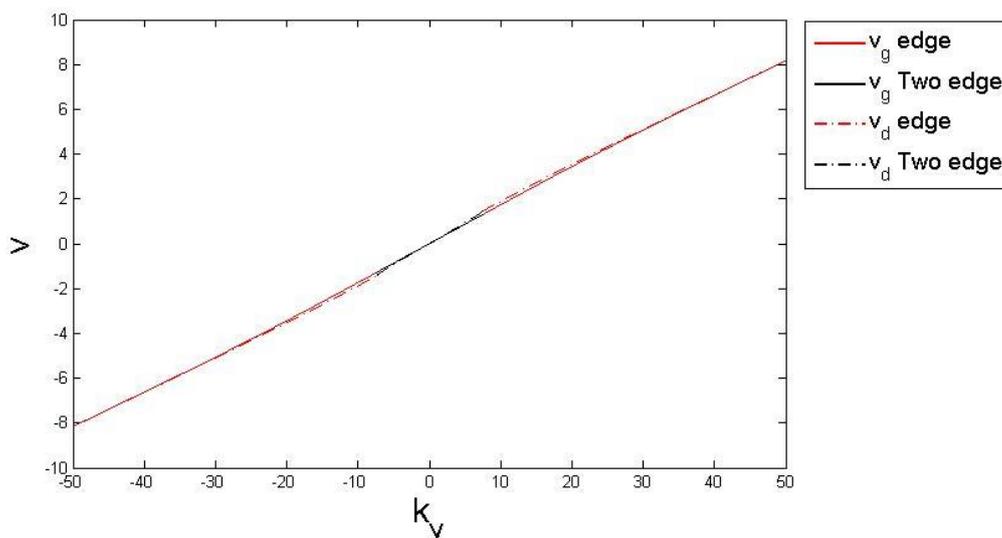
รูปที่ 16 ความเร็วลอยเลื่อน (เส้นปะ) และความเร็วกลุ่ม (เส้นทึบ) ของสถานะควอนตัมที่  $n=6$  ของระบบที่  $R=4$  ในกรณีที่กระแสไหลในทิศเดียวกัน สีของแต่ละเส้นแสดงถึงชนิดของสถานะควอนตัม (cycloid-like snake edged และ two edged)

ในกรณีที่กระแสไฟฟ้ามีทิศสวนกัน เราเลือกเปรียบเทียบความเร็วลอยเลื่อนและความเร็วกลุ่มของสถานะควอนตัมที่  $n=1$  และ  $n=10$  ของระบบที่  $R=2.5$  เนื่องจากเราสามารถศึกษาความเร็วลอยเลื่อนของแนวการเคลื่อนที่ได้ทั้ง 3 แบบ (cycloid-like edged และ two edged) จากระดับพลังงานทั้ง 2 ระดับได้ ดังแสดงในรูปที่ 17 และ 18 เราพบว่าความเร็วลอยเลื่อนจากแนวการเคลื่อนที่ทั้ง 3 แบบและความเร็วกลุ่มมีความสอดคล้องกันเป็น

อย่างดีโดยเฉพาะในช่วงที่  $|k_y|$  มีค่ามากๆ ทำให้เรามั่นใจได้ว่าแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในแบบต่างๆ ดังที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 1.2 สอดคล้องกับสถานะทางควอนตัมเป็นอย่างดี การสอดคล้องกันระหว่างความเร็วลอยเลื่อนและความเร็วกลุ่มที่พบในงานวิจัยนี้ ดีกว่างานวิจัยก่อนหน้านี้ที่ศึกษาสนามแม่เหล็กแบบขั้นบันได [20] นั้นหมายความว่าระบบที่เราศึกษาเป็นระบบที่เหมาะสมกว่าในการอธิบายสถานะทางควอนตัมด้วยแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน



รูปที่ 17 ความเร็วลอยเลื่อน (เส้นปะ) และความเร็วกลุ่ม (เส้นทึบ) ของสถานะควอนตัมที่  $n=1$  ของระบบที่  $R=2.5$  ในกรณีที่กระแสไหลสวนทางกัน สีของแต่ละเส้นแสดงถึงชนิดของสถานะควอนตัม (cycloid-like edged และ two edged)



รูปที่ 18 ความเร็วลอยเลื่อน (เส้นปะ) และความเร็วกลุ่ม (เส้นทึบ) ของสถานะควอนตัมที่  $n=10$  ของระบบที่  $R=2.5$  ในกรณีที่กระแสไหลสวนทางกัน สีของแต่ละเส้นแสดงถึงชนิดของสถานะควอนตัม (cycloid-like edged และ two edged)

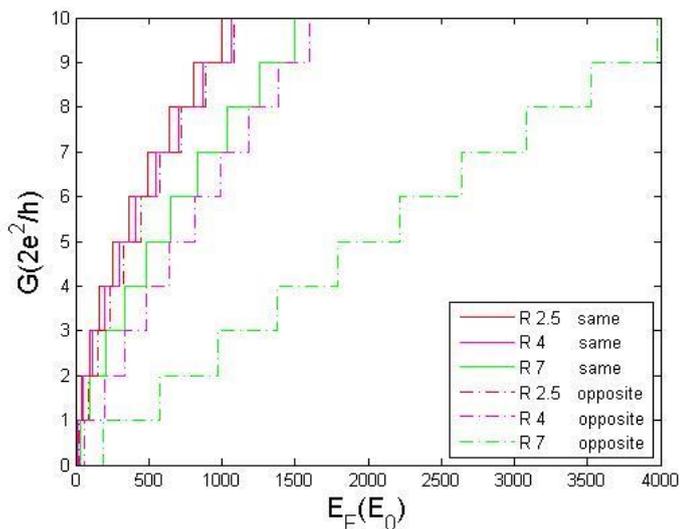
## 1.4 ความนำไฟฟ้าของ 2DEG ในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด

ในหัวข้อที่ 1.1 ที่ผ่านมา เราได้คำนวณแถบพลังงานของอิเล็กตรอนใน 2DEG มาแล้ว ในหัวข้อนี้เราจะนำแถบพลังงานดังกล่าวซึ่งขึ้นกับทิศทางและขนาดของสนามแม่เหล็กเพื่อมาศึกษาความนำไฟฟ้าของระบบ 2DEG ในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด โดยใช้ Buttiker formula [30]

$$G = \frac{2e^2}{h} N(E_F)$$

เมื่อ  $G$  คือค่าความนำไฟฟ้า  $e$  คือประจุของอิเล็กตรอน  $h$  คือค่าคงที่ของพลังค์ และ  $N(E_F)$  คือจำนวนแถบพลังงานที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  นั่นคือค่าความนำไฟฟ้าจะมีค่าไม่ต่อเนื่องโดยจะมีค่าเป็นจำนวนเท่าของ  $\frac{2e^2}{h}$  และเราสามารถหาได้โดยการนับจำนวนแถบพลังงานที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  นั้นเอง

รูปที่ 19 แสดงความนำไฟฟ้าที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  ต่างๆ ของระบบที่  $R$  มีค่าเป็น 2.5 4 และ 7 ในกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศทางกัน (เส้นทึบ) และกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศสวนทางกัน (เส้นปะ) พบว่าค่าความนำไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้นคล้ายขั้นบันไดเมื่อพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  เพิ่มขึ้น นั่นเป็นเพราะระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  ที่สูงขึ้นทำให้จำนวนแถบพลังงานที่อิเล็กตรอนสามารถขนส่งไปมีเพิ่มขึ้น ในระบบที่  $R$  มีค่าเท่ากัน กรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศทางกันจะมีค่าความนำไฟฟ้ามากกว่า ซึ่งเราคาดว่านี่เป็นผลจากการเคลื่อนที่แบบงูนั้นเอง ซึ่งพบในกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศทางกันเท่านั้น



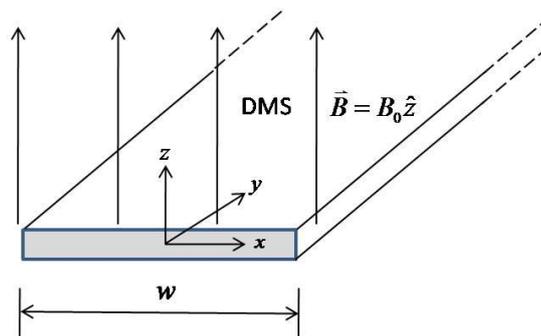
รูปที่ 19 ความนำไฟฟ้าที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  ต่างๆ ของระบบที่  $R$  มีค่าเป็น 2.5 4 และ 7 ในกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศทางกัน (เส้นทึบ) และกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศสวนทางกัน (เส้นปะ)

## 2. DMS ในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ

Dilute magnetic semiconductors (DMS) [1-3] เป็นสารกึ่งตัวนำที่มีความพิเศษ มันมีคุณสมบัติของสารกึ่งตัวนำและสารแม่เหล็กอยู่ในตัว สารกึ่งตัวนำพิเศษนี้เกิดจากการผสมไอออนของสารแม่เหล็กลงไปในสารกึ่งตัวนำธรรมดา DMS จะแสดงพฤติกรรมที่ไม่ธรรมดาเมื่อมันอยู่ในสนามแม่เหล็กนั่นคือการแยกตัวของพลังงานสืบเนื่องจาก Zeeman effect มีขนาดใหญ่กว่าปกติ ซึ่งเป็นผลจาก exchange interaction ระหว่างอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำและอิเล็กตรอนในไอออนของสารแม่เหล็ก ในปี 1982 Furdyna [1,2] อธิบายปรากฏการณ์นี้โดยแนะนำ effective g-factor ( $g_{\text{eff}}$ ) ซึ่งมีค่ามากกว่า g-factor ปกติอย่างมาก ถ้าสุดค่าสูงสุดของ effective g-factor คือ 600 [4] ซึ่งพบใน CdMnSe ในขณะที่ electron spin g-factor มีค่าประมาณ 2

### 2.1 แถบพลังงานของอิเล็กตรอนใน DMS

สำหรับงานวิจัยนี้ในส่วนของ DMS เราจะศึกษาระนาบของ DMS กว้าง  $w$  ในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ  $\vec{B} = B_0 \hat{z}$  ดังรูปที่ 20



รูปที่ 20 ระนาบ DMS กว้าง  $w$  ในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ  $\vec{B} = B_0 \hat{z}$

จาก effective mass approximation อิเล็กตรอนใน DMS ในสนามแม่เหล็กสามารถอธิบายได้ด้วย Hamiltonian

$$\hat{H} = \frac{(\hat{p} + e\vec{A})^2}{2m^*} + V(x) + Z_{g_{\text{eff}}} \quad (2.1)$$

เมื่อ  $m^*$  คือ effective mass ของอิเล็กตรอนใน DMS  $\vec{A}$  คือ vector potential ( $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ ) โดยเราเลือกใช้ Landau gauge นั่นคือ  $A_y(x) \hat{j} = xB_0 \hat{j}$   $V(x)$  เป็นพลังงานศักย์ที่ใช้ขังอิเล็กตรอนให้อยู่ในระนาบ DMS โดยที่  $V(x) = 0$  ถ้า  $|x| < w/2$  และ  $V(x) = \infty$  ถ้า  $|x| \geq w/2$  เทอมสุดท้าย  $Z_{g_{\text{eff}}}$  แสดง Zeeman energy โดยที่  $Z_{g_{\text{eff}}} = -\frac{1}{2} g_{\text{eff}} \mu_B \sigma_z B_0$  [1,2,32] เมื่อ  $\mu_B$  คือ Bohr magneton และ  $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  คือ Pauli matrices ในแนวแกน  $z$

เมื่อพิจารณาสมมาตรของระบบ เราสามารถสร้าง eigenfunction ที่สอดคล้องกับ  $\hat{H}$  ได้ว่า  $\Psi_{k_y}^\sigma(x, y) = e^{ik_y y} \psi_{k_y}^\sigma(x) \chi_\sigma$  เมื่อ  $\sigma$  แทนสปินของอิเล็กตรอน ( $\uparrow$  หรือ  $\downarrow$ )  $\psi_{k_y}^\uparrow(x)$  และ  $\psi_{k_y}^\downarrow(x)$  แทนฟังก์ชันคลื่นในแนวแกน  $x$  ของอิเล็กตรอนสปินขึ้นและอิเล็กตรอนสปินลงตามลำดับ  $\chi_\uparrow = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  และ  $\chi_\downarrow = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

ทำให้ได้สมการสมการชโรดิงเจอร์  $\hat{H}\Psi_{k_y}^\sigma = E^\sigma \Psi_{k_y}^\sigma$  ว่า

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2m^*} \left\{ -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2qA_y \frac{\partial}{\partial y} + (qA_y)^2 \right\} e^{ik_y y} \psi(x) \chi_\sigma + [V(x) + Z_{\text{eff}}] e^{ik_y y} \psi(x) \chi_\sigma \\ & = E^\sigma e^{ik_y y} \psi(x) \chi_\sigma \end{aligned}$$

เมื่อ  $\psi(x)$  นั้นลดรูปมาจาก  $\psi_{k_y}^\sigma(x)$  ต่อไปเรากำหนดให้  $x = \tilde{x}w$ ,  $y = \tilde{y}w$ ,  $k_y = \frac{\tilde{k}_y}{w}$ ,  $A_y = (B_0 w) \tilde{A}_y$

และ  $E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^* w^2}$  จะได้

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \tilde{k}_y^2 - \frac{qB_0 \tilde{A}_y \hbar \tilde{k}_y}{m^* E_0} + \frac{(qB_0 w \tilde{A}_y)^2}{2m^* E_0} \right\} \psi(\tilde{x}) \chi_\sigma + \frac{[V(x) + Z_{\text{eff}}]}{E_0} \psi(\tilde{x}) \chi_\sigma = \frac{E^\sigma}{E_0} \psi(\tilde{x}) \chi_\sigma$$

สำหรับอิเล็กตรอน  $q = -|e|$  และ magnetic length กำลังสอง  $l_B^2 = \frac{\hbar}{|e|B_0}$  เราจะสามารถเขียนสมการชโรดิงเจอร์ให้อยู่ในรูป

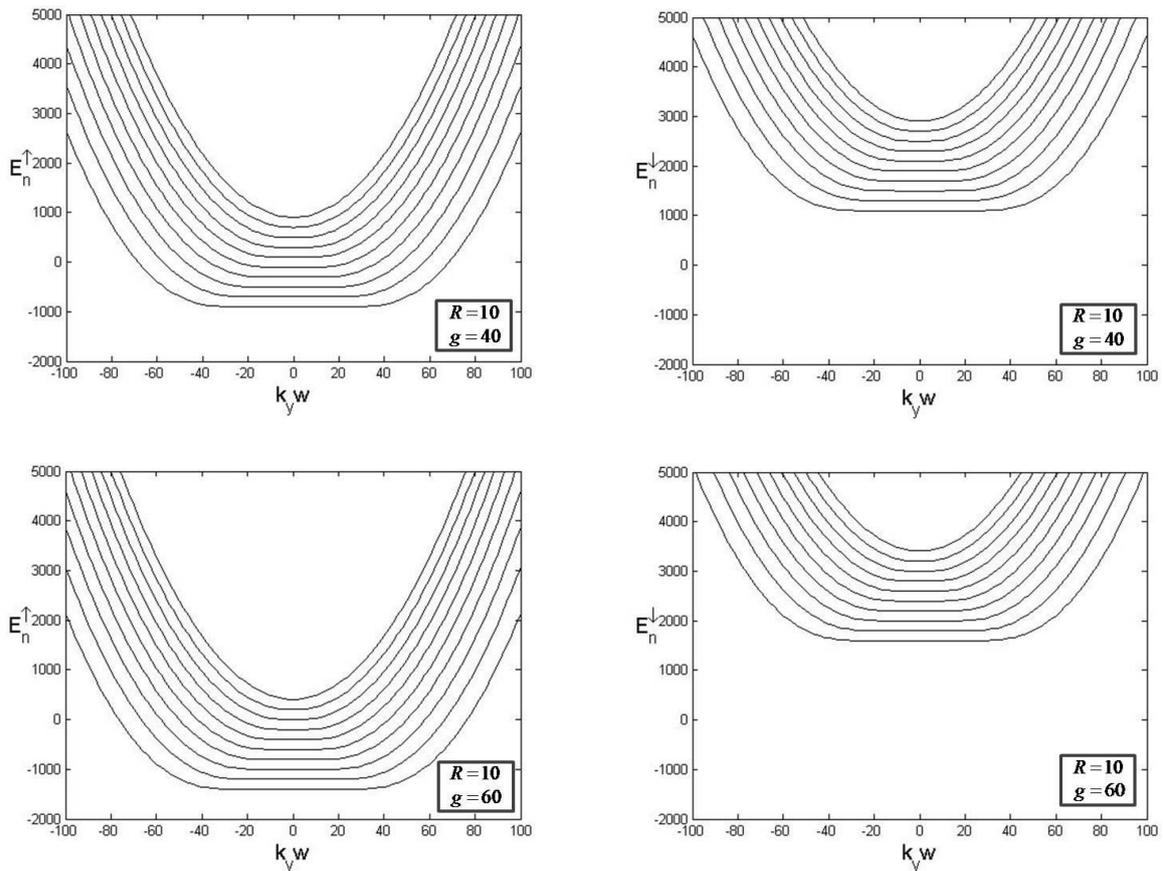
เจอร์ให้อยู่ในรูป

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + [\tilde{k}_y + R^2 \tilde{A}_y]^2 + \tilde{V}(\tilde{x}) + \tilde{Z}_{\text{eff}} \right\} \psi(\tilde{x}) \chi_\sigma = \tilde{E}^\sigma \psi(\tilde{x}) \chi_\sigma$$

หรือ

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \tilde{V}_{\text{eff}}(\tilde{x}) \right\} \psi(\tilde{x}) \chi_\sigma = \tilde{E}^\sigma \psi(\tilde{x}) \chi_\sigma \quad (2.2)$$

เมื่อ  $\tilde{V}(\tilde{x}) = V(\tilde{x})/E_0$ ,  $\tilde{Z}_{\text{eff}} = Z_{\text{eff}}/E_0$ ,  $\tilde{E}^\sigma = E^\sigma/E_0$ ,  $R = w/l_B$  และ  $\tilde{V}_{\text{eff}}(\tilde{x}) = [\tilde{k}_y + R^2 \tilde{A}_y]^2 + \tilde{V}(\tilde{x}) + \tilde{Z}_{\text{eff}}$  โดย  $\tilde{A}_y = \tilde{x}$  สังเกตว่า  $R$  คือสัดส่วนของความกว้างของ DMS และ magnetic length ซึ่งเป็นปริมาณที่เราใช้กำหนดระบบที่เราทำการศึกษา สมการชโรดิงเจอร์นี้มีความซับซ้อนมากจนเราไม่สามารถแก้สมการได้โดยตรง จึงต้องใช้วิธีเบสิสเซตมาช่วยในการแก้ปัญหา



รูปที่ 21 แถบพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นและอิเล็กตรอนสปินลงที่ระดับ  $n$  ( $E_n^{\uparrow, \downarrow}$ ) สำหรับค่า  $k_y w$  ต่างๆ ของระบบที่  $R=10$  โดยค่า effective g-factor ( $g_{\text{eff}}$ ) ที่ใช้คือ 40 และ 60

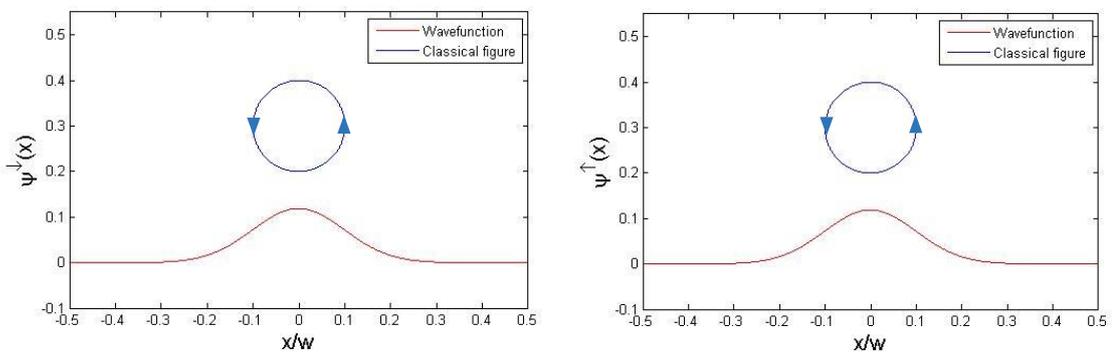
หลังจากแก้สมการ (2.2) โดยวิธีเบซิสเซต เราได้แถบพลังงานเป็นไปตามรูปที่ 21 ซึ่งเป็นแถบพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นและอิเล็กตรอนสปินลงของระบบที่  $R=10$  ซึ่งสอดคล้องกับ ระบบที่  $w=2000$  nm และอยู่ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ 0.0165 T สังเกตได้ชัดว่า Zeeman energy ที่เกิดจาก exchange interaction ระหว่างอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำและอิเล็กตรอนในไอออนของสารแม่เหล็กทำให้ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนสปินลงสูงขึ้น แต่ทำให้ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นต่ำลง โดยยิ่งค่า effective g-factor ( $g_{\text{eff}}$ ) มีค่ามากยิ่งทำให้การแยกชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นและสปินลงมากขึ้น ทั้งนี้ Zeeman energy ไม่ได้ทำให้รูปร่างของแถบพลังงานเปลี่ยนแปลงไปแต่อย่างใด แถบพลังงานยังคงมีรูปร่างเหมือนกับกรณีที่ไม่มี Zeeman energy จึงอาจพูดได้ว่า Zeeman energy ทำหน้าที่เพียงแคยกหรือกดแถบพลังงานเท่านั้นเอง

## 2.2 แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนใน DMS

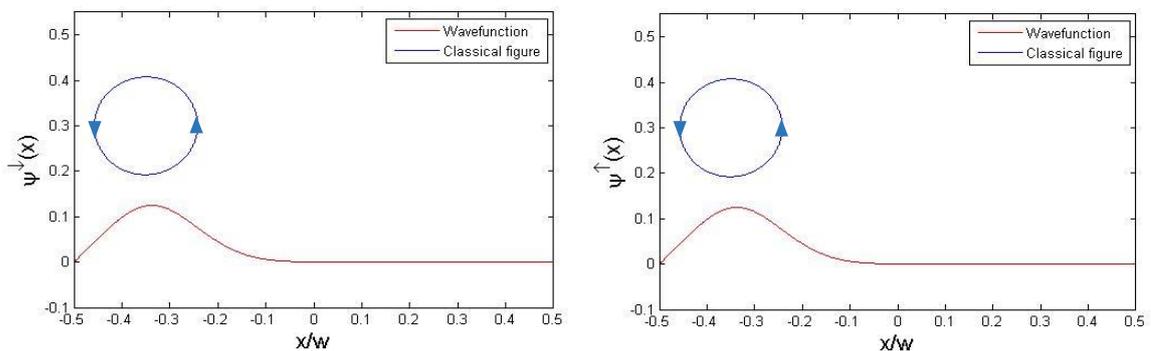
ในหัวข้อนี้เราจะคำนวณแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในระนาบ DMS ในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ โดยอาศัยแรงลอเรนซ์ซึ่งเป็นหลักการเดียวกับหัวข้อนี้ 1.2 ที่กล่าวมาแล้ว เนื่องจากในหัวข้อ 2.2 นี้ อิเล็กตรอนเคลื่อนที่

ในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอเราจึงทราบได้ทันทีว่ามันจะเคลื่อนที่เป็นวงกลม คำถามที่น่าสนใจคือ Zeeman energy ซึ่งทำหน้าที่ยกแถบพลังงานของอิเล็กตรอนสปินลงและกดแถบพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นนั้น จะมีผลต่อแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้นหรือไม่อย่างไร

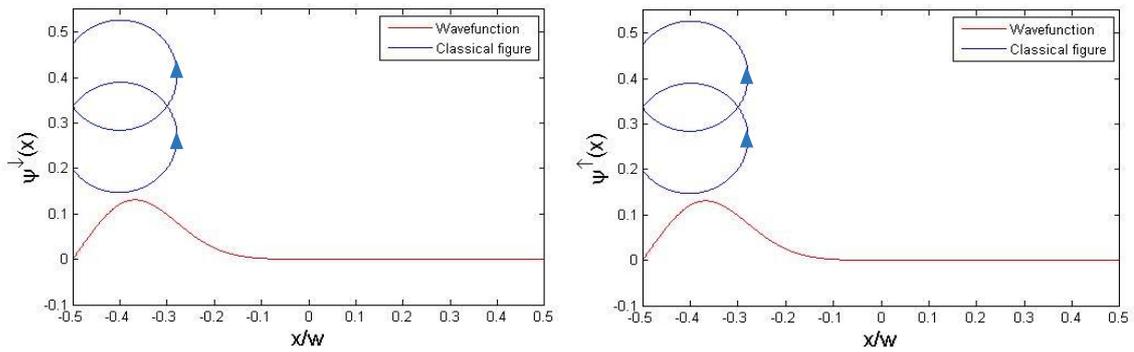
ในการคำนวณหาแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนที่สอดคล้องกับสถานะทางควอนตัม เราจำเป็นต้องทราบจุดศูนย์กลางของวงกลมและรัศมีวงกลมซึ่งสามารถหาได้จากพลังงานศักย์ยังผล  $\tilde{V}_{eff}(\tilde{x})$  ตามแนวความคิดที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 1.2 (รูปที่ 8) ทั้งนี้จุดศูนย์กลางของวงกลมก็คือจุดต่ำสุดของพลังงานศักย์ยังผล  $\tilde{V}_{eff}(\tilde{x})$  นั่นเอง ในการหารัศมีของวงกลมเราใช้แนวคิดว่าอนุภาคในกลศาสตร์แบบฉบับไม่สามารถทะลุผ่านไปยังบริเวณที่  $\tilde{V}_{eff}(\tilde{x}) > \tilde{E}$  ได้ เราจึงได้รัศมีคือระยะจากจุดต่ำสุดของพลังงานศักย์ยังผล  $\tilde{V}_{eff}(\tilde{x})$  ถึงจุดวกกลับของพลังงานศักย์ยังผล



รูปที่ 22 ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้น  $\psi_{n=0}^{\downarrow,\uparrow}(x)$  ที่สถานะ  $kw=0$  (เส้นสีแดง) และแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนซึ่งสอดคล้องกับฟังก์ชันคลื่น (เส้นสีน้ำเงิน)



รูปที่ 23 ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้น  $\psi_{n=0}^{\downarrow,\uparrow}(x)$  ที่สถานะ  $kw=35$  (เส้นสีแดง) และแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนซึ่งสอดคล้องกับฟังก์ชันคลื่น (เส้นสีน้ำเงิน)



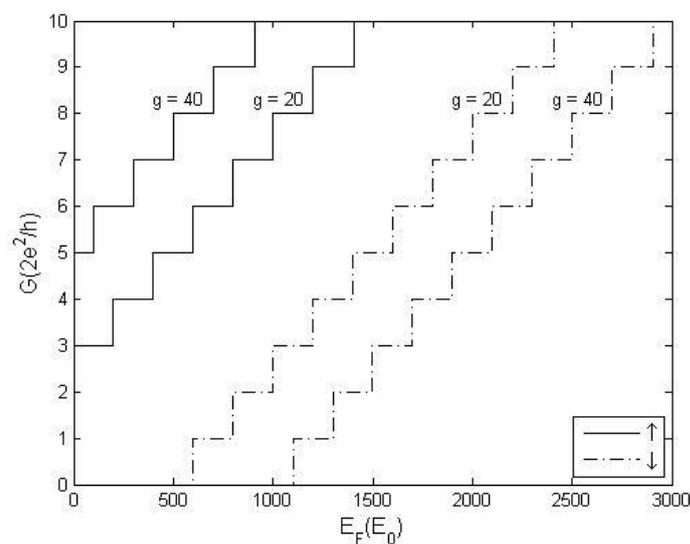
รูปที่ 24 ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้น  $\psi_{n=0}^{\downarrow,\uparrow}(x)$  ที่สถานะ  $kw = 40$  (เส้นสีแดง) และแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนซึ่งสอดคล้องกับฟังก์ชันคลื่น (เส้นสีน้ำเงิน)

รูปที่ 22-24 แสดงฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้น  $\psi_{n=0}^{\downarrow,\uparrow}(x)$  ที่สถานะ  $kw(\tilde{k})$  ต่างๆ และแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนที่สอดคล้องกับฟังก์ชันคลื่นในสถานะนั้นๆ ของระบบที่  $R = 10$  นั่นคือระบบที่  $w = 2000$  nm และอยู่ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ  $0.0165$  T เราพบว่าฟังก์ชันคลื่นและแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดีนั่นคือ อิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่เป็นวงกลมในบริเวณที่ฟังก์ชันคลื่นมีค่ามาก การเพิ่มค่า  $kw$  นั้นทำให้จุดศูนย์กลางการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากขวาไปซ้าย จนเมื่อค่า  $kw$  มีค่ามากพอ อิเล็กตรอนจะชนกับขอบของ DMS ทำให้เกิดการเคลื่อนที่แบบ skipping orbit [23] ดังรูปที่ 24 อีกประเด็นหนึ่งที่สำคัญคือฟังก์ชันคลื่นและแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้นไม่มีแตกต่างกันเลยสำหรับค่า  $kw$  หนึ่งๆ แต่ระดับพลังงานกลับแตกต่างกันมากตามรูปที่ 21 ซึ่งเป็นผลจาก Zeeman energy ( $\tilde{Z}_{g_{\text{eff}}}$ ) เหตุผลที่ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้นไม่มีแตกต่างกันก็เพราะ Zeeman energy ทำหน้าที่ยกหรือกดพลังงานศักย์ยังผล  $\tilde{V}_{\text{eff}}(\tilde{x})$  เท่านั้น (ดูสมการที่ 2.2) ไม่ได้ทำให้รูปร่างของพลังงานศักย์ยังผล  $\tilde{V}_{\text{eff}}(\tilde{x})$  เปลี่ยนแปลงไปเลย ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้นที่สถานะ  $kw$  ใดๆจึงมีระดับพลังงานต่างกันที่  $2\tilde{Z}_{g_{\text{eff}}}$  เสมอ แต่มีลักษณะการกระจายตัวเหมือนกันดังรูปที่ 22-24 ส่วนเหตุผลที่แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้นไม่แตกต่างกัน เราสามารถอธิบายได้ว่า Zeeman energy  $\tilde{Z}_{g_{\text{eff}}}$  ทำหน้าที่เป็นพลังงานศักย์ที่ยกหรือกดพลังงานศักย์ยังผล  $\tilde{V}_{\text{eff}}(\tilde{x})$  เท่านั้น พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้นไม่ได้แตกต่างไปจากกรณีที่  $\tilde{Z}_{g_{\text{eff}}} = 0$  เลย เมื่อพลังงานจลน์เท่าเดิม แนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้นจึงเหมือนกัน เนื่องจากการเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กมีแรงที่กระทำแรงเดียวคือแรงลอเรนซ์  $\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$  ซึ่งขึ้นกับความเร็วเท่านั้น (ระบบที่ศึกษามีสนามแม่เหล็กคงที่) อิเล็กตรอนที่มีความเร็วเท่ากันหรือพลังงานจลน์เท่ากันจึงมีแนวการเคลื่อนที่เหมือนกัน

### 2.3 ความนำไฟฟ้าของ DMS ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ

ในหัวข้อนี้เราจะศึกษาความนำไฟฟ้าของระบบ DMS ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ โดยการนับจำนวนแถบพลังงานที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  (Buttiker formula) ดังได้อธิบายไปแล้วในหัวข้อ 1.4 โดยเราต้องการทราบว่า DMS มีผลอย่างไรต่อการขนส่งอิเล็กตรอนสปินขึ้นและสปินลง

รูปที่ 24 แสดงความนำไฟฟ้าที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  ต่างๆ ของอิเล็กตรอนสปินขึ้น (เส้นทึบ) และสปินลง (เส้นปะ) ในระบบของ DMS ที่มีค่า effective g-factor ( $g_{\text{eff}}$ ) 20 และ 40 โดยที่ ความกว้างของ DMS คือ  $w = 2000$  nm และอยู่ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ 0.0165 T เราพบว่าความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนสปินขึ้นมีค่ามากกว่าสปินลงสำหรับทุกค่า effective g-factor ( $g_{\text{eff}}$ ) ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะ Zeeman energy ทำหน้าที่ยกแถบพลังงานของอิเล็กตรอนสปินลง และกดแถบพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นดังรูปที่ 21 ทำให้เมื่อพิจารณาที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  หนึ่งๆ จำนวนแถบพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นมีมากกว่าจำนวนแถบพลังงานของอิเล็กตรอนสปินลงเสมอ อิเล็กตรอนสปินขึ้นจึงมีช่องในการขนส่งมากกว่าอิเล็กตรอนสปินลง ทั้งนี้ยังพบอีกว่าความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนสปินขึ้นและสปินลงจะยิ่งต่างกันมากเมื่อค่า effective g-factor ( $g_{\text{eff}}$ ) มีค่าสูงขึ้นเนื่องจากความแตกต่างกันของระดับพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นและสปินลงที่เพิ่มขึ้นนั่นเอง



รูปที่ 24 ความนำไฟฟ้าที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  ต่างๆ ของอิเล็กตรอนสปินขึ้น (เส้นทึบ) และสปินลง (เส้นปะ) ในระบบของ DMS ที่มีค่า effective g-factor ( $g_{\text{eff}}$ ) 20 และ 40

## สรุปผล

งานวิจัยนี้เราศึกษาาระบบที่ประกอบด้วยระนาบ 2DEG ขนาบข้างด้วยเส้นลวดสองเส้นซึ่งมีกระแสไฟฟ้าไหลอยู่ เพื่อสร้างสนามแม่เหล็กไม่สม่ำเสมอ ในกรณีที่สนามแม่เหล็กมีทิศเดียวกันพบว่าแถบพลังงานมีลักษณะไม่สมมาตรนั้นคือ  $E(k_y) \neq E(-k_y)$  โดยที่แถบพลังงานที่ค่า  $k_y$  มีค่าติดลบ จะแยกเป็นสองเส้นเมื่อ  $k_y$  มีค่ามากพอ นั้นแสดงว่าสถานะทางควอนตัมที่พลังงานมีค่า  $k_y$  ติดลบเป็น doubly degenerate states ในกรณีที่สนามแม่เหล็กมีทิศสวนทางกัน พบว่าแถบพลังงานมีลักษณะสมมาตรนั้นคือ  $E(k_y) = E(-k_y)$  โดยลักษณะของแถบพลังงานคล้ายคลึงกับกรณีที่สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ จะต่างกันก็ตรงบริเวณกันของแถบพลังงานที่ไม่ได้มีลักษณะเป็นเส้นตรงแต่มีความโค้งของแถบพลังงานอยู่บ้าง

ในกรณีที่กระแสไฟฟ้ามีทิศตามกัน เราพบแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในระนาบ 2DEG มี 4 แบบ ได้แก่ แนวการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซโคลอยด์ แนวการเคลื่อนที่แบบวง แนวการเคลื่อนที่แบบขอบ และแนวการเคลื่อนที่แบบขอบ 2 ด้าน แต่ในกรณีที่กระแสไฟฟ้ามีทิศสวนกันเราพบแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน 3 แบบ ได้แก่ แนวการเคลื่อนที่แบบคล้ายไซโคลอยด์ แนวการเคลื่อนที่แบบขอบ และแนวการเคลื่อนที่แบบขอบ 2 ด้าน โดยความเร็วลอยเลื่อนจากแนวการเคลื่อนที่และความเร็วกลุ่มมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดีโดยเฉพาะในช่วงที่  $|k_y|$  มีค่ามากๆ ทำให้เรามั่นใจได้ว่าแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในแบบต่างๆ สอดคล้องกับสถานะทางควอนตัมเป็นอย่างดี

ในการศึกษาความนำไฟฟ้าของระนาบ 2DEG พบว่าค่าความนำไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้นคล้ายขั้นบันไดเมื่อพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  เพิ่มขึ้น นั้นเป็นเพราะระดับพลังงานเฟอร์มิ  $E_F$  ที่สูงขึ้นทำให้จำนวนแถบพลังงานที่อิเล็กตรอนสามารถขนส่งไปมีเพิ่มขึ้น โดยกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศตามกันจะมีค่าความนำไฟฟ้ามากกว่าอีกกรณี ซึ่งเราคาดว่านี่เป็นผลจากการเคลื่อนที่แบบวงนั่นเองซึ่งพบในกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศตามกันเท่านั้น

จากนั้นเราเปลี่ยนมาศึกษาาระบบ DMS ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ พบว่า Zeeman energy ที่เกิดจาก exchange interaction ระหว่างอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำและอิเล็กตรอนในไอออนของสารแม่เหล็กทำให้ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนสปินลงสูงขึ้นแต่ทำให้ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นต่ำลง โดยยิ่งค่า effective g-factor ( $g_{\text{eff}}$ ) มีค่ามากยิ่งขึ้นทำให้การแยกชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นและสปินลงมากขึ้น ทั้งนี้ Zeeman energy ไม่ได้ทำให้รูปร่างของแถบพลังงานเปลี่ยนแปลงไปแต่อย่างใด

ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ เราพบว่าอิเล็กตรอนในระนาบ DMS จะเคลื่อนที่เป็นวงกลม การเพิ่มค่า  $kw$  นั้นทำให้จุดศูนย์กลางการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากขวาไปซ้าย จนเมื่อค่า  $kw$  มีค่ามากพออิเล็กตรอนจะชนกับขอบของ DMS ทำให้เกิดการเคลื่อนที่แบบ skipping orbit อีกประเด็นหนึ่งที่สำคัญคือแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนสปินลงและสปินขึ้นไม่มีแตกต่างกันเลยสำหรับค่า  $kw$  หนึ่งๆ แต่ระดับพลังงานกลับแตกต่างกันมาก

ในการศึกษาความนำไฟฟ้าของระนาบ DMS พบว่า ความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนสปินขึ้นมีค่ามากกว่าสปินลงสำหรับทุกค่า effective g-factor ( $g_{\text{eff}}$ ) ที่เป็นเช่นนั้นก็เพราะ Zeeman energy ทำหน้าที่ยกแถบพลังงานของอิเล็กตรอนสปินลง และกดแถบพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้น ทั้งนี้ความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนสปินขึ้นและสปินลงจะยิ่งต่างกันมากเมื่อค่า effective g-factor ( $g_{\text{eff}}$ ) มีค่าสูงขึ้นเนื่องจากความแตกต่างกันของระดับพลังงานของอิเล็กตรอนสปินขึ้นและสปินลงที่เพิ่มขึ้นนั่นเอง

## ปัญหาและอุปสรรค

ในการศึกษานี้เราเริ่มออกแบบระบบที่ศึกษาซึ่งประกอบด้วยระนาบ 2DEG ขนาดข้างด้วยเส้นลวดสองเส้นซึ่งมีกระแสไฟฟ้าไหลอยู่เพื่อสร้างสนามแม่เหล็กไม่สม่ำเสมอ แล้วจึงเปลี่ยนจากระนาบ 2DEG เป็นระนาบ DMS ขนาดข้างด้วยเส้นลวดสองเส้นซึ่งมีกระแสไฟฟ้าไหลอยู่เพื่อให้เข้าใจผลของ Zeeman energy ขนาดมหึมา แต่เราพบอุปสรรคสำคัญที่ทำให้เราต้องเปลี่ยนมาศึกษาสถานะ DMS ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ ปัญหานี้เป็นปัญหาที่เราพบตั้งแต่การทำงาน 6 เดือนแรกแล้ว ตามที่ได้กล่าวไว้ในรายงานความก้าวหน้า 6 เดือน ปัญหานั้นคือเราไม่สามารถคำนวณแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในระนาบ DMS ในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวดสองเส้นได้ เนื่องจากพลังงานศักย์จาก Zeeman energy ขึ้นอยู่กับตำแหน่ง พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนจึงเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งไปด้วย เป็นเหตุให้การคำนวณแนวการเคลื่อนที่ยุ่งยากกว่ากรณีของระนาบ 2DEG มาก และถึงแม้ว่าเราได้พยายามทำตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิแล้ว การหาแนวการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในระนาบ DMS ในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวดสองเส้นก็ยังเป็นเรื่องยากอยู่ เราจึงเปลี่ยนระบบที่จะศึกษามาเป็นระนาบ DMS ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอแทน

## บรรณานุกรม

- [1] J. K. Furdyna, J. Appl. Phys. **64**, R29 (1988).
- [2] J. K. Furdyna, J. Appl. Phys. **53**, 7637 (1982).
- [3] T. Dietl, M. Sawicki, M. Dahl, D. Heiman, E. D. Isaacs, M. J. Graf, S. I. Gubarev, and D. L. Alov, Phys. Rev. B **43**, 3154 (1991).
- [4] H. Y. Jung, et al., Nature Mater. **9**, 47 (2009).
- [5] M. Berciu, T. G. Rappoport, and B. Jankó, Nature **435**, 71 (2005).
- [6] M. Berciu and B. Jankó, Phys. Rev. Lett. **90**, 246804 (2003).
- [7] T. G. Rappoport, et al., Phys. Rev. B **74**, 094502 (2006).
- [8] P. Redliński, T. Wojtowicz, T. G. Rappoport, A. Libál, J. K. Furdyna, and B. Jankó, Phys. Rev. B **72**, 085209 (2005).
- [9] S. -H. Lin, T. G. Rappoport, M. Berciu, and B. Jankó, J. Appl. Phys. **107**, 034307 (2010).
- [10] X. L. Wang, C. T. Lin, B. Liang, S. Yu, S. Ooi, K. Hirata, S. Y. Ding, D. Q. Shi, S. X. Dou, and Z. W. Lin, J. Appl. Phys. **107**, 09G116 (2007).
- [11] I. Zutic, J. Fabian, and S. D. Sarma, Rev. Mod. Phys. **76**, 323 (2004).
- [12] P. Kacman, Semicond. Sci. Technol. **16**, R25 (2001).
- [13] L. Solimany and B. Kramer, Solid State Commun. **96**, 471 (1995).
- [14] H. S. Sim, K. H. Ahn, K. J. Chang, G. Ihm, N. Kim, and S. J. Lee, Phys. Rev. Lett. **80**, 1501 (1998).
- [15] J. Reijniers, F. M. Peeters, and A. Matulis, Phys. Rev. B **59**, 2817 (1999).
- [16] B. Kocsis, G. Palla, and J. Cserti, Phys. Rev. B **71**, 075331 (2005).
- [17] Y. Song and Y. Guo, J. Appl. Phys. **108**, 064306 (2010).

- [18] A. Nogaret, *J. Phys.: Condens. Matter* **22**, 253201 (2010).
- [19] F. M. Peeters and A. Matulis, *Phys. Rev. B* **48**, 15166 (1993).
- [20] J. Reijniers and F. M. Peeters, *J. Phys.: Condens. Matter* **12**, 9771 (2000).
- [21] J. Reijniers, A. Matulis, K. Chang, F. M. Peeters and P. Vasilopoulos, *Europhys. Lett.* **59**, 749 (2002).
- [22] J. E. Müller, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 385 (1992).
- [23] G. Montambaux, *Eur. Phys. J. B* **79**, 215 (2011).
- [24] N. Davies, A. A. Patel, A. Cortijo, V. Cheianov, F. Guinea, and V. I. Fal'ko, *Phys. Rev. B* **85**, 155433 (2012).
- [25] P. W. Seymour, *Australian Journal of Physics* **12**, 309 (1959).
- [26] J. Reijniers and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* **63**, 165317 (2001).
- [27] A. Nogaret, S. J. Bending, and M. Henini, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2231 (2000).
- [28] L. Oroszlány, P. Rakyta, A. Kormányos, C.J. Lambert, and J. Cserti, *Phys. Rev. B* **77**, 081403 (2008).
- [29] J. C. Chen, X. C. Xie, and Q. f. Sun, *Phys. Rev. B* **86**, 035429 (2012).
- [30] M. Buttiker, *Phys. Rev. B* **38** 9375 (1988).
- [31] Y. Peng, T. Cullis, and B. Lnkson, *Appl. Phys. Lett.* **93** 183112 (2008).
- [32] A. Amthong, *Superlattice. Microst.* **80** 72 (2015).

## ภาคผนวก

### ประวัติคณะผู้วิจัย

ชื่อ – นามสกุล นาย.....อรรถพล อ่ำทอง.....

ตำแหน่งปัจจุบัน ..... ผศ.ดร.....

ที่ทำงาน .....ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.....

โทรศัพท์เคลื่อนที่ .....0894539145..... E – mail....attapona@nu.ac.th.....

### ประวัติการศึกษา

ปีการศึกษา	คุณวุฒิ	สถาบันการศึกษา
2549	วท.บ. ฟิสิกส์	มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
2555	Ph.D. Physics (condensed matter physics)	University of Bath

สาขาวิชาที่เชี่ยวชาญ.....Condensed matter physics.....

ภาระงานในปัจจุบัน ..... สอนและทำงานวิจัย.....

### ผลงานวิจัย

A. Amthong and S. Crampin, Magnetic templating by superconducting films, disks, and rings, Journal of Physics: Conference Series, **286** 012021 (2011).

A. Amthong, WKB approximation for abruptly varying potential wells, Eur. J. Phys. **35** 065009 (2014). (Impact factor 0.619)

A. Amthong, A magnetic quantum dot in a diluted magnetic semiconductor/semiconductor heterostructure, Superlattices and Microstructures, **80** 72 (2015). (Impact factor 1.979)

