DOI: 10.14456/mj-math.201x.x

วารสารคณิตศาสตร์ MJ-MATh 63(694) Jan–Apr, 2018
โดย สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
http://MathThai.Org MathThaiOrg@gmail.com

การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในการหาความสูงของระดับของเหลวในถังทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอน

Application of Mathematics for Determining the Height of Water Level of Horizontal Cylinder Tank

วิศรุต คล้ายแจ้ง
Witsarut Kraychang

Faculty of Science, Chandrakasem Rajabhat University
Rachada Rd., Bangkok, 10900

Email: witsarut_popmath@hotmail.com

บทคัดย่อ

ในบทความนี้แสดงการหารูปแบบทั่วไปของการหาระดับของเหลวในถังทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอนที่เหลือหลังจากถ่ายเทของเหลวไปยังถังแรงดัน เมื่อทราบปริมาตรของของเหลวที่ถ่ายเท โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ แสดงผลเฉลยซึ่งมีความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรและระดับความสูงของของเหลวที่เหลือในถังของเหลว ในการถ่ายเทของเหลวแต่ละครั้งพบว่ามีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น

คำสำคัญ: ถังของเหลวทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอน ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น

ABSTRACT

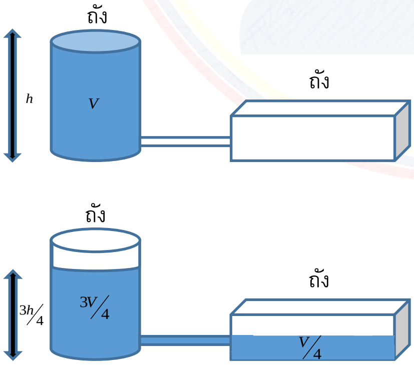
This article shows the general form of water level of a horizontal cylinder tank remaining after conveying water to pressure tank by using a mathematical processes. The solution shows the linear relationship between the volume and the height of water in the water tank.

Keywords: Horizontal Cylinder Tank, linear relationship

1. บทนำ

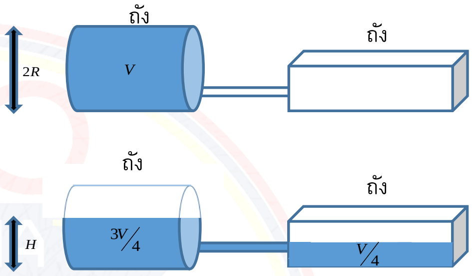
คณิตศาสตร์มีความสำคัญสำหรับการแก้ปัญหาในงานเชิงวิศวกรรม หนึ่งในปัญหางานวิศวกรรมที่สำคัญต่อการนำไปประยุกต์กับปัญหาจริงคือ ปัญหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรและระดับความสูงของของเหลว

ปัญหาโดยทั่วไป ในการถ่ายเทของเหลวจากถังทรงกระบอกที่วางตัวในแนวตั้งไปยังถังแรงดันเป็นขั้นตอนหนึ่งในกระบวนการผลิตของงานทางด้านวิศวกรรมที่ต้องการให้ได้คุณภาพตามที่กำหนดไว้ หากของเหลวที่ถ่ายเทไปยังถังแรงดันไม่ได้ตรงตามที่กำหนดจะทำให้คุณภาพงานไม่ได้มาตรฐาน เมื่อเริ่มต้นมีของเหลวเต็มถังดังรูปที่ 1 ต้องการถ่ายเทของเหลว $V/4$ ไปยังถังแรงดัน จะเหลือของเหลวในถัง $3V/4$ สิ่งที่ยืนยันได้ว่าของเหลวที่ถูกถ่ายเทไปยังถังแรงดันด้วยปริมาตรของของเหลว $V/4$ พิจารณาจากระดับของเหลวของถังจะอยู่ที่ระดับ $3h/4$



รูปที่ 1 การถ่ายเทของเหลวจากถังทรงกระบอกที่วางตัวในแนวตั้งไปยังถังแรงดันด้วยปริมาตร $V/4$

แต่ในสถานการณ์จริงในกรณี ไม่สามารถวางถังของเหลวในแนวตั้งได้ จึงต้องวางในแนวนอนแสดงดังรูปที่ 2 ทำให้การถ่ายเทของเหลวจากถังของเหลวไปยังถังแรงดัน ไม่สามารถคำนวณระดับความสูงของของเหลวที่อยู่สูงจากพื้นได้โดยการคำนวนพื้นฐาน จึงใช้แคลคูลัสมาช่วยในการแก้ปัญหาดังกล่าว



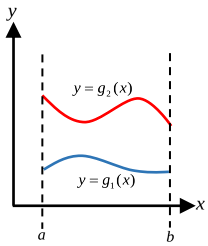
รูปที่ 2 การถ่ายเทของเหลวจากถังทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอนไปยังถังแรงดันด้วยปริมาตร $V/4$

2. ทฤษฎีบทพื้นฐาน

ในการอธิบายการหาพื้นที่หน้าตัดและปริมาตรของถัง เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรและระดับความสูงของของเหลวจะใช้ทฤษฎีพื้นฐานของแคลคูลัสในการอธิบายซึ่งเกี่ยวข้องกับการหาปริพันธ์ของฟังก์ชันบนขอบเขตที่ใช้สำหรับหาพื้นที่หน้าตัด

ทฤษฎีบท 1 ถ้า Ω คือ พื้นที่แสดงดังรูปที่ 3 ซึ่งถูกปิดล้อมด้วยขอบเขตล่างที่กำหนดโดยฟังก์ชัน $y = g_1(x)$ และขอบเขตบนกำหนดโดยฟังก์ชัน $y = g_2(x)$ เมื่อ $a \le x \le b$ แล้วพื้นที่มีค่าเท่ากับ

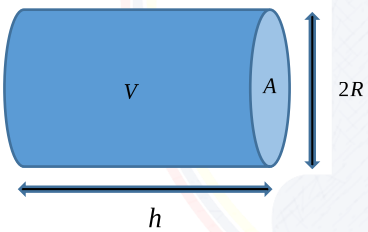
$$\int_{\Omega} 1dA = \int_{a}^{b} \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} 1dydx$$



รูปที่ 3 พื้นที่ Ω ที่ถูกปิดล้อมด้วยกราฟ $y = g_1(x)$ และ $y = g_2(x)$ เมื่อ $a \le x \le b$

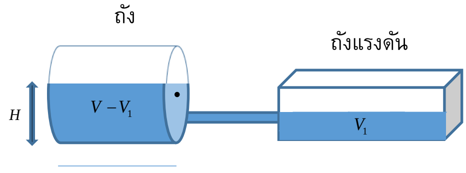
3. ความสูงของระดับของเหลวของถังทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอน

สมมติให้ถังทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอน มีของเหลวบรรจุเต็มถัง V ลูกบาศก์หน่วย ดังรูปที่ 4 ถังมีพื้นที่หน้าตัด A ตารางหน่วย เป็นรูปวงกลมรัศมี R หน่วย และความยาวของถัง h หน่วย



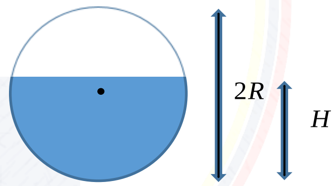
รูปที่ 4 ถังของเหลวทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอน ยาว h หน่วย มีปริมาตร V ลูกบาศก์หน่วย พื้นที่หน้าตัดเป็นรูปวงกลม A ตารางหน่วย รัศมี R หน่วย

ต้องการถ่ายเทของเหลวจากถังไปยังถังแรงดันเพื่อเข้าสู่กระบวนการทางวิศวกรรมในการผลิตของผลิตภัณฑ์ เท่ากับ V_1 ลูกบาศก์หน่วย โดยที่ $V_1 < V$ ดังรูปที่ 5 ปริมาตรที่หายไป V_1 ลูกบาศก์หน่วย จะทำให้ของเหลวในถังคงเหลือ $V - V_1$ ลูกบาศก์หน่วย



รูปที่ 5 การถ่ายเทของเหลวจากถังที่วางตัวในแนวนอน V_1 ลูกบาศก์หน่วย เริ่มต้นมีปริมาตร V ลูกบาศก์หน่วย ไปยังถังแรงดัน ทำให้ระดับของเหลวที่เหลืออยู่สูงจากพื้น H หน่วย

จากปัญหาข้างต้น ต้องการทราบว่าของเหลวในถัง มีระดับของเหลวจะอยู่สูงจากพื้นราบที่วางถังเท่าใด (หมายถึงระยะเท่ากับ H) เมื่อพิจารณาพื้นที่หน้าตัดรูปวงกลมของถังของเหลวทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอน



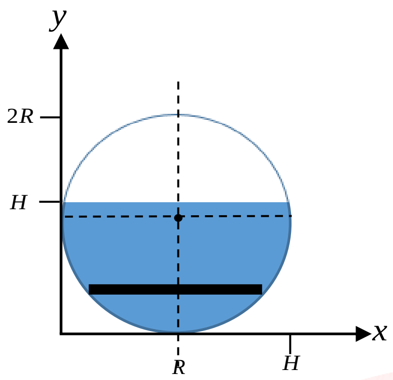
รูปที่ 6 พื้นที่หน้าตัดของถังของเหลวทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอนที่มีรัศมี R หน่วยและระดับของเหลวที่สูงจากพื้น H หน่วย

เนื่องจากปริมาตรของของเหลวในถัง

$$(V - V_1) = (h)(A)$$

จะได้พื้นที่หน้าตัด

$$A = \frac{V - V_1}{h}$$



รูปที่ 7 โดเมนในการหาปริพันธ์ของรูปวงกลมที่เป็นพื้นที่หน้าตัด มีสมการ

$$x = R + \sqrt{R^2 - (y-R)^2}, R \le x \le 2R$$

และ $x = R - \sqrt{R^2 - (y-R)^2}, 0 \le x \le R$

พื้นที่หน้าตัดสามารถหาได้จากการหาปริพันธ์ของ $A = \int_{\Omega} 1 dA$

เนื่องจากสมการวงกลมแสดงดังรูปที่ 7 มีจุดศูนย์กลาง (R,R) รัศมี R หน่วย

คือ $(x-R)^2 + (y-R)^2 = R^2$

จัดรูปสมการวงกลมให้อยู่ในรูป x ในเทอมของตัวแปร y

จะได้ $x = R \pm \sqrt{R^2 - (y-R)^2}$

นั่นคือ

$$A = \int_{\Omega} 1 dA = \int_0^H \int_{R-\sqrt{R^2-(y-R)^2}}^{R+\sqrt{R^2-(y-R)^2}} 1 dx dy$$

$$= \int_0^H x \Big|_{x=R-\sqrt{R^2-(y-R)^2}}^{x=R+\sqrt{R^2-(y-R)^2}} dy$$

$$= \int_0^H 2\sqrt{R^2 - (y-R)^2} dy \qquad (1)$$

ใช้เทคนิคการหาปริพันธ์โดยการเปลี่ยนตัวแปรเป็นฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยให้

$$y - R = R\sin(\theta), \quad \frac{dy}{d\theta} = R\cos(\theta),$$

$$dy = R\cos(\theta) d\theta$$

แทนในสมการ (1) จะได้

$$A = 2\int_0^H \sqrt{R^2 - R^2\sin^2(\theta)}\left(R\cos(\theta)\right) d\theta$$

$$= 2\int_0^H \left(R\cos(\theta)\right)\left(R\cos(\theta)\right) d\theta$$

$$= 2\int_0^H \left(R^2\cos^2(\theta)\right) d\theta$$

$$= 2R^2 \int_0^H \cos^2(\theta) d\theta$$

$$= 2R^2 \int_0^H \frac{\cos(2\theta)+1}{2} d\theta$$

$$= R^2 \int_0^H \left(\cos(2\theta)+1\right) d\theta$$

$$= R^2 \left(\theta + \frac{\sin(2\theta)}{2}\right)\Bigg|_{y=0}^{y=H}$$

$$= R^2 \left(\theta + \sin(\theta)\cos(\theta)\right)\Big|_{y=0}^{y=H} \qquad (2)$$

เนื่องจาก $\theta = \arcsin\left(\frac{y-R}{R}\right)$ จะได้

$$\sin(\theta) = \frac{y-R}{R}, \quad \cos(\theta) = \frac{\sqrt{R^2-(y-R)^2}}{R}$$

แทนค่าในสมการ (2) จะได้

$$A = R^2\left[\arcsin\left(\frac{y-R}{R}\right)\right]\Bigg|_{y=0}^{y=H}$$

$$+R^2\left[\left(\frac{y-R}{R}\right)\frac{\sqrt{R^2-(y-R)^2}}{R}\right]\Bigg|_{y=0}^{y=H}$$

$$= R^2\arcsin\left(\frac{H-R}{R}\right) + \frac{\pi R^2}{2}$$

$$+R^2\left(\frac{H-R}{R}\right)\frac{\sqrt{R^2-(H-R)^2}}{R}$$

จาก $A = \frac{V - V_1}{h}$ จะได้

$$\frac{V-V_1}{h}=R^2\arcsin\left(\frac{H-R}{R}\right)+\frac{\pi R^2}{2}$$
$$+R^2\left(\frac{H-R}{R}\right)\frac{\sqrt{R^2-(H-R)^2}}{R} \qquad (3)$$

จากสมการ (3) สามารถหาความสูง H ที่อยู่ในรูปแบบความสัมพันธ์ของ V_1, H โดยที่

V คือ ปริมาตรของถังของเหลว

V_1 คือ ปริมาตรของของเหลวที่ถ่ายเทจากถังของเหลวไปยังถังแรงดัน

R คือ รัศมีของวงกลมที่เป็นหน้าตัดของถังของเหลว

h คือ ความยาวของถังที่อยู่ในแนวนอน

H คือ ความสูงของระดับของเหลวที่เหลือหลังจากถ่ายเทไปยังถังแรงดัน

4. ตัวอย่างของปัญหา

ถังของเหลวทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอนมีความยาวของถัง h เป็น 5 เมตร และ รัศมีของพื้นที่หน้าตัดที่เป็นรูปวงกลม R เป็น 0.75 เมตร จะได้พื้นที่หน้าตัดของถังของเหลว

$A=\pi R^2=\pi(0.75)^2=1.7671$ ตารางเมตร

และจะได้ปริมาตรของถังของเหลวที่บรรจุของเหลวเต็มถังเมื่อเริ่มต้น

$$V=Ah=(1.7671)(5)$$
$$=8.8355 \text{ เมตรลูกบาศก์}$$

ในทางวิศวกรรม จะถ่ายเทของเหลวจากถังของเหลวไปยังถังแรงดันแล้วเข้าสู่กระบวนการผลิตเพื่อให้ได้ผลผลิตที่มีคุณภาพตามที่ถูกกำหนด จำเป็นต้องตรวจสอบได้ว่าของเหลวที่เข้าสู่ถังแรงดันถูกต้องตามที่กำหนด สามารถดูได้จากขีดระดับความสูงของของเหลวในถังที่วางตัวในแนวนอน ว่าปริมาตรของเหลว 1.5 ลูกบาศก์เมตร ของเหลวควรจะอยู่สูงจากพื้นเท่าใด

ถ่ายเทของเหลวรอบแรก 1.5 ลูกบาศก์เมตร ของเหลวในถังของเหลวจะเหลือ

$8.8355-1.5=7.3355$ ลูกบาศก์เมตร

แทนค่าลงในสมการ (3) เพื่อหาความสูงของระดับของเหลว จะได้

$$\frac{8.8355-1.5}{5}=(0.75)^2\left[\frac{\pi}{2}+\arcsin\left(\frac{H-0.75}{0.75}\right)\right]$$
$$+(0.75)^2\left(\frac{H-0.75}{0.75}\right)\frac{\sqrt{0.75^2-(H-0.75)^2}}{0.75}$$

ดังนั้นความสูงของระดับของของเหลวอยู่สูงจากพื้น $H=1.1606$ เมตร

ถ่ายเทของเหลวรอบสอง 1.5 ลูกบาศก์เมตร ของเหลวในถังของเหลวจะเหลือ

$8.8355-3.0=5.8355$ ลูกบาศก์เมตร

แทนค่าลงในสมการ (3) เพื่อหาความสูงของระดับของเหลว จะได้

$$\frac{8.8355-3.0}{5}=(0.75)^2\left[\frac{\pi}{2}+\arcsin\left(\frac{H-0.75}{0.75}\right)\right]$$
$$+(0.75)^2\left(\frac{H-0.75}{0.75}\right)\frac{\sqrt{0.75^2-(H-0.75)^2}}{0.75}$$

ดังนั้นความสูงของระดับของของเหลวอยู่สูงจากพื้น $H=0.9411$ เมตร

ถ่ายเทของเหลวรอบสาม 1.5 ลูกบาศก์เมตร ของเหลวในถังของเหลวจะเหลือ

$8.8355-4.5=4.3355$ ลูกบาศก์เมตร

แทนค่าลงในสมการ (3) เพื่อหาความสูงของระดับของเหลว จะได้

$$\frac{8.8355-4.5}{5}=(0.75)^2\left[\frac{\pi}{2}+\arcsin\left(\frac{H-0.75}{0.75}\right)\right]$$
$$+(0.75)^2\left(\frac{H-0.75}{0.75}\right)\frac{\sqrt{0.75^2-(H-0.75)^2}}{0.75}$$

ดังนั้นความสูงของระดับของของเหลวอยู่สูงจากพื้น $H=0.7390$ เมตร

ถ่ายเทของเหลวรอบสี่ 1.5 ลูกบาศก์เมตร ของเหลวในถังของเหลวจะเหลือ $8.8355-6.0=2.8355$ ลูกบาศก์เมตร แทนค่าลงในสมการ (3) เพื่อหาความสูงของระดับของเหลว จะได้

$$\frac{8.8355-6.0}{5}=(0.75)^2\left[\frac{\pi}{2}+\arcsin\left(\frac{H-0.75}{0.75}\right)\right]+(0.75)^2\left(\frac{H-0.75}{0.75}\right)\frac{\sqrt{0.75^2-(H-0.75)^2}}{0.75}$$

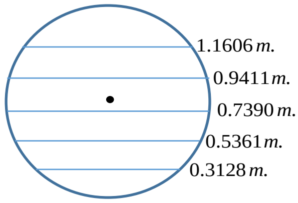
ดังนั้นความสูงของระดับของของเหลวอยู่สูงจากพื้น $H=0.5361$ เมตร

ถ่ายเทของเหลวรอบห้า 1.5 ลูกบาศก์เมตร ของเหลวในถังของเหลวจะเหลือ $8.8355-7.5=1.3355$ ลูกบาศก์เมตร แทนค่าลงในสมการ (3) เพื่อหาความสูงของระดับของเหลว จะได้

$$\frac{8.8355-7.5}{5}=(0.75)^2\left[\frac{\pi}{2}+\arcsin\left(\frac{H-0.75}{0.75}\right)\right]+(0.75)^2\left(\frac{H-0.75}{0.75}\right)\frac{\sqrt{0.75^2-(H-0.75)^2}}{0.75}$$

ดังนั้นความสูงของระดับของของเหลวอยู่สูงจากพื้น $H=0.3128$ เมตร

หลังจากการถ่ายเทของเหลว 5 รอบ จะเหลือของเหลวในถังของเหลว 1.3355 ลูกบาศก์เมตร ซึ่งไม่สามารถถ่ายเทของเหลวไปยังถังแรงดันได้อีกเนื่องจากต้องการถ่ายเทของเหลวครั้งละ 1.5 ลูกบาศก์เมตร สามารถสร้างสเกลที่บอกระดับของเหลวที่เหลือในถังในการถ่ายเทของเหลวไปยังถังแรงดันรอบละ 1.5 ลูกบาศก์เมตร ดังรูปที่ 8



รูปที่ 8 สเกลของระดับของเหลวในถังที่เหลือจากการถ่ายเทของเหลวไปยังถังแรงดันทุกๆ 1.5 ลูกบาศก์เมตร

ตารางที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรของของเหลวที่ถูกถ่ายเทไปยังถังแรงดันกับระดับของของเหลวที่เหลือในถัง

ปริมาตรที่ถูกถ่ายเท (ลูกบาศก์เมตร)	ระดับของเหลวที่สูงจากพื้นของถังของเหลวที่วางตัวในแนวนอน (เมตร)
0.5	1.3411
1.0	1.2442
1.5	1.1606
2.0	1.0837
2.5	1.0111
3.0	0.9411
3.5	0.8729
4.0	0.8057
4.5	0.7390
5.0	0.6722
5.5	0.6048
6.0	0.5361
6.5	0.4654
7.0	0.3915
7.5	0.3128

DOI: 10.14456/mj-math.201x.x

5. ผลเฉลยในรูปของความสัมพันธ์เชิงเส้น

ในหัวข้อนี้จะเสนอการประมาณผลเฉลยที่อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรและความสูงของระดับของเหลวในถังทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอน ให้อยู่ในรูปแบบ $H = H(V)$ จากข้อมูลการถ่ายเทของเหลวในแต่ละรอบ พิจารณาความสัมพันธ์พบว่าเมื่อนำมาเขียนกราฟจะได้ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น ซึ่งสามารถหาสมการที่แทนคู่อันดับนี้โดยระเบียบวิธีการประมาณค่าความสัมพันธ์แบบสมการถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด [3]

สมมติให้ x แทนปริมาตรที่ถ่ายเทและ y แทนระดับความสูงของของเหลวในถัง สามารถเขียนในรูปสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$y = a_0 + a_1 x$ เมื่อ a_0, a_1 เป็นค่าคงที่

หาค่าคงที่ a_0, a_1 จากความสัมพันธ์

$$\sum_{i=1}^{15} y_i = a_0 N + a_1 \sum_{i=1}^{15} x_i \tag{4}$$

และ $$\sum_{i=1}^{15} y_i x_i = a_0 \sum_{i=1}^{15} x_i + a_1 \sum_{i=1}^{15} x_i^2 \tag{5}$$

จะได้ $\sum_{i=1}^{15} x_i = 60$, $\sum_{i=1}^{15} y_i = 12.1822$,

$\sum_{i=1}^{15} y_i x_i = 38.7932$ และ $\sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 310$

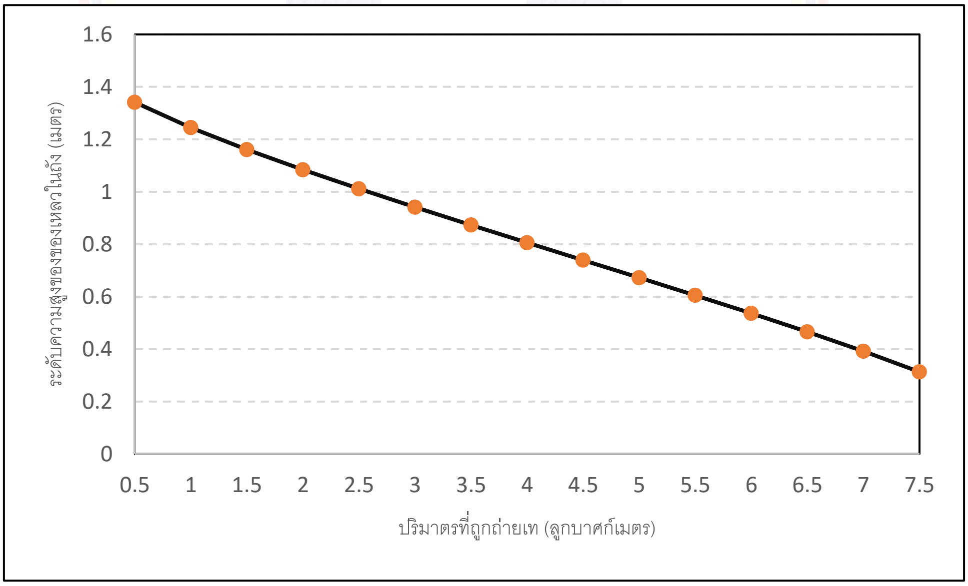
ดังนั้น $$12.1822 = a_0(15) + a_1(60) \tag{6}$$

และ $$38.7932 = a_0(60) + a_1(310) \tag{7}$$

จะได้ $a_0 = 1.3799$ และ $a_1 = -0.1419$

เพราะฉะนั้น สมการความสัมพันธ์เชิงเส้นคือ

$$y = 1.3799 - 0.1419x \tag{8}$$



รูปที่ 9 กราฟเส้นคู่อันดับของความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรและระดับความสูงของของเหลวในถัง

ตารางที่ 2 ตารางแสดงค่า x_i, y_i, $x_i y_i$ และ x_i^2

x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2
0.5000	1.3411	0.6706	0.25000
1.0000	1.2442	1.2442	1.0000
1.5000	1.1606	1.7409	2.2500
2.0000	1.0837	2.1674	4.0000
2.5000	1.0111	2.5278	6.2500
3.0000	0.9411	2.8233	9.0000
3.5000	0.8729	3.0552	12.2500
4.0000	0.8057	3.2228	16.0000
4.5000	0.7390	3.3255	20.2500
5.0000	0.6722	3.3610	25.0000
5.5000	0.6048	3.3264	30.2500
6.0000	0.5361	3.2166	36.0000
6.5000	0.4654	3.0251	42.2500
7.0000	0.3915	2.7405	49.0000
7.5000	0.3128	2.3460	56.2500

เป็นผลเฉลยที่อยู่ในรูปแบบที่เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างปริมาตรที่ถูกถ่ายเทและระดับความสูงของของเหลวในถัง ทำการวิเคราะห์เพื่อตรวจสอบคุณภาพของเส้นสมการ [3]

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{15} y_i}{N} = \frac{12.1822}{15} = 0.8121$$

จะได้ $\sum_{i=1}^{15}\left(y_i - \bar{y}\right)^2 = 1.4122$

และ $\sum_{i=1}^{15}\left(y_i - a_0 - a_1 x_i\right)^2 = 0.0020$

ในการดูประสิทธิภาพของสมการ จะใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ในการพิจารณา

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ $r = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}}$

เมื่อ $S_t = \sum_{i=1}^{15}\left(y_i - \bar{y}\right)^2$ และ

$$S_r = \sum_{i=1}^{15}\left(y_i - a_0 - a_1 x_i\right)^2$$

และ จะได้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$$r = \sqrt{\frac{1.4122 - 0.0020}{1.4122}} = 0.9993$$

เนื่องจากค่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าเข้าใกล้ 1 แสดงว่าความสัมพันธ์เชิงเส้น $y = 1.3799 - 0.1419x$ เป็นสมการแทนคู่อันดับที่เกิดจากความสัมพันธ์ของปริมาตรและระดับความสูงของของเหลวในถัง นั่นคือ

$$H = 1.3799 - 0.1419V$$

และ จะได้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$$r = \sqrt{\frac{1.4122 - 0.0020}{1.4122}} = 0.9993$$

เนื่องจากค่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าเข้าใกล้ 1 แสดงว่าความสัมพันธ์เชิงเส้น

ตารางที่ 3 ตารางแสดงค่า $x_i, y_i, (y_i - \bar{y})^2$ และ $(y_i - a_0 - a_1 x_i)^2$

x_i	y_i	$(y_i - \bar{y})^2$	$(y_i - a_0 - a_1 x_i)^2$
0.5000	1.3411	0.2798	0.00103
1.0000	1.2442	0.1867	0.00004
1.5000	1.1606	0.1214	0.00004
2.0000	1.0837	0.0738	0.00015
2.5000	1.0111	0.0396	0.00019
3.0000	0.9411	0.0166	0.00017
3.5000	0.8729	0.0037	0.00011
4.0000	0.8057	0.0004	0.00004
4.5000	0.7390	0.0053	0.00000
5.0000	0.6722	0.0196	0.00000
5.5000	0.6048	0.0430	0.00003
6.0000	0.5361	0.0762	0.00006
6.5000	0.4654	0.1202	0.00006
7.0000	0.3915	0.1769	0.00002
7.5000	0.3128	0.2493	0.00001

$y = 1.3799 - 0.1419x$ เป็นสมการแทนคู่อันดับที่เกิดจากความสัมพันธ์ของปริมาตรและระดับความสูงของของเหลวในถัง นั่นคือ

$H = 1.3799 - 0.1419V$

6. บทสรุป

การหาส่วนสูงของของเหลวในทรงกระบอกที่วางในแนวนอนเมื่อทราบปริมาตร เป็นการประยุกต์ในงานทางด้านวิศวกรรม ที่มีข้อจำกัดของการวางถังของเหลวทรงกระบอกที่ไม่สามารถวางตัวในแนวตั้งได้ จึงไม่สามารถหาได้โดยวิธีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ในบทความนี้ได้เสนอการแก้ปัญหาดังกล่าวนี้โดยอธิบายความสัมพันธ์ของปริมาตรและความสูงของระดับของเหลวในถังทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอน ในรูปของความสัมพันธ์เชิงเส้น

เอกสารอ้างอิง

[1] Lay, Schneider, Asmar Goldstein, Calculus and Its Applications, 13th ed, 2007.

[2] ศรีบุตร แววเจริญ และ ชนศักดิ์ บ่ายเที่ยง, คณิตศาสตร์สำหรับวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ เล่ม 3, พิมพ์ครั้งที่ 1, 2541.

[3] กาญจนา คำนึงกิจ, การวิเคราะห์เชิงตัวเลข, คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, กรุงเทพมหานคร, พิมพ์ครั้งที่ 2, 2554.