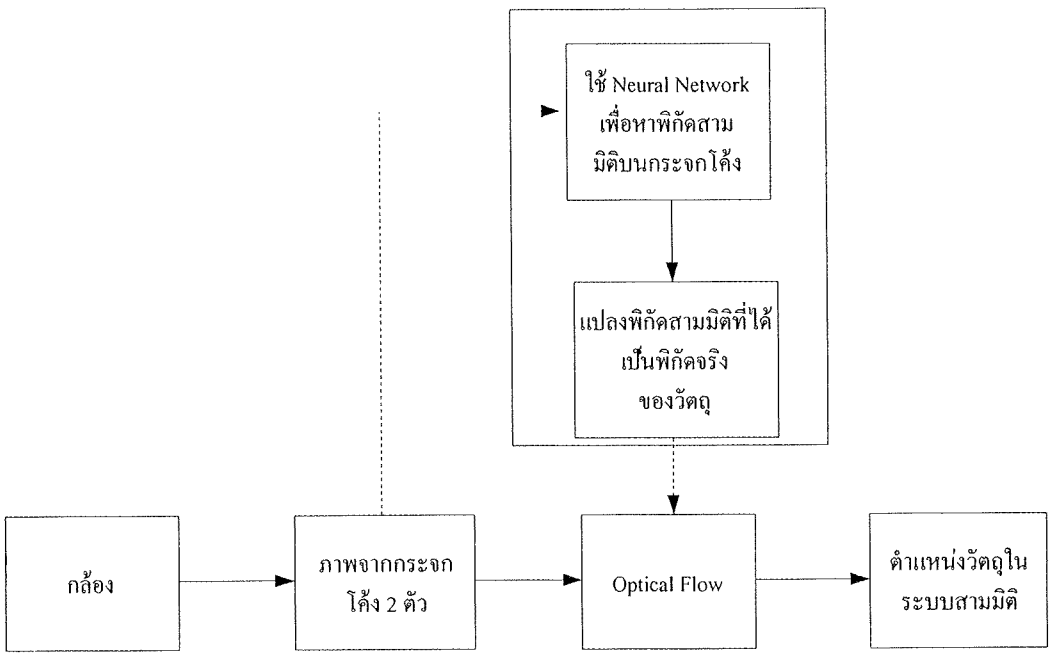
สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

บทที่ 3
การหาจุดในพิกัดสามมิติ

3.1 บทนำ

ในบทนี้ได้กล่าวถึงการหาจุดในพิกัดสามมิติโดยการใช้กล้อง 1 ตัวร่วมกับกระจกโค้งรูปครึ่งทรงกลม 2 ตัว โดยใช้โครงข่ายประสาทเทียม ช่วยในการหาจุดสามมิติ บนผิวกระจกเนื่องจากกระจกโค้งที่ใช้นั้นไม่ได้ผลิตขึ้นเองทำให้ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของกระจกโค้งอาจมีความผิดเพี้ยนไปจึงมีผลให้เมื่อนำมาใช้งานจริงจะมีค่าความผิดพลาดมาก และนอกจากการนี้การใช้โครงข่ายประสาทเทียมยังช่วยลดความยุ่งยากและซับซ้อนของสมการอีกทั้งยังลดความผิดพลาดที่เกิดจากค่าพารามิเตอร์ในการจัดตั้งอุปกรณ์ ซึ่งมีผังการทำงานดังรูปที่ 3.1 โดยการไหลเชิงแสงจะได้กล่าวถึงในบทต่อไป

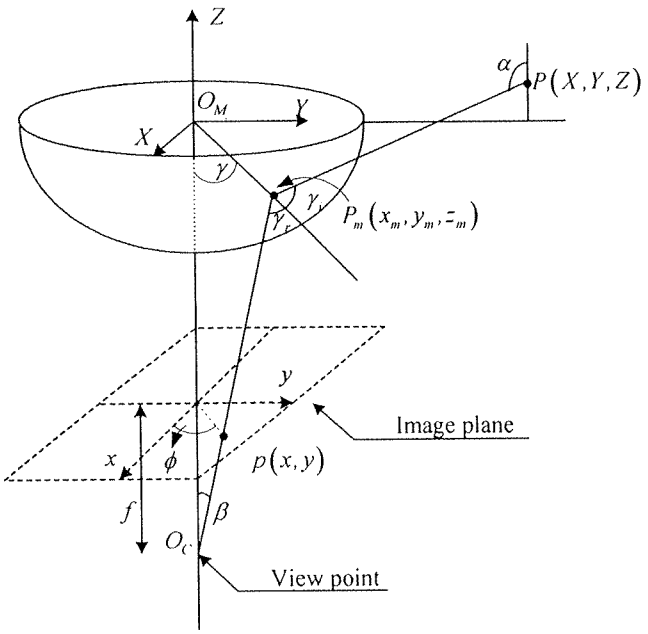


รูปที่ 3.1 แผนผังการบูรณะสภาวะแวดล้อมสามมิติ

3.2 สมการการคำนวณหาจุดในพิกัดสามมิติ

แบบจำลองการฉายของจุดในพิกัดสามมิติดังแสดงในรูปที่ 3.2 โดยมีสมการทรงกลมเป็น

$$x_m^2 + y_m^2 + z_m^2 = R^2 \tag{3.1}$$



รูปที่ 3.2 แบบจำลองการฉายของจุดในพิกัดสามมิติ

เมื่อ α คือ มุมระหว่างแกนตั้งฉากกับจุดในสามมิติถึงจุดบนผิวของกระจก

β คือ มุมระหว่างแกนตั้งฉากกับจุดในระนาบของภาพ (Image plane) ถึงจุดศูนย์กลางการฉาย (Projection center)

P คือ จุดในสามมิติ

P_m คือ จุดที่ผิวกระจก

p คือ จุดในระนาบของภาพ

γ_t คือ มุมตกกระทบที่ผิวกระจกโค้ง

γ_r คือ มุมสะท้อนที่ผิวกระจกโค้ง

ϕ คือ มุมระหว่างจุด p กับแกน x

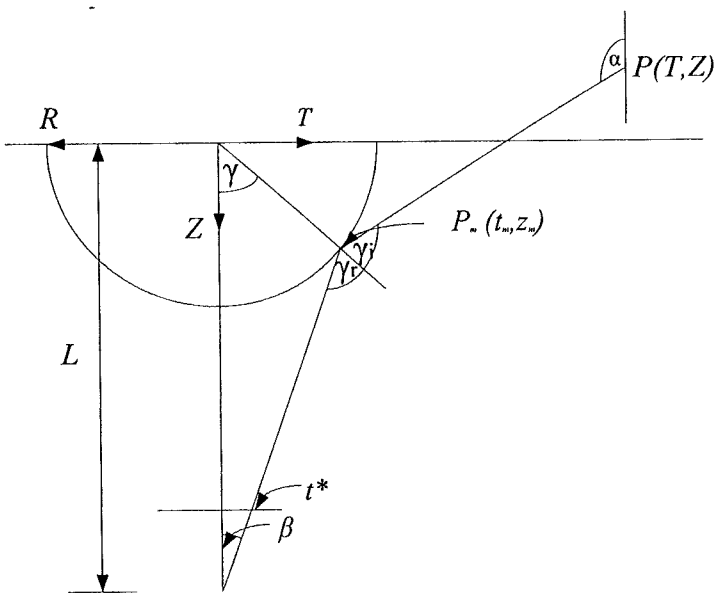
f คือ ความยาวโฟกัส

จากรูปที่ 3.2 จุดในพิกัดสามมิติ (P) จะถูกฉายไปที่จุดที่ผิวของกระจกโค้ง (P_m) และจะถูกฉายไปที่ระนาบของภาพ (p) และสามารถเขียนรูปตามขวางตามแนวแกน Z ได้ดังรูปที่ 3.3 โดยกำหนดให้

$$t = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{3.2}$$

$$t_m = \sqrt{x_m{}^2 + y_m{}^2} \tag{3.3}$$

$$T = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{3.4}$$



รูปที่ 3.3 แบบจำลองการฉายของจุดในพิกัดสามมิติตัดขวางตามแนวแกน Z

จากรูปที่ 3.3 และสมการของ Gaspar and Victor (1999) ซึ่งได้กล่าวในบทที่ 2 จะได้สมการ

$$t_m^2 + z_m^2 = R^2 \tag{3.5}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{t^*}{f}\right) \tag{3.6}$$

$$\tan\beta = \frac{\sqrt{R^2 - z_m^2}}{L + z_m} \tag{3.7}$$

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
ห้องสมุดงานวิจัย
วันที่ 10 ส.ค. 2556
เลขทะเบียน 209290
เลขเรียกหนังสือ

$$\gamma_r = \gamma i \Leftrightarrow 2\tan^{-1}\left(\frac{r_m}{-z_m}\right) = \alpha - \beta \tag{3.8}$$

$$\alpha = tan^{-1}\left(\frac{Z - z_m}{T - t_m}\right) + \frac{\pi}{2} \tag{3.9}$$

จากสมการที่ (3.7) ทำการแก้สมการหาค่า z_m จะได้

$$z_m = \frac{-\left[2L\tan^2\beta\right] \pm \sqrt{\left[2L\tan^2\beta\right]^2 - 4\left[\left(\tan^2\beta\right)+1\right]\left[\left(L^2\tan^2\beta\right) - R^2\right]}}{2\left[\left(\tan^2\beta\right)+1\right]}$$

แทน z_m ลงในสมการที่ (3.5) เพื่อหาค่า t_m

$$t_m = \sqrt{R^2 - z_m}$$

แทน z_m และ t_m ลงในสมการที่ (3.8) เพื่อหาค่า α

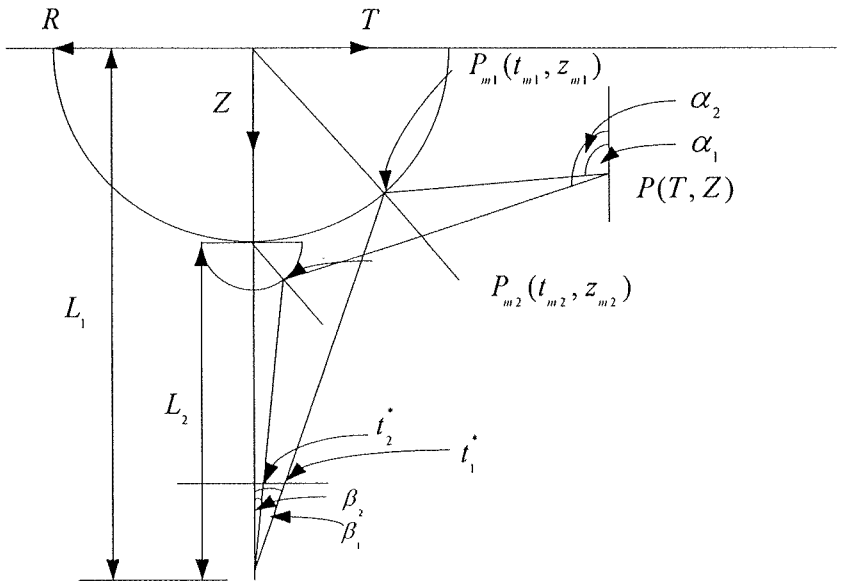
$$\alpha = 2\tan^{-1}\left(\frac{t_m}{-z_m}\right) + \beta$$

แทน z_m, t_m และ α ลงในสมการที่ (3.9) จะได้

$$T = \frac{Z - z_m}{\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)} + t_m \tag{3.10}$$

3.3 สมการการสะท้อนของจุดสามมิติโดยใช้กระจกโค้ง 2 ตัว

จากสมการที่ (3.10) จะเห็นได้ว่ายังไม่สามารถหาพิกัดของจุดสามมิติได้ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ใช้กระจกโค้ง 2 ตัว ตัวแรก (A) มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 8.9 เซนติเมตร อีกตัวหนึ่ง (B) มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 3.8 เซนติเมตร เพื่อเพิ่มสมการในการคำนวณหาค่า T และ Z ซึ่งแสดงดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แบบจำลองการฉายของจุดในพิกัดสามมิติ ตัดขวางตามแนวแกน Z โดยใช้กระจกโค้ง 2 ตัว

จากรูปที่ 3.4 จะเห็นได้ว่าจากจุดสามมิติจะมีจุดสะท้อนที่ผิวของกระจกโค้ง 2 จุด คือจุดที่ผิวกระจก A กับที่ผิวกระจก B และมีภาพปรากฏบนระนาบของภาพ (Image plane) 2 จุด จึงสามารถเขียนสมการที่ (3.10) ได้ 2 สมการดังแสดงได้ในสมการที่

$$T = \frac{Z - z_{m1}}{\tan\left(\alpha_1 - \frac{\pi}{2}\right)} + t_{m1} \tag{3.11}$$

$$T = \frac{Z - \left(z_{m2} + 8.9\right)}{\tan\left(\alpha_2 - \frac{\pi}{2}\right)} + t_{m2} \tag{3.12}$$

จากสมการที่ (3.11) และ (3.12) สามารถแก้สมการเพื่อคำนวณค่า T และ Z ได้

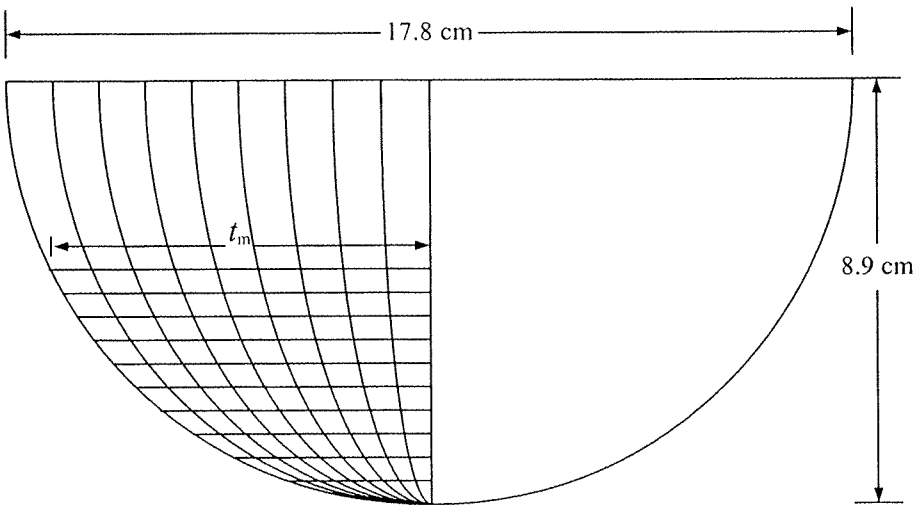
3.4 การหาจุดสามมิติ บนผิวกระจกโดยใช้โครงข่ายประสาทเทียม

จากหัวข้อ 3.2 จะเห็นได้ว่าสมการที่ใช้ในการคำนวณมีความยุ่งยากและซับซ้อน ทำให้ผลการคำนวณที่ได้มีความผิดพลาดมาก ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้นำเสนอวิธีในการหาจุดพิกัดสามมิติ บนผิว

กระจกโดยใช้โครงข่ายประสาทเทียม ในงานวิจัยนี้ได้ใช้โครงข่ายประสาทเทียมแบบแพร่กลับในการระบุจุดบนผิวกระจกโค้ง ซึ่งโครงข่ายประสาทเทียมที่มีการเรียนรู้แบบมีผู้ฝึกสอนและมีหลักการทำงานคือ มีการนำเสนอกลุ่มตัวอย่างให้กับโครงข่ายในรูปของคู่อินพุตและเป้าหมาย (Target) ที่ต้องการให้โครงข่ายตอบสนอง เมื่ออินพุตถูกป้อนให้กับระบบ เอาต์พุตของโครงข่ายจะถูกนำไปเปรียบเทียบกับเป้าหมายของอินพุต แล้วโครงข่ายจะทำการปรับค่าน้ำหนักประสาทและไบอัสตามกฎการเรียนรู้ เพื่อให้เอาต์พุตของโครงข่ายลู่เข้าสู่เป้าหมายที่ต้องการ โดยมีขั้นตอนดังนี้

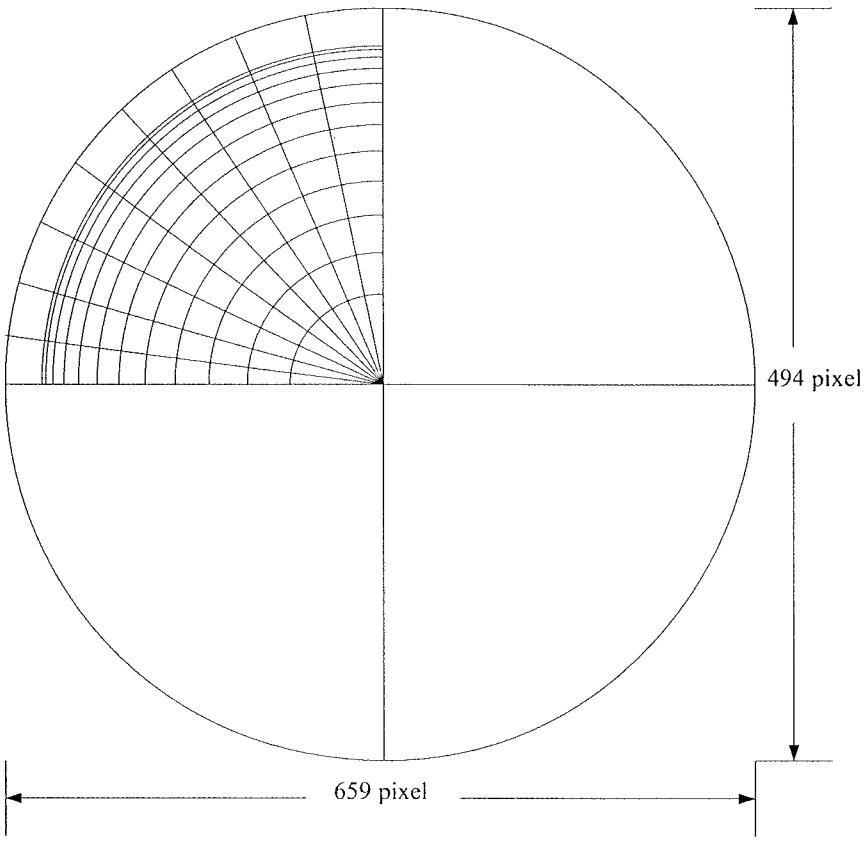
ขั้นตอนที่ 1 กำหนดอินพุตและเป้าหมายของระบบ ในการฝึกสอนโครงข่ายประสาทเทียมแบบแพร่กลับ โดยในงานวิจัยนี้ได้ใช้จุดภาพเป็นอินพุต และใช้จุดบนผิวกระจกโค้งเป็นเป้าหมายของระบบ โดยใช้วิธีการดังต่อไปนี้

- วาดตารางลงบนผิวกระจกโค้งดังแสดงในรูปที่ 3.9 ถ่ายภาพด้านข้างดังแสดงในรูปที่ 3.5 และวัดระยะ t_m ทุกจุดบนผิวกระจกโค้ง โดยระยะ t_m ที่ได้จะเป็นเป้าหมายของระบบ



รูปที่ 3.5 ภาพด้านข้างของกระจกโค้ง A

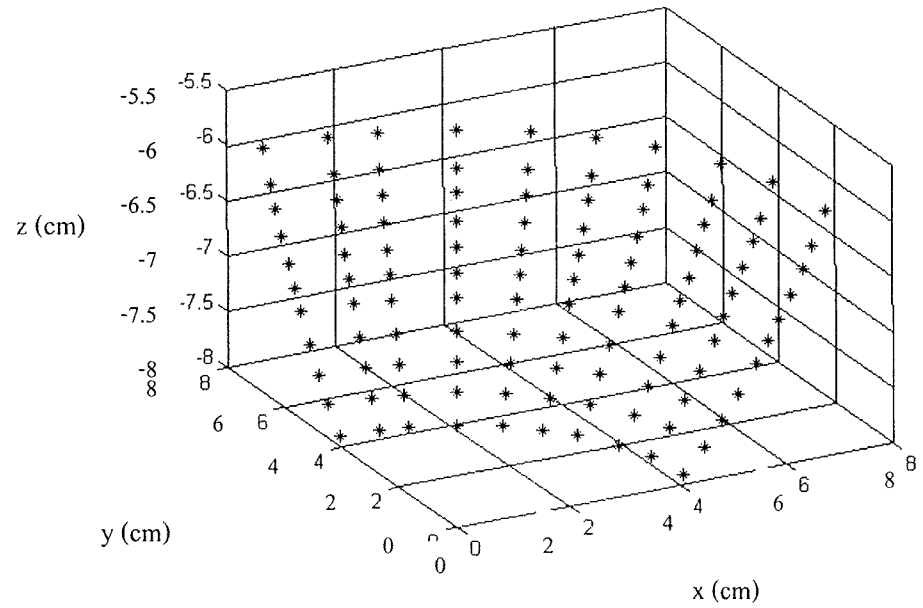
- ถ่ายภาพด้านล่างของกระจกโค้งดังแสดงในรูปที่ 3.6 โดยจะกำหนดให้จุดภาพที่ตำแหน่งจุดตัดกันของเส้นตรงเป็นอินพุต



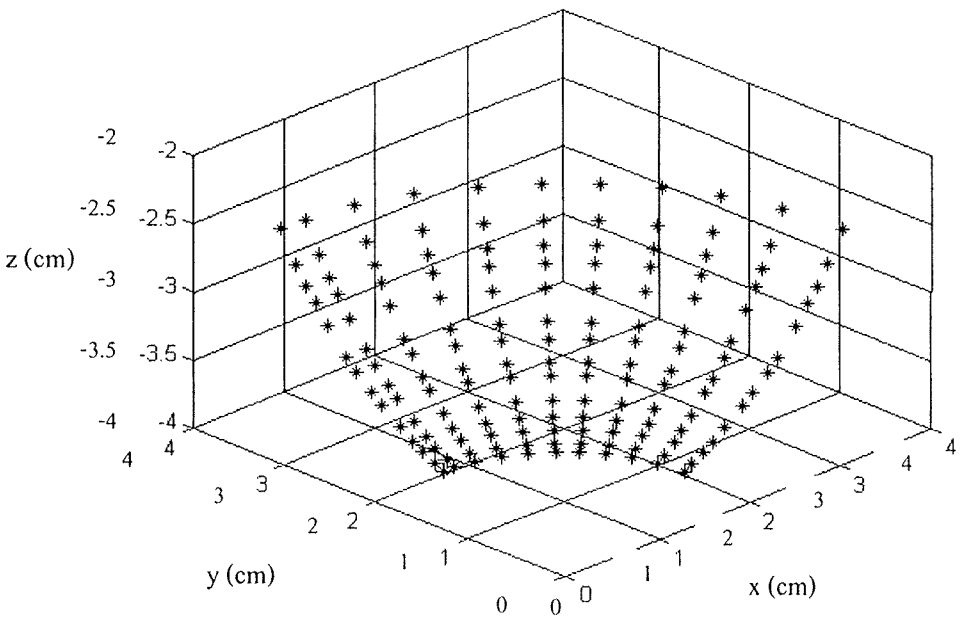
รูปที่ 3.6 ภาพด้านล่างของกระจกโค้ง A

โดยจุดที่วัดได้เมื่อนำมาพล็อตกราฟจะได้ผลดังรูปที่ 3.7

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดตัวชี้วัดประสิทธิภาพ (Performance index) เมื่อระบบมีการนำเสนอคู่อินพุตและเป้าหมายให้โครงข่ายเรียนรู้ ทำการป้อนแต่ละอินพุตให้กับโครงข่าย เอาต์พุตที่ได้จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับเป้าหมาย เพื่อให้ค่าความผิดพลาดของเอาต์พุตและเป้าหมายมีค่าน้อยที่สุด ซึ่งค่าความผิดพลาดระหว่างเอาต์พุตและเป้าหมายนี้เองเป็นตัวชี้วัดประสิทธิภาพ สำหรับงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้ค่าความผิดพลาดแบบกำลังสองเฉลี่ย (Mean-square error) เป็นตัวชี้วัดประสิทธิภาพ



(ก)



(ข)

รูปที่ 3.7 เป้าหมายของระบบที่ได้จากการวัด (ก) กระจกโค้ง A (ข) กระจกโค้ง B

ขั้นตอนที่ 3 ออกแบบพารามิเตอร์ของโครงข่ายประสาทเทียมแบบแพร่กลับ พารามิเตอร์ของโครงข่ายประสาทเทียม ได้แก่ จำนวนชั้น จำนวนเซลล์ประสาทเทียม และฟังก์ชันถ่ายโอนเพื่อให้ระบบที่ได้มีประสิทธิภาพมากที่สุดจึงจำเป็นต้องมีการออกแบบเลือกจำนวนชั้น จำนวนเซลล์ประสาทเทียม และฟังก์ชันถ่ายโอนที่เหมาะสม ซึ่งสำหรับงานวิจัยนี้ ได้ทำการทดสอบฝึกสอนโครงข่ายประสาทเทียมแบบแพร่กลับโดยให้มี 2 อินพุต 2 เอาต์พุต และมีชั้นซ่อนเร้น และฟังก์ชันถ่ายโอนดังแสดงในตารางที่ 3.1 และ 3.2 และใช้ค่าความผิดพลาดแบบกำลังสองเฉลี่ยเป็นตัวชี้วัดประสิทธิภาพ จากผลการทดสอบโดยใช้กระจกโค้ง A โครงข่ายที่ให้ค่าความผิดพลาดแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดคือโครงข่าย 2-50-1 (ชั้นอินพุตมีเซลล์ประสาทเทียม 2 เซลล์ มีชั้นซ่อนเร้น 1 ชั้นมีเซลล์ประสาทเทียม 50 เซลล์ และชั้นเอาต์พุตมีเซลล์ประสาทเทียม 2 เซลล์) และใช้ฟังก์ชันถ่ายโอนแบบลอการิทึม ซิกมอยด์ (Log - Sigmoid) ได้ค่าความผิดพลาดแบบกำลังสองเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 1.22509×10e-9 และจากผลการทดสอบโดยใช้กระจกโค้ง B โครงข่ายที่ให้ค่าความผิดพลาดแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดคือโครงข่าย 2-60-1 (ชั้นอินพุตมีเซลล์ประสาทเทียม 2 เซลล์ มีชั้นซ่อนเร้น 1 ชั้นมีเซลล์ประสาทเทียม 60 เซลล์ และชั้นเอาต์พุตมีเซลล์ประสาทเทียม 2 เซลล์) และใช้ฟังก์ชันถ่ายโอนแบบลอการิทึม ซิกมอยด์ (Log - Sigmoid) ได้ค่าความผิดพลาดแบบกำลังสองเฉลี่ย มีค่าเท่ากับ 4.25391×10e-8

ตารางที่ 3.1 ผลการฝึกสอนโครงข่ายประสาทเทียมเพื่อเลือกพารามิเตอร์ของระบบ (กระจกโค้ง A)

โครงข่าย	จำนวนรอบ	ฟังก์ชันถ่ายโอน	ค่าความผิดพลาดแบบกำลังสองเฉลี่ย
2-5-2	1,000	logsig - logsig	2.52168×10e-4
2-10-2	1,000	logsig - logsig	6.26449×10e-6
2-20-2	1,000	logsig - logsig	2.60302×10e-6
2-40-2	1,000	logsig - logsig	5.64627×10e-7
2-50-2	1,000	logsig - logsig	1.22509×10e-9
2-60-2	1,000	logsig - logsig	2.35471×10e-9
2-10-5-2	1,000	logsig - logsig- logsig	2.35679×10e-7
2-5-10-2	1,000	logsig - logsig- logsig	1.23141×10e-7
2-10-10-2	1,000	logsig - logsig- logsig	8.42854×10e-8
2-20-10-2	1,000	logsig - logsig- logsig	3.74963×10e-8
2-10-20-2	1,000	logsig - logsig- logsig	2.34257×10e-8

ตารางที่ 3.2 ผลการฝึกสอนโครงข่ายประสาทเทียมเพื่อเลือกพารามิเตอร์ของระบบ (กระจกโค้ง B)

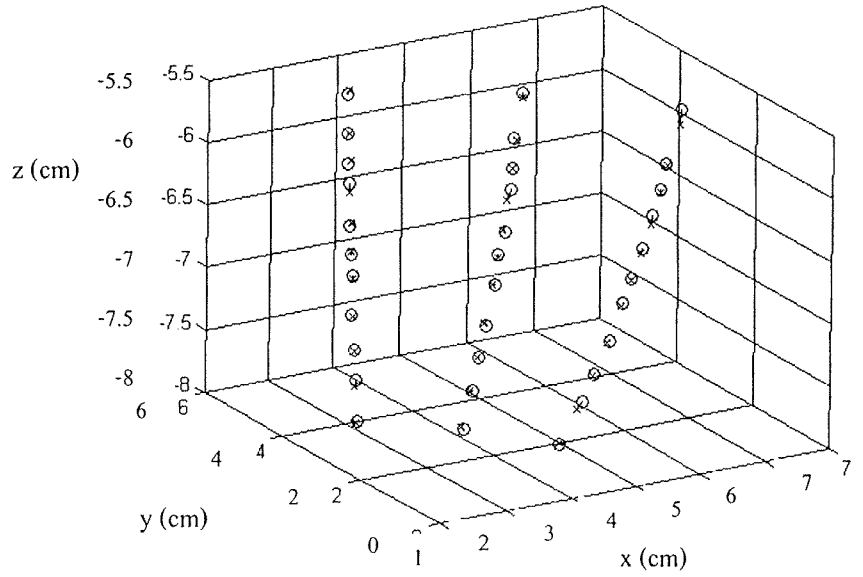
โครงข่าย	จำนวนรอบ	ฟังก์ชันถ่ายโอน	ค่าความผิดพลาดแบบกำลังสองเฉลี่ย
2-5-2	1,000	logsig - logsig	5.24398×10e-3
2-10-2	1,000	logsig - logsig	1.25419×10e-5
2-20-2	1,000	logsig - logsig	9.14576×10e-5
2-40-2	1,000	logsig - logsig	2.31294×10e-6
2-50-2	1,000	logsig - logsig	5.67219×10e-7
2-60-2	1,000	logsig - logsig	4.25391×10e-8
2-70-2	1,000	logsig - logsig	7.89152×10e-8
2-5-5-2	1,000	logsig - logsig- logsig	5.16276×10e-5
2-10-5-2	1,000	logsig - logsig- logsig	4.84929×10e-6
2-5-10-2	1,000	logsig - logsig- logsig	6.42657×10e-6
2-10-10-2	1,000	logsig - logsig- logsig	8.59684×10e-7
2-20-10-2	1,000	logsig - logsig- logsig	2.26419×10e-7
2-10-20-2	1,000	logsig - logsig- logsig	8.75874×10e-8

ขั้นตอนที่ 4 ทำการฝึกสอนโครงข่ายที่ออกแบบไว้

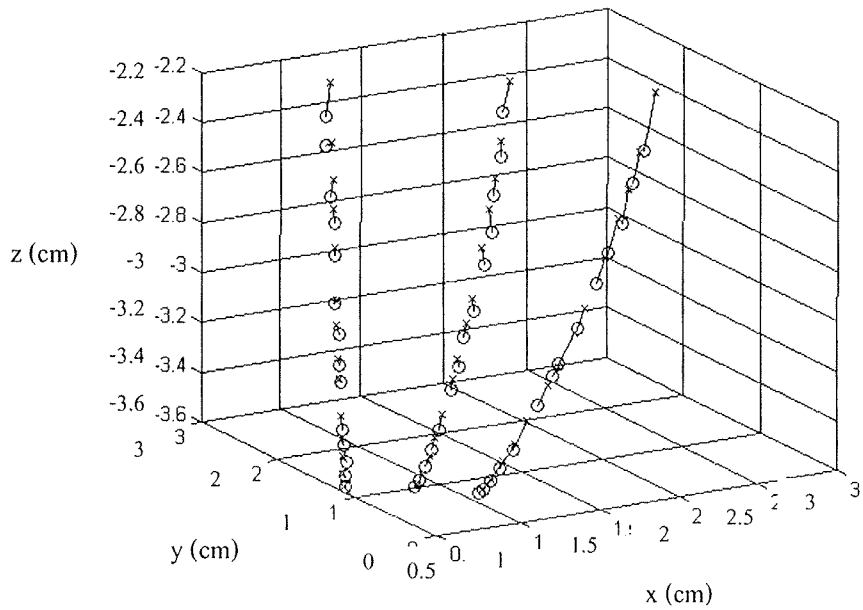
ขั้นตอนที่ 5 นำจุดทดสอบที่ได้มาทำการจำลอง (Simulation) กับโครงข่ายประสาทเทียมแบบแพร่กลับที่ได้ทำการฝึกสอนไว้แล้ว

3.4.1 ผลการทดสอบ

เมื่อทำการทดสอบระบบ โดยใช้จุดทดสอบกระจกโค้ง A จำนวน 33 จุด และกระจกโค้ง B จำนวน 42 จุด และเมื่อนำผลที่ได้มาพล็อตกราฟจะได้ผลดังรูปที่ 3.8



(ก)

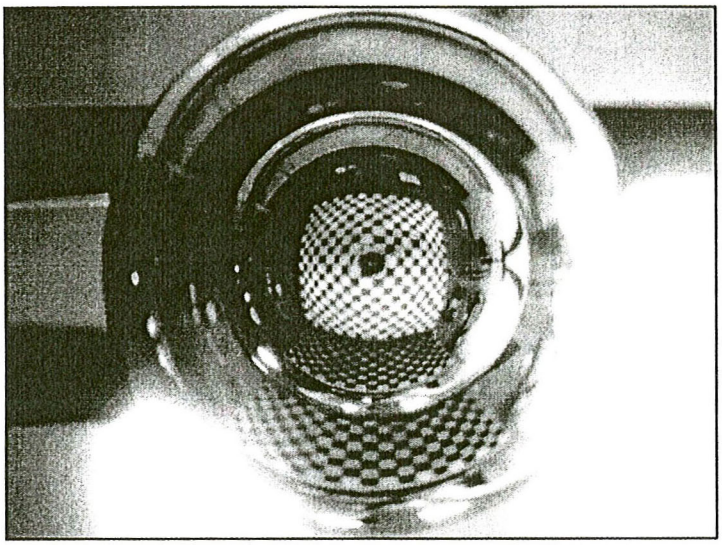


(ข)

รูปที่ 3.8 ผลจากการฝึกสอนด้วยโครงข่ายประสาทเทียม (ก) กระจกโค้ง A (ข) กระจกโค้ง B

3.5 การคำนวณหาจุดในพิกัดสามมิติจากจุดบนผิวกระจกโค้ง

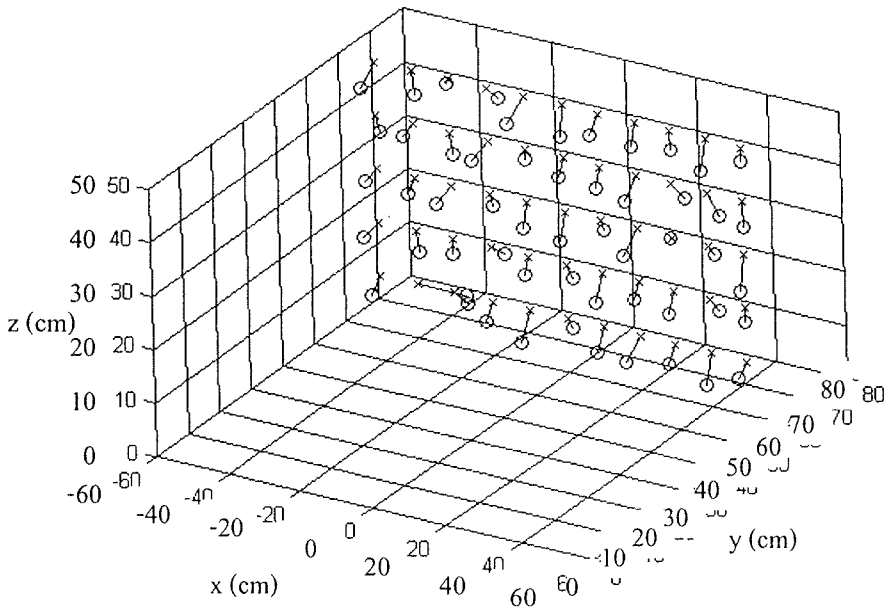
ทำการทดสอบระบบโดยการใช้ตารางปรับเทียบโดยวางตั้งฉากกับพื้นดังแสดงในรูปที่ 3.9 โดยใช้จุดบนตารางจำนวน 55 จุดซึ่งผลที่ได้แสดงในตารางที่ 3.3 และในรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.9 ภาพถ่ายตารางปรับเทียบ

ตารางที่ 3.3 ผลการทดลองการคำนวณจุดในพิกัดสามมิติ

จุดที่ใช้ทดสอบ (ซ.ม.)			จุดที่คำนวณได้ (ซ.ม.)			ค่าความคลาดเคลื่อน (ซ.ม.)		
x	y	z	x	y	z	x	y	z
50	60	10	49.04	58.55	7.25	0.96	1.45	2.75
0	60	10	1.11	60.47	8.2	1.11	0.47	1.8
50	60	20	51.24	58.32	18.24	1.24	1.68	1.76
20	60	30	19.32	57.37	27.34	0.68	2.63	2.66
40	60	40	43.21	63.55	35.96	3.21	3.55	4.04
-10	60	50	-11.46	56.22	46.21	1.46	3.78	3.79
40	60	50	42.12	55.91	46.26	2.12	4.09	3.74



รูปที่ 3.10 กราฟเปรียบระหว่างจุดจริง (*) กับจุดที่คำนวณได้ (o)

3.6 สรุป

ในบทนี้ช่วงแรกได้แสดงสมการเพื่อใช้ในการหาจุดในพิกัดสามมิติ โดยสมการที่ใช้ในการคำนวณนั้นมีความยุ่งยากและซับซ้อน ทั้งยังอาจมีความผิดพลาดจากการวัดระยะต่าง ๆ ของอุปกรณ์ นอกจากนั้นกระจกโค้งที่ใช้นั้นไม่ได้ผลิตขึ้นเอง ทำให้ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของกระจกโค้งอาจมีความผิดเพี้ยนไปจึงมีผลให้เมื่อนำมาใช้งานจริงจะมีค่าความผิดพลาดมากดังนั้นจึงได้ใช้โครงข่ายประสาทเทียมแบบแพร่กลับในการฝึกสอนเพื่อหาพิกัดสามมิติบนผิวกระจกโค้ง โดยใช้โครงข่ายประสาทเทียมแบบแพร่กลับที่มีโครงข่าย 2-50-1 สำหรับกระจกโค้ง A และโครงข่าย 2-60-1 สำหรับกระจกโค้ง B และฟังก์ชันถ่ายโอนที่ใช้คือ ลอการิทึม ซิกมอยด์ เพื่อใช้ในการหาค่าจุดพิกัดในสามมิติ เมื่อทำการทดลองโดยการใช้จุดทดสอบจำนวน 55 จุดพบว่ามีค่าความผิดพลาดเฉลี่ยในแนวแกน X Y และ Z เป็น 1.51 2.98 และ 2.75 เซนติเมตรตามลำดับ โดยค่าความผิดพลาดน้อยที่สุดในแนวแกน X Y และ Z เป็น 0.95 0.47 และ 1.51 เซนติเมตรตามลำดับ และค่าความผิดพลาดมากที่สุดในแนวแกน X Y และ Z เป็น 3.21 4.60 และ 4.88 เซนติเมตรตามลำดับ ซึ่งค่าความผิดพลาดนั้นอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ทำให้สรุปได้ว่าการใช้โครงข่ายประสาทเทียมนั้นเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ช่วยในการคำนวณจุดในพิกัดสามมิติได้