

ภาคผนวก ค.

การวิเคราะห์กระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในวัสดุพูนที่ไม่อิ่มตัว

ภายใต้พลังงานไมโครเวฟ ระบบพิกัดทรงกลม

สมการถ่ายเทมวลสาร (Mass Transport Equation)

สมการถ่ายเทมวลสาร เป็นสมการที่อธิบายถึงการกระจายของความชื้นในระนาบและอัตราการเปลี่ยนแปลงของความชื้นเมื่อระยะเวลาการอบแห้งเปลี่ยนไป สำหรับกระบวนการอบแห้งด้วยพลังงานไมโครเวฟสมการถ่ายเทมวลสารเกิดจากสมมุติฐานการเคลื่อนที่ของของไหลในวัสดุพูนเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_l s + \rho_v (1-s)) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \rho_l \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 P_c) - \rho_l g \right) \right) \right) \\ + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \rho_v \left(\left(\rho_v \frac{KK_{rg}}{u_g} (\rho_g g) \right) - \rho_g D_m \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \rho_v}{\partial \rho_g} \right) \right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{ค.1})$$

โดยเมื่อวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขโดยวิธีผลต่างสี่บเนื่อง (finite difference) บนพื้นฐานวิธีปริมาตรควบคุม (control volume) จะได้

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ} \quad \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i \pm \frac{1}{2}} = \frac{\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_i + \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i \pm 1}}{2}, \quad \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i \pm \frac{1}{2}} = \frac{\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i + \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i \pm 1}}{2} \\ D_{i \pm \frac{1}{2}}^{n+1} = \frac{D_i^{n+1} + D_{i \pm 1}^{n+1}}{2} \end{aligned} \quad (\text{ค.2})$$

$$\begin{aligned} \text{และ} \quad s^{n+1} = s^n - \Delta s, \quad P_g^{n+1} = P_g^n - \Delta P_g \\ T^{n+1} = T^n - \Delta T \end{aligned} \quad (\text{ค.3})$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
& \frac{\phi}{\Delta t} (1-s_{ir}) \{ \rho_l (s_{ei}^{n+1} - s_{ei}^n) + (\rho_{vi}^{n+1} (1-s_{ei}^{n+1}) - \rho_{vi}^n (1-s_{ei}^n)) \} \\
& + \frac{\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right) \Big|_{i+\frac{l}{2}} \left(\frac{P_{ci+l}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+1}) + \rho_l g \right) - \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-\frac{l}{2}} \left(\frac{P_{ci}^{n+1} - P_{ci-l}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci-l}^{n+1}) + \rho_l g \right) \\
& + \frac{l}{r^2} (2r\rho_l) \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right) \Big|_{i+\frac{l}{2}} \left(\frac{P_{ci+l}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+1}) + \rho_l g \right) \\
& + \frac{l}{\Delta r} \left(\rho_{vi+l}^{n+1} \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right) \Big|_{i+\frac{l}{2}} \left(\rho_{gi+l}^{n+1} g \right) - D_{mi+\frac{l}{2}}^{n+1} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta r} \right) \\
& - \frac{l}{\Delta r} \left(\rho_{vi-l}^{n+1} \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right) \Big|_{i-\frac{l}{2}} \left(\rho_{gi-l}^{n+1} g \right) - D_{mi-\frac{l}{2}}^{n+1} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vi-l}^{n+1}}{\Delta r} \right) \\
& + \frac{l}{r^2} (2r) \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right) \Big|_{i+\frac{l}{2}} \left(\rho_{gi+l}^{n+1} g \right) - D_{mi+\frac{l}{2}}^{n+1} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2r\rho_{vi+l}^{n+1}) \right) \\
& = 0 = F_i^n = Gd[i]
\end{aligned}
\tag{ค.4}$$

กรณีโหนดภายใน (Internal node)

เมื่อ พิจารณาสมการถ่ายเทมวลสารเทียบกับความชื้น (เทียบกับ s)

ณ ตำแหน่ง F_i^{n+1}

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_i^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} &= \frac{\phi}{\Delta t} (1 - s_{ir}) (\rho_l - \rho_{vi}^{n+1}) \\
 &+ \frac{\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{1}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+1}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2rP_{ci+1}^{n+1}) + \rho_l g \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+1} \right) \right) \\
 &- \frac{\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-\frac{1}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci}^{n+1} - P_{ci-1}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2rP_{ci-1}^{n+1}) + \rho_l g \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-1} \right) \right) \\
 &+ \frac{1}{r^2} (2r\rho_l) \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{1}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+1}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2rP_{ci+1}^{n+1}) + \rho_l g \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+1} \right) \right) \\
 &+ \frac{1}{\Delta r} \left(\rho_{vi}^{n+1} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi}^{n+1} g) - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi+1}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta r} \right) \right) \\
 &- \frac{1}{\Delta r} \left(\rho_{vi-1}^{n+1} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi-1}^{n+1} g) - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi-1}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vi-1}^{n+1}}{\Delta r} \right) \right) \\
 &+ \frac{1}{r^2} (2r) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi}^{n+1} g) - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi+1}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2r\rho_{vi+1}^{n+1}) \right) \right) \\
 &= Gb [i]
 \end{aligned}$$

(ค.5)

ณ ตำแหน่ง F_{i+1}^{n+1}

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_{i+1}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} &= \frac{\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{1}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+1}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2rP_{ci+1}^{n+1}) + \rho_l g \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+1} \right) \right) \\
 &+ \frac{1}{r^2} (2r\rho_l) \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{1}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+1}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2rP_{ci+1}^{n+1}) + \rho_l g \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+1} \right) \right) \\
 &+ \frac{1}{\Delta r} \left(\rho_{vi}^{n+1} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi}^{n+1} g) - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi+1}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta r} \right) \right) \\
 &+ \frac{1}{r^2} (2r) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi}^{n+1} g) - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi+1}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2r\rho_{vi+1}^{n+1}) \right) \right) \\
 &= Gc [i]
 \end{aligned}$$

(ค.6)

ณ ตำแหน่ง F_{i-l}^{n+l}

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_{i-l}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} &= -\frac{\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right)_{i-\frac{l}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{P_{ci-l}^{n+l}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci}^{n+l} - P_{ci-l}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci-l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right)_{i-l} \\
 &\quad - \frac{l}{\Delta r} \left(\rho_{vi-l}^{n+l} \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right)_i \right) (\rho_{gi-l}^{n+l} g) - \frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi-l}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+l} - \rho_{vi-l}^{n+l}}{\Delta r} \right) \\
 &= Ga[i-l]
 \end{aligned}
 \tag{ค.7}$$

กรณีพิจารณาโหนดที่เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions; $i = 0$)

สมการถ่ายเทมวลสาร (ค.1) พิจารณาสมการถ่ายเทมวลสารเทียบกับความชื้น (เทียบ s)

ณ ตำแหน่ง F_i^n

$$\begin{aligned}
 &\frac{\phi}{\Delta t} (1 - s_{ir}) \{ \rho_l (s_{ei}^{n+l} - s_{ei}^n) + \rho_{vi}^{n+l} (1 - s_{ei}^{n+l}) - \rho_{vi}^n (1 - s_{ei}^n) \} \\
 &\quad + \frac{2\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right)_{i+\frac{l}{2}} \left(\frac{P_{ci+l}^{n+l} - P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \\
 &\quad + \frac{l}{r^2} (4r\rho_l) \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right)_{i+\frac{l}{2}} \left(\frac{P_{ci+l}^{n+l} - P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \\
 &\quad + \frac{2}{\Delta r} \left(\rho_{vi+l}^{n+l} \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right)_{i+\frac{l}{2}} \left(\rho_{gi}^{n+l} g \right) - D_{mi+\frac{l}{2}}^{n+l} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+l} - \rho_{vi}^{n+l}}{\Delta r} \right) - D_{mC} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+l} - \rho_{vboundary}}{\Delta r} \right) \\
 &\quad + \frac{l}{r^2} (4r) \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right)_{i+\frac{l}{2}} \left(\rho_{gi}^{n+l} g \right) - D_{mi+\frac{l}{2}}^{n+l} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+l} - \rho_{vi}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2r\rho_{vi}^{n+l}) \right) - D_{mC} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+l} - \rho_{vboundary}}{\Delta r} \right) \\
 &= 0 = F_i^n = Gd[i]
 \end{aligned}
 \tag{ค.8}$$

ณ ตำแหน่ง F_i^{n+l}

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_i^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} &= \frac{\phi}{\Delta t} (1 - s_{ir}) (\rho_l - \rho_{vi}^{n+l}) \\
&+ \frac{2\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{l}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+l}^{n+l} - P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+l} \right) \right) \\
&+ \frac{l}{r^2} (4r\rho_l) \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{l}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+l}^{n+l} - P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+l} \right) \right) \\
&+ \frac{2}{\Delta r} \left(\rho_{vi}^{n+l} \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi}^{n+l} g) - \frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+l} - \rho_{vi}^{n+l}}{\Delta r} \right) \right) \\
&+ \frac{l}{r^2} (4r) \left(\frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi}^{n+l} g) - \frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+l} - \rho_{vi}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2r\rho_{vi+l}^{n+l}) \right) \right) \\
&= Gb[i]
\end{aligned} \tag{ค.9}$$

ณ ตำแหน่ง F_{i+l}^{n+l}

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_{i+l}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} &= \frac{2\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{l}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+l}^{n+l} - P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+l} \right) \right) \\
&+ \frac{l}{r^2} (4r\rho_l) \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{l}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+l}^{n+l} - P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+l} \right) \right) \\
&+ \frac{2}{\Delta r} \left(\rho_{vi}^{n+l} \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi}^{n+l} g) - \frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+l} - \rho_{vi}^{n+l}}{\Delta r} \right) \right) \\
&+ \frac{l}{r^2} (4r) \left(\frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi}^{n+l} g) - \frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+l} - \rho_{vi}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2r\rho_{vi+l}^{n+l}) \right) \right) \\
&= Gc[i]
\end{aligned} \tag{ค.10}$$

กรณีพิจารณาโหนดที่เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions; $i = \text{Gr}$)

สมการถ่ายเทมวลสาร (ค.1) พิจารณาสมการถ่ายเทมวลสารเทียบกับความชื้น (เทียบ s)

ณ ตำแหน่ง F_i^n

$$\begin{aligned}
 & \frac{\phi}{\Delta t} (1 - s_{ir}) (\rho_l (s_{ei}^{n+1} - s_{ei}^n) + \rho_{vi}^{n+1} (1 - s_{ei}^{n+1}) - \rho_{vi}^n (1 - s_{ei}^n)) \\
 & - \frac{2\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-\frac{1}{2}} \left(\frac{P_{ci}^{n+1} - P_{ci-l}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2rP_{ci-l}^{n+1}) + \rho_l g \right) \right) \\
 & - \frac{2}{\Delta r} \left(\rho_{vi-l}^{n+1} \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i-\frac{1}{2}} (\rho_{gi-l}^{n+1} g) - D_{mi-l}^{n+1} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vi-l}^{n+1}}{\Delta r} \right) \right) \\
 & = 0 = F_i^n = Gd[i]
 \end{aligned} \tag{ค.11}$$

ณ ตำแหน่ง F_i^{n+1}

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial F_i^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} = \frac{\phi}{\Delta t} (1 - s_{ir}) (\rho_l - \rho_{vi}^{n+1}) \\
 & - \frac{2\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci}^{n+1} - P_{ci-l}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2rP_{ci-l}^{n+1}) + \rho_l g \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_i \right) \right) \\
 & - \frac{2}{\Delta r} \left(\rho_{vi-l}^{n+1} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi-l}^{n+1} g) - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi-l}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vi-l}^{n+1}}{\Delta r} \right) \right) \\
 & = Gb[i]
 \end{aligned} \tag{ค.12}$$

ณ ตำแหน่ง F_{i-l}^{n+1}

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial F_{i-l}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} = - \frac{2\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{P_{ci-l}^{n+1}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci}^{n+1} - P_{ci-l}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2rP_{ci-l}^{n+1}) + \rho_l g \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-l} \right) \right) \\
 & - \frac{2}{\Delta r} \left(\rho_{vi-l}^{n+1} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i-l} \right) (\rho_{gi-l}^{n+1} g) - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi-l}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vi-l}^{n+1}}{\Delta r} \right) \right) \\
 & = Ga[i-l]
 \end{aligned} \tag{ค.13}$$

สมการถ่ายเทความร้อน (Heat Transport Equation)

สมการถ่ายเทความร้อน เป็นสมการที่อธิบายถึงการกระจายของสนามอุณหภูมิในระนาบและอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิในวัสดุพูนเมื่อระยะเวลาการอบแห้งเปลี่ยนไป การกระจายอุณหภูมิเกิดขึ้นจากสมมุติฐานสมการพาสำหรับของไหลที่ไหลในวัสดุพูน สมการนำของโครงสร้างของแข็งในวัสดุพูนและสมการปริมาณความร้อนที่วัสดุผลิตได้ซึ่งเป็นปริมาณความร้อนที่วัสดุผลิตขึ้นจากการดูดซับพลังงานไมโครเวฟ และสามารถนำมาเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left((\rho_l C_{pl} \phi s + ((\rho C_p)_a + (\rho C_p)_v) \phi (1-s) + \rho_p C_{pp} (1-\phi)) T \right) \\ & + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 (\rho_l c_{pl} u_l + (\rho_a c_{pa} + \rho_v c_{pv}) u_g) T \right) \\ & + H_v \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_v \phi (1-s)) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \left(\rho_v \frac{KK_{rg}}{u_g} (\rho_g g) \right) - \rho_g D_m \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \rho_v}{\partial \rho_g} \right) \right) \right) \\ & = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) + Q \end{aligned} \quad (ค.14)$$

เมื่อ

$$(\rho C_p)_T = \rho_l C_{pl} \phi s + ((\rho C_p)_a + (\rho C_p)_v) \phi (1-s) + \rho_p C_{pp} (1-\phi) \quad (ค.15)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} ((\rho C_p)_T T) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 (\rho_l c_{pl} u_l + (\rho_a c_{pa} + \rho_v c_{pv}) u_g) T \right) \\ & + H_v \dot{n} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) + Q \end{aligned} \quad (ค.16)$$

และสามารถวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขโดยวิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference) บนพื้นฐานวิธีปริมาตรควบคุม (control volume) ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ} \quad \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i \pm \frac{1}{2}} &= \frac{\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_i + \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i \pm 1}}{2}, & \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i \pm \frac{1}{2}} &= \frac{\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i + \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i \pm 1}}{2} \\ D_{i \pm \frac{1}{2}}^{n+1} &= \frac{D_i^{n+1} + D_{i \pm 1}^{n+1}}{2}, & \lambda_{i \pm \frac{1}{2}}^{n+1} &= \frac{\lambda_i^{n+1} + \lambda_{i \pm 1}^{n+1}}{2} \end{aligned} \quad (ค.17)$$

$$\begin{aligned}
&\text{และ} \quad s^{n+l} = s^n - \Delta s, \quad P_g^{n+l} = P_g^n - \Delta P_g \\
&\quad T^{n+l} = T^n - \Delta T
\end{aligned} \tag{ค.18}$$

จากสมการที่ ค.16 จะได้

$$\begin{aligned}
&\frac{(\rho c_p)_{Ti}^{n+l} T_i^{n+l} - (\rho c_p)_{Ti}^n T_i^n}{\Delta t} + \frac{(\rho c_p)_{av}}{\Delta r} \left[\frac{(u_{gi}^{n+l} T_i^{n+l} - u_{gi-l}^{n+l} T_{i-l}^{n+l})}{\Delta r} \right] + \frac{\rho_l c_{pl}}{\Delta r} \left[\frac{(u_{li}^{n+l} T_i^{n+l} - u_{li-l}^{n+l} T_{i-l}^{n+l})}{\Delta r} \right] \\
&+ \frac{1}{r^2} (2r T_i^{n+l}) ((\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+l} + \rho_l c_{pl} u_{li}^{n+l}) + H_v \dot{n}_i^n = \frac{1}{\Delta r} \left[\lambda_{i+\frac{l}{2}}^{n+l} \left(\frac{T_{i+l}^{n+l} - T_i^{n+l}}{\Delta r} \right) - \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+l} \left(\frac{T_i^{n+l} - T_{i-l}^{n+l}}{\Delta r} \right) \right] \\
&+ \frac{1}{r^2} \left(2r \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+l} \right) \left(\frac{T_i^{n+l} - T_{i-l}^{n+l}}{\Delta r} \right) + Q^n
\end{aligned} \tag{ค.19}$$

นำ Δr^2 คูณตลอดสมการ

$$\begin{aligned}
&\frac{\Delta r^2}{\Delta t} [(\rho c_p)_{Ti}^{n+l} T_i^{n+l} - (\rho c_p)_{Ti}^n T_i^n] + \Delta r (\rho c_p)_{av} (u_{gi}^{n+l} T_i^{n+l} - u_{gi-l}^{n+l} T_{i-l}^{n+l}) + \Delta r \rho_l c_{pl} (u_{li}^{n+l} T_i^{n+l} - u_{li-l}^{n+l} T_{i-l}^{n+l}) \\
&+ \frac{1}{r^2} (2r \Delta r T_i^{n+l}) ((\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+l} + \rho_l c_{pl} u_{li}^{n+l}) + \Delta r^2 H_v \dot{n}_i^n = \lambda_{i+\frac{l}{2}}^{n+l} (T_{i+l}^{n+l} - T_i^{n+l}) - \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+l} (T_i^{n+l} - T_{i-l}^{n+l}) \\
&+ \frac{1}{r^2} \left(2r \Delta r \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+l} \right) (T_i^{n+l} - T_{i-l}^{n+l}) + \Delta r^2 Q^n
\end{aligned} \tag{ค.20}$$

จัดรูปสมการ

$$\begin{aligned}
&\frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^{n+l} T_i^{n+l} - \frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^n T_i^n + \Delta r (\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+l} T_i^{n+l} - \Delta r (\rho c_p)_{av} u_{gi-l}^{n+l} T_{i-l}^{n+l} \\
&+ \Delta r (\rho_l c_{pl}) u_{li}^{n+l} T_i^{n+l} - \Delta r (\rho_l c_{pl}) u_{li-l}^{n+l} T_{i-l}^{n+l} + \frac{1}{r^2} (2r \Delta r) (\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+l} T_i^{n+l} \\
&+ \frac{1}{r^2} (2r \Delta r) (\rho_l c_{pl}) u_{li}^{n+l} T_i^{n+l} + \Delta r^2 H_v \dot{n}_i^n = \lambda_{i+\frac{l}{2}}^{n+l} T_{i+l}^{n+l} - \lambda_{i+\frac{l}{2}}^{n+l} T_i^{n+l} \\
&- \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+l} T_i^{n+l} + \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+l} T_{i-l}^{n+l} + \frac{1}{r^2} (2r \Delta r) \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+l} T_i^{n+l} - \frac{1}{r^2} (2r \Delta r) \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+l} T_{i-l}^{n+l} + \Delta r^2 Q^n
\end{aligned} \tag{ค.21}$$

กรณีโหนดภายใน (Internal node)

เมื่อ พิจารณาสมการถ่ายเทความร้อนเทียบกับความอุณหภูมิ (เทียบ T)

ณ ตำแหน่ง T_i^n

$$\frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^n T_i^n - \Delta r^2 H_v \dot{n}_i^n + \Delta r^2 Q^n = Gd [i] \quad (\text{ค.22})$$

ณ ตำแหน่ง T_i^{n+1}

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^{n+1} - \Delta r (\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+1} + \frac{I}{r^2} (2r \Delta r) (\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+1} - \Delta r (\rho c_{pl}) u_{li}^{n+1} \\ & + \frac{I}{r^2} (2r \Delta r) (\rho c_{pl}) u_{li}^{n+1} + \lambda_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} + \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} - \frac{I}{r^2} (2r \Delta r) \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} = Gb [i] \end{aligned} \quad (\text{ค.23})$$

ณ ตำแหน่ง T_{i+1}^{n+1}

$$- \lambda_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = Gc [i] \quad (\text{ค.24})$$

ณ ตำแหน่ง T_{i-1}^{n+1}

$$\Delta r (\rho c_p)_{av} u_{gi-1}^{n+1} + \Delta r (\rho c_{pl}) u_{li-1}^{n+1} - \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} + \frac{I}{r^2} (2r \Delta r) \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} = Ga [i-1] \quad (\text{ค.25})$$

กรณี โหนดที่เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions; $i = 0$)

สมการถ่ายเทมวลสาร (ค.16) พิจารณาสมการถ่ายเทความร้อนเทียบกับความอุณหภูมิ (เทียบ T)

ณ ตำแหน่ง T_i^n

$$\frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^n T_i^n + 2 \Delta r htc T_{init} - H_v \dot{n} \Delta r^2 + Q \Delta r^2 = Gd [i] \quad (\text{ค.26})$$

ณ ตำแหน่ง T_i^{n+1}

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^{n+1} + 2\Delta r (\rho_l c_{pl} u_{li}^{n+1} + (\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+1} + htc) \\ & + \frac{4}{r^2} (r\Delta r) (\rho_l c_{pl} u_{li}^{n+1} + (\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+1} + htc) = Gb[i] \end{aligned} \quad (ค.27)$$

ณ ตำแหน่ง T_{i+1}^{n+1}

$$-2\lambda_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = Gc[i] \quad (ค.28)$$

กรณี โหนดที่เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions; $i = Gr$)

สมการถ่ายเทมวลสาร (ค.16) พิจารณาสมการถ่ายเทความร้อนเทียบกับความอุณหภูมิ (เทียบ T)

ณ ตำแหน่ง T_i^n

$$\frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^n T_i^n - H_v \dot{m} \Delta r^2 + Q \Delta r^2 = Gd[i] \quad (ค.29)$$

ณ ตำแหน่ง T_i^{n+1}

$$\frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^{n+1} + 2\lambda_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = Gb[i] \quad (ค.30)$$

ณ ตำแหน่ง T_{i-1}^{n+1}

$$\begin{aligned} & -2\Delta r (\rho_l c_{pl} u_{li-1}^{n+1} - (\rho c_p)_{av} u_{gi-1}^{n+1}) - \frac{4}{r^2} (r\Delta r) (\rho_l c_{pl} u_{li-1}^{n+1} - (\rho c_p)_{av} u_{gi-1}^{n+1}) \\ & - 2\lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} F_i^n = Ga[i-1] \end{aligned} \quad (ค.31)$$