

ภาคผนวก ก.

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการวิเคราะห์กระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารใน วัสดุพูนที่ไม่อิมตัวภายใต้พลังงานไมโครเวฟ ประกอบด้วยสมการดังต่อไปนี้

สมการถ่ายเทมวลสาร (Mass Transport Equation)

สมการถ่ายเทมวลสาร เป็นสมการที่อธิบายถึงการกระจายของความชื้นในระนาบและ อัตราการเปลี่ยนแปลงของความชื้นเมื่อระยะเวลาการอบแห้งเปลี่ยนไป สำหรับกระบวนการ อบแห้งด้วยพลังงานไมโครเวฟสมการถ่ายเทมวลสารเกิดจากสมมติฐานการเคลื่อนที่ของของไหล ในวัสดุพูน เขียนได้ดังนี้

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_l s + \rho_v (1-s) \} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_l \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \left(\frac{\partial P_c}{\partial z} + \rho_l g_z \right) + \rho_v \frac{KK_{rg}}{\mu_g} (\rho_g g_z) - D_m \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \rho_v}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad (\text{ก.1})$$

โดยเมื่อวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขโดยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (finite difference) บนพื้นฐานวิธี ปริมาตรควบคุม (control volume) ในบทที่ 4 จะได้

$$\text{เมื่อ} \quad \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i \pm \frac{1}{2}} = \frac{\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_i + \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i \pm 1}}{2}, \quad \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i \pm \frac{1}{2}} = \frac{\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i + \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i \pm 1}}{2}$$

$$D_{i \pm \frac{1}{2}}^{n+1} = \frac{D_i^{n+1} + D_{i \pm 1}^{n+1}}{2} \quad (\text{ก.2})$$

$$\text{และ} \quad s^{n+1} = s^n - \Delta s, \quad P_g^{n+1} = P_g^n - \Delta P_g$$

$$T^{n+1} = T^n - \Delta T \quad (\text{ก.3})$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 & \frac{\phi}{\Delta t} (1-s_{ir}) \{ \rho_l (s_{ei}^{n+1} - s_{ei}^n) + \rho_{vi}^{n+1} (1-s_{ei}^{n+1}) - \rho_{vi}^n (1-s_{ei}^n) \} \\
 & + \frac{I}{\Delta z} \left\{ \rho_l \left[\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{P_{ci+1}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) - \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-\frac{1}{2}} \left(\frac{P_{ci}^{n+1} - P_{ci-1}^{n+1}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) \right] \right. \\
 & + \left[\rho_{vi+1}^{n+1} \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i+\frac{1}{2}} (\rho_{gi}^{n+1} g_z) - \rho_{vi-1}^{n+1} \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i-\frac{1}{2}} (\rho_{gi-1}^{n+1} g_z) \right] \\
 & \left. - \left[D_{mi+\frac{1}{2}}^{n+1} \left(\frac{\rho_{vi+1}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta z} \right) - D_{mi-\frac{1}{2}}^{n+1} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vi-1}^{n+1}}{\Delta z} \right) \right] \right\} \\
 & = 0 = F_i^n = Gd[i]
 \end{aligned} \tag{ก.4}$$

กรณีที่พิจารณาโหนดภายใน (Internal node)

เมื่อพิจารณาสมการถ่ายเทมวลสารเทียบกับความชื้น (เทียบ s)

ณ ตำแหน่ง F_i^{n+1}

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial F_i^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} = \frac{\phi}{\Delta t} (1-s_{ir}) \{ \rho_l - \rho_{vi}^{n+1} \} \\
 & + \frac{I}{\Delta z} \left\{ \rho_l \left[\left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+1}}{\Delta z} \right) + \left(\frac{P_{ci+1}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+1} \right) \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{P_{ci}^{n+1}}{\Delta z} \right) + \left(\frac{P_{ci}^{n+1} - P_{ci-1}^{n+1}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-1} \right) \right) \right] \right. \\
 & + \left[\rho_{vi}^{n+1} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi}^{n+1} g_z) - \rho_{vi-1}^{n+1} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi-1}^{n+1} g_z) \right] \\
 & \left. - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi+1}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta z} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi-1}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vi-1}^{n+1}}{\Delta z} \right) \right] \right\} \\
 & = Gb[i]
 \end{aligned} \tag{ก.5}$$

ณ ตำแหน่ง F_{i+l}^{n+l}

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{i+l}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} &= \frac{1}{\Delta z} \left\{ \rho_l \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right) \Big|_{i+\frac{l}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+l}}{\Delta z} \right) + \left(\frac{P_{ci+l}^{n+l} - P_{ci}^{n+l}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right) \Big|_{i+l} \right\} \\ &\quad + \left[\rho_{vi}^{n+l} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right) \Big|_{i+l} \right] (\rho_{gi}^{n+l} g_z) - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+l} - \rho_{vi}^{n+l}}{\Delta z} \right) \right] \\ &= Gc[i] \end{aligned} \quad (n.6)$$

ณ ตำแหน่ง F_{i-l}^{n+l}

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{i-l}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} &= -\frac{1}{\Delta z} \left\{ \rho_l \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right) \Big|_{i-\frac{l}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{P_{ci}^{n+l}}{\Delta z} \right) - \left(\frac{P_{ci}^{n+l} - P_{ci-l}^{n+l}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right) \Big|_{i-l} \right\} \\ &\quad - \left[\rho_{vi-l}^{n+l} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right) \Big|_{i-l} \right] (\rho_{gi-l}^{n+l} g_z) - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi-l}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+l} - \rho_{vi-l}^{n+l}}{\Delta z} \right) \right] \\ &= Ga[i-l] \end{aligned} \quad (n.7)$$

จากสมการที่ ก.4 ถึง ก.7 สามารถเขียน Algorithms form ตามลำดับ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Gd[i] &= \text{porosity} * (1.0 - s_{ir}) * (\text{rhow} * (se[i] - se_old[i]) + \text{rhov}[i] * (1.0 - se[i]) \\ &\quad - \text{rhov_old}[i] * (1.0 - se_old[i])) / dt + (\text{rhow} * (uw[i] - uw[i-1]) \\ &\quad + (\text{rhov}[i] * ug[i] - \text{rhov}[i-1] * ug[i-1] + md[i] - md[i-1])) / dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Gb[i] &= \text{porosity} * (1.0 - s_{ir}) * (\text{rhow} - \text{rhov}[i]) / dt \\ &\quad + (\text{rhow} * (duwm_ds[i] - duwp_ds[i-1]) + (\text{rhov}[i] * dugm_ds[i] - \text{rhov}[i-1] \\ &\quad * dugp_ds[i-1]) + dmdm_ds[i] - dmdp_ds[i-1]) / dz \end{aligned}$$

$$Gc[i] = (\text{rhow} * duwp_ds[i] + \text{rhov}[i] * dugp_ds[i] + dmdp_ds[i]) / dz$$

$$Ga[i-1] = - (\text{rhow} * duwm_ds[i-1] + \text{rhov}[i-1] * dugm_ds[i-1] + dmdm_ds[i-1]) / dz$$

กรณีที่พิจารณาโหนดที่เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions; $i = 0$)

สมการถ่ายเทมวลสาร(ก.1) พิจารณาสมการถ่ายเทมวลสารเทียบกับความชื้น(เทียบส)

ณ ตำแหน่ง F_i^n

$$\begin{aligned}
 & \frac{\phi}{\Delta t} (1-s_{ir}) \{ \rho_l (s_{ei}^{n+1} - s_{ei}^n) + \rho_{vi}^{n+1} (1-s_{ei}^{n+1}) - \rho_{vi}^n (1-s_{ei}^n) \} \\
 & + \frac{2}{\Delta z} \left\{ \rho_l \left[\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right]_{i+\frac{l}{2}} \left(\frac{P_{ci+1}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) + \left[\frac{\rho_{vi+1}^{n+1} KK_{rg}}{\mu_g} \right]_{i+\frac{l}{2}} (\rho_{gi}^{n+1} g_z) \right\} \\
 & - \left[D_{mi+\frac{l}{2}}^{n+1} \left(\frac{\rho_{vi+1}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta z} \right) - D_{mc} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vboundary}}{\Delta z} \right) \right] \\
 & = 0 = F_i^n = Gd[i]
 \end{aligned} \tag{ก.8}$$

ณ ตำแหน่ง F_i^{n+1}

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial F_i^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} = \frac{\phi}{\Delta t} (1-s_{ir}) \{ \rho_l - \rho_{vi}^{n+1} \} \\
 & + \frac{2}{\Delta z} \left\{ \rho_l \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right)_{i+\frac{l}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+1}}{\Delta z} \right) + \left(\frac{P_{ci+1}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right)_{i+l} \right\} \\
 & + \left[\rho_{vi}^{n+1} \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right)_i (\rho_{gi}^{n+1} g_z) \right] - \left[\frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi+1}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta z} \right) \right] \\
 & = Gb[i]
 \end{aligned} \tag{ก.9}$$

ณ ตำแหน่ง F_{i+1}^{n+1}

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial F_{i+1}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} = \frac{2}{\Delta z} \left\{ \rho_l \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right)_{i+\frac{l}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+1}}{\Delta z} \right) + \left(\frac{P_{ci+1}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right)_{i+l} \right\} \\
 & + \left[\rho_{vi}^{n+1} \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right)_i (\rho_{gi}^{n+1} g_z) \right] - \left[\frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi+1}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta z} \right) \right] \\
 & = Gc[i]
 \end{aligned} \tag{ก.10}$$

จากสมการที่ ก.8 ถึง ก.10 สามารถเขียน Algorithms form ตามลำดับ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Gd[i] = & \text{porosity} * (1.0 - s_{ir}) * (\text{rhow} * (\text{se}[i] - \text{se_old}[i]) + \text{rhov}[i] * (1.0 - \text{se}[i]) \\ & - \text{rhov_old}[i] * (1.0 - \text{se_old}[i])) / dt \\ & + 2.0 * (\text{rhow} * \text{uw}[i] + \text{rhov}[i] * \text{ug}[i] + \text{md}[i] + \text{mtc} * (\text{rhov}[i] - \text{rhov_s})) / dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Gb[i] = & \text{porosity} * (1.0 - s_{ir}) * (\text{rhow} - \text{rhov}[i]) / dt \\ & + 2.0 * (\text{rhow} * \text{duwm_ds}[i] + \text{rhov}[i] * \text{dugm_ds}[i] + \text{dmdm_ds}[i]) / dz \end{aligned}$$

$$Gc[i] = 2.0 * (\text{rhow} * \text{duwp_ds}[i] + \text{rhov}[i] * \text{dugp_ds}[i] + \text{dmdp_ds}[i]) / dz$$

กรณีทีพิจารณาโหนดที่เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions; i = Gz)

สมการถ่ายเทมวลสาร(ก.1) พิจารณาสมการถ่ายเทมวลสารเทียบกับความชื้น(เทียบs)

ณ ตำแหน่ง F_i^n

$$\begin{aligned} & \frac{\phi}{\Delta t} (1 - s_{ir}) \{ \rho_l (s_{ei}^{n+1} - s_{ei}^n) + \rho_{vi}^{n+1} (1 - s_{ei}^{n+1}) - \rho_{vi}^n (1 - s_{ei}^n) \} \\ & + \frac{2}{\Delta z} \left\{ \rho_l \left[-\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right]_{i-\frac{1}{2}} \left(\frac{P_{ci}^{n+1} - P_{ci-l}^{n+1}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) + \left[-\rho_{vi-l}^{n+1} \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right]_{i-\frac{1}{2}} \left(\rho_{gi-l}^{n+1} g_z \right) \right\} \\ & - \left[-D_{mi}^{n+1} \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vi-l}^{n+1}}{\Delta z} \right) \right] \\ & = 0 = F_i^n = Gd[i] \end{aligned} \quad (ก.11)$$

ณ ตำแหน่ง F_i^{n+1}

$$\begin{aligned} & \frac{\partial F_i^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} = \frac{\phi}{\Delta t} (1 - s_{ir}) \{ \rho_l - \rho_{vi}^{n+1} \} \\ & - \frac{2}{\Delta z} \left\{ \rho_l \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right)_{i-\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{P_{ci-l}^{n+1}}{\Delta z} \right) + \left(\frac{P_{ci}^{n+1} - P_{ci-l}^{n+1}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right)_{i-\frac{1}{2}} \right\} \\ & + \left[\rho_{vi-l}^{n+1} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right)_i \left(\rho_{gi-l}^{n+1} g_z \right) \right] - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vi-l}^{n+1}}{\Delta z} \right) \right] \\ & = Gb[i] \end{aligned} \quad (ก.12)$$

ณ ตำแหน่ง F_{i-l}^{n+1}

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{i-l}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} &= -\frac{2}{\Delta z} \left\{ \rho_l \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-l} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{P_{ci}^{n+1}}{\Delta z} \right) + \left(\frac{P_{ci}^{n+1} - P_{ci-l}^{n+1}}{\Delta z} + \rho_l g_z \right) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-l} \right) \right) \right\} \\ &\quad + \left[\rho_{vi-l}^{n+1} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i-l} \right) (\rho_{gi-l}^{n+1} g_z) \right] - \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial D_{mi-l}^{n+1}}{\partial s_{ei}^{n+1}} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vi-l}^{n+1}}{\Delta z} \right) \right] \right\} \\ &= Ga[i-l] \end{aligned} \quad (n.13)$$

จากสมการที่ ก.11 ถึง ก.13 สามารถเขียน Algorithms form ตามลำดับ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Gd[i] &= \text{porosity} * (1.0 - s_{ir}) * (\text{rhow} * (\text{se}[i] - \text{se_old}[i]) + \text{rhov}[i] * (1.0 - \text{se}[i]) \\ &\quad - \text{rhov_old}[i] * (1.0 - \text{se_old}[i])) / dt \\ &\quad - 2.0 * (\text{rhow} * \text{uw}[i-1] + \text{rhov}[i-1] * \text{ug}[i-1] + \text{md}[i-1]) / dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Gb[i] &= \text{porosity} * (1.0 - s_{ir}) * (\text{rhow} - \text{rhov}[i]) / dt \\ &\quad - 2.0 * (\text{rhow} * \text{duwp_ds}[i-1] + \text{rhov}[i-1] * \text{dugp_ds}[i-1] + \text{dmdp_ds}[i-1]) / dz \end{aligned}$$

$$Ga[i-1] = -2.0 * (\text{rhow} * \text{duwm_ds}[i-1] + \text{rhov}[i-1] * \text{dugm_ds}[i-1] + \text{dmdm_ds}[i-1]) / dz$$

สมการการส่งถ่ายความร้อน (Heat Transport Equation)

สมการการส่งถ่ายความร้อน เป็นสมการที่อธิบายถึงการกระจายของสนามอุณหภูมิในระนาบและอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิในวัสดุพอร์นเมื่อระยะเวลาการอบแห้งเปลี่ยนไป การกระจายอุณหภูมิเกิดขึ้นจากสมมติฐานสมการการพาสำหรับของไหลที่ไหลในวัสดุพอร์น สมการการนำของโครงสร้างของแข็งในวัสดุพอร์น และสมการปริมาณความร้อนที่วัสดุผลิตได้ซึ่งเป็นปริมาณความร้อนที่วัสดุผลิตขึ้นจากการดูดซับพลังงานไมโครเวฟ และสามารถนำมาเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} \{ (\rho_l c_{pl} \phi s + (\rho c_p)_a + (\rho c_p)_v) \phi (1-s) + \rho_p c_{pp} (1-\phi) T \} \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} [(\rho_l c_{pl} u_l + (\rho_a c_{pa} + \rho_v c_{pv}) u_g) T] \\ &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right] - H_v \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_v \phi (1-s) \} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_v \frac{KK_{rg}}{\mu_g} (\rho_g g_z) - \rho_g D_m \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \right] \right\} + Q \end{aligned} \quad (n.14)$$

เมื่อ

$$(\rho c_p)_T = \rho_l C_{pl} \phi + (\rho c_p)_a + (\rho c_p)_v \phi (1-s) + \rho_p C_{pp} (1-\phi) \quad (\text{ก.15})$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho c_p)_T T + \frac{\partial}{\partial z} [(\rho_l c_{pl} u_l + (\rho_a c_{pa} + \rho_v c_{pv}) u_g) T] &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right] \\ - H_v \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_v \phi (1-s)) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_v \frac{KK_{rg}}{\mu_g} (\rho_g g_z) - \rho_g D_m \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \right] \right\} &+ Q \end{aligned} \quad (\text{ก.16})$$

และสามารถวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขโดยวิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference) บนพื้นฐานวิธีปริมาตรควบคุม (control volume) ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{(\rho c_p)_{Ti}^{n+1} T_i^{n+1} - (\rho c_p)_{Ti}^n T_i^n}{\Delta t} + \frac{\rho_l c_{pl}}{\Delta z} [u_{li}^{n+1} T_i^{n+1} - u_{li-1}^{n+1} T_{i-1}^{n+1}] + \frac{(\rho c_p)_{av}}{\Delta z} [u_{gi}^{n+1} T_i^{n+1} - u_{gi-1}^{n+1} T_{i-1}^{n+1}] \\ + H_v \dot{n} = \frac{1}{\Delta z} \left[\lambda_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} \left(\frac{T_{i+1}^{n+1} - T_i^{n+1}}{\Delta z} \right) - \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} \left(\frac{T_i^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}}{\Delta z} \right) \right] + Q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i \pm \frac{1}{2}} &= \frac{\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_i + \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i \pm 1}}{2}, \quad \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i \pm \frac{1}{2}} = \frac{\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i + \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i \pm 1}}{2} \\ D_{i \pm \frac{1}{2}}^{n+1} &= \frac{D_i^{n+1} + D_{i \pm 1}^{n+1}}{2}, \quad \lambda_{i \pm \frac{1}{2}}^{n+1} = \frac{\lambda_i^{n+1} + \lambda_{i \pm 1}^{n+1}}{2} \end{aligned} \quad (\text{ก.17})$$

และ

$$\begin{aligned} s^{n+1} &= s^n - \Delta s, \quad P_g^{n+1} = P_g^n - \Delta P_g \\ T^{n+1} &= T^n - \Delta T \end{aligned} \quad (\text{ก.18})$$

นำ Δz^2 คูณตลอดสมการ

$$\begin{aligned} \frac{\Delta z^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^{n+1} T_i^{n+1} - \frac{\Delta z^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^n T_i^n + \Delta z \rho_l c_{pl} u_{li}^{n+1} T_i^{n+1} - \Delta z \rho_l c_{pl} u_{li-1}^{n+1} T_{i-1}^{n+1} \\ + \Delta z (\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+1} T_i^{n+1} - \Delta z (\rho c_p)_{av} u_{gi-1}^{n+1} T_{i-1}^{n+1} - \lambda_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} (T_{i+1}^{n+1} - T_i^{n+1}) + \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} (T_i^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}) \\ = -H_v \dot{n} \Delta z^2 + Q \Delta z^2 \end{aligned}$$

กรณีพิจารณาโหนดภายใน (Internal node)

เมื่อพิจารณาสมการส่งถ่ายความร้อนเทียบกับความอุณหภูมิ (เทียบ T)

ณ ตำแหน่ง T_i^n

$$\frac{\Delta z^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^n T_i^n - H_v \dot{m} \Delta z^2 + Q \Delta z^2 = Gd[i] \quad (\text{ก.19})$$

ณ ตำแหน่ง T_i^{n+1}

$$\frac{\Delta z^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^{n+1} + \Delta z \rho_l c_{pl} u_{li}^{n+1} + \Delta z (\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+1} + \lambda_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} + \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} = Gb[i] \quad (\text{ก.20})$$

ณ ตำแหน่ง T_{i+1}^{n+1}

$$-\lambda_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = Gc[i] \quad (\text{ก.21})$$

ณ ตำแหน่ง T_{i-1}^{n+1}

$$-\Delta z \rho_l c_{pl} u_{li-1}^{n+1} - \Delta z (\rho c_p)_{av} u_{gi-1}^{n+1} - \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} = Ga[i-1] \quad (\text{ก.22})$$

จากสมการที่ ก.19 ถึง ก.22 สามารถเขียน Algorithms form ตามลำดับ ได้ดังนี้

$$Gd[i] = \text{thcap_old}[i] * \text{temp_old}[i] * dz2t + (\text{Latent} * \text{ndot}[i] + Q_{\text{gen}}[i]) * dz * dz$$

$$Gb[i] = \text{thcap}[i] * dz2t + \text{lam_mz}[i] + \text{lam_mz}[i-1] + (\text{rhow} * \text{cpw} * \text{uw}[i] + \text{rhocp_av}[i] * \text{ug}[i]) * dz$$

$$Gc[i] = -\text{lam_mz}[i]$$

$$Ga[i-1] = -\text{lam_mz}[i-1] - (\text{rhow} * \text{cpw} * \text{uw}[i-1] + \text{rhocp_av}[i-1] * \text{ug}[i-1]) * dz$$

กรณี โหนดที่เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions; $i = 0$)

สมการถ่ายเทมวลสาร (ก.16) พิจารณาสมการส่งถ่ายความร้อนเทียบกับความ
อุณหภูมิ

ณ ตำแหน่ง T_i^n

$$\frac{\Delta z^2}{\Delta t} (\rho_p)_{Ti}^n T_i^n + 2\Delta z htc T_{init} - H_v \dot{n} \Delta z^2 + Q \Delta z^2 = Gd[i] \quad (ก.23)$$

ณ ตำแหน่ง T_i^{n+1}

$$\frac{\Delta z^2}{\Delta t} (\rho_p)_{Ti}^{n+1} + 2\Delta z (\rho_l c_{pl} u_{li}^{n+1} + (\rho_p)_{av} u_{gi}^{n+1} + htc) + 2\mathcal{X}_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = Gb[i] \quad (ก.24)$$

ณ ตำแหน่ง T_{i+1}^{n+1}

$$- 2\mathcal{X}_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = Gc[i] \quad (ก.25)$$

จากสมการที่ ก.23 ถึง ก.25 สามารถเขียน Algorithms form ตามลำดับ ได้ดังนี้

$$Gd[i] = thcap_old[i] * temp_old[i] * dz2t + (Latent * ndot[i] + Qgen[i]) * dz * dz$$

$$+ 2.0 * htc * temp_init * dz$$

$$Gb[i] = thcap[i] * dz2t + 2.0 * lam_mz[i] + 2.0 * (rho_w * cpw * uw[i] + rhocp_av[i]$$

$$* ug[i] + htc) * dz$$

$$Gc[i] = - 2.0 * lam_mz[i]$$

กรณีพิจารณาโหนดที่เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions; $i = Gz$)

สมการถ่ายเทมวลสาร (ก.16) พิจารณาสมการส่งถ่ายความร้อนเทียบกับความ
อุณหภูมิ

ณ ตำแหน่ง T_i^n

$$\frac{\Delta z^2}{\Delta t} (\rho_p)_{Ti}^n T_i^n - H_v \dot{n} \Delta z^2 + Q \Delta z^2 = Gd[i] \quad (ก.26)$$

ณ ตำแหน่ง T_i^{n+1}

$$\frac{\Delta z^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^{n+1} + 2\lambda_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = Gb[i]$$

(ก.27)

ณ ตำแหน่ง T_{i-1}^{n+1}

$$-2\Delta z \rho_l c_{pl} u_{li-1}^{n+1} T_{i-1}^{n+1} - 2\Delta z (\rho c_p)_{av} u_{gi-1}^{n+1} - 2\lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} F_i^n = Ga[i-1]$$

(ก.28)

จากสมการที่ ก.26 ถึง ก.28 สามารถเขียน Algorithms form ตามลำดับ ได้ดังนี้

$$Gd[i] = thcap_old[i] * temp_old[i] * dz2t + (Latent * ndot[i] + Qgen[i]) * dz * dz$$

$$Gb[i] = thcap[i] * dz2t + 2.0 * lam_mz[i-1]$$

$$Ga[i-1] = -2.0 * lam_mz[i-1] - 2.0 * (rho_w * cpw * uw[i-1] + rhocp_av[i-1] * ug[i-1]) * dz$$

จํานักรหอสมุด