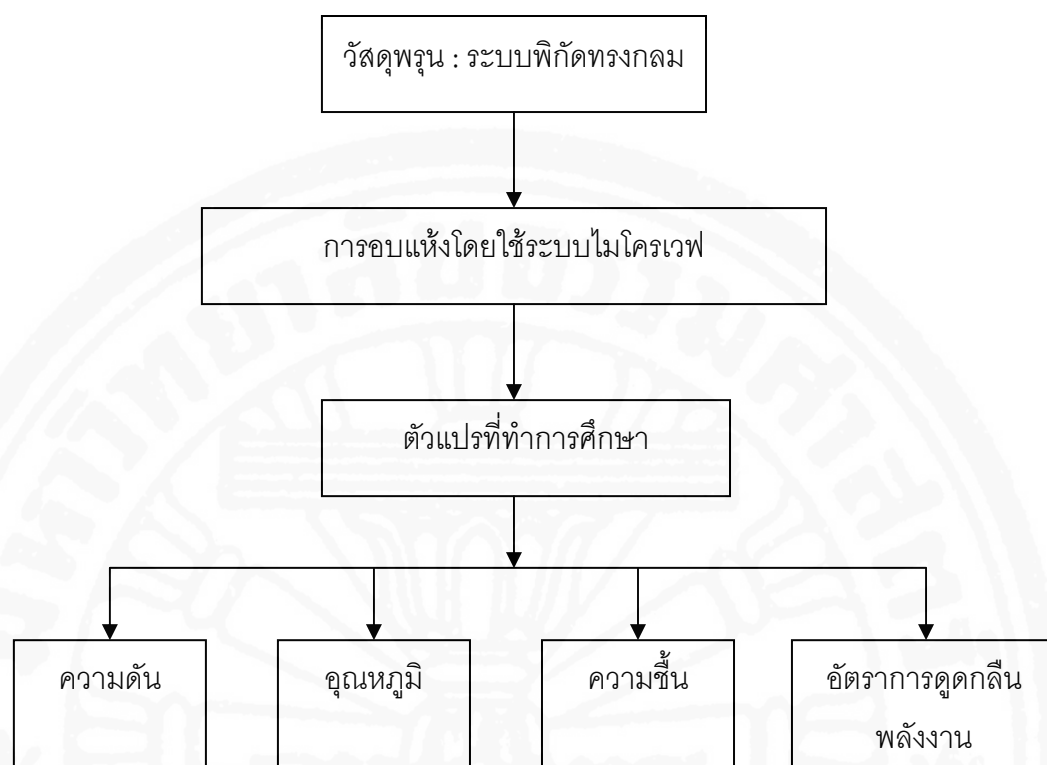


บทที่ 6

การวิเคราะห์กระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในวัสดุพูนที่ไม่อิ่มตัว ภายใต้พลังงานไมโครเวฟ: ระบบพิกัดทรงกลม

จากการศึกษาพบว่ากลไกทางกายภาพที่เกิดขึ้นในระหว่างกระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารนั้นมีความหลากหลายเนื่องจากวัสดุพูนประกอบด้วย อนุภาคของแข็งกับของเหลว (free water) Bound Water ไอน้ำและอากาศ ดังนั้นการถ่ายเทมวลสารจึงอยู่ภายใต้อิทธิพลของการแพร่ หรือ แรงดันคาพิลลารีอิทธิพลของความชื้น อุณหภูมิและเกรเดียนของความดัน โดยกลไกที่ควบคุมการถ่ายเทมวลสาร ขึ้นอยู่กับปริมาณความชื้นของวัสดุและสมบัติของวัสดุ สภาวะที่ใช้ในการอบแห้ง และวิธีการให้ความร้อน (external/volumetric) ในวิเคราะห์การอบแห้งโดยใช้ไมโครเวฟนั้นของเหลว (free water) จะถูกพิจารณาภายใต้อิทธิพลของการแพร่ (Torrington et al., 1996 และ Adu et al., 1996) หรือแรงดันคาพิลลารี (Wei et al., 1985: Constant et al., 1996: Lian et al., 1997: Turner et al., 1998 และ Ni et al., 1999) หรือเกิดทั้งภายใต้อิทธิพลการแพร่ของไอน้ำและแรงดันคาพิลลารี (Chen et al., 1990 และ Constant et al., 1996) ต่อมา มีกลุ่มนักวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับกลไกในการถ่ายเทมวลเชิงลึก พบว่ากลไกในการถ่ายเทมวลของเหลว (free water) และ Bound Water นั้นมีความแตกต่างกัน Turner et al. (1998) พิจารณาให้การถ่ายเทมวลของ Bound Water อยู่ภายใต้อิทธิพลของการแพร่ในขณะที่ Chen et al. (1989) พิจารณาให้กลไกการถ่ายเทมวลของ Bound Water อยู่ภายใต้อิทธิพลของแรงดันคาพิลลารี

งานวิจัยนี้ศึกษากระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในวัสดุพูนที่ไม่อิ่มตัว ภายใต้พลังงานไมโครเวฟสำหรับปัญหา 1 มิติ สำหรับระบบพิกัดทรงกลม โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นได้อย่างสมบูรณ์ยิ่งขึ้นและสามารถวิเคราะห์ปัญหาของกระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในวัสดุพูนที่ไม่อิ่มตัว ภายใต้พลังงานไมโครเวฟได้อย่างครอบคลุม ซึ่งทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในงานวิจัยดังแสดงในบทที่ 3



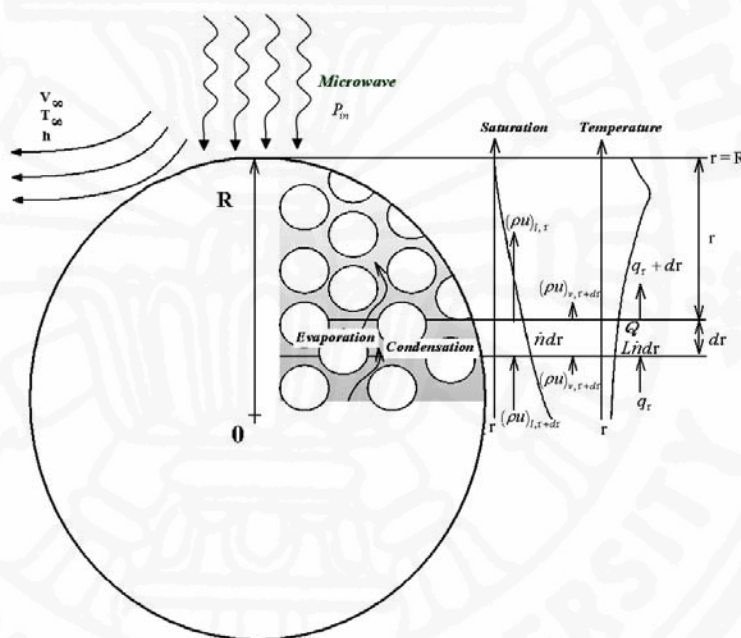
ภาพที่ 6.1 ระเบียบวิธีวิจัยของกระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในวัสดุพูนที่ไม่อิมตัว ภายใต้พลังงานไมโครเวฟ

โดยมีระเบียบวิธีวิจัยสำหรับระบบพิกัดทรงกลมดังภาพที่ 6.1 ในการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีของการถ่ายเทความร้อนและมวลสารภายใต้พลังงานไมโครเวฟสำหรับระบบพิกัดทรงกลมในปัญหา 1 มิติ ซึ่งการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิเคราะห์นี้ได้พิจารณาถึงสมบัติทางกายภาพ สมบัติทางอุณหพลศาสตร์ สมบัติการส่งผ่าน สมบัติไดอิเล็กตริกของวัสดุพูนที่ไม่อิมตัว (ซึ่งประกอบด้วยอนุภาคของเม็ดแก้ว น้ำ และอากาศ) จากนั้นทำการประยุกต์ให้อยู่ในรูปแบบของระเบียบวิธีเชิงตัวเลข โดยอาศัยหลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (finite volume method) แล้วจึงทำการจัดสมการที่มีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นให้สามารถหาคำตอบโดยใช้ระเบียบวิธี Newton-Raphson ได้ตามลำดับ ดังแสดงในภาคผนวก ค. เพื่อศึกษาถึงการเปลี่ยนความดัน อุณหภูมิ ความชื้น และอัตราการดูดกลืนพลังงาน

ความรู้ที่ได้จากงานวิจัยครั้งนี้ก่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจพื้นฐานในกระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในวัสดุพูนที่ไม่อิมตัวที่เป็นทรงกลมภายใต้พลังงานไมโครเวฟ รวมถึงการทำนายพฤติกรรมที่เกิดขึ้นของการถ่ายเทมวลสารและความร้อน อุณหภูมิและความชื้น

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นจากการวิจัยครั้งนี้จะเป็นประโยชน์ในการทำนายพฤติกรรมการถ่ายเทมวลสารและความร้อน อุณหภูมิ ความดันและความชื้น ซึ่งสามารถช่วยควบคุมอุณหภูมิของผลิตภัณฑ์และสามารถปรับปรุงคุณภาพของผลิตภัณฑ์ นอกจากนี้ความรู้ความเข้าใจจากการศึกษานี้สามารถนำไปใช้ประยุกต์ออกแบบและสร้างอุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องให้มีประสิทธิภาพสูงอีกด้วย

6.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์



ภาพที่ 6.2 แบบจำลองทางกายภาพสำหรับการวิเคราะห์กระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในวัสดุพูนที่ไม่อิ่มตัวโดยใช้ไมโครเวฟ

จากภาพที่ 6.2 แสดงแบบจำลองทางกายภาพของการวิเคราะห์แบบจำลองของกระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในวัสดุพูนที่ไม่อิ่มตัวโดยใช้ไมโครเวฟในระบบ 1 มิติ ซึ่งวัสดุพูนที่ใช้ศึกษาในงานวิจัยนี้ประกอบด้วย 3 เฟส คือ เม็ดแก้ว (glass beads) น้ำ และอากาศ โดยจะปล่อยคลื่นไมโครเวฟที่มีลักษณะเป็นคลื่นระนาบ (plane wave) ให้กับแพคเกจของวัสดุพูน มีการพาความร้อนที่บริเวณผิวของแพคเกจ โดยอัตราการกำเนิดปริมาณความร้อนภายใน (local volumetric heat generation) หรือ ความหนาแน่นของพลังงานไมโครเวฟที่ถูก

ดูดซับ (density of microwave power absorbed) แสดงดังสมการต่อไปนี้

$$Q = -\frac{\partial P}{\partial r} dr = 2\alpha P dr = 2\alpha dr \cdot 2\pi f \varepsilon (\tan \delta) E^2 e^{-2\alpha r} \quad (6.1)$$

โดยที่ α คือ Attenuation Constant ซึ่งคำนวณได้จาก

$$\alpha = 2\pi f \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0}{2}} (\sqrt{\tan^2 \delta + 1} - 1) = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{2}} (\sqrt{\tan^2 \delta + 1} - 1) \quad (6.2)$$

งานวิจัยนี้กำหนดให้สมบัติไดอิเล็กตริกเป็นฟังก์ชันของความถี่ของน้ำ และอุณหภูมิการวิเคราะห์ใช้ทฤษฎีของ Surrounding Mixing Formulas, ซึ่งสัดส่วนเชิงปริมาตร (v) ของความถี่ของน้ำ ไขมัน และอนุภาคของเม็ดแก้ว (glass beads) ถูกนำมาพิจารณาดังต่อไปนี้

$$\varepsilon(s, T) = (\varepsilon'(s, T) - j\varepsilon''(s, T)) \quad (6.3a)$$

$$\text{เมื่อ } [\varepsilon'(s, T)]^m = \sum_{i=1}^3 v_i [\varepsilon'_{ri}(T)]^m = \phi \cdot s [\varepsilon'_{ri}(T)]^m + \phi(1-s) [\varepsilon'_{ra}]^m + (1-\phi) [\varepsilon'_{rp}]^m \quad (6.3b)$$

$$[\varepsilon''(s, T)]^m = \sum_{i=1}^3 v_i [\varepsilon''_i(T)]^m = \phi \cdot s [\varepsilon''_{ri}(T)]^m + \phi(1-s) [\varepsilon''_{ra}]^m + (1-\phi) [\varepsilon''_{rp}]^m \quad (6.3c)$$

จากสมการ 6.3a-6.3c ตัวแปร m นั้นควรมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ส่วนค่า Loss Tangent Coefficient ของแพคเบต สามารถแสดงได้ในสมการต่อไปนี้

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \quad (6.3d)$$

ในการสร้างแบบจำลองของกระบวนการความร้อนและถ่ายเทมวลสาร จะพิจารณาให้วัสดุพูนที่ศึกษามีสมบัติทางกายภาพและชีวภาพเหมือนกันตลอดเนื้อวัสดุพูน การถ่ายเทมวลของเหลว (free water) ภายในวัสดุพูนเนื่องมาจากอิทธิพลของ Darcy's Law ซึ่งประกอบด้วยอิทธิพลของความดันรวม การถ่ายเทมวลของก๊าซภายในวัสดุพูนเนื่องมาจากอิทธิพลของการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแพร่ โดยมีสมมุติฐาน ดังนี้

1. วัสดุชีวภาพทรงกลมเป็นวัตถุคงรูปชนิด Non Hygroscopic ไม่มีปฏิกิริยาเคมีเกิดขึ้นภายในชั้นทดสอบ
2. สมมุติให้ในแต่ละสถานะมีความสมดุลทางเทอร์โมไดนามิกส์
3. ให้ถือว่าก๊าซเป็นก๊าซอุดมคติ
4. สมมุติให้ Solid matrix เป็นวัตถุคงรูปไม่มีการเปลี่ยนภาพ
5. โครงสร้างของชั้นทดสอบเป็น Homogeneous และ Isotropic
6. สมบัติไดอิเล็กตริกเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิและความอืดตัวของน้ำ
7. การกระจายของสนามไฟฟ้า อุณหภูมิและการเคลื่อนย้ายความชื้น สมมุติให้เป็น 1 มิติ

6.1.1 สมการความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ (Phenomenological Relations)

ความเร็วเฉลี่ยของของเหลวและก๊าซภายในวัสดุพูน สามารถอธิบายโดยใช้สมการของ Darcy's Law ดังนี้

$$u_l = -\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 P_g) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 P_c) - \rho_l g \right) \quad (6.4)$$

$$u_g = -\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 P_g) - \rho_l g \right] \quad (6.5)$$

สำหรับความเร็วของไอน้ำและอากาศสามารถอธิบายได้ในรูปสมการของ Fick's Law ดังนี้

$$m_v = \rho_v u_v = \rho_v u_g - \rho_g D_m \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \right) \quad (6.6)$$

$$m_a = \rho_a u_a = \rho_a u_g - \rho_g D_m \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \left(\frac{\rho_a}{\rho_g} \right) \right) \quad (6.7)$$

6.1.2 สมการความสัมพันธ์เชิงสมดุล (Equilibrium Relations)

สมการความสัมพันธ์เชิงสมดุล ประกอบด้วยสมการซึมผ่านสัมพัทธ์สำหรับของเหลว และก๊าซ ดังนี้

$$k_{rl} = s_e^3, \quad k_{rg} = 1.2984 - 1.9832 s_e + 0.7432 s_e^2 \quad (6.8)$$

โดยที่ k_{rl} คือ การซึมผ่านสัมพัทธ์ของของเหลว (liquid relative permeability)

k_{rg} คือ การซึมผ่านสัมพัทธ์ของก๊าซ (gas relative permeability)

สำหรับค่าสมบัติของการถ่ายเทมวลสารในวัสดุพอร์นที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ แสดงในตารางที่ 5.1 เมื่อ s_e คือ ประสิทธิภาพความอิ่มตัวของน้ำ (effective water saturation) ซึ่งสัมพันธ์กับค่าความอิ่มตัวของน้ำต่ำสุดที่ยอมให้ได้ (irreducible water saturation), s_{ir} สามารถหาได้จากสมการ

$$s_e = \frac{s - s_{ir}}{1 - s_{ir}} \quad (6.9)$$

ความดันคาพิลลารี P_c แสดงอยู่ในรูปฟังก์ชันของความดันคาพิลลารี (leverett functions) $J(s_e)$ ความสัมพันธ์ระหว่างความดันคาพิลลารี และความอิ่มตัวของน้ำจะถูกนิยามโดยใช้ฟังก์ชันของความดันคาพิลลารีและสมบัติของการถ่ายเทมวลสารในวัสดุพอร์นดังแสดงในตารางที่ 5.1 (Ratanadecho et al., 2001)

$$P_c = P_g - P_l = \frac{\sigma}{\sqrt{k/\phi}} J(s_e) \quad (6.10)$$

6.1.3 สมการอนุรักษ์มวล (Mass Conservation Equations)

สถานะของเหลว;
$$\rho_l \phi \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_l u_l) = -\dot{n} \quad (6.11)$$

สถานะไอ;
$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_v \phi (1-s) \} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_v u_v) = \dot{n} \quad (6.12)$$

สถานะอากาศ;
$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_a \phi (1-s) \} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_a u_a) = 0 \quad (6.13)$$

สถานะก๊าซ;
$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_g \phi (1-s) \} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_g u_g) = \dot{n} \quad (6.14)$$

6.1.4 สมการอนุรักษ์พลังงาน (Energy Conservation Equations)

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho h)}_{(a)} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho u h)}_{(b)} = -(\underbrace{\nabla q}_{(c)}) - (\underbrace{\bar{\tau} : \nabla \bar{u}}_{(d)}) + \underbrace{\frac{DP}{Dt}}_{(e)} + Q - \underbrace{H_v \dot{n}}_{(f)} \quad (6.15)$$

จากสมการที่ (6.15) เทอมต่าง ๆ เป็นตัวแทนของความร้อนจากแหล่งต่าง ๆ คือ

- a) เทอมความร้อนที่สะสม
- b) การพาความร้อนที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ
- c) การนำความร้อน
- d) ความร้อนที่เกิดจากการเคลื่อนตัวจากความหนืด
- e) งานที่เกิดขึ้นโดยความดัน
- f) อัตราการผลิตความร้อนภายในต่อหน่วยปริมาตร

ในการวิเคราะห์นั้นไม่คำนึงถึงการแพร่กระจายเชิงมวล ($\bar{\tau} : \nabla \bar{u}$) และงานที่เกิดขึ้นโดยความดัน ($\frac{DP}{Dt}$) เนื่องจากมีค่าน้อยมาก จึงเหลือเพียงเทอมของเอนทัลปี ดังนั้นสมการอนุรักษ์พลังงาน คือ

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \nabla \cdot (\rho u h) = -(\nabla q) - H_v \dot{n} + Q \quad (6.16)$$

6.1.5 สมการถ่ายเทมวลสาร (Mass Transport Equation)

สมการถ่ายเทมวลสาร เป็นสมการที่อธิบายถึงการกระจายของความชื้นในระนาบและอัตราการเปลี่ยนแปลงของความชื้นเมื่อระยะเวลาการอบแห้งเปลี่ยนไป สำหรับกระบวนการอบแห้งด้วยพลังงานไมโครเวฟสมการถ่ายเทมวลสารกรณีไม่คำนึงถึงอิทธิพลของความดันก๊าซจากสมมุติฐานการเคลื่อนที่ของของไหลในวัสดุพูน เขียนได้ดังนี้

$$\phi \frac{\partial}{\partial t}(\rho_l s + \rho_v (1-s)) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho_l u_l) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho_a u_a) = 0 \quad (6.17)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} & \phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_l s + \rho_v (1-s)) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \rho_l \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 P_c) - \rho_l g \right) \right) \right] \\ & + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \rho_v \left(\left(\rho_v \frac{KK_{rg}}{u_g} (\rho_g g) \right) - \rho_g D_m \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \rho_v}{\partial \rho_g} \right) \right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (6.18)$$

6.1.6 สมการส่งถ่ายความร้อน (Heat Transport Equation)

สมการส่งถ่ายความร้อนเป็นสมการที่อธิบายถึงการกระจายของสนามอุณหภูมิในระนาบและอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิในวัสดุพูนเมื่อระยะเวลาการอบแห้งเปลี่ยนไป การกระจายอุณหภูมิเกิดขึ้นจากสมมติฐานสมการพาสำหรับของไหลที่ไหลในวัสดุพูน สมการนำความร้อนของโครงสร้างของแข็งในวัสดุพูน และสมการปริมาณความร้อนที่วัสดุผลิตได้ซึ่งเป็นปริมาณความร้อนที่วัสดุผลิตขึ้นจากการดูดซับพลังงานไมโครเวฟ และสามารถนำมาเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} ((\rho_l C_{pl} \phi s + ((\rho C_p)_a + (\rho C_p)_v) \phi (1-s) + \rho_p C_{pp} (1-\phi)) T) \\ & + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 (\rho_l c_{pl} u_l + (\rho_a c_{pa} + \rho_v c_{pv}) u_g) T) \\ & + H_v \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_v \phi (1-s)) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \left(\left(\rho_v \frac{KK_{rg}}{u_g} (\rho_g g) \right) - \rho_g D_m \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \rho_v}{\partial \rho_g} \right) \right) \right) \right) \\ & = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) + Q \end{aligned} \quad (6.19)$$

เมื่อ

$$(\rho C_p)_T = \rho_l C_{pl} \phi s + ((\rho C_p)_a + (\rho C_p)_v) \phi (1-s) + \rho_p C_{pp} (1-\phi) \quad (6.20)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} ((\rho C_p)_T T) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 (\rho_l c_{pl} u_l + (\rho_a c_{pa} + \rho_v c_{pv}) u_g) T) \\ & + H_v \dot{n} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) + Q \end{aligned} \quad (6.21)$$

6.1.7 เงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้น(Boundary and Initial Conditions)

เงื่อนไขขอบเขต คือ เงื่อนไขสำหรับขอบเขตเปิด (open boundary) โดยเงื่อนไขขอบเขตสำหรับการแลกเปลี่ยนพลังงานและมวลที่ขอบเขตเปิด สามารถเขียนได้ดังสมการต่อไปนี้

ตำแหน่ง $r = R$

$$\rho_l u_l + \rho_v u_v = h_m (\rho_v - \rho_{va}) \quad (6.22)$$

$$q = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = h_c (T - T_a) + H_v \dot{n} \quad (6.23)$$

$$T|_{r=R} = T_{atm} \quad (6.24)$$

ตำแหน่ง $r = R_0$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} \quad (6.25)$$

เงื่อนไขเริ่มต้นสามารถเขียนได้ดังต่อไปนี้

$$T|_{t=0} = T_0 \quad (6.26)$$

6.2 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

จากสมการถ่ายเทมวลสารและสมการถ่ายเทความร้อนต้องการการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (finite volume method) ซึ่งเป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่อาศัยการอินทิเกรตสมการอนุรักษ์บนปริมาตรควบคุม (control volume) โดยแบ่งขอบเขตของปัญหาที่สนใจ ออกเป็นปริมาตรควบคุมย่อย ๆ จำนวนมาก แต่ละปริมาตรควบคุมจะล้อมรอบโหนด (node) ซึ่งเป็นตำแหน่งที่แสดงค่าเฉลี่ยของปริมาณต่าง ๆ ในปริมาตรควบคุมนั้น ผลจากการอินทิเกรตสมการอนุพันธ์แล้วประยุกต์ Gauss divergence theorem จะได้สมการพีชคณิตของแต่ละปริมาตรควบคุมที่มีตัวแปรเป็นค่าของปริมาณใด ๆ บนโหนดในปริมาตรควบคุมนั้นและปริมาตรควบคุมรอบข้าง ดังรายละเอียดที่แสดงในบทที่ 4 โดยหัวข้อนี้จะแสดงการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (finite volume method) สำหรับตำแหน่งโหนดภายใน (Internal node) ส่วนตำแหน่งที่บริเวณขอบเขต (boundary node) ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ค.

จากสมการถ่ายเทมวลสาร (6.18) ทำการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (finite volume method) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 & \frac{\phi}{\Delta t} (1 - s_{ir}) \{ \rho_l (s_{ei}^{n+1} - s_{ei}^n) + (\rho_{vi}^{n+1} (1 - s_{ei}^{n+1}) - \rho_{vi}^n (1 - s_{ei}^n)) \} \\
 & + \frac{\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{P_{ci+l}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+1}) + \rho_l g \right) - \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-\frac{1}{2}} \left(\frac{P_{ci}^{n+1} - P_{ci-l}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2rP_{ci-l}^{n+1}) + \rho_l g \right) \right) \\
 & + \frac{1}{r^2} (2r\rho_l) \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{P_{ci+l}^{n+1} - P_{ci}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+1}) + \rho_l g \right) \right) \\
 & + \frac{1}{\Delta r} \left(\rho_{vi+l}^{n+1} \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i+\frac{1}{2}} \left(\rho_{gi+l}^{n+1} g \right) - D_{mi+\frac{1}{2}}^{n+1} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta r} \right) \right) - \frac{1}{\Delta r} \left(\rho_{vi-l}^{n+1} \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i-\frac{1}{2}} \left(\rho_{gi-l}^{n+1} g \right) - D_{mi-\frac{1}{2}}^{n+1} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+1} - \rho_{vi-l}^{n+1}}{\Delta r} \right) \right) \\
 & + \frac{1}{r^2} (2r) \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i+\frac{1}{2}} \left(\rho_{gi+l}^{n+1} g \right) - D_{mi+\frac{1}{2}}^{n+1} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+1} - \rho_{vi}^{n+1}}{\Delta r} + \frac{1}{r^2} (2r\rho_{vi+l}^{n+1}) \right) \right) \\
 & = 0 = F_i^n = Gd[i]
 \end{aligned}$$

(6.27)

$$\text{เมื่อ } \left. \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right|_{i \pm \frac{l}{2}} = \frac{\left. \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right|_i + \left. \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right|_{i \pm l}}{2}, \quad \left. \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right|_{i \pm \frac{l}{2}} = \frac{\left. \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right|_i + \left. \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right|_{i \pm l}}{2}$$

$$D_{i \pm \frac{l}{2}}^{n+l} = \frac{D_i^{n+l} + D_{i \pm l}^{n+l}}{2} \quad (6.28)$$

$$\text{และ } s^{n+l} = s^n - \Delta s, \quad T^{n+l} = T^n - \Delta T \quad (6.29)$$

กรณีโหนดภายใน (Internal node)

พิจารณาสมการถ่ายเทมวลสารเทียบกับความเข้มข้นของน้ำ ณ ตำแหน่ง F_i^{n+l}

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_i^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} &= \frac{\phi}{\Delta t} (1 - s_{lr}) (\rho_l - \rho_{vi}^{n+l}) \\ &+ \frac{\rho_l}{\Delta r} \left(\left. \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right|_{i+\frac{l}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+l}^{n+l} - P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\left. \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right|_{i+l} \right) \right) \\ &- \frac{\rho_l}{\Delta r} \left(\left. \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right|_{i-\frac{l}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{P_{ci-l}^{n+l}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci}^{n+l} - P_{ci-l}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci-l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\left. \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right|_{i-l} \right) \right) \\ &+ \frac{l}{r^2} (2r\rho_l) \left(\left. \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right|_{i+\frac{l}{2}} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+l}^{n+l} - P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\left. \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \right|_{i+l} \right) \right) \\ &+ \frac{l}{\Delta r} \left(\rho_{vi}^{n+l} \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\left. \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right|_i \right) (\rho_{gi}^{n+l} g) - \frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+l} - \rho_{vi}^{n+l}}{\Delta r} \right) \right) \\ &- \frac{l}{\Delta r} \left(\rho_{vi-l}^{n+l} \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\left. \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right|_i \right) (\rho_{gi-l}^{n+l} g) - \frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi-l}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+l} - \rho_{vi-l}^{n+l}}{\Delta r} \right) \right) \\ &+ \frac{l}{r^2} (2r) \left(\frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\left. \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \right|_i \right) (\rho_{gi}^{n+l} g) - \frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+l} - \rho_{vi}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2r\rho_{vi+l}^{n+l}) \right) \right) \\ &= Gb [i] \end{aligned} \quad (6.30)$$

ณ ตำแหน่ง F_{i+l}^{n+l}

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_{i+l}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} &= \frac{\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{l}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+l}^{n+l} - P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+l} \right) \right) \\
 &+ \frac{l}{r^2} (2r\rho_l) \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+\frac{l}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{-P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci+l}^{n+l} - P_{ci}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci+l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i+l} \right) \right) \\
 &+ \frac{l}{\Delta r} \left(\rho_{vi}^{n+l} \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi}^{n+l} g) - \frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+l} - \rho_{vi}^{n+l}}{\Delta r} \right) \right) \\
 &+ \frac{l}{r^2} (2r) \left(\frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi}^{n+l} g) - \frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi+l}^{n+l} - \rho_{vi}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2r\rho_{vi+l}^{n+l}) \right) \right) \\
 &= Gc [i]
 \end{aligned} \tag{6.31}$$

ณ ตำแหน่ง F_{i-l}^{n+l}

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_{i-l}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} &= -\frac{\rho_l}{\Delta r} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-\frac{l}{2}} - \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{P_{ci-l}^{n+l}}{\Delta r} \right) + \left(\frac{P_{ci}^{n+l} - P_{ci-l}^{n+l}}{\Delta r} + \frac{l}{r^2} (2rP_{ci-l}^{n+l}) + \rho_l g \right) \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i-l} \right) \right) \\
 &- \frac{l}{\Delta r} \left(\rho_{vi-l}^{n+l} \frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i \right) (\rho_{gi-l}^{n+l} g) - \frac{l}{2} \frac{\partial D_{mi-l}^{n+l}}{\partial s_{ei}^{n+l}} \left(\frac{\rho_{vi}^{n+l} - \rho_{vi-l}^{n+l}}{\Delta r} \right) \right) \\
 &= Ga [i-l]
 \end{aligned} \tag{6.32}$$

จากสมการถ่ายเทความร้อน (6.21) ทำการประยุกต์โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (finite volume method) จะได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 &\frac{(\rho c_p)_{Ti}^{n+l} T_i^{n+l} - (\rho c_p)_{Ti}^n T_i^n}{\Delta t} + \frac{(\rho c_p)_{av}}{\Delta r} \left[\frac{(u_{gi}^{n+l} T_i^{n+l} - u_{gi-l}^{n+l} T_{i-l}^{n+l})}{\Delta r} \right] + \frac{\rho_l c_{pl}}{\Delta r} \left[\frac{(u_{li}^{n+l} T_i^{n+l} - u_{li-l}^{n+l} T_{i-l}^{n+l})}{\Delta r} \right] \\
 &+ \frac{l}{r^2} (2rT_i^{n+l}) ((\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+l} + \rho_l c_{pl} u_{li}^{n+l}) + H_v \dot{n}_i^n = \frac{l}{\Delta r} \left[\lambda_{i+\frac{l}{2}}^{n+l} \left(\frac{T_{i+l}^{n+l} - T_i^{n+l}}{\Delta r} \right) - \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+l} \left(\frac{T_i^{n+l} - T_{i-l}^{n+l}}{\Delta r} \right) \right] \\
 &+ \frac{l}{r^2} \left(2r\lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+l} \right) \left(\frac{T_i^{n+l} - T_{i-l}^{n+l}}{\Delta r} \right) + Q^n
 \end{aligned} \tag{6.33}$$

นำ Δr^2 คูณในสมการที่ 6.28 จะได้

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Delta r^2}{\Delta t} \left[(\rho_p)_{T_i}^{n+1} T_i^{n+1} - (\rho_p)_{T_i}^n T_i^n \right] + \Delta r (\rho_p)_{av} (u_{gi}^{n+1} T_i^{n+1} - u_{gi-l}^{n+1} T_{i-l}^{n+1}) + \Delta r \rho_l c_{pl} (u_{li}^{n+1} T_i^{n+1} - u_{li-l}^{n+1} T_{i-l}^{n+1}) \\
 & + \frac{1}{r^2} (2r \Delta r T_i^{n+1}) \left((\rho_p)_{av} u_{gi}^{n+1} + \rho_l c_{pl} u_{li}^{n+1} \right) + \Delta r^2 H_v \dot{n}_i^n = \lambda_{i+\frac{l}{2}}^{n+1} (T_{i+l}^{n+1} - T_i^{n+1}) - \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+1} (T_i^{n+1} - T_{i-l}^{n+1}) \\
 & + \frac{1}{r^2} \left(2r \Delta r \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+1} \right) (T_i^{n+1} - T_{i-l}^{n+1}) + \Delta r^2 Q^n
 \end{aligned} \tag{6.34}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i \pm \frac{l}{2}} &= \frac{\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_i + \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \Big|_{i \pm l}}{2}, \quad \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i \pm \frac{l}{2}} = \frac{\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_i + \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \Big|_{i \pm l}}{2} \\
 D_{i \pm \frac{l}{2}}^{n+1} &= \frac{D_i^{n+1} + D_{i \pm l}^{n+1}}{2}, \quad \lambda_{i \pm \frac{l}{2}}^{n+1} = \frac{\lambda_i^{n+1} + \lambda_{i \pm l}^{n+1}}{2}
 \end{aligned} \tag{6.35}$$

$$\text{และ } s^{n+1} = s^n - \Delta s, \quad T^{n+1} = T^n - \Delta T \tag{6.36}$$

จัดรูปสมการที่ 6.29 ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho_p)_{T_i}^{n+1} T_i^{n+1} - \frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho_p)_{T_i}^n T_i^n + \Delta r (\rho_p)_{av} u_{gi}^{n+1} T_i^{n+1} - \Delta r (\rho_p)_{av} u_{gi-l}^{n+1} T_{i-l}^{n+1} \\
 & + \Delta r (\rho_l c_{pl}) u_{li}^{n+1} T_i^{n+1} - \Delta r (\rho_l c_{pl}) u_{li-l}^{n+1} T_{i-l}^{n+1} + \frac{1}{r^2} (2r \Delta r) (\rho_p)_{av} u_{gi}^{n+1} T_i^{n+1} \\
 & + \frac{1}{r^2} (2r \Delta r) (\rho_l c_{pl}) u_{li}^{n+1} T_i^{n+1} + \Delta r^2 H_v \dot{n}_i^n = \lambda_{i+\frac{l}{2}}^{n+1} T_{i+l}^{n+1} - \lambda_{i+\frac{l}{2}}^{n+1} T_i^{n+1} \\
 & - \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+1} T_i^{n+1} + \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+1} T_{i-l}^{n+1} + \frac{1}{r^2} (2r \Delta r) \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+1} T_i^{n+1} - \frac{1}{r^2} (2r \Delta r) \lambda_{i-\frac{l}{2}}^{n+1} T_{i-l}^{n+1} + \Delta r^2 Q^n
 \end{aligned} \tag{6.37}$$

กรณีโหนดภายใน (Internal node)

เมื่อพิจารณาสมการส่งถ่ายความร้อนเทียบกับความอุณหภูมิ (เทียบ T)

ณ ตำแหน่ง T_i^n

$$\frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^n T_i^n - \Delta r^2 H_v^n \dot{n}_i^n + \Delta r^2 Q^n = Gd [i] \quad (6.38)$$

ณ ตำแหน่ง T_i^{n+1}

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta r^2}{\Delta t} (\rho c_p)_{Ti}^{n+1} - \Delta r (\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+1} - \Delta r (\rho c_{pl}) u_{li}^{n+1} + \frac{1}{r} (2r \Delta r) ((\rho c_p)_{av} u_{gi}^{n+1} + (\rho c_{pl}) u_{li}^{n+1}) \\ & + \lambda_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} + \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} - \frac{1}{r} (2r \Delta r) \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} = Gb [i] \end{aligned} \quad (6.39)$$

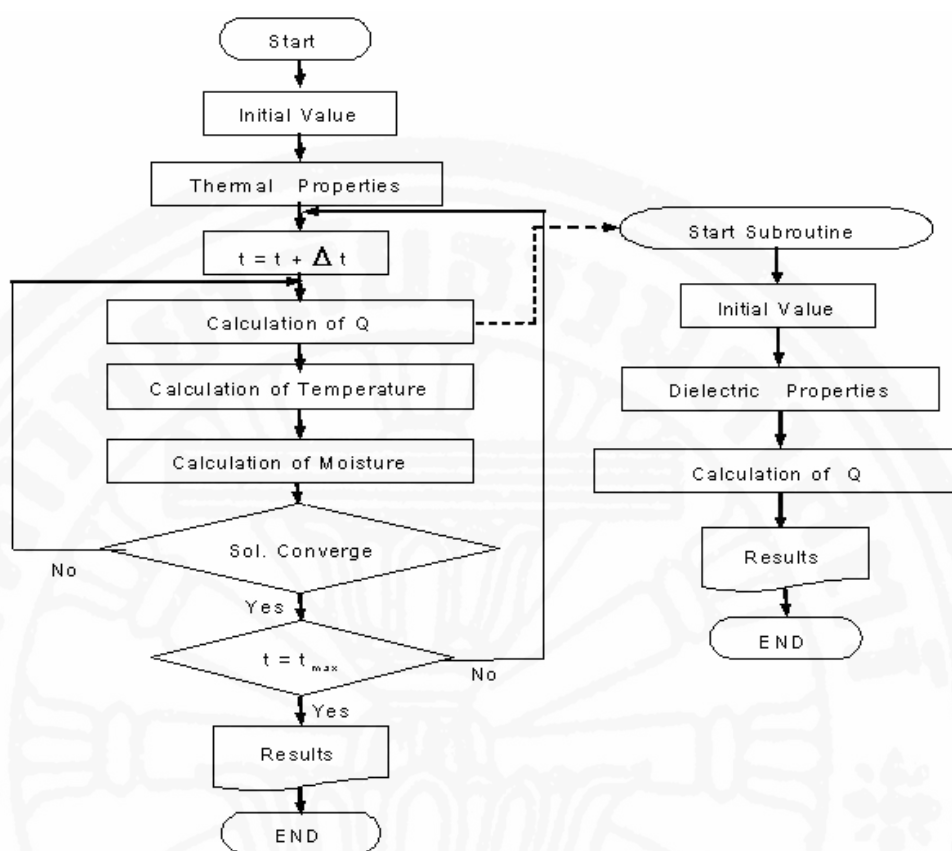
ณ ตำแหน่ง T_{i+1}^{n+1}

$$- \lambda_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = Gc [i] \quad (6.40)$$

ณ ตำแหน่ง T_{i-1}^{n+1}

$$(\rho c_p)_{av} u_{gi-1}^{n+1} + (\rho c_{pl}) u_{li-1}^{n+1} - \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} + \frac{1}{r} (2r \Delta r) \lambda_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} = Ga [i-1] \quad (6.41)$$

แล้วทำการประยุกต์สำหรับการพิจารณากรณีโหนดที่ตำแหน่งของบริเวณขอบเขต (boundary node) โดยทำการประยุกต์เช่นเดียวกับกรณีโหนดภายใน (internal node) ดังแสดงในภาคผนวก ค.



ภาพที่ 6.3 รายละเอียดของแผนผังและวิธีการคำนวณสำหรับ
กระบวนการทางระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

จากภาพที่ 6.3 แสดงรายละเอียดของแผนผังและวิธีการคำนวณสำหรับกระบวนการเชิงตัวเลขโดยเริ่มต้นจากการรับค่าเริ่มต้นและสมบัติต่าง ๆ ซึ่งกำหนดให้ลำดับเวลา (time step) เพิ่มขึ้นเป็น Δt โดยจะมีการเปลี่ยนค่าไหนดของความร้อนและอุณหภูมิ ในแต่ละเวลาที่เพิ่มขึ้นซึ่งจะทำซ้ำเช่นนี้จนกระทั่งค่าที่ได้เข้าสู่ผลลัพธ์ (convergence) โดยใช้วิธีของ Newton-Raphson ในกระบวนการทำซ้ำ (iteration) คำนวณค่าอัตราการดูดกลืนพลังงานใน Subroutine Q ซึ่งรับค่าเริ่มต้นและสมบัติไดอิเล็กตริกของวัสดุพูนแล้วทำการคำนวณค่าอัตราการดูดกลืนพลังงาน จากนั้นจึงคำนวณค่าอุณหภูมิ ความชื้นตามลำดับ จากนั้นตรวจสอบค่าที่ได้ว่ามีค่าน้อยกว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่กำหนดไว้หรือไม่ ถ้ามีค่ามากกว่าถ้ามีค่ามากกว่าค่าความคลาดเคลื่อนมากที่สุดที่ยอมรับได้ในกระบวนการ Iteration (10^{-8}) จะทำการวนกลับไปทำซ้ำ ณ เวลาเดิม แต่ถ้ามีค่าน้อยกว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่กำหนดไว้ แล้วจึงตรวจสอบในส่วนของเวลาว่ามีค่าถึงเวลาที่กำหนดไว้หรือไม่