ผนวก ก

Stochastic Frontier Function

รูปทั่วไปของTaylor Series Expansion n ตัวแปร (กรกช ศรีวรรณ, 2550)

$$f(x_1,...,x_n)=\sum_{j=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{j!}\left[\sum_{k=1}^{n}\left(x_k-a_k\right)\frac{\partial}{\partial x_k'}\right]^j f(x_1',...,x_n')\right\}_{x_1'=a_1,...,x_n'=a_n} \qquad (\text{ก}.1)$$

Second–order ของ Taylor Series Expansion ของ 2 ตัวแปร

$$f(x_1,x_2)\approx f(a_1,a_2)+\left[(x_1-a_1)\frac{\partial f}{\partial x_1}+(x_2-a_2)\frac{\partial f}{\partial x_2}\right]$$

$$+\frac{1}{2!}\left[(x_1-a_1)^2\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}+2(x_1-a_1)(x_2-a_2)\frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial x_2}+(x_2-a_2)^2\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\right] \qquad (\text{ก}.2)$$

Second–order ของ Taylor Series Expansion ของตัวแปร 2 ชนิด ชนิดละ n ตัวแปร

$$f(y_1,...,y_m:p_1,...,p_n)\approx f(a_1,...,a_m:b_1,...,b_n)+\sum_{k=1}^{m}(y_k-a_m)\frac{\partial f}{\partial y_k}+\sum_{i=1}^{n}(p_i-b_n)\frac{\partial f}{\partial p_i}$$

$$+\frac{1}{2}\left\{\left[\sum_{k=1}^{m}(y_k-a_m)\frac{\partial f}{\partial y_k}\right]^2+2\left[\sum_{k=1}^{m}(y_k-a_m)\frac{\partial f}{\partial y_k}\right]\left[\sum_{i=1}^{n}(p_i-b_n)\frac{\partial f}{\partial p_i}\right]\right.$$

$$\left.+\left[\sum_{i=1}^{n}(p_i-b_n)\frac{\partial f}{\partial p_i}\right]^2\right\} \qquad (\text{ก}.3)$$

รูปทั่วไป Translog cost function ที่มีปัจจัยการผลิต M ชนิด และมีผลผลิต N ชนิด

$$\ln c = \ln c(\ln y_1, \ln y_2, ..., \ln y_m; \ln p_1, \ln p_2, ..., \ln p_n) \qquad (ก.4)$$

เขียนสมการ ก.4 ให้อยู่ในรูปของ สมการ ก.3 ได้ดังนี้

$$\ln c(\ln y_1, ..., \ln y_m : \ln p_1, ..., \ln p_n)$$

$$\approx \ln(a_1,...,a_m : b_1,...,b_n) + \sum_{h=1}^{n} \ln y_a \left.\frac{\partial \ln c}{\partial \ln y_h}\right|_{(a_1,...,a_m:b_1,...,b_n)} + \sum_{i=1}^{m} \ln p_i \left.\frac{\partial \ln c}{\partial \ln p_i}\right|_{(a_1,...,a_m:b_1,...,b_n)}$$

$$+\frac{1}{2}\left\{\left[\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} \ln y_h \ln y_k \left.\frac{\partial^2 \ln c}{\partial \ln y_h \partial \ln y_k}\right|_{(a_1,...,a_m:b_1,...,b_n)}\right]\right.$$

$$+2\left[\sum_{h=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} \ln y_h \ln p_i \left.\frac{\partial^2 \ln c}{\partial \ln y_h \partial \ln p_i}\right|_{(a_1,...,a_m:b_1,...,b_n)}\right]$$

$$\left.+\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \ln p_i \ln p_j \left.\frac{\partial^2 \ln c}{\partial \ln p_i \partial \ln p_j}\right|_{(a_1,...,a_m:b_1,...,b_n)}\right]^2\right\} \qquad (ก.5)$$

กำหนดให้ $\ln(a_1,...,a_m : b_1,...,b_n) = \alpha_0$ = constant term

$$\left.\frac{\partial \ln c}{\partial \ln y_h}\right|_{(a_1,...,a_m:b_1,...,b_n)} = \alpha_h$$

$$\left.\frac{\partial \ln c}{\partial \ln p_i}\right|_{(a_1,...,a_m:b_1,...,b_n)} = \beta$$

$$\left.\frac{\partial^2 \ln c}{\partial \ln y_h \partial \ln y_k}\right|_{(a_1,...,a_m:b_1,...,b_n)} = \gamma_{hk}$$

$$\left.\frac{\partial^2 \ln c}{\partial \ln y_h \partial \ln p_i}\right|_{(a_1,...,a_m:b_1,...,b_n)} = \eta_{hi}$$

$$\left.\frac{\partial^2 \ln c}{\partial \ln p_i \partial \ln p_j}\right|_{(a_1,...,a_m:b_1,...,b_n)} = \delta_{ij}$$

สามารถเขียนสมการ ก.5 ใหม่ได้ดังนี้

$$\ln c \approx \alpha_0 + \sum_{h=1}^{M} \alpha_h \ln y_h + \sum_{i=1}^{N} \beta_i \ln p_i + \frac{1}{2}\sum_{h=1}^{M}\sum_{k=1}^{M} \gamma_{hk} \ln y_h \ln y_k$$

$$+ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} \delta_{ij} \ln p_i \ln p_j + \sum_{h=1}^{N}\sum_{i=1}^{M} \eta_{hi} \ln y_h \ln p_i \qquad (ก.6)$$

เขียนสมการ ก.6 ให้อยู่ในรูป Stochastic Frontier ได้ดังนี้

$$\ln c = \alpha_0 + \sum_{h=1}^{M} \alpha_h \ln y_h + \sum_{i=1}^{N} \beta_i \ln p_i + \frac{1}{2}\sum_{h=1}^{M}\sum_{k=1}^{M} \gamma_{hk} \ln y_h \ln y_k$$

$$+ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} \delta_{ij} \ln p_i \ln p_j + \sum_{h=1}^{N}\sum_{i=1}^{M} \eta_{hi} \ln y_h \ln p_i + \ln \varepsilon \qquad (ก.7)$$