

ภาคผนวก



ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ



รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

1. **ชื่อ** รongศาสตราจารย์สุเทพ ลิ้มอรุณ
สถานที่ทำงาน มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี
วุฒิการศึกษา กศ.บ. (คณิตศาสตร์)
 Master of Science in Mathematics (M.S.(Math.))
ประสบการณ์หรือความชำนาญ
 1. ผู้เชี่ยวชาญของ สสวท. ในการติดตามโครงการพัฒนาครูผู้สอนทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์เพื่อเป็นผู้นำการเปลี่ยนแปลง
 2. อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี
 3. อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ในสาขาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี
 4. ผู้ประเมินการประกันคุณภาพการศึกษาของ สกอ.
 5. กรรมการตรวจประเมินผลงานทางวิชาการ (กศ.3) วิชาคณิตศาสตร์ ของ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา
2. **ชื่อ** นายชัยยศ มาลัยเลิศ
สถานที่ทำงาน โรงเรียนวชิรธรรมโศภิต จังหวัดเพชรบุรี
วุฒิการศึกษา กศ.บ. (คณิตศาสตร์)
 กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา)
ประสบการณ์หรือความชำนาญ
 1. ครูชำนาญการพิเศษ สอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
 2. หัวหน้างานวัดผลและประเมินผล
 3. ครูผู้ฝึกซ้อมนักเรียนแข่งขัน โครงการงานคณิตศาสตร์

3. ชื่อ นายบวร ทองสัมฤทธิ์
 สถานที่ทำงาน โรงเรียนพรหมานุสรณ์ จังหวัดเพชรบุรี
 วุฒิการศึกษา กศ.บ. (คณิตศาสตร์)
 กศ.ม. การสอนคณิตศาสตร์ สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

ประสบการณ์หรือความชำนาญ

1. ครูชำนาญการพิเศษ สอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
2. ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ดีเด่น (โดยคุรุสภา) ปี 2545 และปี 2551
3. ได้รับทุนไปอบรมคณิตศาสตร์ในหัวข้อ Design & Development of Primary and Secondary Mathematics Instructional Technologies ณ ศูนย์เรคแฮม เมืองปีนัง ประเทศมาเลเซีย เมื่อปี 2551



ภาคผนวก ข

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นจะเป็นเส้นตรง

ฟังก์ชัน $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$ จะได้ฟังก์ชันอยู่ในรูป $y = b$ ซึ่งมีชื่อเรียกว่า ฟังก์ชันคงตัว (Constant function) กราฟของฟังก์ชันคงตัวจะเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X เช่น $y = 5, y = -2$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นได้
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้
3. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

ความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้น
กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนา ถาม-ตอบ เพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร วิธีการหาจุดตัดแกน x จุดตัดแกน y การเขียนกราฟและการพิจารณาว่ากราฟเอียงทำมุมแหลมหรือมุมป้านกับแกน x ซึ่งนักเรียนได้เรียนมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้

ครู: จากกราฟของสมการ $y = 3x - 1$ นักเรียนคิดว่ากราฟมีจุดตัดแกน x และแกน y ที่จุดใด

นักเรียน: จุดตัดแกน x คือ $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ และจุดตัดแกน y คือ $(0, -1)$

ครู: นักเรียนมีวิธีการคำนวณอย่างไร

นักเรียน: หาจุดตัดแกน x โดยการกำหนดให้ y เป็น 0 แล้วแก้สมการหาค่า x
หาจุดตัดแกน y โดยการกำหนดให้ x เป็น 0 แล้วแก้สมการหาค่า y

ครู: เส้นกราฟเอียงทำมุมอะไรกับแกน x

นักเรียน: เอียงทำมุมแหลมกับแกน x

ครู: เส้นกราฟมีความชันเท่าใด

นักเรียน: จากโจทย์ $y = 3x - 1$ จะได้ว่า ความชันคือ 3

ครู: สมการ $y = 3$ เป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกนอะไร

นักเรียน: ขนานแกน x

ครู: ในชั่วโมงนี้ นักเรียนจะได้ศึกษา ทำความเข้าใจกับ ฟังก์ชันเชิงเส้นซึ่งจะต้องนำความรู้ เกี่ยวกับกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาเป็นพื้นฐานในการศึกษาเนื้อหาต่อไป

แนะนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครูนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น ได้แก่ ความหมาย ลักษณะและการเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = ax + b$ เมื่อ $b = 0$ กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นที่กำหนดด้วย $y = ax + b$ เมื่อ $b \neq 0$

กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น

ฟังก์ชันเชิงเส้น จะมีกราฟเป็นเส้นตรง และมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นที่กำหนดด้วย $y = ax + b$ เมื่อ $b = 0$

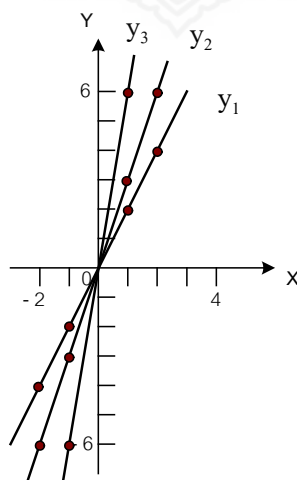
ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นต่อไปนี้บนระนาบเดียวกัน

1. $y_1 = 2x$, $y_2 = 3x$, $y_3 = 6x$

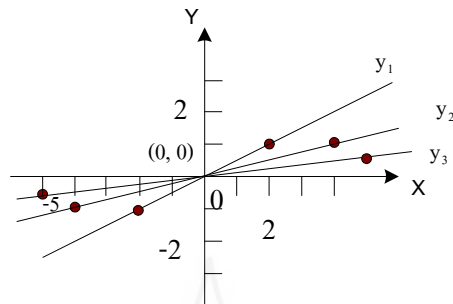
2. $y_1 = \frac{1}{2}x$, $y_2 = \frac{1}{4}x$, $y_3 = \frac{1}{10}x$

วิธีทำ

1)



2)



2. กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นที่กำหนดด้วย $y = ax + b$ เมื่อ $b \neq 0$

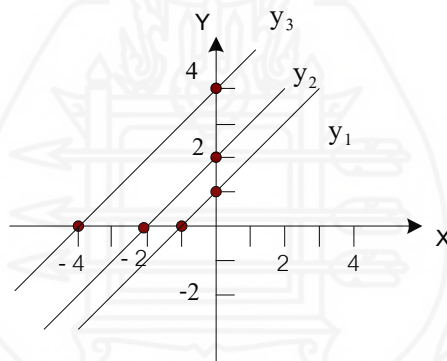
ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นต่อไปนี้บนระนาบเดียวกัน

1. $y_1 = x + 1$, $y_2 = x + 2$, $y_3 = x + 4$

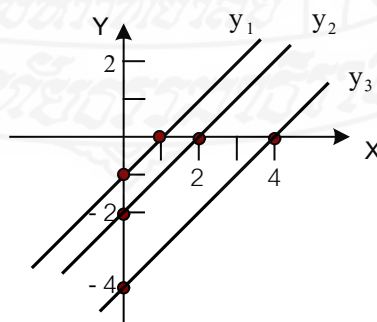
2. $y_1 = x - 1$, $y_2 = x - 2$, $y_3 = x - 4$

วิธีทำ

1)



2)



3) แบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3 คน ทำใบกิจกรรมที่ 1

4) เมื่อทำใบกิจกรรมที่ 1 เสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5) ครูตั้งคำถามโดยให้นักเรียนลองยกตัวอย่างฟังก์ชันเชิงเส้นเพิ่มเติม เมื่อนักเรียนช่วยกันยกตัวอย่าง ครูชมเชยเมื่อนักเรียนยกตัวอย่างถูก และให้คำแนะนำเมื่อยังมีข้อผิดพลาด

6) ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น ดังนี้

ครู: จากที่นักเรียนได้ศึกษามาแล้วนั้น ลองบอกครูซิว่าความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นคืออะไร

นักเรียน: ฟังก์ชันเชิงเส้น คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$

ครู: ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = b$ เรียกว่าฟังก์ชันอะไร

นักเรียน: ฟังก์ชันคงตัว

ครู: ลักษณะกราฟของ $y = ax + b$ เมื่อ $b = 0$ เป็นอย่างไร

นักเรียน: กราฟจะผ่านจุด $(0, 0)$ ถ้า a มีค่ามากขึ้น กราฟจะเบนเข้าหาแกน Y ถ้า a มีค่าน้อยลงกราฟจะเบนเข้าหาแกน X

ครู: ลักษณะกราฟของ $y = ax + b$ เมื่อ $b \neq 0$ เป็นอย่างไร

นักเรียน: กราฟจะตัดแกน Y ที่จุด $(0, b)$ และตัดแกน X ที่จุด $(-\frac{b}{a}, 0)$

ครู: ถ้านักเรียนจะเขียนกราฟควรดำเนินการอย่างไร

นักเรียน: หาจุดตัดแกน X และแกน Y ของแต่ละฟังก์ชัน แล้วลากเส้นตรงผ่านจุดตัดแกน X และแกน Y นั้นก็จะได้เส้นกราฟ

ขั้นนำไปใช้

7) ครูแนะนำนักเรียนเกี่ยวกับการทำโครงงานอย่างง่าย ได้แก่ ลักษณะของโครงงานอย่างง่าย องค์ประกอบ ตัวอย่าง หลังจากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

8) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 1/1 เกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นที่กำหนดด้วย $y = ax + b$ เมื่อ $b = 0$ โดยครูคอยให้คำแนะนำและดูแลความถูกต้อง เมื่อเสร็จแล้วส่งครู

9) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับใบกิจกรรมโครงงานที่แต่ละกลุ่มทำ โดยครูนำผลงานนักเรียนมาแสดงหน้าชั้นเรียนประกอบ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

10) ให้นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 1/2 เกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดด้วย $y = ax + b$ เมื่อ $b \neq 0$ ส่งครูก่อนเรียนชั่วโมงถัดไป

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1
2. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 1/1
3. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 1/2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรมโครงงาน

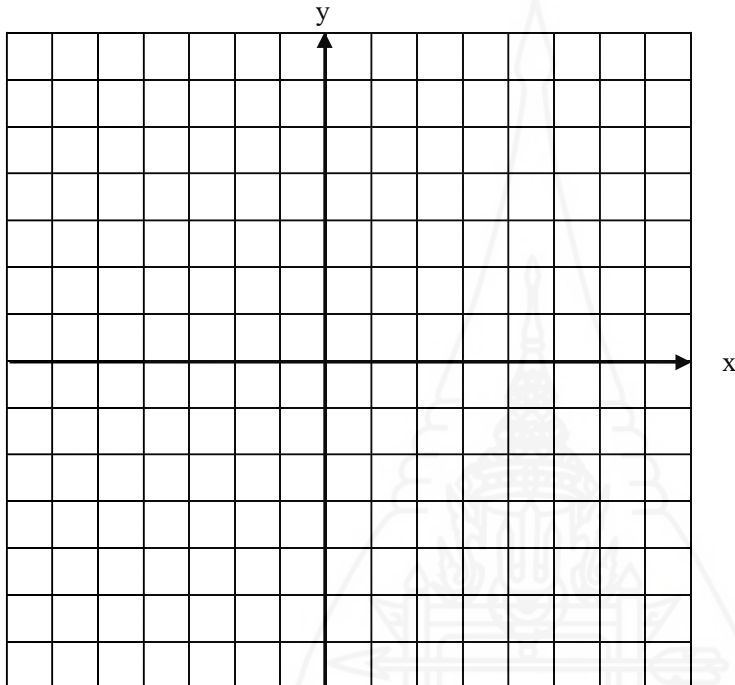


ใบกิจกรรมที่ 1

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้บนระนาบเดียวกัน

1) $y_1 = 5x$ และ $y_2 = -5x$

2) $y_1 = 2x + 3$ และ $y_2 = 2x - 3$



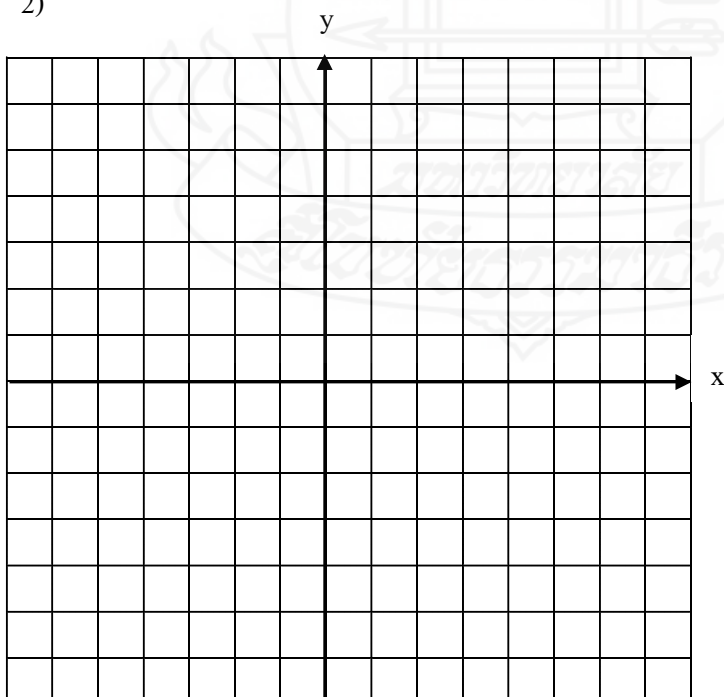
$y_1 = 5x$

x			
y			

$y_2 = -5x$

x			
y			

2)



$y_1 = 2x + 3$

x			
y			

$y_2 = 2x - 3$

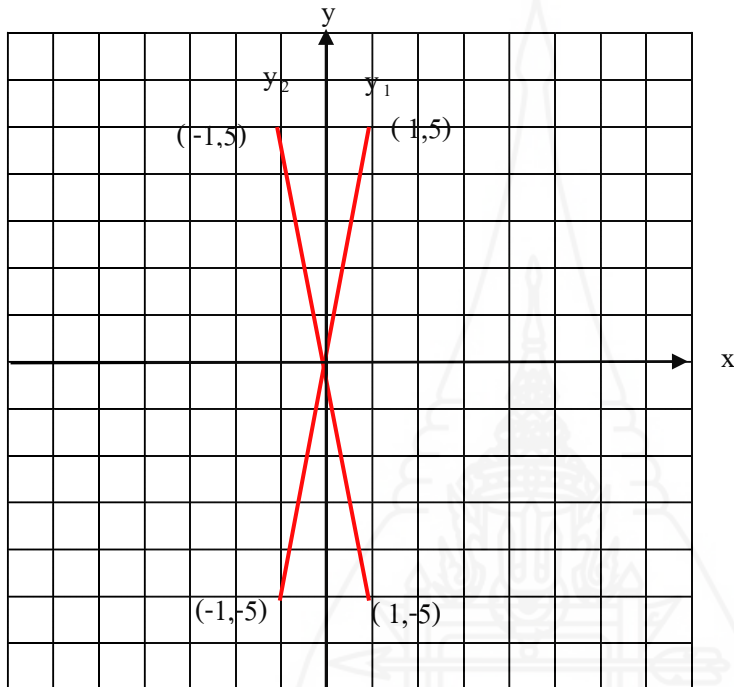
x			
y			

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนกราฟฟังก์ชันต่อไปนี้บนระนาบเดียวกัน

1) $y_1 = 5x$ และ $y_2 = -5x$

2) $y_1 = 2x + 3$ และ $y_2 = 2x - 3$



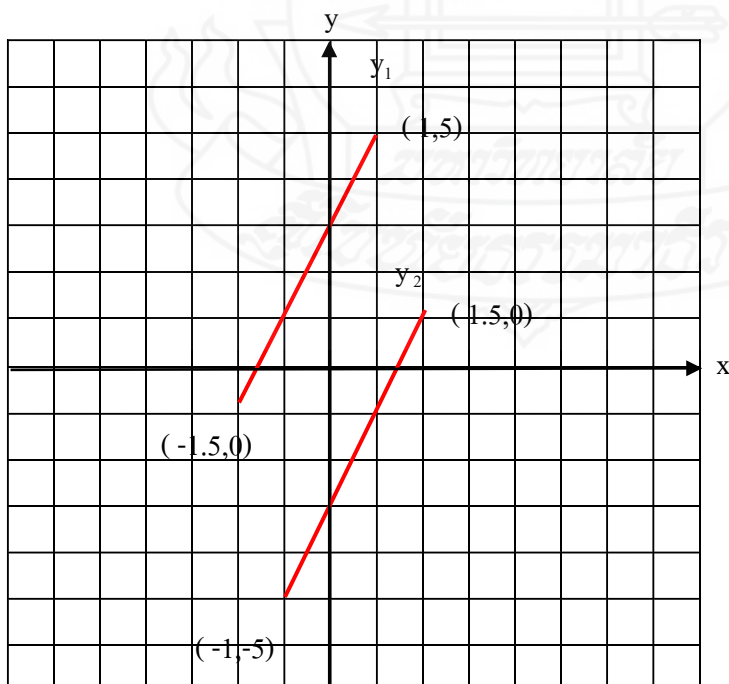
$y_1 = 5x$

x	-1	0	1
y	-5	0	5

$y_2 = -5x$

x	-1	0	1
y	5	0	-5

2)



$y_1 = 2x + 3$

x	-1.5	0	1
y	0	3	5

$y_2 = 2x - 3$

x	1.5	0	1
y	0	-3	-1

ใบกิจกรรมโครงการที่ 1/1

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ $b = 0$ พร้อม
ระบุค่าของ a และเขียนกราฟของฟังก์ชัน

ผู้จัดทำ 1.

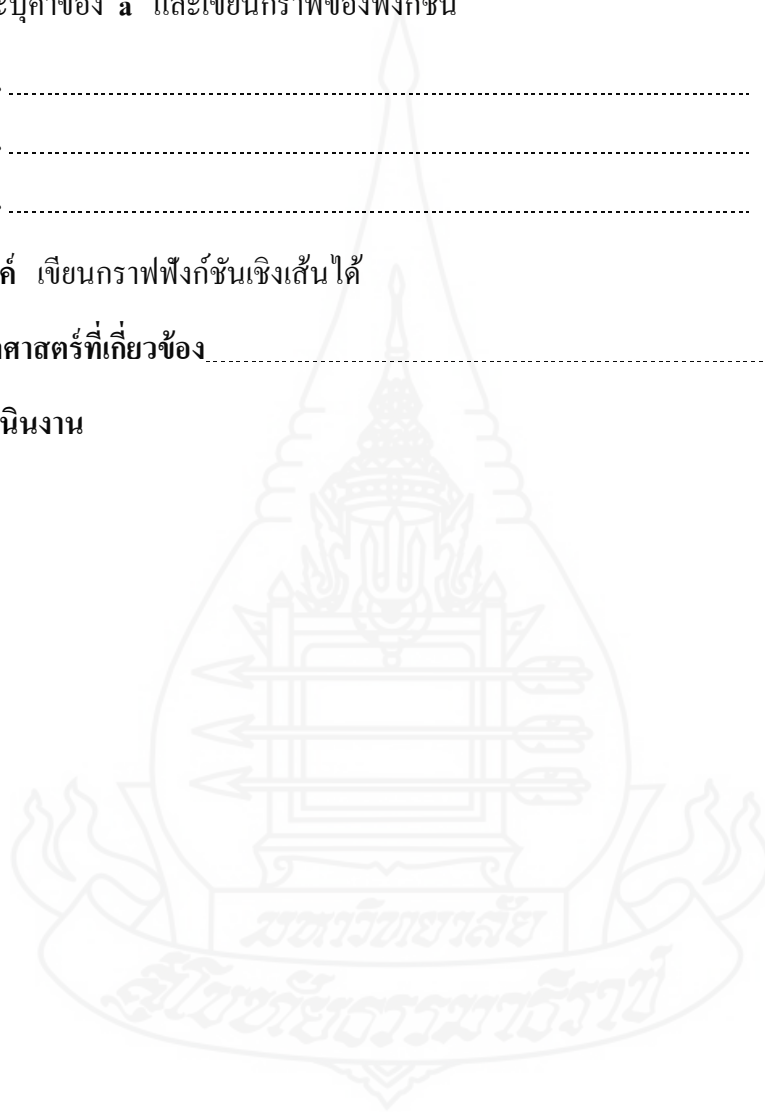
2.

3.

จุดประสงค์ เขียนกราฟฟังก์ชันเชิงเส้นได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

ผลการดำเนินงาน



ใบกิจกรรมโครงการที่ 1/2

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละคนสำรวจกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ $b \neq 0$ พร้อมระบุค่าของ a , b และเขียนกราฟของฟังก์ชัน

ผู้จัดทำ

จุดประสงค์.....

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

ผลการดำเนินงาน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นจะเป็นเส้นตรง

ฟังก์ชัน $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$ จะได้ฟังก์ชันอยู่ในรูป $y = b$ ซึ่งมีชื่อเรียกว่า ฟังก์ชันคงตัว (Constant function) กราฟของฟังก์ชันคงตัวจะเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x เช่น $y = 5, y = -2$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
2. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

การใช้ฟังก์ชันและกราฟในการแก้ปัญหา

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นโดยการถาม – ตอบ เช่น

ครู: จากที่นักเรียนได้ศึกษาเรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นมาเมื่อชั่วโมงที่แล้ว ความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้น คืออะไร

นักเรียน: ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$

ครู: การเขียนกราฟควรดำเนินการอย่างไร

นักเรียน: หาจุดตัดแกน x โดยกำหนดให้ $y = 0$ และหาจุดตัดแกน y โดยกำหนดให้ $x = 0$ แล้วลากเส้นตรงผ่านจุดตัดแกน x และจุดตัดแกน y นั่นก็จะเกิดเป็นกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น

2) ครุณาไปกิจกรรมโครงการที่ 1/2 ที่นักเรียนทำเป็นการบ้านและส่งก่อนเข้าเรียน มาแสดงหน้าชั้นเรียนเพื่อให้ นักเรียนได้เห็นตัวอย่างการทำโครงการอย่างง่ายที่ถูกต้องและทบทวนวิธีการทำองค์ประกอบของโครงการอย่างง่ายอีกครั้ง สำหรับนักเรียนที่ทำมาแล้วมีจุดผิดพลาด ครูแนะนำและให้แก้ไข

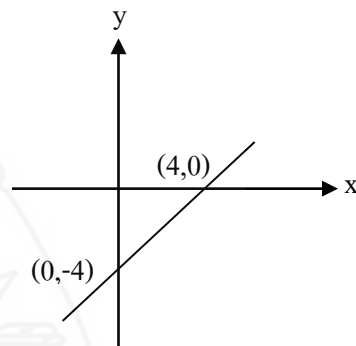
3) ครุณาไปกิจกรรมโครงการที่ 1/2 ที่ถูกต้องแล้วแสดงที่ป้ายนิเทศภายในห้องศูนย์คณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนคนอื่นได้ดูเป็นตัวอย่าง

จันนำเสนอเนื้อหาใหม่

4) ครุณาเสนอเนื้อหาการนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ ดังนี้

ตัวอย่าง จงเขียนกราฟของ $y = x - 4$ และหาว่าจุด $(1, -4)$ อยู่บนกราฟหรือไม่

x	0	4
y	-4	0



หาว่าจุด $(1, -4)$ อยู่บนกราฟหรือไม่

จาก $y = x - 4$ หาค่า y เมื่อ x คือ 1 จะได้ $y = 1 - 4 = -3$

นั่นคือ เมื่อ $x = 1$ จะได้ $y = -3$

แสดงว่า จุด $(1, -3)$ อยู่บนกราฟของ y แต่จุด $(1, -4)$ ไม่อยู่บนกราฟของ y

ตัวอย่าง บริษัทเดินรถแห่งหนึ่งจ่ายค่าแรงให้พนักงานเก็บเงินดังนี้

จ่ายเงินค่าแรงวันละ 150 บาท และจะจ่ายเพิ่มให้อีกร้อยละ 0.05 ของรายได้ที่เก็บได้จากค่าโดยสาร

1. จงเขียนความสัมพันธ์ของค่าแรงที่พนักงานเก็บเงินได้รับกับรายได้ที่ได้จากการเก็บค่าโดยสาร
2. ถ้าวันนี้พนักงานเก็บเงินค่าโดยสารได้ 4,500 บาท พนักงานผู้นี้จะมีรายได้วันนี้กี่บาท
3. ถ้าวันนี้พนักงานเก็บเงินได้รับค่าแรง 230 บาท พนักงานผู้นี้เก็บค่าโดยสารได้กี่บาท

วิธีทำ ให้ x แทน เงินค่าโดยสารที่เก็บได้

$y = f(x)$ แทน เงินค่าแรงที่ได้รับจากบริษัทเดินรถ

1) จะได้ $f(x) = 150 + (0.05)x$

2) ถ้าพนักงานเก็บค่าโดยสารได้ 4,500 บาท

จาก $f(x) = 150 + (0.05)x$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } f(4500) &= 150 + (0.05)(4500) \\ &= 150 + 225 \\ &= 375\end{aligned}$$

ดังนั้น พนักงานจะมีรายได้วันนี้ 375 บาท

3) ถ้าพนักงานมีรายได้วันนี้ 230 บาท

จาก $f(x) = 150 + (0.05)x$

จะได้ $230 = 150 + (0.05)x$

$$x = 1,600$$

ดังนั้น พนักงานเก็บค่าโดยสารได้ 1,600 บาท

5) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 2

6) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

7) ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมและให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีคิดและการหาคำตอบ เช่น

ตัวอย่าง พนักงานขายอาหารเสริมเพื่อสุขภาพผู้หนึ่ง ได้รับเงินจากบริษัทเดือนละ 15,000 บาทและ

ได้รับเพิ่มอีก 10% ของยอดขายอาหารเสริมที่เขาขายได้

1) จงเขียนความสัมพันธ์ของรายได้ในแต่ละเดือนที่พนักงานผู้นี้กับยอดขายอาหารเสริมเพื่อสุขภาพ

2) จงหาว่า ในเดือนที่เขามียอดขาย 50,000 บาท เขาจะได้รับเงินจากบริษัทเท่าใด

วิธีทำ ให้ x แทน ยอดขายอาหารเสริมเพื่อสุขภาพ

$f(x)$ แทน จำนวนเงินที่ได้จากบริษัท

1) จะได้ $f(x) = 15,000 + (0.1)x$

2) ถ้ายอดขายของพนักงานผู้นี้คือ 50,000 บาท

จาก $f(x) = 15,000 + (0.1)x$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } f(50,000) &= 15,000 + (0.1)(50,000) \\
 &= 15,000 + 5,000 \\
 &= 20,000
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ในเดือนที่เขามียอดขาย 50,000 บาท เขาจะได้รับเงินเดือน 20,000 บาท

8) ครูและนักเรียนสรุปข้อความรู้ร่วมกันเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ดังนี้คือ

ครู: นักเรียนคิดว่าการนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์นั้นมีวิธีการในการทำอย่างไร

นักเรียน: ต้องอ่านโจทย์ให้เข้าใจและเขียนความสัมพันธ์จากปัญหาของโจทย์นั้นๆ ก่อน หลังจากนั้นจึงหาค่าในสิ่งที่โจทย์ต้องการโดยการแทนค่าตัวเลขในฟังก์ชัน

ขั้นนำไปใช้

9) นักเรียนแต่ละกลุ่ม ทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 2/1 นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยระหว่างนั้นครูคอยดูแลให้คำแนะนำ

10) เมื่อเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบกิจกรรมโครงงาน

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

11) นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 2/2 ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่เป็นสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันและมีลักษณะเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น พร้อมแสดงวิธีการแก้ปัญหาโจทย์และเขียนกราฟให้ถูกต้อง ส่งครูก่อนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 2
2. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 2/1
3. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 2/2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรมโครงงาน

ใบกิจกรรมที่ 2

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ต่อไปนี้
 ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งจ่ายเงินค่าจ้างให้พนักงานขายเดือนละ 5,000 บาท รวมกับ 5% ของยอดขายสินค้า จงหา

- 1) จงเขียนฟังก์ชันแทนรายได้ของพนักงานในแต่ละเดือน
- 2) ถ้าพนักงานมีรายได้ 12,500 บาท พนักงานผู้นี้มียอดขายสินค้ากี่บาท
- 3) ถ้าพนักงานขายสินค้าได้ 35,000 บาท พนักงานผู้นี้จะมีรายได้กี่บาท

ให้ x แทน ยอดขายสินค้า

$f(x)$ แทน รายได้ที่พนักงานได้รับ

1).....

2).....

3).....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้น ไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ต่อไปนี้
 ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งจ่ายเงินค่าจ้างให้พนักงานขายเดือนละ 5,000 บาท รวมกับ 5% ของยอดขายสินค้า จงหา

- 1) จงเขียนฟังก์ชันแทนรายได้ของพนักงานในแต่ละเดือน
- 2) ถ้าพนักงานมีรายได้ 12,500 บาท พนักงานผู้นี้มียอดขายสินค้ากี่บาท
- 3) ถ้าพนักงานขายสินค้าได้ 35,000 บาท พนักงานผู้นี้จะมีรายได้กี่บาท

ให้ x แทน ยอดขายสินค้า
 $f(x)$ แทน รายได้ที่พนักงานได้รับ

1) จะได้ $f(x) = 5,000 + (0.05)x$

2) จาก $f(x) = 5,000 + (0.05)x$

ถ้าพนักงานมีรายได้ 12,500 บาท

จะได้ $12,500 = 5,000 + (0.05)x$

$$x = 150,000$$

ดังนั้น พนักงานผู้นี้มียอดขายสินค้า 150,000 บาท

3) จาก $f(x) = 5,000 + (0.05)x$

ถ้าพนักงานมียอดขายสินค้า 35,000 บาท

จะได้ $f(x) = 5,000 + (0.05)(35,000)$

$$= 6,750$$

ดังนั้น พนักงานผู้นี้มีรายได้ 6,750 บาท

ใบกิจกรรมโครงการที่ 2/1

โครงการ

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้แก้ปัญหาโจทย์

ผู้จัดทำ 1.
2.
3.

จุดประสงค์ เพื่อนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

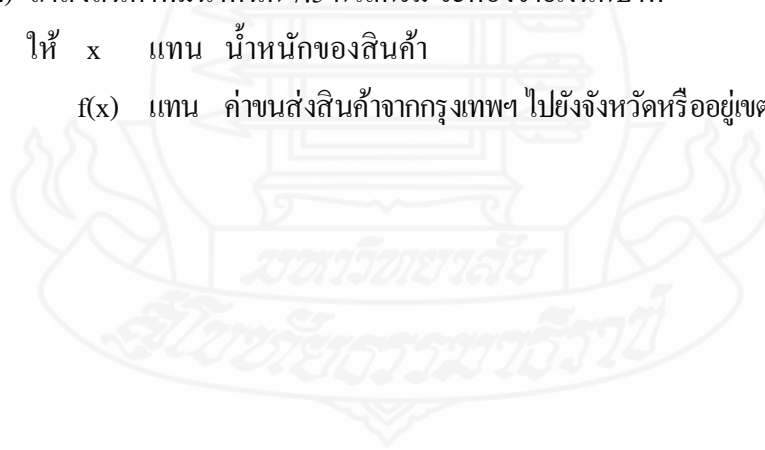
ผลการดำเนินงาน

ค่าขนส่งสินค้าจากกรุงเทพฯ ไปยังจังหวัดหรืออยู่เขตชายแดนภาคเหนือเท่ากับค่าขนส่งเบื้องต้น 200 บาท บวกด้วยค่าขนส่งที่คิดตามน้ำหนักสินค้า กิโลกรัมละ 7 บาท

- (1) จงเขียนฟังก์ชันแทนสิ่งที่กำหนดให้ในรูปของสมการ
- (2) ถ้าส่งสินค้าที่มีน้ำหนัก 7.5 กิโลกรัม จะต้องจ่ายเงินกี่บาท

ให้ x แทน น้ำหนักของสินค้า

$f(x)$ แทน ค่าขนส่งสินค้าจากกรุงเทพฯ ไปยังจังหวัดหรืออยู่เขตชายแดนภาคเหนือ



เฉลยใบกิจกรรมโครงการที่ 2/1

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้แก้ปัญหาโจทย์

ผู้จัดทำ 1.
2.
3.

จุดประสงค์ เพื่อนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

ผลการดำเนินงาน

ค่าขนส่งสินค้าจากกรุงเทพฯ ไปยังจังหวัดหรืออยู่เขตชายแดนภาคเหนือเท่ากับค่าขนส่งเบื้องต้น 200 บาท บวกด้วยค่าขนส่งที่คิดตามน้ำหนักสินค้า กิโลกรัมละ 7 บาท

- (1) จงเขียนฟังก์ชันแทนสิ่งที่กำหนดให้ในรูปของสมการ
- (2) ถ้าส่งสินค้าที่มีน้ำหนัก 7.5 กิโลกรัม จะต้องจ่ายเงินกี่บาท

ให้ x แทน น้ำหนักของสินค้า

$f(x)$ แทน ค่าขนส่งสินค้าจากกรุงเทพฯ ไปยังจังหวัดหรืออยู่เขตชายแดนภาคเหนือ

- วิธีทำ (1) จะได้ $f(x) = 200 + 7x$
- (2) ถ้าส่งสินค้าที่มีน้ำหนัก 7.5 กิโลกรัม จะต้องจ่ายเงินเท่ากับ $f(7.5)$

$$\text{จาก } f(x) = 200 + 7x$$

$$f(7.5) = 200 + 7(7.5)$$

$$\text{ต้องจ่ายเงิน} = 252.50 \text{ บาท}$$

ใบกิจกรรมโครงการที่ 2/2

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่เป็นสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตประจำวัน และมีลักษณะเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น พร้อมแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาและเขียนกราฟให้ถูกต้อง

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

จุดประสงค์.....

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

ผลการดำเนินงาน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันกำลังสอง คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ ซึ่งกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง เรียกว่า พาราโบลา

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ จะเป็นกราฟพาราโบลาชนิดหงาย เมื่อ $a > 0$ และชนิดคว่ำเมื่อ $a < 0$

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$ จะเป็นกราฟพาราโบลาที่มีจุดวกกลับหรือจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, k)$ และแกนสมมาตร คือ แกน Y

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันกำลังสองได้
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$, $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$ ได้
3. บอกลักษณะของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$, $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$ ได้
4. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

ความหมายของฟังก์ชันกำลังสอง

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$, $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- 1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง การเขียนกราฟด้วยการ ถาม – ตอบ เช่น

ครู: นักเรียนมีวิธีการเขียนกราฟอย่างไรได้อีก นอกจากการหาจุดตัดแกน x และ แกน y เมื่อโจทย์กำหนดฟังก์ชันมาให้

นักเรียน: ใช้วิธีการสร้างตารางเพื่อกำหนดค่า x ซึ่งให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ ประมาณ 3 ค่าขึ้นไป ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y โดยจับเป็นคู่ อันดับแล้วจึงเขียนกราฟ

ครู: การเขียนกราฟที่ผ่านมามีลักษณะเป็นเส้นตรง แต่ในวันนี้ นักเรียนจะศึกษา กราฟที่มีลักษณะเป็นเส้นโค้งหงาย, คว่ำ ซึ่งลักษณะกราฟดังกล่าวเรียกว่า กราฟพาราโบลา หรือเป็นกราฟของฟังก์ชันกำลังสองนั่นเอง

ขั้นนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครูนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันกำลังสองและกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบในการสร้างกราฟ เพื่อให้ นักเรียนได้เห็นลักษณะกราฟและมีความเข้าใจยิ่งขึ้น ดังนี้

ความหมายของฟังก์ชันกำลังสอง

ฟังก์ชันกำลังสอง หมายถึง ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ เช่น

- 1) $y = 2x^2 + 3x - 10$ เมื่อ $a = 2, b = 3$ และ $c = -10$
- 2) $y = x^2 + 1$ เมื่อ $a = 1, b = 0$ และ $c = 1$
- 3) $y = -x^2 + 2x + 1$ เมื่อ $a = -1, b = 2$ และ $c = 1$

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง มีชื่อเรียกว่า กราฟพาราโบลา ซึ่งลักษณะกราฟของฟังก์ชันนี้ ขึ้นอยู่กับค่าของ a, b และ c และเมื่อ a เป็นบวกหรือลบ จะทำให้ได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายหรือคว่ำ และเขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

- 1) $y = x^2$
- 2) $y = \frac{1}{2}x^2$
- 3) $y = \frac{1}{4}x^2$

วิธีทำ 1) จาก $y = x^2$ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น 1, 2, 0, -1, -2
ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จะได้

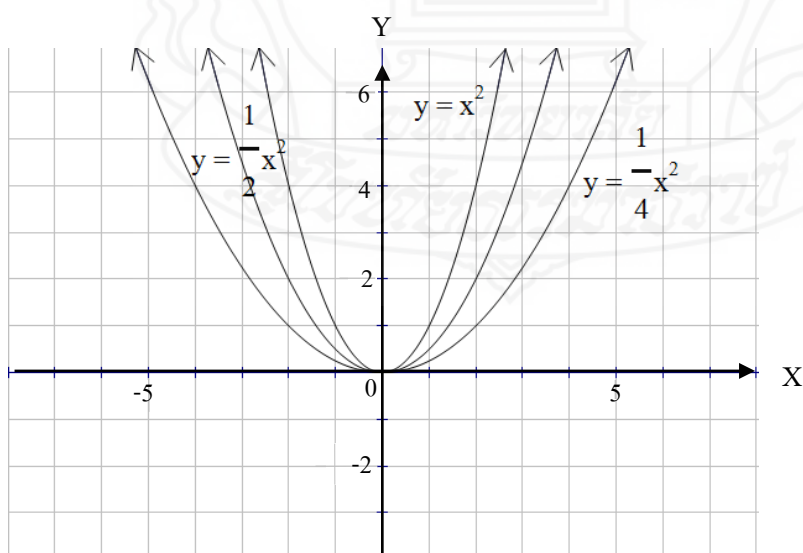
x	1	2	0	-1	-2
y	1	4	0	1	4

2) จาก $y = \frac{1}{2}x^2$ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น 2, 4, 0, -2, -4
ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จะได้

x	2	4	0	-2	-4
y	2	8	0	2	8

3) จาก $y = \frac{1}{4}x^2$ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น 2, 4, 0, -2, -4
ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จะได้

x	2	4	0	-2	-4
y	1	4	0	1	4



กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$

เมื่อ $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย
จุดต่ำสุดอยู่ที่ (0, 0)
ค่าต่ำสุดคือ 0
 $|a|$ ยิ่งมากกราฟยิ่งแคบ

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

$$1) y = -x^2 \quad 2) y = -\frac{1}{2}x^2 \quad 3) y = -\frac{1}{4}x^2$$

วิธีทำ 1) จาก $y = -x^2$ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น 1, 2, 0, -1, -2 ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จะได้

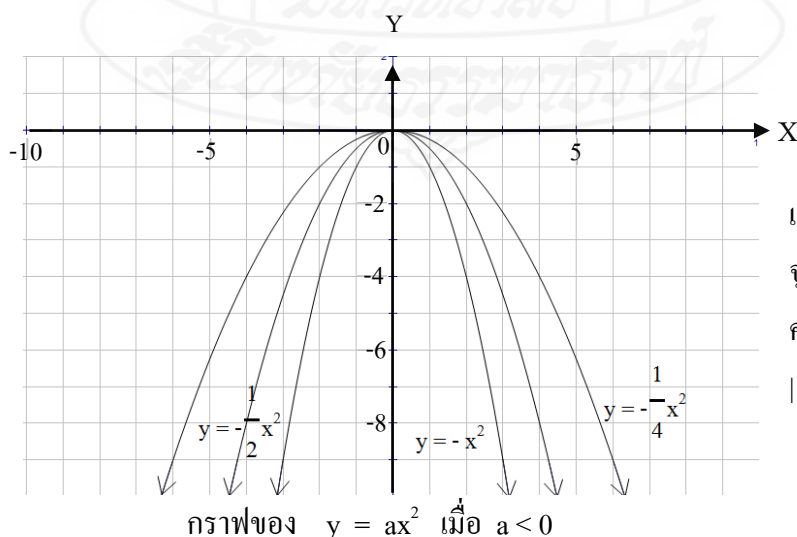
x	1	2	0	-1	-2
y	-1	-4	0	-1	-4

2) จาก $y = -\frac{1}{2}x^2$ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น 2, 4, 0, -2, -4 ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จะได้

x	2	4	0	-2	-4
y	-2	-8	0	-2	-8

3) จาก $y = -\frac{1}{4}x^2$ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น 2, 4, 0, -2, -4 ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จะได้

x	2	4	0	-2	-4
y	-1	-4	0	-1	-4



เมื่อ $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ
จุดสูงสุดอยู่ที่ $(0, 0)$
ค่าสูงสุดคือ 0
 $|a|$ ยิ่งมากกราฟยิ่งแคบ

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ

$$y = ax^2 + k \text{ เมื่อ } a \neq 0 \text{ และ } k \neq 0$$

1. กราฟของ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k > 0$

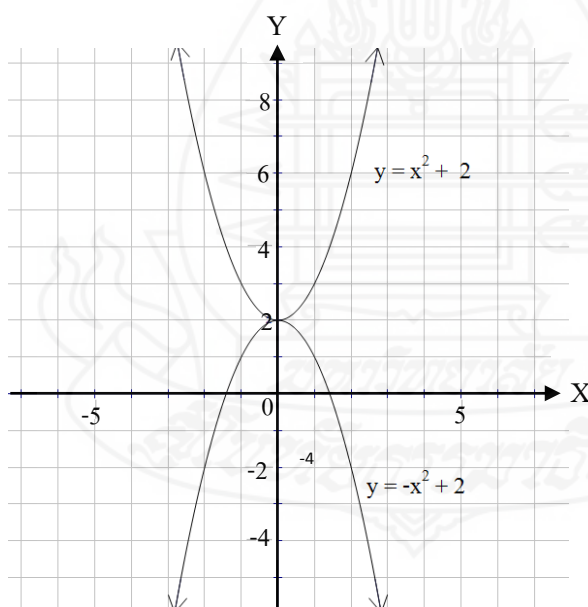
ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1) $y = x^2 + 2$ 2) $y = -x^2 + 2$

วิธีทำ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y ของแต่ละสมการจะได้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 + 2$	11	6	3	2	3	6	11
$y = -x^2 + 2$	-7	-2	1	2	1	-2	-7



จาก $y = x^2 + 2$ จะเห็นว่า $a > 0$

ได้พาราโบลาหงาย

จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, 2)$

ค่าต่ำสุด = 2

และจาก $y = -x^2 + 2$ จะเห็นว่า

$a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ

จุดสูงสุดอยู่ที่ $(0, 2)$

ค่าสูงสุด = 2

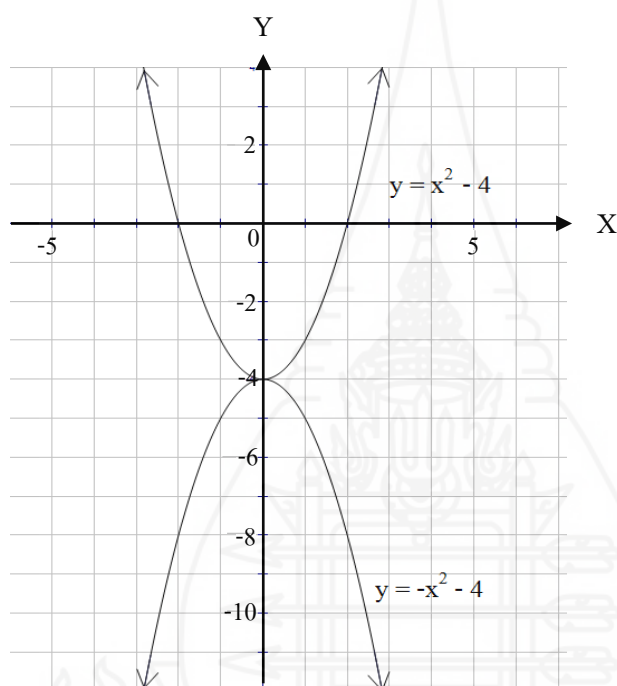
2. กราฟของ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k < 0$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1) $y = x^2 - 4$ 2) $y = -x^2 - 4$

วิธีทำ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$
 ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y ของแต่ละสมการจะได้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 - 4$	-3	0	5	-4	-3	0	5
$y = -x^2 - 4$	-5	-8	-13	-4	-5	-8	-13



จาก $y = x^2 - 4$ จะเห็นว่า $a > 0$
 ได้พาราโบลาหงาย
 จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, -4)$
 ค่าต่ำสุด = -4
 และจาก $y = -x^2 - 4$ จะเห็นว่า
 $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ
 จุดสูงสุดอยู่ที่ $(0, -4)$
 ค่าสูงสุด = -4

3) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 3

4) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5) ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพลัดกันยกตัวอย่างสมการฟังก์ชันและออกมาเขียนกราฟอย่างคร่าวๆ บนกระดาน และร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

6) ครูและนักเรียนสรุปข้อความรู้ร่วมกันโดยการถาม-ตอบ ดังนี้

ครู: ความหมายของฟังก์ชันกำลังสอง คืออะไร

นักเรียน: ฟังก์ชันกำลังสอง คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a \neq 0$

ครู: ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นอย่างไร

- นักเรียน: 1. เมื่อ $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, 0)$
 เมื่อ $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ $(0, 0)$
 2. แกนสมมาตร คือ แกน y หรือเส้นตรง $x = 0$, สมการแกนสมมาตร คือ $x = 0$
 3. เมื่อ $a > 0$ ค่าต่ำสุดคือ 0 และ เมื่อ $a < 0$ ค่าสูงสุด คือ 0
 4. $|a|$ ยิ่งมากกราฟยิ่งแคบ

ครู: ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$ เป็นอย่างไร

- นักเรียน: 1. ถ้า $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, k)$ ค่าต่ำสุด $= k$
 ถ้า $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ $(0, k)$ ค่าสูงสุด $= k$
 2. แกนสมมาตร คือ แกน y หรือเส้นตรง $x = 0$ สมการแกนสมมาตรคือ $x = 0$
 3. ถ้า $k > 0$ จุดวกกลับอยู่เหนือแกน x ถ้า $k < 0$ จุดวกกลับอยู่ใต้แกน x
 4. ถ้า a, k มีเครื่องหมายเหมือนกัน กราฟไม่ตัดแกน x
 ถ้า a, k มีเครื่องหมายต่างกัน กราฟจะตัดแกน x

นำไปใช้

- 7) นักเรียนแต่ละกลุ่ม ทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 3/1 กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยระหว่างนั้นครูคอยดูแลให้คำแนะนำ
 8) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับใบกิจกรรมโครงงานที่ 3/1 ของแต่ละกลุ่ม โดยครูนำผลงานนักเรียนมาแสดงหน้าชั้นเรียนประกอบ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

- 9) นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 3/2 เกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$ ส่งครูก่อนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 3
2. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 3/1
3. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 3/2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรมโครงงาน



ใบกิจกรรมที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการ แกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = 4x^2$							
1.2	$y = -2x^2$							
1.3	$y = -5x^2$							

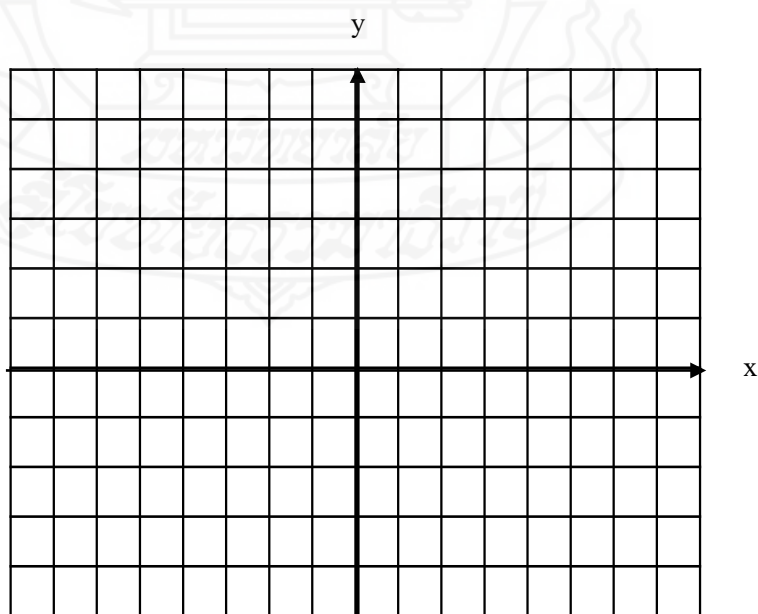
2) จงเติมค่า x และ y ลงในตารางให้ถูกต้อง พร้อมทั้งเขียนกราฟโดยใช้แกนคู่เดียวกัน

(1) $y = 3x^2$

(2) $y = -3x^2$

x	1	2	0	-1	-2
y					

x	1	2	0	-1	-2
y					



3) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้อย่างถูกต้อง

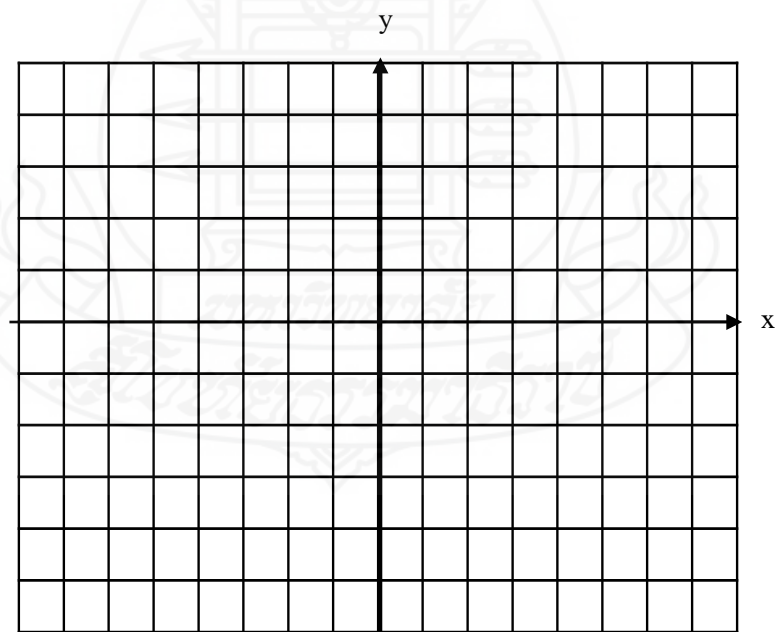
ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการ แกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = -x^2 - 3$							
1.2	$y = 2x^2 + 4$							
1.3	$y = -4x^2 + 5$							

4) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

(1) $y = 2x^2 + 1$

(2) $y = -2x^2 - 1$

x	1	2	3	0	-1	-2	-3
$y = 2x^2 + 1$							
$y = -2x^2 - 1$							



เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

คำชี้แจงให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = 4x^2$	✓		$x = 0$	-	0	-	(0, 0)
1.2	$y = -2x^2$		✓	$x = 0$	0	-	(0, 0)	-
1.3	$y = -5x^2$		✓	$x = 0$	0	-	(0, 0)	-

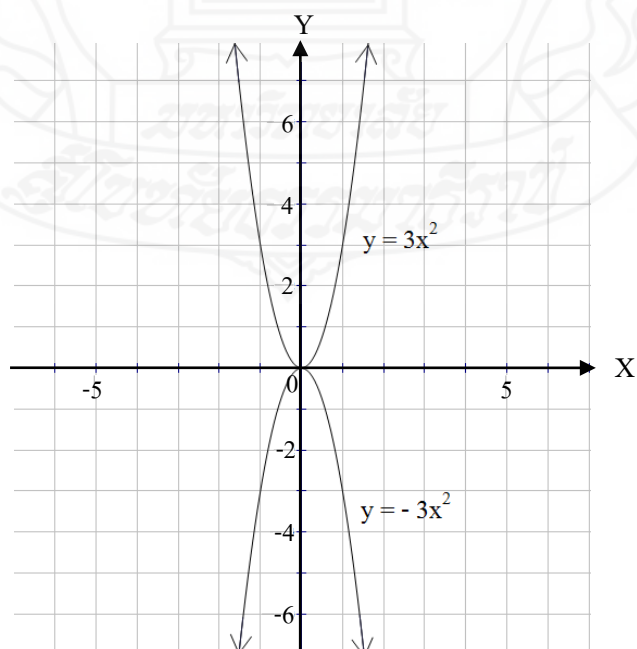
2) จงเติมค่า x และ y ลงในตารางให้ถูกต้อง พร้อมทั้งเขียนกราฟโดยใช้แกนคู่เดียวกัน

(1) $y = 3x^2$

(2) $y = -3x^2$

x	1	2	0	-1	-2
y	3	12	0	3	12

x	1	2	0	-1	-2
y	-3	-12	0	-3	-12



3) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

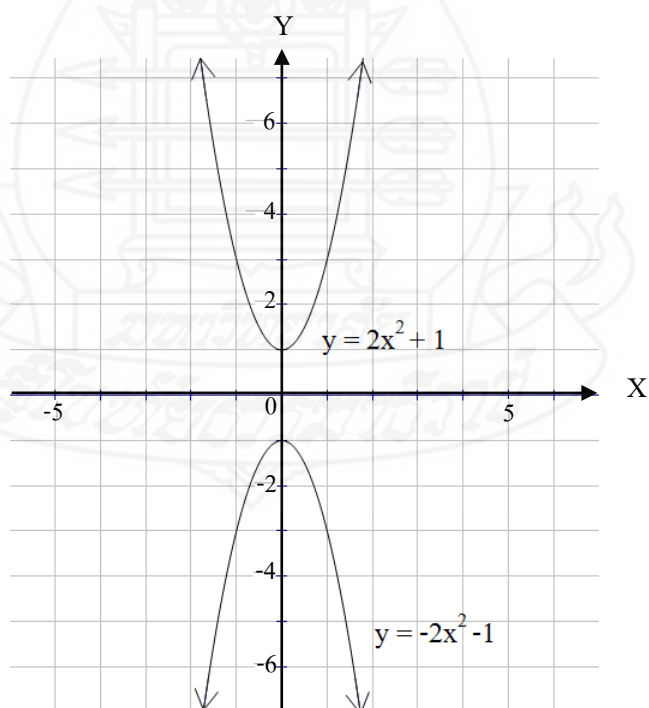
ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = -x^2 - 3$		✓	$x = 0$	-3	-	(0,-3)	-
1.2	$y = 2x^2 + 4$	✓		$x = 0$	-	4	-	(0,4)
1.3	$y = -4x^2 + 5$		✓	$x = 0$	5	-	(0,5)	-

4) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

(1) $y = 2x^2 + 1$

(2) $y = -2x^2 - 1$

x	1	2	3	0	-1	-2	-3
$y = 2x^2 + 1$	3	9	19	1	3	9	19
$y = -2x^2 - 1$	-3	-9	-19	-1	-3	-9	-19



ใบกิจกรรมโครงงานที่ 3/1

โครงงาน.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ พร้อมทั้งเขียนกราฟ และบอกลักษณะของฟังก์ชัน

ผู้จัดทำ 1.

2.

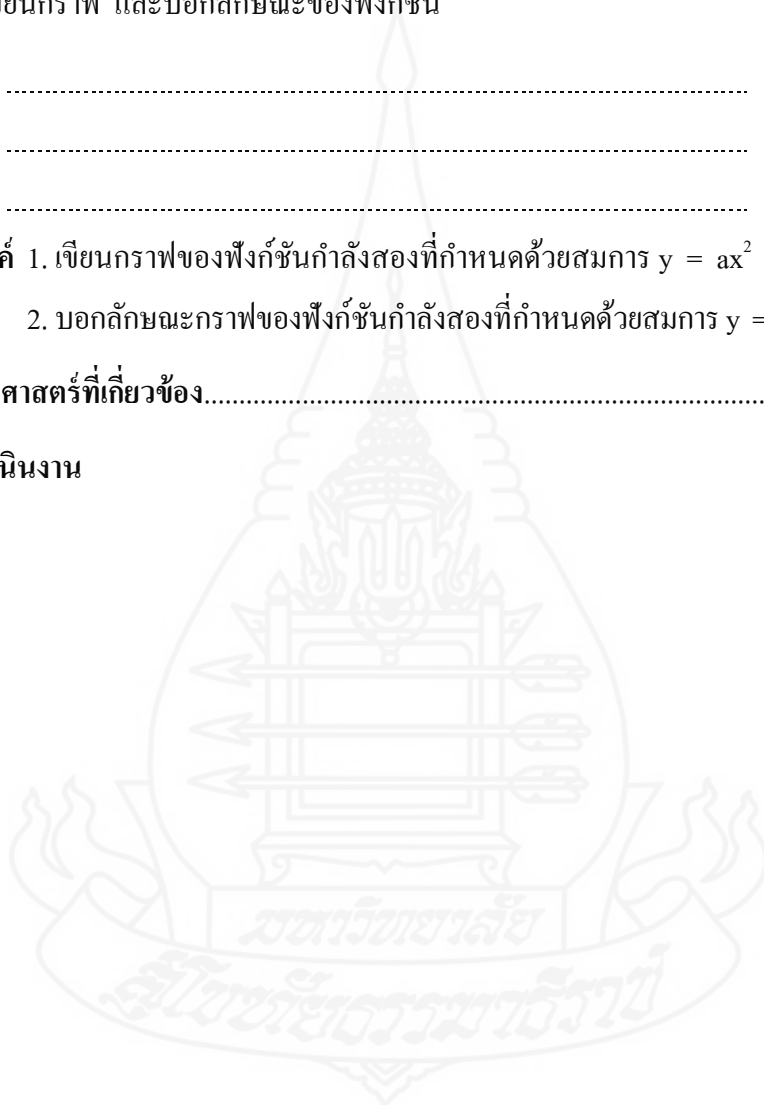
3.

จุดประสงค์ 1. เขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

2. บอกลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

ผลการดำเนินงาน



ใบกิจกรรมโครงงานที่ 3/2

โครงงาน

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละคนสำรวจกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$ พร้อมทั้งเขียนกราฟโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) และบอกลักษณะของฟังก์ชัน

ผู้จัดทำ

จุดประสงค์

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ผลการดำเนินงาน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง (2)

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h \neq 0$ จะเป็นกราฟพาราโบลาที่มีจุดวกกลับหรือจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดอยู่ที่ $(h, 0)$ และแกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = h$

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $k \neq 0$ จะเป็นพาราโบลาที่มีจุดวกกลับหรือจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดอยู่ที่ (h, k) และมีแกนสมมาตร คือ เส้นตรง $x = h$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เขียนกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$, $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$, $k \neq 0$ ได้
2. บอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$, $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$, $k \neq 0$ ได้
3. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

กราฟของฟังก์ชันที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$, $k \neq 0$

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้ เรื่อง ลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง ที่ได้ศึกษามาแล้วในชั่วโมงก่อนด้วยการ ถาม – ตอบ เช่น

ครู: ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นอย่างไร

นักเรียน: 1. เมื่อ $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, 0)$

เมื่อ $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ $(0, 0)$

2. แกนสมมาตร คือ แกน y หรือเส้นตรง $x = 0$, สมการแกนสมมาตร คือ $x = 0$
เมื่อ $a > 0$ ค่าต่ำสุด คือ 0 และเมื่อ $a < 0$ ค่าสูงสุด คือ 0

3. $|a|$ ยิ่งมากกราฟ ยิ่งแคบ

ครู: ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$ เป็นอย่างไร

นักเรียน: 1. ถ้า $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, k)$ ค่าต่ำสุด $= k$
ถ้า $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ $(0, k)$ ค่าสูงสุด $= k$
2. แกนสมมาตร คือ แกน y หรือเส้นตรง $x = 0$ สมการแกนสมมาตร คือ $x = 0$
3. ถ้า $k > 0$ จุดวกกลับอยู่เหนือแกน x ถ้า $k < 0$ จุดวกกลับอยู่ใต้แกน x
4. ถ้า a, k มีเครื่องหมายเหมือนกัน กราฟไม่ตัดแกน x
ถ้า a, k มีเครื่องหมายต่างกัน กราฟจะตัดแกน x

ครู: ในช่วงนี้นักเรียนจะได้ศึกษาลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ
 $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h \neq 0$, $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$, $k \neq 0$
ซึ่งนักเรียนจะต้องใช้ความรู้ที่ได้ศึกษาเมื่อช่วงก่อนประกอบกันด้วย

แนะนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครูนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$, $k \neq 0$ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบในการสร้างกราฟเพื่อให้นักเรียนได้เห็นลักษณะกราฟและมีความเข้าใจยิ่งขึ้น ดังนี้

กราฟของฟังก์ชันที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$

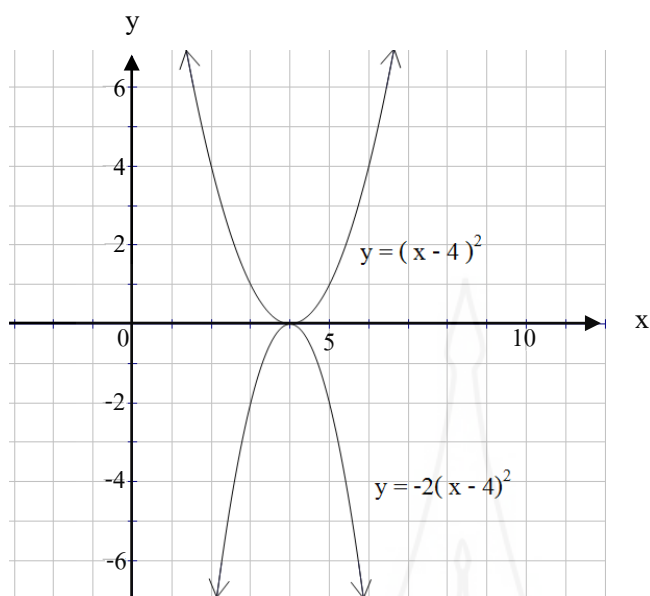
1. กราฟของ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h > 0$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

$$1) y = (x - 4)^2 \quad 2) y = -2(x - 4)^2$$

วิธีทำ จาก $y = (x - 4)^2$ และ $y = -2(x - 4)^2$ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น 2, 3, 4, 0, 5, 6, 7 ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จะได้

x	2	3	4	0	5	6	7
$y = (x - 4)^2$	4	1	0	16	1	4	9
$y = -2(x - 4)^2$	-8	-2	0	-32	-2	-8	-18



จาก $y = (x - 4)^2$ จะเห็นว่า $a > 0$

ได้พาราโบลาหงาย

จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(4, 0)$

ค่าต่ำสุด = 0

และจาก $y = -2(x - 4)^2$ จะเห็นว่า

$a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ

จุดสูงสุดอยู่ที่ $(4, 0)$

ค่าสูงสุด = 0

2. กราฟของ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h < 0$

ถ้า $h < 0$ จะได้สมการใหม่เป็น $y = a(x - (-h))^2$

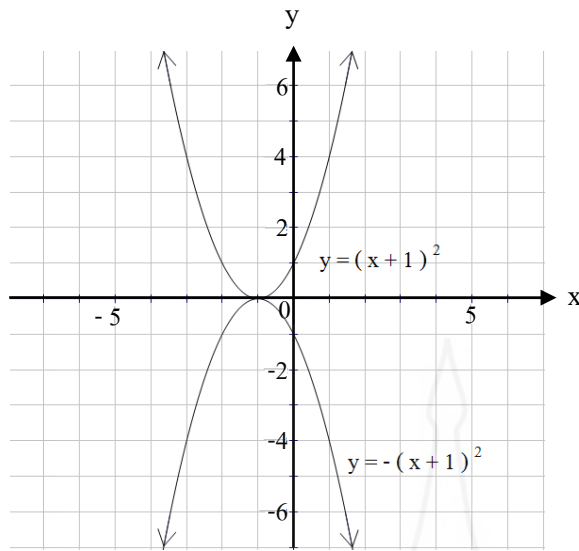
$$= a(x + h)^2$$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1) $y = (x + 1)^2$ 2) $y = -(x + 1)^2$

วิธีทำ จาก $y = (x + 1)^2$ และ $y = -(x + 1)^2$ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จะได้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = (x + 1)^2$	4	1	0	1	4	9	16
$y = -(x + 1)^2$	-4	-1	0	-1	-4	-9	-16



จาก $y = (x+1)^2$ จะเห็นว่า $a > 0$

ได้พาราโบลาหงาย

จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(-1, 0)$

ค่าต่ำสุด = 0

และจาก $y = -(x+1)^2$ จะเห็นว่า

$a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ

จุดสูงสุดอยู่ที่ $(-1, 0)$

ค่าสูงสุด = 0

กราฟของฟังก์ชันที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0, k \neq 0$

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1) $y = -(x+1)^2 - 2$

2) $y = -(x+2)^2 + 1$

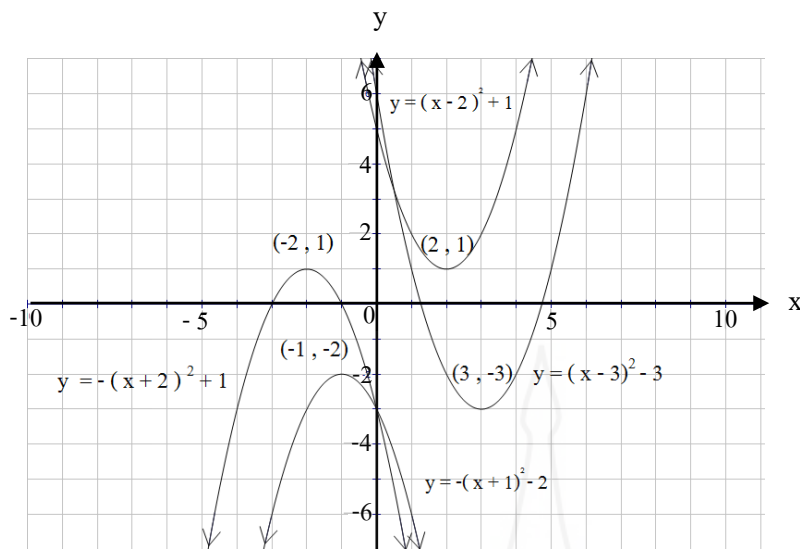
3) $y = (x-3)^2 - 3$

4) $y = (x-2)^2 + 1$

วิธีทำ จาก $y = -(x+1)^2 - 2$, $y = -(x+2)^2 + 1$, $y = (x-3)^2 - 3$ และ $y = (x-2)^2 + 1$
กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการ
เพื่อหาค่า y จะได้

x	-1	-2	0	1
$y = -(x+1)^2 - 2$	-2	-3	-1	-6
$y = -(x+2)^2 + 1$	0	1	-3	-8

x	0	1	2	3
$y = (x-3)^2 - 3$	6	1	-2	-3
$y = (x-2)^2 + 1$	5	2	1	2



จาก $y = (x-3)^2 - 3$ จะเห็นว่า
 $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย
 จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(3, -3)$ ค่าต่ำสุด $= -3$
 จาก $y = (x-2)^2 + 1$ จะเห็นว่า
 $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย
 จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(2, 1)$ ค่าต่ำสุด $= 1$
 จาก $y = -(x+1)^2 - 2$ จะเห็นว่า
 $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ
 จุดสูงสุดอยู่ที่ $(-1, -2)$ ค่าสูงสุด $= -2$
 และจาก $y = -(x+2)^2 + 1$ จะเห็นว่า
 $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ
 จุดสูงสุดอยู่ที่ $(-2, 1)$ ค่าสูงสุด $= 1$

3) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 4

4) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5) ครูสุ่มนักเรียนมา 2 - 3 คน โดยให้นักเรียนยกตัวอย่างฟังก์ชันที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x-h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ และ $y = a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0, k \neq 0$ พร้อมทั้งบอกลักษณะของกราฟมาพอสมควรสัก 3 - 4 ตัวอย่าง โดยตรวจสอบความถูกต้องด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

6) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้ในชั่วโมงนี้ร่วมกัน ดังนี้

ครู: เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเรื่องกราฟชนิดต่างๆ มาแล้ว พอจะช่วยกันบอกได้ไหมว่า ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x-h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ เป็นอย่างไร

นักเรียน: ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x-h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ มีข้อควรพิจารณา ดังนี้

- ถ้า $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(h, 0)$ ค่าต่ำสุด $= 0$
 ถ้า $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ $(h, 0)$ ค่าสูงสุด $= 0$
- แกนสมมาตรคือ เส้นตรง $x = h$ สมการแกนสมมาตร คือ $x = h$
- $h > 0$ แกนสมมาตรอยู่ทางซ้ายของแกน y
 $h < 0$ แกนสมมาตรอยู่ทางขวาของแกน y

ครู: แล้วลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เป็นอย่างไร

- นักเรียน:
1. เมื่อ $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ (h, k) ค่าต่ำสุด $= k$
เมื่อ $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ (h, k) ค่าสูงสุด $= k$
 2. ถ้า $k > 0$ จุดวกกลับอยู่เหนือแกน x ถ้า $k < 0$ จุดวกกลับอยู่ใต้แกน x
 3. แกนสมมาตร คือ เส้นตรง $x = h$ สมการแกนสมมาตร คือ $x = h$
 4. ถ้า $h > 0$ แกนสมมาตรอยู่ทางซ้ายมือของแกน y
ถ้า $h < 0$ แกนสมมาตรอยู่ทางขวามือของแกน y
 5. ถ้า a และ k มีเครื่องหมายเหมือนกันกราฟไม่ตัดแกน x
ถ้า a และ k มีเครื่องหมายต่างกันกราฟตัดแกน x

นำไปใช้

7) นักเรียนแต่ละกลุ่ม ทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 4 /1 กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ โดยระหว่างนั้นครูคอยดูแลให้คำแนะนำ

8) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนากับใบกิจกรรมโครงงานที่ 4/1 ของแต่ละกลุ่ม โดยครูนำผลงานนักเรียนมาแสดงหน้าชั้นเรียนประกอบ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

9) นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 4 /2 เกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0, k \neq 0$ ส่งครูก่อนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 4
2. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 4/1
3. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 4/2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรมโครงงาน

ใบกิจกรรมที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการ แกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = (x + 10)^2$							
1.2	$y = -(x + 4)^2$							
1.3	$y = 2(x - 4)^2$							
1.4	$y = -(x - 5)^2$							

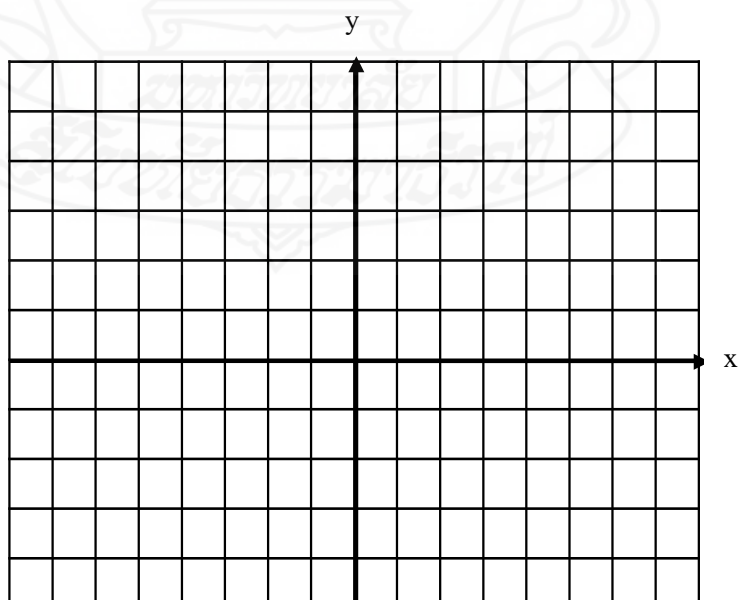
2) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

(1) $y = (x + 5)^2$

(2) $y = -(x - 7)^2$

x	-3	-4	-5	-6	-7
$y = (x + 5)^2$					

x	5	6	7	8	9
$y = -(x - 7)^2$					



3) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการ แกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หยาบ	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = -(x+6)^2 - 5$							
1.2	$y = 2(x-4)^2 + 5$							
1.3	$y = -4(x+5)^2 - 8$							
1.4	$y = 2(x+1)^2 + 7$							

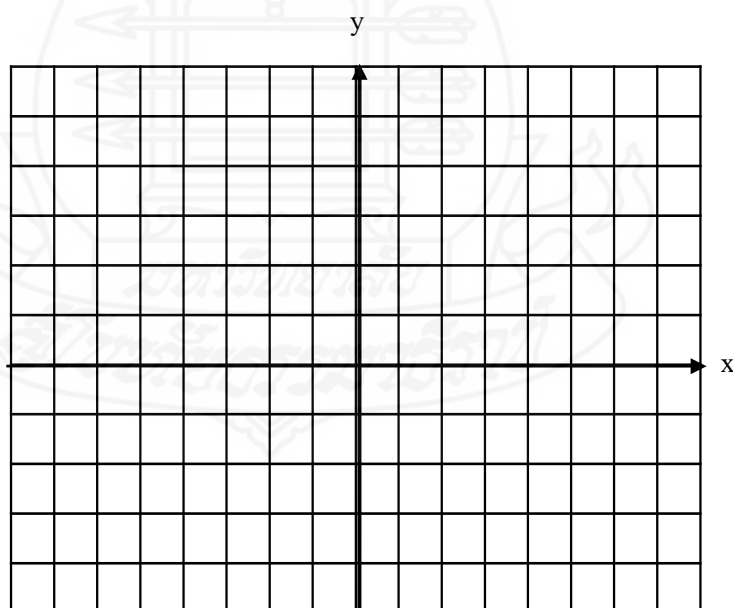
4) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

(1) $y = (x-3)^2 + 1$

(2) $y = -(x+4)^2 - 3$

x	5	4	3	2	1
$y = (x-3)^2 + 1$					

x	-5	-4	-3	-2	-1
$y = -(x+4)^2 - 3$					



เฉลยใบกิจกรรมที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = (x + 10)^2$	✓		$x = -10$	-	0	-	$(-10, 0)$
1.2	$y = -(x + 4)^2$		✓	$x = -4$	0	-	$(-4, 0)$	-
1.3	$y = 2(x - 4)^2$	✓		$x = 4$	-	0	-	$(4, 0)$
1.4	$y = -(x - 5)^2$		✓	$x = 5$	0	-	$(5, 0)$	-

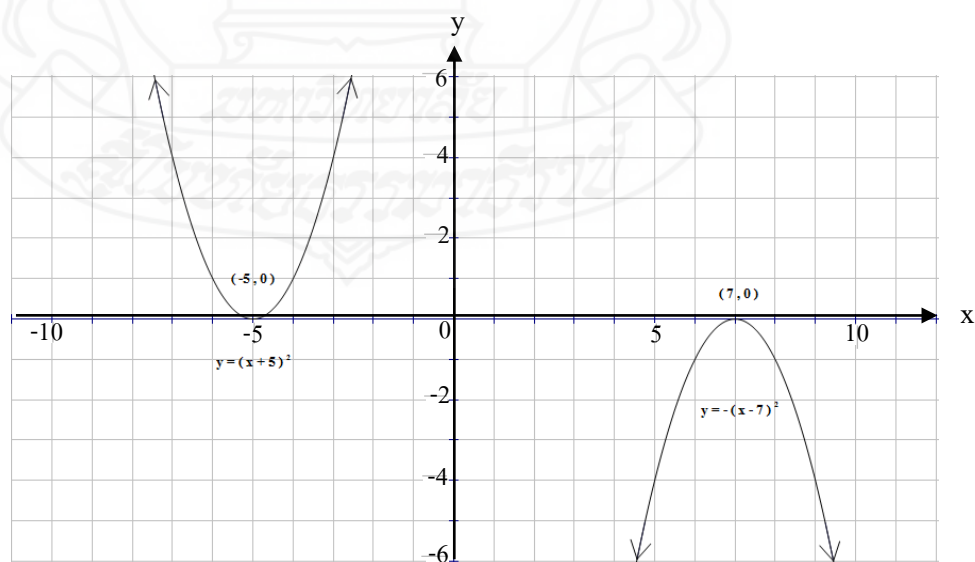
2) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

(1) $y = (x + 5)^2$

(2) $y = -(x - 7)^2$

x	-3	-4	-5	-6	-7
$y = (x + 5)^2$	4	1	0	1	4

x	5	6	7	8	9
$y = -(x - 7)^2$	-4	-1	0	-1	-4



3) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = -(x+6)^2 - 5$		✓	$x = -6$	-5	-	$(-6, -5)$	-
1.2	$y = 2(x-4)^2 + 5$	✓		$x = 4$	-	5	-	$(4, 5)$
1.3	$y = -4(x+5)^2 - 8$		✓	$x = -5$	-8	-	$(-5, -8)$	-
1.4	$y = 2(x+1)^2 + 7$	✓		$x = -1$	-	7	-	$(-1, 7)$

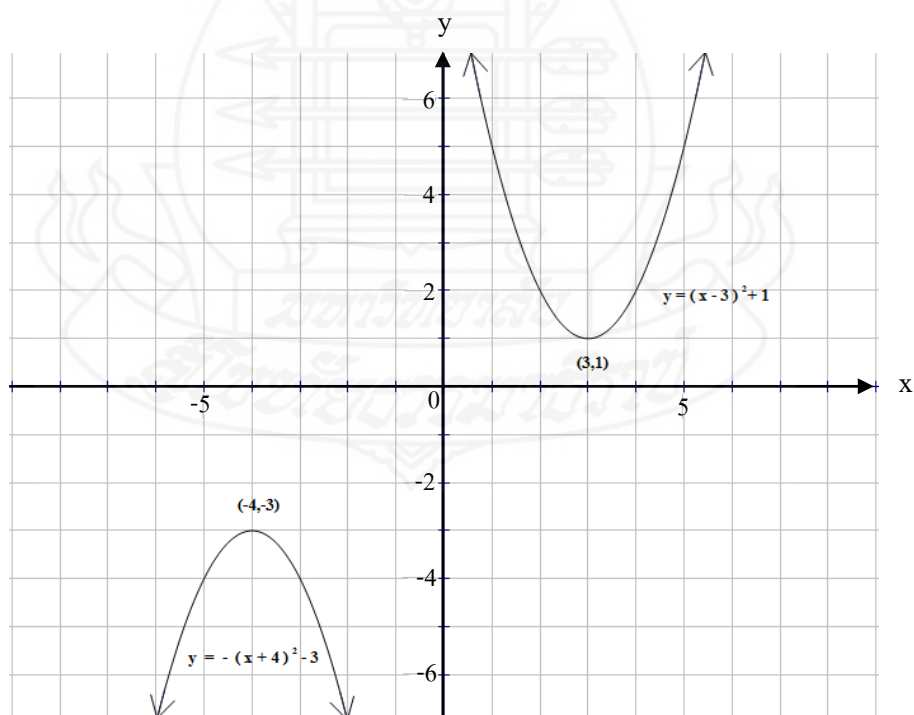
4) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

(1) $y = (x-3)^2 + 1$

x	5	4	3	2	1
$y = (x-3)^2 + 1$	5	2	1	2	5

(2) $y = -(x+4)^2 - 3$

x	-5	-4	-3	-2	-1
$y = -(x+4)^2 - 3$	-4	-3	-4	-7	-12



ใบกิจกรรมโครงการที่ 4/1

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ พร้อมทั้งเขียนกราฟและบอกลักษณะของฟังก์ชัน

ผู้จัดทำ 1.

2.

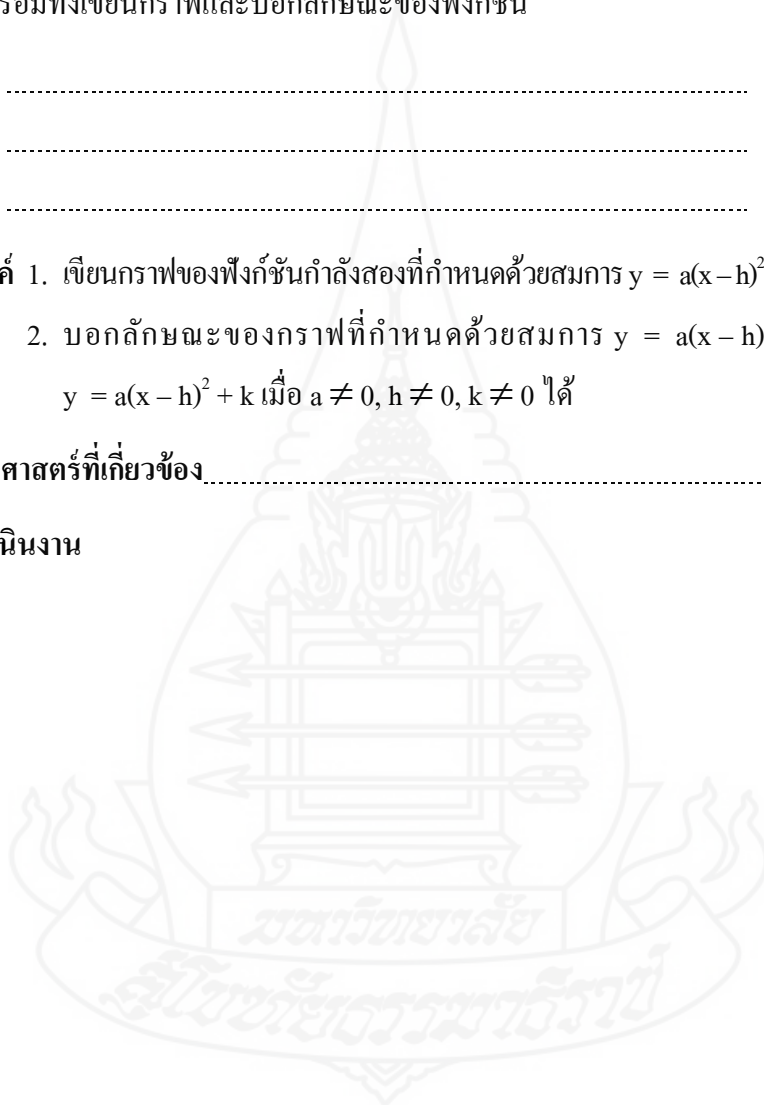
3.

จุดประสงค์ 1. เขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ ได้

2. บอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$,
 $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0, k \neq 0$ ได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

ผลการดำเนินงาน



ใบกิจกรรมโครงการที่ 4/2

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละคนสำรวจกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0, k \neq 0$ พร้อมทั้งเขียนกราฟและบอกลักษณะของฟังก์ชัน

ผู้จัดทำ.....

จุดประสงค์.....

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

ผลการดำเนินงาน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง (3)

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ การเขียนกราฟควรจัดสมการให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ จะทำให้เขียนกราฟได้ง่ายขึ้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เขียนกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$ ได้
2. บอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$ ได้
3. นำเสนอกราฟในรูปโครงงานได้

สาระการเรียนรู้

กราฟของฟังก์ชันที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันกำลังสองและการทำโครงงานในขั้นตอนที่ 1 ที่ได้ศึกษามาแล้วด้วยการ ถาม – ตอบ เช่น

ครู: ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นอย่างไร

นักเรียน: เมื่อ $a > 0$ ได้กราฟพาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, 0)$ เมื่อ $a < 0$ ได้กราฟพาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ $(0, 0)$

ครู: ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$ เป็นอย่างไร

นักเรียน: ถ้า $a > 0$ ได้กราฟพาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, k)$ ค่าต่ำสุด $= k$

ถ้า $a < 0$ ได้กราฟพาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ $(0, k)$ ค่าสูงสุด $= k$

ครู: ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ เป็นอย่างไร

นักเรียน: ถ้า $a > 0$ ได้กราฟพาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(h, 0)$ ค่าต่ำสุด $= 0$

ถ้า $a < 0$ ได้กราฟพาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ $(h, 0)$ ค่าสูงสุด $= 0$

ครู: แล้วลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เป็นอย่างไร

นักเรียน: เมื่อ $a > 0$ ได้กราฟพาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ (h, k) ค่าต่ำสุด $= k$

เมื่อ $a < 0$ ได้กราฟพาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ (h, k) ค่าสูงสุด $= k$

ครู: นักเรียนจะสังเกตว่าใน 4 ชั่วโมงที่ผ่านมา ครูได้สอดแทรกกิจกรรม
โครงการเข้าไปในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นกิจกรรมโครงการในขั้นตอนที่ 1
เริ่มเรียนรู้สู่โครงการเบื้องต้น นักเรียนพอจะบอกครูได้หรือไม่ว่า
องค์ประกอบของโครงการในขั้นตอนที่ 1 มีอะไรบ้าง

นักเรียน: องค์ประกอบของโครงการประกอบไปด้วย

1. ชื่อโครงการ ซึ่งสามารถตั้งชื่อเองให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระที่กำลังเรียนรู้จัดทำโครงการ ซึ่งก็คือ ชื่อ ของผู้ที่ร่วมจัดทำโครงการนั้น ซึ่งอาจทำเดี่ยวหรือทำกลุ่มก็ได้
2. จุดประสงค์ สามารถฝึกทำได้ด้วยการปรับเปลี่ยนคำสั่งที่ให้ทำแบบฝึกหัดพัฒนามาเป็นจุดประสงค์ของโครงการ
3. สารคดีศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ระบุชื่อของหัวข้อ หรือ ชื่อเรื่อง
4. ผลการดำเนินงาน พัฒนามาจากวิธีทำและคำตอบที่ทำตามคำสั่งเป็นวิธีการนำเสนอในแบบของตนเอง ให้น่าสนใจ

ครู: หลังจากที่นักเรียนได้ฝึกฝนทำโครงการในขั้นตอนที่ 1 ผ่านไปพอสมควรแล้ว
ครูคิดว่าหลังจากนี้นักเรียนควรได้ฝึกทำโครงการในขั้นตอนที่ 2 ฝึกฝนเติม
สาระและระบุวิธีการดำเนินงานเพื่อเพิ่มพูนความรู้ในเนื้อหาของ
ฟังก์ชันและการทำโครงการต่อไป

แนะนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครูนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ

a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$ ดังนี้

กราฟของฟังก์ชันที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$

เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$

จากสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เราสามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ ได้
โดยใช้ความรู้เรื่องกำลังสองสมบูรณ์ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 y &= ax^2 + bx + c \\
 &= a \left(x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} \right) \\
 &= a \left\{ x^2 + \frac{2bx}{2a} + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right\} \quad \left(\text{เพิ่ม } \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \text{ และลบ } \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right) \\
 &= a \left\{ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right\} \\
 &= a \left[x - \left(-\frac{b}{2a} \right) \right]^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}
 \end{aligned}$$

จาก $y = a(x - \textcircled{h})^2 + \textcircled{k}$ (ให้ $h = -\frac{b}{2a}$, $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$)

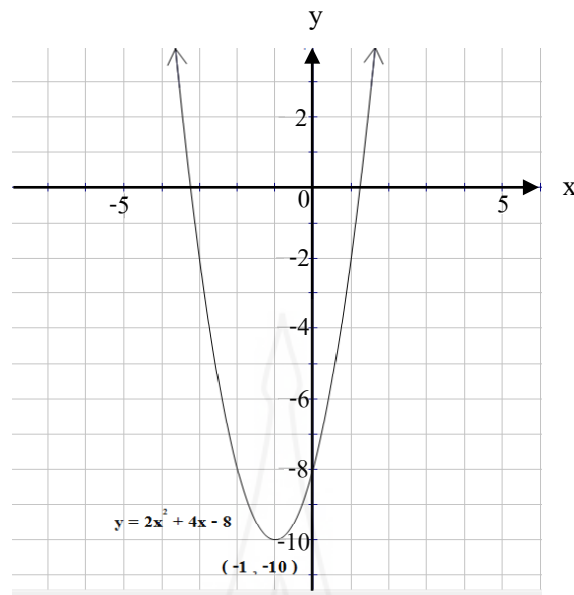
ตัวอย่างที่ 1 จงหาจุดวกกลับของกราฟของฟังก์ชัน $y = 2x^2 + 4x - 8$ พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ จาก $y = 2x^2 + 4x - 8$

$$\begin{aligned}
 &= 2(x^2 + 2x - 4) \\
 &= 2\{(x^2 + 2x + 1) - 4 - 1\} \quad (\text{เพิ่ม 1 และลบ 1}) \\
 &= 2\{(x + 1)^2 - 5\} \\
 &= 2(x + 1)^2 - 10
 \end{aligned}$$

จะได้ $h = -1$, $k = -10$

$\therefore$ จุดวกกลับ คือ จุด $(-1, -10)$



จากสมการที่อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$ จะพบว่า กราฟของ $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ จะมีจุดวกกลับที่จุด $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ แต่เนื่องจาก $f(h) = k$ ดังนั้น จึงอาจเขียนจุดวกกลับของ f ในรูป $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ ได้

ตัวอย่างที่ 2 จงหาจุดวกกลับของกราฟของฟังก์ชัน $y = x^2 + 2x - 3$

วิธีทำ จาก $y = x^2 + 2x - 3$ จะได้ $a = 1, b = 2, c = -3$

$$\text{จะได้ } -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{2(1)} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4(1)(-3) - 2^2}{4(1)} = \frac{-12 - 4}{4} = \frac{-16}{4} = -4$$

$\therefore$ จุดวกกลับ คือ จุด $(-1, -4)$

3) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 5

4) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

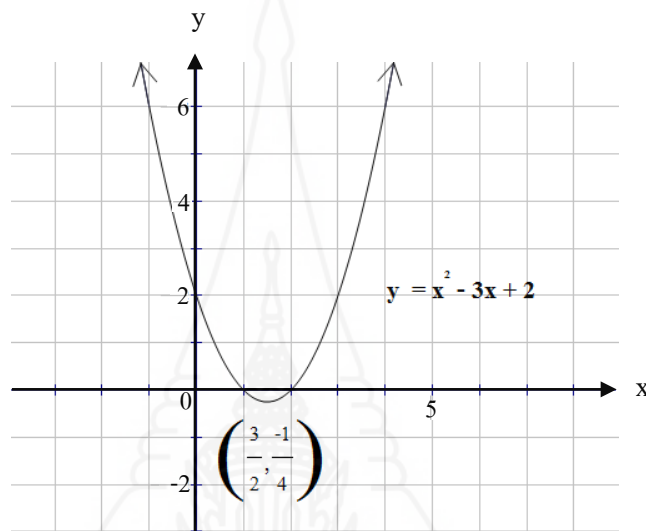
5) ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมและให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดและการหาคำตอบ

เช่น

ตัวอย่างที่ 3 จงหาจุดวกกลับของกราฟของฟังก์ชัน $y = x^2 - 3x + 2$ พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ จาก $y = x^2 - 3x + 2$ จะได้ $a = 1, b = -3, c = 2$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } -\frac{b}{2a} &= \frac{-(-3)}{2(1)} = \frac{3}{2} \\ \frac{4ac - b^2}{4a} &= \frac{4(1)(2) - (-3)^2}{4(1)} = \frac{8 - 9}{4} = -\frac{1}{4} \\ \therefore \text{จุดวกกลับ คือ จุด } &\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right) \end{aligned}$$



6) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้ในชั่วโมงนี้ร่วมกัน ดังนี้

ครู: เมื่อนักเรียนได้ศึกษาวิธีการหาจุดวกกลับของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$ แล้วนั้น นักเรียนจะสรุปวิธีการหาได้อย่างไร

นักเรียน: เปลี่ยนให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ จุดวกกลับ คือ จุด (h, k) หรือหาจากสูตร $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ หรือ $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

ครู: เมื่อนักเรียนได้จุดวกกลับแล้วทำอย่างไรต่อจึงจะได้กราฟ

นักเรียน: กำหนดจุดวกกลับและสามารถเขียนกราฟอย่างคร่าว ๆ โดยพิจารณาจากค่าของ a ดังนี้ ถ้า $a > 0$ ได้กราฟพาราโบลาหงาย, $a < 0$ ได้กราฟพาราโบลาคว่ำ

ขั้นนำไปใช้

7) ครูแนะนำเกี่ยวกับการทำโครงการในขั้นตอนที่ 2 ฝึกฝนเดิมสาระและกระบวนการดำเนินงาน โดยเพิ่มรายละเอียดของเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และเพิ่มการเขียนวิธีดำเนินงานสั้น ๆ หลังจากนั้น ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมโครงการที่ 5/1 กราฟของฟังก์ชัน

ที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$ โดยระหว่างนั้น
ครูคอยดูแลให้คำแนะนำ

8) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนากับใบกิจกรรมโครงการที่ 5/1 ของแต่ละกลุ่ม โดยครู
นำผลงานนักเรียนมาแสดงหน้าชั้นเรียนประกอบ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

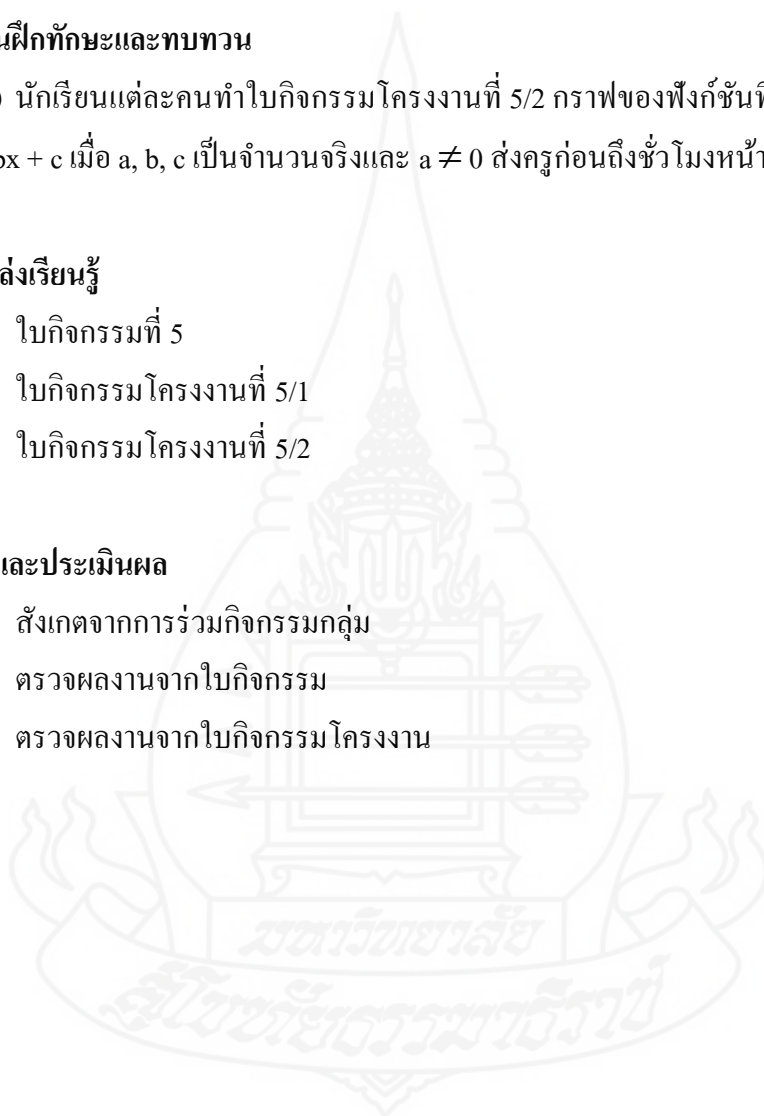
9) นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมโครงการที่ 5/2 กราฟของฟังก์ชันที่กำหนดด้วยสมการ
 $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$ ส่งครูก่อนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 5
2. ใบกิจกรรมโครงการที่ 5/1
3. ใบกิจกรรมโครงการที่ 5/2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรมโครงการ



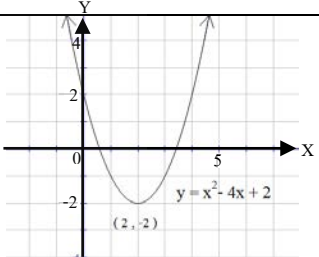
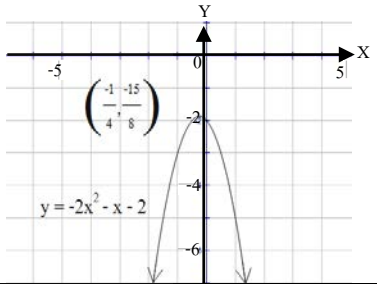
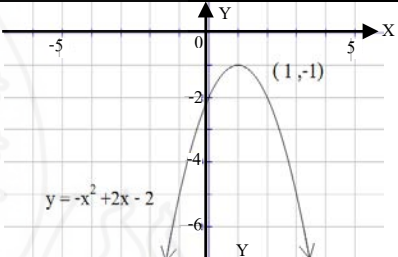
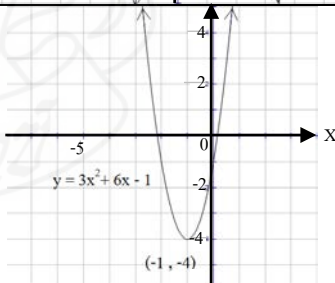
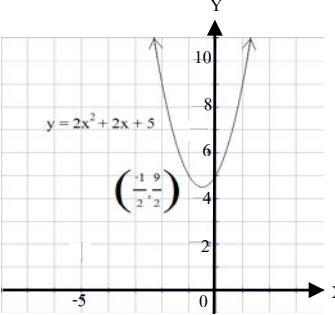
ใบกิจกรรมที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาจุดวกกลับและเขียนกราฟอย่างคร่าวๆจากสมการที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ
ลงในตาราง

ข้อที่	สมการที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$	จุดวกกลับ	กราฟอย่างคร่าวๆ
1	$y = x^2 - 4x + 2$		
2	$y = -2x^2 - x - 2$		
3	$y = -x^2 + 2x - 2$		
4	$y = 3x^2 + 6x - 1$		
5	$y = 2x^2 + 2x + 5$		

เฉลยใบกิจกรรมที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาจุดวกกลับและเขียนกราฟอย่างคร่าวๆ จากสมการที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ
ลงในตาราง

ข้อที่	สมการที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$	จุดวกกลับ	กราฟอย่างคร่าวๆ
1	$y = x^2 - 4x + 2$	$(2, -2)$	
2	$y = -2x^2 - x - 2$	$(-\frac{1}{4}, -\frac{15}{8})$	
3	$y = -x^2 + 2x - 2$	$(1, -1)$	
4	$y = 3x^2 + 6x - 1$	$(-1, -4)$	
5	$y = 2x^2 + 2x + 5$	$(-\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$	

ใบกิจกรรมโครงการที่ 5/1

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$ พร้อมทั้งบอกค่าของ a, b, c จุดวกกลับและเขียนกราฟอย่างคร่าว ๆ

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

จุดประสงค์ 1. เขียนกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$ ได้

2. บอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$ ได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

.....

.....

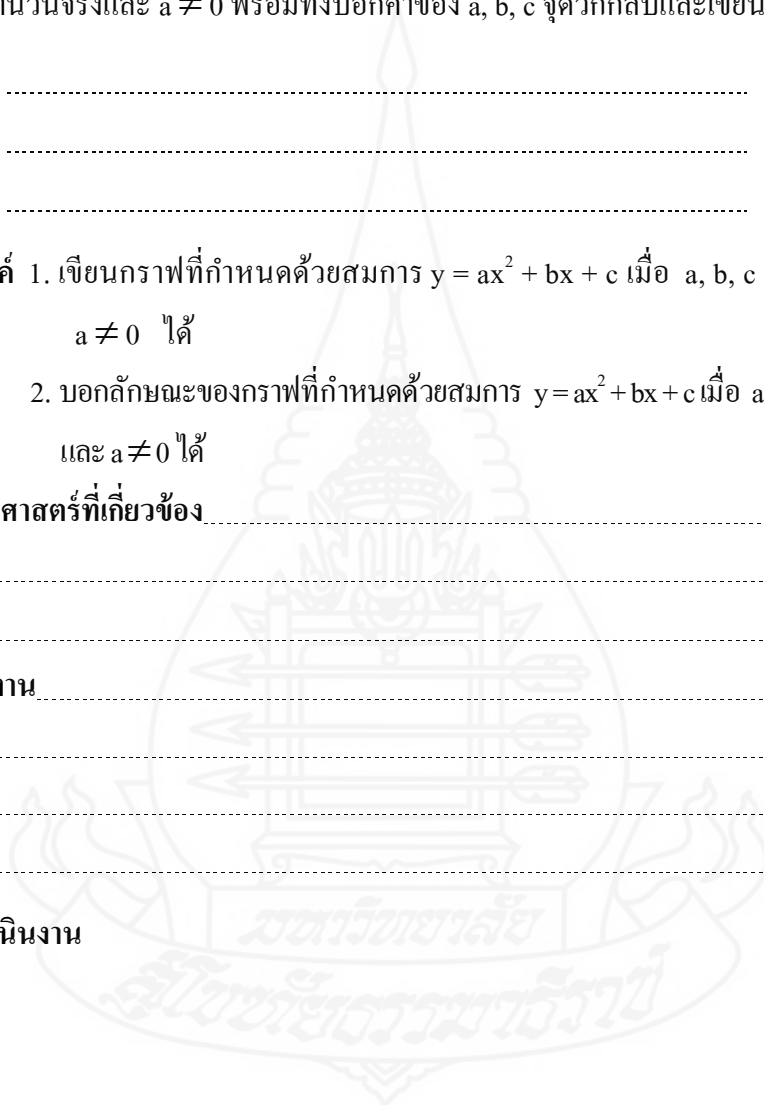
วิธีดำเนินงาน.....

.....

.....

.....

ผลการดำเนินงาน



ใบกิจกรรมโครงการที่ 5 /2

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละคนสำรวจสิ่งแวดลอมรอบตัวที่มีลักษณะเหมือนกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ แล้วกำหนดฟังก์ชันแทนกราฟนั้น หลังจากนั้นเขียนกราฟเพื่อตรวจสอบว่าตรงกันหรือไม่ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) พร้อมทั้งบอกลักษณะของฟังก์ชัน

ผู้จัดทำ

จุดประสงค์.....

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

วิธีดำเนินงาน.....

ผลการดำเนินงาน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง การแก้สมการโดยใช้กราฟ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ จะมีคำตอบของสมการดังนี้ ไม่มีคำตอบ มีคำตอบเดียว และมี 2 คำตอบ ซึ่งสามารถหาได้โดยใช้กราฟ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. แก้สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้กราฟได้
2. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

การนำกราฟไปใช้ในการแก้สมการกำลังสอง

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง การหาจุดวกกลับของกราฟ การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ด้วยการ ถาม – ตอบ เช่น

ครู: ลักษณะของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อ $a > 0$ และ $a < 0$ เป็นอย่างไร

นักเรียน: เมื่อ $a > 0$ ได้กราฟพาราโบลาหงาย เมื่อ $a < 0$ ได้กราฟพาราโบลาคว่ำ

ครู: การหาจุดวกกลับของกราฟ $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ สามารถหาได้อย่างไร

นักเรียน: สามารถหาได้จากการเปลี่ยน $y = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$
จุดวกกลับคือ จุด (h, k) หรือใช้สูตร $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ หรือ $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

ครู: ในชั่วโมงนี้นักเรียนจะได้ศึกษาเกี่ยวกับการแก้สมการโดยใช้กราฟ ซึ่งสามารถนำความรู้เรื่องการหาจุดวกกลับ การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่นักเรียนได้เคยศึกษามาแล้วมาใช้ประกอบได้

ขั้นนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครุณาเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับการแก้สมการโดยใช้กราฟ ดังนี้

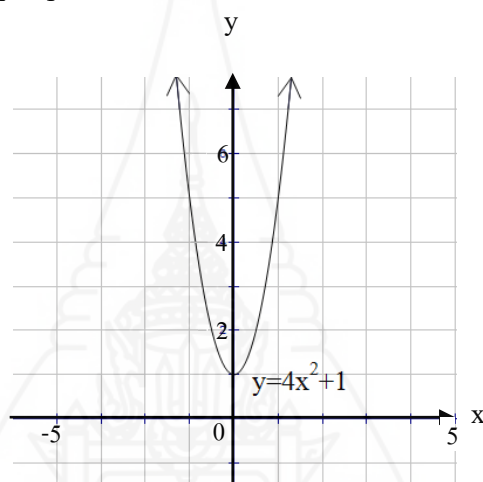
การแก้สมการโดยใช้กราฟ

การแก้สมการหรือการหาคำตอบของสมการกำลังสอง โดยใช้กราฟ ทำได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ในกรณีที่กราฟไม่ตัดแกน X จะไม่มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง

ตัวอย่างที่ 1 จงหาคำตอบของ $4x^2 + 1 = 0$

วิธีทำ เขียนกราฟ $y = 4x^2 + 1$



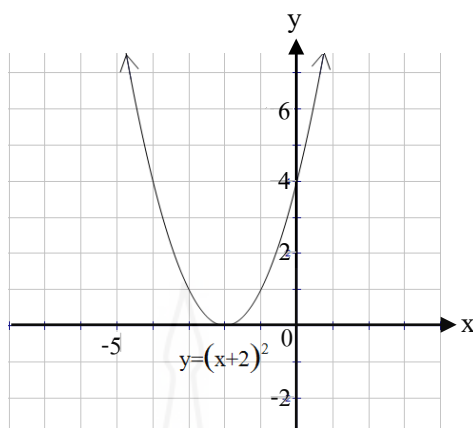
จากกราฟ จะเห็นว่ากราฟของ $y = 4x^2 + 1$ ไม่ตัดแกน X

แสดงว่า สมการ $4x^2 + 1 = 0$ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

กรณีที่ 2 กราฟของ $y = a(x + c)^2$ และ $y = a(x - c)^2$ เมื่อ $c > 0$ จะตัดแกน X ที่จุด $(-c, 0)$ และ $(c, 0)$ ตามลำดับ ดังนั้น สมการที่อยู่ในรูป $y = a(x + c)^2$ จะมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงเพียง 1 จำนวน

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของ $(x + 2)^2 = 0$

วิธีทำ พิจารณาจากกราฟของ $y = (x + 2)^2$



จากกราฟ จะเห็นว่าเมื่อ $y = 0$ จะได้ $x = -2$

$\therefore (x+2)^2 = 0$ เมื่อ $x = -2$

แสดงว่า คำตอบของสมการ $(x+2)^2 = 0$ มีคำตอบเดียว คือ -2

กรณีที่ 3 ให้ $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ เมื่อเขียน y ให้อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$

จะสามารถพิจารณาคำตอบจากกราฟของ y ได้ว่าสมการที่กำหนดให้หาคำตอบที่เป็นจำนวนจริงสองจำนวนหรือไม่ ดังนี้

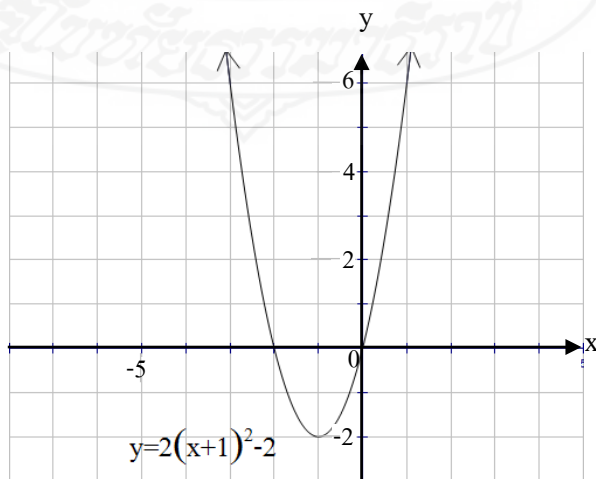
ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของ $2(x+1)^2 - 2 = 0$

วิธีทำ ให้ $y = 2(x+1)^2 - 2$

จะได้ $a = 2$, $h = -1$ และ $k = -2$

เนื่องจาก $a > 0$ ดังนั้นกราฟของ y จะหงายขึ้น และมีจุดวกกลับที่จุด $(-1, -2)$

เขียนกราฟของ $y = 2(x+1)^2 - 2$ ได้ดังนี้



จากกราฟ จะพบว่า กราฟของ y ตัดแกน X ที่จุด $(0, 0)$ และจุด $(-2, 0)$

แสดงว่า $2(x+1)^2 - 2 = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงสองจำนวน คือ 0 และ -2

ทั้งนี้การหาคำตอบของสมการกำลังสอง อาจหาโดยการแก้สมการก็ได้ เช่น จากตัวอย่างที่ 3

$$\text{จะได้ } 2(x+1)^2 - 2 = 0$$

$$2(x+1)^2 = 2$$

$$(x+1)^2 = 1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 1$$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x(x+2) = 0$$

$$\therefore \text{จะได้ } x = 0 \text{ หรือ } x = -2$$

คำตอบของสมการคือ 0 และ -2

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

3) ให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างสมการกำลังสองกรณีละ 1 ตัวอย่าง และร่วมกันหาคำตอบโดยใช้กราฟเทียบกับวิธีการแก้สมการ

4) เมื่อเห็นว่านักเรียนเข้าใจดีแล้ว ครูและนักเรียนสรุปข้อความรู้ร่วมกันโดยการถาม-ตอบ เช่น

ครู: การแก้สมการหรือการหาคำตอบของสมการกำลังสอง ทำได้กี่วิธี อะไรบ้าง

นักเรียน: 2 วิธี คือ โดยใช้กราฟและใช้การแก้สมการ

ครู: การแก้สมการโดยใช้กราฟ แบ่งออกเป็นกี่กรณี อะไรบ้าง

นักเรียน: 3 กรณี คือ

กรณีที่ 1 กรณีที่กราฟไม่ตัดแกน X จะไม่มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง

กรณีที่ 2 กราฟของ $y = a(x+c)^2$ และ $y = a(x-c)^2$ เมื่อ $c > 0$ จะตัดแกน X ที่จุด $(-c, 0)$ และ $(c, 0)$ ตามลำดับ ดังนั้น สมการที่อยู่ในรูป

$y = a(x+c)^2$ จะมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงเพียง 1 จำนวน

กรณีที่ 3 ให้ $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ เมื่อเขียน y ให้อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$ จะสามารถพิจารณาคำตอบจากกราฟของ y ได้ว่าสมการที่กำหนดให้มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงสองจำนวนหรือไม่

ขั้นนำไปใช้

5) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 6 การแก้สมการกำลังสอง

$ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้กราฟ

6) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

7) นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 6/1 การแก้สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$

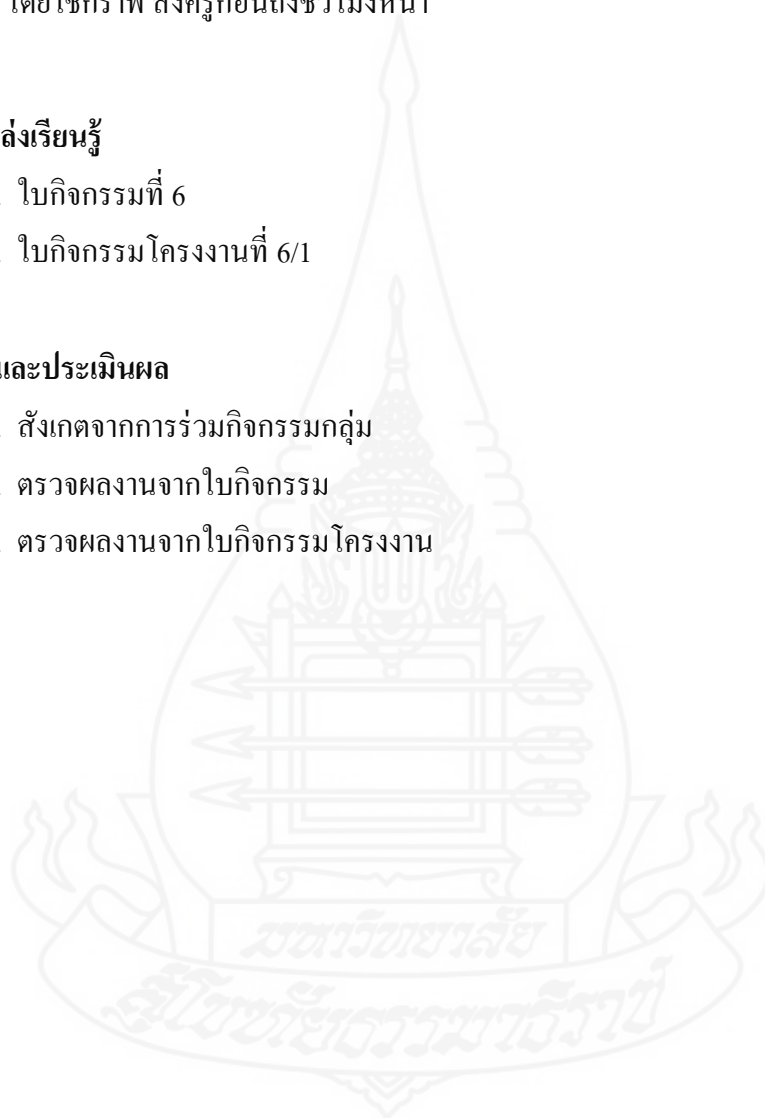
เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้กราฟ ส่งครูก่อนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 6
2. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 6/1

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรมโครงงาน



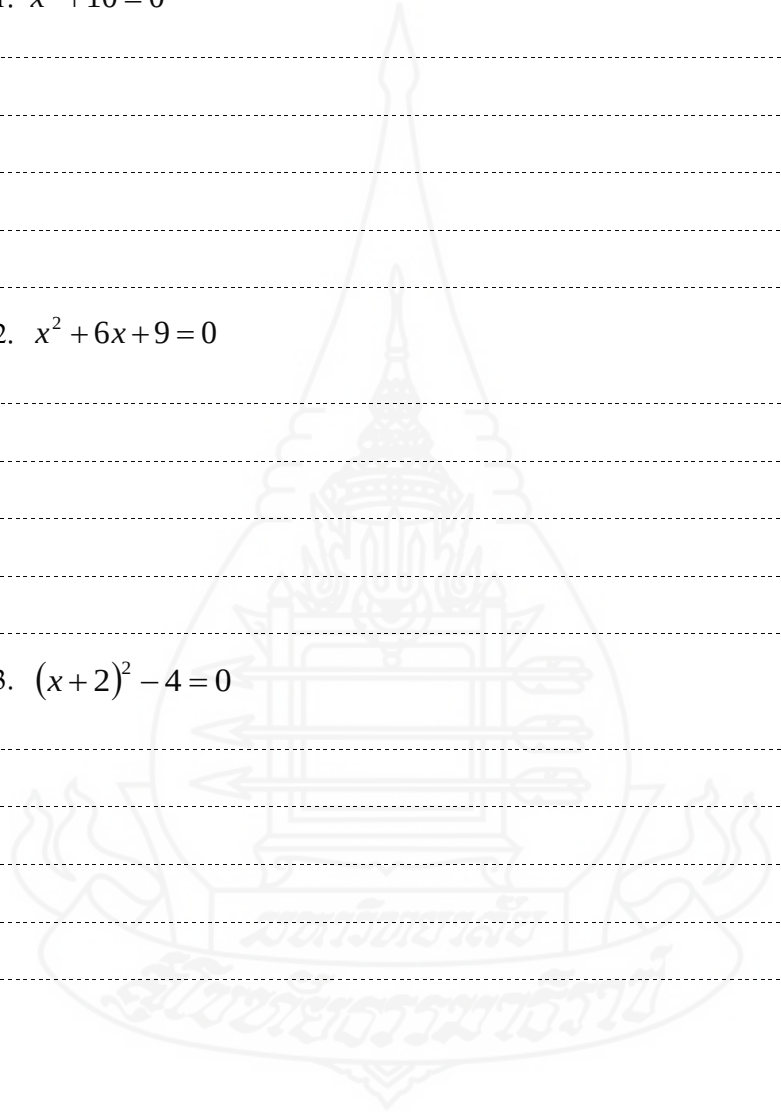
ใบกิจกรรมที่ 6

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบของสมการกำลังสองต่อไปนี้โดยใช้กราฟ พร้อมทั้งบอกจุดวกกลับของกราฟ

1. $x^2 + 10 = 0$

2. $x^2 + 6x + 9 = 0$

3. $(x + 2)^2 - 4 = 0$

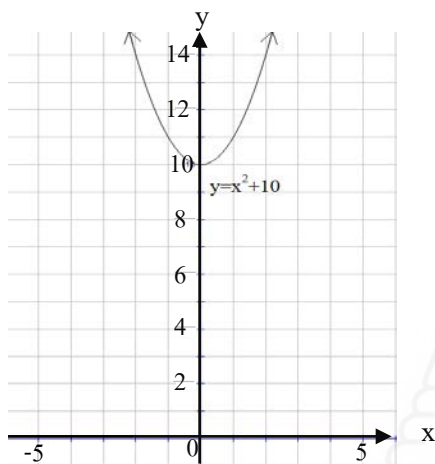


เฉลยใบกิจกรรมที่ 6

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบของสมการกำลังสองต่อไปนี้โดยใช้กราฟพร้อมทั้งบอก
จุดวกกลับของกราฟ

1. $x^2 + 10 = 0$

วิธีทำ เขียนกราฟ $y = x^2 + 10$



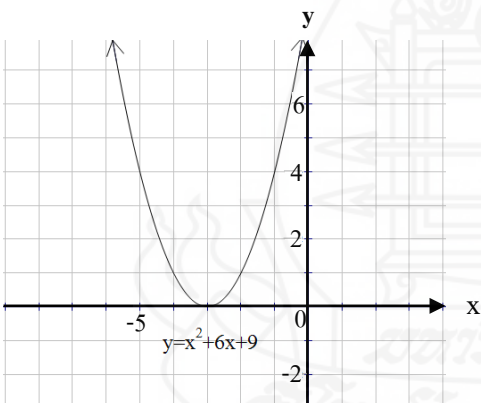
จากกราฟ จะเห็นว่ากราฟของ $y = x^2 + 10$

ไม่ตัดแกน X มีจุดวกกลับคือ (0, 10)

แสดงว่า สมการ $x^2 + 10 = 0$ ไม่มีคำตอบ
ที่เป็นจำนวนจริง

2. $x^2 + 6x + 9 = 0$

วิธีทำ เขียนกราฟของ $y = x^2 + 6x + 9$



จากกราฟ จะเห็นว่า เมื่อ $y = 0$ จะได้ $x = -3$

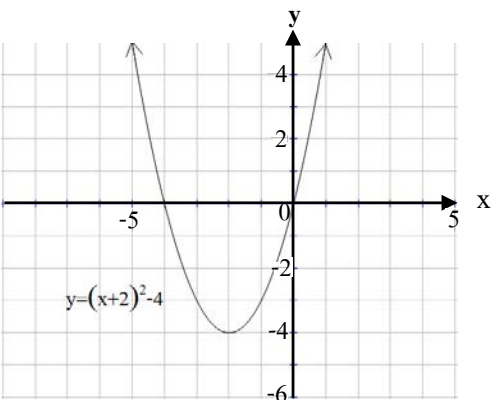
$\therefore x^2 + 6x + 9 = 0$ เมื่อ $x = -3$

มีจุดวกกลับคือ (-3, 0)

แสดงว่า คำตอบของสมการ $x^2 + 6x + 9 = 0$
มีคำตอบเดียว คือ -3

3. $(x+2)^2 - 4 = 0$

วิธีทำ เขียนกราฟของ $y = (x+2)^2 - 4$



จากกราฟ จะพบว่า กราฟของ y ตัดแกน X ที่จุด

(0, 0) และจุด (-4, 0) มีจุดวกกลับคือ (-2, -4)

แสดงว่า $(x+2)^2 - 4 = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวน
จริงสองจำนวน คือ 0 และ -4

ใบกิจกรรมโครงงานที่ 6/1

โครงงาน.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ มา 1 ตัวอย่าง โดยใช้กราฟในการหาคำตอบ และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบในการสร้างกราฟ พร้อมทั้งบอกจุดวกกลับของกราฟ

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

จุดประสงค์ แก่สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้กราฟได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

.....

วิธีดำเนินงาน

.....

.....

ผลการดำเนินงาน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง การแก้สมการโดยใช้กราฟ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

การแก้สมการนอกจากจะใช้วิธีการทางพีชคณิตแล้ว ยังสามารถแก้สมการโดยใช้กราฟได้อีกด้วย

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. แก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟได้
2. นำเสนอในรูปโครงงานได้

สาระการเรียนรู้

การนำกราฟไปใช้ในการแก้สมการกำลังสอง

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการโดยใช้กราฟ การตอบในรูปของเซตและช่วง โดยการถาม - ตอบ เช่น

ครู: การแก้สมการที่นักเรียนได้เคยศึกษามาแล้วจากรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม คือ อะไรและมีหลักการแก้สมการอย่างไร

นักเรียน: การแก้สมการ คือ การหาคำตอบของสมการ
เซตคำตอบของสมการใน x หมายถึง เซตที่มีสมาชิกเป็นจำนวนจริงโดยที่จำนวนเหล่านี้ เมื่อนำมาแทน x แล้ว ได้สมการที่เป็นจริง

หลักการแก้สมการ นิยมใช้สมบัติ 2 ข้อ คือ

- (1) การบวกจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายของการไม่เท่ากันด้วยจำนวนจริง
- (2) การคูณจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายของการไม่เท่ากันด้วยจำนวนจริง

ครู: จากการที่นักเรียนได้เคยศึกษาเรื่องการเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขจากรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องช่วงและการแก้สมการจากรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมมาแล้วนั้น โดยที่

1. $\{x/a < x < b\}$ หมายถึงอย่างไร
2. $\{x/a \leq x \leq b\}$ หมายถึงอย่างไร
3. $\{x/x > a\}$ หมายถึงอย่างไร
4. $\{x/x \geq a\}$ หมายถึงอย่างไร
5. $\{x/x < a\}$ หมายถึงอย่างไร
6. $\{x/x \leq a\}$ หมายถึงอย่างไร

- นักเรียน:**
1. หมายถึง ช่วงเปิด (a, b) หรือ $a < x$ และ $x < b$
 2. หมายถึง ช่วงปิด $[a, b]$ หรือ $a \leq x$ และ $x \leq b$
 3. หมายถึง ช่วง (a, ∞) หรือ $x > a$
 4. หมายถึง ช่วง $[a, \infty)$ หรือ $x \geq a$
 5. หมายถึง ช่วง $(-\infty, a)$ หรือ $x < a$
 6. หมายถึง ช่วง $(-\infty, a]$ หรือ $x \leq a$

ครู: ในชั่วโมงนี้ นักเรียนจะได้ศึกษาเกี่ยวกับการแก้สมการโดยใช้กราฟ ซึ่งต้องนำความรู้เรื่องช่วงและการแก้สมการ มาประกอบในการหาคำตอบ

แนะนำเสนอเนื้อหาใหม่

- 2) ครูนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับการแก้สมการโดยใช้กราฟ ดังนี้

การแก้สมการโดยใช้กราฟ

ในการแก้สมการโดยใช้กราฟ สามารถทำได้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $x^2 - 2x - 8 \leq 0$ โดยใช้กราฟ

วิธีทำ เขียน $x^2 - 2x - 8$ ให้อยู่ในรูป $a(x-h)^2 + k$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 8 &= (x^2 - 2x + 1) - 8 - 1 \\ &= (x-1)^2 - 9 \end{aligned}$$

จะได้ $a = 1, h = 1$ และ $k = -9$

เนื่องจาก $a > 0$ ดังนั้นกราฟของฟังก์ชัน $y = x^2 - 2x - 8$ จะหงายขึ้น และมีจุดวกกลับที่

จุด $(1, -9)$

หาจุดที่กราฟตัดแกน X ได้ดังนี้

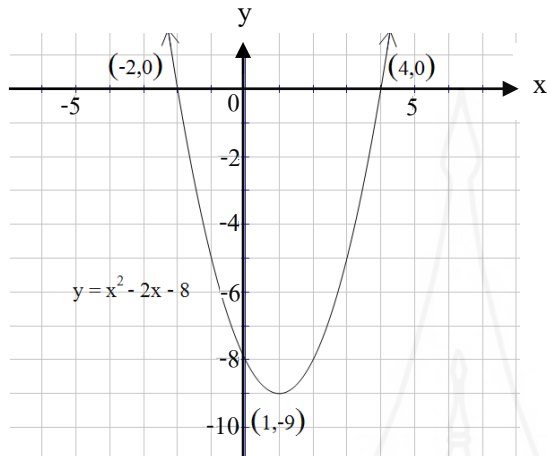
$$\text{ให้ } x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\text{จะได้ } (x-4)(x+2) = 0$$

ดังนั้น $x = 4$ และ $x = -2$

แสดงว่า กราฟตัดแกน X ที่จุด $(4, 0)$ และ $(-2, 0)$

เขียนกราฟของ $y = x^2 - 2x - 8$ ได้ดังนี้



จากกราฟพบว่า $y \leq 0$ หรือ

$$x^2 - 2x - 8 \leq 0 \text{ เมื่อ } -2 \leq x \leq 4$$

ดังนั้น เซตคำตอบของ $x^2 - 2x - 8 \leq 0$

$$\text{คือ } \{x / -2 \leq x \leq 4\} = [-2, 4]$$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $x^2 < 4$

วิธีทำ จาก $x^2 < 4$

$$\text{จะได้ } x^2 - 4 < 0$$

ให้ $y = x^2 - 4$ พิจารณาลักษณะของกราฟ $y = x^2 - 4$ พบว่าเป็นกราฟหงายขึ้น

จาก $y = x^2 - 4$ จะมีจุดตัดแกน Y (จุดวกกลับ) ที่จุด $(0, -4)$

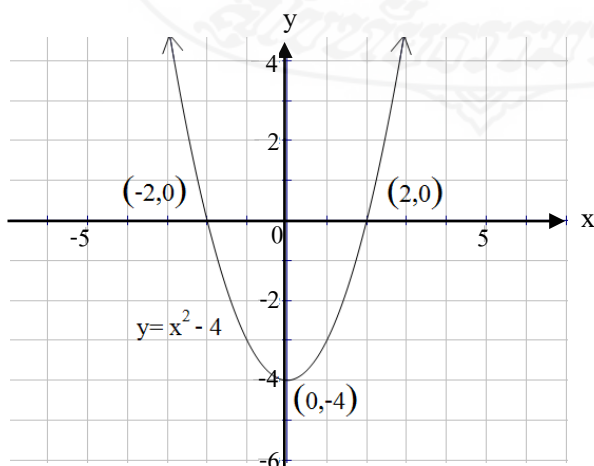
หาจุดที่กราฟตัดแกน X ได้ดังนี้

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x + 2)(x - 2) = 0$$

$$x = 2 \text{ หรือ } x = -2$$

แสดงว่า กราฟตัดแกน X ที่จุด $(2, 0)$ และ $(-2, 0)$



พิจารณาค่า x ที่ $y < 0$ จากกราฟ

พบว่า $y < 0$ เมื่อ $-2 < x < 2$

$$\therefore x^2 - 4 < 0 \text{ หรือ } x^2 < 4$$

เมื่อ $-2 < x < 2$

ดังนั้นเซตคำตอบของ $x^2 - 4 < 0$

$$\text{คือ } \{x / -2 < x < 2\} = (-2, 2)$$

- 3) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 7
 4) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

- 5) ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมและให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดและการหาคำตอบ

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $x^2 + x - 2 \geq 0$

วิธีทำ จาก $x^2 + x - 2 \geq 0$

ให้ $y = x^2 + x - 2$ พิจารณาลักษณะของกราฟ $y = x^2 + x - 2$ พบว่าเป็นกราฟหงายขึ้น

จาก $y = x^2 + x - 2$ จะมีจุดวกกลับ ที่จุด $(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{4})$

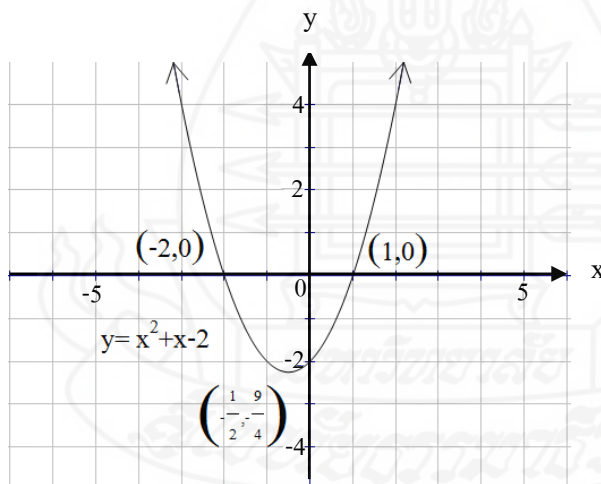
หาจุดที่กราฟตัดแกน X ได้ดังนี้

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x+2)(x-1) = 0$$

$$x = -2 \text{ หรือ } x = 1$$

แสดงว่า กราฟตัดแกน X ที่จุด $(-2, 0)$ และ $(1, 0)$



พิจารณาค่า x ที่ $y \geq 0$ จากกราฟ
 พบว่า $y \geq 0$ เมื่อ $x \leq -2$ หรือ $x \geq 1$
 $\therefore x^2 + x - 2 \geq 0$ เมื่อ $x \leq -2$
 หรือ $x \geq 1$
 ดังนั้นเซตคำตอบของ $x^2 + x - 2 \geq 0$
 คือ $\{x / x \leq -2 \text{ หรือ } x \geq 1\}$
 $= (-\infty, -2] \cup [1, \infty)$

- 6) เมื่อเห็นว่านักเรียนเข้าใจดีแล้ว ครูและนักเรียนสรุปข้อความรู้ร่วมกันโดยการถาม-ตอบ

เช่น

ครู: การแก้สมการโดยใช้กราฟมีวิธีการทำอย่างไรบ้าง

- นักเรียน:
1. วาดกราฟอย่างคร่าวๆ
 2. หาจุดที่กราฟตัดแกน X
 3. พิจารณาค่าของ x จากเครื่องหมายของอสมการ โจทย์

ครู: การเขียนตอบควรเขียนลักษณะใด

- นักเรียน:**
1. เขียนเป็นเซตแบบบอกเงื่อนไข
 2. เขียนในรูปของช่วง

ชั้นนำไปใช้

7) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 7/1 การแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ ระหว่างนั้นครูคอยดูแลให้คำแนะนำ

8) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับใบกิจกรรมโครงงานที่ 7/1 ของแต่ละกลุ่มโดยครูนำผลงานนักเรียนมาแสดงหน้าชั้นเรียนประกอบ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

9) นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 7/2 การแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ ส่งครูก่อนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 7
2. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 7/1
3. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 7/2

การวัดผลและประเมินผล

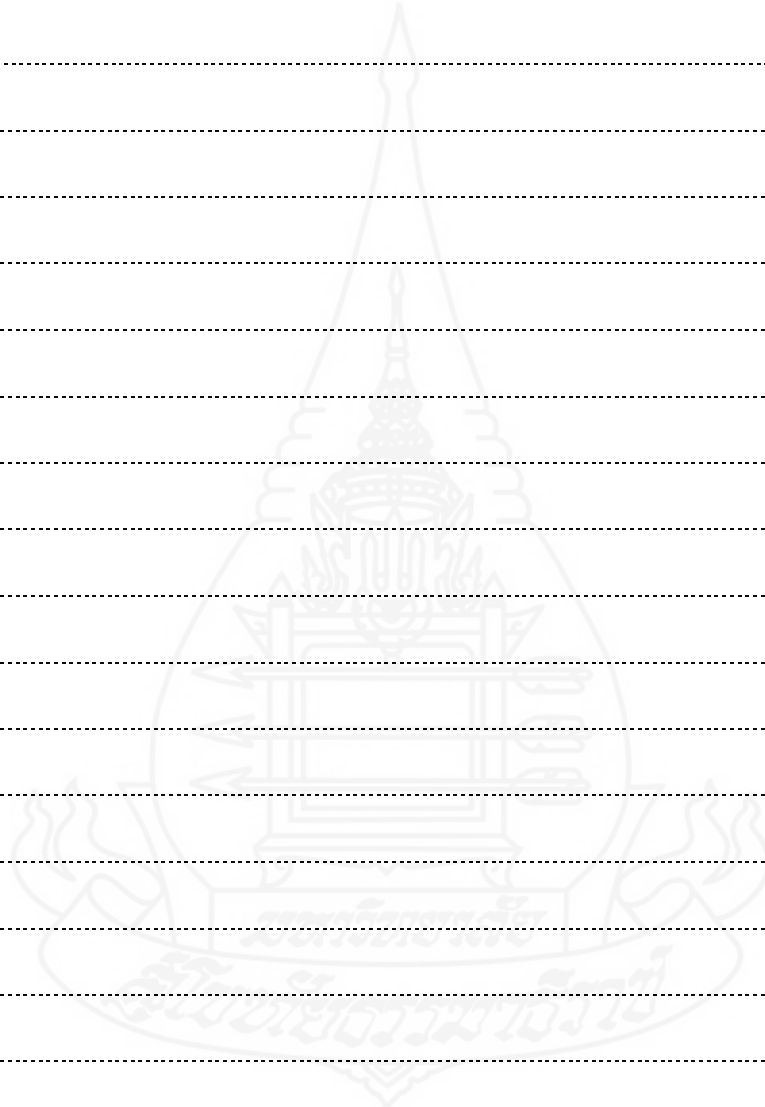
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรมโครงงาน

ใบกิจกรรมที่ 7

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแก้สมการกำลังสองต่อไปนี้โดยใช้กราฟ

1. $x^2 - 4x - 5 \geq 0$

2. $x^2 - 4x - 5 \leq 0$



เฉลยใบกิจกรรมที่ 7

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแก้สมการกำลังสองต่อไปนี้โดยใช้กราฟ

1. $x^2 - 4x - 5 \geq 0$

2. $x^2 - 4x - 5 \leq 0$

1. **วิธีทำ** จาก $x^2 - 4x - 5 \geq 0$

ให้ $y = x^2 - 4x - 5$ พิจารณาลักษณะของกราฟ $y = x^2 - 4x - 5$ พบว่าเป็นกราฟหงาย

จาก $y = x^2 - 4x - 5$ จะมีจุดวกกลับ ที่จุด $(2, -9)$

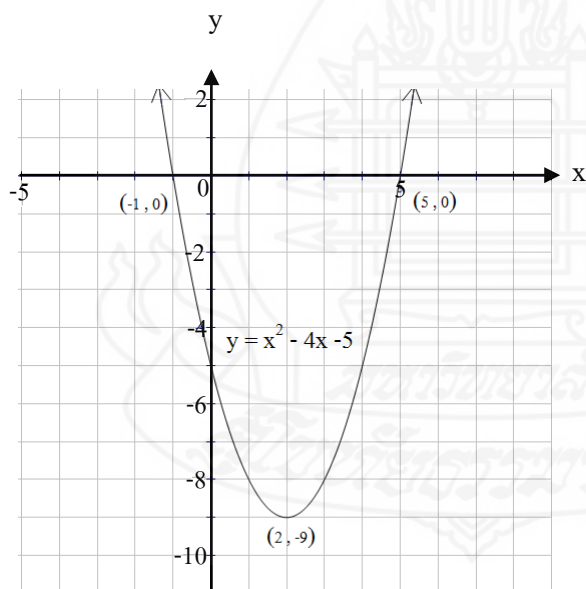
หาจุดที่กราฟตัดแกน X ได้ดังนี้

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5) = 0$$

$$x = -1 \text{ หรือ } x = 5$$

แสดงว่า กราฟตัดแกน X ที่จุด $(-1, 0)$ และ $(5, 0)$



พิจารณาค่า x ที่ $y \geq 0$ จากกราฟ

พบว่า $y \geq 0$ เมื่อ $x \leq -1$ หรือ $x \geq 5$

$$\therefore x^2 - 4x - 5 \geq 0 \text{ เมื่อ } x \leq -1$$

หรือ $x \geq 5$

ดังนั้นเซตคำตอบของ $x^2 - 4x - 5 \geq 0$

$$\text{คือ } \{x / x \leq -1 \text{ หรือ } x \geq 5\}$$

$$= (-\infty, -1] \cup [5, \infty)$$

2. จาก $x^2 - 4x - 5 \leq 0$ พิจารณาจากกราฟของข้อ 1 จะพบว่า $y \leq 0$ หรือ $x^2 - 4x - 5 \leq 0$ เมื่อ

$-1 \leq x \leq 5$ ดังนั้นเซตคำตอบของ $x^2 - 4x - 5 \leq 0$ คือ $\{x / -1 \leq x \leq 5\} = [-1, 5]$

ใบกิจกรรมโครงการที่ 7/1

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจสมการกำลังสองมา 1 ตัวอย่าง พร้อมแก้สมการโดยใช้กราฟ

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

จุดประสงค์ แก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

.....

.....

วิธีดำเนินงาน.....

.....

.....

.....

ผลการดำเนินงาน



ใบกิจกรรมโครงการที่ 7 /2

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจเอกสารกำลังสองมา 1 ตัวอย่าง (โดยไม่ซ้ำเครื่องหมายกับใบกิจกรรมโครงการที่ 7/1) พร้อมแก้สมการโดยใช้กราฟและใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการสร้างกราฟ

ผู้จัดทำ 1.

2.

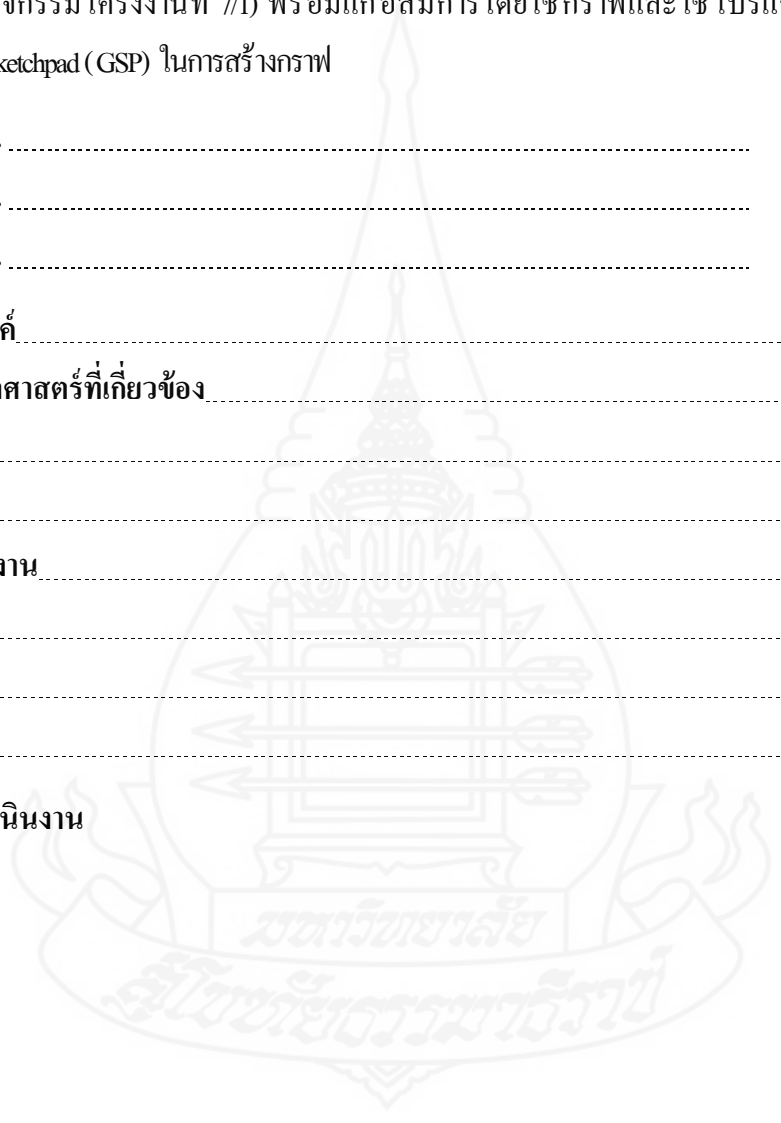
3.

จุดประสงค์.....

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

วิธีดำเนินงาน.....

ผลการดำเนินงาน.....



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ

เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
2. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- 1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการโดยใช้กราฟ และการหาจุดวกกลับของกราฟ โดยการถาม – ตอบ เช่น

ครู: การสร้างกราฟของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อโจทย์กำหนดฟังก์ชันมาให้แล้ว นักเรียนมีขั้นตอนวิธีการสร้างอย่างไร

นักเรียน: กำหนดค่าของ x พอสมควร แล้วนำ x ไปแทนค่าในสมการฟังก์ชันแล้วแก้สมการหาค่า y หลังจากนั้นจับเป็นคู่อันดับ เขียนเป็นกราฟ และควรวาดจุดวกกลับของกราฟด้วยเพื่อให้กราฟชัดเจนขึ้น

ครู: การหาจุดวกกลับของกราฟ เช่น $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ นักเรียนสามารถหาได้อย่างไร

นักเรียน: ผม/ฉัน สามารถหาได้จากการแปลง $f(x) = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป

$$y = a(x - h)^2 + k \text{ ส่วนการหาจุดวกกลับคือ จุด } (h, k) \text{ หรือใช้สูตร}$$

$$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right) \text{ หรือ } \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right)$$

ครู: ในชั่วโมงนี้นักเรียนจะได้นำความรู้เรื่องการแก้สมการและการหาจุดวกกลับไปใช้ในการสร้างกราฟ และพิจารณาหาคำตอบ

ชั้นนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครูนำเสนอเนื้อหาใหม่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ ดังนี้

การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ

ลักษณะของกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ กราฟของฟังก์ชันจะมีลักษณะคว่ำหรือหงาย ขึ้นอยู่กับค่าของ a ซึ่งเราสามารถนำความรู้ในเรื่องดังกล่าวไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับการหาค่าต่ำสุดหรือสูงสุด ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณที่มากที่สุดของจำนวนนับสองจำนวนที่มีผลบวกเท่ากับ 8

วิธีทำ

ให้ x แทนจำนวนนับจำนวนที่หนึ่ง

$8 - x$ แทนจำนวนนับจำนวนที่สอง

ให้ y แทนผลคูณของจำนวนนับทั้งสองจำนวน

จะได้ $y = x(8 - x)$

$$y = -x^2 + 8x$$

กราฟ $y = -x^2 + 8x$ เป็นพาราโบลาคว่ำมีจุดสูงสุดคือ $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

$$\text{จะได้ } \left(\frac{-8}{2(-1)}, \frac{4(-1)(0) - 8^2}{4(-1)} \right) = \left(\frac{-8}{-2}, \frac{0 - 64}{-4} \right) = (4, 16)$$

หาจุดที่กราฟตัดแกน X

$$y = -x^2 + 8x \quad \text{ให้ } y = 0$$

$$0 = -x^2 + 8x$$

$$x^2 - 8x = 0$$

$$x(x - 8) = 0$$

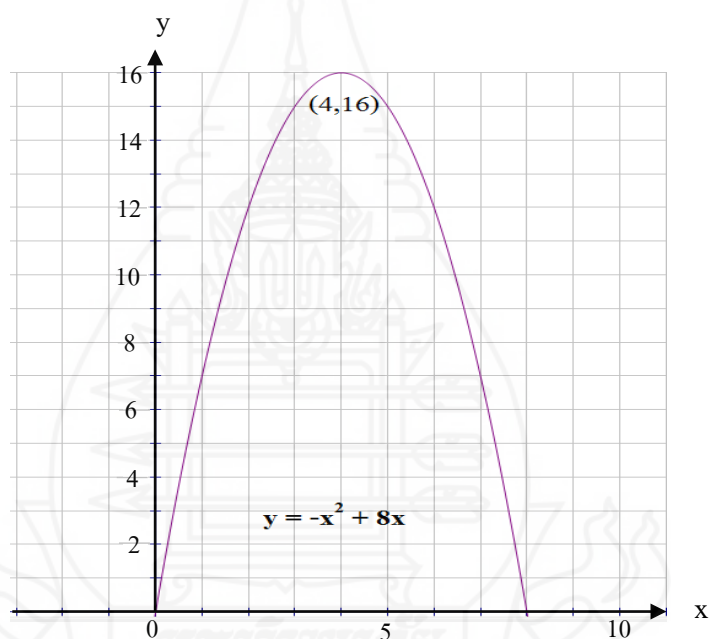
$$x = 0, 8$$

∴ จุดตัดแกน X คือ $(0,0)$ และ $(8,0)$

สามารถกำหนดจุดเพื่อความสะดวกของกราฟได้ด้วยการกำหนดค่า x บางค่า และนำไปแก้สมการเพื่อหาค่า y เช่น

x	0	2	4	6	8
y	0	12	16	12	0

เขียนกราฟ $y = -x^2 + 8x$ ได้ดังนี้



∴ ผลคูณที่มากที่สุดของจำนวนนับสองจำนวนที่มีผลบวกเท่ากับ 8 มีค่าเท่ากับ 16

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าต่ำสุดของ $x^2 + y^2$ เมื่อ $x + y = 4$ โดยใช้ความรู้เรื่องกราฟ

วิธีทำ

$$\text{จาก } x + y = 4$$

$$y = 4 - x$$

$$\begin{aligned} \text{เขียน } x^2 + y^2 \text{ อยู่ในรูป } x \text{ จะได้ } x^2 + y^2 &= x^2 + (4 - x)^2 \\ &= x^2 + 16 - 8x + x^2 \\ &= 2x^2 - 8x + 16 \end{aligned}$$

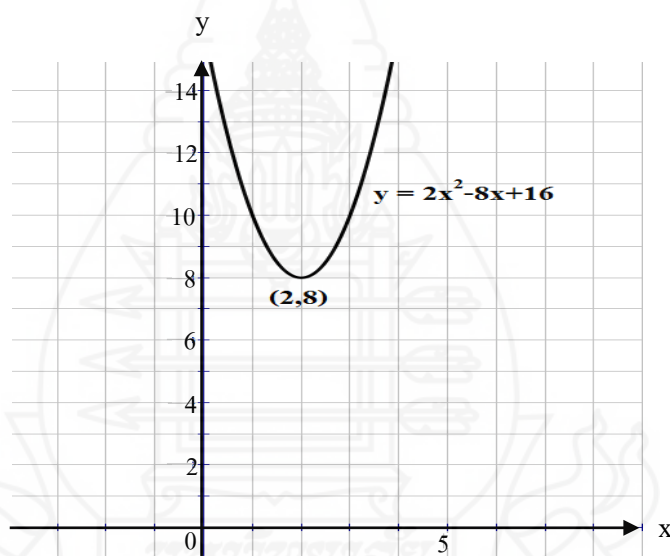
$$\text{ให้ } f(x) = 2x^2 - 8x + 16$$

$f(x) = 2x^2 - 8x + 16$ มีกราฟเป็นพาราโบลาหงาย จุดวกกลับของกราฟจะเป็นจุดที่ทำให้ค่าต่ำสุด

$$\begin{aligned} \text{จุดวกกลับ คือ } \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right) &= \left(\frac{-(-8)}{2(2)}, \frac{4(2)(16) - (-8)^2}{4(2)} \right) \\ &= \left(\frac{8}{4}, \frac{128 - 64}{8} \right) \\ &= (2, 8) \end{aligned}$$

$\therefore$ จุดวกกลับของกราฟ คือ $(2, 8)$

จากนั้นนักเรียนสามารถเขียนกราฟ $f(x) = 2x^2 - 8x + 16$ ได้ดังนี้



แสดงว่า ค่าต่ำสุดของ $x^2 + y^2$ คือ 8

3) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 8

4) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5) ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมและให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ในประเด็นที่เกี่ยวกับการวิเคราะห์ โจทย์ สิ่งที่โจทย์ให้มา สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา แนวทางในการแก้ปัญหาโจทย์ จากโจทย์ตัวอย่างที่ 3 ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 จอย ทำอาชีพขายตรงผลิตภัณฑ์ครีมบำรุงผิวหน้า เธอพบว่าผลกำไรมีความสัมพันธ์กับจำนวนครีม (เป็นหลอด) ที่ขายได้ คือ $y = -10x^2 + 200x$ เมื่อ y แทนกำไร และ x แทนจำนวนครีม (เป็นหลอด) ถ้าเธอต้องการผลกำไรมากที่สุด เธอจะต้องขายครีมบำรุงผิวหน้าในหนึ่งเดือนให้ได้กี่หลอด

นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการวิเคราะห์โจทย์ตัวอย่างที่ 3 และช่วยกันตอบคำถามครู ดังนี้

ครู: สิ่งที่โจทย์ให้มาคืออะไร

นักเรียน: ผลกำไรจากการขายตรงผลิตภัณฑ์ครีมบำรุงผิวหน้าเป็นไปตามสมการฟังก์ชันคือ $y = -10x^2 + 200x$ เมื่อ y แทนกำไร และ x แทนจำนวนครีม (หลอด)

ครู: สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาคืออะไร

นักเรียน: ให้หาว่าถ้าจอยต้องการให้ได้ผลกำไรมากที่สุด เธอจะต้องขายครีมบำรุงผิวหน้าในหนึ่งเดือนให้ได้กี่หลอด

ครู: แนวทางในการแก้ปัญหาโจทย์ข้อนี้มีวิธี ทำอย่างไร

นักเรียน: จากสมการฟังก์ชันที่โจทย์ให้มาพบว่ามีกราฟเป็นพาราโบลาว่าการหาคำตอบควรหาจากจุดวกกลับของกราฟซึ่งเป็นจุดสูงสุด สามารถหาได้ 3 วิธี คือ

1) เขียนกราฟของฟังก์ชัน

2) แปลงสมการให้อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$

3) หาจุดวกกลับโดยใช้สูตร $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ หรือ $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

ครู: สำหรับโจทย์ตัวอย่างข้อนี้ครูจะแนะนำวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่ง่าย สะดวก และรวดเร็ว ดังนี้

วิธีที่ 1 $y = -10x^2 + 200x$ มีกราฟเป็นพาราโบลาว่า

$$\begin{aligned} \text{มีจุดสูงสุดคือ } \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) &= \left(\frac{-(200)}{2(-10)}, \frac{4(-10)(0)-(200)^2}{4(-10)}\right) \\ &= \left(\frac{-200}{-20}, \frac{0-40000}{-40}\right) \\ &= (10, 1000) \end{aligned}$$

วิธีที่ 2 $y = -10x^2 + 200x$ มีกราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ มีจุดสูงสุดคือ $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{200}{2(-10)} = \frac{-200}{-20} = 10$$

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{b}{2a}\right) &= f(10) = -10(10)^2 + 200(10) \\ &= -1000 + 2000 = 1000 \end{aligned}$$

ดังนั้น จอขายต้องการผลกำไรมากที่สุดจะต้องขายให้ได้ 10 หลอดต่อเดือน

6) เมื่อครูสังเกตและสอบถามแบบพูดคุยกับนักเรียนแล้วเห็นว่านักเรียนเข้าใจดีแล้ว ครูและนักเรียนสรุปข้อความรู้ร่วมกันโดยการถาม-ตอบ ดังตัวอย่างเช่น

ครู: จากการที่นักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาของการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสอง และกราฟแล้วนั้น นักเรียนคิดว่าวิธีการแก้ปัญหาโจทย์ปัญหาประยุกต์ที่เกี่ยวกับค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองนี้มีหลักการอย่างไร

นักเรียน: หลักการมีดังนี้

1. อ่านโจทย์แล้วกำหนดค่าที่โจทย์ต้องการสูงสุดหรือต่ำสุดให้เป็น y หรือ $f(x)$
2. สร้างสมการหรือฟังก์ชันกำลังสอง ซึ่งจะต้องขึ้นกับตัวแปรอีกตัวหนึ่งก็คือ x โดยมาก x จะเป็นตัวที่โจทย์ถามหาหรือมีความสัมพันธ์กับ y
3. สมการของ y ที่ได้มาเป็นพาราโบลาหงายหรือคว่ำ ก็แล้วแต่โจทย์ต้องการค่าสูงสุดหรือต่ำสุด ถ้าเป็นพาราโบลาหงายโจทย์มักจะถามหาค่าต่ำสุดและถ้าเป็นพาราโบลาคว่ำ โจทย์มักจะถามหาค่าสูงสุด

4. เราใช้จุดวกกลับเป็นตัวช่วยหาคำตอบ $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ หรือ $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

จ้่านำไปใช้

7) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 8/1 การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟที่เกี่ยวกับการหาค่าต่ำสุด ระหว่างนั้นครูคอยดูแลให้คำแนะนำ

8) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาในประเด็นที่เกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาโจทย์ถูกต้องหรือไม่ การเขียนแสดงวิธีทำ ความถูกต้องของคำตอบในใบกิจกรรมโครงงานที่ 8/1 ของแต่ละกลุ่ม โดยครูนำผลงานนักเรียนมาแสดงหน้าชั้นเรียนประกอบและนำไปติดไว้ที่ป้ายนิเทศภายในห้องศูนย์คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนที่สนใจได้มาดูและศึกษา

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

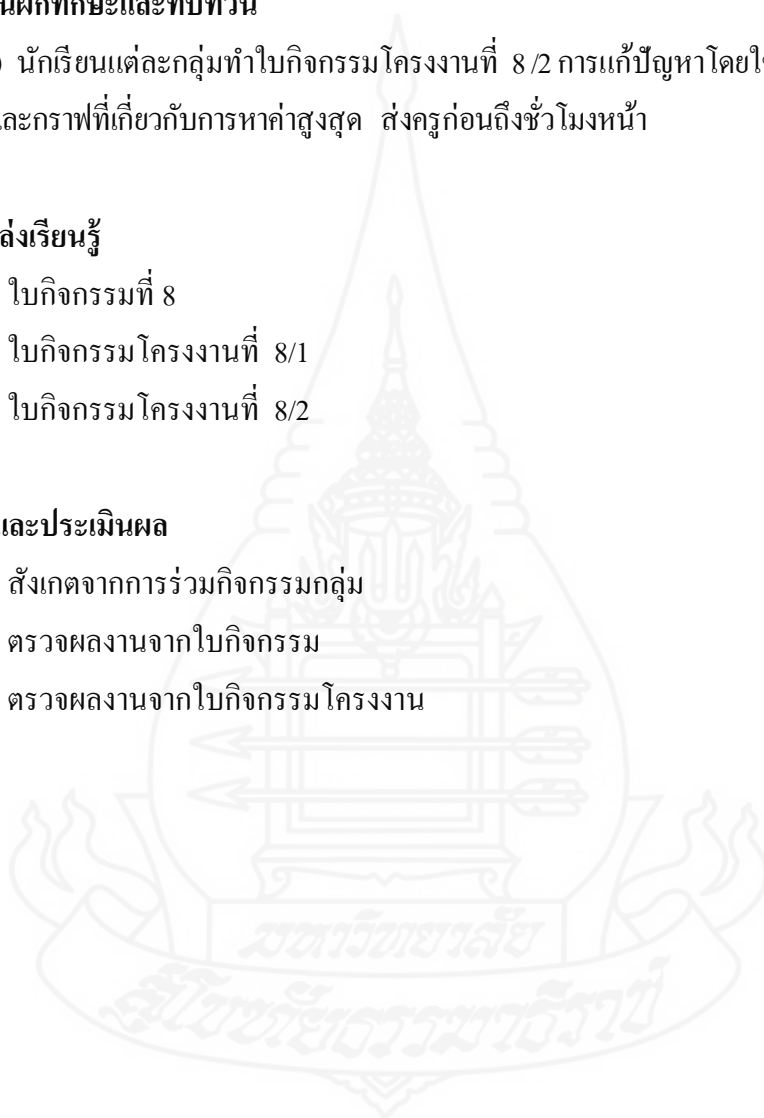
9) นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 8/2 การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าสูงสุด ส่งครูก่อนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 8
2. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 8/1
3. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 8/2

การวัดผลและประเมินผล

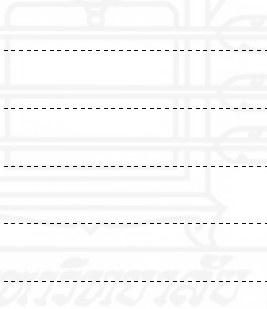
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรมโครงงาน



1. นักเรียนคนหนึ่งเตะตะกร้อขึ้นไปในอากาศแนวดิ่ง ถ้าความสูงของตะกร้อที่ถูกเตะขึ้นไป หาได้จาก

1.1) จงหาเวลาในขณะที่ตะกร้ออยู่สูงสุดจากพื้น

1.2) จงหาว่านานเท่าใดตะกร้อจึงตกถึงพื้น



เฉลยใบกิจกรรมที่ 8

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีทำพร้อมเขียนกราฟเพื่อหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้
 นักเรียนคนหนึ่งเตะตะกร้อขึ้นไปในอากาศแนวดิ่ง ถ้าความสูงของตะกร้อที่ถูกเตะขึ้นไปหาได้จากสูตร $f(t) = -t^2 + 10t$ เมื่อ t แทนเวลาเป็นวินาที

1.1) จงหาเวลาในขณะที่ยุ่สูงที่สุดจากพื้น

1.2) จงหาว่านานเท่าใดตะกร้อจึงตกถึงพื้น

วิธีทำ $f(t) = -t^2 + 10t$ มีกราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ

$$\begin{aligned} \text{มีจุดสูงสุด คือ } \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right) &= \left(\frac{-(-10)}{2(-1)}, \frac{4(-1)(0) - (10)^2}{4(-1)} \right) \\ &= \left(\frac{-10}{-2}, \frac{0 - 100}{-4} \right) \\ &= (5, 25) \end{aligned}$$

หาจุดตัดแกน X ให้ $y = 0$

$$\text{จาก } y = -t^2 + 10t$$

$$0 = -t^2 + 10t$$

$$t^2 - 10t = 0$$

$$t(t - 10) = 0$$

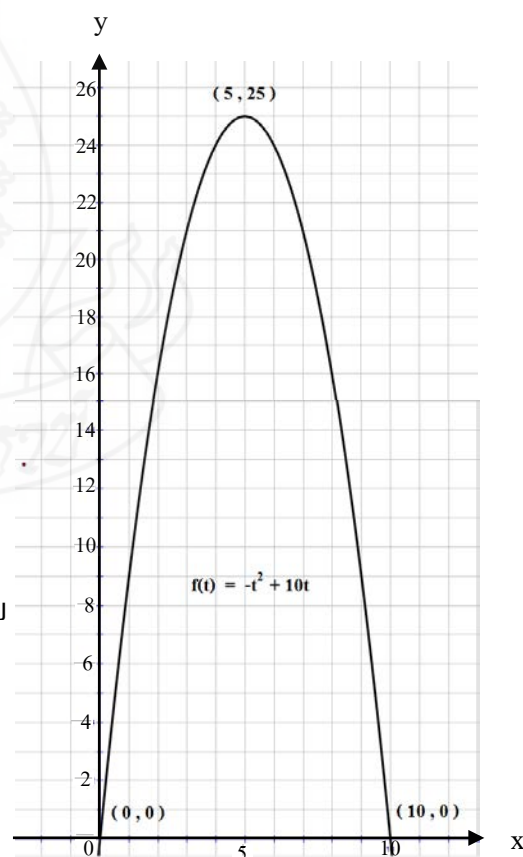
$$t = 0, 10$$

∴ จุดตัดแกน X คือ $(0, 0)$ และ $(10, 0)$

เขียนกราฟ $f(t) = -t^2 + 10t$ ได้ดังนี้

1.1) เวลาในขณะที่ยุ่สูงที่สุดจากพื้นเท่ากับ
5 วินาที

1.2) เมื่อเวลาผ่านไป 10 วินาที ตะกร้อจึงตกถึงพื้น



ใบกิจกรรมโครงการที่ 8/1

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจสิ่งที่อยู่รอบตัวแล้วนำมาช่วยกันยกตัวอย่างสถานการณ์โจทย์
การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟที่เกี่ยวกับการหาค่าต่ำสุด
มา 1 สถานการณ์

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

จุดประสงค์ นำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

.....

.....

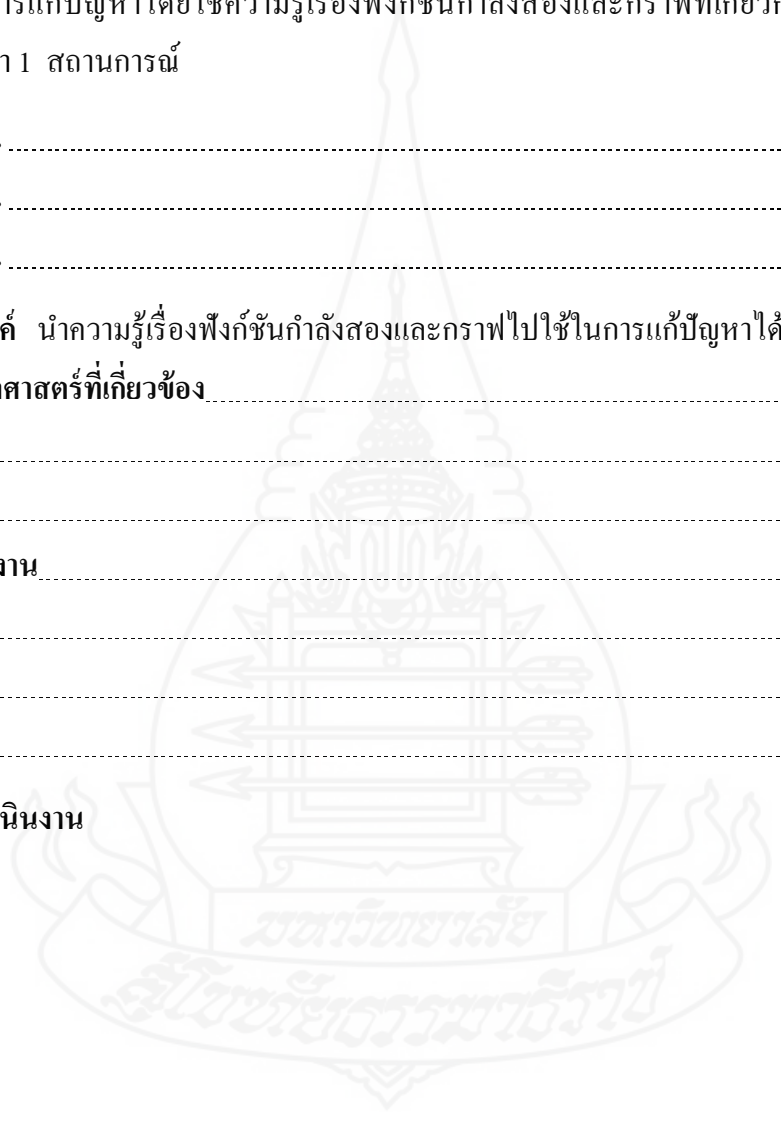
วิธีดำเนินงาน.....

.....

.....

.....

ผลการดำเนินงาน



ใบกิจกรรมโครงงานที่ 8 /2

โครงงาน.....
 คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจสิ่งที่อยู่รอบตัวแล้วนำมาช่วยกันยกตัวอย่างสถานการณ์โจทย์การ
 แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าสูงสุด
 มา 1 สถานการณ์และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบในการสร้างกราฟ

ผู้จัดทำ 1.
 2.
 3.

จุดประสงค์.....
 สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

วิธีดำเนินงาน.....

ผลการดำเนินงาน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง ฟังก์ชันขั้นบันได

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันขั้นบันได เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริงและมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วง ๆ มากกว่า 2 ช่วง ซึ่งกราฟของฟังก์ชันนี้มีลักษณะคล้ายขั้นบันได

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันขั้นบันไดได้
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดได้
3. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

ความหมายของฟังก์ชันขั้นบันได
กราฟของฟังก์ชันขั้นบันได

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับความรู้เรื่องช่วงและการเขียนช่วงโดยใช้เส้นจำนวน รวมถึงการนำเสนอโครงงานในขั้นตอนที่ 2 โดยการถาม – ตอบ เช่น

ครู: จากการที่นักเรียนได้เคยศึกษาเรื่องช่วงและการเขียนช่วงโดยใช้เส้นจำนวนนั้น หากโจทย์กำหนดให้ว่า $\{x/ a < x \leq b\}$ นั้น นักเรียนทราบหรือไม่ว่าสัญลักษณ์ที่เขียนนี้ หมายถึงอย่างไร และเขียนโดยใช้เส้นจำนวนได้อย่างไร

นักเรียน: $\{x/ a < x \leq b\}$ หมายถึง ช่วงครึ่งเปิด $(a, b]$ เช่น $(5, 10]$ เขียนโดยใช้เส้นจำนวนได้ดังนี้



ครู: และถ้าโจทย์กำหนดว่า $\{x / x > a\}$ นักเรียนทราบหรือไม่ว่าสัญลักษณ์นี้หมายถึงอย่างไร และเขียนโดยใช้เส้นจำนวนได้อย่างไร

นักเรียน: $\{x / x > a\}$ หมายถึง ช่วง (a, ∞) เช่น $(5, \infty)$ เขียนโดยใช้เส้นจำนวนได้ดังนี้



ครู: สำหรับการนำเสนอโครงการในขั้นตอนที่ 2 ซึ่งนักเรียนได้ทำมาแล้วนั้นให้นักเรียนลองช่วยกันบอกครูว่า โครงการมีส่วนประกอบใดที่เพิ่มเติมมาจากขั้นตอนที่ 1

นักเรียน: เพิ่มรายละเอียดของเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และเพิ่มการเขียนวิธีดำเนินงานสั้นๆ ในการจัดทำโครงการ

ครู: ในช่วงนี้นักเรียนจะได้ทำโครงการในขั้นตอนที่สองอีกครั้งขอให้นักเรียนตั้งใจนะ

แนะนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครูนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชันขั้นบันได ดังนี้

ฟังก์ชันขั้นบันได

ฟังก์ชันขั้นบันได คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมน เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริงและมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วง ๆ มากกว่าสองช่วง เช่น

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{เมื่อ } 0 < x \leq 5 \\ 5 & \text{เมื่อ } 5 < x \leq 10 \\ 7 & \text{เมื่อ } 10 < x \leq 15 \end{cases}$$

ฟังก์ชันขั้นบันไดที่พบเห็นในชีวิตประจำวันได้แก่ อัตราค่าบริการไปรษณีย์ภัณฑ์ประเภทต่าง ๆ เช่น จดหมาย พัสดุ พัสดุไปรษณีย์ เป็นต้น อัตราค่าธรรมเนียมในการส่งธนาคติ อัตราภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา และอื่นๆ

กราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดจะเป็นกราฟที่มีลักษณะคล้ายขั้นบันได

ขั้นตอนการเขียนกราฟ ทำได้ดังนี้

1. สร้างแกน X และแกน Y และกำหนดตัวเลขบนแกน X และแกน Y ให้ครอบคลุมตัวเลขจากโจทย์
2. พิจารณาข้อกำหนดจากโจทย์ที่ให้มาแล้วจึงวาดกราฟตามความรู้ที่ได้เคยศึกษาเรื่องการเขียนช่วงโดยใช้เส้นจำนวนบนแกน X และแกน Y เดียวกัน
3. จะได้กราฟของฟังก์ชันขึ้นบันไดตามที่โจทย์ต้องการ

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของ

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x > 2 \\ 0, & -2 < x \leq 2 \\ -2, & x \leq -2 \end{cases}$$

วิธีทำ ขั้นตอนการเขียนกราฟ

1. พิจารณาตัวเลขที่โจทย์กำหนดให้ สร้างแกน X และแกน Y และกำหนดตัวเลขบนแกน X และแกน Y ให้ครอบคลุมตัวเลขจากโจทย์

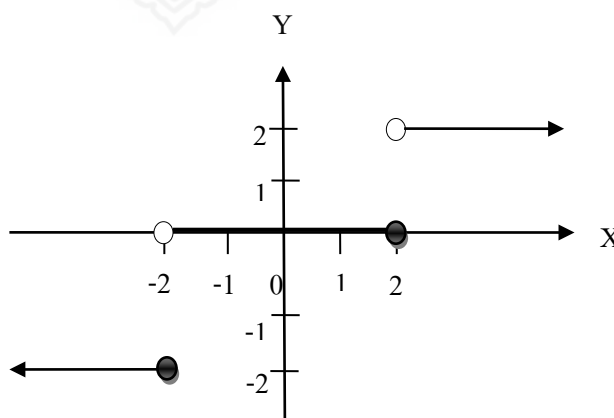
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันจากโจทย์ ดังนี้

$f(x) = 2, x > 2$ กราฟจะมีลักษณะกลางที่ $x = 2$ และเส้นกราฟไปทางขวามือ ไม่มีที่สิ้นสุด

$f(x) = 0, -2 < x \leq 2$ กราฟจะเริ่มต้นมีลักษณะกลางที่ $x = -2$ เส้นกราฟจะต่อเนื่องและสิ้นสุดที่ $x = 2$ โดยที่ $x = 2$ กราฟมีลักษณะทึบ

$f(x) = -2, x \leq -2$ กราฟจะมีลักษณะทึบที่ $x = -2$ และเส้นกราฟไปทางซ้ายมือ ไม่มีที่สิ้นสุด

เราสามารถเขียนกราฟจากข้อกำหนดได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันแทนอัตราค่าบริการไปรษณีย์ภัณฑ์ ต่อไปนี้

พิกัดน้ำหนัก	อัตรา (บาท)
ไม่เกิน 50 กรัม	5.00
เกิน 50 กรัม แต่ไม่เกิน 100 กรัม	10.00
เกิน 100 กรัม แต่ไม่เกิน 300 กรัม	15.00
เกิน 300 กรัม แต่ไม่เกิน 500 กรัม	20.00
เกิน 500 กรัม แต่ไม่เกิน 1000 กรัม	30.00

วิธีทำ ให้ x แทนน้ำหนักไปรษณีย์ภัณฑ์ หน่วยเป็นกรัม
 $f(x)$ แทนอัตราค่าบริการ หน่วยเป็นบาท

$$f(x) = \begin{cases} 5, & 0 < x \leq 50 \\ 10, & 50 < x \leq 100 \\ 15, & 100 < x \leq 300 \\ 20, & 300 < x \leq 500 \\ 30, & 500 < x \leq 1000 \end{cases}$$

ขั้นตอนการเขียนกราฟ

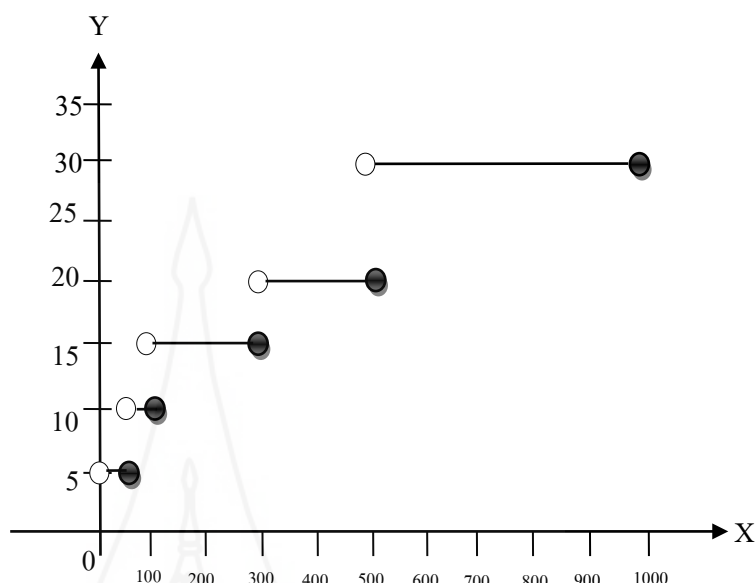
- พิจารณาตัวเลขที่โจทย์กำหนดให้ จะพบว่าค่าของ $f(x)$ หรือ y นั้นเป็นบวก และค่าของ x ก็เป็นบวกด้วยดังนั้นจึงวาดกราฟอยู่ภายในจุดภาคที่ 1 เท่านั้น
- สร้างแกน X และแกน Y และกำหนดตัวเลขบนแกน X และแกน Y ให้ครอบคลุมตัวเลขจากโจทย์
- เขียนกราฟของฟังก์ชันจากโจทย์ ดังนี้

$f(x) = 5, 0 < x \leq 50$ กราฟจะเริ่มต้นมีลักษณะกลวงที่ $x = 0$ เส้นกราฟจะต่อเนื่องและสิ้นสุดที่ $x = 50$ โดยที่ $x = 50$ กราฟมีลักษณะทึบ

$f(x) = 10, 50 < x \leq 100$ กราฟจะเริ่มต้นมีลักษณะกลวงที่ $x = 50$ เส้นกราฟจะต่อเนื่องและสิ้นสุดที่ $x = 100$ โดยที่ $x = 100$ กราฟมีลักษณะทึบ

ทำเช่นนี้จนกระทั่งครบทุกข้อกำหนดของฟังก์ชัน

เราสามารถเขียนกราฟจากข้อกำหนดได้ดังนี้



3) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 9

4) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5) ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมและให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ในประเด็นที่เกี่ยวกับการวิเคราะห์ โจทย์ สิ่ง โจทย์ให้มา สิ่ง โจทย์ต้องการให้หา แนวทางในการแก้ปัญหา โจทย์ จาก โจทย์ตัวอย่างที่ 3 ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันแทนค่าบริการการใช้ห้องสมุดสืบค้นข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต ซึ่งคิดราคาจากเวลาที่ใช้บริการ โดยชั่วโมงแรกคิด 15 บาท ชั่วโมงถัดไปคิดชั่วโมงละ 10 บาท โดยกำหนดให้ใช้บริการได้ไม่เกิน 3 ชั่วโมง

วิธีทำ นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการวิเคราะห์ โจทย์ตัวอย่างที่ 3 และช่วยกันตอบคำถามครู ดังนี้

ครู: จากข้อนี้สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร

นักเรียน: โจทย์ต้องการให้เขียนฟังก์ชัน สร้างกราฟของฟังก์ชันที่แทนค่าบริการใช้ห้องสมุดสืบค้นข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต

ครู: สิ่งที่โจทย์ให้มาคืออะไร

นักเรียน: โจทย์ให้มาว่าค่าบริการการใช้ห้องสมุดสืบค้นข้อมูลทางอินเทอร์เน็ตคิดราคาจากเวลาที่ใช้บริการ ชั่วโมงแรกคิด 15 บาท ชั่วโมงถัดไปคิดชั่วโมงละ 10 บาท โดยกำหนดให้ใช้บริการไม่เกิน 3 ชั่วโมง

ครู: นักเรียนมีแนวทางในการแก้ปัญหาโจทย์อย่างไร

นักเรียน: เขียนฟังก์ชันก่อนโดยเริ่มจากค่าบริการชั่วโมงแรก ชั่วโมงที่สอง ชั่วโมงที่สามแล้ว จึงสร้างกราฟของฟังก์ชัน

หลังจากนั้นครูแนะนำวิธีการแก้ปัญหাজอทย์ดังนี้

ให้ x แทนจำนวนชั่วโมงที่ใช้บริการ หน่วยเป็นชั่วโมง
 $f(x)$ แทนอัตราค่าบริการ หน่วยเป็นบาท

จะได้

$$f(x) = \begin{cases} 15, & 0 < x \leq 1 \\ 25, & 1 < x \leq 2 \\ 35, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

ขั้นตอนการเขียนกราฟ

1. พิจารณาตัวเลขที่โจทย์กำหนดให้ สร้างแกน X และแกน Y และกำหนดตัวเลขบนแกน X และแกน Y ให้ครอบคลุมตัวเลขจากโจทย์

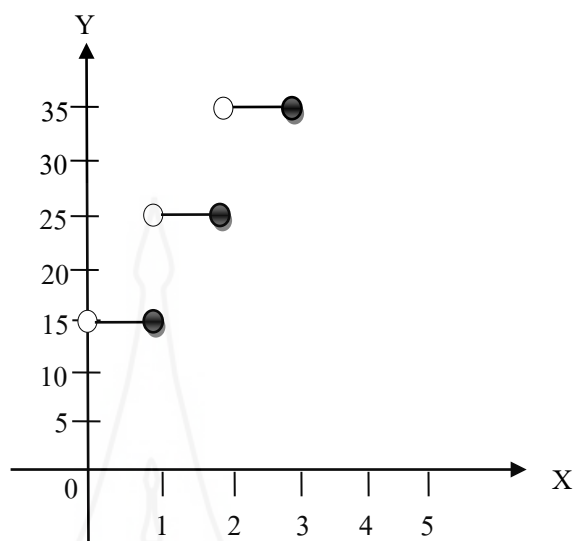
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันจากโจทย์ ดังนี้

$f(x) = 15, 0 < x \leq 1$ กราฟจะเริ่มต้นมีลักษณะกวางที่ $x = 0$ เส้นกราฟจะต่อเนื่องและสิ้นสุดที่ $x = 1$ โดยที่ $x = 1$ กราฟมีลักษณะทึบ

$f(x) = 25, 1 < x \leq 2$ กราฟจะเริ่มต้นมีลักษณะกวางที่ $x = 1$ เส้นกราฟจะต่อเนื่องและสิ้นสุดที่ $x = 2$ โดยที่ $x = 2$ กราฟมีลักษณะทึบ

$f(x) = 35, 2 < x \leq 3$ กราฟจะเริ่มต้นมีลักษณะกวางที่ $x = 2$ เส้นกราฟจะต่อเนื่องและสิ้นสุดที่ $x = 3$ โดยที่ $x = 3$ กราฟมีลักษณะทึบ

เราสามารถเขียนกราฟจากข้อกำหนดได้ดังนี้



6) เมื่อเห็นว่านักเรียนเข้าใจดีแล้ว ครูและนักเรียนสรุปข้อความรู้ร่วมกันโดยการถาม-ตอบ
เช่น

ครู: หลังจากที่ได้ศึกษาแล้ว นักเรียนบอกครูได้หรือไม่ว่าฟังก์ชันขั้นบันไดมีความหมายอย่างไร

นักเรียน: เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมน เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริงและมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วง ๆ มากกว่าสองช่วง

ครู: กราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดมีลักษณะที่เห็นเด่นชัดเป็นอย่างไร

นักเรียน: กราฟของฟังก์ชันมีลักษณะคล้ายขั้นบันได

ครู: การเขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดมีหลักการอย่างไร

นักเรียน: เริ่มต้นด้วยการเขียนฟังก์ชันตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ (ในกรณีที่โจทย์ให้สร้างฟังก์ชันเอง) แล้วจึงเขียนกราฟตามฟังก์ชันนั้น โดยเขียนกราฟเป็นช่วงๆ

นำไปใช้

7) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมโครงการที่ 9/1 กราฟของฟังก์ชันขั้นบันได ระหว่างนั้นครูคอยดูแลให้คำแนะนำ

8) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาในประเด็นที่เกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาโจทย์ถูกต้องหรือไม่ การเขียนแสดงวิธีทำ ความถูกต้องของคำตอบในใบกิจกรรมโครงการที่ 9/1 ของแต่ละกลุ่ม โดยครูนำผลงานนักเรียนมาแสดงหน้าชั้นเรียนประกอบ

ชั้นฝึกทักษะและทบทวน

9) นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมโครงการที่ 9/2 กราฟของฟังก์ชันขั้นบันได ส่งครูก่อนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 9
2. ใบกิจกรรมโครงการที่ 9/1
3. ใบกิจกรรมโครงการที่ 9/2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรมโครงการ



ใบกิจกรรมที่ 9

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีทำพร้อมเขียนกราฟเพื่อหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้
จงเขียนฟังก์ชันและกราฟของค่าพัสดูโปรยณีย์ เมื่อกำหนดน้ำหนักของพัสดูโปรยณีย์
ไม่เกิน 5,000 กรัม ดังนี้

พิกัดน้ำหนัก	อัตรา (บาท)
ไม่เกิน 1000 กรัม	20.00
เกิน 1000 กรัม คิด 1,000 กรัมละ	10.00
(เศษของ 1,000 กรัม ให้นับเป็น 1,000 กรัม)	



เฉลยใบกิจกรรมที่ 9

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีทำพร้อมเขียนกราฟเพื่อหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้
จงเขียนฟังก์ชันและกราฟของค่าพัสดุไปรษณีย์ เมื่อกำหนดน้ำหนักของพัสดุไปรษณีย์
ไม่เกิน 5,000 กรัม ดังนี้

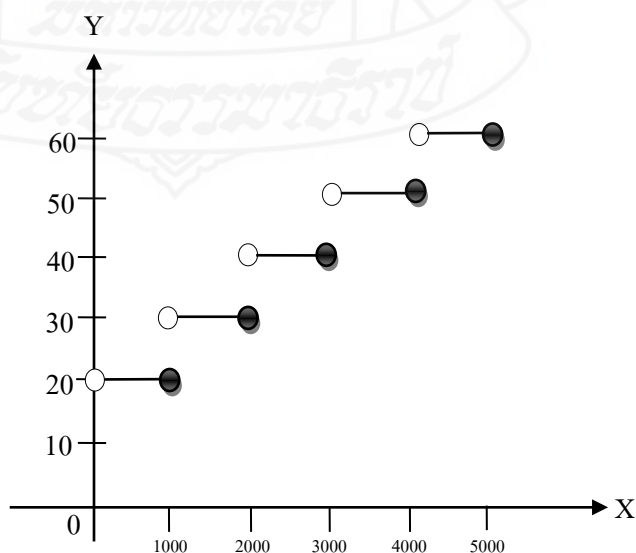
พิกัดน้ำหนัก	อัตรา (บาท)
ไม่เกิน 1000 กรัม	20.00
เกิน 1000 กรัม คิด 1,000 กรัมละ (เศษของ 1,000 กรัม ให้นับเป็น 1,000 กรัม)	10.00

วิธีทำ ให้ x แทนน้ำหนักพัสดุไปรษณีย์ หน่วยเป็นกรัม
 $f(x)$ แทนอัตราค่าบริการ หน่วยเป็นบาท

จะได้

$$f(x) = \begin{cases} 20, & 0 < x \leq 1000 \\ 30, & 1000 < x \leq 2000 \\ 40, & 2000 < x \leq 3000 \\ 50, & 3000 < x \leq 4000 \\ 60, & 4000 < x \leq 5000 \end{cases}$$

เขียนกราฟได้ดังนี้



ใบกิจกรรมโครงการที่ 9/1

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มยกตัวอย่างสถานการณ์ต่างๆในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะเป็นฟังก์ชัน
ขั้นบันได มา 1 สถานการณ์ พร้อมเขียนกราฟประกอบ

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

จุดประสงค์ เขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

.....

วิธีดำเนินงาน

.....

.....

.....

ผลการดำเนินงาน



ใบกิจกรรมโครงการที่ 9/2

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละคนยกตัวอย่างสถานการณ์ต่างๆในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะเป็นฟังก์ชัน
ขั้นบันได มา 1 สถานการณ์ (โดยไม่ซ้ำกับสถานการณ์ในใบกิจกรรมโครงการที่ 9/1)
พร้อมเขียนกราฟประกอบ

ผู้จัดทำ.....

จุดประสงค์ เขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

.....

วิธีดำเนินงาน.....

.....

.....

ผลการดำเนินงาน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เป็นฟังก์ชันพื้นฐานเบื้องต้นที่อยู่ในรูป $y=a^x$ เมื่อ $a>0$ และ $a \neq 1$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้
2. บอกลักษณะของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้
3. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลโดยใช้สมบัติ $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x=y$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $a>0$ ได้
4. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

ความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลโดยใช้สมบัติ $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x=y$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $a>0$

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- 1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังและการทำโครงงานขั้นตอนที่ 2 ที่ผ่านมา โดยการถาม – ตอบ เช่น

ครู: จากการที่นักเรียนได้เคยศึกษาเรื่อง เลขยกกำลังมาแล้วนั้น a^n มีความหมายว่าอย่างไร

นักเรียน: มีความหมายคือ $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$ เรียก a^n ว่าเลขยกกำลังที่มี a

เป็นฐาน และ n เป็นเลขชี้กำลัง

ครู: ให้นักเรียนลองยกตัวอย่างเลขยกกำลังมาให้ครูดูสัก 1 ตัวอย่าง

นักเรียน: เช่น 3^4 แทน $3 \times 3 \times 3 \times 3$ มีค่าเท่ากับ 81

ครู: จากสมบัติของเลขยกกำลัง 2^{-2} มีค่าเท่ากับเท่าไร

นักเรียน: มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2^2}$ หรือ $\frac{1}{4}$

ครู: แล้ว $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ มีค่าเท่าไร

นักเรียน: มีค่า $(3^{-1})^{-2} = 3^2 = 9$

ครู: สำหรับกิจกรรมโครงการในขั้นตอนที่ 2 ที่นักเรียนได้ศึกษาและฝึกปฏิบัติ แล้วนั้น นักเรียนบอกครูได้หรือไม่ว่าโครงการขั้นตอนที่ 2 มีส่วนประกอบอะไรที่เพิ่มเติมจากโครงการขั้นตอนที่ 1

นักเรียน: เพิ่มการอธิบายรายละเอียดสาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและวิธีดำเนินงานพอสมควร

ครู: ในหัวข้อต่อไปนี้นักเรียนจะได้ศึกษาเกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ซึ่งนักเรียนต้องนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังมาใช้และกิจกรรมโครงการในขั้นตอนที่ 3 ซึ่งเป็นขั้นตอนที่เรียกว่าสอดคล้องประสานทำโครงการที่สมบูรณ์ ซึ่งโครงการจะมีส่วนประกอบเพิ่มขึ้นมาจากขั้นตอนที่ 1 และ 2 เพื่อให้ให้นักเรียนได้มีความเข้าใจเกี่ยวกับการทำโครงการได้ลุ่มลึกมากขึ้นเป็นลำดับ

ชั้นนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครูนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ดังนี้

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลเป็นฟังก์ชันพื้นฐานเบื้องต้นที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ ตัวอย่างของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

$$1) y = 3^x \qquad 2) y = (0.5)^x \qquad 3) y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

เราสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

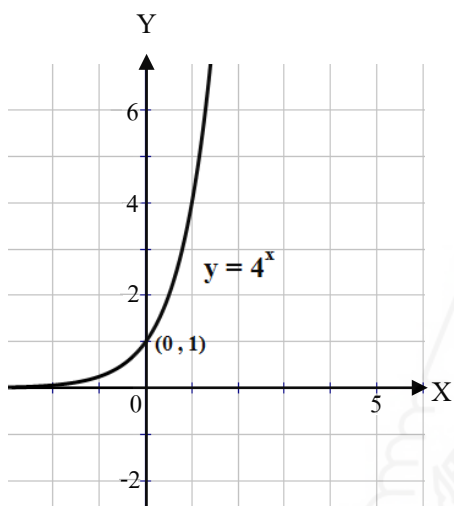
ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$1) y = 4^x \qquad 2) y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

วิธีทำ 1) จาก $y = 4^x$ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จะได้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 4^x$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	1	4	16	64

เขียนกราฟของ $y = 4^x$ ได้ดังนี้



จากกราฟเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย
เรียกว่า เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

โดเมนของฟังก์ชัน คือ เซตของจำนวนจริง

เขียนแทนด้วย $\{x / x \in \mathbb{R}\}$

เรนจ์ของฟังก์ชันจะเป็นเซตของจำนวนจริงที่

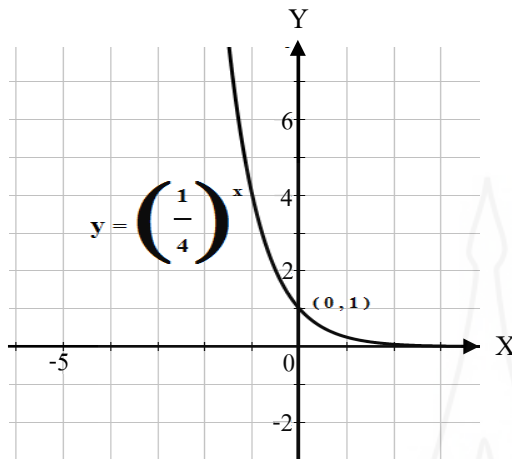
มากกว่าศูนย์เขียนแทนด้วย $\{y / y > 0\}$

2) จาก $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวกศูนย์ ลบ เช่น -3, -2, -1, 0, 1, 2,

3 ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จะได้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$	64	16	4	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$

เขียนกราฟของ $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ได้ดังนี้



จากกราฟเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าลดลง
เรียกว่า เป็นฟังก์ชันลด

โดเมนของฟังก์ชัน คือ เซตของจำนวนจริง

เขียนแทนด้วย $\{x/x \in \mathbb{R}\}$

เรนจ์ของฟังก์ชันจะเป็นเซตของจำนวนจริงที่
มากกว่าศูนย์เขียนแทนด้วย $\{y/y > 0\}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ x เมื่อกำหนดให้ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 243$

วิธีทำ จากโจทย์ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 243$

จะได้ $3^x = 243$

$$3^x = 3^5$$

$$\therefore x = 5$$

ตรวจสอบคำตอบโดยการแทนค่า $x = 5$ จะได้ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-5} = 243$ ดังนั้น $3^5 = 243$ เป็นจริง

3) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 10

4) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5) ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และให้นักเรียนออกมาเขียนกราฟอย่างคร่าวๆ บนกระดานสัก 1-2 ตัวอย่าง หลังจากนั้นครูยกตัวอย่างโจทย์เกี่ยวกับการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้สมบัติ $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $a > 0$ เพิ่มเติม และให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดและการหาคำตอบ

6) เมื่อเห็นว่านักเรียนเข้าใจดีแล้ว ครูและนักเรียนสรุปข้อความรู้ร่วมกันโดยการถาม-ตอบ เช่น

ครู: ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คืออะไร

นักเรียน: คือ ฟังก์ชันพื้นฐานเบื้องต้นที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$

ครู: ลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มีข้อสังเกตอย่างไร

นักเรียน: ลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มีข้อสังเกตดังนี้ กราฟของฟังก์ชัน $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอ ทั้งนี้ เพราะ $a^0 = 1$

ถ้า $a > 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าเพิ่มขึ้น

ถ้า $0 < a < 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าลดลง

กรณี $a \neq 1$ และ $a > 0$, $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$

ครู: การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้สมบัติ $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $a > 0$ มีหลักการอย่างไร

นักเรียน: มีหลักการ คือ ทำเลขยกกำลังทั้งสองข้างของสมการ ให้มีเลขฐานเป็นเลขเดียวกัน เมื่อเลขฐานเท่ากันจะส่งผลให้เลขชี้กำลังเท่ากันด้วยก็จะได้คำตอบของสมการเอกซ์โพเนนเชียล หลังจากนั้นควรตรวจสอบคำตอบโดยการนำคำตอบที่ได้ไปแทนค่าในโจทย์ ถ้าแทนค่าแล้วทำให้สมการของโจทย์เป็นจริงแสดงว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นนำไปใช้

7) ครูแนะนำเกี่ยวกับการทำโครงการในขั้นตอนที่ 3 สอดประสานทำโครงการที่สมบูรณ์ โดยเพิ่มหัวข้อหรือองค์ประกอบของรายงานที่ควรเพิ่มเติมจากขั้นตอนที่ 1 และ 2 คือ

- 1) ครูที่ปรึกษา คือ ครูผู้สอนและอาจมีครูท่านอื่นซึ่งมีความถนัดและความสนใจในเรื่องที่นักเรียนจัดทำโครงการ
- 2) ความเป็นมา ให้บอกถึงเหตุผล แรงจูงใจในการทำโครงการนี้
- 3) ระยะเวลาในการดำเนินงาน บอกช่วงเวลาในการจัดทำโครงการ
- 4) สรุปและข้อเสนอแนะ เป็นการสรุปสาระสำคัญของผลการดำเนินงานที่สอดคล้องกับจุดประสงค์สามารถเพิ่มเติมข้อเสนอแนะให้ผู้อื่นสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ด้วย

หลังจากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมโครงการที่ 10/1 กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยระหว่างนั้นครูคอยดูแลให้คำแนะนำ

8) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาในประเด็นที่เกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาโจทย์ถูกต้องหรือไม่ การเขียนแสดงวิธีทำ ความถูกต้องของคำตอบในใบกิจกรรมโครงการที่ 10/1 ของแต่ละกลุ่ม โดยครูนำผลงานนักเรียนมาแสดงหน้าชั้นเรียนประกอบ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

9) นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 10/2 กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยระหว่างนั้น ครูคอยดูแลให้คำแนะนำ ส่งครูจนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 10
2. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 10/1
3. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 10/2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรมโครงงาน



ใบกิจกรรมที่ 10

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ พร้อมสรุปลักษณะของกราฟ

2. จงหาค่าของ x เมื่อกำหนดให้ $\left(\frac{1}{4}\right)^{-x} = 4096$

เฉลยใบกิจกรรมที่ 10

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

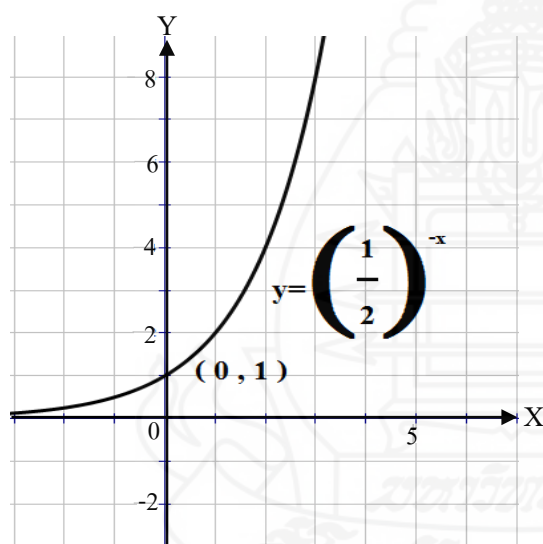
1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ พร้อมสรุปลักษณะของกราฟ

วิธีทำ จาก $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น -3, -2, -1, 0, 1, 2,

3 ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จะได้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

เขียนกราฟของ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ ได้ดังนี้



จากกราฟเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย เรียกว่า เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

โดเมนของฟังก์ชัน คือ เซตของจำนวนจริง

เขียนแทนด้วย $\{x / x \in \mathbb{R}\}$

เรนจ์ของฟังก์ชันจะเป็นเซตของจำนวนจริงที่

มากกว่าศูนย์เขียนแทนด้วย $\{y / y > 0\}$

2. จงหาค่าของ x เมื่อกำหนดให้ $\left(\frac{1}{4}\right)^{-x} = 4096$

วิธีทำ จากโจทย์ $\left(\frac{1}{4}\right)^{-x} = 4096$

จะได้ $4^x = 4096$

$$4^x = 4^6$$

$$\therefore x = 6$$

ตรวจสอบคำตอบโดยการแทนค่า $x = 6$ จะได้ $\left(\frac{1}{4}\right)^{-6} = 4096$ ดังนั้น $4^6 = 4096$ เป็นจริง

ใบกิจกรรมโครงการที่ 10/1

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มยกตัวอย่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ที่ค่าของ $a > 1$ มา 1 ตัวอย่าง พร้อมเขียนกราฟประกอบและบอกลักษณะของฟังก์ชัน

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

ครูที่ปรึกษา

ความเป็นมา.....

จุดประสงค์ บอกลักษณะของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ระยะเวลาในการดำเนินงาน

วิธีดำเนินงาน

ผลการดำเนินงาน

สรุปและข้อเสนอแนะ

ใบกิจกรรมโครงงานที่ 10/2

โครงงาน.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มยกตัวอย่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่ค่าของ $0 < a < 1$ มา 1 ตัวอย่าง พร้อมเขียนกราฟประกอบและบอกลักษณะของฟังก์ชัน

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

ครูที่ปรึกษา.....

ความเป็นมา.....

จุดประสงค์.....

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

ระยะเวลาในการดำเนินงาน.....

วิธีดำเนินงาน.....

ผลการดำเนินงาน.....

สรุปและข้อเสนอแนะ.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เป็นฟังก์ชันพื้นฐานเบื้องต้นที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ เราสามารถใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับการเพิ่มของประชากร ผลตอบแทนจากการฝากเงินที่มีอัตราดอกเบี้ยคงตัวได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นำความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
2. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหา

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

จ้่นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่ได้ศึกษาในชั่วโมงก่อน โดยการถาม – ตอบ เช่น

ครู: เมื่อนักเรียนได้รับความรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ในชั่วโมงก่อนแล้ว ครูอยากทราบว่าฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คืออะไร

นักเรียน: คือ ฟังก์ชันพื้นฐานเบื้องต้นที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$

ครู: การเขียนกราฟควรทำอย่างไร

นักเรียน: กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y จ้เป็นลู่อันดับแล้วเขียนกราฟต่อไป

ครู: ลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มีข้อสังเกตอย่างไร

นักเรียน: ลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มีข้อสังเกตดังนี้

- 1) กราฟของฟังก์ชัน $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอ
ทั้งนี้ เพราะ $a^0 = 1$
- 2) ถ้า $a > 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าเพิ่มขึ้น
ถ้า $0 < a < 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าลดลง
- 3) กรณี $a \neq 1$ และ $a > 0$, $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$

ครู: ในช่วงนี้ นักเรียนจะได้เรียนรู้การนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ต่อไป

แนะนำเสนอเนื้อหาใหม่

- 2) คำนวณเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหาดังนี้

การนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหา

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลเป็นฟังก์ชันพื้นฐานเบื้องต้นที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ เราสามารถใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหาก็เกี่ยวกับการเพิ่มของประชากร ผลตอบแทนจากการฝากเงินที่มีอัตราดอกเบี้ยคงตัวได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ก้อยเลี้ยงจิ้งหรีด และสังเกตว่ามีการเจริญเติบโตอย่างรวดเร็ว จำนวนจิ้งหรีด (ตัว) หาได้

จากสมการ $f(t) = 10(1.2)^t$ เมื่อ $f(t)$ แทนจำนวนจิ้งหรีดและ t แทนจำนวนวัน จงหา

- (1) จำนวนจิ้งหรีด (โดยประมาณเป็นจำนวนเต็ม) เมื่อกำหนดให้ $t = 0, 1, 2, 3$
- (2) จำนวนจิ้งหรีดในวันที่ 4 เป็นกี่เท่าของวันที่ 2
- (3) เขียนกราฟของฟังก์ชัน f

วิธีทำ

$$(1) \text{ จาก } f(t) = 10(1.2)^t$$

$$f(0) = 10(1.2)^0 = 10$$

$$f(1) = 10(1.2)^1 = 12$$

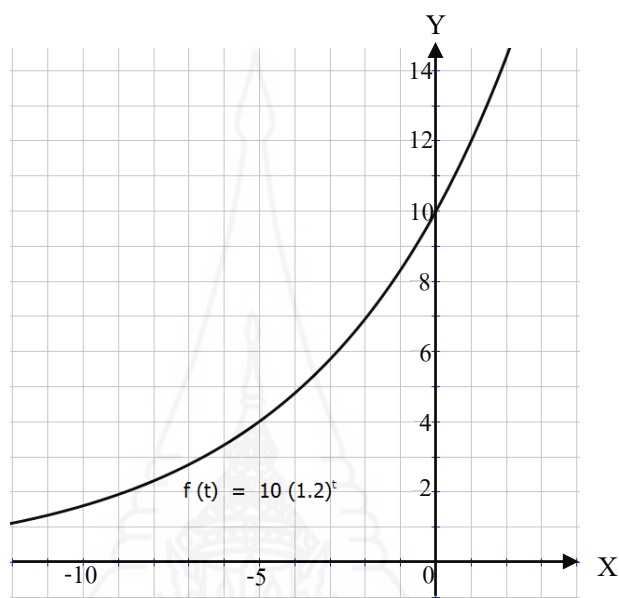
$$f(2) = 10(1.2)^2 = 14.4 \approx 14$$

$$f(3) = 10(1.2)^3 = 17.28 \approx 17$$

(2) จาก $f(4) = 10(1.2)^4 = 20.736 \approx 21$

จำนวนจิ้งหรีด ในวันที่ 4 เป็น $\frac{21}{14} = 1.5$ เท่าของวันที่ 2

(3) เขียนกราฟได้ดังนี้



จากกราฟเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย เรียกว่า เป็นฟังก์ชันเพิ่ม แสดงว่าเมื่อจำนวนวันเพิ่ม จำนวนจิ้งหรีดก็จะเพิ่มขึ้นด้วย

ตัวอย่างที่ 2 บอยฝากเงิน 50,000 บาท โดยธนาคารคิดอัตราดอกเบี้ยทบต้นทุกปีในอัตรา 3% เมื่อครบ 3 ปี จงหาว่าบอยจะได้เงินรวมและดอกเบี้ยทบต้นเท่าใด

วิธีทำ	ปีที่ 1	เงินต้น	50,000	บาท
		ดอกเบี้ย	$50,000 \times 3\%$	= 1,500 บาท
	ปีที่ 2	เงินต้น	$50,000 + 1,500$	= 51,500 บาท
		ดอกเบี้ย	$51,500 \times 3\%$	= 1,545 บาท
	ปีที่ 3	เงินต้น	$51,500 + 1,545$	= 53,045 บาท
		ดอกเบี้ย	$53,045 \times 3\%$	= 1,591.35 บาท

ดังนั้น เมื่อครบ 3 ปี จะได้เงินรวม $53,045 + 1,591.35 = 54,636.35$ บาท
และดอกเบี้ยทั้งหมด 4,636.35 บาท

- 3) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 11
- 4) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5) ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมและให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ในประเด็นที่เกี่ยวกับการวิเคราะห์โจทย์ สิ่งที่โจทย์ให้มา สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา แนวทางในการแก้ปัญหาโจทย์ จากโจทย์ตัวอย่างที่ 3 ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 หมู่บ้านหนึ่งมีประชากรอยู่ 6,000 คน ถ้าจำนวนประชากรในปีต่อ ๆ ไป หาได้จากสูตร $f(x) = 6,000 (1.1)^{\frac{x}{10}}$ เมื่อ x แทนจำนวนปี จงหาว่าในอีก 10 ปี ข้างหน้า ประชากรในหมู่บ้านนี้จะมีกี่คน

วิธีทำ จาก $f(x) = 6,000 (1.1)^{\frac{x}{10}}$

แทนค่า $x = 10$ จะได้

$$\begin{aligned} f(x) &= 6,000 (1.1)^{\frac{10}{10}} \\ &= 6,000 \times 1.1 = 6,600 \end{aligned}$$

$\therefore$ อีก 10 ปีข้างหน้า ประชากรในหมู่บ้านนี้จะมี 6,600 คน

6) เมื่อเห็นว่านักเรียนเข้าใจดีแล้ว ครูและนักเรียนสรุปข้อความรู้ร่วมกันโดยการถาม-ตอบ เช่น

ครู: การแก้ปัญหาโจทย์ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่เกี่ยวกับการเพิ่มของประชากร นั้นมีหลักการอย่างไร

นักเรียน: นำสมการฟังก์ชันที่โจทย์กำหนดให้มาแทนค่าตามที่โจทย์ต้องการ หลังจากนั้นก็เขียนกราฟประกอบเพื่อให้เห็นลักษณะของข้อมูล แล้วจึงตอบคำถาม

ครู: แล้วการแก้ปัญหาโจทย์ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่เกี่ยวกับผลตอบแทนจากการฝากเงินที่มีอัตราดอกเบี้ยคงตัวนั้น มีหลักการอย่างไร

นักเรียน: ส่วนใหญ่โจทย์จะกำหนดดอกเบี้ยเป็นเปอร์เซ็นต์มาให้ก็คิดเปอร์เซ็นต์ตามระยะเวลาฝากที่โจทย์กำหนดแล้วจึงตอบคำถาม

ครู: เมื่อนักเรียนพอเข้าใจแล้ว หลังจากนั้นครูจะให้นักเรียนได้ลองนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับการนำเสนอโครงงานดังต่อไปนี้

ชั้นนำไปใช้

7) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 11/1 การแก้ปัญหาโจทท์ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ระหว่างนั้นครูคอยดูแลให้คำแนะนำ

8) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาในประเด็นที่เกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาโจทท์ถูกต้องหรือไม่ การเขียนแสดงวิธีทำ ความถูกต้องของคำตอบในใบกิจกรรมโครงงานที่ 11/1 ของแต่ละกลุ่ม โดยครูนำผลงานนักเรียนมาแสดงหน้าชั้นเรียนประกอบ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

9) นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 11/2 การแก้ปัญหาโจทท์ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ส่งครูก่อนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 11
2. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 11/1
3. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 11/2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรมโครงงาน

ใบกิจกรรมที่ 11

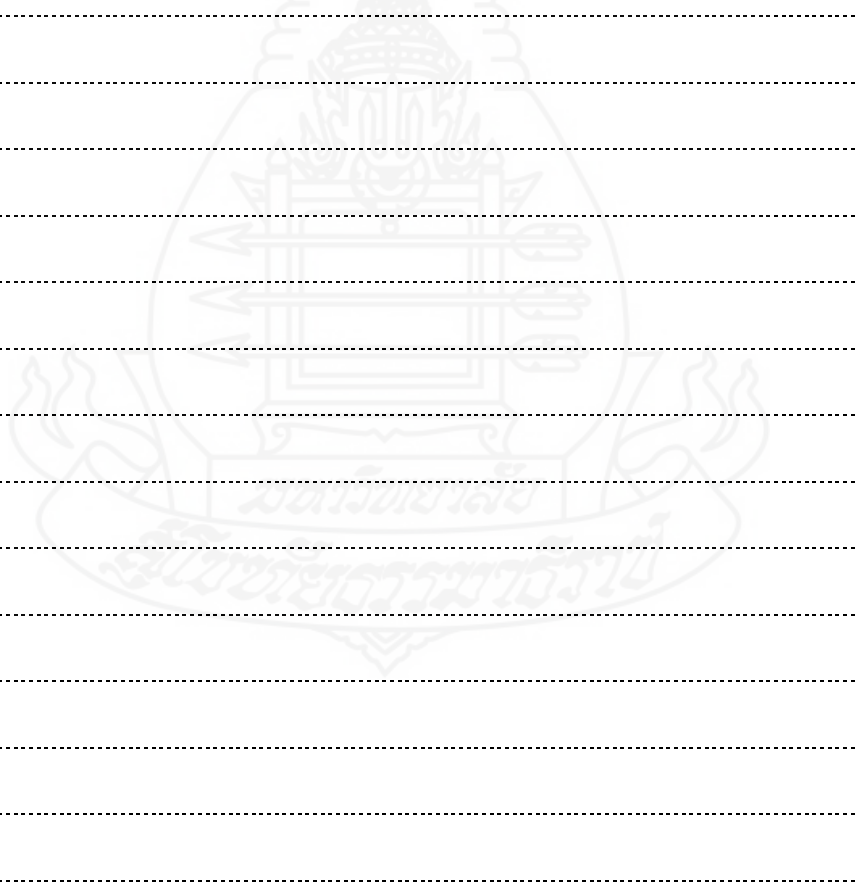
คำชี้แจงให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

1. วัฒนฺ์เลี้ยงไ้เดือนเพือเป็นอาชีพเสริม วัฒนฺ์สังเกตว่าไ้เดือนมีการแพร่พันธุ์อย่างรวคเร็ว

จำนวนไส้เดือน (ตัว) สามารถหาได้จากสมการ $f(t) = 10(1.4)^t$ เมื่อ $f(t)$ แทน

จำนวนไต้เดือนและ t แทนจำนวนวัน จงหา

- (1) จำนวนไส้เดือน (โดยประมาณเป็นจำนวนเต็ม) เมื่อกำหนดให้ $t = 0, 1, 2, \dots, 5$
- (2) จำนวนไส้เดือนในวันที่ 7 เป็นกี่เท่าของวันที่ 3
- (3) เขียนกราฟของฟังก์ชัน f



เฉลยใบกิจกรรมที่ 11

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

1. วัฒนส์เลี้ยงไส้เดือนเพื่อเป็นอาชีพเสริม วัฒนส์สังเกตว่าไส้เดือนมีการแพร่พันธุ์อย่างรวดเร็ว จำนวนไส้เดือน(ตัว)สามารถหาได้จากสมการ $f(t) = 10(1.4)^t$ เมื่อ $f(t)$ แทนจำนวนไส้เดือนและ t แทนจำนวนวัน จงหา

- (1) จำนวนไส้เดือน (โดยประมาณเป็นจำนวนเต็ม) เมื่อกำหนดให้ $t = 0, 1, 2, \dots, 5$
- (2) จำนวนไส้เดือนในวันที่ 7 เป็นกี่เท่าของวันที่ 3
- (3) เขียนกราฟของฟังก์ชัน f

วิธีทำ (1) จาก $f(t) = 10(1.4)^t$

$$f(0) = 10(1.4)^0 = 10$$

$$f(1) = 10(1.4)^1 = 14$$

$$f(2) = 10(1.4)^2 = 19.6 \approx 20$$

$$f(3) = 10(1.4)^3 = 27.44 \approx 27$$

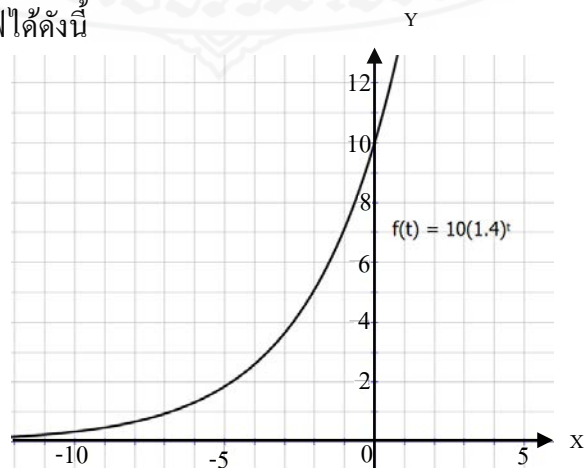
$$f(4) = 10(1.4)^4 = 38.42 \approx 38$$

$$f(5) = 10(1.4)^5 = 53.78 \approx 54$$

$$(2) \text{ จาก } f(7) = 10(1.4)^7 = 105.41 \approx 105$$

$$\text{จำนวนไส้เดือน ในวันที่ 7 เป็น } \frac{105}{27} = 3.89 \approx 4 \text{ เท่าของวันที่ 3}$$

(3) เขียนกราฟได้ดังนี้



ใบกิจกรรมโครงการที่ 11/1

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสำรวจสิ่งต่างๆรอบตัวแล้วสร้างเป็นโจทย์ปัญหาฟังก์ชัน
เอกซ์โพเนนเชียลที่เกี่ยวกับการเพิ่มของประชากร มา 1 ตัวอย่าง พร้อมเขียนกราฟ
ประกอบ

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

ครูที่ปรึกษา.....

ความเป็นมา.....

จุดประสงค์ นำความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

ระยะเวลาในการดำเนินงาน.....

วิธีดำเนินงาน.....

ผลการดำเนินงาน.....

สรุปและข้อเสนอแนะ.....

ใบกิจกรรมโครงการที่ 11/2

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสำรวจข้อมูลรอบตัวที่เกี่ยวกับผลตอบแทนจากการฝากเงิน แล้วสร้างเป็นโจทย์ปัญหาฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มา 1 ตัวอย่าง พร้อมเขียนกราฟประกอบ

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

ครูที่ปรึกษา

ความเป็นมา

จุดประสงค์

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ระยะเวลาในการดำเนินงาน

วิธีดำเนินงาน

ผลการดำเนินงาน

สรุปและข้อเสนอแนะ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = |x - a| + c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้
3. หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ที่กำหนดให้ได้
4. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

ความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับเรื่องค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงที่ได้เคยศึกษามาแล้ว โดยการถาม – ตอบ เช่น

ครู: จากการที่นักเรียนได้เคยศึกษาเรื่อง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงเมื่อภาคเรียนที่ 1 ทั้งรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เพิ่มเติมมาแล้วนั้น ครูอยากทราบว่าสัญลักษณ์ $|2|$ หมายถึงอะไร และมีค่าเท่าไร

นักเรียน: $|2|$ หมายถึง ระยะจากจุด 0 ถึงจุดที่แทนจำนวน 2 ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2 หน่วย

ครู: ถ้าจะสรุปเป็นกรณีทั่วไป เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ จะสรุป ได้อย่างไร

นักเรียน: สรุปได้ดังนี้ $|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$

ครู: ดีมาก นักเรียนลองยกตัวอย่างตามกรณีทั่วไปมาให้ครูสัก 1 ตัวอย่าง

นักเรียน: เช่น $|3| = 3$ และ $|-3| = -(-3) = 3$

ครู: เมื่อนักเรียนจำได้ในเรื่องค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงแล้วในชั่วโมงนี้ นักเรียนจะได้ศึกษาเรื่องฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์และการนำความรู้เรื่องฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ไปนำเสนอในรูปแบบโครงงาน

จ้มนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครูนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ดังนี้

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

ความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = |x - a| + c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง

เช่น

$$1. y = |x - 2| + 1$$

$$2. y = |x + 2|$$

$$3. y = |x + 1| - 2$$

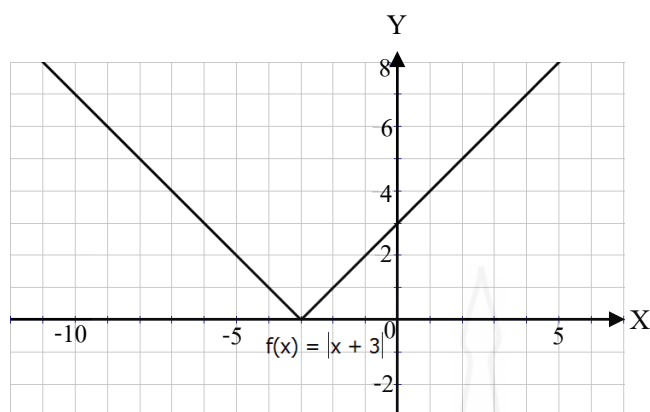
กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟและหาโดเมนและเรนจ์ของ $f(x) = |x + 3|$

วิธีทำ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น $-5, -3, -1, 0, 1, 3, 5$ ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y ดังนี้

x	-5	-3	-1	0	1	3	5
y	2	0	2	3	4	6	8

เมื่อลงจุดคู่อันดับ (x, y) ตามตารางข้างบน จะได้กราฟดังนี้



จากกราฟจะได้ว่า

เมื่อ $x = -3$ ค่าของ y จะเท่ากับ 0

เมื่อ $x > -3$ และ x มีค่าเพิ่มขึ้น

ค่าของ y จะเพิ่มขึ้นและ

เป็นจำนวนบวก

เมื่อ $x < -3$ และ x มีค่าน้อยลง

ค่าของ y จะเพิ่มขึ้นและ

เป็นจำนวนบวก

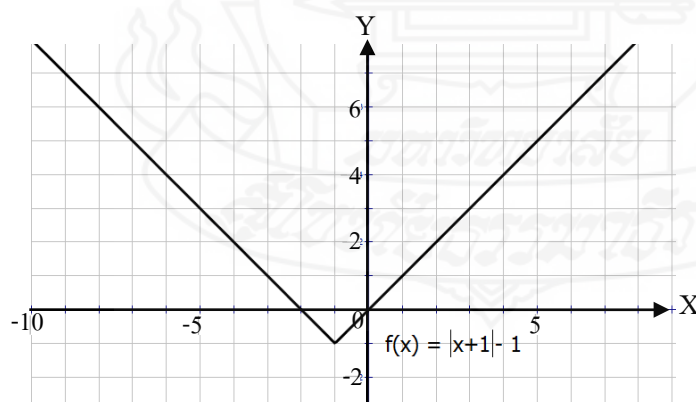
ดังนั้น $D_f = \{x/x \in \mathbb{R}\}$ และ $R_f = \{y/y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq 0\}$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟและหาโดเมนและเรนจ์ของ $f(x) = |x + 1| - 1$

วิธีทำ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น $-5, -3, -1, 0, 1, 3, 5$ ต่อจากนั้น
ให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y ดังนี้

x	-5	-3	-1	0	1	3	5
y	3	1	-1	0	1	3	5

เมื่อลงจุดคู่อันดับ (x, y) ตามตารางข้างบน จะได้กราฟดังนี้



จากกราฟจะได้ว่า

เมื่อ $x = -1$ ค่าของ y จะเท่ากับ -1

เมื่อ $x > -1$ และ x มีค่าเพิ่มขึ้น

ค่าของ y จะเพิ่มขึ้น

เมื่อ $x < -1$ และ x มีค่าน้อยลง

ค่าของ y จะเพิ่มขึ้น

ดังนั้น $D_f = \{x/x \in \mathbb{R}\}$ และ $R_f = \{y/y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq -1\}$

3) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 12

4) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5) ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ และสื่อนักเรียนออกมาเขียนกราฟอย่างคร่าวๆบนกระดาน สัก 1-2 ตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนร่วมกันหาโดเมนและเรนจ์ของแต่ละข้อ

6) เมื่อเห็นว่านักเรียนเข้าใจดีแล้ว ครูและนักเรียนสรุปข้อความรู้ร่วมกันโดยการถาม-ตอบ เช่น

ครู: หลังจากที่ได้ศึกษาแล้วฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ หมายถึงอะไร

นักเรียน: หมายถึง ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = |x - a| + c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง

ครู: การเขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ มีวิธีการอย่างไร

นักเรียน: ควรกำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y แล้วลงจุดคู่อันดับ (x, y) ตามตารางจะได้กราฟฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

ครู: เมื่อนักเรียนได้กราฟแล้ว ต่อไปต้องพิจารณาโดเมนของกราฟ นักเรียนมีวิธีการพิจารณาอย่างไร

นักเรียน: โดเมนนั้นพิจารณาจากกราฟโดยกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ครอบคลุมค่าของ x ทั้งค่าลบ ศูนย์ และบวก ดังนั้น $D_f = \{x/x \in \mathbb{R}\}$

ครู: เรนจ์ของกราฟ พิจารณาอย่างไร

นักเรียน: เรนจ์นั้นพิจารณาจากกราฟเช่นเดียวกัน โดยดูว่ากราฟครอบคลุมค่า y อย่างไรบ้าง และดูว่ากราฟอยู่เหนือหรือใต้แกน X ซึ่งจะได้ว่า $R_f = \{y/y \in \mathbb{R}\}$ แต่ในโจทย์บางข้ออาจมีการเพิ่มเติมค่าของเรนจ์ตามจุดเริ่มต้นของกราฟ เช่น $R_f = \{y/y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq -1\}$ หรือ $R_f = \{y/y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq 0\}$ หรืออื่นๆ เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นนำไปใช้

7) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมโครงการที่ 12/1 กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ระหว่างนั้นครูคอยดูแลให้คำแนะนำ

8) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาในประเด็นที่เกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาโจทย์ถูกต้องหรือไม่ การเขียนแสดงวิธีทำ ความถูกต้องของคำตอบในใบกิจกรรมโครงการที่ 12/1 ของแต่ละกลุ่ม โดยครูนำผลงานนักเรียนมาแสดงหน้าชั้นเรียนประกอบ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

9) นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมโครงการที่ 12/2 กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ส่งครูก่อนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 12
2. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 12/1
3. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 12/2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจสอบผลงานจากใบกิจกรรมโครงงาน



1. จงเขียนกราฟและหาโดเมนและเรนจ์ของ $f(x) = |x| + 2$



2. จงเขียนกราฟและหาโดเมนและเรนจ์ของ $f(x) = -|x+1| - 2$



เฉลยใบกิจกรรมที่ 12

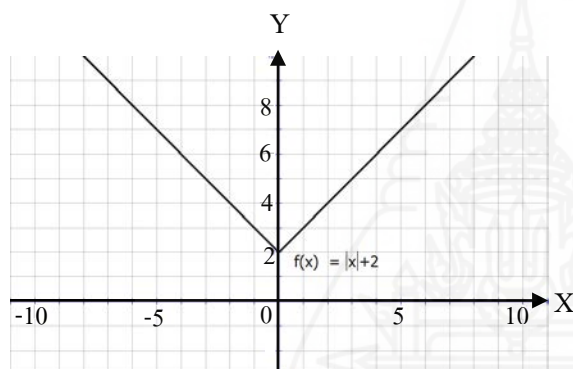
คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

1. จงเขียนกราฟและหาโดเมนและเรนจ์ของ $f(x) = |x| + 2$

วิธีทำ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y ดังนี้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	4	3	2	3	4	5

เมื่อลงจุดคู่อันดับ (x, y) ตามตารางข้างบน จะได้กราฟดังนี้



จากกราฟจะได้ว่า

เมื่อ $x = 0$ ค่าของ y จะเท่ากับ 2

เมื่อ $x > 0$ และ x มีค่าเพิ่มขึ้น

ค่าของ y จะเพิ่มขึ้นและ

เป็นจำนวนบวก

เมื่อ $x < 0$ และ x มีค่าน้อยลง

ค่าของ y จะเพิ่มขึ้นและ

เป็นจำนวนบวก

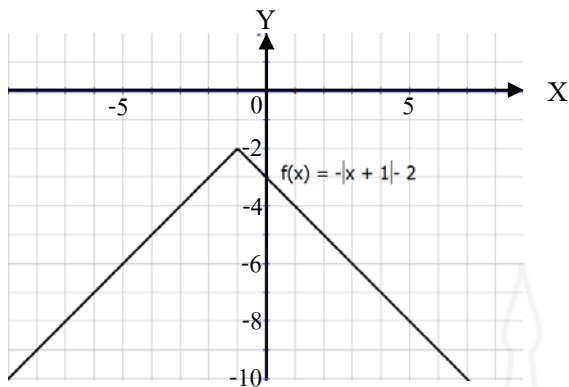
ดังนั้น $D_f = \{x / x \in \mathbb{R}\}$ และ $R_f = \{y / y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq 2\}$

2. จงเขียนกราฟและหาโดเมนและเรนจ์ของ $f(x) = -|x + 1| - 2$

วิธีทำ กำหนดค่า x โดยให้ครอบคลุมค่าบวก ศูนย์ ลบ เช่น $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ต่อจากนั้นให้นำค่า x ไปแก้สมการเพื่อหาค่า y ดังนี้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	-3	-2	-3	-4	-5	-6

เมื่อลงจุดคู่อันดับ (x, y) ตามตารางข้างบน จะได้กราฟดังนี้



จากกราฟจะได้ว่า

เมื่อ $x = -1$ ค่าของ y จะเท่ากับ -2

เมื่อ $x > -1$ และ x มีค่าเพิ่มขึ้น

ค่าของ y จะลดลงและเป็น

จำนวนลบ

เมื่อ $x < -1$ และ x มีค่าน้อยลง

ค่าของ y จะลดลงและเป็น

จำนวนลบ

ดังนั้น $D_f = \{x / x \in \mathbb{R}\}$ และ $R_f = \{y / y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \leq -2\}$



ใบกิจกรรมโครงการที่ 12/1

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสำรวจสิ่งต่างๆรอบตัวแล้วนำมาสร้างเป็นฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

1 ตัวอย่าง พร้อมเขียนกราฟ หาโดเมน และเรนจ์ประกอบ

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

ครูที่ปรึกษา

ความเป็นมา.....

- จุดประสงค์
1. เขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้
 2. หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ที่กำหนดให้ได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

ระยะเวลาในการดำเนินงาน.....

วิธีดำเนินงาน.....

ผลการดำเนินงาน.....

สรุปและข้อเสนอแนะ.....

ใบกิจกรรมโครงการที่ 12/2

โครงการ.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสำรวจสิ่งต่างๆรอบตัวแล้วนำมาสร้างเป็นฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
1 ตัวอย่าง (ที่ไม่ซ้ำกับใบกิจกรรมโครงการที่ 12/1) พร้อมเขียนกราฟ หาโดเมน และเรนจ์
ประกอบ

ผู้จัดทำ 1.

2.

3.

ครูที่ปรึกษา

ความเป็นมา

จุดประสงค์

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ระยะเวลาในการดำเนินงาน

วิธีดำเนินงาน

ผลการดำเนินงาน

สรุปและข้อเสนอแนะ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์ สามารถหาคำตอบได้ โดยใช้ความรู้เรื่องกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. แก่สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟได้
2. นำเสนอโครงงานอย่างง่ายได้

สาระการเรียนรู้

การแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟ

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ที่ได้ศึกษาเมื่อชั่วโมงที่ผ่านมาโดยการถาม – ตอบ เช่น

ครู: นักเรียนได้ศึกษาเรื่องฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์จากชั่วโมงที่แล้ว เราลองมาทบทวนพร้อมกันว่า ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ หมายถึงอะไร

นักเรียน: หมายถึง ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = |x - a| + c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง

ครู: ลักษณะกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ที่สังเกตเห็นอย่างชัดเจนเป็นอย่างไร

นักเรียน: มีลักษณะเป็นรูปคล้ายตัววี ประกอบด้วยรังสีสองเส้น

ครู: ในชั่วโมงนี้นักเรียนจะได้ศึกษาการแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์ โดยจะนำความรู้ในเรื่องกราฟที่ได้ศึกษาจากชั่วโมงที่แล้วมาประกอบในการหาคำตอบ

ขั้นนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครูนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับการแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟ ดังนี้

การแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟ

ในการแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์ สามารถทำได้โดยใช้ความรู้ในเรื่องกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า x ที่ทำให้ $|x| = 6$ โดยใช้กราฟ

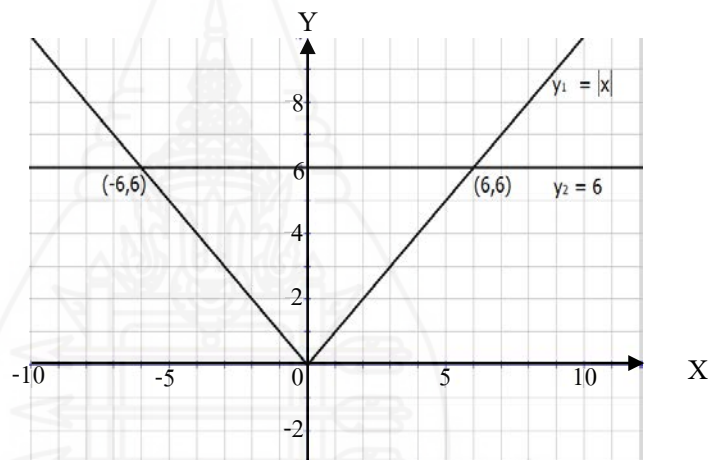
วิธีทำ ขั้นตอน 1. ให้ $y_1 = |x|$ และ $y_2 = 6$ (โดยกำหนดให้ด้านซ้ายของสมการเป็น y_1 ด้านขวาของสมการ เป็น y_2 ดังนั้น y_1 จึงกำหนดให้เป็น $|x|$ และ y_2 จึงกำหนดให้เป็น 6)

2. เขียนกราฟของ y_1 และ y_2

3. คำตอบของสมการ คือ ค่าของ x ที่เป็นจุดตัดของ y_1 และ y_2

เขียนกราฟของ y_1 และ y_2 ได้ดังนี้

x	y_1	y_2
-6	6	6
-4	4	6
-2	2	6
0	0	6
2	2	6
4	4	6
6	6	6



จากกราฟจะเห็นว่า y_1 ตัดกับ y_2 ที่จุด $(-6, 6)$ และ $(6, 6)$ ซึ่งเป็นจุดที่ $y_1 = y_2$

เมื่อ $x = -6$ หรือ $x = 6$

นั่นคือ เซตคำตอบของสมการ $|x| = 6$ คือ $\{-6, 6\}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่า x ที่ทำให้ $|x+1| = -1$ โดยใช้กราฟ

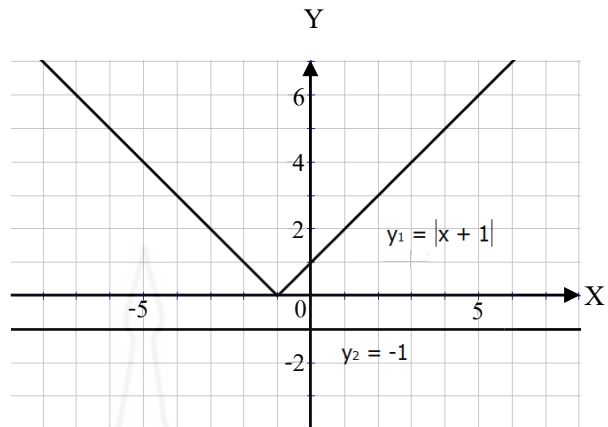
วิธีทำ ขั้นตอน 1. ให้ $y_1 = |x+1|$ และ $y_2 = -1$ (โดยกำหนดให้ด้านซ้ายของสมการเป็น y_1 ด้านขวาของสมการ เป็น y_2 ดังนั้น y_1 จึงกำหนดให้เป็น $|x+1|$ และ y_2 จึงกำหนดให้เป็น -1)

2. เขียนกราฟของ y_1 และ y_2

3. คำตอบของสมการ คือ ค่าของ x ที่เป็นจุดตัดของ y_1 และ y_2

เขียนกราฟของ y_1 และ y_2 ได้ดังนี้

x	y_1	y_2
-2	1	-1
-1	0	-1
0	1	-1
1	2	-1
2	3	-1



จากกราฟจะพบว่ากราฟไม่ตัดกันหรือกล่าวคือ ไม่มีค่า x ใดที่ทำให้ $y_1 = y_2$

นั่นคือ ไม่มีจำนวนจริง x ที่เป็นคำตอบของสมการ $|x+1| = -1$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่า x ที่ทำให้ $|x+3| - 4 = 0$ โดยใช้กราฟ

วิธีทำ จาก $|x+3| - 4 = 0$

จะได้ $|x+3| = 4$

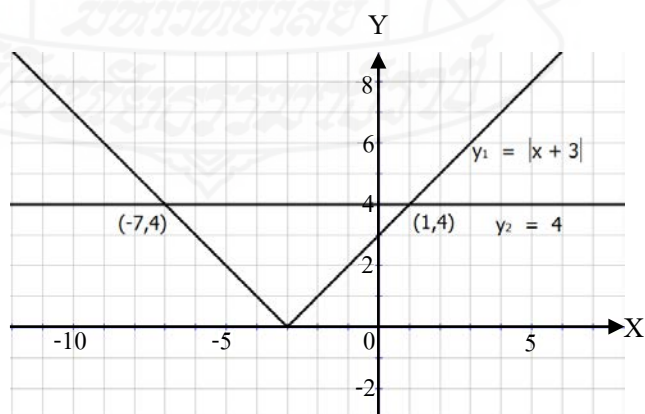
ขั้นตอน 1. ให้ $y_1 = |x+3|$ และ $y_2 = 4$ (โดยกำหนดให้ด้านซ้ายของสมการเป็น y_1 ด้านขวาของสมการ เป็น y_2 ดังนั้น y_1 จึงกำหนดให้เป็น $|x+3|$ และ y_2 จึงกำหนดให้เป็น 4)

2. เขียนกราฟของ y_1 และ y_2

3. คำตอบของสมการ คือ ค่าของ x ที่เป็นจุดตัดของ y_1 และ y_2

เขียนกราฟของ y_1 และ y_2 ได้ดังนี้

x	y_1	y_2
-5	2	4
-3	0	4
-1	2	4
0	3	4
1	4	4



จากกราฟจะเห็นว่า y_1 ตัดกับ y_2 ที่จุด $(-7, 4)$ และ $(1, 4)$ ซึ่งเป็นจุดที่ $y_1 = y_2$ เมื่อ $x = -7$ หรือ $x = 1$ นั่นคือ เซตคำตอบของสมการ $|x + 3| - 4 = 0$ คือ $\{-7, 1\}$

3) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 13

4) หลังจากทำใบกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยวิธีคิดและคำตอบในใบกิจกรรม

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

5) ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างสมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์และสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมาเขียนวิธีทำบนกระดาน สัก 1 ตัวอย่าง ครูและนักเรียนคนอื่นช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของวิธีทำและคำตอบ

6) เมื่อสังเกตเห็นว่านักเรียนเข้าใจดีแล้ว ครูและนักเรียนสรุปข้อความรู้ร่วมกันโดยการถาม - ตอบ เช่น

ครู: การแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้ความรู้เรื่องกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์นั้นมีขั้นตอนอย่างไรบ้าง

นักเรียน: มีขั้นตอนดังนี้คือ

1. กำหนดสมการที่โจทย์ให้มาเป็น y_1 และ y_2
2. เขียนกราฟของ y_1 และ y_2
3. พิจารณาจากกราฟ คำตอบของสมการคือค่าของ x ที่เป็นจุดตัดของกราฟ y_1 และ y_2

ครู: ถ้าหากกราฟของ y_1 และ y_2 ไม่เกิดจุดตัดจะสรุปคำตอบได้อย่างไร

นักเรียน: สรุปว่า ไม่มีจำนวนจริง x ใดๆ ที่เป็นคำตอบของสมการนั้น

ขั้นนำไปใช้ (คือการนำความรู้ ความเข้าใจในเรื่องการแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟไปใช้แก้ปัญหาโจทย์สถานการณ์ที่กำหนดให้ในใบกิจกรรม โครงงานและนำเสนอความรู้ในรูปโครงงานอย่างง่ายได้)

7) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน เพื่อทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 13/1 การแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟ ระหว่างนั้นครูคอยดูแลให้คำแนะนำ

8) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาในประเด็นที่เกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาโจทย์ถูกต้องหรือไม่ การเขียนแสดงวิธีทำ ความถูกต้องของคำตอบในใบกิจกรรมโครงงานที่ 13/1 ของแต่ละกลุ่มโดยครูนำผลงานนักเรียนมาแสดงหน้าชั้นเรียนประกอบ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

9) นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมโครงงานที่ 13/2 การแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟ ส่งครูก่อนถึงชั่วโมงหน้า

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 13
2. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 13/1
3. ใบกิจกรรมโครงงานที่ 13/2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม
3. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรมโครงงาน



ใบกิจกรรมที่ 13

คำชี้แจงให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

1. จงหาค่า x ที่ทำให้ $-|x+1| = -3$ โดยใช้กราฟ

2. จงหาค่า x ที่ทำให้ $|x - 2| = 2$ โดยใช้กราฟ

เฉลยใบกิจกรรมที่ 13

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

1. จงหาค่า x ที่ทำให้ $-|x+1| = -3$ โดยใช้กราฟ

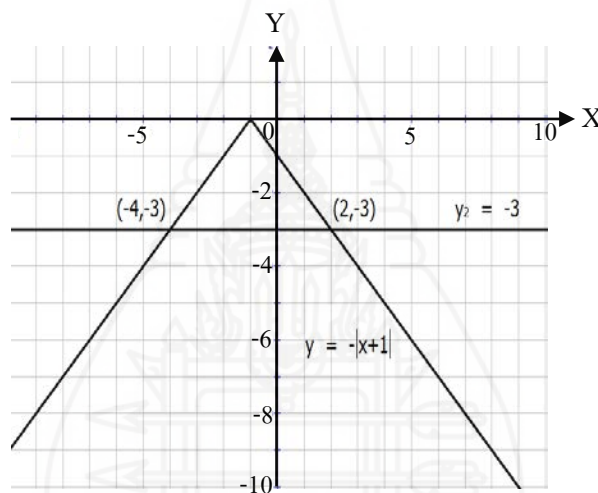
วิธีทำ ขั้นตอน 1. ให้ $y_1 = -|x+1|$ และ $y_2 = -3$

2. เขียนกราฟของ y_1 และ y_2

3. คำตอบของสมการ คือ ค่าของ x ที่เป็นจุดตัดของ y_1 และ y_2

เขียนกราฟของ y_1 และ y_2 ได้ดังนี้

x	y_1	y_2
-6	-5	-3
-4	-3	-3
-2	-1	-3
0	0	-3
2	-3	-3
4	-5	-3
6	-7	-3



จากกราฟจะเห็นว่า $y_1 = y_2$
เมื่อ $x = -4$ หรือ $x = 2$
นั่นคือ เซตคำตอบของสมการ
 $-|x+1| = -3$ คือ $\{-4, 2\}$

2. จงหาค่า x ที่ทำให้ $|x-2| = 2$ โดยใช้กราฟ

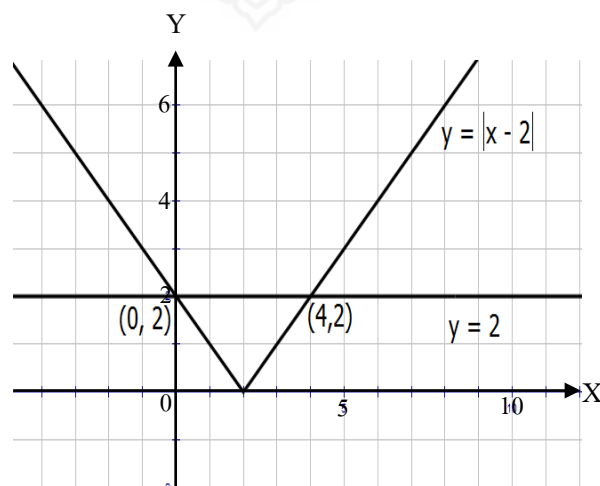
วิธีทำ ขั้นตอน 1. ให้ $y_1 = |x-2|$ และ $y_2 = 2$

2. เขียนกราฟของ y_1 และ y_2

3. คำตอบของสมการ คือ ค่าของ x ที่เป็นจุดตัดของ y_1 และ y_2

เขียนกราฟของ y_1 และ y_2 ได้ดังนี้

x	y_1	y_2
-6	8	2
-4	6	2
-2	4	2
0	2	2
2	0	2
4	2	2
6	4	2



จากกราฟจะเห็นว่า $y_1 = y_2$
เมื่อ $x = 0$ หรือ $x = 4$
นั่นคือ เซตคำตอบของสมการ
 $|x-2| = 2$ คือ $\{0, 4\}$

ใบกิจกรรมโครงการที่ 13/1

โครงการ.....

คำสั่ง นายสุริยาได้สังเกตเห็นจั่วหลังคาอาคาร 1 โรงเรียนวชิรธรรมโสภิต มีลักษณะคล้ายกับกราฟของสมการฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ดังรูป จึงได้ลองนำความรู้ที่ได้เรียนมากำหนดสมการฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ และเขียนกราฟ แต่ปรากฏว่ากราฟออกมาไม่เหมือนกับรูป นักเรียนจะช่วยนายสุริยากำหนดสมการฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์อย่างไรจึงจะได้กราฟที่ใกล้เคียงกับลักษณะจั่วอาคารเรียนมากที่สุด เมื่อได้แล้วให้แก้สมการเพื่อหาคำตอบและนำเสนอกราฟโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)



ผู้จัดทำ

1.
2.
3.

ครูที่ปรึกษา

ความเป็นมา

.....

.....

จุดประสงค์ แก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟได้

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

.....

ระยะเวลาในการดำเนินงาน.....

วิธีดำเนินงาน.....

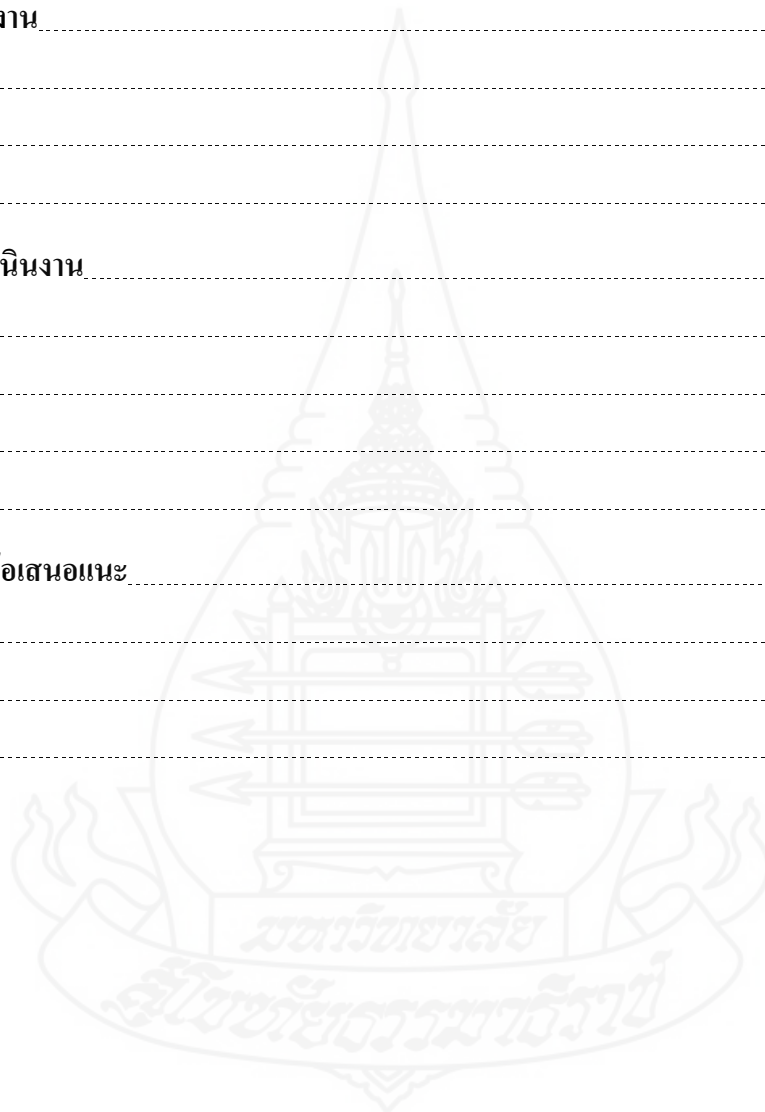
.....

ผลการดำเนินงาน.....

.....

สรุปและข้อเสนอแนะ.....

.....



ใบกิจกรรมโครงการที่ 13/2

โครงการ.....

คำสั่ง ชุมชน ต.บางครก จ. เพชรบุรี มีชาวไทยทรงดำอาศัยอยู่ซึ่งมีวัฒนธรรมการแต่งกายด้วยผ้าทอมือและลวดลายที่เป็นเอกลักษณ์ จากรูป เป็นลายผ้าทอของชาวไทยทรงดำ ซึ่งมีบางช่วงที่มีลักษณะคล้ายกับกราฟของสมการฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ (ตรงบริเวณที่ลูกศรชี้) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันกำหนดสมการฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ที่มีกราฟใกล้เคียงกับลายผ้ามากที่สุด เมื่อได้แล้วให้แก้สมการเพื่อหาคำตอบและนำเสนอกราฟโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)



ผู้จัดทำ

1.
2.
3.

ครูที่ปรึกษา

ความเป็นมา

.....

จุดประสงค์

.....

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....

.....

ระยะเวลาในการดำเนินงาน.....

วิธีดำเนินงาน.....

.....

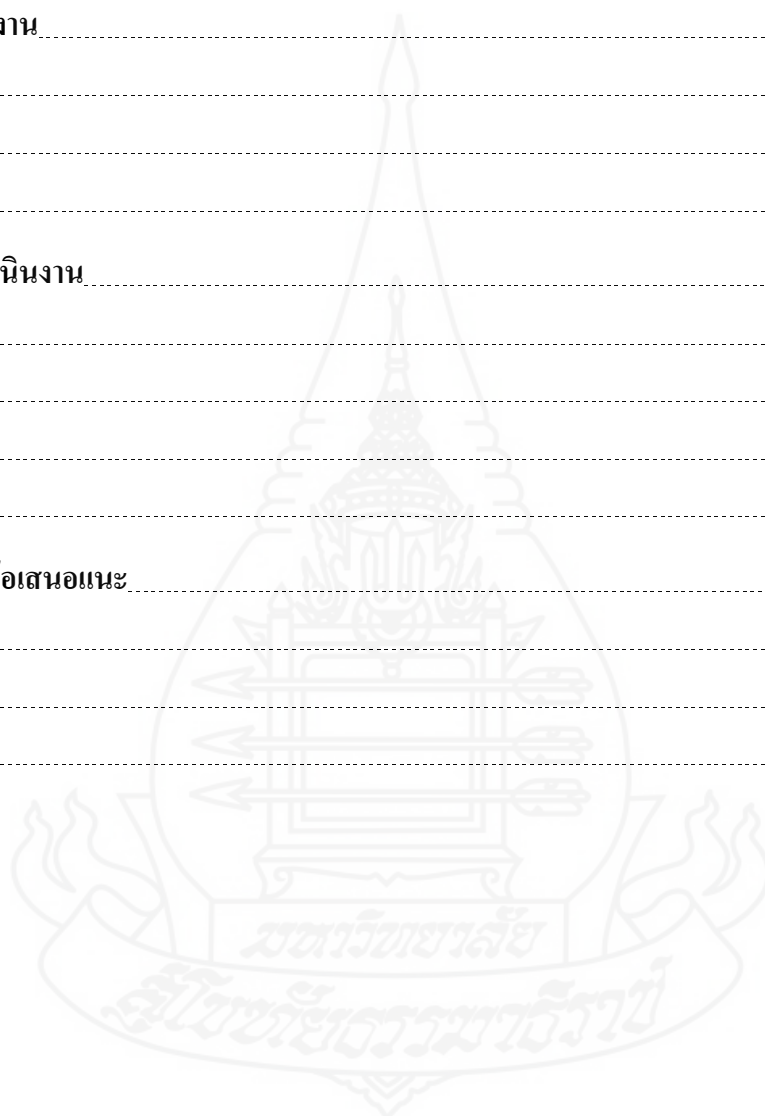
ผลการดำเนินงาน.....

.....

สรุปและข้อเสนอแนะ.....

.....

.....



แบบสังเกตการร่วมกิจกรรมกลุ่ม

กลุ่มที่	ชื่อ-นามสกุล สมาชิกกลุ่ม	รายการประเมิน					รวม (10)	หมายเหตุ
		ความ รับผิดชอบ (2)	การให้ ความ ร่วมมือ (2)	ความ สามัคคี (2)	การแก้ ปัญหาใน กลุ่ม (2)	การรับฟัง ความ คิดเห็นของกัน และกัน (2)		
1.	1. 2. 3.							
2.	1. 2. 3.							
.								
.								
.								

เกณฑ์การประเมิน

ประเด็นการ ประเมิน	ระดับคุณภาพ		
	2	1	0
1. ความรับผิดชอบ	สมาชิกทุกคนทำงานที่ได้รับมอบหมาย ไม่เกี่ยงงาน งานเสร็จทันเวลาที่กำหนด	สมาชิกบางส่วนทำงานที่ได้รับมอบหมาย เกี่ยงงาน เป็นบางคน งานเสร็จช้ากว่ากำหนดเล็กน้อย	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่ทำงาน ที่ได้รับมอบหมาย เกี่ยงงาน เป็นบางคน งานเสร็จช้ากว่ากำหนดเล็กน้อย
2. การให้ความร่วมมือ	สมาชิกทุกคนให้ความร่วมมือในการปฏิบัติงานกลุ่ม	สมาชิกบางส่วนให้ความร่วมมือในการปฏิบัติงานกลุ่ม	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่ให้ความร่วมมือในการปฏิบัติงานกลุ่ม
3. ความสามัคคี	สมาชิกทุกคนภายในกลุ่มมีความสามัคคีกัน	สมาชิกบางส่วนภายในกลุ่มมีความสามัคคีกัน	สมาชิกส่วนใหญ่ภายในกลุ่มไม่มีความสามัคคีกัน
4. การแก้ปัญหาในกลุ่ม	สมาชิกทุกคนช่วยกันแก้ปัญหาในกลุ่มได้อย่างสร้างสรรค์	สมาชิกบางส่วนช่วยกันแก้ปัญหาในกลุ่มได้อย่างสร้างสรรค์	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่ช่วยกันแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นภายในกลุ่ม

ประเด็นการ ประเมิน	ระดับคุณภาพ		
	2	1	0
5. การรับฟังความคิดเห็นของกันและกัน	สมาชิกทุกคนยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นอย่างมีเหตุผลและสร้างสรรค์	สมาชิกบางส่วนยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นและมีเหตุผล	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นและไม่มีเหตุผลเลย

เกณฑ์ระดับคะแนน

9 – 10	คะแนน	หมายถึง	ดีมาก
7 - 8	คะแนน	หมายถึง	ดี
5 - 6	คะแนน	หมายถึง	พอใช้
ต่ำกว่า 5	คะแนน	หมายถึง	ปรับปรุง



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง การประยุกต์ชนิดของฟังก์ชัน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

การประยุกต์ชนิดของฟังก์ชัน คือ การนำความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบลวดลายสิ่งของ เช่น ลวดลายที่รองแก้วน้ำ ลวดลายปฏิทิน โคมไฟ ร่ม ลายเสื้อผ้าอื่นๆ หรือออกแบบบรรจุภัณฑ์ต่างๆ สำหรับการใช้สอยหรือเพื่อเพิ่มมูลค่า ทำให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน เป็นต้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นำความรู้เรื่อง ชนิดของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบลวดลายโลโก้ ลวดลายสิ่งของ หรือออกแบบบรรจุภัณฑ์ต่างๆ สำหรับการใช้สอยหรือเพื่อเพิ่มมูลค่าทำให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้

สาระการเรียนรู้

การประยุกต์ชนิดของฟังก์ชัน

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับเรื่องชนิดของฟังก์ชัน รวมถึงทบทวนโครงงานขั้นตอนที่ 3 ที่ผ่านมา โดยการถาม – ตอบ เช่น

ครู: ชนิดของฟังก์ชันที่นักเรียนได้ศึกษามามีอะไรบ้าง

นักเรียน: ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

ครู: นักเรียนได้ศึกษาและฝึกการทำโครงงานในขั้นตอนที่ 3 สอดประสานทำโครงงานที่สมบูรณ์มาพอสมควรแล้ว สำหรับในขั้นตอนที่ 3 นี้มีองค์ประกอบที่องค์ประกอบและอะไรบ้าง

นักเรียน: ขั้นตอนที่ 3 สอดประสานทำโครงการที่สมบูรณ์ มีองค์ประกอบ 10 องค์ประกอบ ดังนี้ คือชื่อโครงการ ผู้จัดทำ ครูที่ปรึกษา ความเป็นมา จุดประสงค์ สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ระยะเวลาในการดำเนินงาน วิธีดำเนินงาน ผลการดำเนินงาน สรุปและข้อเสนอแนะ

ครู: ในชั่วโมงนี้นักเรียนจะได้ฝึกการทำโครงการในขั้นตอนที่ 4 เพิ่มพูนประสบการณ์ ซึ่งเป็นการนำความรู้จากเรื่องชนิดของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

ขั้นนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครูนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับโครงการ โดยใช้โปรแกรม PowerPoint ดังนี้

โครงการนี้เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้นักเรียนได้คิดหัวข้อโครงการเองตามความสนใจ ความเป็นอิสระมากขึ้น คือ การนำความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้ ในการออกแบบ ลวดลายสิ่งของ เช่น ลวดลายที่รองแก้วน้ำ ลวดลายปฏิทิน โคมไฟ ร่ม ลายเสื้อผ้าอื่นๆ หรือออกแบบ บรรจุภัณฑ์ต่างๆสำหรับการใช้สอยหรือเพื่อเพิ่มมูลค่า ทำให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน เป็นต้น ซึ่งจะช่วยสร้างเสริมความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้มากขึ้น

การนำเสนอโครงการในขั้นตอนที่ 4 นี้ มีองค์ประกอบดังนี้

1. ชื่อโครงการ สามารถกำหนดให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระที่นักเรียนกำลังเรียน หรือ เป็นชื่อในลักษณะที่ดึงดูดความสนใจซึ่งมีความสอดคล้องกับเนื้อหาสาระ
2. ผู้จัดทำ ระบุชื่อคนที่ทำหรือชื่อกลุ่ม
3. ครูที่ปรึกษา ครูผู้สอนหรือครูท่านอื่นที่มีความถนัดและสนใจในการทำโครงการ
4. ความเป็นมา เหตุผล แรงจูงใจที่ทำให้เกิดความสนใจในการทำโครงการ
5. จุดประสงค์ การปรับเปลี่ยนคำสั่ง พัฒนามาเป็นจุดประสงค์ของโครงการ
6. สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง โครงการที่จัดทำเกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระใดของคณิตศาสตร์
7. ระยะเวลาในการดำเนินงาน บอกช่วงเวลา หรือระยะเวลารวมในการจัดทำโครงการ
8. วิธีดำเนินงาน วิธีการที่นำไปสู่การได้คำตอบ สิ่งที่ต้องการ หรือผลตามที่ กำหนดในจุดประสงค์
9. ผลการดำเนินงาน ผลที่เกิดขึ้นตามที่ระบุในจุดประสงค์ นำเสนอให้น่าสนใจกว่า การทำแบบฝึกหัดปกติ
10. สรุปและข้อเสนอแนะ เป็นการสรุปสาระสำคัญของผลการดำเนินงานที่สอดคล้องกับ จุดประสงค์

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

3) ครูนำตัวอย่างโครงงานฉบับสมบูรณ์ เรื่อง จากกราฟชนิดของฟังก์ชันสู่โลโก้ น้ำตาลมะพร้าวชาวบางครกที่นำความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้ มาแนะนำนักเรียน

4) ครูใช้โปรแกรม PowerPoint แนะนำเกี่ยวกับประเภทของโครงงานคณิตศาสตร์เกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์และเกณฑ์การประเมินคุณภาพของโครงงาน รวมถึงแนะนำผู้ประเมิน

5) เมื่อเห็นว่านักเรียนเข้าใจแล้ว ครูและนักเรียนสรุปข้อความรู้ร่วมกันโดยการถาม-ตอบ เช่น

ครู: นักเรียนมีหลักการอย่างไรในการนำความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้

นักเรียน: ควรสำรวจจากสิ่งแวดล้อมรอบตัว เช่น บ้าน ชุมชน ท้องถิ่น โรงเรียน หรืออื่นๆ แล้วนำหลักการทางคณิตศาสตร์เรื่องชนิดของฟังก์ชัน มาประยุกต์ใช้ และควรคำนึงถึง ขนบธรรมเนียมประเพณี รวมถึงวัฒนธรรมชุมชนด้วย

ขั้นนำไปใช้ (คือการที่นักเรียนนำความรู้ความเข้าใจในเรื่องชนิดของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน และคิดออกมาเป็นหัวข้อโครงงานได้)

6) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน แต่ละกลุ่มปรึกษากันเกี่ยวกับหัวข้อเรื่องโครงงานระหว่างนั้นครูคอยดูแลให้คำแนะนำ

ขั้นฝึกทักษะและทบทวน

7) นักเรียนแต่ละกลุ่มเสนอชื่อหัวข้อโครงงานต่อเพื่อนและครูเพื่อไม่ให้ซ้ำกัน

8) หลังจากนั้นครูมอบหมายให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำหัวข้อชื่อโครงงานนี้ไปทำเป็นโครงงานฉบับสมบูรณ์พร้อมทั้งเตรียมนำเสนอหน้าชั้น ในชั่วโมงถัดไป

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ตัวอย่างโครงงานฉบับสมบูรณ์ เรื่อง จากกราฟชนิดของฟังก์ชันสู่โลโก้ น้ำตาลมะพร้าวชาวบางครก

2. สื่อ PowerPoint เกี่ยวกับโครงงานฉบับสมบูรณ์ ขั้นตอนที่ 4

3. สื่อ PowerPoint เกี่ยวกับประเภทของโครงงานคณิตศาสตร์ เกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์และเกณฑ์การประเมินคุณภาพของโครงงาน

4. แหล่งเรียนรู้ภายในและภายนอก เช่น

แหล่งเรียนรู้ภายใน ได้แก่ ห้องศูนย์คณิตศาสตร์ ห้องสมุด สิ่งแวดล้อมภายในโรงเรียน เป็นต้น

แหล่งเรียนรู้ภายนอก ได้แก่ ชุมชน ท้องถิ่นโดยรอบโรงเรียนวชิรธรรมโสภิต สิ่งแวดล้อมรอบตัวในจังหวัดเพชรบุรี อินเทอร์เน็ต และอื่นๆ เป็นต้น

การวัดผลและประเมินผล

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม



ตัวอย่างโครงการฉบับสมบูรณ์

โครงการ จากกราฟชนิดของฟังก์ชันคู่โลโก้ น้ำตาลมะพร้าวชาวบางครก

ผู้จัดทำ

คุณครูที่ปรึกษา คุณครูวิลาวัลย์ ศุภพร

ความเป็นมา

เนื่องจากชุมชนตำบลบางครกประกอบอาชีพทำน้ำตาลมะพร้าวกันมากและถือเป็นเอกลักษณ์ของชุมชน ประกอบกับคณะผู้จัดทำได้ศึกษาความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชัน ซึ่งสามารถสร้างเป็นกราฟต่างๆออกมาได้และทำให้สวยงามด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ซึ่งเป็นโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่นิยมใช้กันมากในวิชาคณิตศาสตร์ คณะผู้จัดทำจึงสนใจที่จะออกแบบโลโก้ผลิตภัณฑ์น้ำตาลมะพร้าวเพื่อเป็นทางเลือกให้กับชุมชนตำบลบางครก อีกทั้งเป็นการเพิ่มมูลค่าและสร้างความแปลกใหม่ให้กับผลิตภัณฑ์ของชุมชน

จุดประสงค์

เพื่อออกแบบโลโก้ผลิตภัณฑ์น้ำตาลมะพร้าว

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

ฟังก์ชันเชิงเส้น

ฟังก์ชันกำลังสอง

ระยะเวลาดำเนินงาน

1 สัปดาห์

วิธีดำเนินงาน

1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับชนิดของฟังก์ชัน กราฟชนิดของฟังก์ชัน และการสร้างกราฟโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)
2. ศึกษาความรู้เกี่ยวกับเรื่องเอกลักษณ์ของตำบลบางครก เช่น การทำน้ำตาลมะพร้าวหรืออื่นๆ เพื่อนำมาประกอบในการออกแบบโลโก้
3. ออกแบบโลโก้
 - 3.1 ทดลองออกแบบโดยใช้ความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชัน กราฟชนิดของฟังก์ชันลงในกระดาษ

3.2 เมื่อได้แบบที่พอใจแล้วจึงมาสำรวจกราฟที่เป็นส่วนประกอบในโลโก้และกำหนดสมการฟังก์ชันแทนกราฟนั้น ซึ่งใช้สมการฟังก์ชันดังนี้

1) $y_1 = -|x| + 3$

2) $y_2 = |x| - 3$

3) $y_3 = -|x| + 5$

4) $y_4 = |x| - 5$

5) $y_5 = 3$

6) $y_6 = -3$

7) $y_7 = -\frac{1}{8}x^2 + 6$

8) $y_8 = \frac{1}{8}x^2 - 6$

9) $y_9 = 0$

10) $x_1 = 3$

11) $x_2 = -3$

12) $x_3 = 0$

3.3 นำสมการฟังก์ชันมาออกแบบโลโก้ในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) และเติมสีส้มเพื่อความสวยงาม

ผลการดำเนินงาน

เมื่อคณะผู้จัดทำออกแบบโลโก้สำหรับใช้กับผลิตภัณฑ์น้ำตาลมะพร้าว ซึ่งเป็นผลิตภัณฑ์ของชุมชนแล้วนั้น ได้ผลการออกแบบเป็นดังนี้



สรุปผลและข้อเสนอแนะ

จากการออกแบบโลโก้ผลิตภัณฑ์สรุปได้ว่า เราสามารถนำความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชันมาประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้และยังได้บูรณาการกับวิชาศิลปะเพราะต้องออกแบบให้มีความสวยงาม ช่วยเพิ่มมูลค่าและเป็นการส่งเสริมอาชีพภายในชุมชน สร้างจิตสำนึกรักบ้านเกิดให้กับลูกหลานรุ่นใหม่ได้อีกด้วย

ข้อเสนอแนะ

1. อาจนำความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้กับเรื่องอื่นๆ ได้อีก
2. อาจปรับเปลี่ยนรูปแบบหรือสีส้มได้ตามความต้องการ

แบบสังเกตการร่วมกิจกรรมกลุ่ม

กลุ่ม ที่	ชื่อ-นามสกุล สมาชิกกลุ่ม	รายการประเมิน					รวม (10)	หมายเหตุ
		ความ รับผิดชอบ (2)	การให้ ความ ร่วมมือ (2)	ความ สามัคคี (2)	การแก้ ปัญหา ใน กลุ่ม (2)	การรับฟัง ความ คิดเห็นของกัน และกัน (2)		
1.	1. 2. 3. 4.							
2.	1. 2. 3. 4.							
.								
.								
.								

เกณฑ์การประเมิน

ประเด็นการ ประเมิน	ระดับคุณภาพ		
	2	1	0
1. ความรับผิดชอบ	สมาชิกทุกคนทำงานที่ได้รับมอบหมาย ไม่เกี่ยงงาน งานเสร็จทันเวลาที่กำหนด	สมาชิกบางส่วนทำงานที่ได้รับมอบหมาย เกี่ยงงาน เป็นบางคน งานเสร็จช้ากว่ากำหนดเล็กน้อย	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่ทำงานที่ได้รับมอบหมาย เกี่ยงงาน เป็นบางคน งานเสร็จช้ากว่ากำหนดเล็กน้อย
2. การให้ความร่วมมือ	สมาชิกทุกคนให้ความร่วมมือในการปฏิบัติงานกลุ่ม	สมาชิกบางส่วนให้ความร่วมมือในการปฏิบัติงานกลุ่ม	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่ให้ความร่วมมือในการปฏิบัติงานกลุ่ม
3. ความสามัคคี	สมาชิกทุกคนภายในกลุ่มมีความสามัคคีกัน	สมาชิกบางส่วนภายในกลุ่มมีความสามัคคีกัน	สมาชิกส่วนใหญ่ภายในกลุ่มไม่มีความสามัคคีกัน

ประเด็นการ ประเมิน	ระดับคุณภาพ		
	2	1	0
4. การแก้ปัญหาใน กลุ่ม	สมาชิกทุกคนช่วยกัน แก้ปัญหาในกลุ่มได้อย่าง สร้างสรรค์	สมาชิกบางส่วนช่วยกัน แก้ปัญหาในกลุ่มได้อย่าง สร้างสรรค์	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่ช่วยกัน แก้ปัญหาที่เกิดขึ้นภายใน กลุ่ม
5. การรับฟังความ คิดเห็นของกัน และกัน	สมาชิกทุกคนยอมรับฟัง ความคิดเห็นของผู้อื่นอย่าง มีเหตุผลและสร้างสรรค์	สมาชิกบางส่วนยอมรับฟัง ความคิดเห็นของผู้อื่นและมี เหตุผล	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่รับฟัง ความคิดเห็นของผู้อื่นและ ไม่มีเหตุผลเลย

เกณฑ์ระดับคะแนน

9 – 10	คะแนน	หมายถึง	ดีมาก
7 - 8	คะแนน	หมายถึง	ดี
5 - 6	คะแนน	หมายถึง	พอใช้
ต่ำกว่า 5	คะแนน	หมายถึง	ปรับปรุง



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง การนำเสนอโครงการ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 2 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

การนำเสนอโครงการเป็นขั้นตอนสุดท้ายของการทำโครงการ เป็นการนำเสนอให้ผู้อื่นทราบ สามารถเลือกรูปแบบในการนำเสนอได้ ขึ้นอยู่กับผู้ทำโครงการ เช่น รูปเล่มรายงาน ชิ้นงานป้ายนิเทศ รายงานปากเปล่า หรือโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ เป็นต้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เขียนรายงานและนำเสนอผลงานของกลุ่มตนเองได้

สาระการเรียนรู้

การนำเสนอโครงการ

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- 1) ครูทบทวนเกณฑ์การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์และการประเมินคุณภาพโครงการ โดยใช้สื่อ PowerPoint เกี่ยวกับ เกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์และเกณฑ์การประเมินคุณภาพของโครงการ

ขั้นนำเสนอเนื้อหาใหม่

- 2) ครูแนะนำผู้ร่วมประเมินคุณภาพของโครงการ ซึ่งประกอบด้วย ครูผู้สอน ผู้เกี่ยวข้อง (ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์อีก 1 ท่าน) เพื่อนักเรียนกลุ่มอื่น
- 3) ครูให้คำแนะนำกับนักเรียนในการประเมินคุณภาพโครงการตามแบบประเมินผลการทำโครงการแบบองค์รวม ซึ่งนักเรียนจะต้องนำความรู้นี้ไปใช้ในการประเมินกลุ่มตนเองและเพื่อนกลุ่มอื่น
- 4) หลังจากนั้น ครูจับสลากเลือกกลุ่มสำหรับออกมานำเสนอหน้าชั้น โดยให้เวลากลุ่มละประมาณ 10-15 นาที ในระหว่างที่นักเรียนนำเสนอผู้อื่นผู้ประเมิน ประเมินความสามารถในการเชื่อมโยง

ความรู้คณิตศาสตร์(โดยดูจากการนำความรู้ หลักการเรื่อง ชนิดของฟังก์ชันและวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน การแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องและเหมาะสม เช่น นำความรู้ไปออกแบบลวดลายงานต่างๆเพื่อใช้งานหรือเพิ่มมูลค่า เพิ่มรายได้) และประเมินคุณภาพ ของโครงการแบบองค์รวม

5) เปิดโอกาสให้ผู้ประเมินและเพื่อนกลุ่มอื่นสอบถามข้อสงสัยเกี่ยวกับโครงการหลังจากที่กลุ่ม นักเรียนนำเสนอเสร็จ

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

6) ครูผู้สอน และครูผู้สอนคณิตศาสตร์อีก 1 ท่าน จะเป็นผู้ให้คำแนะนำเกี่ยวกับโครงการของ กลุ่มที่ออกมาแนะนำเสนอ

ขั้นนำไปใช้

7) ครูผู้สอนและครูผู้สอนคณิตศาสตร์อีก 1 ท่าน ให้คำแนะนำเกี่ยวกับการนำชนิดของ ฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน เช่น อาจนำไปใช้ในการออกแบบ ลวดลายผลิตภัณฑ์ต่างๆ ลายผ้า ลายกระเบื้อง ลายฉลุของใช้ หรือนำไปแต่งเป็นเพลงคณิตศาสตร์ แต่งกลอน เป็นต้น

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูนำโครงการของกลุ่มที่ได้แนะนำเมื่อชั่วโมงที่แล้วมาแสดงหน้าชั้นเรียน และพูดถึง แนวคิดในการนำความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้ของแต่ละกลุ่ม การนำเสนอของแต่ละ กลุ่มและในชั่วโมงนี้กลุ่มที่เหลือจะต้องออกมาแนะนำเสนอจนครบ

ขั้นนำเสนอเนื้อหาใหม่

2) ครูจับสลากเลือกกลุ่มสำหรับออกมาแนะนำหน้าชั้น โดยให้เวลากลุ่มละประมาณ 10-15 นาที ในระหว่างที่นักเรียนนำเสนอ นั้น ผู้ประเมิน ประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ (โดยดูจากการนำความรู้ หลักการเรื่อง ชนิดของฟังก์ชันและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับ ชีวิตประจำวัน การแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องและเหมาะสม เช่น นำความรู้ไปออกแบบ ลวดลายงานต่างๆเพื่อใช้งานหรือเพิ่มมูลค่า เพิ่มรายได้) และประเมินคุณภาพของโครงการแบบองค์รวม

3) เปิดโอกาสให้ผู้ประเมินและเพื่อนกลุ่มอื่นสอบถามข้อสงสัยเกี่ยวกับโครงการหลังจากที่กลุ่ม นักเรียนนำเสนอเสร็จ

ขั้นเสริมสร้างความเข้าใจ

4) ครูผู้สอน และครูผู้สอนคณิตศาสตร์อีก 1 ท่าน ให้คำแนะนำหรือข้อคิดเกี่ยวกับโครงการของกลุ่มที่ออกมานำเสนอ

5) เมื่อนักเรียนนำเสนอครบทุกกลุ่มแล้ว ครูและนักเรียนร่วมสรุปความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมโครงการโดยอาจจะใช้การถาม-ตอบ ดังตัวอย่างเช่น

ครู: นักเรียนได้เรียนรู้การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปนำเสนอในรูปแบบของโครงการมาพอสมควรแล้ว นักเรียนคิดว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โครงการมีประโยชน์หรือไม่ อย่างไร

นักเรียน: มีประโยชน์มาก เพราะทำให้เราเข้าใจเนื้อหาสาระของคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้นและยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวันได้ สามารถบูรณาการกับกลุ่มสาระอื่นได้ และทำให้เราเข้าใจว่าคณิตศาสตร์อยู่รอบๆตัวเราเอง

ครู: นักเรียนคิดว่า สำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆจะสามารถทำเป็นโครงการได้หรือไม่

นักเรียน: สามารถทำได้

ครู: ครูจะนำผลงานของนักเรียนไปจัดเป็นมุมโครงการภายในห้องศูนย์คณิตศาสตร์เพื่อเป็นแหล่งความรู้ให้กับคนอื่นต่อไป

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ PowerPoint เกี่ยวกับ เกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์และเกณฑ์การประเมินคุณภาพของโครงการ

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมโดยใช้แบบสังเกตการร่วมกิจกรรม (สังเกตโดยครูผู้สอน)

2. ประเมินผลงานโครงการคณิตศาสตร์

ประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้โดยใช้แบบประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ (ประเมินโดยครูผู้สอน)

ประเมินคุณภาพของโครงการโดยใช้แบบประเมินผลการทำโครงการแบบองค์รวม (ประเมินโดยครูผู้สอน ครูคณิตศาสตร์อีก 1 ท่าน และเพื่อนกลุ่มอื่น)

แบบสังเกตการร่วมกิจกรรม

กลุ่ม ที่	ชื่อ-นามสกุล สมาชิกกลุ่ม	รายการประเมิน					รวม (10)	หมายเหตุ
		ช่วยกัน ตอบ คำถาม (2)	การให้ ความ ร่วมมือ (2)	ความ สามัคคี (2)	ความ กระตือ รือร้น(2)	การรับฟังความ คิดเห็นของกัน และกัน (2)		
1.	1. 2. 3. 4.							
2.	1. 2. 3. 4.							
.								
.								
.								

เกณฑ์การประเมิน

ประเด็นการ ประเมิน	ระดับคุณภาพ		
	2	1	0
1. ช่วยกันตอบ คำถาม	สมาชิกทุกคนช่วยกันตอบ คำถามที่ผู้ประเมินและเพื่อน กลุ่มอื่นถาม	สมาชิกบางส่วนช่วยกันตอบ คำถามที่ผู้ประเมินและเพื่อน กลุ่มอื่นถาม	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่ช่วยกัน หรือเกี่ยงกันตอบคำถามที่ผู้ ประเมินและเพื่อนกลุ่มอื่น ถาม
2. การให้ความ ร่วมมือ	สมาชิกทุกคนให้ความ ร่วมมือในการปฏิบัติงาน กลุ่ม	สมาชิกบางส่วนให้ความ ร่วมมือในการปฏิบัติงาน กลุ่ม	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่ ให้ความร่วมมือในการ ปฏิบัติงานกลุ่ม
3. ความสามัคคี	สมาชิกทุกคนภายในกลุ่มมี ความสามัคคีกัน	สมาชิกบางส่วนภายในกลุ่ม มีความสามัคคีกัน	สมาชิกส่วนใหญ่ภายใน กลุ่มไม่มีความสามัคคีกัน

ประเด็นการ ประเมิน	ระดับคุณภาพ		
	2	1	0
4. ความ กระตือรือร้น	สมาชิกทุกคนมีความ กระตือรือร้น ตื่นตัวในการ ทำงาน	สมาชิกบางส่วนมีความ กระตือรือร้น ตื่นตัวในการ ทำงาน	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่มีความ กระตือรือร้น ตื่นตัวในการ ทำงาน
5. การรับฟังความ คิดเห็นของกัน และกัน	สมาชิกทุกคนยอมรับฟัง ความคิดเห็นของผู้อื่นอย่าง มีเหตุผลและสร้างสรรค์	สมาชิกบางส่วนยอมรับฟัง ความคิดเห็นของผู้อื่นและมี เหตุผล	สมาชิกส่วนใหญ่ไม่รับฟัง ความคิดเห็นของผู้อื่นและ ไม่มีเหตุผลเลย

เกณฑ์ระดับคะแนน

9 – 10	คะแนน	หมายถึง	ดีมาก
7 - 8	คะแนน	หมายถึง	ดี
5 - 6	คะแนน	หมายถึง	พอใช้
ต่ำกว่า 5	คะแนน	หมายถึง	ปรับปรุง



แบบประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์
เรื่องชนิดของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
โรงเรียนวชิรธรรมโสภิต

ชื่อโครงการ.....

ชื่อผู้จัดทำ

1.....ชั้น.....เลขที่.....
 2.....ชั้น.....เลขที่.....
 3.....ชั้น.....เลขที่.....
 4.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับคุณภาพที่ต้องการ

รายการ	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
1. นำเสนอ ความรู้ กฎ นิยาม สูตร ทฤษฎี หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์				
2. นำเสนอความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้ กฎ นิยาม สูตร ทฤษฎี หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน				
3. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆหรือสถานการณ์หรืองานอื่นๆที่ต้องการ				
4. หาคำตอบจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล				

การแปลผลการประเมิน ใช้ระดับคุณภาพในการประเมิน ดังนี้

- 4 หมายถึง มีความสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระดับดีมาก
- 3 หมายถึง มีความสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระดับดี
- 2 หมายถึง มีความสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระดับพอใช้
- 1 หมายถึง มีความสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระดับต้องปรับปรุง

เกณฑ์ในการแปลผลการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย	3.51 - 4.00	หมายถึง	ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในเกณฑ์ดีมาก
คะแนนเฉลี่ย	2.51 – 3.50	หมายถึง	ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในเกณฑ์ดี
คะแนนเฉลี่ย	1.51 – 2.50	หมายถึง	ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในเกณฑ์พอใช้
คะแนนเฉลี่ย	ต่ำกว่า 1.51	หมายถึง	ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในเกณฑ์ต้องปรับปรุง



แบบประเมินผลการทำโครงการ

ชื่อโครงการ.....ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....

ชื่อผู้จัดทำ

1.....ชั้น.....เลขที่.....

2.....ชั้น.....เลขที่.....

3.....ชั้น.....เลขที่.....

4.....ชั้น.....เลขที่.....

ประเมินโดย ☐ ผู้สอน ☐ ผู้เรียน ☐ เพื่อน ☐ ผู้เกี่ยวข้อง (โปรดระบุ.....)

ระดับคุณภาพของงาน ☐ ดีมาก ☐ ดี ☐ พอใช้ ☐ ต้องปรับปรุง

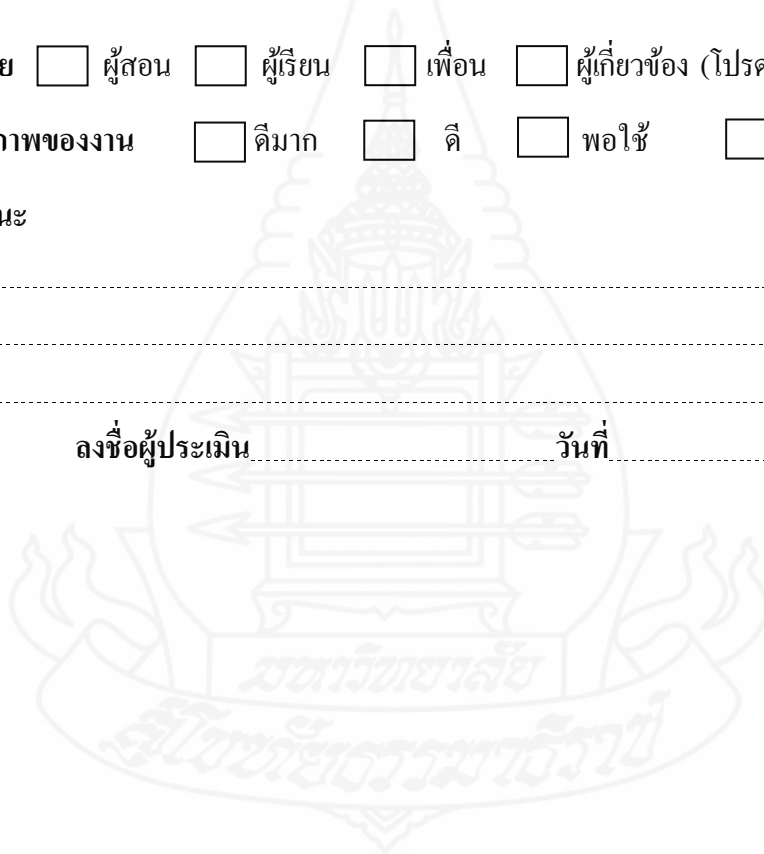
ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

ลงชื่อผู้ประเมิน.....วันที่.....



เกณฑ์การประเมินผลการทำโครงการคณิตศาสตร์แบบองค์รวม

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4 ดีมาก	-แสดงถึงการเข้าใจปัญหาอย่างแท้จริง -มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการออกแบบงาน -ใช้เทคนิควิธีการต่างๆ ในการจัดทำโครงการจนประสบความสำเร็จ -การนำเสนอโครงการเป็นลำดับขั้นตอนดีมากและใช้เป็นแบบอย่างได้ -มีการวางแผนการทำงานเป็นระบบและทำงานเสร็จตามเวลาที่กำหนด -มีการศึกษาค้นคว้าข้อมูลจากแหล่งการเรียนรู้ที่น่าเชื่อถือและหลากหลาย
3 ดี	-แสดงถึงความเข้าใจในปัญหา -การออกแบบโครงการมีความถูกต้องเป็นบางส่วน -ใช้เทคนิควิธีการ ในการจัดทำโครงการให้ประสบความสำเร็จเพียงบางส่วน -การนำเสนอโครงการเป็นลำดับขั้นตอน -มีการวางแผนการทำงานและทำงานเสร็จตามเวลาที่กำหนด -มีการศึกษาค้นคว้าข้อมูลจากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย
2 พอใช้	-เข้าใจปัญหาแต่ใช้เวลานานมาก -ต้องอาศัยการแนะนำในการออกแบบโครงการ -ต้องได้รับคำแนะนำเกี่ยวกับเทคนิควิธีที่ใช้ในการจัดทำโครงการ -ต้องได้รับคำแนะนำในการเขียนรายงาน -มีการวางแผนการทำงานแต่ไม่ชัดเจนและทำงานเสร็จช้ากว่าที่กำหนดไว้ -มีการศึกษาค้นคว้าข้อมูลที่น่าเชื่อถือเพียงบางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	-ไม่เข้าใจปัญหา -การออกแบบโครงการและการทดลองไม่ถูกต้อง -ต้องได้รับคำแนะนำเกี่ยวกับเทคนิควิธีการทำโครงการทุกขั้นตอน -การเขียนรายงานยังมีข้อบกพร่อง -มีการวางแผนการทำงานไม่เป็นระบบและทำงานเสร็จช้ากว่าที่กำหนดไว้ -มีการศึกษาค้นคว้าข้อมูลน้อยมาก หรือไม่สัมพันธ์กับโครงการที่จัดทำ

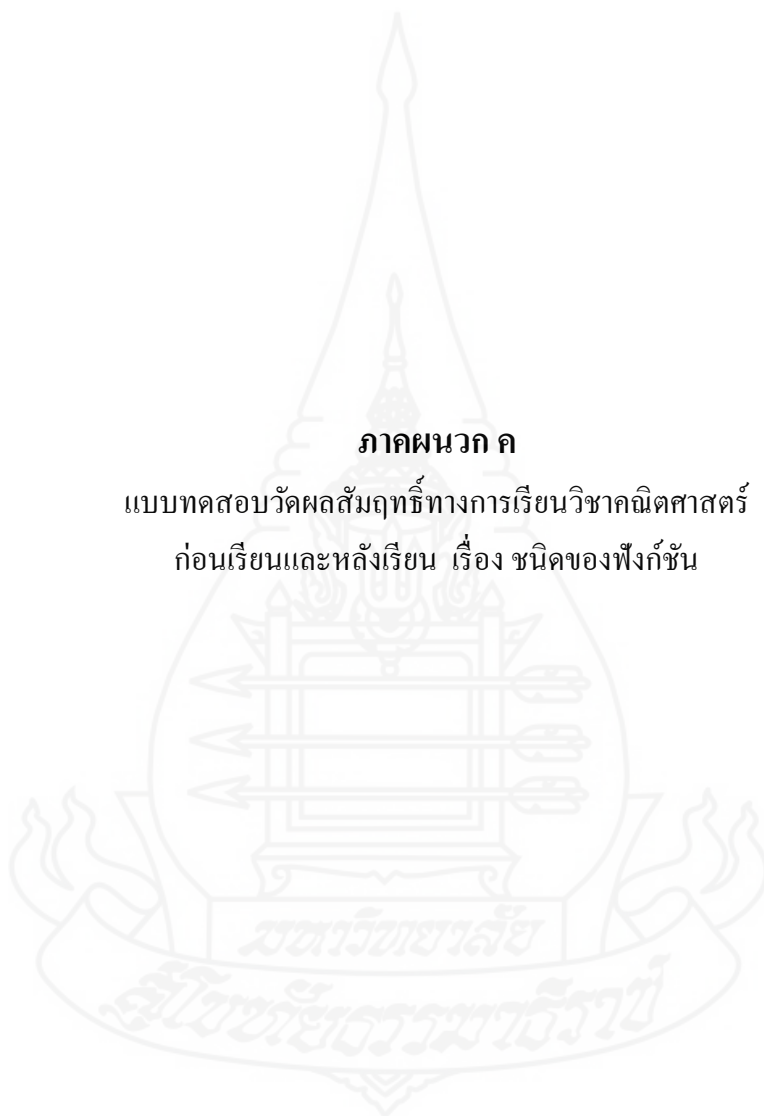
เกณฑ์ในการแปลผลการประเมินคุณภาพโครงการคณิตศาสตร์ ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย	3.50 - 4.00	หมายถึง	โครงการอยู่ในเกณฑ์ ดีมาก
คะแนนเฉลี่ย	2.50 – 3.49	หมายถึง	โครงการอยู่ในเกณฑ์ ดี
คะแนนเฉลี่ย	1.50 – 2.49	หมายถึง	โครงการอยู่ในเกณฑ์ พอใช้
คะแนนเฉลี่ย	1.00 – 1.49	หมายถึง	โครงการอยู่ในเกณฑ์ ต้องปรับปรุง

ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง ชนิดของฟังก์ชัน



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ก่อนเรียน)

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

เรื่อง ชนิดของฟังก์ชัน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จำนวน 30 ข้อ

คะแนนเต็ม 30 คะแนน

เวลา 60 นาที

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยทำเครื่องหมายกากบาท $\times$ ลงในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดคือความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้น

ก. เป็นฟังก์ชันที่มีรูปสมการเป็น $y = ax$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง

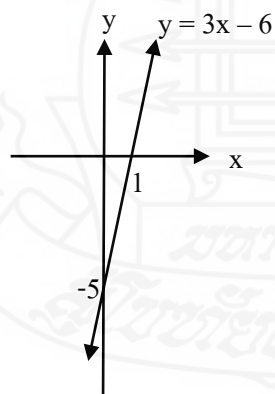
ข. เป็นฟังก์ชันที่มีรูปสมการเป็น $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$

ค. เป็นฟังก์ชันที่มีรูปสมการเป็น $y = ax^2$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง

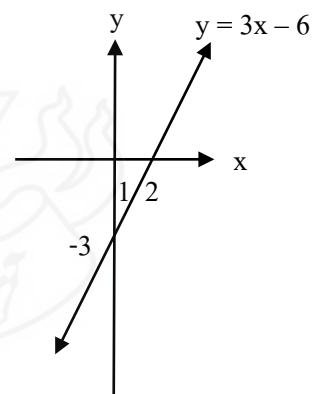
ง. เป็นฟังก์ชันที่มีรูปสมการเป็น $y = ax^2 + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงและ $b \neq 0$

2. ข้อใดเป็นกราฟของฟังก์ชัน $y = 3x - 6$

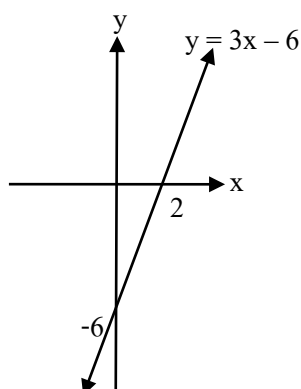
ก.



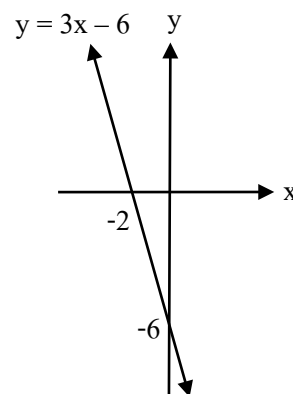
ข.



ค.



ง.



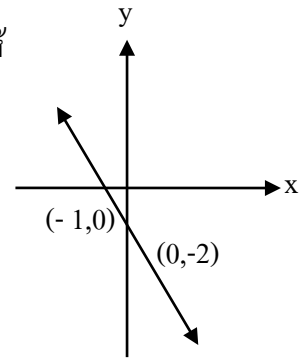
3. จากภาพของกราฟข้อใดเป็นสมการของกราฟที่กำหนดให้

ก. $y = -2x - 2$

ข. $y = 2x - 2$

ค. $y = 2x + 2$

ง. $y = -2x + 2$



4. ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = x - 3$

ก. เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น จุดที่กราฟตัดแกน x คือ $(0, 3)$ จุดที่กราฟตัดแกน y คือ $(-3, 0)$

ข. เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น จุดที่กราฟตัดแกน x คือ $(0, -3)$ จุดที่กราฟตัดแกน y คือ $(3, 0)$

ค. เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น จุดที่กราฟตัดแกน x คือ $(3, 0)$ จุดที่กราฟตัดแกน y คือ $(0, -3)$

ง. เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น จุดที่กราฟตัดแกน x คือ $(-3, 0)$ จุดที่กราฟตัดแกน y คือ $(0, 3)$

5. คู่อันดับใดต่อไปนี้ ไม่อยู่ บนกราฟของฟังก์ชัน $y = -3x + 2$

ก. $(-5, 17)$

ข. $(2, -4)$

ค. $(\frac{1}{3}, -1)$

ง. $(4, -10)$

6. ร้านค้าแห่งหนึ่งจ่ายค่าจ้างให้พนักงานขายเดือนละ 5,000 บาท รวมกับ 10 % ของยอดขายสินค้า ถ้าในเดือนนี้นายภาสกรซึ่งเป็นพนักงานขายของร้านค้านี้ ได้รับเงิน 6,000 บาท นายภาสกรมียอดขายสินค้ากี่บาท

ก. 1,000 บาท

ข. 10,000 บาท

ค. 5,000 บาท

ง. 20,000 บาท

7. ข้อใดคือความหมายของฟังก์ชันกำลังสอง

ก. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a \neq 0$

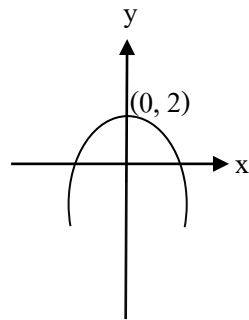
ข. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a = 0$

ค. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a \neq 0$

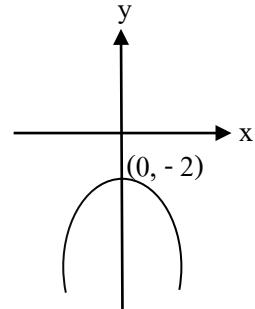
ง. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a = 0$

8. ลักษณะกราฟข้อใดคือการเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = -x^2 + 2$

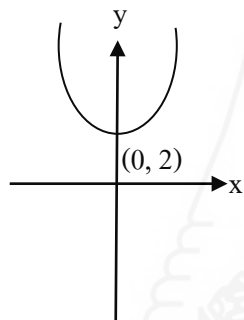
ก.



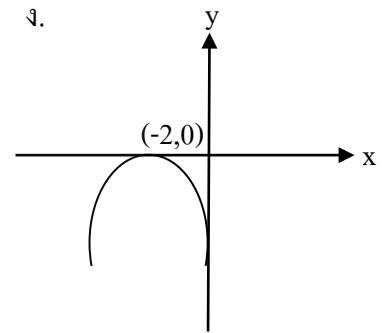
ข.



ค.



ง.



9. กราฟของฟังก์ชัน $y = x^2 + 2$ มีลักษณะตรงกับข้อใด

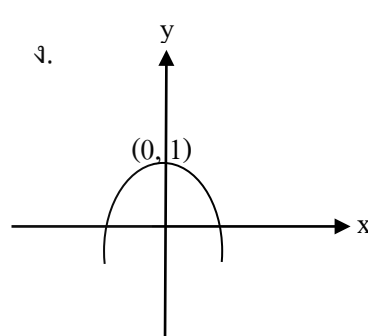
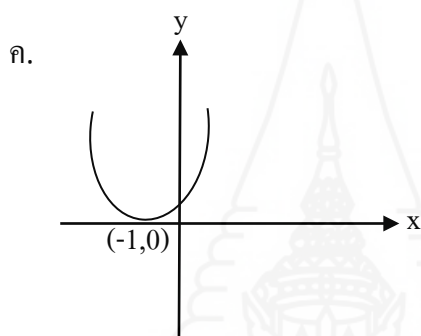
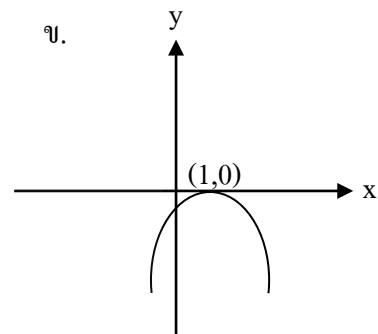
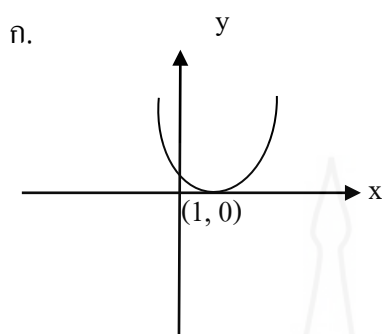
ก. กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำลง จุดวกกลับ คือ (0, -2)

ข. กราฟเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น จุดวกกลับ คือ (0, 0)

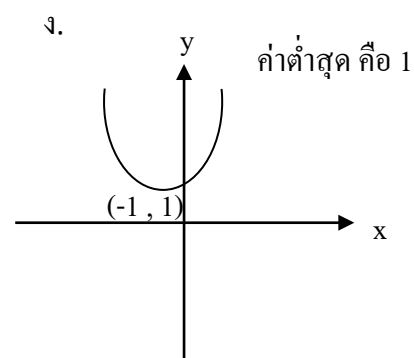
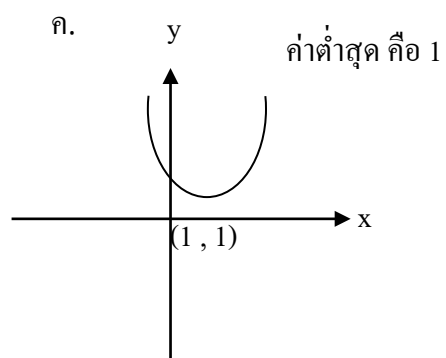
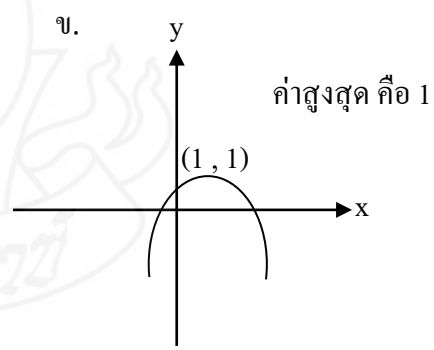
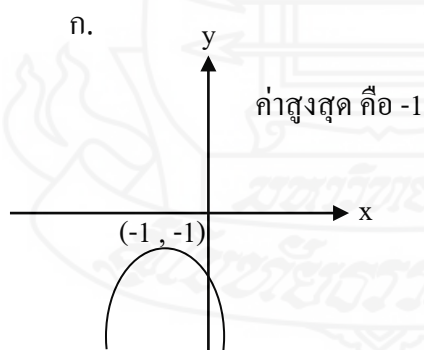
ค. กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำลง จุดวกกลับ คือ (-2, 0)

ง. กราฟเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น จุดวกกลับ คือ (0, 2)

10. ข้อใดเป็นกราฟและจุดวกกลับของฟังก์ชัน $y = -(x - 1)^2$



11. ข้อใดคือกราฟและลักษณะของฟังก์ชัน $y = (x + 1)^2 + 1$



12. ข้อใดบอกลักษณะของฟังก์ชัน $y = 2x^2 + 2x + 2$ ได้ถูกต้อง

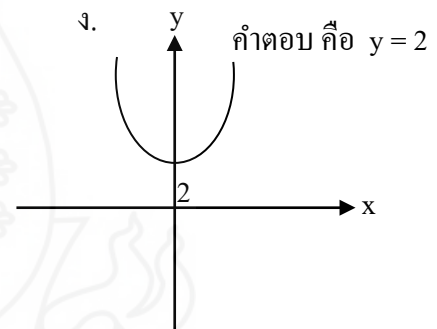
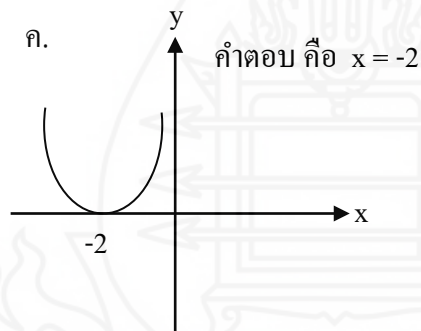
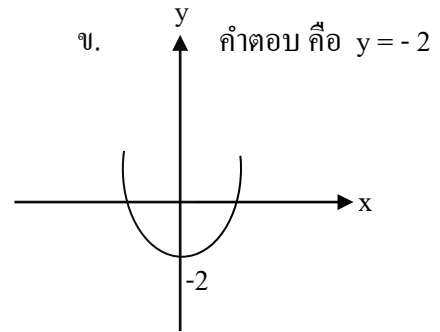
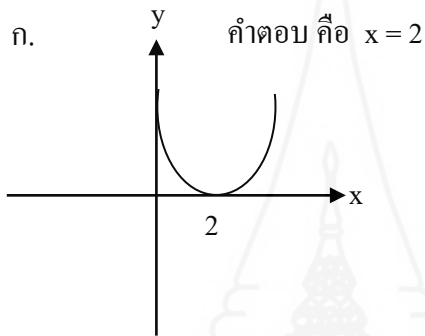
ก. จุดต่ำสุด คือ $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

ข. ค่าต่ำสุด คือ $-\frac{1}{2}$

ค. กราฟเป็นกราฟคว่ำ

ง. จุดสูงสุด คือ $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

13. ข้อใดคือกราฟและคำตอบของ $(x + 2)^2 = 0$



14. สมการ $x^2 = 9$ มีจุดตัดแกน x หรือไม่ อย่างไร

ก. มี ได้แก่จุด $(-9, 0)$ และ $(9, 0)$

ข. มี ได้แก่จุด $(-3, 0)$ และ $(3, 0)$

ค. มี ได้แก่จุด $(0, -3)$ และ $(0, 3)$

ง. ไม่มีจุดตัด

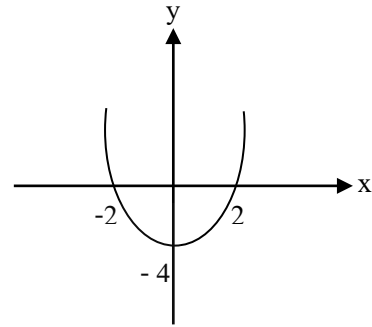
15. จากกราฟที่กำหนดให้ ข้อใดเขียนอสมการและคำตอบได้ถูกต้อง

ก. $x^2 - 2 \leq 0$ มีคำตอบ คือ $-2 \leq x \leq 2$

ข. $x^2 + 2 \geq 0$ มีคำตอบ คือ $-4 \leq x \leq 0$

ค. $x^2 - 4 \geq 0$ มีคำตอบ คือ $-4 \leq x \leq 0$

ง. $x^2 - 4 \leq 0$ มีคำตอบ คือ $-2 \leq x \leq 2$



16. เมื่อใช้กราฟหาคำตอบของอสมการ $x^2 > 3x$ คำตอบที่ได้จะอยู่ในช่วงใด

ก. $x > 0$ หรือ $x < 3$

ข. $x < 0$ หรือ $x > 3$

ค. $0 < x < 3$

ง. $0 \leq x \leq 3$

17. ผลคูณที่มีค่ามากที่สุดของจำนวนนับสองจำนวนที่มีผลบวกเท่ากับ 20 คือข้อใด

ก. 100

ข. 200

ค. 400

ง. 1,000

18. ร้านขายเครื่องปรับอากาศแห่งหนึ่งพบว่า ผลกำไรที่ได้มีความสัมพันธ์กับจำนวนเครื่องปรับอากาศที่ขายได้ ดังนี้คือ $y = -5x^2 + 120x$ ให้ y แทนผลกำไรและ x เป็นจำนวนเครื่องปรับอากาศ ถ้าต้องการผลกำไรมากที่สุดจะต้องขายเครื่องปรับอากาศกี่เครื่อง

ก. 10 เครื่อง

ข. 15 เครื่อง

ค. 12 เครื่อง

ง. 20 เครื่อง

19. ข้อใดคือความหมายของฟังก์ชันขั้นบันได

ก. ฟังก์ชันที่มีโดเมน เป็นสับเซตของเซตจำนวนจริง และมีค่าในฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วงๆมากกว่าสองช่วง

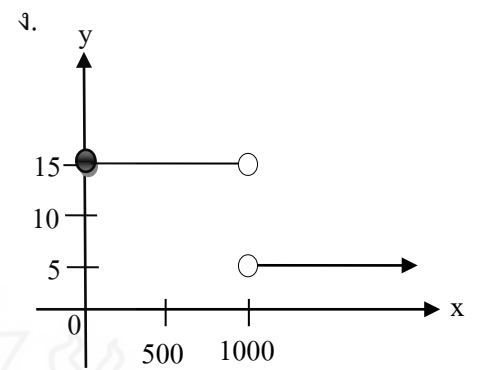
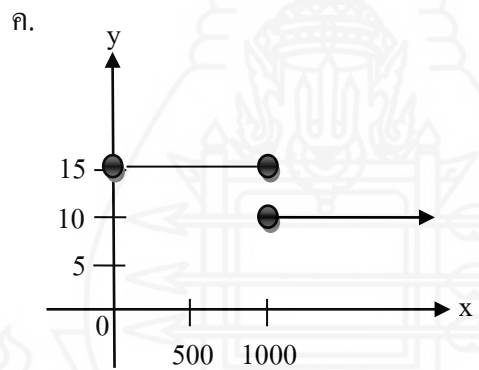
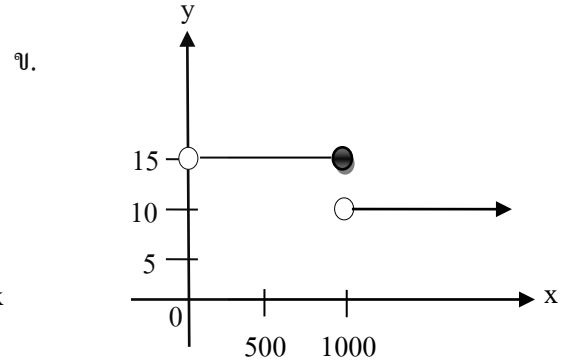
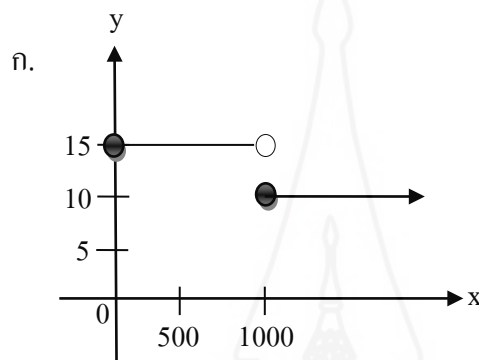
ข. ฟังก์ชันที่มีโดเมน เป็นจำนวนจริงและมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวสองช่วง

ค. ฟังก์ชันที่มีโดเมน และเรนจ์ เป็นสับเซตของจำนวนจริง และมีค่าของฟังก์ชันเป็นช่วงๆ

ง. ฟังก์ชันที่กราฟมีลักษณะคล้ายขั้นบันได โดเมนและเรนจ์ เป็นจำนวนจริง

20. จากข้อมูลต่อไปนี้ ข้อใดเขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดได้ถูกต้อง

$$f(x) = \begin{cases} 15, & 0 < x \leq 1,000 \\ 10, & x > 1,000 \end{cases}$$



21. ข้อใดบอกความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ถูกต้อง

ก. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $x = a^y$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$

ข. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $x = a^y$ เมื่อ $a < 0$

ค. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$

ง. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$

22. ข้อใด ไม่ใช่ ลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ก. กราฟของฟังก์ชัน $y = a^x$ จะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอ ทั้งนี้เพราะ $a^0 = 1$

ข. ถ้า $a > 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าเพิ่มขึ้น

ค. ถ้า $0 < a < 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าลดลง

ง. กรณี $a \neq 1$ และ $a > 0$, $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$

23. ฝากเงินธนาคาร 10,000 บาท ได้รับดอกเบี้ย 3% ต่อปี เมื่อฝากเงินครบ 2 ปี จะได้เงินรวม (เงินต้นพร้อมดอกเบี้ย) เป็นจำนวนเท่าใด (ใช้สูตร $S = p(1+i)^n$)

ก. 10,609 บาท

ข. 10,300 บาท

ค. 13,000 บาท

ง. 13,500 บาท

24. จุลินทรีย์ชนิดหนึ่งมีการเจริญเติบโตโดยหาจำนวนได้จากสมการ $f(t) = 100(1.2)^t$ เมื่อ $f(t)$ แทนจำนวนจุลินทรีย์ และ t แทนจำนวนวัน จงหาว่าเมื่อเวลาผ่านไป 2 วัน จำนวนเชื้อจุลินทรีย์จะเป็นเท่าใด

ก. 1200 ตัว

ข. 1000 ตัว

ค. 120 ตัว

ง. 144 ตัว

25. ข้อใดบอกความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้ถูกต้อง

ก. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = |x - a| + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $c \neq 0$

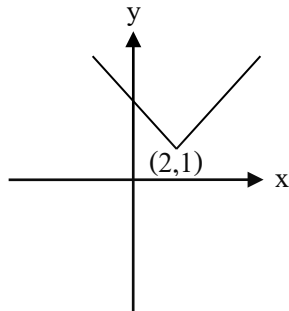
ข. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = |x - a| + c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง

ค. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = |x - a|$ เมื่อ $a > 0$ และ $c \neq 0$

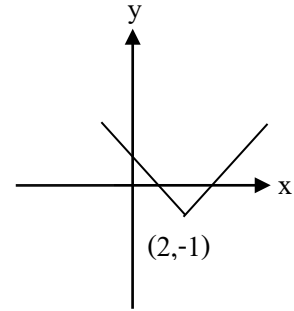
ง. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = |x - a| - c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง

26. ข้อใดเขียนกราฟของ $y = |x + 2| + 1$ ได้ถูกต้อง

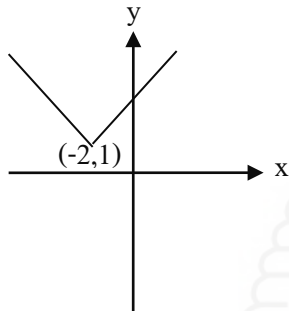
ก.



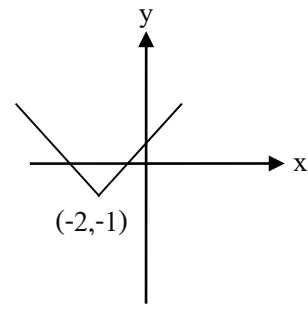
ข.



ค.



ง.



27. ฟังก์ชัน $y = -|x|$ มีโดเมนและเรนจ์ตรงกับข้อใด

ก. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

ข. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \leq 0\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R}\}$

ค. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

ง. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq 0\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \neq 0\}$

28. จากกราฟของ $f(x) = |x + 1| + 3$ โดเมนและเรนจ์ตรงกับข้อใด

ก. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

ข. $D = \{x|x \in \mathbb{R} \text{ และ } x \neq 0\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R}\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq -3\}$

ค. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

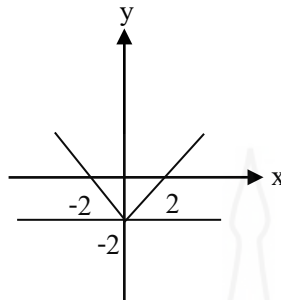
ง. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \leq 3\}$

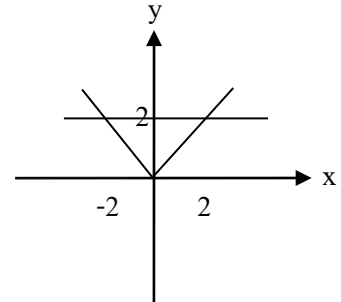
$R = \{y|y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq 3\}$

29. ค่าของ x จากกราฟของสมการ $|x| - 2 = 0$ คือข้อใด

ก.

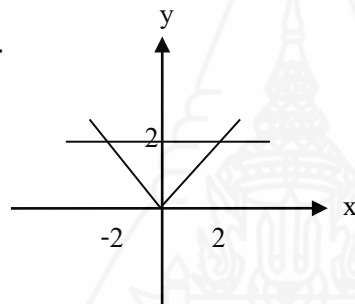


ข.

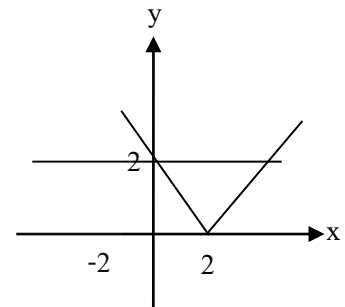


เซตคำตอบของสมการ $|x| - 2 = 0$ คือ $\{-2, 0\}$ เซตคำตอบของสมการ $|x| - 2 = 0$ คือ $\{-2, 2\}$

ค.



ง.



เซตคำตอบของสมการ $|x| - 2 = 0$ คือ $\{2, 0\}$ เซตคำตอบของสมการ $|x| - 2 = 0$ คือ $\{2, 2\}$

30. ขั้นตอนในข้อใด ไม่ถูกต้อง สำหรับการหาค่าของ x ที่ทำให้ $|x + 3| - 1 = 0$ โดยใช้กราฟ

ก. เขียนกราฟ y_1 และ y_2 เกิดจุดตัดของกราฟ

ข. ให้ $y_1 = |x + 3|$ และ $y_2 = 1$

ค. เซตคำตอบของสมการ $|x + 3| - 1 = 0$ คือ $\{-2, -4\}$

ง. สังเกตจากกราฟจะเห็นว่า $y_1 = y_2$ เมื่อ $x = 3$ หรือ $x = -4$

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (หลังเรียน)

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

เรื่อง ชนิดของฟังก์ชัน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จำนวน 30 ข้อ

คะแนนเต็ม 30 คะแนน

เวลา 60 นาที

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยทำเครื่องหมายกากบาท X ลงในกระดาษคำตอบ

1. ฟังก์ชันที่มีรูปสมการเป็น $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$ เป็นฟังก์ชันชนิดใด

ก. ฟังก์ชันเชิงเส้น

ข. ฟังก์ชันกำลังสอง

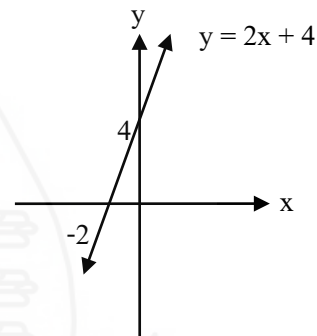
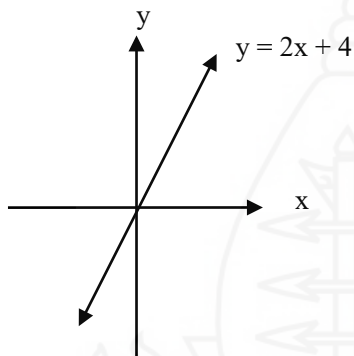
ค. ฟังก์ชันขั้นบันได

ง. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

2. ข้อใดเป็นกราฟของฟังก์ชัน $y = 2x + 4$

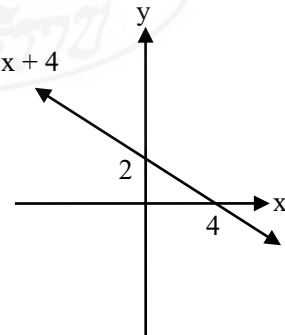
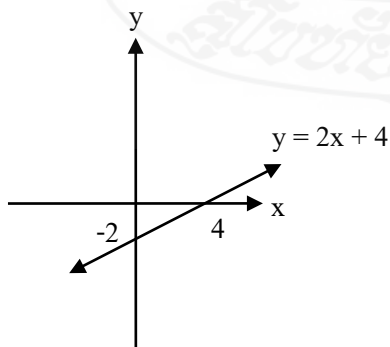
ก.

ข.

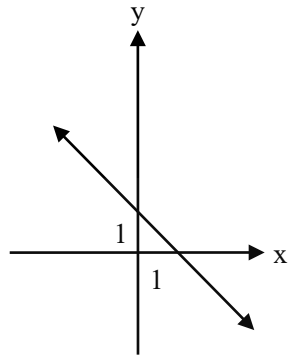


ค.

ง.



3. จากภาพของกราฟข้อใดเป็นสมการของกราฟที่กำหนดให้



ก. $y = x - 1$

ข. $y = x + 1$

ค. $y = -x - 1$

ง. $y = -x + 1$

4. จากฟังก์ชัน $f(x) = -3x + 6$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. จุดที่กราฟตัดแกน x คือ (2,0) จุดที่กราฟตัดแกน y คือ (0,6)

ข. จุดที่กราฟตัดแกน x คือ (-2,0) จุดที่กราฟตัดแกน y คือ (0,4)

ค. จุดที่กราฟตัดแกน x คือ (0,2) จุดที่กราฟตัดแกน y คือ (6,0)

ง. จุดที่กราฟตัดแกน x คือ (0,-2) จุดที่กราฟตัดแกน y คือ (-6,0)

5. คู่อันดับใดต่อไปนี้อยู่บนกราฟของฟังก์ชัน $y = 5x - 4$

ก. (-1, 9)

ข. (11, 40)

ค. (8, 36)

ง. (-5, 29)

6. บริษัทแห่งหนึ่งจ่ายเงินเดือนให้แก่พนักงานเดือนละ 8,000 บาท รวมกับ 5 % ของยอดขายสินค้าที่ขายได้ นายคนกเป็นพนักงานขายของบริษัทนี้ เดือนนี้เขาได้รับเงิน 9,000 บาท นายคนกมียอดขายสินค้ากี่บาท

ก. 1,000 บาท

ข. 10,000 บาท

ค. 15,000 บาท

ง. 20,000 บาท

7. พังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a \neq 0$ เป็นพังก์ชันชนิดใด

ก. พังก์ชันกำลังสอง

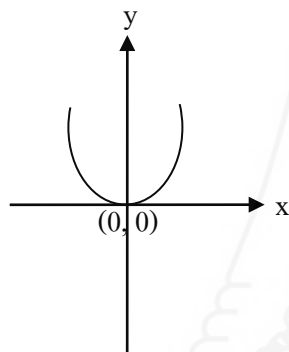
ข. พังก์ชันเชิงเส้น

ค. พังก์ชันขั้นบันได

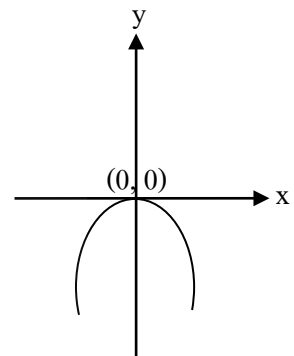
ง. พังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล

8. ลักษณะกราฟข้อใดคือการเขียนกราฟของพังก์ชัน $y = -2x^2$

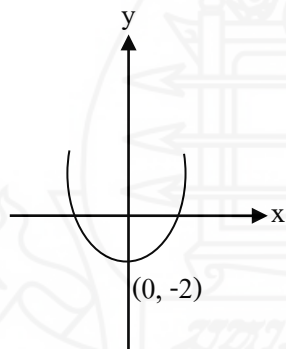
ก.



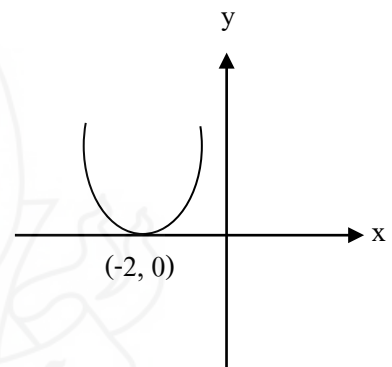
ข.



ค.



ง.



9. กราฟของพังก์ชัน $y = -x^2 - 2$ มีลักษณะเป็นอย่างไร

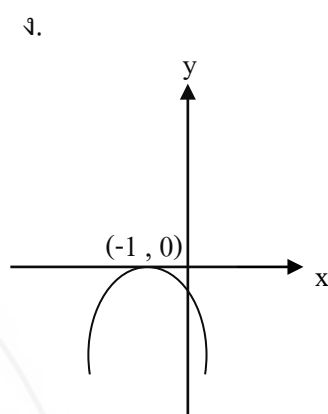
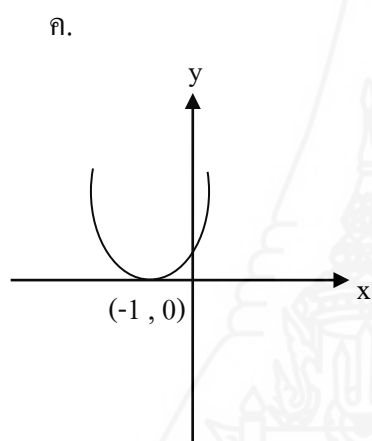
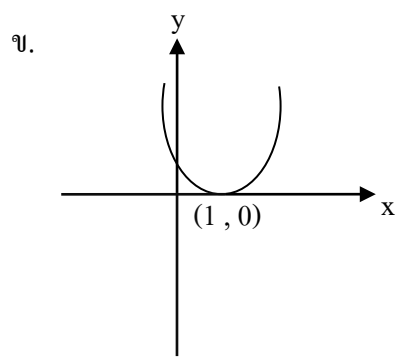
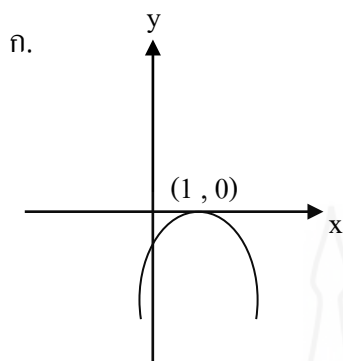
ก. กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำลง จุดวกกลับ คือ $(0, -2)$

ข. กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำลง จุดวกกลับ คือ $(0, 2)$

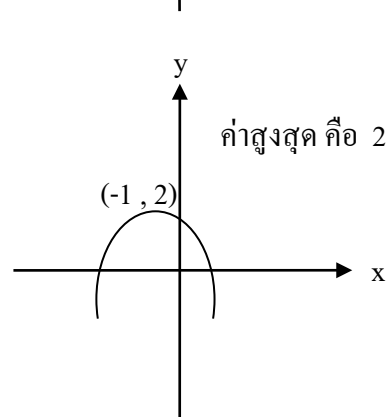
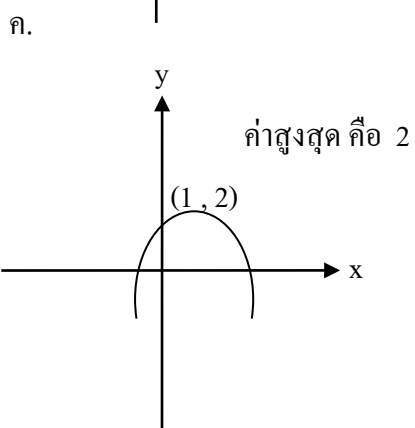
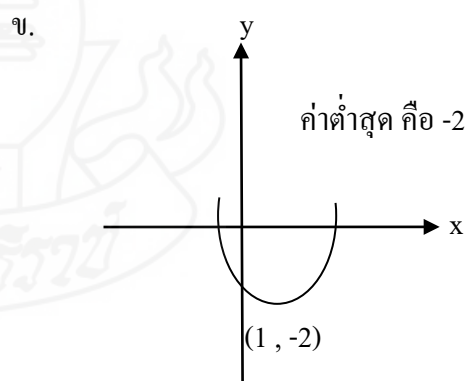
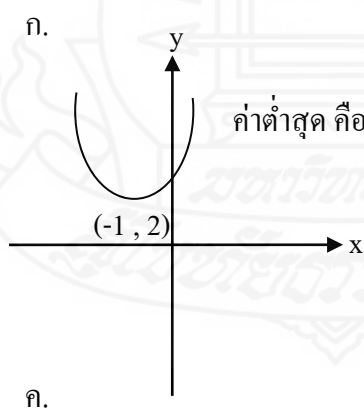
ค. กราฟเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น จุดวกกลับ คือ $(-2, 0)$

ง. กราฟเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น จุดวกกลับ คือ $(0, -2)$

10. ข้อใดคือกราฟและจุดวกกลับของฟังก์ชัน $y = -(x+1)^2$



11. กราฟและลักษณะของฟังก์ชัน $y = -(x-1)^2 + 2$ คือข้อใด



12. จากฟังก์ชัน $y = -x^2 + 3x - 2$ ข้อใดกล่าวถึงลักษณะกราฟได้ถูกต้อง

ก. ค่าสูงสุด คือ $\frac{1}{4}$

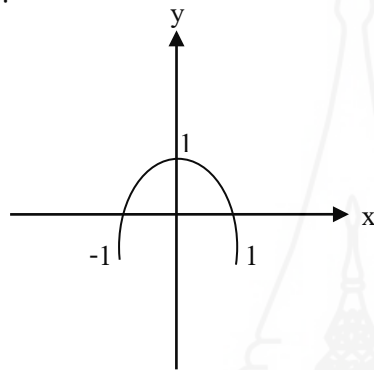
ข. กราฟเป็นกราฟหงาย

ค. ตัดแกน y ที่จุด $(0, 2)$

ง. จุดสูงสุด คือ $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4})$

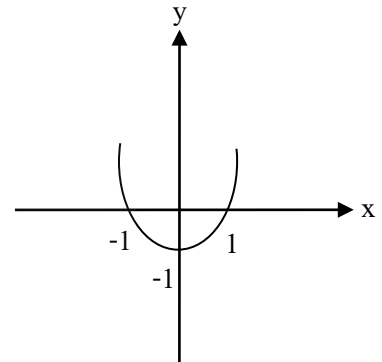
13. ลักษณะของกราฟและคำตอบของสมการ $x^2 = 1$ คือข้อใด

ก.



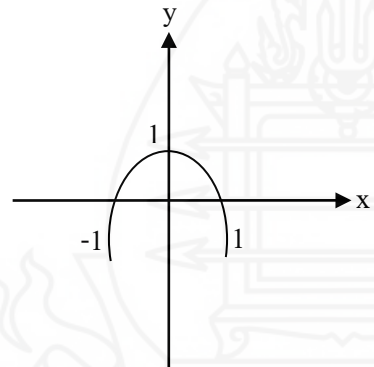
คำตอบ คือ $x = 1$ และ -1

ข.



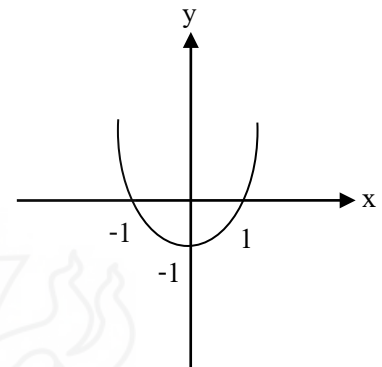
คำตอบ คือ $x = 1$ และ -1

ค.



คำตอบ คือ x เท่ากับช่วง $(-1, 1)$

ง.



คำตอบคือ x เท่ากับช่วง $[-1, 1]$

14. สมการใดไม่มีจุดตัด แกน x

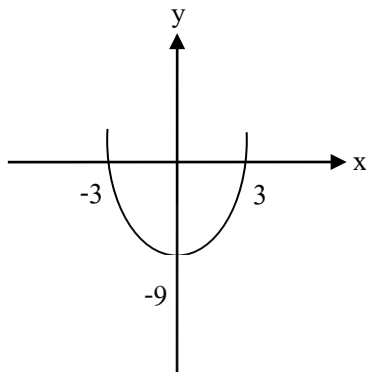
ก. $x^2 - 16 = 0$

ข. $x^2 - 9 = 0$

ค. $x^2 - 4 = 0$

ง. $x^2 + 3 = 0$

15. จากกราฟที่กำหนดให้ ข้อใดเขียนอสมการและคำตอบได้ถูกต้อง



ก. $x^2 - 2x < 0$ มีคำตอบคือ $0 < x < 2$

ข. $5x^2 < 45$ มีคำตอบคือ $-3 < x < 3$

ค. $(x-2)(x+4) \leq 0$ มีคำตอบคือ $-4 \leq x \leq 2$

ง. $(x+1)^2 - 4 > 0$ มีคำตอบคือ $x < -3$ หรือ $x > 1$

16. เมื่อใช้กราฟหาคำตอบของอสมการ $x^2 - 3 > 1$ คำตอบที่ได้จะอยู่ในช่วงใด

ก. $x < -4$ หรือ $x > 4$

ข. $-4 < x < 4$

ค. $x < -2$ หรือ $x > 2$

ง. $-2 < x < 2$

17. ผลคูณที่มีค่ามากที่สุดของจำนวนนับสองจำนวนที่มีผลบวกเท่ากับ 50 คือข้อใด

ก. 225

ข. 625

ค. 900

ง. 1,000

18. พนักงานขายเครื่องกรองน้ำคนหนึ่งพบว่าผลกำไรที่ได้มีความสัมพันธ์กับจำนวนเครื่องกรองน้ำที่ขายได้ดังนี้ คือ $y = -3x^2 + 144x$ ให้ y แทนผลกำไร และ x เป็นจำนวนเครื่องกรองน้ำ ถ้าต้องการผลกำไรมากที่สุดจะต้องขายเครื่องกรองน้ำกี่เครื่อง

ก. 20 เครื่อง

ข. 25 เครื่อง

ค. 24 เครื่อง

ง. 34 เครื่อง

19. ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของเซตจำนวนจริงและมีค่าในฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วงๆ มากกว่าสองช่วง คือข้อใด

ก. ฟังก์ชันขั้นบันได

ข. ฟังก์ชันเชิงเส้น

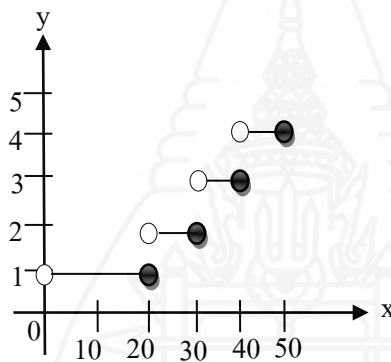
ค. ฟังก์ชันกำลังสอง

ง. ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล

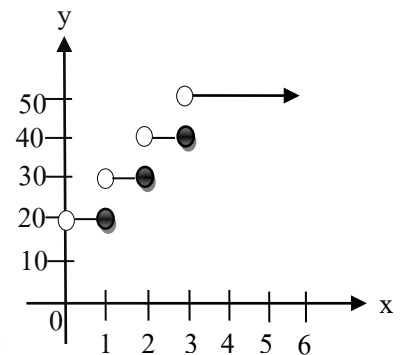
20. จากข้อมูลแทนอัตราค่าเช่าที่จอดรถ ข้อใดเขียนกราฟของข้อมูลนี้ได้ถูกต้อง

เวลาที่จอดรถ	อัตรา (บาท)
ไม่เกิน 1 ชั่วโมง	20
เกิน 1 ชั่วโมงไม่เกิน 2 ชั่วโมง	30
เกิน 2 ชั่วโมงไม่เกิน 3 ชั่วโมง	40
เกิน 3 ชั่วโมง	50

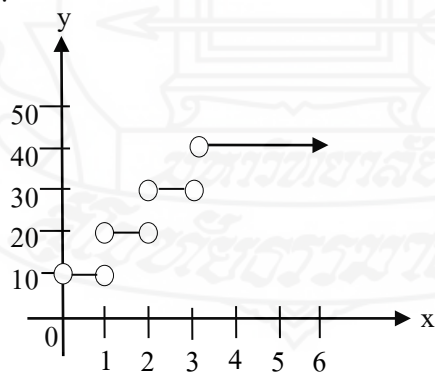
ก.



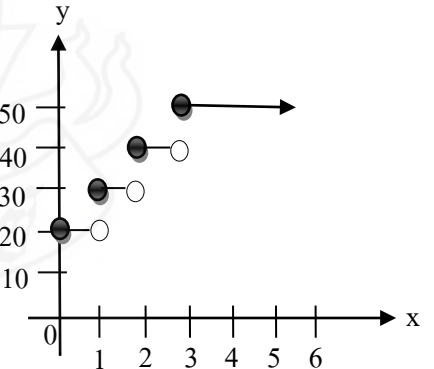
ข.



ค.



ง.



21. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ เป็นฟังก์ชันชนิดใด

ก. ฟังก์ชันขั้นบันได

ข. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ค. ฟังก์ชันเชิงเส้น

ง. ฟังก์ชันกำลังสอง

22. ข้อใดคือลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

- ก. ถ้า $a > 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าลดลง
- ข. กรณี $a \neq 1$ และ $a > 0$, $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$
- ค. ถ้า $a < 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าเพิ่มขึ้น
- ง. กราฟของฟังก์ชัน $y = a^x$ จะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอ ทั้งนี้เพราะ $a^0 = 1$

23. สมพรนำเงินไปฝากธนาคาร 50,000 บาท ได้รับดอกเบี้ย 3% ต่อปี เมื่อฝากครบ 2 ปี จะได้รับ

เงินรวมเป็นจำนวนเท่าไร (ใช้สูตร $s = p(1+i)^n$)

- ก. 51,500 บาท
- ข. 52,040 บาท
- ค. 53,045 บาท
- ง. 65,000 บาท

24. แมลงชนิดหนึ่งมีการเจริญเติบโตอย่างรวดเร็วจำนวนแมลง (ตัว) ชนิดนี้หาได้จากสมการ

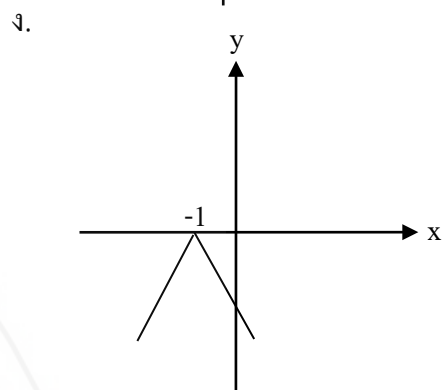
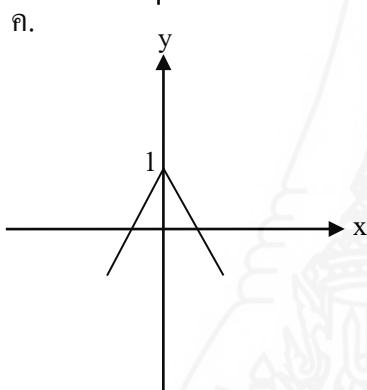
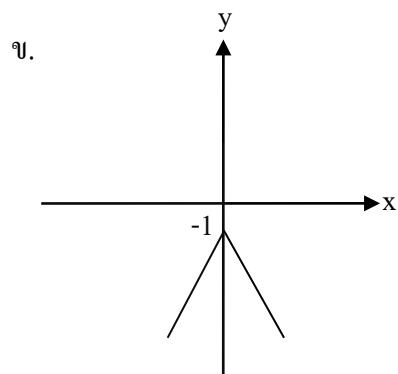
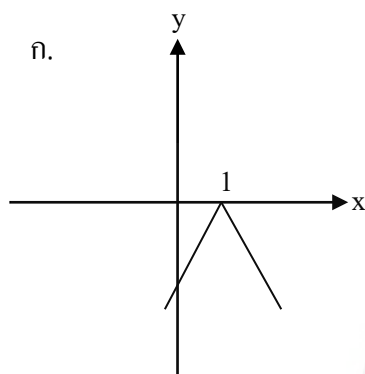
$f(t) = 100(1.3)^t$ เมื่อ $f(t)$ แทนจำนวนแมลงและ t แทนจำนวนวัน จงหาว่าเมื่อเวลาผ่านไป 2 วัน จำนวนแมลงจะเป็นเท่าไร

- ก. 285 ตัว
- ข. 130 ตัว
- ค. 219 ตัว
- ง. 169 ตัว

25. ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = |x - a| + c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง เป็นฟังก์ชันชนิดใด

- ก. ฟังก์ชันเชิงเส้น
- ข. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
- ค. ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
- ง. ฟังก์ชันกำลังสอง

26. ข้อใดเขียนกราฟของ $y = -|x| - 1$ ได้ถูกต้อง



27. ข้อใดคือโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน $y = |x| + 2$

ก. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

ข. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq 2\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \leq 2\}$

ค. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

ง. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R}\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \neq 0\}$

28. โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน $y = |x - 1| + 1$ ตรงกับข้อใด

ก. $D = \{x|x \in \mathbb{R} \text{ และ } x \neq 0\}$

ข. $D = \{x|x \in \mathbb{R} \text{ และ } x \geq 0\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R}\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq 0\}$

ค. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

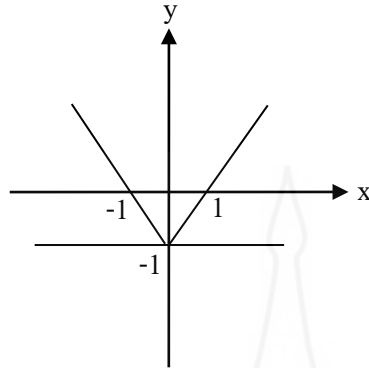
ง. $D = \{x|x \in \mathbb{R}\}$

$R = \{y|y \in \mathbb{R}\}$

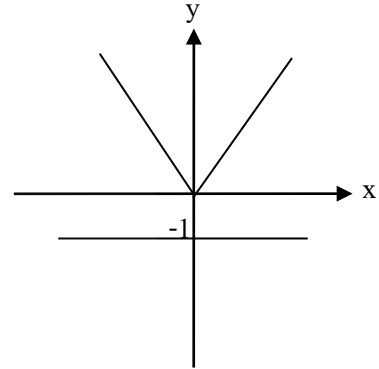
$R = \{y|y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq 1\}$

29. ข้อใดคือกราฟและค่าของ x ในสมการ $|x| = -1$

ก.



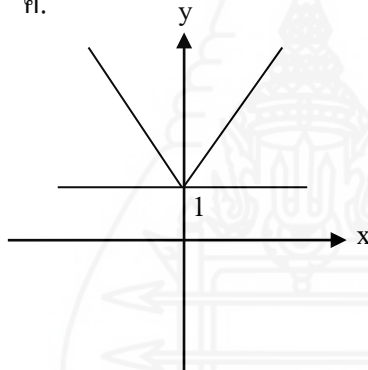
ข.



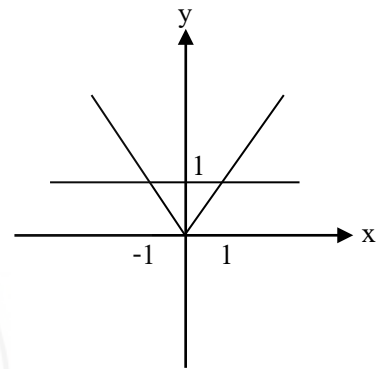
เซตคำตอบของสมการ คือ $\{-1,1\}$

ไม่มีจำนวนจริง x ที่เป็นคำตอบของสมการ

ค.



ง.



เซตคำตอบของสมการ คือ $\{1\}$

เซตคำตอบของสมการ คือ $\{-1,0,1\}$

30. ขั้นตอนข้อใด ไม่ถูกต้อง สำหรับการหาค่าของ x ที่ทำให้ $|x+1| - 2 = 0$ โดยใช้กราฟ

ก. จากกราฟจะเห็นว่า $y_1 = y_2$ เมื่อ $x = 3$ หรือ $x = 1$

ข. ให้ $y_1 = |x+1|$ และ $y_2 = 2$

ค. เขียนกราฟ y_1 และ y_2 เกิดจุดตัดของกราฟ 2 จุด

ง. เซตคำตอบของสมการ $|x+1| - 2 = 0$ คือ $\{-3,1\}$

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. ข | 2. ค | 3. ก |
| 4. ค | 5. ค | 6. ข |
| 7. ค | 8. ก | 9. ง |
| 10. ข | 11. ง | 12. ก |
| 13. ค | 14. ข | 15. ง |
| 16. ข | 17. ก | 18. ค |
| 19. ก | 20. ข | 21. ง |
| 22. ง | 23. ก | 24. ง |
| 25. ข | 26. ค | 27. ก |
| 28. ง | 29. ข | 30. ง |

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. ก | 2. ข | 3. ง |
| 4. ก | 5. ค | 6. ง |
| 7. ก | 8. ข | 9. ก |
| 10. ง | 11. ค | 12. ก |
| 13. ข | 14. ง | 15. ข |
| 16. ค | 17. ข | 18. ค |
| 19. ก | 20. ข | 21. ข |
| 22. ง | 23. ค | 24. ง |
| 25. ค | 26. ข | 27. ก |
| 28. ง | 29. ข | 30. ก |

ภาคผนวก ง

แบบประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์

แบบประเมินคุณภาพโครงการ



แบบประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์
เรื่องชนิดของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
โรงเรียนวชิรธรรมโศภิต

ชื่อโครงการ

ชื่อผู้จัดทำ

1. ชั้น เลขที่

2. ชั้น เลขที่

3. ชั้น เลขที่

4. ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับคุณภาพที่ต้องการ

รายการ	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
1. นำเสนอ ความรู้ กฎ นิยาม สูตร ทฤษฎี หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์				
2. นำเสนอความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้ กฎ นิยาม สูตร ทฤษฎี หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน				
3. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆหรือสถานการณ์หรืองานอื่นๆที่ต้องการ				
4. หาคำตอบจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล				

การแปลผลการประเมิน ใช้ระดับคุณภาพในการประเมิน ดังนี้

- 4 หมายถึง มีความสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระดับดีมาก
- 3 หมายถึง มีความสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระดับดี
- 2 หมายถึง มีความสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระดับพอใช้
- 1 หมายถึง มีความสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระดับต้องปรับปรุง

เกณฑ์ในการแปลผลการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย	3.51 - 4.00	หมายถึง	ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในเกณฑ์ดีมาก
คะแนนเฉลี่ย	2.51 – 3.50	หมายถึง	ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในเกณฑ์ดี
คะแนนเฉลี่ย	1.51 – 2.50	หมายถึง	ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในเกณฑ์พอใช้
คะแนนเฉลี่ย	ต่ำกว่า 1.51	หมายถึง	ความสามารถในการเชื่อมโยงอยู่ในเกณฑ์ต้องปรับปรุง



แบบประเมินผลการทำโครงการ

ชื่อโครงการ.....ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....

ชื่อผู้จัดทำ

1.	ชั้น.....	เลขที่.....
2.	ชั้น.....	เลขที่.....
3.	ชั้น.....	เลขที่.....
4.	ชั้น.....	เลขที่.....

ประเมินโดย ☐ ผู้สอน ☐ ผู้เรียน ☐ เพื่อน ☐ ผู้เกี่ยวข้อง (โปรดระบุ.....)

ระดับคุณภาพของงาน ☐ ดีมาก ☐ ดี ☐ พอใช้ ☐ ต้องปรับปรุง

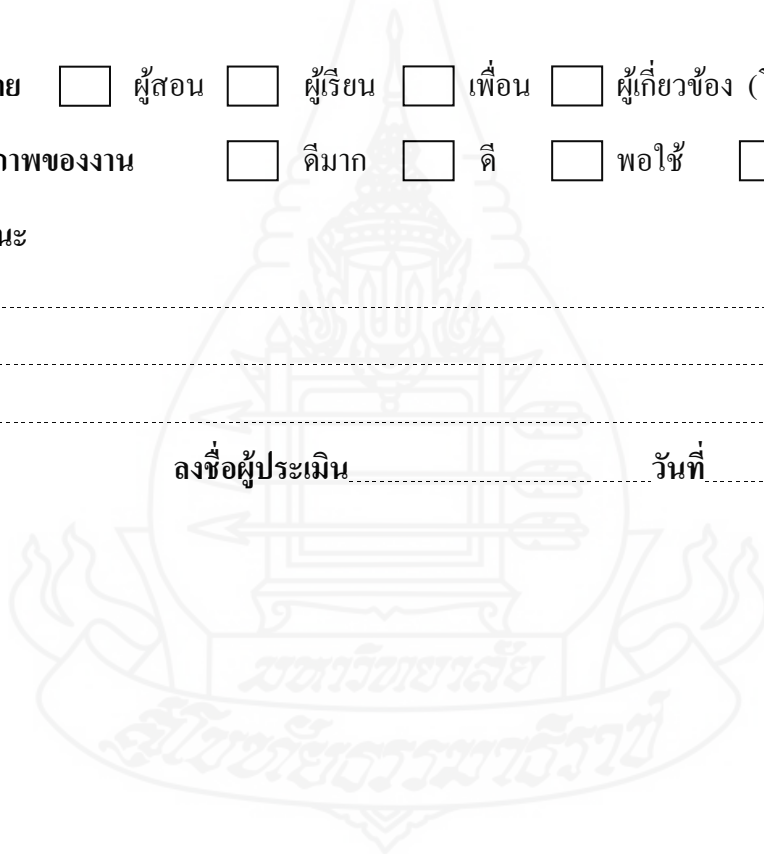
ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

ลงชื่อผู้ประเมิน.....วันที่.....



เกณฑ์การประเมินผลการทำโครงการคณิตศาสตร์แบบองค์รวม

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4 ดีมาก	- แสดงถึงการเข้าใจปัญหาอย่างแท้จริง - มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการออกแบบงาน - ใช้เทคนิควิธีการต่างๆในการจัดทำโครงการจนประสบความสำเร็จ - การนำเสนอโครงการเป็นลำดับขั้นตอนดีมากและใช้เป็นแบบอย่างได้ - มีการวางแผนการทำงานเป็นระบบและทำงานเสร็จตามเวลาที่กำหนด - มีการศึกษาค้นคว้าข้อมูลจากแหล่งการเรียนรู้ที่น่าเชื่อถือและหลากหลาย
3 ดี	- แสดงถึงความเข้าใจในปัญหา - การออกแบบโครงการมีความถูกต้องเป็นบางส่วน - ใช้เทคนิควิธีการ ในการจัดทำโครงการให้ประสบความสำเร็จเพียงบางส่วน - การนำเสนอโครงการเป็นลำดับขั้นตอน - มีการวางแผนการทำงานและทำงานเสร็จตามเวลาที่กำหนด - มีการศึกษาค้นคว้าข้อมูลจากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย
2 พอใช้	- เข้าใจปัญหาแต่ใช้เวลานานมาก - ต้องอาศัยการแนะนำในการออกแบบโครงการ - ต้องได้รับคำแนะนำเกี่ยวกับเทคนิควิธีที่ใช้ในการจัดทำโครงการ - ต้องได้รับคำแนะนำในการเขียนรายงาน - มีการวางแผนการทำงานแต่ไม่ชัดเจนและทำงานเสร็จช้ากว่าที่กำหนดไว้ - มีการศึกษาค้นคว้าข้อมูลที่น่าเชื่อถือเพียงบางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	- ไม่เข้าใจปัญหา - การออกแบบโครงการและการทดลองไม่ถูกต้อง - ต้องได้รับคำแนะนำเกี่ยวกับเทคนิควิธีการทำโครงการทุกขั้นตอน - การเขียนรายงานยังมีข้อบกพร่อง - มีการวางแผนการทำงานไม่เป็นระบบและทำงานเสร็จช้ากว่าที่กำหนดไว้ - มีการศึกษาค้นคว้าข้อมูลน้อยมาก หรือไม่สัมพันธ์กับโครงการที่จัดทำ

เกณฑ์ในการแปลผลการประเมินคุณภาพโครงการคณิตศาสตร์ ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย	3.50 - 4.00	หมายถึง	โครงการอยู่ในเกณฑ์ ดีมาก
คะแนนเฉลี่ย	2.50 – 3.49	หมายถึง	โครงการอยู่ในเกณฑ์ ดี
คะแนนเฉลี่ย	1.50 – 2.49	หมายถึง	โครงการอยู่ในเกณฑ์ พอใช้
คะแนนเฉลี่ย	1.00 – 1.49	หมายถึง	โครงการอยู่ในเกณฑ์ ต้องปรับปรุง



ภาคผนวก จ
ตัวอย่างผลงานนักเรียน



โครงการคณิตศาสตร์

เรื่อง ชนิดฟังก์ชันคู่โครงการลายเหล็กคัตหน้าต่าง

ผู้จัดทำ

- | | | | |
|---------------------|----------|------------|-----------|
| 1. นางสาวจุลย์รัตน์ | พวงหิรัญ | ชั้น ม.4/1 | เลขที่ 5 |
| 2. นางสาววิญญา | สังข์ทอง | ชั้น ม.4/1 | เลขที่ 9 |
| 3. นายบุญธรรม | สุขเกษม | ชั้น ม.4/2 | เลขที่ 3 |
| 4. นายอาทิตย์ | โสภาค | ชั้น ม.4/2 | เลขที่ 11 |

ครูที่ปรึกษา ครูวิลาวัลย์ ศุภพร

โครงการคณิตศาสตร์นี้เป็นส่วนหนึ่งของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557

โรงเรียนวชิรธรรมโสภิต จังหวัดเพชรบุรี



คำนำ

โครงการฉบับนี้เป็นการนำเอาชนิดของฟังก์ชันที่ได้เรียนไป คือ ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ฟังก์ชันขั้นบันได และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันให้เกิดประโยชน์สูงสุด ซึ่งคณะผู้จัดทำได้เล็งเห็นถึงปัญหาที่มีอยู่ในจังหวัดเพชรบุรี ทั้งนี้ยังเป็นปัญหาที่แก้ไขได้ยาก

คณะผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าโครงการคณิตศาสตร์ฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้และการพัฒนาทางด้านความคิดสร้างสรรค์ที่จะนำเอาชนิดของฟังก์ชันมาประยุกต์ใช้ให้เกิดผลงานที่มีความหลากหลาย มีรูปแบบที่แปลกใหม่มากขึ้น ตลอดจนทั้งยังช่วยสร้างรายได้ให้อีกด้วย

คณะผู้จัดทำ



สารบัญ

	หน้า
ความเป็นมา.....	1
จุดประสงค์.....	1
สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....	1
ระยะเวลาการดำเนินงาน.....	2
วิธีการดำเนินงาน.....	2-12
ผลการดำเนินงาน.....	12
สรุปและข้อเสนอแนะ.....	12



ชื่อโครงการ ชนิดฟังก์ชันสู่โครงการลายเหล็กคัตหน้าต่าง

<u>ผู้จัดทำ</u>	1. นางสาวจุลย์รัตน์ พวงหิรัญ	ชั้นม.4/1	เลขที่ 5
	2. นางสาววิญญา สังข์ทอง	ชั้นม.4/1	เลขที่ 9
	3. นายบุญญธรรม สุขเกษม	ชั้นม.4/2	เลขที่ 3
	4. นายอาทิตย์ โสภาค	ชั้นม.4/2	เลขที่ 11

ครูที่ปรึกษา ครูวิลาวัลย์ ศุภพร

ความเป็นมา

เหล็กคัตหน้าต่าง มีประโยชน์หลายประการ นอกจากช่วยป้องกันขโมย เพิ่มความสวยงามแล้วยังช่วยป้องกันสัตว์ต่างๆ ได้อีกด้วย จังหวัดเพชรบุรีของเรามีลิงอาศัยอยู่เป็นจำนวนมาก ชาวเมืองประสบปัญหาที่มีลิงเข้ามารื้อสิ่งของต่างๆ ภายในบ้าน ซึ่งเป็นปัญหาที่สำคัญมากของผู้คนที่อาศัยอยู่แถบรอบๆ เขาหัว และบริเวณต่างๆ ที่มีลิงอาศัยอยู่ คณะผู้จัดทำสังเกตว่าบ้าน อาคาร และสถานที่ราชการต่างๆ มักจะติดเหล็กคัตเพื่อป้องกันลิงไม่ให้เข้าไปรบกวนภายในได้ ด้วยเหตุนี้ คณะผู้จัดทำจึงได้ศึกษาเอาชนิดของฟังก์ชันต่างๆ มาประยุกต์ใช้ในการออกแบบลวดลายของเหล็กคัตเพื่อเพิ่มความแปลกใหม่ของลวดลายจากลวดลายเดิมๆ ให้มีความละเอียด สวยงาม ใช้งานได้จริง และสามารถช่วยป้องกันลิงได้อีกด้วย

จุดประสงค์

เพื่อออกแบบลวดลายของเหล็กคัตหน้าต่างโดยใช้ความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชัน

สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ฟังก์ชันเชิงเส้น

ฟังก์ชันกำลังสอง

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

ฟังก์ชันขั้นบันได

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ระยะเวลาการดำเนินงาน

1 สัปดาห์

วิธีการดำเนินงาน

1. ปรึกษามาชิกในกลุ่ม เพื่อคิดชิ้นงาน ชิ้นงานที่ได้คือ ชนิดฟังก์ชันสู่โครงงานลาย
เหล็กคัตหน้าต่าง



2. ช่วยกันออกแบบรูปแบบของโครงงาน โดยการนำเอาฟังก์ชันทั้ง 5 ชนิด คือ ฟังก์ชันเชิงเส้น
ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มาประยุกต์ใช้
ในการออกแบบลายเหล็กคัตหน้าต่าง



3. เมื่อได้รูปแบบของโครงงานแล้ว นำมาสร้างแบบในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มีขั้นตอนดังนี้

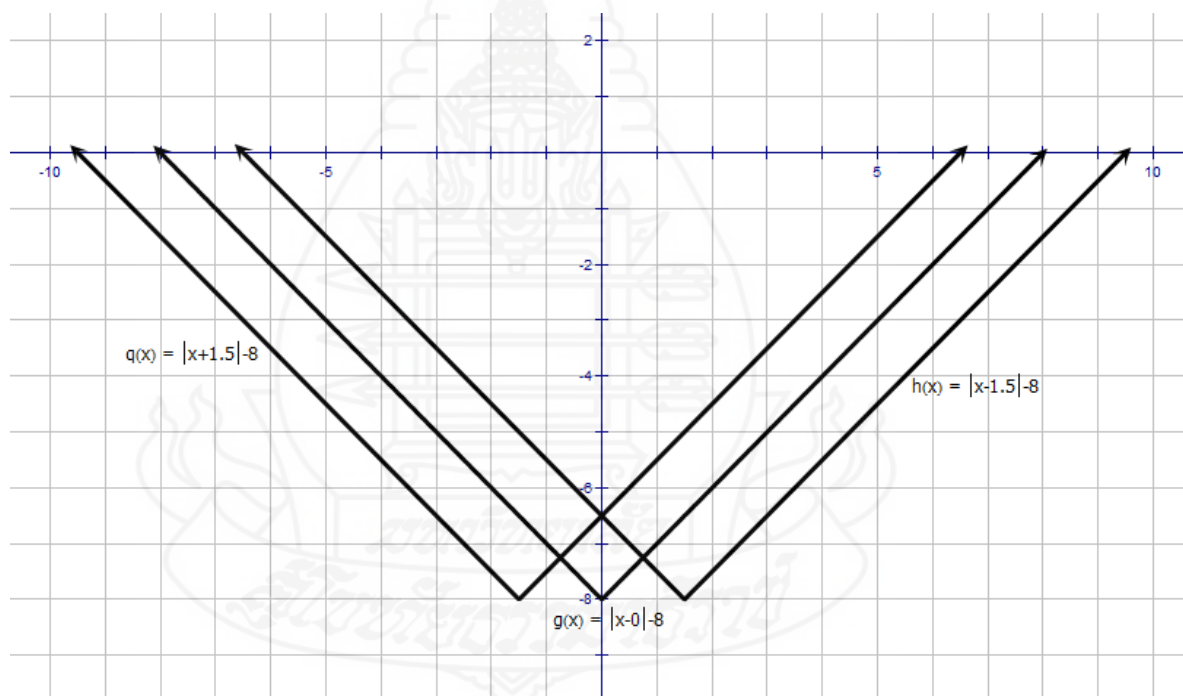
3.1 เริ่มจากการคิดฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ที่ได้กราฟหงายและซ้อนกัน

ฟังก์ชันที่ได้คือ

1. $y = |x - 0| - 8$ (กราฟตรงกลาง)

2. $y = |x + 1.5| - 8$ (กราฟทางซ้าย)

3. $y = |x - 1.5| - 8$ (กราฟทางขวา)

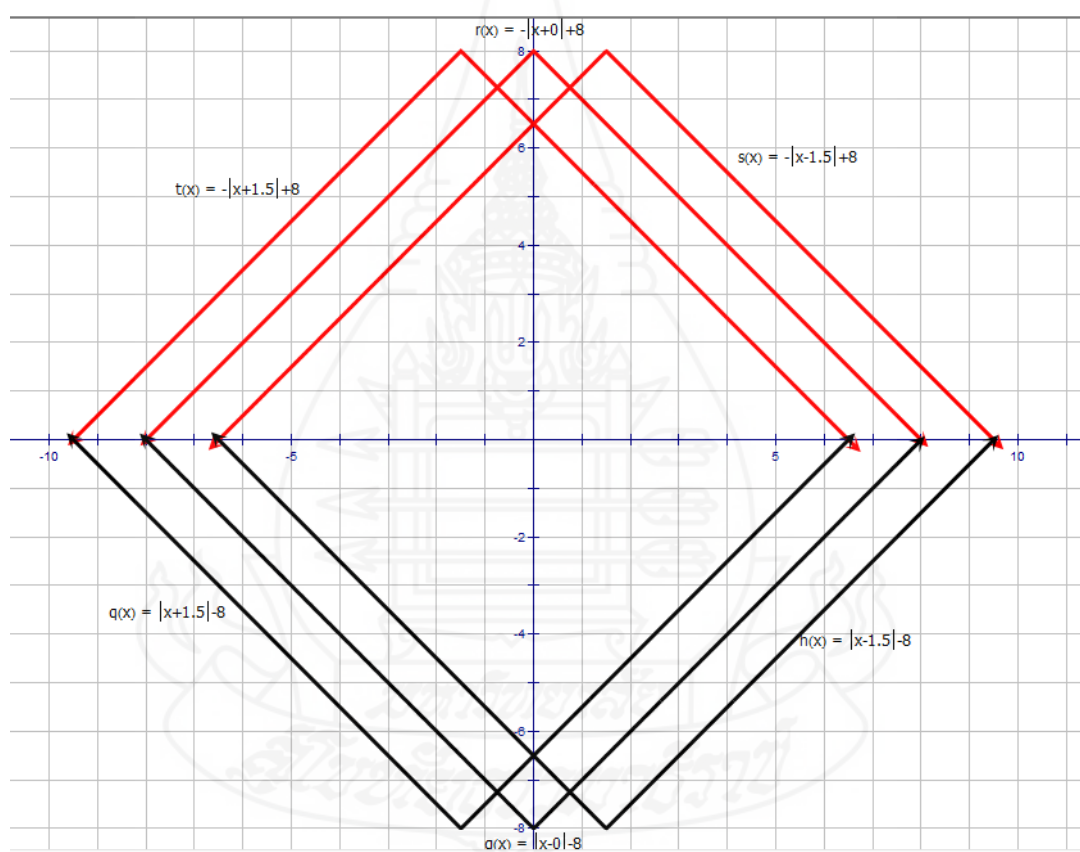


3.2 คิดฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ที่ได้กราฟคว่ำและชันกันเช่นกัน

ฟังก์ชันที่ได้คือ 1. $y = -|x + 0| + 8$ (กราฟตรงกลาง)

2. $y = -|x + 1.5| + 8$ (กราฟทางซ้าย)

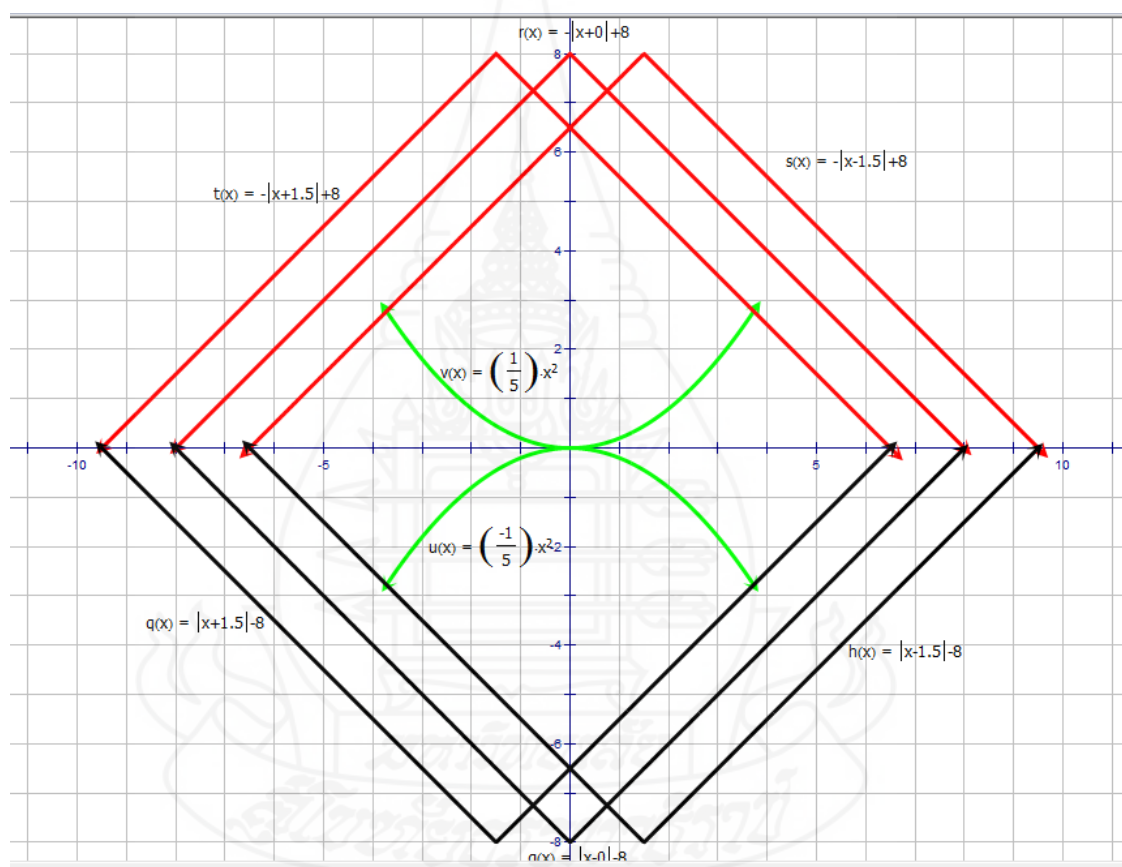
3. $y = -|x - 1.5| + 8$ (กราฟทางขวา)



3.3 จากนั้นคิดฟังก์ชันกำลังสอง ที่ได้กราฟคว่ำและกราฟหงาย

ฟังก์ชันที่ได้ คือ 1. $y = \frac{1}{5}x^2$ (กราฟด้านบน)

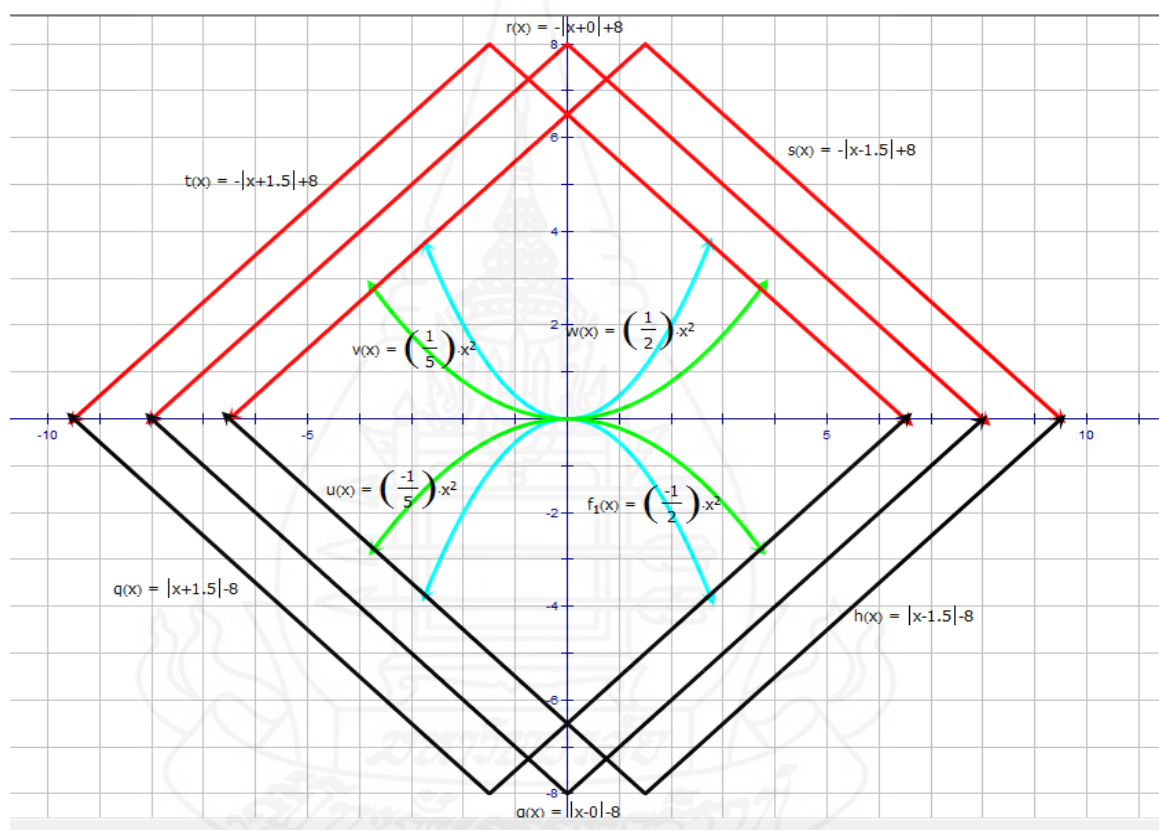
2. $y = -\frac{1}{5}x^2$ (กราฟด้านล่าง)



3.4 คิดฟังก์ชันกำลังสองที่ได้กราฟมีลักษณะแคบมากกว่ากราฟ ข้อ 3.3

ฟังก์ชันที่ได้ คือ 1. $y = \frac{1}{2}x^2$ (กราฟด้านบน)

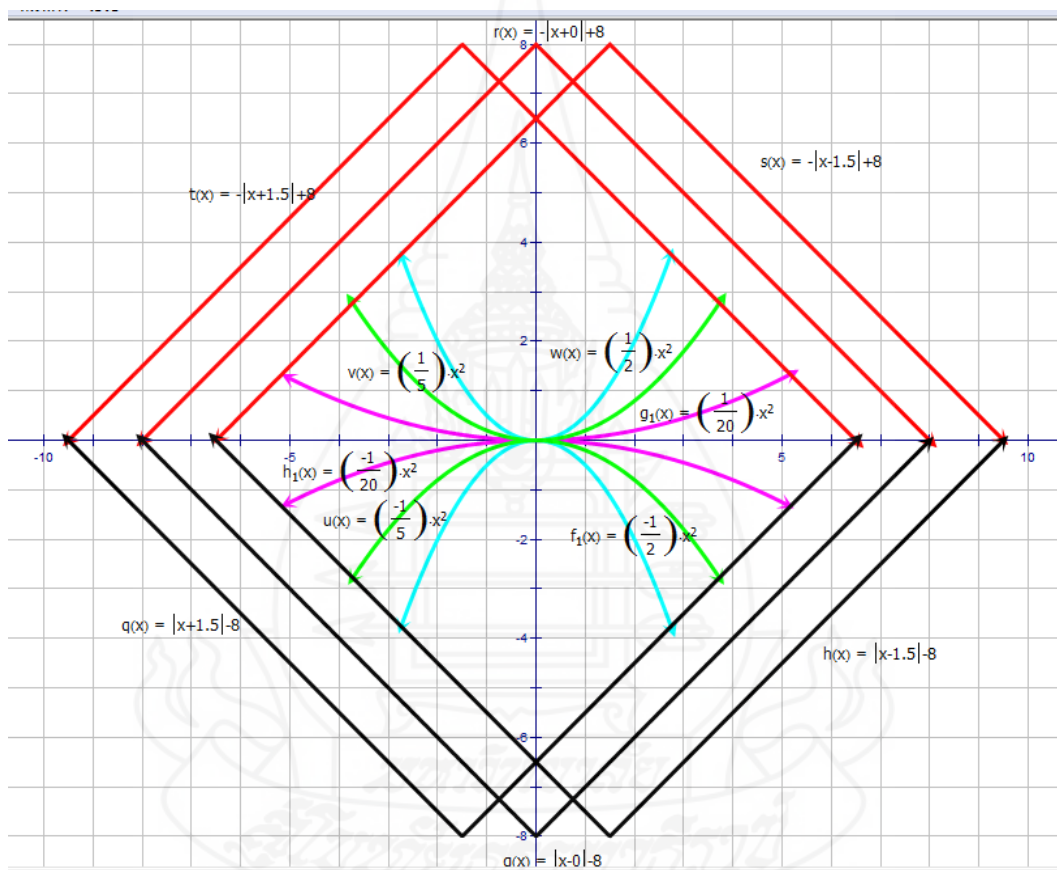
2. $y = \frac{-1}{2}x^2$ (กราฟด้านล่าง)



3.5 คิดฟังก์ชันกำลังสองที่ได้กราฟมีลักษณะทางออกมากกว่า ข้อ 3.3

ฟังก์ชันที่ได้ คือ 1. $y = \frac{1}{20}x^2$ (กราฟด้านบน)

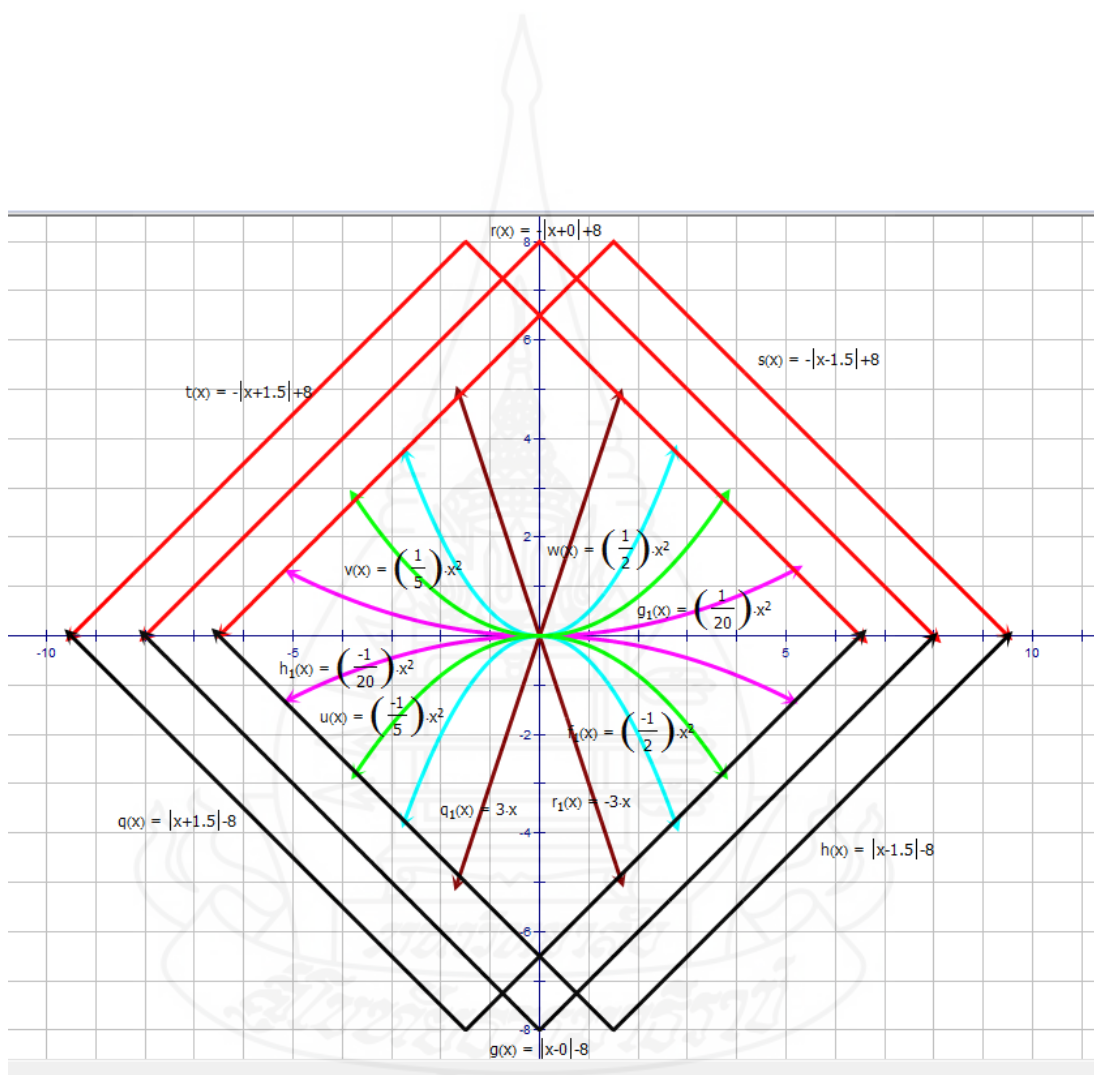
2. $y = \frac{-1}{20}x^2$ (กราฟด้านล่าง)



3.6 คัดฟังก์ชันเชิงเส้นที่กราฟที่จุด (0,0) และมีลักษณะคล้ายกากบาท

ฟังก์ชันที่ได้ คือ 1. $y = 3x$ (กราฟทแยงขวา)

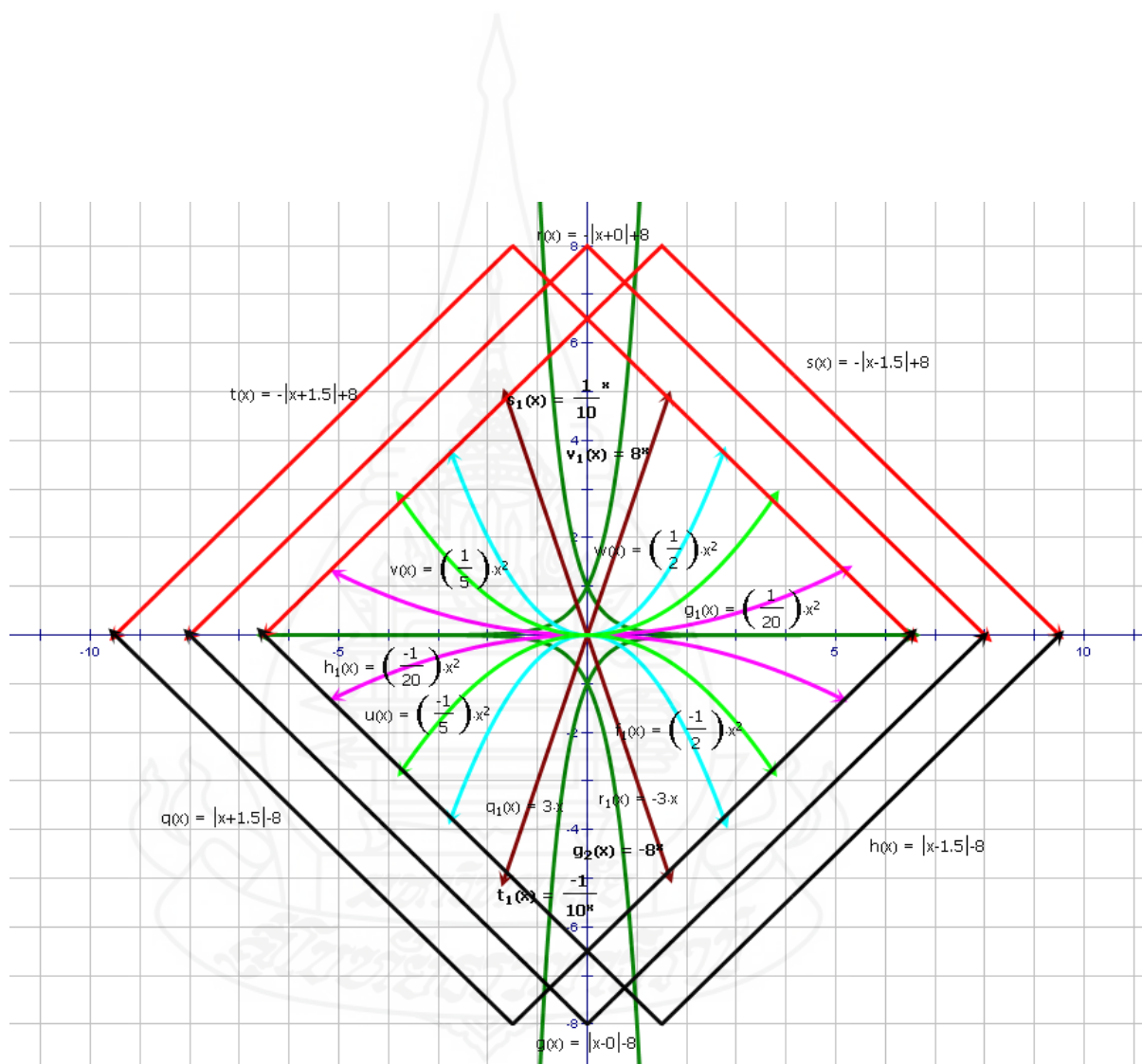
2. $y = -3x$ (กราฟทแยงซ้าย)



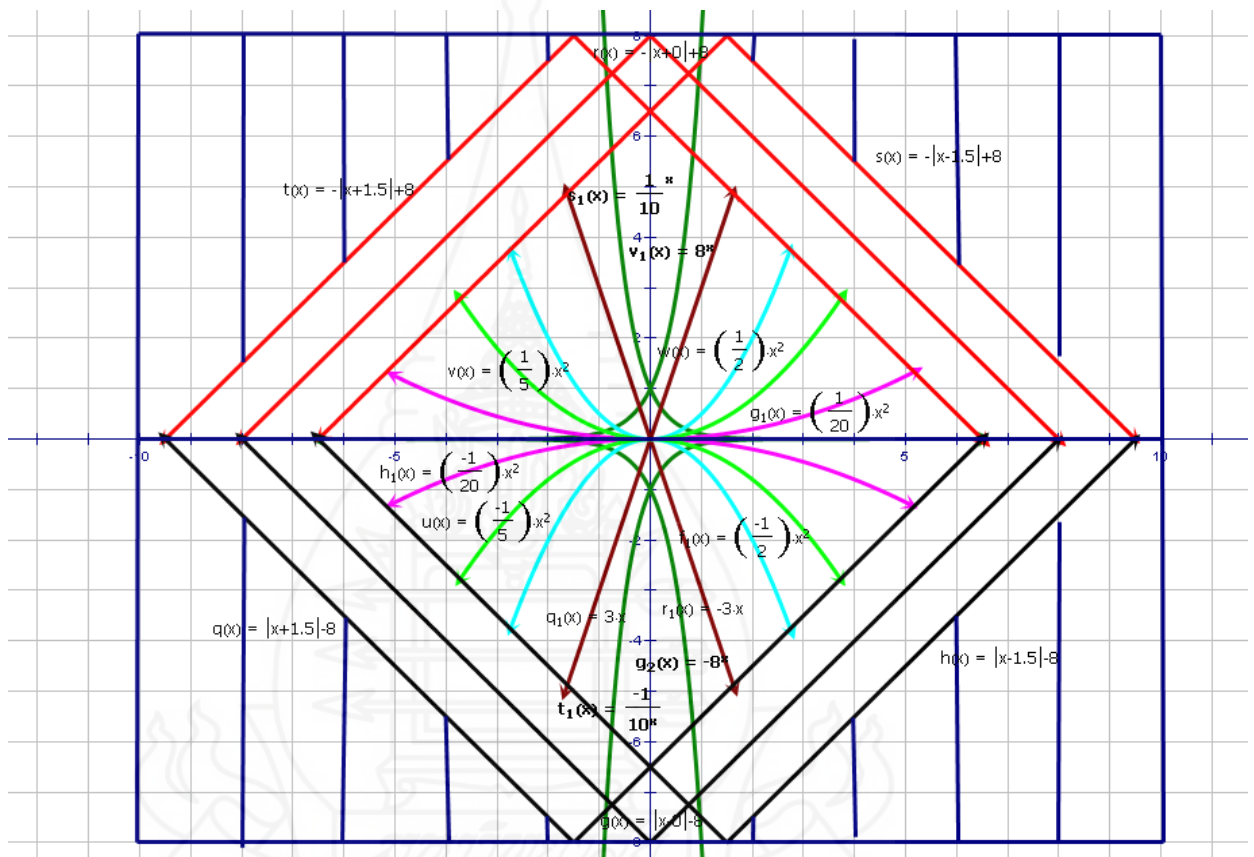
3.7 คิดฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่กราฟมีลักษณะไขว้กัน โดยมีแกน y อยู่ตรงกลาง

ฟังก์ชันที่ได้ คือ

1. $y = \frac{1^x}{10}$
2. $y = \frac{-1}{10^x}$
3. $y = 8^x$
4. $y = -8^x$



3.8 ลากเส้นตรงให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมคล้ายกับหน้าต่าง และลากเส้นตรงตั้งฉากให้เป็นช่องๆ ระยะห่าง 2 หน่วยได้ภาพดังนี้

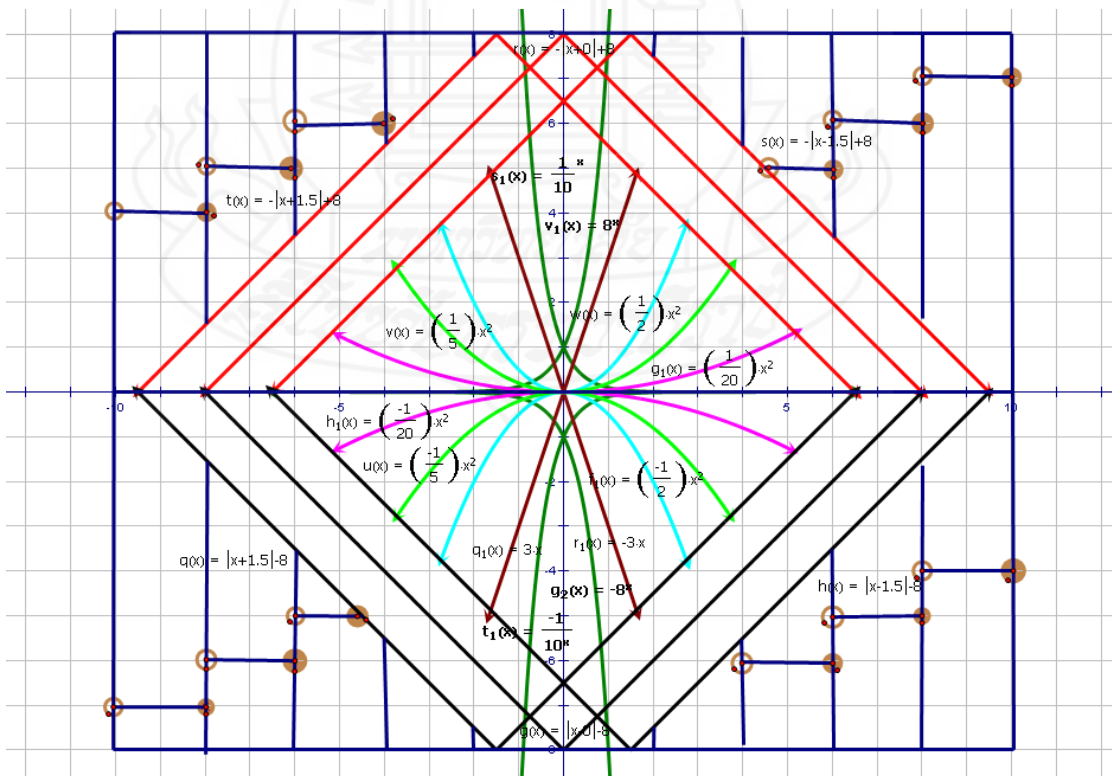


3.9 คัดฟังก์ชันขั้นบันไดและวาดลงบริเวณที่ว่าง

ฟังก์ชันที่ได้ คือ

- | | | |
|---------------------------|---|--------------------|
| 1. $-7, -10 < X \leq -8$ | } | (กราฟด้านล่างซ้าย) |
| 2. $-6, -8 < X \leq -6$ | | |
| 3. $-5, -6 < X \leq -4.5$ | | |
| 4. $-6, 4 < X \leq 6$ | } | (กราฟด้านล่างขวา) |
| 5. $-5, 6 < X \leq 8$ | | |
| 6. $-4, 8 < X \leq 10$ | | |
| 7. $4, -10 < X \leq -8$ | } | (กราฟด้านบนซ้าย) |
| 8. $5, -8 < X \leq -6$ | | |
| 9. $6, -6 < X \leq -4$ | | |
| 10. $5, 4.5 < X \leq 6$ | } | (กราฟด้านบนขวา) |
| 11. $6, 6 < X \leq 8$ | | |
| 12. $7, 8 < X \leq 10$ | | |

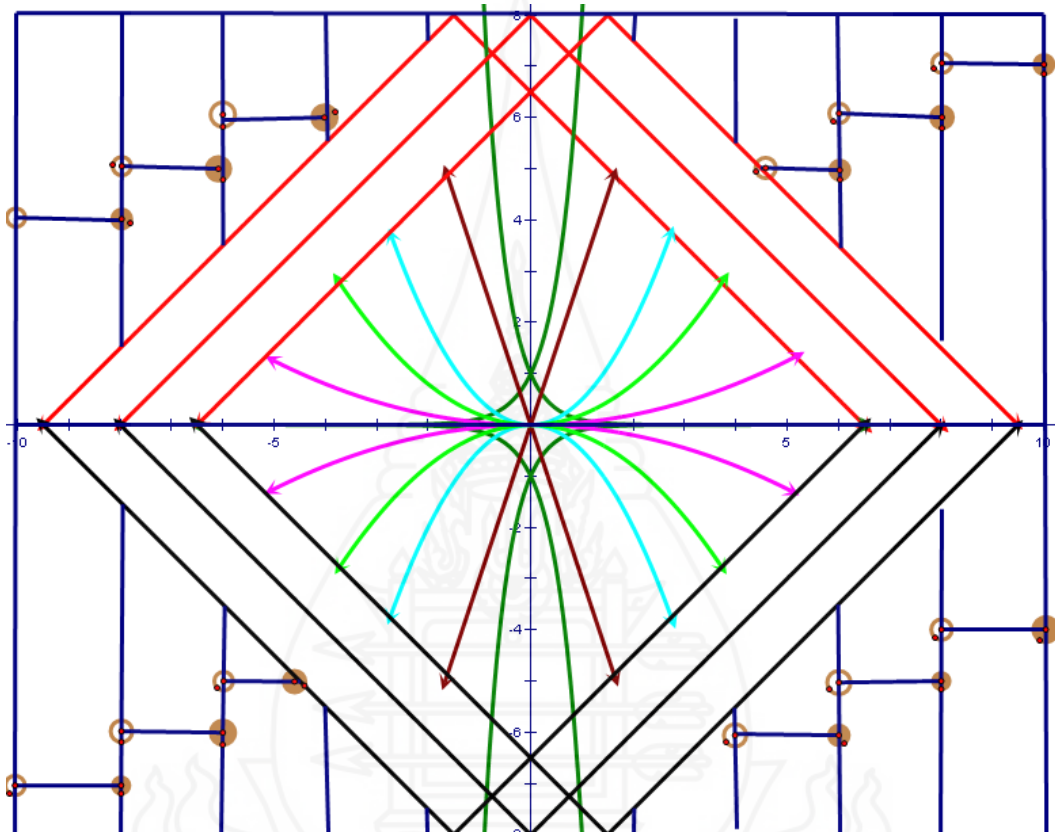
ได้ภาพดังนี้



4. เมื่อได้กราฟที่มีฟังก์ชันครบทั้ง 5 ฟังก์ชันแล้ว จากนั้นสรุปผลการดำเนินงาน

ผลการดำเนินงาน

ได้ชิ้นงานสมบูรณ์ดังภาพ



สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

เราสามารถนำเอาฟังก์ชันทั้ง 5 ชนิด คือ ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ฟังก์ชันขั้นบันได และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มาใช้ในการทำลวดลายเหล็กดัดหน้าต่าง เพื่อให้ลวดลายที่มีความแปลกใหม่และสวยงามมากขึ้น

ข้อเสนอแนะ

เราสามารถนำเอาชนิดของฟังก์ชันทั้ง 5 ชนิดมาออกแบบเป็นลวดลายต่างๆ เช่น ลายผ้า ลายดอกไม้ โลโก้ผลิตภัณฑ์ต่างๆ เป็นต้น

โครงการคณิตศาสตร์



เรื่อง...ตำนานน้ำคึมเพชรบุรี

ผู้จัดทำ

- | | | |
|-----------------|-----------|----------------------|
| 1. นายนพดล | อินทรจักร | ชั้น ม.4/1 เลขที่ 2 |
| 2. นางสาวลักขณา | นาชะนาง | ชั้น ม.4/1 เลขที่ 8 |
| 3. นางสาวอมลฤจิ | พลวิเชียร | ชั้น ม.4/1 เลขที่ 12 |
| 4. นายอนุวัต | บุญสร้าง | ชั้น ม.4/2 เลขที่ 9 |

ครูที่ปรึกษา คุณครู วัฒวัลย์ ศุภพร

โครงการคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557

โรงเรียนวชิรธรรมโศภิต จ.เพชรบุรี

คำนำ

รายงานโครงงานเล่มนี้เป็นส่วนหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีจุดประสงค์เพื่อประกอบการนำเสนอโครงงานซึ่งเป็นการนำความรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องชนิดของฟังก์ชัน ประกอบด้วย 1. ฟังก์ชันเชิงเส้น 2. ฟังก์ชันกำลังสอง 3. ฟังก์ชันค่าสมบูรณ์ 4. ฟังก์ชันขั้นบันได 5. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มาประยุกต์ใช้ในการสร้างตาราน้ำดื่มประจำจังหวัดเพชรบุรี ทั้งนี้ในรายงานเล่มนี้มีเนื้อหารายละเอียดโครงงานที่ประกอบด้วยองค์ประกอบทั้งหมด 10 องค์ประกอบ

ทั้งนี้ ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าโครงงานเล่มนี้คงเป็นประโยชน์ให้แก่ผู้ที่มาศึกษาเกี่ยวกับชนิดของฟังก์ชัน ไม่มากก็น้อย หากมีข้อผิดพลาดประการใดผู้จัดทำก็ขออภัย ณ ที่นี้

คณะผู้จัดทำ



สารบัญ

	หน้า
ความเป็นมา.....	1
จุดประสงค์.....	1
สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง.....	2
ระยะเวลาในการดำเนินงาน.....	2
วิธีการดำเนินงาน.....	2
ผลการดำเนินงาน.....	11
สรุปและข้อเสนอแนะ.....	11



ชื่อโครงการ ทราน้ำดื่ม เพชรคีรี

ผู้จัดทำ	1. นายนพดล อินทรจักร	ชั้น ม.4/1	เลขที่ 2
	2. นางสาวลักขณา นาชะนาง	ชั้น ม.4/1	เลขที่ 8
	3. นางสาวอมลรจี พูลวิเชียร	ชั้น ม.4/1	เลขที่ 12
	4. นาย อนุวัต บุญสร้าง	ชั้น ม.4/1	เลขที่ 9

ครูที่ปรึกษา ครู วิลาวัลย์ ศุภพร

ความเป็นมา

เนื่องจากในจังหวัดเพชรบุรีมีชื่อเสียงในเรื่องการท่องเที่ยวเพราะเป็นจังหวัดที่มีสถานที่ท่องเที่ยวที่สวยงาม เป็นที่รู้จักของชาวต่างชาติ สถานที่ที่โดดเด่นของจังหวัดเพชรบุรีคือ พระนครคีรี หรือที่ชาวเพชรบุรีเรียกกันว่า เขาวัง นอกจากเพชรบุรีจะขึ้นชื่อในเรื่องสถานที่ท่องเที่ยวแล้ว ยังได้ขึ้นชื่อเรื่องของแม่น้ำอีกด้วย คือ แม่น้ำเพชรบุรี เป็นแม่น้ำที่ใสสะอาด ผู้คนใช้ในการอุปโภคบริโภค และประกอบอาชีพ คณะผู้จัดทำจึงเล็งเห็นความสำคัญของสิ่งที่ขึ้นชื่อในจังหวัดเพชรบุรีนี้ จึงนำมาจัดทำเป็นโครงการออกแบบทราน้ำดื่ม โดยใช้ความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชันประกอบกับ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ที่ได้ศึกษามา และให้ชื่อว่า ทราน้ำดื่ม เพชรคีรี

จุดประสงค์

1. เพื่อออกแบบทราน้ำดื่ม เพชรคีรี
2. เพื่อนำความรู้เรื่องชนิดฟังก์ชันที่เรียนมา มาใช้ให้เกิดประโยชน์

สารคดีศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

1. ฟังก์ชันเชิงเส้น
2. ฟังก์ชันกำลังสอง
3. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
4. ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
5. ฟังก์ชันขั้นบันได

ระยะเวลาในการดำเนินงาน

1 สัปดาห์

วิธีดำเนินงาน

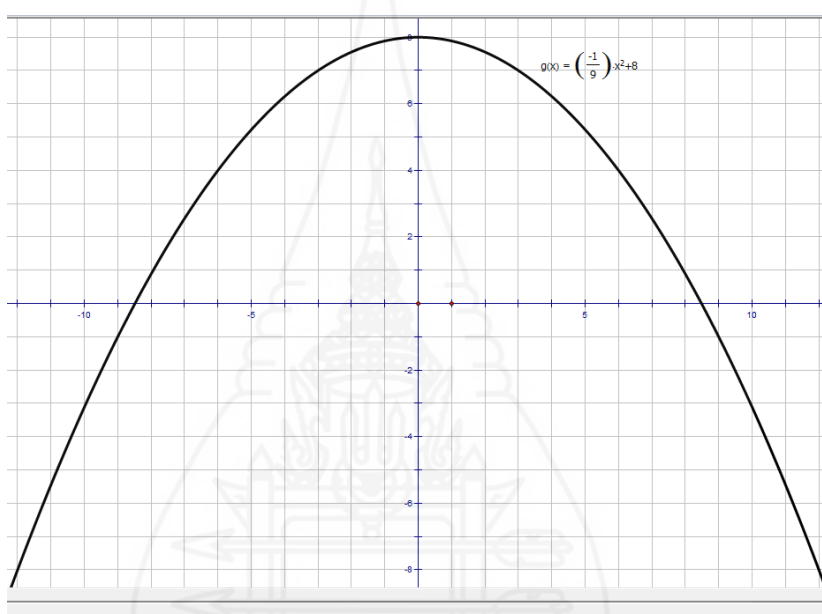
1. ปรึกษามาชิกในกลุ่มเพื่อนำฟังก์ชันที่ได้ศึกษามาใช้ออกแบบตราสัญลักษณ์ผลิตภัณฑ์ที่เกี่ยวข้องกับเอกลักษณ์ของจังหวัดเพชรบุรี โดยผลิตภัณฑ์ที่สนใจ คือ ทราน้ำดื่มประจำจังหวัดเพชรบุรี



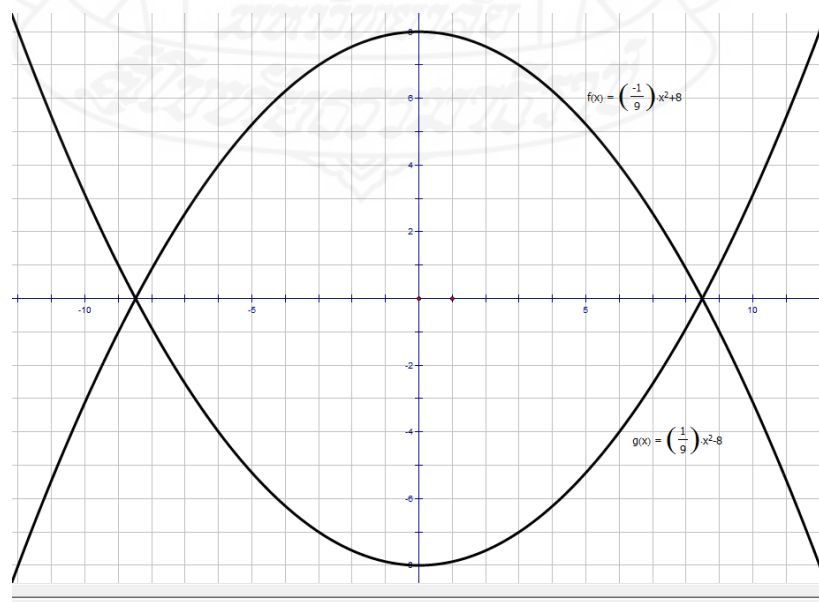
2. ช่วยกันออกแบบตราสัญลักษณ์ให้มีความเป็นเอกลักษณ์ประจำจังหวัด ซึ่งรูปที่ได้ คือ รูป เจดีย์แดง

3. คัดสมการฟังก์ชันที่ได้ศึกษามาและออกแบบโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ได้ดังนี้

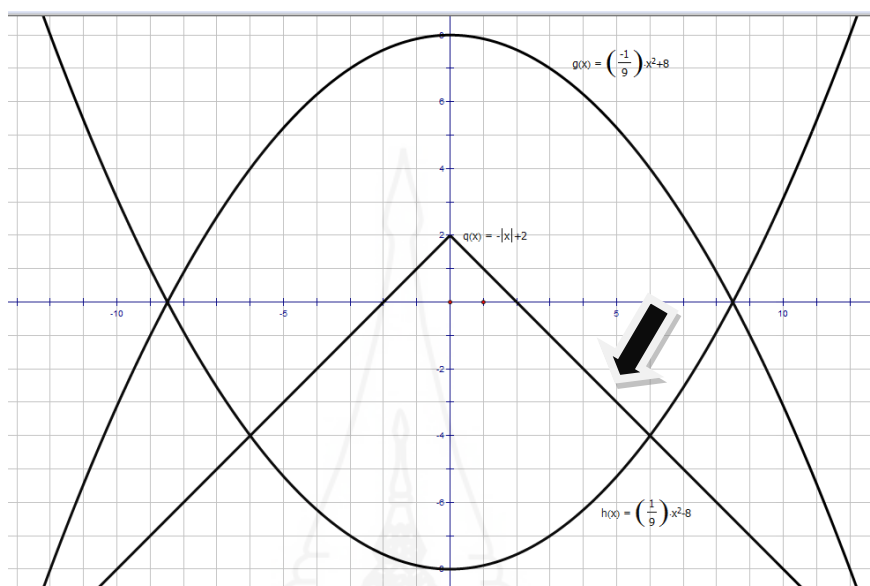
3.1 ฟังก์ชันกำลังสอง $y = \left(-\frac{1}{9}\right)x^2 + 8$



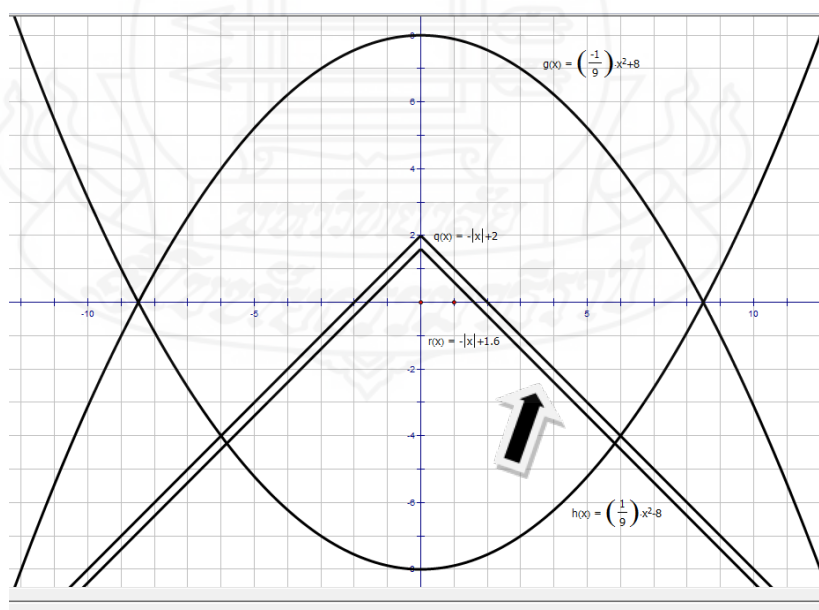
3.2 ฟังก์ชันกำลังสอง $y = \left(\frac{1}{9}\right)x^2 - 8$



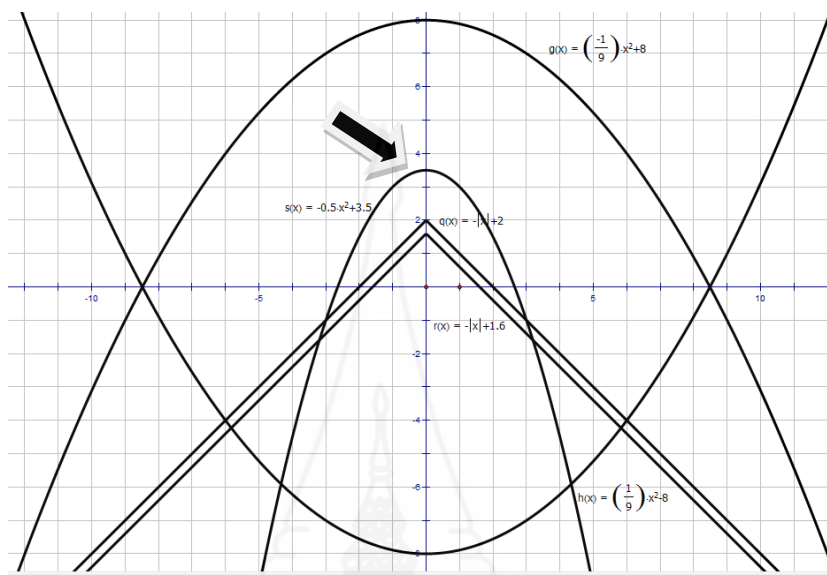
3.3 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ $y = -|x|+2$



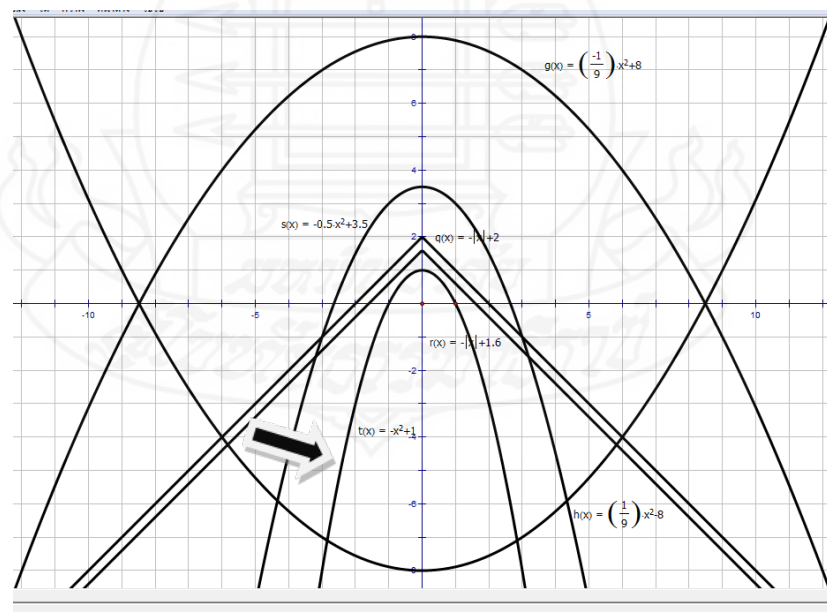
3.4 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ $y = -|x|+1.6$



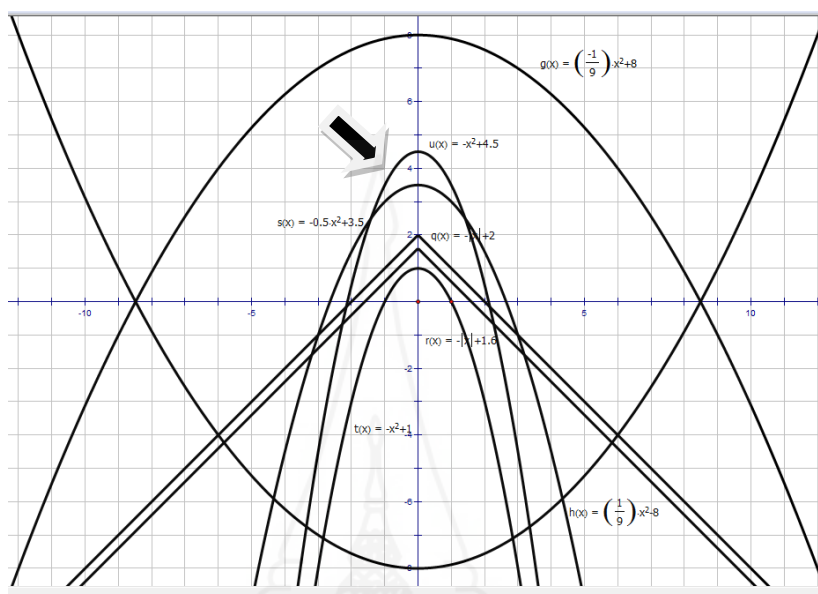
3.5 ฟังก์ชันกำลังสอง $y = -0.5x^2 + 3.5$



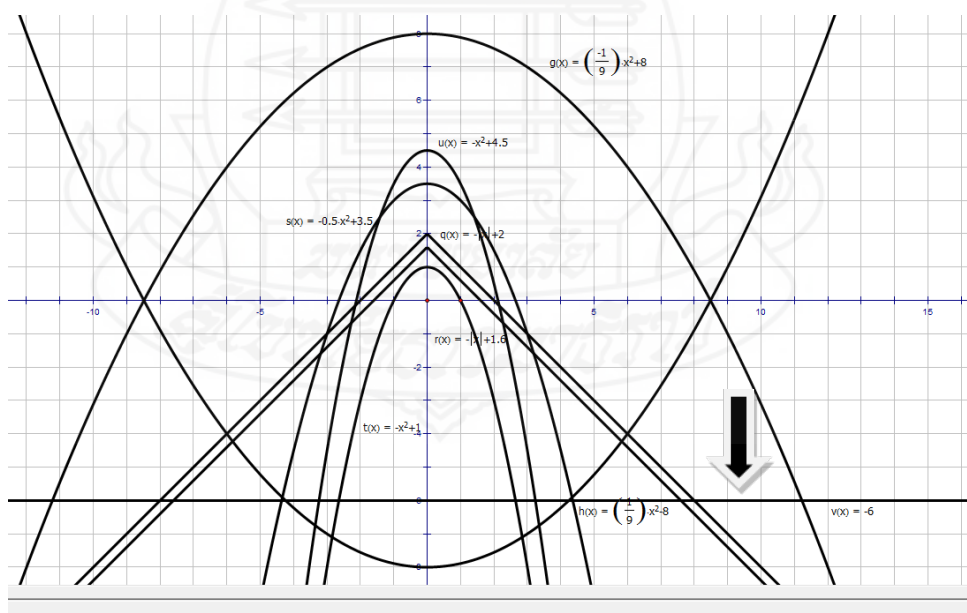
3.6 ฟังก์ชันกำลังสอง $y = -x^2 + 1$

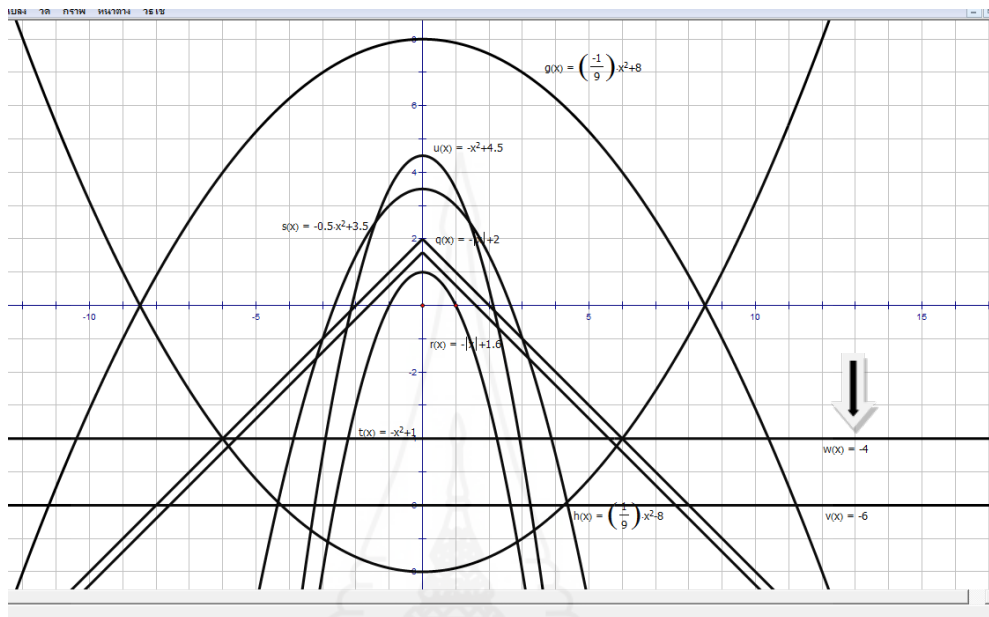
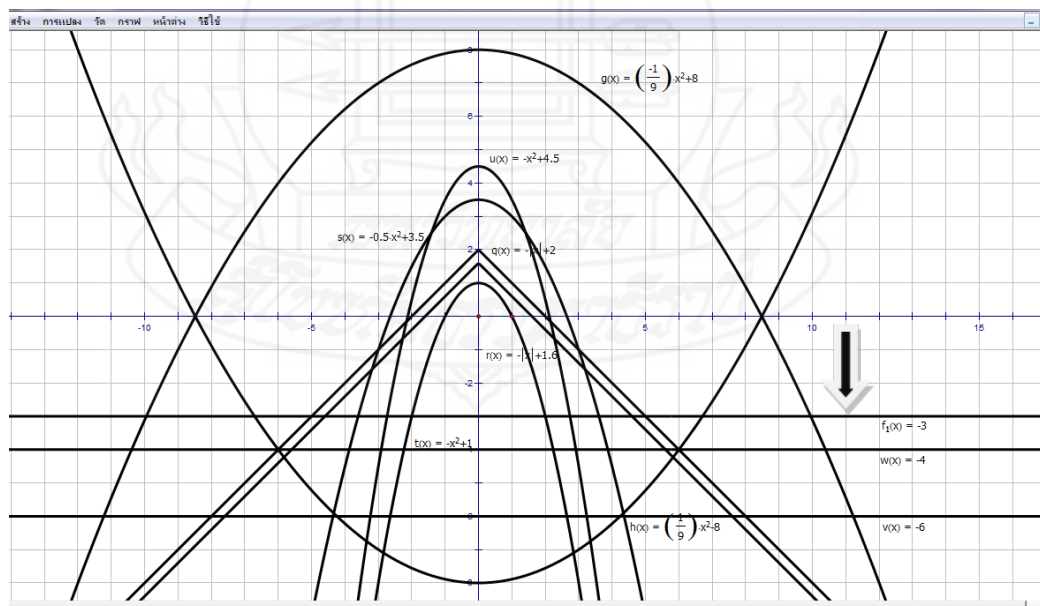


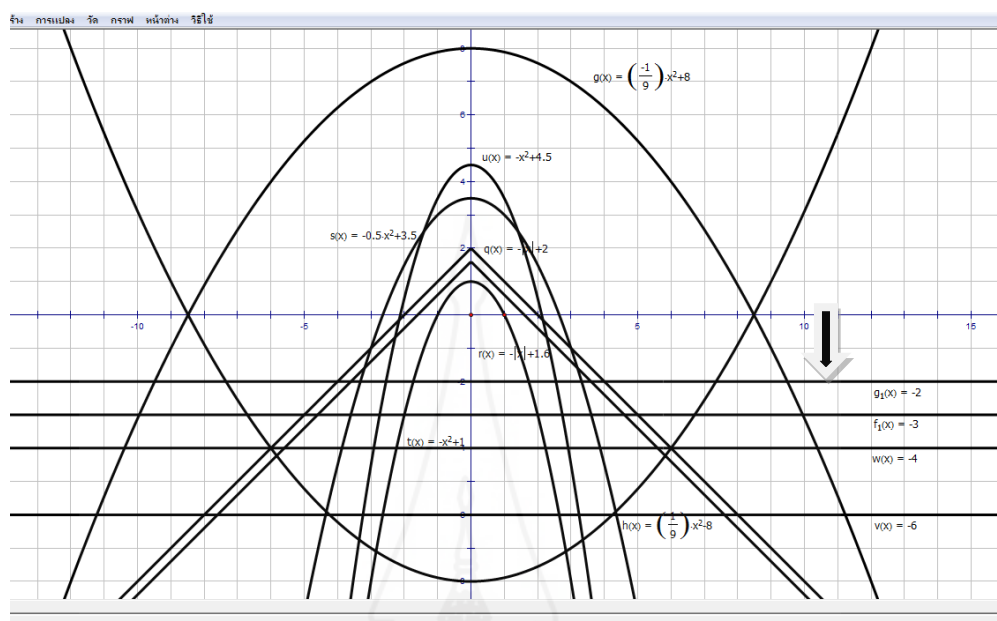
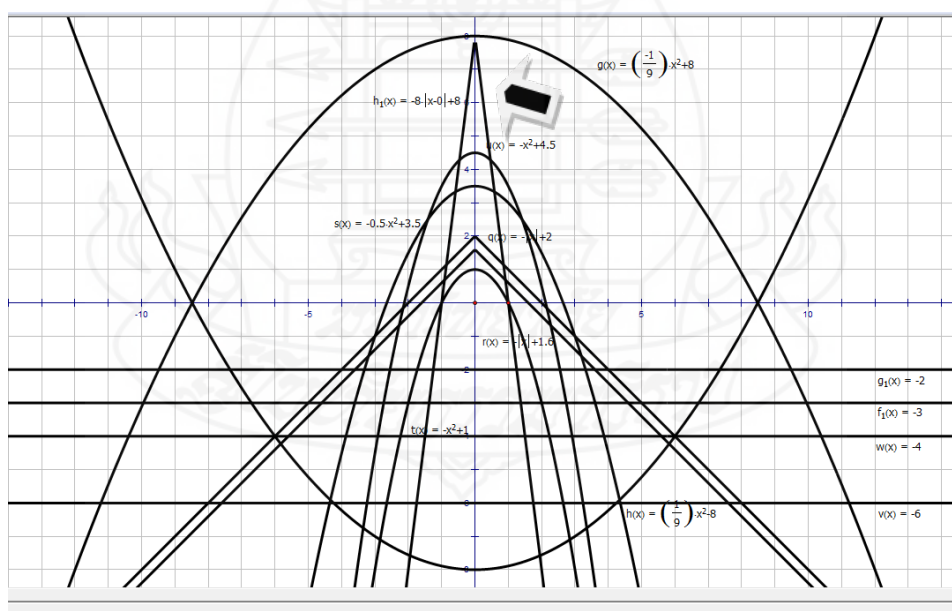
3.7 ฟังก์ชันกำลังสอง $y = -x^2 + 4.5$



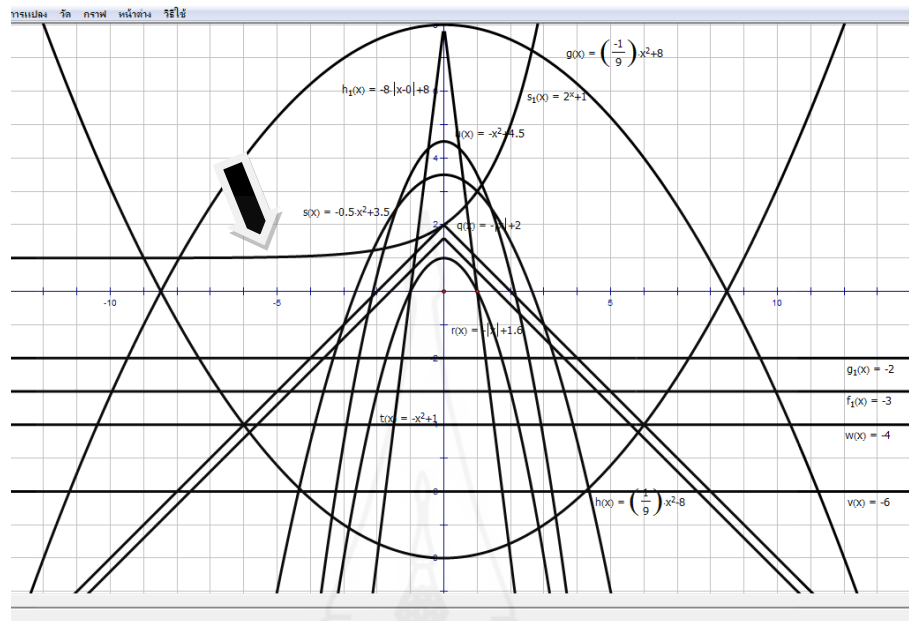
3.8 ฟังก์ชันเชิงเส้น $y = -6$



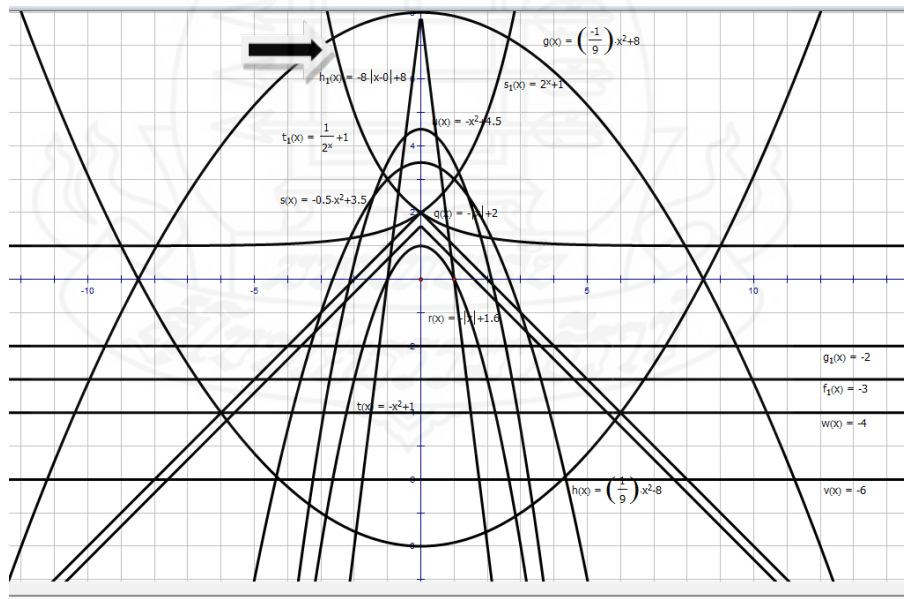
3.9. ฟังก์ชันเชิงเส้น $y = -4$ 3.10 ฟังก์ชันเชิงเส้น $y = -3$ 

3.11 ฟังก์ชันเชิงเส้น $y = -2$ 3.12 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ $y = -8|x-0|+8$ 

3.13 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $y = 2^x + 1$

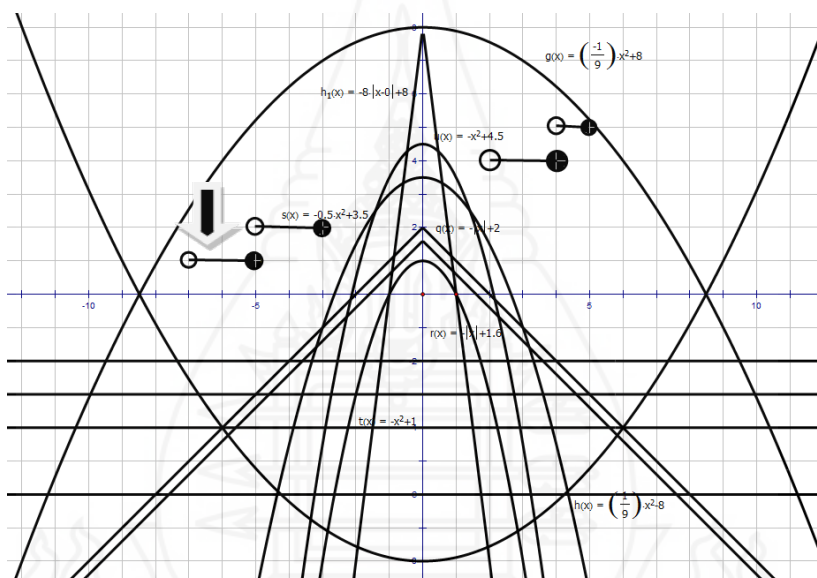


3.14 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$



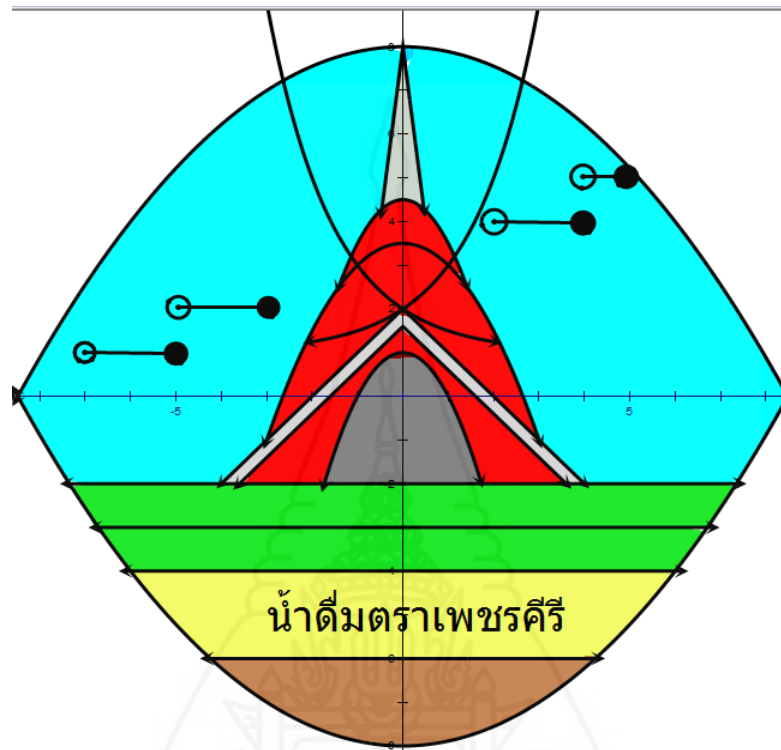
3.15 ฟังก์ชันขั้นบันได

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -7 < x \leq -5 \\ 2, & -5 < x \leq -3 \\ 4, & 2 < x \leq 4 \\ 5, & 4 < x \leq 5 \end{cases}$$



4. เมื่อได้กราฟของชนิดของฟังก์ชันครบทั้ง 5 ฟังก์ชันแล้ว นำมาสรุปและเขียนข้อเสนอแนะ

ผลการดำเนินงาน



สรุปและข้อเสนอแนะ

จากการออกแบบตราน้ำดื่มประจำจังหวัดเพชรบุรี เราสามารถนำความรู้เรื่องชนิดของฟังก์ชันมาประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้

ข้อเสนอแนะ

1. สามารถปรับเปลี่ยนฟังก์ชันให้เป็นรูปแบบอื่นที่เราต้องการได้
2. นำชนิดของฟังก์ชันมาประยุกต์ใช้กับสิ่งอื่นๆ ได้อีกหลากหลาย เช่น ออกแบบลายเสื้อ ลายกราฟิก เป็นต้น