

การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิเคราะห์การอุ่นยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยระบบไมโครเวฟโดยใช้ท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยม

เป็นเวลาหลายทศวรรษมาแล้วที่มีการนำคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความถี่สูงในช่วงไมโครเวฟมาใช้เป็นแหล่งพลังงานความร้อนชนิดใหม่ในกระบวนการต่าง ๆ มากมายทั้งในเชิงอุตสาหกรรม วิทยาศาสตร์ และทางการแพทย์ ยกตัวอย่างเช่น การอบแห้ง การแยกสาร การฆ่าเชื้อ การวัลคาไนซ์ยาง เป็นต้น สำหรับในบทนี้จะเป็นการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์การอุ่นยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยระบบไมโครเวฟโดยใช้ท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยม และนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลจากการทดลอง (บทที่ 4) เพื่อให้ได้คำตอบที่สนับสนุนซึ่งกันและกัน โดยจะใช้ทฤษฎีทางคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าร่วมกับทฤษฎีการถ่ายเทความร้อนเพื่อใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์ทางความร้อนในตัวยางธรรมชาติคอมพาวด์เมื่อได้รับพลังงานไมโครเวฟ ในอดีตงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ Ayappa et al. [5-1] ซึ่งได้ทำการศึกษาเชิงทฤษฎีเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิในวัสดุไดอิเล็กตริกตามเวลาโดยการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมินั้นขึ้นกับสมบัติไดอิเล็กตริกของวัสดุที่ใช้ในการวิเคราะห์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในงานวิจัยนี้ใช้เพื่อทำนายปรากฏการณ์เทอร์มอลรันอะเวย์เอฟเฟกต์ (thermal runaway effects) ระหว่างกระบวนการให้ความร้อนด้วยระบบไมโครเวฟ นอกจากนี้ Ayappa et al. [5-2] ยังได้ทำการศึกษาแบบจำลองการให้ความร้อนแก่วัสดุด้วยระบบไมโครเวฟในรูปแบบ 2 มิติ โดยกำหนดให้สมบัติไดอิเล็กตริกเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิซึ่งเน้นย้ำถึงผลกระทบจากสมบัติไดอิเล็กตริกต่อกระบวนการให้ความร้อนแก่วัสดุทดสอบหลายชนิด Fu et al. [5-3] ได้ศึกษาเชิงทฤษฎีเกี่ยวกับการดูดซับพลังงานไมโครเวฟ (microwave power absorbed) ภายในระบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟที่มีคลื่นเป็นแบบหลายโหมด (multi-mode cavity) ในแบบ 3 มิติ ผลจากการคำนวณเชิงทฤษฎีและการทดลองนั้นสอดคล้องกัน Ma et al. [5-4] ศึกษาความเป็นไปได้ของการสร้างแบบจำลองทางแม่เหล็กไฟฟ้าร่วมกับแบบจำลองทางความร้อนเพื่อใช้วิเคราะห์พฤติกรรมภายในระบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟสำหรับครีวเร็นด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่องเชิงเวลา (finite different time domain (FDTD)) ผลการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีที่ได้ยังไม่สอดคล้องกับ

ผลจากการทดลองเท่าที่ควร Torres and Jecko [5-5] ศึกษาความเป็นไปได้ของการสร้างแบบจำลองทางแม่เหล็กไฟฟ้ารวมกับแบบจำลองทางความร้อนเพื่อใช้วิเคราะห์พฤติกรรมภายในเตาไมโครเวฟสำหรับครัวเรือนด้วยวิธี FDTD ต่อจาก Fu et al. [5-3] และเสนอวิธีการวิเคราะห์การทำความร้อนด้วยไมโครเวฟที่ขึ้นกับอิทธิพลของความถี่และอุณหภูมิของวัสดุด้วยวิธี FDTD อย่างสมบูรณ์แบบ Lui et al. [5-6] ศึกษาการถ่ายเทความร้อนในวัสดุโพลีเมอร์ที่เกิดจากพลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าโดยใช้ท่อนำคลื่นแบบสัน (ridge) ผลการทดลองและผลการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีนั้นสอดคล้องกันเมื่ออุณหภูมิไม่เกิน 150°C Clemens and Saltiel [5-7] ศึกษาการให้ความร้อนด้วยไมโครเวฟแก่วัสดุพูนเชิงการคำนวณโดยใช้แบบจำลอง 2 มิติ และกำหนดให้สมบัติไดอิเล็กตริกเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ แต่ผลที่ได้จากการคำนวณไม่สอดคล้องกับการทดลอง Tada et al. [5-8] ศึกษาเชิงการคำนวณเกี่ยวกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในระบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟแบบหลายโหมด (บริเวณทำความร้อนมีขนาดใหญ่กว่าวัสดุ เช่น ระบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟในครัวเรือน) งานนี้แสดงอิทธิพลของตำแหน่งวัสดุที่วางในบริเวณทำความร้อนและสมบัติไดอิเล็กตริกของวัสดุต่อการดูดซับพลังงาน Zhao et al. [5-9] ได้ทำการพัฒนาแบบจำลอง 3 มิติสำหรับการทำความร้อนด้วยพลังงานไมโครเวฟในกรณีของไม้ที่มีความชื้นต่ำ ซึ่งเน้นการคำนวณปัญหาเชิงตัวเลขที่มีสมการแบบไม่เป็นเชิงเส้น Ratanadecho et al. [5-10] ศึกษากระบวนการให้ความร้อนด้วยไมโครเวฟในวัสดุทดสอบที่มีหลายชั้น (multi-layer material) โดยเน้นการศึกษาความสามารถในการส่งผ่านพลังงานจากคลื่นไมโครเวฟเข้าไปในวัสดุทดสอบโดยตัวแปรที่ทำการศึกษาคือ การเปลี่ยนแปลงความหนาของชั้นป้องกันการสะท้อนและตำแหน่งของชั้นป้องกันการสะท้อน Ratanadecho et al. [5-11] ศึกษากระบวนการให้ความร้อนด้วยไมโครเวฟแก่วัสดุทดสอบที่เป็นของเหลว มีการคิดอิทธิพลของแรงตึงผิว (surface tension) ต่อกระบวนการพาความร้อนในชั้นของเหลว ผลที่ได้จากการทดลองสอดคล้องกับผลที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี จากนั้นยังได้มีการกล่าวถึงมาบ้างแล้วในบทที่ 2 ซึ่งเป็นส่วนของงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

โดยทั่วไประบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟที่ใช้ในการผลิตความร้อนมีอยู่สองชนิด คือ ระบบที่ใช้คลื่นแบบ Multi mode (ลักษณะของคลื่นที่วัสดุได้รับมีลักษณะเป็นแบบหลายโหมด) ในการผลิตความร้อน และระบบที่ใช้คลื่นแบบ Single mode (ลักษณะของคลื่นที่วัสดุได้รับมีลักษณะเป็นแบบโหมดเดียว) ในการผลิตความร้อน ที่ผ่านมาระบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟส่วนใหญ่จะเป็นระบบที่ใช้คลื่นแบบหลายโหมดในการทำความร้อน ซึ่งการวิเคราะห์พฤติกรรมของการทำความร้อนที่เกิดขึ้นภายในภาชนะนั้นทำได้ยากมาก มีกระบวนการซับซ้อนไม่เหมาะสำหรับการวิเคราะห์เชิงทฤษฎี สำหรับระบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟที่ใช้คลื่นแบบ

โหมดเดียวในการทำความร้อน ภายในท่อนำคลื่น (ควาร์ต) จะเกิดคลื่นโหมดเดียวมีลักษณะเป็นระนาบและตกกระทบบนผิวหน้าวัสดุ ดังนั้นพฤติกรรมจึงไม่ซับซ้อนเหมือนระบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟแบบที่ใช้คลื่นแบบหลายโหมด ดังนั้นการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีจึงอ้างอิงจากระบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟที่ใช้คลื่นแบบโหมดเดียวเป็นหลัก

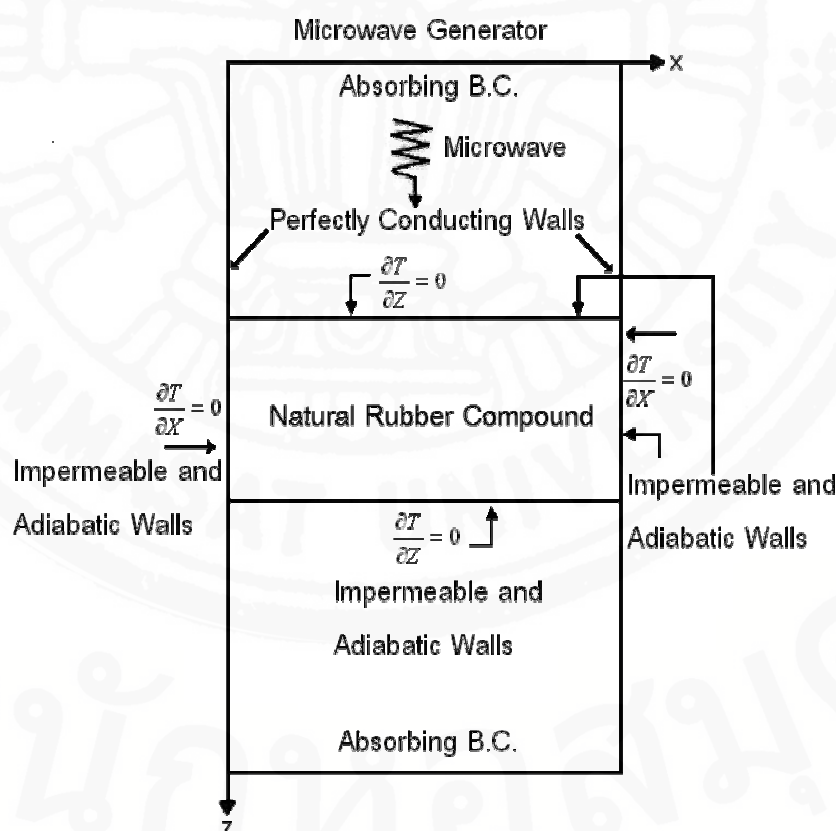
งานวิจัยในบทนี้ศึกษาการอุ่น (pre-heating) ยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟในเชิงทฤษฎี (ให้พลังงานสูงในช่วงระยะเวลานั้น ๆ และสมมติให้ไม่มีการเปลี่ยนแปลงสถานะในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์) โดยอ้างอิงจากระบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟที่ใช้คลื่นโหมดเดียว (single mode) ชนิดของคลื่นโหมดเดียวเป็นแบบ TE_{10} mode (transverse electric wave) เพราะเป็นรูปแบบที่ง่ายต่อการคำนวณสามารถตัดตัวแปรทางสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่าและไม่มีค่าเป็นทั้งได้ ตัวอย่างวัสดุที่ใช้ในการทดสอบเป็นยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่มีการแปรเปลี่ยน กำลังไมโครเวฟที่ป้อนให้แก่ชิ้นงาน ความหนาของชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ และความถี่ของไมโครเวฟ จุดประสงค์หลักของงานวิจัยในบทนี้คือ

1. พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับอธิบายพฤติกรรมของกระบวนการอุ่น (pre-heating) ยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟ
2. หาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาเพื่อทำนายพฤติกรรมของกระบวนการอุ่น (pre-heating) ยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟจากระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (numerical) บนพื้นฐานวิธีผลต่างสืบเนื่อง (FD)
3. เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ที่ได้จากการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการทำนายลักษณะการกระจายอุณหภูมิของชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ขณะอุ่นด้วยไมโครเวฟชนิดท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยม (TE_{10} mode) กับผลการทดลองจริง
4. วิเคราะห์ผลการดูดซับพลังงานไมโครเวฟของชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการทำนายขณะอุ่นด้วยไมโครเวฟชนิดท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยม (TE_{10} mode)

ผลที่ได้จากการศึกษาในครั้งนี้จะนำไปใช้ในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายการกระจายตัวของอุณหภูมิ และพลังงานที่ดูดซับในยางธรรมชาติคอมพาวด์ในเชิงอุตสาหกรรมได้

5.1 การวิเคราะห์การอุ่น (pre-heating) ยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟโดยใช้ระบบไมโครเวฟชนิดท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยม

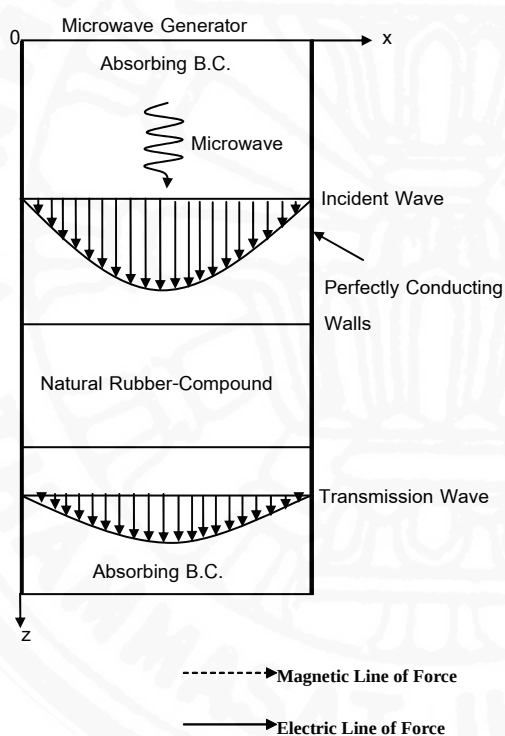
การศึกษากระบวนการอุ่น (pre-heating) ยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟโดยใช้ไมโครเวฟชนิดท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยมเกี่ยวข้องกับสมการด้านการแพร่ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า (เช่น สมการแมกเวลล์) และสมการด้านการส่งถ่ายความร้อนซึ่งมีพื้นฐานจากทฤษฎีของลู่คอฟและทฤษฎีของวิทเทอร์ จุดประสงค์ของงานในบทนี้คือการทำความเข้าใจปรากฏการณ์การส่งถ่ายความร้อนจากกระบวนการอุ่น (pre-heating) ยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟในท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยม โดยใช้แบบจำลองทางกายภาพ 2 มิติบนระนาบ x-z สำหรับการวิเคราะห์การอุ่น (pre-heating) ยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟโดยใช้ไมโครเวฟชนิดท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยมแสดงดังภาพที่ 5.1



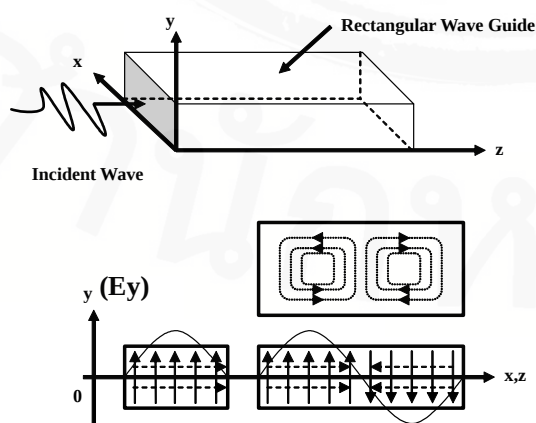
ภาพที่ 5.1 แบบจำลองทางกายภาพสำหรับการวิเคราะห์การอุ่น (pre-heating) ยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟชนิดท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยม (TE_{10} mode)

5.1.1 การวิเคราะห์สมการสนามแม่เหล็กไฟฟ้า (Analysis of Electromagnetic Field Equations)

การศึกษาก่อน (pre-heating) ยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟเชิงทฤษฎีจะเกี่ยวข้องกับผลลัพธ์ของสมการทางแม่เหล็กไฟฟ้าหรือสมการของแมกเวลล์เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิเคราะห์พฤติกรรมไมโครเวฟควรเป็นแบบคลื่นโหมดเดียวที่มีสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบ TE_{10} mode (ง่ายต่อการคำนวณ) ภาพที่ 5.2 แสดงแบบจำลอง 2 มิติซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างไมโครเวฟและยางธรรมชาติคอมพาวด์สำหรับระบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟชนิดที่นำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยมที่มีสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบ TE_{10} mode บนระนาบ x-z



ภาพที่ 5.2 แบบจำลองแสดงความสัมพันธ์ระหว่างไมโครเวฟและยางธรรมชาติคอมพาวด์ภายในท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยม



ภาพที่ 5.3 แบบจำลองสำหรับการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยม

เพื่อให้สอดคล้องกับแบบจำลองโครงสร้างของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและความสัมพันธ์ระหว่างไมโครเวฟและยางธรรมชาติคอมพาวด์ดังภาพที่ 5.2 และ 5.3 สมมติฐานในทางทฤษฎีสำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 2 มิติของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยมแบบ TE₁₀ mode มีดังนี้ (Ratanadecho et al. [5-12])

1. ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าในทิศทางแกน y ดังนั้นสามารถวิเคราะห์แบบจำลองของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบ 2 มิติภายในท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยมได้
2. ไม่มีการดูดซับพลังงานของไมโครเวฟโดยช่องว่างหรืออากาศภายในท่อนำคลื่น
3. ผนังท่อนำคลื่นเป็นตัวนำยิ่งยวด
4. ไมโครเวฟไม่มีผลต่อภาชนะบรรจุชิ้นงานทดลองเนื่องจากภาชนะบรรจุทำจากโพลีโพรพิลีน (polypropylene) ซึ่งไม่ดูดซับพลังงานไมโครเวฟ

สมการพื้นฐาน (Basic Equations)

สมการพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าคือสมการแมกเวลล์ (Maxwell curl relation) ซึ่งอธิบายในบทที่ 3 หัวข้อที่ 3.2.5

สำหรับการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในกรณีท่อนำคลื่นที่มีคลื่นลักษณะเป็นคลื่นโหมดเดียว (monochromatic หรือ single-mode) ที่มีสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบ TE₁₀ mode สมบัติสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในแกนต่าง ๆ เป็นดังนี้ (Ratanadecho et al. [5-11])

$$\begin{aligned} E_x &= E_z = H_y = 0 \\ E_y, H_x, H_z &\neq 0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

x, y และ z แสดงถึงทิศทางของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าในแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาสมการที่ (3.8) และ (3.9) ตามนิยามของสมการแมกเวลล์ สามารถจัดรูปสมการใหม่ได้ดังสมการที่ (5.2) และ (5.3)

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\mu \left(\frac{\partial H_x}{\partial t} \vec{i} + \frac{\partial H_y}{\partial t} \vec{j} + \frac{\partial H_z}{\partial t} \vec{k} \right)$$

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\bar{i} - \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}\right)\bar{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\bar{k} = -\mu\left(\frac{\partial H_x}{\partial t}\bar{i} + \frac{\partial H_y}{\partial t}\bar{j} + \frac{\partial H_z}{\partial t}\bar{k}\right) \quad (5.2)$$

$$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \sigma(E_x\bar{i} + E_y\bar{j} + E_z\bar{k}) + \varepsilon\left(\frac{\partial E_x}{\partial t}\bar{i} + \frac{\partial E_y}{\partial t}\bar{j} + \frac{\partial E_z}{\partial t}\bar{k}\right)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right)\bar{i} - \left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z}\right)\bar{j} + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right)\bar{k} &= \sigma(E_x\bar{i} + E_y\bar{j} + E_z\bar{k}) \\ &+ \varepsilon\left(\frac{\partial E_x}{\partial t}\bar{i} + \frac{\partial E_y}{\partial t}\bar{j} + \frac{\partial E_z}{\partial t}\bar{k}\right) \end{aligned} \quad (5.3)$$

แทนค่าสมการที่ 5.1 ลงในสมการที่ 5.2 และ 5.3 จะได้สมการใหม่เป็น

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (5.5)$$

$$-\left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z}\right) = \sigma E_y + \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (5.6)$$

สมการที่ (5.4), (5.5) และ (5.6) ใช้สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาแบบ 2 มิติในกรณีสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นแบบ TE₁₀ mode โดยสมมติให้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวแกน y มีค่าสม่ำเสมอ (uniform) และไม่สิ้นสุด (infinite) โดยที่ค่า ε , μ และ σ ถูกแสดงความสัมพันธ์ในสมการที่ (3.12), (3.13) และ (3.14) ตามลำดับ

สมการขอบเขต (Boundary Equations)

เพื่อให้สอดคล้องกับแบบจำลองในการวิเคราะห์ตามภาพที่ 5.2 สมการขอบเขตต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขดังต่อไปนี้

1. เงื่อนไขขอบเขตตัวนำยิ่งยวด (Perfectly Conducting Boundaries)
เงื่อนไขขอบเขตของผนังภายในท่อนำคลื่นสามารถอธิบายโดยกฎของฟาราเดย์ (Faraday's law) และทฤษฎีบทของเกาส์ (Gauss theorem) ดังนี้

$$E_t = 0, H_n = 0 \quad (5.7)$$

เมื่อสัญลักษณ์ห้อยท้าย t และ n หมายถึงแกนในแนวสัมผัสและตั้งฉากตามลำดับ

2. เงื่อนไขขอบเขตความต่อเนื่อง (Continuity Boundary Condition)

เงื่อนไขขอบเขตตลอดรอยต่อระหว่างวัสดุ เช่น อากาศกับยางธรรมชาติคอมพาวด์ สามารถอธิบายโดยกฎของฟาราเดย์ (Faraday's law) และทฤษฎีบทของเกาส์ (Gauss theorem) ดังนี้

$$\begin{aligned} E_t &= E'_t, H_t = H'_t \\ D_n &= D'_n, B_n = B'_n \end{aligned} \quad (5.8)$$

3. เงื่อนไขขอบเขตการดูดซับ (Absorbing boundary condition)

ที่ปลายทั้งสองด้านของท่อนำคลื่นไมโครเวฟจะใช้เงื่อนไขการดูดซับพลังงานที่เสนอโดย Mur [5-13]

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \pm v \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (5.9)$$

4. การลื่นของความเข้มของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากแมกนีตรอน

สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากแมกนีตรอนสามารถอธิบายตามสมการต่อไปนี้

$$E_y = E_{yin} \sin\left(\frac{\pi x}{L_x}\right) \sin(2\pi ft) \quad (5.10)$$

$$H_x = \frac{E_{yin}}{Z_H} \sin\left(\frac{\pi x}{L_x}\right) \sin(2\pi ft) \quad (5.11)$$

โดย Z_H คือ อิมพีแดนซ์ของคลื่น (wave impedance) ซึ่งนิยามโดย

$$Z_H = \frac{\lambda_g Z_I}{\lambda_0} = \frac{\lambda_g}{\lambda_0} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (5.12)$$

สำหรับฟลักซ์ของกำลังไมโครเวฟซึ่งมีความสัมพันธ์กับการกระจายตัวของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถแสดงในรูปแบบพอยนติง เวกเตอร์ (Poynting vector)

$$S = \frac{1}{2} \text{Re}(E \times H^*) \quad (5.13)$$

ทฤษฎีบทของพอยน์ทิง (Poynting theorem) สามารถประมาณค่ากำลังไมโครเวฟที่ป้อนเข้าของไมโครเวฟได้ดังสมการ

$$P_{in} = \int_A \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = \frac{A}{4Z_H} E_{yin}^2 \quad (5.14)$$

สมบัติไดอิเล็กตริก (Dielectric Properties)

สมบัติไดอิเล็กตริกของวัสดุในกระบวนการไมโครเวฟมีความจำเป็นต่อการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีเนื่องจากเป็นตัวแปรที่สำคัญต่อกระบวนการเกิดความร้อนด้วยพลังงานไมโครเวฟ เนื้อหาเชิงทฤษฎีของสมบัติไดอิเล็กตริกสามารถศึกษาได้ในบทที่ 3 หัวข้อที่ 3.2.6

สมบัติไดอิเล็กตริกของยางธรรมชาติคอมพาวด์ได้จากการวัดด้วยเครื่องเน็ตเวิร์คอนาไลเซอร์ โดยสมมติว่ายางธรรมชาติคอมพาวด์เป็นวัสดุแบบเนื้อเดียวมีความพรุนและความชื้นน้อยมาก ๆ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงสถานะเมื่อได้รับความร้อน ค่าสมบัติไดอิเล็กตริกของยางธรรมชาติคอมพาวด์แสดงดังตารางที่ 4.2 ในบทที่ 4 นอกจากนั้นค่าความสามารถในการแปรเปลี่ยนพลังงานที่ดูดซับไปเป็นพลังงานความร้อน ($\tan \delta$) สามารถหาได้ดังสมการที่ 3.18 ในบทที่ 3

5.1.2 การวิเคราะห์สมการส่งถ่ายความร้อน (Analysis of Heat Transport Equations)

พิจารณาแบบจำลองทางกายภาพในภาพที่ 5.1 อุณหภูมิของชั้นยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่เกิดจากพลังงานไมโครเวฟสามารถพิจารณาได้จากสมการการส่งถ่ายความร้อน (conventional heat transport equation) ซึ่งรวมเทอมของพลังงานความร้อนที่ผลิตขึ้นในวัสดุเนื่องจากไมโครเวฟ

สมมติฐาน (Assumptions)

ชิ้นงานทดสอบที่พิจารณาคือยางธรรมชาติคอมพาวด์ สมมติว่ายางธรรมชาติคอมพาวด์ที่พิจารณาเป็นวัสดุแบบเนื้อเดียว (homogeneous) มีความพรุนและความชื้นน้อยมาก ๆ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงสถานะเมื่อได้รับความร้อน และมีความสมมาตรของสมบัติทางฟิสิกส์ในทุกแนวแกน (isotropic) การวิเคราะห์การอุ่นยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟจะใช้สมมติฐานบางประการดังต่อไปนี้

1. เพื่อให้สอดคล้องกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้า (ไมโครเวฟ) จะพิจารณาการกระจายอุณหภูมิของยางธรรมชาติคอมพาวด์ในลักษณะ 2 มิติ (ระนาบ x-z)
2. ยางธรรมชาติคอมพาวด์ถูกหุ้มด้วยฉนวนโดยรอบ

3. ไม่คำนึงถึงผลกระทบระหว่างไมโครเวฟกับภาชนะที่บรรจุยางธรรมชาติคอมพาวด์
4. ไม่คำนึงถึงผลกระทบจากการพาแบบธรรมชาติ (natural convection)
5. ไม่คำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงสถานะของสสารภายในและไม่มีการถ่ายเทมวลสารออกจากยางธรรมชาติคอมพาวด์
6. องค์ประกอบของยางธรรมชาติคอมพาวด์มีความสมดุลทางเทอร์โมไดนามิกส์

สมการพื้นฐาน (Basic Equations)

สมการพลังงานที่อธิบายการเพิ่มของอุณหภูมิในยางธรรมชาติคอมพาวด์คือสมการการส่งถ่ายความร้อนที่ขึ้นกับเวลา จากสมการที่ (3.17) ซึ่งเป็นสมการการส่งถ่ายความร้อนในรูปแบบ 3 มิติ เมื่อนำมาใช้กับงานวิจัยนี้ซึ่งเป็นการจำลองการส่งถ่ายความร้อนแบบ 2 มิติจึงทำให้ได้สมการการส่งถ่ายความร้อนใหม่เป็น (Ratanadecho et al. [5-10])

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{Q}{\rho \cdot C_p} \quad (5.19)$$

เทอมของความร้อนเนื่องจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าหรือไมโครเวฟ Q ขึ้นอยู่กับการกระจายของความเข้มของสนามไฟฟ้าและสมบัติไดอิเล็กตริกของยางธรรมชาติคอมพาวด์ ดังที่อธิบายในบทที่ 3 หัวข้อที่ 3.2.9 สมการที่ (3.28) และสามารถเขียนได้ดังนี้

$$Q = \omega \epsilon_0 \epsilon_r'' E^2 = 2\pi \cdot f \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r' (\tan \delta) E^2 \quad (5.20)$$

สมการขอบเขต (Boundary Equations)

เพื่อให้สอดคล้องกับแบบจำลองในการวิเคราะห์ตามภาพที่ 5.1 สมการขอบเขตต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขดังต่อไปนี้

เมื่อพิจารณาเป็นเงื่อนไขขอบเขตปิดและไม่มีการแลกเปลี่ยนความร้อน สมการเงื่อนไขขอบเขตเขียนได้ดังนี้

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{\text{wall}} = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{\text{wall}} = 0 \quad (5.21)$$

อุณหภูมิ ณ เวลาเริ่มต้นของยางธรรมชาติคอมพาวด์มีค่าสม่ำเสมอและเท่ากับอุณหภูมิสภาวะแวดล้อมคือ

$$T = T_0 \text{ เมื่อ } t = 0 \quad (5.22)$$

5.1.3 ลำดับการคำนวณระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Solution Procedure)

ในการวิเคราะห์การอุณหภูมิจากสมการพหุคูณด้วยไมโครเวฟ สมการการส่งถ่ายความร้อน (5.19) จะใช้ควบคู่กับสมการความสัมพันธ์ของแมกเวลล์ ((5.4), (5.5) และ (5.6)) ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างสมการดังกล่าวเกิดขึ้นในสมการพหุคูณด้วยไมโครเวฟ ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการวิเคราะห์การกระจายสนามไฟฟ้าและอุณหภูมิสามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้

1. การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่องเชิงเวลา

โดยปกติการวิเคราะห์การกระจายตัวของกำลังไมโครเวฟต้องอาศัยสมการที่เกี่ยวข้องกับการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า เช่น สมการแมกเวลล์สำหรับท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยม การใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องเชิงเวลา (finite difference time domain (FDTD)) ในการวิเคราะห์สมการที่เกี่ยวข้องกับการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถให้รายละเอียดถึงการกระจายและการดูดซับพลังงานอย่างมีประสิทธิภาพ

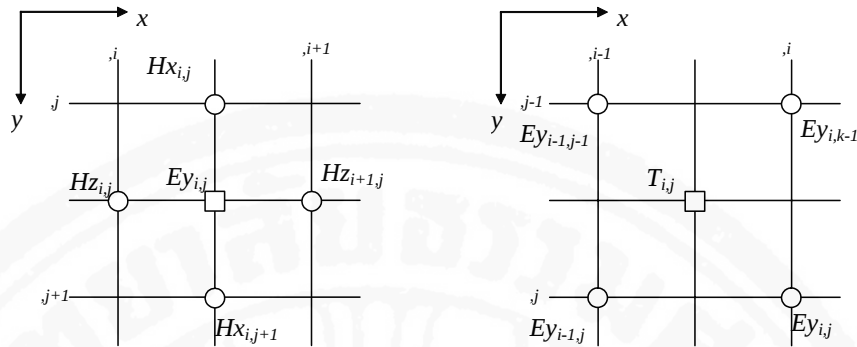
ในบทนี้การวิเคราะห์การคำนวณของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเชิงทฤษฎีด้วยสมการแมกเวลล์จะใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องเชิงเวลา (finite difference time domain (FDTD)) โดยอ้างอิงจาก Yee [5-14] วิธีการคือแบ่งกริด (grid) ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามภาพที่ 5.4 โดยเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้าตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก ค่าของสนามทั้งสองคำนวณที่ครึ่งช่วงเวลาผ่านการทดสอบแล้วว่ากระบวนการคำนวณมีผลลัพธ์ที่ถูกต้อง องค์ประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กโดยวิธี FDTD สามารถแสดงได้ดังนี้ (Ratanadecho et al. [5-11])

ส่วนการวิเคราะห์สมการการส่งถ่ายความร้อนเชิงทฤษฎี (สมการที่ (5.19)) สามารถวิเคราะห์ด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference)

$$E_y^n(i, k) = \frac{1 - \frac{\sigma(i, k)\Delta t}{2\varepsilon(i, k)}}{1 + \frac{\sigma(i, k)\Delta t}{2\varepsilon(i, k)}} E_y^{n-1}(i, k) + \frac{1}{1 + \frac{\sigma(i, k)\Delta t}{2\varepsilon(i, k)}} \frac{\Delta t}{\varepsilon(i, k)} \left\{ \frac{-\left(H_z^{n-1/2}(i+1/2, k) - H_z^{n-1/2}(i-1/2, k)\right)}{\Delta x} + \frac{\left(H_x^{n-1/2}(i, k+1/2) - H_x^{n-1/2}(i, k-1/2)\right)}{\Delta z} \right\} \quad (5.24)$$

$$H_x^{n+1/2}(i, k+1/2) = H_x^{n-1/2}(i, k+1/2) + \frac{\Delta t}{\mu(i, k+1/2)} \left\{ \frac{E_y^n(i, k+1) - E_y^n(i, k)}{\Delta z} \right\} \quad (5.25)$$

$$H_z^{n+1/2}(i+1/2, k) = H_z^{n-1/2}(i+1/2, k) - \frac{\Delta t}{\mu(i+1/2, k)} \left\{ \frac{E_y^n(i+1, k) - E_y^n(i, k)}{\Delta x} \right\} \quad (5.26)$$



ภาพที่ 5.4 การแบ่งกริดกรณีสนามแม่เหล็กไฟฟ้า (grid system configuration)

ในการเลือกช่วงเวลา (time steps) และช่วงระยะห่างต้องคำนึงถึงความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้และการลู่เข้าของกระบวนการคำนวณด้วยเพราะถ้าเลือกช่วงเวลาหรือช่วงระยะห่างที่มีค่ามากเกินไปอาจทำให้กระบวนการคำนวณลู่เข้าไม่ได้ผลลัพธ์หรือได้ผลลัพธ์ที่ผิดเพี้ยนจากความเป็นจริง แต่ถ้าหากใช้ช่วงเวลาหรือช่วงระยะห่างที่มีค่าน้อยมากเกินไปอาจทำให้ใช้ระยะเวลาการคำนวณมากเกินไปจนความจำเป็น เพื่อความเสถียรในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าเชิงทฤษฎี ช่วงเวลา (Δt) ที่ใช้ในการคำนวณหาได้จากสมการต่อไปนี้ (Ratanadecho et al. [5-10])

$$\Delta t \leq \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta z)^2}}{v} \quad (5.27)$$

เมื่อ

v คือ ความเร็วของไมโครเวฟ

$\Delta x, \Delta z$ คือ ช่วงระยะห่างของจุดที่คำนวณในบางธรรมชาติคอมพิวเตอร์

ค่าของช่วงระยะห่าง ($\Delta x, \Delta z$) ของบางธรรมชาติคอมพิวเตอร์สามารถคำนวณได้จาก

$$\Delta x, \Delta z \leq \frac{\lambda_g}{10\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{\lambda_{mg}}{10} \quad (5.28)$$

โดย λ_{mg} คือ ความยาวคลื่นของไมโครเวฟในบางธรรมชาติคอมพิวเตอร์และสามารถหาค่าได้จากสมการที่ (3.22)

จากสมการที่ (5.27) และ (5.28) ผลจากการคำนวณและความเหมาะสมของค่าในการวิเคราะห์ สามารถกำหนดค่าดังนี้

1. เนื่องจากไมโครเวฟมีความเร็วในการเคลื่อนที่สูงมากเมื่อเทียบกับอัตราการถ่ายเทความร้อนดังนั้นช่วงเวลา (time steps) ที่ใช้ในการคำนวณจึงมีค่าต่างกัน ช่วงเวลาสำหรับการคำนวณสนามแม่เหล็กที่เลือกใช้คือ $dt = 1 \times 10^{-12}$ วินาที (1 พิโควินาที) และช่วงเวลาสำหรับการคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนที่เลือกใช้คือ 1 วินาที
2. ช่วงระยะห่างของจุด $\Delta x, \Delta z$ ในยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่เลือกใช้มีค่าเท่ากับ 1×10^{-3} เมตร หรือ 1 มม. ซึ่งค่า $\Delta x, \Delta z$ ดังกล่าวมีค่าไม่เกิน $\lambda_{mg}/10$ ($\Delta x = \Delta z \leq \lambda_{mg}/10$)
3. ความคลาดเคลื่อนมากที่สุดที่ยอมรับได้ในกระบวนการ iteration คือ 10^{-8}

5.2 ผลการศึกษาและการวิเคราะห์ผล

งานวิจัยในบทนี้ศึกษาการอุ่น (pre-heating) ยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟเชิงทฤษฎี (ให้พลังงานสูงในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ และสมมติให้ไม่มีการเปลี่ยนแปลงสถานะในยางธรรมชาติคอมพาวด์) โดยอ้างอิงจากระบบการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟที่เกิดคลื่นลักษณะโหมดเดียว (single mode)) ชนิดของคลื่นโหมดเดียวเป็นแบบ TE_{10} mode (transverse electric wave) และนำผลการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองจริง ตัวอย่างยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่ทำการวิเคราะห์คือยางธรรมชาติคอมพาวด์สูตรที่ 3 โดยส่วนประกอบของยางธรรมชาติคอมพาวด์แสดงดังตารางที่ 4.1 สำหรับการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีนั้นจำเป็นต้องอาศัยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขโดยใช้วิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite different method) เข้ามาช่วยในการวิเคราะห์ เนื่องจากปัญหาที่ทำการวิเคราะห์เป็นปัญหาแบบไม่เชิงเส้นการหาผลเฉลยแบบแม่นยำ (Exact solution) นั้นไม่สามารถทำได้ กำหนดอุณหภูมิสถานะแวดล้อมและอุณหภูมิยางธรรมชาติคอมพาวด์ ณ เวลาเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 28°C กำลังไมโครเวฟของไมโครเวฟที่ป้อนเข้ามีค่าเท่ากับ 500 และ 1,000 วัตต์ (ศึกษาอิทธิพลของความเข้มสนามไฟฟ้า) ขนาดของยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่ใช้มีค่าความยาวเท่ากับ 110 มม. ส่วนความสูงที่ค่าเท่ากับ 10 มม., 30 มม., 50 มม. และ 80 มม. (มีการแบ่งกริดของยางธรรมชาติคอมพาวด์บนระนาบสองมิติเป็น 111×11 , 111×31 , 111×51 และ 111×81 กริด) (ศึกษาอิทธิพลความหนาของยางธรรมชาติคอมพาวด์) ความถี่ที่ใช้ในการวิเคราะห์มี 3 ค่าคือ 1.50, 2.45 และ 5.00 GHz (ศึกษาอิทธิพลของความถี่ไมโครเวฟ)

ข้อมูลป้อนเข้าบางค่าสำหรับสมบัติของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและสมบัติทางกายภาพของความร้อนเพื่อใช้ในการวิเคราะห์การอุ่น (pre-heating) ยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟแสดงในตารางที่ 5.1 โดยค่า C_p และค่า k ของยางธรรมชาติคอมพาวด์อ้างอิงมาจาก Ghoshdastidar [5-15]

ตารางที่ 5.1 ข้อมูลป้อนเข้าบางค่าสำหรับสมบัติทางสนามแม่เหล็กไฟฟ้าและสมบัติกายภาพทางความร้อน

ข้อมูลป้อนเข้า	ค่า
ρ	1100 Kg/m ³
k	0.13 W/mK
C_p	2010 J/kgK
ϵ_r''	0.0338
ϵ_r'	3.544
$\tan \delta$	0.0095

เมื่อ

ϵ_r' คือค่าคงที่ไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์

ϵ_r'' คือค่าไดอิเล็กตริกลอสมเพคเตอร์

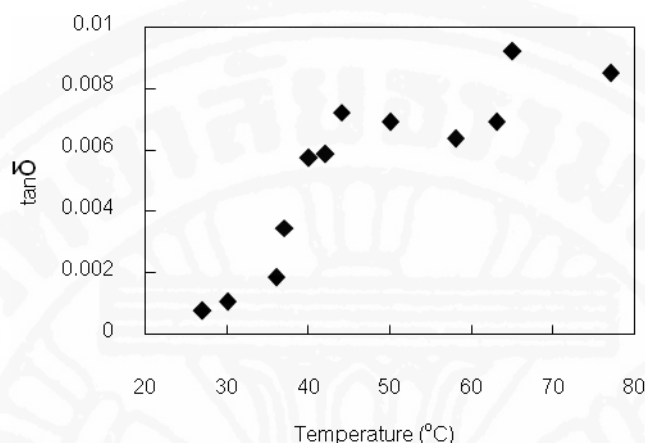
$\tan \delta$ คือค่าความสามารถในการแปรเปลี่ยนพลังงานที่วัสดุดูดซับไปเป็นพลังงานความร้อน

ρ คือความหนาแน่น

C_p คือความจุความร้อน

นอกจากนี้ยังพบว่าค่าสมบัติไดอิเล็กตริกของยางธรรมชาติคอมพาวด์ยังมีการเปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิด้วย กล่าวคือเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นค่าสมบัติไดอิเล็กตริกของยางธรรมชาติคอมพาวด์ก็จะเพิ่มขึ้นตามไปด้วย จึงได้ทำการวัดค่าสมบัติไดอิเล็กตริกของยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่อุณหภูมิต่าง ๆ กัน โดยใช้ตู้อบเป็นตัวเพิ่มอุณหภูมิให้กับยางธรรมชาติคอมพาวด์สูตรที่ 3 ซึ่งจะนำไปใช้เป็นค่าที่ป้อนเข้าไปในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ผลการกระจายอุณหภูมิและการดูดซับพลังงานไมโครเวฟภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่อุ่นด้วยไมโครเวฟผลที่ได้แสดงดังตารางที่ ก.3 (ภาคผนวก ก) เมื่อนำมาสร้างเป็น

เส้นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าพลังงานที่ดูดซับไปเป็นพลังงานความร้อน ($\tan \delta$) กับ อุณหภูมิที่มีค่าต่าง ๆ กันจะได้ดังภาพที่ 5.5

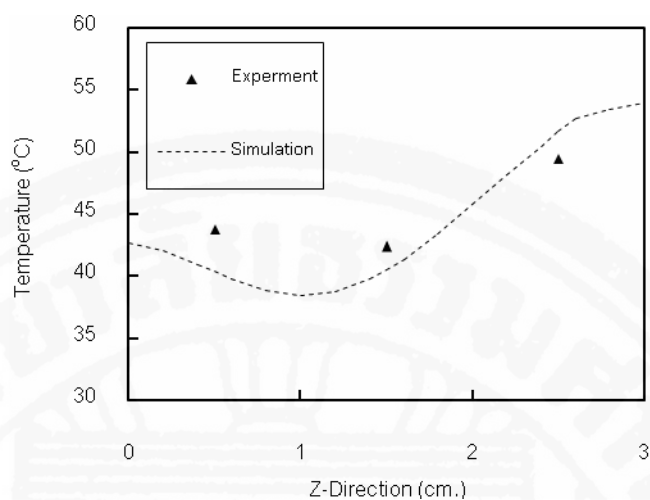


ภาพที่ 5.5 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพลังงานที่ดูดซับไปเป็นพลังงานความร้อน ($\tan \delta$) กับอุณหภูมิที่มีค่าต่าง ๆ กัน

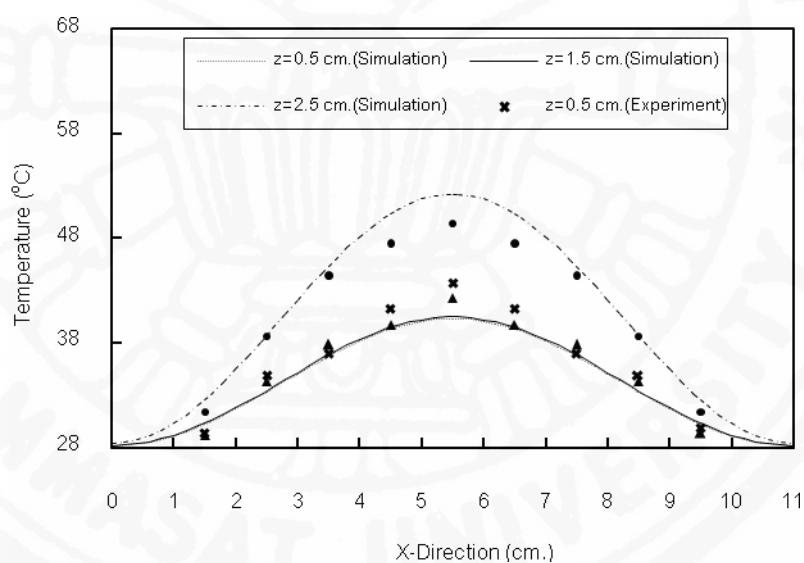
5.2.1 การกระจายอุณหภูมิภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์

การทำความเข้าใจลักษณะการกระจายอุณหภูมิภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่มีความกว้าง 54.6 มม. ยาว 109.22 มม. ในท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยมทั้งในแนวแกน x และแกน z โดยวิเคราะห์ผลเชิงทฤษฎีจากการคำนวณด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 กรณีดังนี้

1. ยางธรรมชาติคอมพาวด์หนา 30 มม. ใช้กำลังไมโครเวฟ 500 และ 1,000 วัตต์ เป็นระยะเวลา 5 นาที ที่ความถี่ไมโครเวฟ 2.45 GHz
2. ยางธรรมชาติคอมพาวด์หนา 10, 30, 50 และ 80 มม. ใช้กำลังไมโครเวฟ 1,000 วัตต์ เป็นระยะเวลา 5 นาที ที่ความถี่ไมโครเวฟ 2.45 GHz
3. ยางธรรมชาติคอมพาวด์หนา 30 มม. ใช้กำลังไมโครเวฟ 1,000 วัตต์ เป็นระยะเวลา 5 นาที ที่ความถี่ไมโครเวฟ 1.5, 2.45 และ 5 GHz

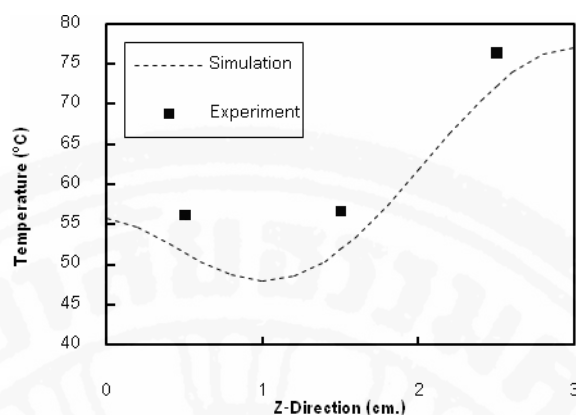


(ก) การกระจายอุณหภูมิในแนวแกน z

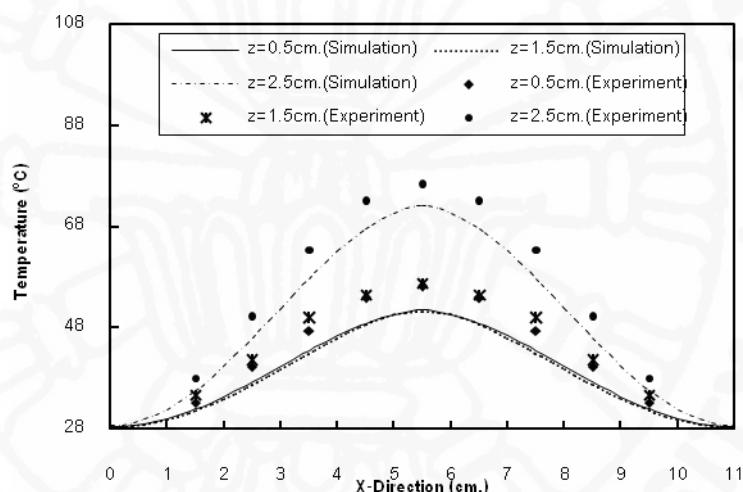


(ข) การกระจายอุณหภูมิในแนวแกน x

ภาพที่ 5.6 เปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิของชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับการทดลองที่กำลังไมโครเวฟ 500 วัตต์



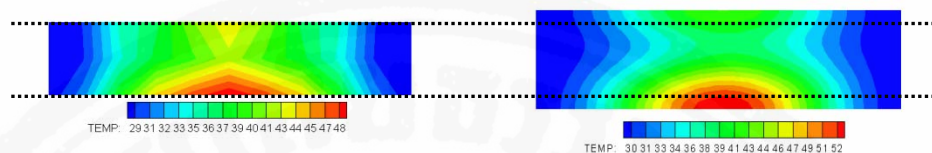
(ก) การกระจายอุณหภูมิในแนวแกน z ที่กำลังไมโครเวฟ 1,000 วัตต์



(ข) การกระจายอุณหภูมิในแนวแกน x

ภาพที่ 5.7 เปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิของชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับการทดลองที่กำลังไมโครเวฟ 1,000 วัตต์

เมื่อให้คลื่นไมโครเวฟทางด้านบนของชิ้นยางธรรมชาติคอมพาวด์ ผลที่ได้แสดงดังภาพที่ 5.6 ,5.7 และ 5.8 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิภายในยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่ผ่านกระบวนการอุ่นด้วยระบบไมโครเวฟ โดยภาพที่ 5.5 และ 5.6 (ก) และ (ข) เป็นการเปรียบเทียบผลจากการทดลองกับผลจากการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในแนวแกน x และ z ณ ช่วงเวลา 5 นาที ความถี่ 2.45 GHz หนา 30 มม. กำลังไมโครเวฟ 500 และ 1,000 วัตต์ ตามลำดับ พบว่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่บริเวณตรงกลาง ($x=5.5\text{cm.}$) จะ



(ก) กำลังไมโครเวฟ 500 วัตต์

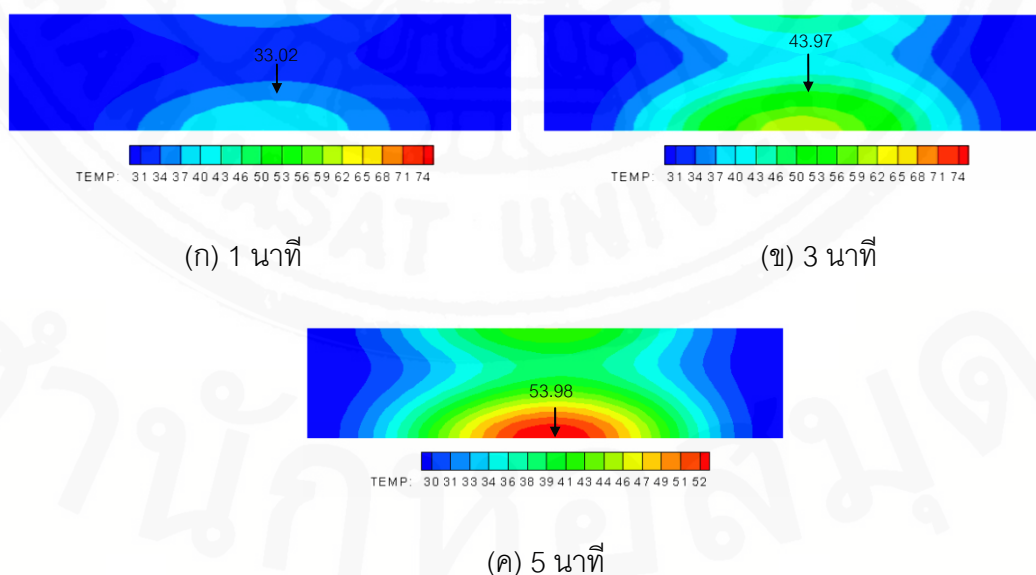


(ข) กำลังไมโครเวฟ 1,000 วัตต์

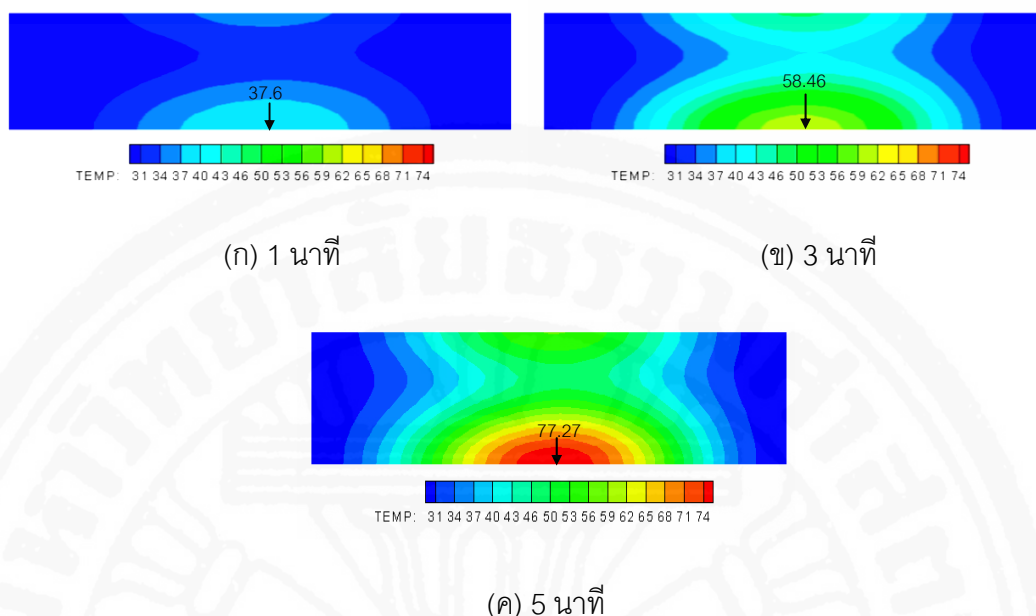
ภาพที่ 5.8 เปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ระหว่างการทดลองและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ณ ช่วงเวลา 5 นาที ความถี่ 2.45 GHz หน้า 30 มม.

มีค่ามากที่สุด ทั้งนี้เพราะสนามไฟฟ้าภายในยางธรรมชาติคอมพาวด์บริเวณตรงกลางมีค่ามากที่สุด (เป็นผลมาจากระบบไมโครเวฟที่ใช้เป็นคลื่นแบบโหมดเดียว) ถูกดูดซับพลังงานและเปลี่ยนเป็นพลังงานความร้อนโดยยางธรรมชาติคอมพาวด์ส่งผลให้ยางธรรมชาติคอมพาวด์มีอุณหภูมิสูงที่สุดบริเวณตรงกลาง นอกจากนี้กำลังไมโครเวฟที่เพิ่มขึ้นส่งผลต่อค่าการดูดซับพลังงานไมโครเวฟ กล่าวคือกำลังไมโครเวฟที่เพิ่มขึ้นทำให้ค่าการดูดซับพลังงานไมโครเวฟเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากค่าการดูดซับพลังงานไมโครเวฟจะแปรผันโดยตรงกับค่าสนามไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้น (ดังสมการที่ 3.28) เมื่อค่าการดูดซับพลังงานไมโครเวฟเพิ่มขึ้นยางธรรมชาติคอมพาวด์ก็สามารถเปลี่ยนให้เป็นพลังงานความร้อนได้มากขึ้นเช่นกัน ซึ่งมีแนวโน้มเหมือนกันทั้งในการทดลองและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และจากภาพที่ 5.8 เป็นการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$)

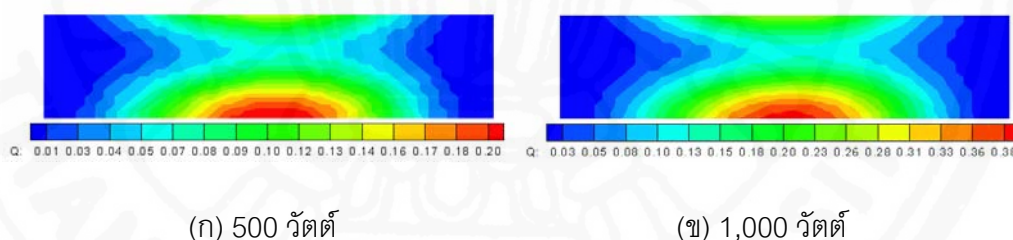
ภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ระหว่างการทดลองและที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ณ ช่วงเวลา 5 นาที ความถี่ 2.45 GHz ความหนา 30 มม. โดย (ก) ที่กำลังไมโครเวฟ 500 วัตต์ และ (ข) ที่กำลังไมโครเวฟ 1,000 วัตต์ จากภาพเห็นได้ว่าลักษณะกระจายตัวของอุณหภูมิที่ได้จากการทดลองจะไม่มีค่าการกระจายอุณหภูมิบริเวณผิวด้านบน เนื่องจากกรรมวิธีในการวัดนั้นไม่สามารถทำได้ ต้องอาศัยผลจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยแสดงให้เห็นถึงลักษณะการกระจายอุณหภูมิทั่วทั้งชิ้นงาน จะเห็นได้ว่าผลที่ได้ทั้งจากการทดลองและจากการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีแนวโน้มใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นจึงสามารถใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการทำนายลักษณะกระจายตัวของอุณหภูมิภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ได้ ในส่วนของการกระจายตัวของอุณหภูมิที่ไม่ดีเท่าที่ควรเนื่องจากค่าความลึกทะลุทะลวงของคลื่น (D_p) มีค่าสูงกว่าความหนาของยางธรรมชาติคอมพาวด์ (สามารถคำนวณได้จากสมการที่ 3.23 ส่วนค่า D_p แสดงดังตารางที่ 4.2) คลื่นไมโครเวฟทั้งหมดจึงสามารถทะลุผ่านชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ไปได้ ทำให้บริเวณที่ร้อนมากที่สุดเมื่อเทียบในแนวแกน z (ภาพที่ 5.6 (ก) และ 5.7 (ก)) คือบริเวณด้านล่าง เนื่องจากผลของการเกิดเรโซแนนซ์ (Ratanadecho et al. [5-16]) ที่บริเวณด้านล่างของยางธรรมชาติคอมพาวด์ ซึ่งมีแนวโน้มเช่นเดียวกันทั้งผลที่ได้ทั้งจากการทดลองและจากการวิเคราะห์ด้วยการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์



ภาพที่ 5.9 ผลการวิเคราะห์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงการกระจายอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ณ ช่วงเวลาที่ต่างกัน ความถี่ 2.45 GHz, กำลังไมโครเวฟ 500 วัตต์ หนา 30 มม.



ภาพที่ 5.10 ผลการวิเคราะห์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงการกระจายอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ณ ช่วงเวลาที่ต่างกัน ความถี่ 2.45 GHz กำลังไมโครเวฟ 1,000 วัตต์ หน้า 30 มม.



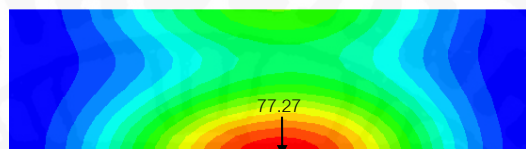
ภาพที่ 5.11 ผลการวิเคราะห์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟ ในยางธรรมชาติคอมพาวด์ (kW/m^3) ที่กำลังไมโครเวฟต่างกัน ณ ช่วงเวลา 5 นาที ความถี่ 2.45 GHz หน้า 30 มม.

พิจารณาภาพที่ 5.9 – 5.11 แสดงถึงอิทธิพลของกำลังไมโครเวฟต่อการกระจายอุณหภูมิและการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พบว่า กำลังไมโครเวฟสูงขึ้นส่งผลให้การดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์สูงขึ้น ดังภาพที่ 5.11 ดังนั้นอุณหภูมิที่กำลังไมโครเวฟสูงกว่าจึงมีค่ามากกว่าซึ่งเป็นไปตามทฤษฎี และสามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ 3.28 และ 5.19 นอกจากนี้เมื่อเปรียบเทียบกับผลจากการทดลองในภาพที่ 5.6, 5.7 และ 5.8 พบว่าผลที่ได้สอดคล้องกัน



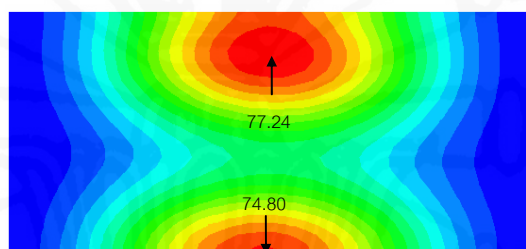
TEMP: 31 34 37 40 43 45 48 51 54 57 60 63 66 69 72

(ก) 10 มม.



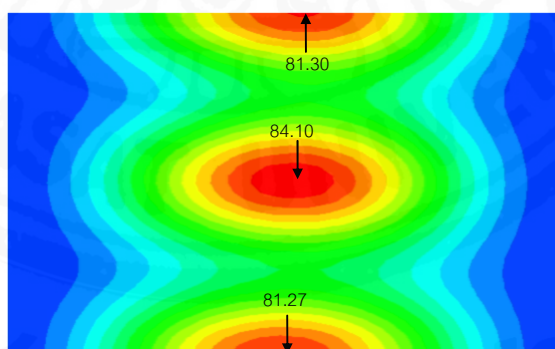
TEMP: 31 34 37 40 43 46 50 53 56 59 62 65 68 71 74

(ข) 30 มม.



TEMP: 31 34 37 40 43 46 50 53 56 59 62 65 68 71 74

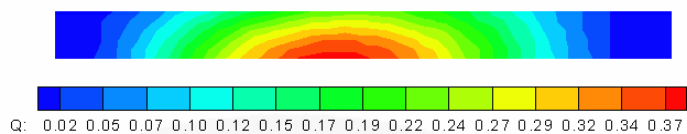
(ค) 50 มม.



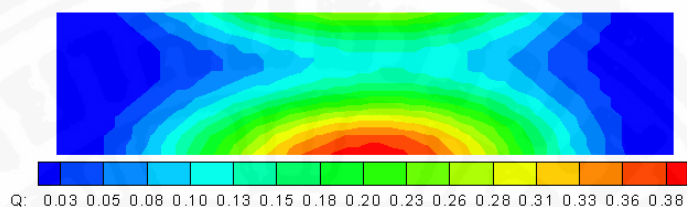
TEMP: 28 32 35 39 43 47 50 54 58 61 65 69 73 76 80

(ง) 80 มม.

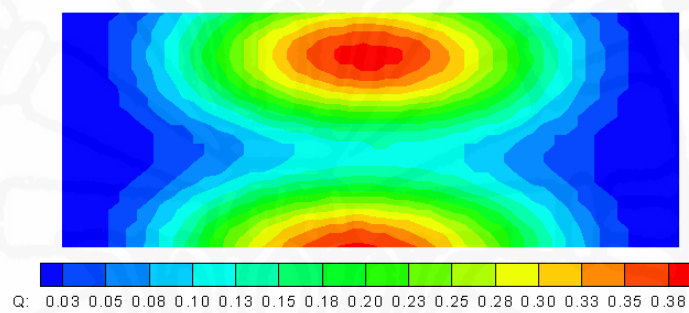
ภาพที่ 5.12 ผลการวิเคราะห์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงการกระจายอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ที่ความหนาต่างกัน ณ ช่วงเวลา 5 นาที ความถี่ 2.45 GHz กำลังไมโครเวฟ 1,000 วัตต์



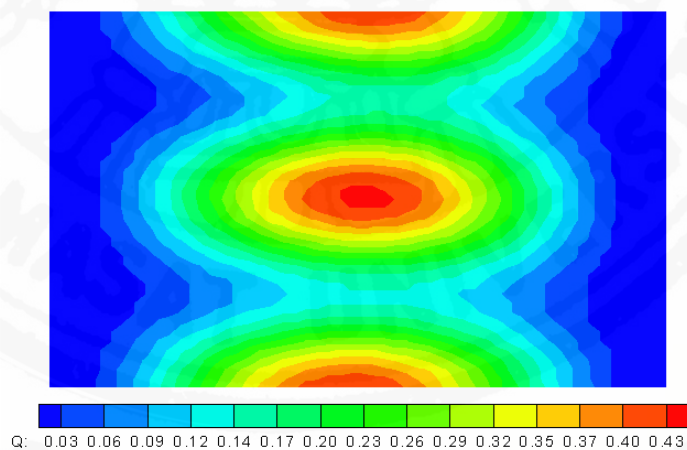
(ก) 10 มม.



(ข) 30 มม.



(ค) 50 มม.

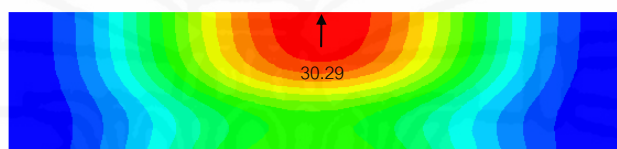


(ง) 80 มม.

ภาพที่ 5.13 ผลการวิเคราะห์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟ
 ในยางธรรมชาติคอมพาวด์ (kW/m^3) ที่ความหนาต่างกัน ณ ช่วงเวลา 5 นาที ความถี่ 2.45 GHz
 กำลังไมโครเวฟ 1,000 วัตต์

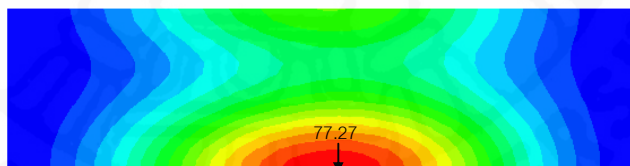
พิจารณาอิทธิพลของความหนา ในภาพที่ 5.12 และ 5.13 พบว่าความหนาส่งผลต่อการกระจายอุณหภูมิอย่างชัดเจน ในกรณีที่ความหนาของธรรมชาติคอมพาวด์น้อย (เช่น 1 ซม. และ 3 ซม.) พบว่าการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟและอุณหภูมิจะมีค่าสูงที่สุดบริเวณด้านล่างเนื่องจากความหนาของธรรมชาติคอมพาวด์มีค่าความลึกทะลุทะลวงสูงมาก (ดังตารางที่ 4.2) นอกจากนี้ความยาวคลื่นของไมโครเวฟภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ยังมีค่าที่สูงมากอีกด้วย ส่งผลให้พลังงานส่วนใหญ่ส่งผ่านตัววัสดุไปและมีพลังงานบางส่วนเกิดการเรโซแนนซ์ที่บริเวณผิวรอยต่อของยางธรรมชาติคอมพาวด์กับอากาศบริเวณด้านล่างส่งผลให้เกิดพลังงานสูงขึ้นที่บริเวณด้านล่างของชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ แต่เมื่อชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์มีความหนามากขึ้น (เช่น 5 ซม. และ 8 ซม.) พบว่าปริมาณการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟมีค่าสูงขึ้น เนื่องจากสัดส่วนค่าความลึกทะลุทะลวงต่อความหนาของชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์เปลี่ยนแปลงไป นอกจากนี้ความยาวคลื่นไมโครเวฟภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์และการเกิดเรโซแนนซ์ของคลื่นภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ส่งผลให้เกิดสะท้อนของคลื่นไปข้างหน้า (Forward Wave) และย้อนกลับ (Backward Wave) ภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์เช่นเดียวกัน ซึ่งส่งผลทำให้เกิดการกระจายการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟสม่ำเสมอ ทำให้การกระจายอุณหภูมิมีความสม่ำเสมอ เห็นได้จากจุดที่เกิดอุณหภูมิสูงมีหลายจุดเมื่อความหนาเพิ่มขึ้นแสดงให้เห็นว่าพลังงานไมโครเวฟสามารถทำความร้อนในยางธรรมชาติที่มีความหนาต่าง ๆ ได้ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาถึงแนวโน้มเพิ่มเติม พบว่าเมื่อความหนาเพิ่มขึ้นการกระจายอุณหภูมิจะเปลี่ยนจากบริเวณด้านล่างวัสดุมาอยู่บริเวณตรงกลาง แต่ถ้าวัสดุมีความหนาเพิ่มขึ้นมาก ๆ จนเข้าใกล้หรือมากกว่าค่าความลึกทะลุทะลวง วัสดุจะมีอุณหภูมิสูงบริเวณด้านบน เมื่อศึกษาถึงอิทธิพลของความถี่ไมโครเวฟในภาพที่ 5.14 และ 5.15 พบว่าความถี่ส่งผลโดยตรงต่อลักษณะการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟและการกระจายอุณหภูมิ เมื่อพิจารณาความถี่ต่ำที่ 1.5 GHz พบว่าพลังงานส่วนใหญ่ถูกส่งผ่านชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ไปทำให้แทบจะไม่เกิดปรากฏการณ์ทางความร้อนในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์เลย ทั้งนี้เพราะความถี่มีผลต่อปริมาณความร้อนหรือการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟ และมีผลต่อความยาวคลื่นรวมทั้งความลึกทะลุทะลวง ซึ่งความถี่ต่ำจะมีความยาวคลื่นสูงและมีค่าความลึกทะลุทะลวงสูงขึ้นแต่มีการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟต่ำ แต่เมื่อใช้ความถี่ 2.45 GHz พบว่าเกิดความร้อนสูงบริเวณด้านล่างของชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ เนื่องจากความถี่ที่สูงขึ้นทำให้ค่าการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์มีค่าสูงขึ้น แต่ความยาวคลื่นภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่มีความถี่ดังกล่าวยังมีความสูงอยู่ ทำให้พลังงานส่วนใหญ่ยังคงส่งผ่านชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ไปได้และเกิดเรโซแนนซ์

ที่บริเวณผิวรอยต่อด้านล่างและสะท้อนกลับเข้าไปภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ พลังงานบางส่วนที่อยู่ภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์มีค่ามากพอที่จะทำให้เกิดพฤติกรรมทางความร้อนภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ ซึ่งพฤติกรรมทางความร้อนจะขึ้นอยู่กับลักษณะการเกิดเรโซแนนซ์ของคลื่น ซึ่งช่วงความถี่ดังกล่าวจะทำให้การเกิดเรโซแนนซ์ของคลื่นเป็นดังภาพที่ 5.9 ซึ่งอธิบายไว้ก่อนหน้านี้ และเมื่อใช้ความถี่ 5 GHz พบว่าชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์จะมีอุณหภูมิที่บริเวณด้านบนสูงกว่าด้านล่างเนื่องจากความถี่สูงขึ้นทำให้ค่าความลึกทะลุทะลวงลดลง นอกจากนี้ความยาวคลื่นภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ก็ลดลงด้วย ทำให้การดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟของชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์เพิ่มมากขึ้นเนื่องจากมีค่าความถี่เพิ่มขึ้น และการที่ความยาวคลื่นภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ลดลงก็จะส่งผลต่อการเกิดเรโซแนนซ์ด้วย จะเห็นได้ว่าการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของไมโครเวฟส่งผลต่อสมบัติทางความร้อนภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ซึ่งเป็นไปตามสมการที่ 3.28



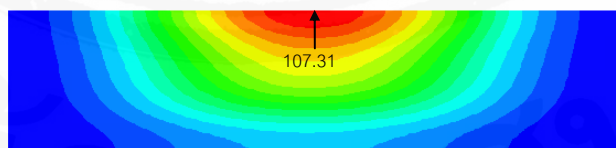
TEMP: 28 28 28 28 29 29 29 29 29 29 30 30 30 30

(ก) 1.5 GHz



TEMP: 31 34 37 40 43 46 50 53 56 59 62 65 68 71 74

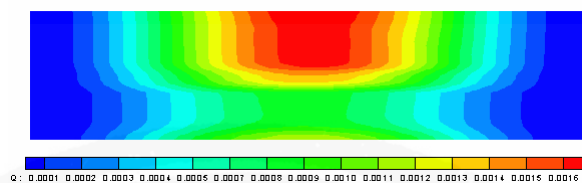
(ข) 2.45 GHz



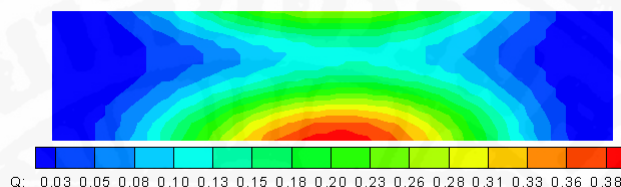
TEMP: 30 36 41 46 51 56 61 66 71 77 82 87 92 97 102

(ค) 5 GHz

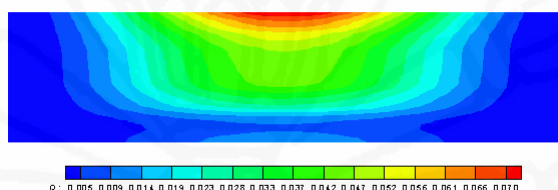
ภาพที่ 5.14 ผลการวิเคราะห์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงการกระจายอุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$) ที่ความถี่ต่างกัน ณ ช่วงเวลา 5 นาที กำลังไมโครเวฟ 1,000 วัตต์ หนา 30 มม.



(ก) 1.5 GHz



(ข) 2.45 GHz



(ค) 5 GHz

ภาพที่ 5.15 ผลการวิเคราะห์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟในยางธรรมชาติคอมพาวด์ (kW/m^3) ที่ความถี่ต่างกัน ณ ช่วงเวลา 5 นาที กำลังไมโครเวฟ 1,000 วัตต์ หนา 30 มม.

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
Temperature Distribution ($^{\circ}\text{C}$) (300 s)				
Energy Power Absorb (mW/m^3)				

ภาพที่ 5.16 แนวโน้มการกระจายอุณหภูมิและการดูดซับพลังงานไมโครเวฟภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์กรณีต่าง ๆ

ภาพที่ 5.16 เมื่อนำผลการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีที่ได้จากการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการอุ่นยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเปรียบเทียบกับผลการทดลองจริงจากระบบไมโครเวฟชนิดท่อนำคลื่นรูปทรงสี่เหลี่ยม (ภาพที่ 4.1) ที่ออกแบบมาเพื่อสนับสนุนการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีโดยเฉพาะ พบว่าการกระจายอุณหภูมิที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีแนวโน้มใกล้เคียงกับการทดลองจริง และสามารถกล่าวแยกเป็นกรณีต่าง ๆ ได้ 4 กรณี คือ

กรณีที่ 1 และ 2 ขึ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่สภาวะเดียวกันแต่มีความหนาต่างกัน พบว่าค่าการดูดซับพลังงานไมโครเวฟสอดคล้องกับการกระจายอุณหภูมิของขึ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ แต่เมื่อความหนาเพิ่มขึ้นลักษณะการดูดซับพลังงานไมโครเวฟและการกระจายอุณหภูมิของขึ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ก็เปลี่ยนแปลงไป กล่าวคือขึ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่หนามาก ๆ การกระจายอุณหภูมิและการดูดซับพลังงานมีแนวโน้มสม่ำเสมอมากกว่าขึ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่บาง ส่วนกรณีที่ 3 และ 4 เป็นการเปรียบเทียบความถี่ไมโครเวฟที่แตกต่างกัน โดยกรณีที่ 3 เป็นไมโครเวฟที่ความถี่ 1.5 GHz. และกรณีที่ 4 เป็นไมโครเวฟที่ความถี่ 5 GHz. จากภาพเห็นได้ว่าที่ความถี่ต่ำการกระจายอุณหภูมิและการดูดซับพลังงานมีแนวโน้มสม่ำเสมอมากกว่าที่ความถี่สูงเนื่องจากมีค่าความสามารถในการทะลุทะลวงของคลื่นไมโครเวฟสูงกว่า คือ ที่ความถี่ 1.5 GHz. มีค่าเท่ากับ 3.72 ม. และที่ความถี่ 5 GHz. มีค่าเท่ากับ 1.12 ม. นอกจากนี้ที่ความถี่ต่ำค่าความยาวคลื่นจะสูงกว่าที่ความถี่สูงด้วย

5.3 สรุปผลจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิเคราะห์การอุ่นยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟเชิงทฤษฎีที่โดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข แสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมสำคัญของยางธรรมชาติคอมพาวด์ภายใต้สภาวะไมโครเวฟหลายพฤติกรรมซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการอุ่นยางธรรมชาติคอมพาวด์ด้วยไมโครเวฟที่พัฒนาขึ้นสามารถใช้อธิบายปรากฏการณ์การทางความร้อนที่เงื่อนไขต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี

กำลังไมโครเวฟ ความถี่ และความหนาของยางธรรมชาติคอมพาวด์ มีอิทธิพลต่อการดูดซับพลังงานไมโครเวฟและรูปแบบการทำความร้อนที่เกิดขึ้นภายในขึ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ดังที่ได้อธิบายในหัวข้อก่อนหน้านี้ โดยสามารถสรุปได้ว่า

- ความหนาของยางธรรมชาติคอมพาวด์มีผลต่อการกระจายอุณหภูมิของยางธรรมชาติคอมพาวด์เมื่ออุ่นด้วยไมโครเวฟ กล่าวคือยางธรรมชาติคอมพาวด์หนาที่มีการกระจาย

อุณหภูมิดีกว่ายางธรรมชาติคอมพาวด์บางเนื่องจากเกิดพฤติกรรมเรโซแนนซ์ของไมโครเวฟที่บริเวณรอยต่อของชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์กับอากาศส่งผลให้มีพลังงานที่บริเวณดังกล่าว (ด้านล่าง) เพิ่มขึ้น นอกจากนี้ถ้าชิ้นงานมีความหนาแน่นมาก ๆ อุณหภูมิภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์จะมีความสม่ำเสมอมากกว่าชิ้นงานที่บาง เนื่องจากผลของการเกิดเรโซแนนซ์และความยาวคลื่นภายในชิ้นงาน ดังภาพที่ 5.12 ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าสามารถใช้กระบวนการทำความร้อนด้วยระบบไมโครเวฟในการอุ่นยางธรรมชาติคอมพาวด์ที่มีความหนาแน่นมาก ๆ ได้ซึ่งสอดคล้องกับการทดลอง

- ความถี่ไมโครเวฟมีผลต่อการกระจายสนามอุณหภูมิ เนื่องจากความถี่ส่งผลต่อความยาวคลื่น และความสามารถในการทะลุทะลวงของคลื่นไมโครเวฟ (ความสามารถดังกล่าวส่งผลต่อการเกิดพฤติกรรมการเกิดเรโซแนนซ์ของคลื่น) จากการวิเคราะห์พบว่าที่ไมโครเวฟความถี่ต่ำการกระจายของสนามอุณหภูมิสม่ำเสมอกว่าความถี่สูงเนื่องจากไมโครเวฟความถี่ต่ำมีความสามารถในการทะลุทะลวงคลื่นผ่านชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์สูงกว่า เมื่อค่าความถี่เพิ่มขึ้นจะทำให้ความยาวคลื่นภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ลดลง ค่าการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟและการกระจายตัวของอุณหภูมิเพิ่มขึ้น นอกจากนี้เมื่อเพิ่มความถี่ไมโครเวฟลักษณะการเกิดเรโซแนนซ์ก็จะเปลี่ยนแปลงไปด้วยซึ่งจะส่งผลต่อการการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟและการกระจายตัวของอุณหภูมิด้วยเช่นกัน

- นอกจากนี้เมื่อเพิ่มกำลังไมโครเวฟในกระบวนการทำความร้อนด้วยระบบไมโครเวฟในยางธรรมชาติคอมพาวด์ส่งผลให้อัตราการเพิ่มอุณหภูมิสูงขึ้นเนื่องจากค่าการดูดกลืนพลังงานไมโครเวฟมีค่าแปรผันตรงกับค่าสนามไฟฟ้ากำลังสองซึ่งสอดคล้องกับการทดลองเช่นกัน

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นมีความสอดคล้องกับการทดลองจริง ดังนั้นแบบจำลองดังกล่าวสามารถใช้ทำนายพฤติกรรมของการกระจายอุณหภูมิและการดูดซับพลังงานไมโครเวฟภายในชิ้นงานยางธรรมชาติคอมพาวด์ภายใต้พฤติกรรมทำความร้อนด้วยไมโครเวฟได้