



ใบรับรองวิทยานิพนธ์  
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

ปริญญา

วิศวกรรมเครื่องกล

วิศวกรรมเครื่องกล

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การควบคุมแขนกลหนึ่งแขนแบบมีข้อต่อยืดหยุ่นได้โดยใช้เทคนิคแบ็คสเต็ปป์  
อินเทลลิเจนต์

Control of a One-Link Flexible-Joint Robot Using Backstepping Intelligent Control

นามผู้วิจัย นายสิริชัย นิธิอุทัย

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

( อาจารย์วิทิต ภัตตรัตนกุลชัย, Ph.D. )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

( ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิชัย ศิวะ โกศิษฐ, Ph.D. )

หัวหน้าภาควิชา

( รองศาสตราจารย์ชวลิต กิตติชัยการ, Ph.D. )

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

( รองศาสตราจารย์กัญจนา ชีระกุล, D.Agr. )

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การควบคุมแขนกลหนึ่งแขนแบบมีข้อต่อยืดหยุ่นได้โดยใช้เทคนิคแบ็คสเต็ปป์อิงเทลลิเจนท์

Control of a One-Link Flexible-Joint Robot Using Backstepping Intelligent Control

โดย

นายสิริชัย นิธิอุทัย

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

พ.ศ. 2551

สิริชัย นิธิอุทัย 2551: การควบคุมแขนกลหนึ่งแขนแบบมีข้อต่อยืดหยุ่นได้โดยใช้เทคนิค  
แบ็กสเต็ปป์อิงอินเทลลิเจนต์ ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)  
สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก:  
อาจารย์วิฑิต ฉัตรรัตนกุลชัย, Ph.D. 62 หน้า

แขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ คือแขนกลที่มีจุดเชื่อมต่อระหว่างแขนที่สามารถยืดหยุ่นได้เพื่อ  
ป้องกันความเสียหายจากการกระแทกหรือชนกันอย่างไม่ตั้งใจ แต่เนื่องจากมีความยืดหยุ่นเข้ามา  
เกี่ยวข้อง ทำให้แบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้มีความซับซ้อนและอยู่  
ในรูปของสมการไม่เชิงเส้น และการหาแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลจากกฎพื้นฐานทาง  
ฟิสิกส์ทำได้ยาก และต้องตั้งสมมุติฐานมากมายในสร้างสมการ ทำให้แบบจำลองสมการการเคลื่อนที่  
ของแขนกลที่หาได้ไม่ตรงกับการเคลื่อนที่ของแขนกลจริง จึงทำให้มีประสิทธิภาพการควบคุมลดลง

งานวิจัยนี้อธิบายเกี่ยวกับการออกแบบการควบคุมแขนกลหนึ่งแขนที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ด้วย  
วิธีแบ็กสเต็ปป์อิงอินเทลลิเจนต์ ซึ่งใช้พื้นฐานการควบคุมแบบแบ็กสเต็ปป์อิงและใช้โครงข่ายประสาท  
เทียมในการประมาณค่าฟังก์ชันจากสมการการเคลื่อนที่ที่ทำให้ไม่ต้องใช้สมการการเคลื่อนที่ที่ถูกต้อง  
แม่นยำในการออกแบบการควบคุมซึ่งทำได้ยากมาก และสามารถนำวิธีการควบคุมนี้ไปประยุกต์ใช้กับ  
การควบคุมระบบอื่นๆที่มีความซับซ้อนของระบบมากหรือระบบที่ไม่สามารถหาสมการการเคลื่อนที่  
ที่แน่นอน

ผลการเปรียบเทียบการจำลองวิธีการควบคุมนี้กับแขนกลเทียบกับวิธีการควบคุมแบบ  
Backstepping เพียงอย่างเดียวที่สมมุติว่ามีสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่ตรงกันอย่างสมบูรณ์กับ  
แขนกลจริง พบว่า วิธีการควบคุมแบบ Backstepping เพียงอย่างเดียวซึ่งใช้สมการการเคลื่อนที่ในการ  
ออกแบบการควบคุมนั้นมีประสิทธิภาพการควบคุมที่ดีกว่า แต่เมื่อทดลองกับแขนกลจริงพบว่าวิธีการ  
ควบคุมนี้มีประสิทธิภาพดีกว่าเนื่องจากแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ที่หาได้ไม่ตรงกับแขนกลจริง  
อย่างสมบูรณ์

Sirichai Nithi-uthai 2008: Control of a One-Link Flexible-Joint Robot Using Backstepping Intelligent Control. Master of Engineering (Mechanical Engineering), Major Field: Mechanical Engineering, Department of Mechanical Engineering. Thesis Advisor: Mr. Withit Chatlatanagulchai, Ph.D. 62 pages.

Flexible-joint robot manipulator is a manipulator that has flexibility at its joint to prevent damage from unintentional collision and impact. Having flexibility at its joint, the mathematical model of the manipulator is complicated and is in the nonlinear form. Finding this mathematical model from physical laws is difficult and requires many assumptions. As a result, the mathematical model is inaccurate and does not match the actual robot dynamic well. The control design from this inaccurate model has less efficiency.

This research presents control system design of a flexible-joint robot manipulator using backstepping intelligent method. Using backstepping structure and neural networks to approximate plant functions, the mathematical model from the physical laws, which is difficult to obtain accurately, is not required. This method can also be applied to other systems that are complicated, whose models are difficult to obtain accurately.

Simulation result of applying the backstepping intelligent method are compared with that of applying the backstepping method designed from exact model. The comparison shows that the backstepping method delivers better performance than the backstepping intelligent method because the design was performed on the exact model. However, actual experiments show the contrast. The backstepping intelligent method delivers better performance in actual experiments due to the fact that the model does not match the actual system perfectly.

---

Student's signature

---

Thesis Advisor's signature

## กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.วิฑิต นัตรรัตนกุลชัย ประธานกรรมการที่ปรึกษา  
วิทยานิพนธ์ ที่ได้ช่วยเหลือในการวางแผนการดำเนินงานวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ตลอดจนการให้  
คำปรึกษาแนะนำและตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนกระทั่งเสร็จสมบูรณ์และขอกราบขอบพระคุณ  
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย ศิวะโกศิษฐ กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.  
ทวีเดช ศิริธนาพิพัฒน์ ประธานการสอบ และ ศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เศษะอำไพ ผู้ทรงคุณวุฒิ  
ภายนอกสถาบัน ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำและช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์ให้สำเร็จลุล่วงไป  
ด้วยดี

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ รวมไปถึงญาติๆ และเพื่อน ๆ ทุกคนที่คอยให้ความช่วยเหลือ  
และกำลังใจ ซึ่งแนะและสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

สิริชัย นิธิอุทัย

สิงหาคม 2551

**สารบัญ**

	<b>หน้า</b>
สารบัญ	(1)
สารบัญภาพ	(2)
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	(4)
คำนำ	1
การตรวจเอกสาร	2
วิธีการทดลอง	6
ผลการทดลองและวิจารณ์	43
สรุป	59
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	60
ประวัติการศึกษา และการทำงาน	62

## สารบัญญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	โครงสร้างของแขนกลแบบหนึ่งแขนที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ซึ่งเคลื่อนที่ในแนวระนาบ	6
2	ระยะที่เปลี่ยนไปของสปริงเมื่อแขนกลมีการเคลื่อนที่	7
3	ลักษณะการยึดhubติดกับโต๊ะ	11
4	ผลการสั่นอย่างอิสระของแขนกล	11
5	ภาพขยายผลการสั่นอย่างอิสระของแขนกล	12
6	แรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับมอเตอร์ในการทำ system ID	15
7	ผลการเคลื่อนที่ของแขนกล จากแบบจำลองแขนกลเทียบกับแขนกลจริง	15
8	ผลการเคลื่อนที่ของ hub จากแบบจำลองแขนกลเทียบกับแขนกลจริง	16
9	ตัวอย่างการใช้การควบคุมแบบ Backstepping กับระบบสมการกำลัง 4	18
10	โครงสร้างของโครงข่ายประสาทเทียมชนิด three-layer	21
11	ค่าของฟังก์ชัน sigmoidal	22
12	ภาพของแขนกลจริงที่ใช้ในการทดลอง	41
13	โครงสร้างของการทดลองทั้งหมด	42
14	ผลการจำลองการเคลื่อนที่ของlink ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว	44
15	ผลการจำลองความเร็วของlink ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว	44
16	ผลการจำลองการเคลื่อนที่ของhub ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว	45
17	ผลการจำลองความเร็วของhub ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว	45
18	การจำลองแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้มอเตอร์ในการควบคุมด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว	46
19	ผลการเคลื่อนที่จริงของ link ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว	47
20	ผลของความเร็วจริงของ link ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว	47
21	ผลการเคลื่อนที่จริงของ hub ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว	48
22	ผลของความเร็วจริงของ hub ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว	48
23	แรงดันไฟฟ้าจริงที่จ่ายให้มอเตอร์ในการควบคุมด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว	49
24	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีการควบคุมแบบ backstepping เพียงอย่างเดียวกับแขนกลจริง	49

## สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
25	ผลการจำลองการเคลื่อนที่ของ link ด้วยการควบคุมแบบ model-independent backstepping control : direct method	51
26	แสดงผลการจำลองของความเร็วของ link ด้วยการควบคุมแบบ model-independent backstepping control : direct method	51
27	ผลการจำลองการเคลื่อนที่ของ hub ด้วยการควบคุมแบบ model-independent backstepping control : direct method	52
28	ผลการจำลองของความเร็วของ hub ด้วยการควบคุมแบบ model-independent backstepping control : direct method	52
29	ผลการจำลองแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้มอเตอร์ในการควบคุมแบบ model-independent backstepping control : direct method	53
30	ผลการเคลื่อนที่จริงของ link ด้วยการควบคุมแบบ model-independent backstepping control : direct method	54
31	ผลของความเร็วจริงของ link ด้วยการควบคุมแบบ model-independent backstepping control : direct method	54
32	ผลการเคลื่อนที่จริงของ hub ด้วยการควบคุมแบบ model-independent backstepping control : direct method	55
33	ผลของความเร็วจริงของ hub ด้วยการควบคุมแบบ model-independent backstepping control : direct method	55
34	แรงดันไฟฟ้าจริงที่จ่ายให้มอเตอร์ในการควบคุมแบบ model-independent backstepping control : direct method	56
35	ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีการควบคุมแบบ backstepping intelligent : direct method กับแผนกจริง	56
36	ผลการประมาณค่าของฟังก์ชัน $h_2$ จากการจำลองเทียบกับการทดลองจริง	57
37	แสดงผลการประมาณค่าของฟังก์ชัน $h_4$ จากการจำลองเทียบกับการทดลองจริง	58

### คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

$c$	=	ค่าความหน่วงที่จุดหมุนของแขนกล
$c_i$	=	ค่าอัตราขยายสัญญาณของการควบคุมแบบ Backstepping
$D$	=	Dissipative power
$d$	=	ระยะระหว่างจุดยึดสปริงบน hub ถึงจุดหมุนแขนกลในแนวตั้ง
$d_u$	=	neural network residual error
$d_{ai}$	=	สิ่งรบกวนจากภายนอก
$e_i$	=	ค่าความคลาดเคลื่อนจากการเคลื่อนที่ของแขนกลเทียบกับเส้นทางที่ออกแบบ
$F_1, F_2$	=	แรงที่เกิดจากสปริง
$Fr$	=	แรงที่เกิดจากสปริงในขณะที่ไม่มีการเคลื่อนที่
$I$	=	กระแสไฟฟ้าที่จ่ายให้มอเตอร์
$J_{hub}$	=	โมเมนต์ความเฉื่อยของ hub
$J_{link}$	=	โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนกล
$K$	=	พลังงานจลน์
$K_i$	=	ค่าอัตราขยายสัญญาณของ variable structure control
$k_{stiff}$	=	ค่าความยืดหยุ่นของสปริงแบบขด
$k$	=	ค่าความยืดหยุ่นของสปริง
$k_m$	=	ค่าคงที่ของมอเตอร์
$k_g$	=	อัตราทดเฟือง
$L_1, L_2$	=	ระยะสปริงที่เปลี่ยนไป
$L$	=	ระยะสปริงในขณะที่ไม่มีการยืด-หด
$l$	=	จำนวน node ของโครงข่ายประสาทเทียม
$M$	=	โมเมนต์รอบจุดหมุนของแขนกล
$m$	=	จำนวนของระบบย่อยๆ ในการควบคุมแบบ Backstepping
$P$	=	พลังงานศักย์ยืดหยุ่น
$Q_1, Q_2$	=	พลังงานภายนอกของสมการ Lagrange
$R$	=	ระยะระหว่างจุดหมุนแขนกลถึงจุดยึดสปริงบนแขนกล
$R_m$	=	ค่าความต้านทานของมอเตอร์
$r$	=	ระยะระหว่างจุดยึดสปริงบน hub ถึงจุดหมุนแขนกลในแนวนอน

## คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

$S(\bullet)$	=	เมตริกของ activation function
$S'$	=	เมตริกในแนวทแยง ของอนุพันธ์ของ activation function
$s(\bullet)$	=	activation function
$\text{sgn}(\bullet)$	=	signum function
$T$	=	แรงบิดของมอเตอร์
$u$	=	แรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้มอเตอร์
$u_{idvsc}$	=	variable structure control
$V_i$	=	Lyapunov function , เมตริกของค่าน้ำหนักของโครงข่ายประสาทเทียม
$V_U$	=	ขอบเขตของค่าน้ำหนักของโครงข่ายประสาทเทียม
$v_{ij}$	=	ค่าน้ำหนักของโครงข่ายประสาทเทียม
$W_i$	=	เมตริกของค่าน้ำหนักของโครงข่ายประสาทเทียม
$W_U$	=	ขอบเขตของค่าน้ำหนักของโครงข่ายประสาทเทียม
$w_i$	=	ค่าน้ำหนักของโครงข่ายประสาทเทียม
$x_i$	=	ตัวแปรสแตต
$x_{id}$	=	virtual control input
$\bar{Z}$	=	เมตริกของ input ของโครงข่ายประสาทเทียม
$\mathcal{E}$	=	ค่าคลาดเคลื่อนจากการประมาณค่าด้วยโครงข่ายประสาทเทียม
$\mathcal{E}_U$	=	ขอบเขตของค่าคลาดเคลื่อนจากการประมาณค่าด้วยโครงข่ายประสาทเทียม
$\Gamma_i$	=	ค่าอัตราขยายสัญญาณของสมการปรับค่าน้ำหนักของโครงข่ายประสาทเทียม
$\theta_1$	=	มุมของแกนกลเทียบกับฐาน
$\theta_2$	=	มุมของ hub เทียบกับฐาน
$\omega_n$	=	ความถี่ธรรมชาติ
$\zeta$	=	Damping ratio
$\tilde{\cdot}$	=	ค่าความคลาดเคลื่อนจากค่าประมาณเทียบกับค่าจริงของฟังก์ชัน
$\hat{\cdot}$	=	ค่าประมาณของฟังก์ชัน
$\cdot^*$	=	ค่าจริงของฟังก์ชัน

# การควบคุมแขนกลหนึ่งแขนแบบมีข้อต่อยืดหยุ่นได้โดยใช้ เทคนิคแบ็คสแต็ปปีงอินเทลลิเจนท์

## Control of a One-Link Flexible-Joint Robot Using Backstepping Intelligent Control

### คำนำ

ในปัจจุบันได้มีการพัฒนาหุ่นยนต์ให้เข้ามามีบทบาทในอุตสาหกรรมมากขึ้นเนื่องจากปัจจัยต่างๆ เช่นค่าแรงที่สูงขึ้น หรือความชำนาญที่มีไม่เพียงพอ โดยหุ่นยนต์ได้ถูกนำมาทดแทนแรงงานคนทั้งในด้านของการเพิ่มผลผลิตและการลดอัตราการเสี่ยงชีวิตในงานที่มีอันตรายสูง เช่น งานยกเหล็กเข้าเตาหลอม งานที่เกี่ยวข้องกับสารเคมี งานประกอบ งานบรรจุผลิตภัณฑ์ งานเชื่อม งานตัด ฯลฯ

แขนกลเป็นหนึ่งในส่วนประกอบของหุ่นยนต์ที่เลียนแบบช่วงแขนของมนุษย์ ใช้สำหรับยก หีบ จับ หรือ เคลื่อนย้ายวัตถุหรืออุปกรณ์ต่างๆ ถ้าในขณะที่ใช้งานแขนกลมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงอาจเกิดการกระแทกขึ้นที่ปลายแขนกลเนื่องจากอุบัติเหตุ ซึ่งอาจทำให้เกิดความเสียหายต่อชิ้นงานหรือบุคคลได้ ดังนั้นถ้าจุดหมุนหรือข้อต่อของแขนกลสามารถยืดหยุ่นได้ ก็อาจจะดูดซับแรงบางส่วนจากการชนกระแทกทำให้สามารถลดความสูญเสียจากอุบัติเหตุได้ แต่ปัญหาเรื่องการควบคุมความแม่นยำของแขนกลแบบมีข้อต่อยืดหยุ่นได้นั้นสามารถทำได้ยากเนื่องจากแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของของแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้อยู่ในรูปของสมการไม่เชิงเส้นซึ่งการเคลื่อนที่แบบไม่เชิงเส้นนั้นมีความยากมากในการคำนวณ และไม่สามารถหาค่าที่แน่นอนได้

งานวิจัยนี้มุ่งที่จะศึกษาและควบคุมแขนกลหนึ่งแขนแบบมีข้อต่อยืดหยุ่นได้โดยใช้เทคนิคแบ็คสแต็ปปีงร่วมกับการใช้โครงข่ายประสาทเทียมในการประมาณค่าตัวแปรที่ไม่สามารถหาค่าที่แน่นอนได้ เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับการควบคุมแบบแบ็คสแต็ปปีงที่ไม่มีการใช้โครงข่ายประสาทเทียม ซึ่งช่วยให้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการควบคุมอุปกรณ์อื่นๆที่มีความซับซ้อนของระบบมากหรือระบบที่ไม่สามารถหาสมการการเคลื่อนที่ที่แน่นอนได้

## การตรวจเอกสาร

แขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ (Flexible Joint Robot) คือแขนกลชนิดหนึ่งที่มีจุดเชื่อมต่อระหว่างแขนที่สามารถยืดหยุ่นได้ ความยืดหยุ่นของข้อต่อเกิดจาก เกียร์ สายพาน หรือชุดขับเคลื่อนที่ใช้สำหรับเคลื่อนที่ของแขนกล ซึ่งมีอยู่ในเครื่องจักรส่วนใหญ่ หรือ เกิดจากการออกแบบเป็นพิเศษเพื่อป้องกันความเสียหายจากการกระแทกหรือชนกันอย่างไม่ตั้งใจ เนื่องจากมีความยืดหยุ่นเข้ามาเกี่ยวข้อง ทำให้แบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้อยู่ในรูปของสมการไม่เชิงเส้น (nonlinear differential equation) ซึ่งการควบคุมระบบที่มีสมการการเคลื่อนที่แบบไม่เชิงเส้นนั้นมีความยากกว่าระบบเชิงเส้นมาก และยังเป็นหัวข้อวิจัยที่น่าสนใจในปัจจุบัน

ถ้าแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลมีความผิดพลาดหรือคลาดเคลื่อน จะทำให้การควบคุมความแม่นยำของแขนกลคลาดเคลื่อนด้วย ซึ่งแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลจริงนั้นไม่สามารถแสดงได้ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ได้เนื่องจากมีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่จำกัด (sine, cosine, exponential, logarithm, ฯลฯ) และการหาแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลจากกฎพื้นฐานทางฟิสิกส์ซึ่งจะต้องตั้งสมมุติฐานมากมายขณะสร้างสมการ จึงทำให้แบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่หาได้ไม่ตรงกับแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลจริงทำให้การวิเคราะห์และการออกแบบระบบควบคุมที่แม่นยำนั้นทำได้ยาก

ด้วยสาเหตุนี้จึงมีผู้คิดค้นการควบคุมความแม่นยำของแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ด้วยวิธีการต่างๆมากมาย เช่น การใช้ PID controller, feedback linearization, adaptive control, intelligent system, singular perturbation, integral manifold ฯลฯ ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้การควบคุมที่พิจารณาคือ การควบคุมแบบ Backstepping ร่วมกับการใช้โครงข่ายประสาทเทียม ซึ่งไม่ต้องใช้สมการการเคลื่อนที่ในการออกแบบการควบคุม ทำให้สามารถนำการควบคุมนี้ประยุกต์ไปใช้กับระบบอื่นๆที่มีความซับซ้อนมากๆ หรือไม่สามารถหาสมการการเคลื่อนที่ได้

Krikochoritis and Tzafestas (2001) ได้เสนอการออกแบบชุดควบคุมสำหรับแขนกลแบบหนึ่งแขนที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้โดยใช้เทคนิคการควบคุมแบบ Feedback Linearization ซึ่งเป็นหนึ่งในวิธีการควบคุมระบบที่เป็นสมการไม่เชิงเส้น ร่วมกับการใช้โครงข่ายประสาทเทียมเพื่อใช้หาแบบจำลองการเคลื่อนที่ทางสมการที่แท้จริงของแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ และใช้เพื่อประมาณค่า input ของแขนกล ซึ่งจะทำให้ง่ายเหมือนกับการควบคุมระบบที่เป็นสมการเชิงเส้น และมีประสิทธิภาพในกรณีที่แขนกลมีความอิสระในการเคลื่อนที่ (degree of freedom) หรือมีข้อต่อมากๆ

Zribi and Ahmad (1993) ได้เสนอวิธีการควบคุมแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ โดยใช้ทฤษฎีของ Lyapunov ในการออกแบบการควบคุม ซึ่งวิธีนี้จะต้องรู้ค่าจริงของแขนกลและน้ำหนักบรรทุกทั้งหมด ก่อนจึงจะสามารถคำนวณการออกแบบการควบคุมได้

Tian (1998) เสนอวิธีการควบคุมสำหรับแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ โดยการใช้แรงบิดของข้อต่อ ในการควบคุมและไม่ต้องรู้ค่าจริงของตัวแปรในสมการการเคลื่อนที่ของแขนกล ด้วยวิธีการควบคุมแบบ adaptive constrained motion controller ซึ่งปรับตัวตามความไม่แน่นอนของแบบจำลองของแขนกล ร่วมกับวิธีการควบคุมแบบ joint torque sliding mode controller ซึ่งช่วยจัดการกับสิ่งรบกวนจากภายนอก เรียกว่า adaptive and sliding control system และวิเคราะห์เสถียรภาพด้วยการใช้ทฤษฎีของ Lyapunov stability

Min and Young (2004) เสนอการควบคุมแขนกลด้วยวิธี adaptive neurocontroller ซึ่งประกอบด้วยสองส่วนคือ ตัวประมาณค่าแบบRBFN (Radial Basis Function Network) จะสร้าง สัญญาณควบคุมมอเตอร์ และ saturation function จะป้องกันความเสียหายของแขนกล และได้ทดลองวิธีการควบคุมนี้กับแขนกลชนิด SCARA เปรียบเทียบกับการควบคุมแบบPID ซึ่งให้ผลดีกว่าการควบคุมแบบ PID

Gong and Yao (2001) ได้ใช้ three-layer neural networkในการเรียนรู้ฟังก์ชันของระบบที่เป็น single input single output (SISO) แบบ online

Wang *et al.* (2001) ใช้ fuzzy-neural network และ variable structure control กับระบบที่เป็นแบบ SISO

Ge (1996) เสนอการควบคุมที่ปรับตัวได้สำหรับแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ โดยใช้เทคนิคการควบคุมแบบ singular perturbation และใช้เฉพาะตำแหน่งและ ความเร็วในการfeedback และได้ทดลองใช้การควบคุมนี้โดยการจำลองกับแขนกลแบบสองแขน

Chao *et al.* (2008) เสนอวิธีการแก้ปัญหา เนื่องจากการไม่รู้สมการการเคลื่อนที่ของแขนกลจริงที่ถูกต้องแม่นยำ ด้วยการควบคุมที่ปรับตัวได้ ซึ่งสามารถจัดการกับความไม่แน่นอนของสมการ การเคลื่อนที่ ของแขนกล และ มอเตอร์ของแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ ทำให้ไม่ต้องใช้ค่าจริงของสมการเคลื่อนที่ของแขนกล และได้จำลองการควบคุมนี้กับแขนกลแบบสองแขนที่ถือวัตถุที่มีน้ำหนักไม่แน่นอนอยู่

Huang et al. (2006) เสนอการควบคุมตำแหน่งและแรง กับแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ที่มีความไม่แน่นอนในสมการการเคลื่อนที่ ด้วยการควบคุมแบบ singular perturbation ซึ่งมีการออกแบบจากพื้นฐานของ Lyapunov โดยสมมติให้ค่าความยืดหยุ่นของข้อต่อและความถี่ของมอเตอร์เป็นค่าที่ไม่รู้ ใช้สัญญาณในการควบคุมคือ ตำแหน่ง และความเร็ว แทนที่จะใช้แรงบิดที่ข้อต่อเพื่อหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวน

Tahboub (1996) ใช้วิธีการควบคุมแบบ novel disturbance-rejection ซึ่งจะเปลี่ยนสิ่งรบกวนจากภายนอกที่กระทำกับระบบเป็นค่าที่สามารถประมาณได้ทางสถิติ กับแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ โดยใช้เฉพาะตำแหน่งของแขนกลในการควบคุม

Jong and Jin (1997) ได้เสนอเทคนิคการออกแบบการควบคุมแขนกลชนิดที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ โดยใช้วิธีการ Backstepping ซึ่งเทคนิคการควบคุมแบบนี้ไม่ต้องการการวัดความเร่งที่ข้อต่อเหมือนวิธีการควบคุมแบบ Feedback Linearization แต่จะทำการวัดตำแหน่งและความเร็วของแขนกลแทน และ error ของตำแหน่งและความเร็วของแขนกลจะเข้าสู่ศูนย์อย่างรวดเร็ว และได้ทำการเปรียบเทียบการจำลองแขนกลด้วยการควบคุมแบบ Backstepping กับการควบคุมแบบอื่นเพื่อพิสูจน์ว่าประสิทธิภาพของชุดควบคุมที่เสนอนี้มีประสิทธิภาพเหนือกว่าชุดควบคุมแบบอื่นๆ เมื่อตัวแปรในระบบทั้งหมดรู้ค่าที่แน่นอน

Kwan and Lewis (2000) ได้เสนอการออกแบบชุดควบคุมสำหรับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยใช้วิธีการ Backstepping ที่เพิ่มการใช้ Two-layer neural network เพื่อให้ระบบควบคุมสามารถเรียนรู้ฟังก์ชันและตัวแปรของสมการในระบบแบบ multi input multi output (MIMO) ที่อยู่ในรูป strict feedback form ได้ด้วยตัวเอง ทำให้ไม่ต้องคำนวณสมการการเคลื่อนที่ที่ถูกต้องแม่นยำซึ่งทำได้ยากในกรณีที่มี DOF มากๆ

Ge et al. (2002) ใช้ radial basis function network (RBFN) กับระบบแบบ single input single output (SISO) ที่อยู่ในรูป strict feedback การออกแบบการควบคุมได้ใช้วิธีการควบคุมแบบ backstepping และ direct method มี variable structure control ช่วยเพิ่มความเสถียรในการควบคุม

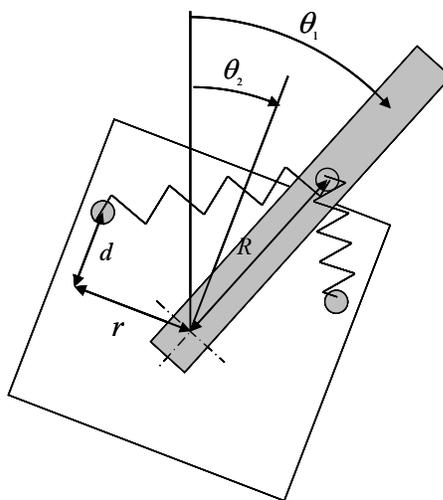
Chatlatanagulchai (2006) ได้เสนอวิธีการควบคุมระบบที่มีความซับซ้อนหรือมีตัวแปรไม่แน่นอน โดยใช้วิธีการควบคุมระบบที่เป็นแบบไม่เชิงเส้นแบบ Backstepping ร่วมกับ Three Layer Neural Network เพื่อประมาณค่าฟังก์ชันที่ไม่รู้หรือตัวแปรที่ไม่แน่นอนของระบบ และใช้ Luenberger-type observer เป็นตัวสังเกตการณ์ของระบบควบคุมเพื่อให้ระบบควบคุมมีความแม่นยำมากขึ้น ทำให้ไม่ต้องใช้สมการการเคลื่อนที่ของระบบในการออกแบบการควบคุม ได้ทำการทดลองโดยจำลองระบบการควบคุมด้วยโปรแกรม Matlab และเปรียบเทียบกับผลการทดลองจริงกับแขนกลแบบสองแขนชนิดที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ ซึ่งผลที่ได้นั้น ให้ประสิทธิภาพของการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดนั้นแยกจากระบบที่ใช้แบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ที่มีฟังก์ชันและตัวแปรที่แน่นอน แต่มีประสิทธิภาพดีกว่าระบบที่ใช้

แบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ที่มีฟังก์ชันและตัวแปรที่ไม่แน่นอน ซึ่งวิธีการนี้สามารถนำไปใช้ได้จริงกับระบบที่มีความซับซ้อนมากๆ ได้

## วิธีการทดลอง

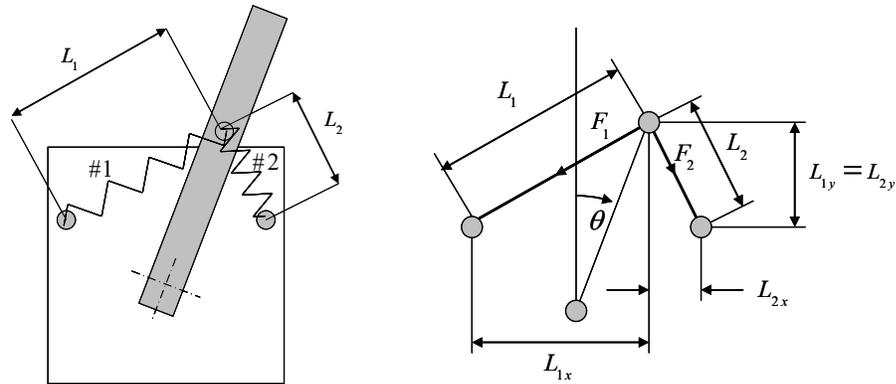
### 1. การสร้างแบบจำลองของแขนกล

#### 1.1 การหาสมการการเคลื่อนที่ของแขนกล



ภาพที่ 1 แสดงถึง โครงสร้างของแขนกลแบบหนึ่งแขนที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ ซึ่งเคลื่อนที่ในแนวระนาบ

ในส่วนนี้จะแสดงถึงการหาสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ ซึ่งมีลักษณะดังภาพที่ 1 เป็นแบบจำลองของแขนกลที่ใช้ในการทดลองซึ่งตั้งอยู่ที่ห้อง Control of Robot and Vibration Laboratory (CRV Lab) ตึก RDiPT แขนกลนี้มีลักษณะการเคลื่อนที่ในแนวระนาบ ข้อต่อถูกทำให้ยืดหยุ่นได้โดยการติดสปริงระหว่างแขนกลและ hub ทั้งสองข้าง มี encoder#1 ติดตั้งอยู่ระหว่างจุดหมุนของแขนกลและ hub สำหรับวัดมุมที่แขนกลหมุนไปเนื่องจากแรงเฉื่อยเทียบกับ hub มี encoder#2 ติดตั้งอยู่ที่เพลาของมอเตอร์สำหรับวัดมุมที่ hub หมุนไปเทียบกับฐานซึ่งยึดติดกับโต๊ะ



ภาพที่ 2 แสดงระยะที่เปลี่ยนไปของสปริงเมื่อแกนกลมีการเคลื่อนที่

พิจารณาภาพที่ 2 เมื่อแกนกลเริ่มเคลื่อนที่จากมุม  $0^\circ$  ทำให้สปริง #1 เปลี่ยนความยาวเป็น  $L_1$  และสปริง #2 เปลี่ยนความยาวเป็น  $L_2$

$$L_{1x} = r - R \sin(\theta)$$

$$L_{1y} = R \cos(\theta) - d$$

$$L_1 = \sqrt{(L_{1x}^2 - L_{1y}^2)}$$

$$L_{2x} = r + R \sin(\theta)$$

$$L_{2y} = R \cos(\theta) - d$$

$$L_2 = \sqrt{(L_{2x}^2 - L_{2y}^2)}$$

ให้  $L$  คือความยาวของสปริงในขณะที่ไม่มีการยืดหรือหด ดังนั้นเมื่อยืดสปริงระหว่างแกนและ hub จะเกิดแรงดึงจากสปริงขึ้น

$$F_1 = k(L_1 - L) + Fr$$

$$F_2 = k(L_2 - L) + Fr$$

เมื่อ  $Fr$  คือแรงดึงกลับของสปริงในขณะที่ยานกลอยู่ในมุม  $0^\circ$  หรือก็คือในขณะที่ยานกลหยุดนิ่งในตำแหน่งสมดุล

แรงที่ถูกสร้างจากสปริงแต่ละตัวสามารถแยกส่วนได้เป็นแรงตามแนวแกน x และ y ดังนี้

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \frac{L_{1x}}{L_1} & F_{2x} &= F_2 \frac{L_{2x}}{L_2} \\ F_{1y} &= F_1 \frac{L_{1y}}{L_1} & F_{2y} &= F_2 \frac{L_{2y}}{L_2} \end{aligned}$$

ได้โมเมนต์รอบจุดหมุนคือ

$$M = R \cos(\theta)(F_{2x} - F_{1x}) - R \sin(\theta)(F_{1y} - F_{2y})$$

ซึ่งเป็นสมการไม่เชิงเส้นสามารถทำ linearize ที่มุม  $\theta = 0^\circ$  จะได้ค่าความยืดหยุ่นของข้อต่อโดยประมาณคือ

$$k_{stiff} = \left. \frac{\delta M}{\delta \theta} \right|_{\theta=0}$$

ทำให้สามารถเปลี่ยนการคำนวณการยืดสปริงแบบเชิงเส้นเป็นการคำนวณในลักษณะ torsional spring ได้

จากการใช้โปรแกรม Matlab คำนวณค่า  $k_{stiff}$  ได้

$$k_{stiff} = \left[ 2 \frac{R}{D^{3/2}} \right] \left\{ (Dd - Rr^2)Fr + (D^{3/2}d - DLd + Rr^2L)k \right\} \quad (1)$$

โดย  $D = r^2 + (R-d)^2$

จากลักษณะการเคลื่อนที่ของแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้นี้สามารถหาสมการพลังงานจลน์ได้คือ

$$K = \frac{1}{2} J_{hub} \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} J_{link} \dot{\theta}_1^2$$

ได้สมการพลังงานศักย์ยืดหยุ่นจากการกำหนดให้เป็น torsional spring คือ

$$P = \frac{1}{2} k_{stiff} (\theta_1 - \theta_2)^2$$

สมการ Dissipative power จาก viscous friction คือ

$$D = \frac{1}{2}c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^2$$

พลังงานภายนอกที่เกิดจาก แรงบิดของมอเตอร์ คือ

$$Q_1 = 0$$

$$Q_2 = T$$

จากการใช้สมการ Lagrange คือ

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial K}{\partial \theta_i} + \frac{\partial P}{\partial \theta_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_i} = Q_i, \quad i=1,2$$

เมื่อ  $i=1$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_1} = J_{link} \dot{\theta}_1$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = J_{link} \ddot{\theta}_1$$

$$\frac{\partial K}{\partial \theta_1} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta_1} = k_{stiff}(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_1} = c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$$

เมื่อ  $i = 2$

$$\begin{aligned}\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_2} &= J_{hub} \dot{\theta}_2 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_2} \right) &= J_{hub} \ddot{\theta}_2 \\ \frac{\partial K}{\partial \theta_2} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial \theta_2} &= -k_{stiff} (\theta_1 - \theta_2) \\ \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_2} &= -c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)\end{aligned}$$

จะได้สมการการเคลื่อนที่ของแขนกลนี้จากการใช้สมการ Lagrange คือ

$$\begin{aligned}J_{link} \ddot{\theta}_1 + k_{stiff} (\theta_1 - \theta_2) + c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) &= 0 \\ J_{hub} \ddot{\theta}_2 - k_{stiff} (\theta_1 - \theta_2) - c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) &= T\end{aligned}\quad (2)$$

แรงบิด ที่ถูกสร้างจากมอเตอร์สามารถคำนวณได้จากแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับมอเตอร์ตามสมการนี้

$$\begin{aligned}u &= IR_m + k_m k_g \dot{\theta}_2 \\ T &= k_g k_m I\end{aligned}$$

จะได้ แรงบิด คือ

$$T = \frac{k_g k_m u}{R_m} - \frac{k_m^2 k_g^2}{R_m} \dot{\theta}_2$$

แทนค่า T ในสมการ(2)ได้

$$\begin{aligned}J_{link} \ddot{\theta}_1 + k_{stiff} (\theta_1 - \theta_2) + c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) &= 0 \\ J_{hub} \ddot{\theta}_2 - k_{stiff} (\theta_1 - \theta_2) - c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) &= \frac{k_g k_m u}{R_m} - \frac{k_m^2 k_g^2}{R_m} \dot{\theta}_2\end{aligned}$$

หรือ

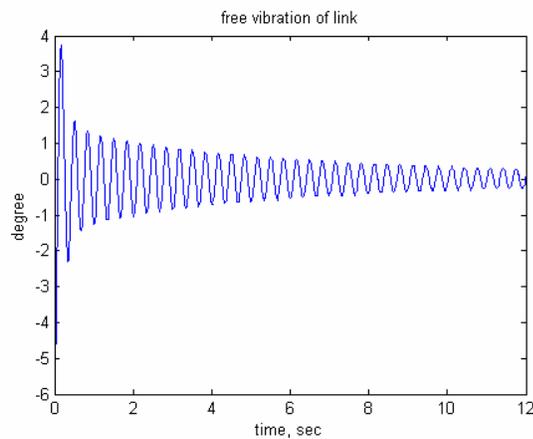
$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_1 &= -\frac{k_{stiff}}{J_{link}}\theta_1 - \frac{c}{J_{link}}\dot{\theta}_1 + \frac{k_{stiff}}{J_{link}}\theta_2 + \frac{c}{J_{link}}\dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 &= \frac{k_{stiff}}{J_{hub}}\theta_1 + \frac{c}{J_{hub}}\dot{\theta}_1 - \frac{k_{stiff}}{J_{hub}}\theta_2 - \left(\frac{c}{J_{hub}} + \frac{k_m^2 k_g^2}{R_m J_{hub}}\right)\dot{\theta}_2 + \frac{k_m k_g}{R_m J_{hub}}u\end{aligned}\quad (3)$$

## 1.2 การหาแบบจำลองของแขนกล (system identification)

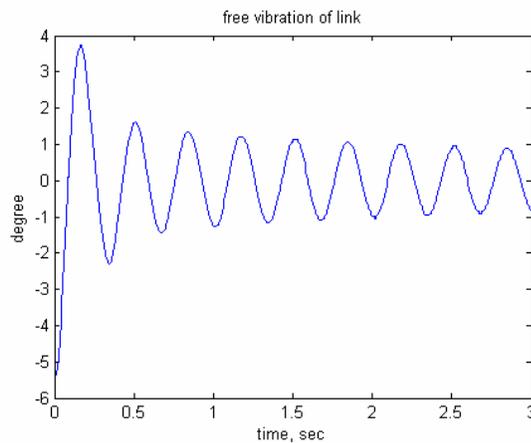
ในส่วนนี้จะอธิบายถึงการหาค่าของตัวแปรต่างๆของแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ซึ่งตั้งอยู่ที่ตึก RDiPt มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โดยยึด hub ติดกับโต๊ะแล้วโยก แขนกล ไปประมาณ 5 องศา แล้วปล่อยให้สั่นอย่างอิสระแล้วนำค่า overshoot มาคำนวณ



ภาพที่ 3 แสดงลักษณะการยึดhubติดกับโต๊ะ



ภาพที่ 4 แสดงผลการสั่นอย่างอิสระของแขนกล



ภาพที่ 5 แสดงภาพขยายผลการสั่นอย่างอิสระของแขนกล

การลดลงของ overshoot จากภาพที่ 5 สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$x_{on} = x_{(0)} e^{-\zeta \omega_n t}$$

$$x_{on} = x_{(0)} e^{-At}$$

เมื่อ  $n$  คือลำดับของ overshoot และ  $A = \zeta \omega_n$

Overshoot ที่ 1 ได้ค่า  $A$  คือ 2.1944

Overshoot ที่ 2 ได้ค่า  $A$  คือ 2.3515

Overshoot ที่ 3 ได้ค่า  $A$  คือ 1.4448

Overshoot ที่ 4 ได้ค่า  $A$  คือ 1.2674

Overshoot ที่ 5 ได้ค่า  $A$  คือ 1.0347

Overshoot ที่ 6 ได้ค่า  $A$  คือ 0.7778

เฉลี่ยคือ 1.4201

$$A = \zeta \omega_n = 1.4201$$

$$\zeta = \frac{1.4201}{\omega_n}$$

$$2\zeta \omega_n = 2.8402$$

ระยะห่างระหว่าง overshoot ที่ 1 ถึง 2 คือ 0.344 วินาที  
 ระยะห่างระหว่าง overshoot ที่ 2 ถึง 3 คือ 0.331 วินาที  
 ระยะห่างระหว่าง overshoot ที่ 3 ถึง 4 คือ 0.334 วินาที  
 ระยะห่างระหว่าง overshoot ที่ 4 ถึง 5 คือ 0.339 วินาที  
 ระยะห่างระหว่าง overshoot ที่ 5 ถึง 6 คือ 0.333 วินาที  
 ระยะห่างระหว่าง overshoot ที่ 6 ถึง 7 คือ 0.332 วินาที  
 เฉลี่ยคือ  $T = 0.3355$  วินาที

สมการสำหรับหาคาบการสั่น คือ

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$$

$$0.3355 = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\omega_n^2 (1-\xi^2) = \left(\frac{2\pi}{0.3355}\right)^2$$

$$\omega_n^2 - \omega_n^2 \xi^2 = \left(\frac{2\pi}{0.3355}\right)^2$$

$$\omega_n^2 - (1.4201)^2 = \left(\frac{2\pi}{0.3355}\right)^2$$

$$\omega_n^2 = \left(\frac{2\pi}{0.3355}\right)^2 + 1.4201^2$$

$$\omega_n^2 = 352.7481$$

$$\omega_n = 18.7816$$

$$\xi = \frac{1.4201}{\omega_n} = \frac{1.4201}{18.7816} = 0.07561$$

จาก สมการการเคลื่อนที่อย่างอิสระของ แขนกคือ

$$-k_{stiff}\theta - c\dot{\theta} = J_{link}\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{c}{J_{link}}\dot{\theta} + \frac{k_{stiff}}{J_{link}}\theta = 0$$

เมื่อเทียบกับรูปแบบพื้นฐานของสมการกำลังสองคือ

$$\ddot{\theta} + 2\xi\omega_n\dot{\theta} + \omega_n^2 = 0$$

จะได้

$$\omega_n^2 = \frac{k}{J_{link}} = 352.7481$$

$$2\xi\omega_n = \frac{c}{J_{link}} = 2.8402$$

ส่วนค่าอื่นๆในแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลนี้ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับแขนกลจริงได้ค่าดังนี้

$$\frac{k_{stiff}}{J_{hub}} = 460.721$$

$$\frac{c}{J_{hub}} = 3.3298$$

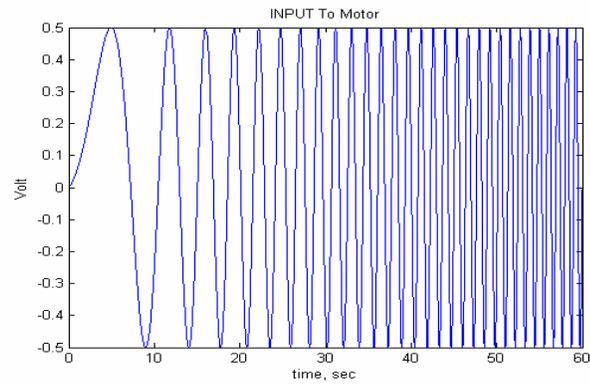
$$\left( \frac{c}{J_{hub}} + \frac{k_m^2 k_g^2}{R_m J_{hub}} \right) = 50$$

$$\frac{k_m k_g}{R_m J_{hub}} = 180$$

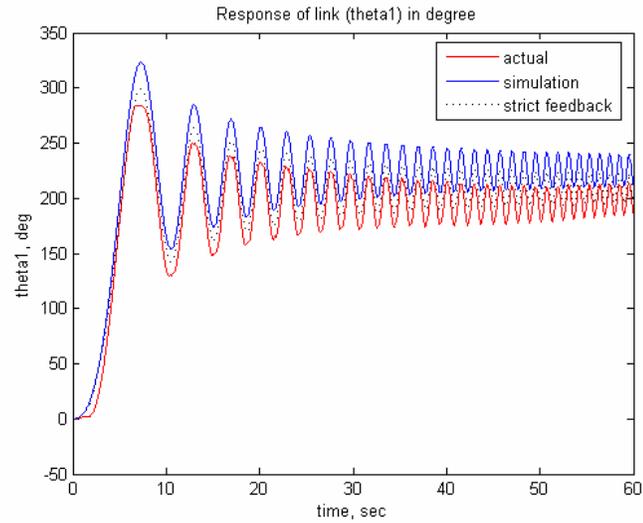
เมื่อแทนค่าที่ได้ทั้งหมดลงในสมการการเคลื่อนที่ของแขนกล (3) จะได้

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= -352.748\theta_1 - 2.8402\dot{\theta}_1 + 352.748\theta_2 + 2.8402\dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 &= 460.721\theta_1 + 3.3298\dot{\theta}_1 - 460.721\theta_2 - 50\dot{\theta}_2 + 180u \end{aligned} \quad (4)$$

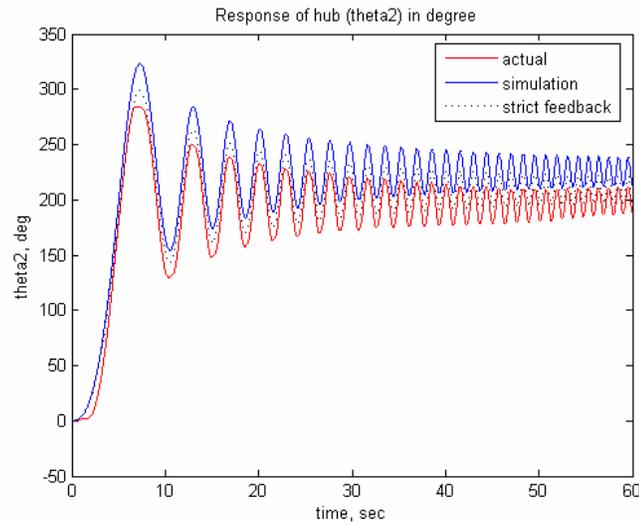
เพื่อทดลองผลการหาแบบจำลองของแขนกล จึงได้ให้แรงดันไฟฟ้ากับมอเตอร์เป็นสัญญาณ sine ซึ่งเปลี่ยนความถี่ตั้งแต่ 0.01 ถึง 0.5 Hz เป็นเวลา 60 วินาที ดังภาพที่ 6 และเปรียบเทียบผลการเคลื่อนที่จากแบบจำลองกับผลการเคลื่อนที่จากแขนกลจริง ผลการเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของแขนกล ( $\theta_1$ ) และ hub ( $\theta_2$ ) ได้แสดงในภาพที่ 7 และภาพที่ 8 ตามลำดับ โดยเส้นทึบคือผลการเคลื่อนที่จากการจำลอง และเส้นประคือผลการเคลื่อนที่จากแขนกลจริง ซึ่งได้แสดงว่าแบบจำลองสามารถเลียนแบบแขนกลจริงได้ค่อนข้างดี



ภาพที่ 6 แสดงแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับมอเตอร์ในการทำ system ID



ภาพที่ 7 แสดงผลการเคลื่อนที่ของแขนกล( $\theta_1$ ) จากแบบจำลองแขนกลเทียบกับแขนกลจริง



ภาพที่ 8 แสดงผลการเคลื่อนที่ของ hub ( $\theta_2$ ) จากแบบจำลองแขนกลเทียบกับแขนกลจริง

จากสมการที่ (3)

ให้  $x_1 = \theta_1$ ,  $x_2 = \dot{\theta}_1$ ,  $x_3 = \theta_2$ ,  $x_4 = \dot{\theta}_2$  สามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูป state space ได้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{stiff}}{J_{link}} & -\frac{c}{J_{link}} & \frac{k_{stiff}}{J_{link}} & \frac{c}{J_{link}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_{stiff}}{J_{hub}} & \frac{c}{J_{hub}} & -\frac{k_{stiff}}{J_{hub}} & -\left(\frac{c}{J_{hub}} + \frac{k_m^2 k_g^2}{R_m J_{hub}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_m k_g}{R_m J_{hub}} \end{bmatrix} \{u\}$$

และสามารถจัดรูปแบบสมการให้อยู่ในรูปของ strict feedback โดยการตัดพจน์  $\frac{c}{J_{link}} \dot{\theta}_2$  ออก  
จะได้

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2 + g_2 x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= f_4 + g_4 u \end{aligned} \quad (5)$$

เมื่อ

$$f_2 = -\frac{k_{stiff}}{J_{link}}x_1 - \frac{c_2}{J_{link}}x_2$$

$$g_2 = \frac{k_{stiff}}{J_{link}}$$

$$f_4 = \frac{k_{stiff}}{J_{hub}}x_1 + \frac{c}{J_{hub}}x_2 - \frac{k_{stiff}}{J_{hub}}x_3 - \left( \frac{c}{J_{hub}} + \frac{k_m^2 k_g^2}{R_m J_{hub}} \right) x_4$$

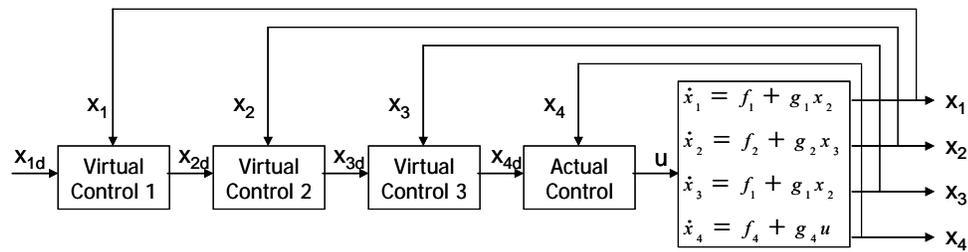
$$g_4 = \frac{k_m k_g}{R_m J_{hub}}$$

ผลการจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลที่มีสมการอยู่ในรูป strict feedback ได้แสดงเป็นเส้นจุดในภาพที่ 7 และภาพที่ 8 ซึ่งมีความคลาดเคลื่อนจากสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่หาได้เพียงเล็กน้อย ผลที่ได้จากการหาแบบจำลองของแขนกลนั้นไม่ตรงกับแขนกลจริงอย่างสมบูรณ์ ซึ่งในงานวิจัยนี้ไม่จำเป็นต้องใช้สมการการเคลื่อนที่ในการออกแบบการควบคุม แต่ได้แสดงการหาสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลนี้เพื่อใช้ในการพิสูจน์ประสิทธิภาพการควบคุมของการควบคุมแบบ Backstepping ซึ่งต้องใช้สมการการเคลื่อนที่ที่ถูกต้องแม่นยำในการออกแบบการควบคุม และใช้ในการจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกล ดังนั้นในการจำลองการควบคุมแขนกลแบบ Backstepping จึงสมมุติให้สมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่หาได้ตรงกับแขนกลจริงอย่างสมบูรณ์

## 2. การออกแบบการควบคุม

### 2.1 Backstepping control

Backstepping เป็นวิธีหนึ่งในการออกแบบการควบคุม ซึ่งใช้ทฤษฎีของ Lyapunov Stability โดยจะแบ่งระบบควบคุมทั้งหมดเป็นระบบควบคุมย่อยๆ ที่ต่อเนื่องกัน เรียกว่า virtual control และ actual control ซึ่ง virtual control และ actual control นี้จะทำหน้าที่ออกแบบ input ของแต่ละสมการให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด ตัวอย่างเช่น ต้องการให้  $x_1$  เคลื่อนที่ตามเส้นทางของ  $x_{1d}$  virtual control ที่ 1 ก็จะออกแบบ  $x_{2d}$  ซึ่งเป็นเป้าหมายการเคลื่อนที่ของ  $x_2$  ที่ทำให้  $x_1$  เคลื่อนที่ตามเส้นทางของ  $x_{1d}$  ได้ใกล้เคียงที่สุด เป็นต้น ทำให้สามารถออกแบบเส้นทางการเคลื่อนที่ของแต่ละสมการได้ตามต้องการ



ภาพที่ 9 แสดงตัวอย่างการใช้การควบคุมแบบ Backstepping กับระบบสมการกำลัง 4 (4<sup>th</sup>-order system)

ภาพที่ 9 แสดงตัวอย่างการใช้การควบคุมแบบ Backstepping กับระบบสมการกำลัง 4 (4<sup>th</sup>-order system) ซึ่งรู้ค่าที่แน่นอนของตัวแปรและฟังก์ชันต่างๆในระบบทั้งหมด โดยมีเป้าหมายคือทำให้เส้นทางการเคลื่อนที่ของ  $x_1$  มีค่าใกล้เคียงกับ  $x_{1d}$  มากที่สุด

จากสมการที่อยู่ในรูป strict feedback ที่ไม่มีการเพิ่มสิ่งรบกวนคือ

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_m &= f_m(x_1, x_2, \dots, x_m) + g_m(x_1, x_2, \dots, x_m)u \end{aligned} \quad (6)$$

เมื่อ  $x_i$ ,  $i=1, 2, \dots, m$  คือ สเตต ของแต่ละสมการ,  $u$  คือ control input,  $f_i, g_i$ ,  $i=1, 2, \dots, m$  คือ ฟังก์ชันไม่เชิงเส้น

ขั้นตอนที่ 1

พิจารณาที่สมการแรกของสมการที่ (6) เป้าหมายของการควบคุมคือทำให้  $x_1$  เคลื่อนที่ตามเส้นทางของ  $x_{1d}$  ให้ใกล้เคียงที่สุด ดังนั้นให้ ค่าคลาดเคลื่อนคือ  $e_1 = x_1 - x_{1d}$  และ  $e_2 = x_2 - x_{2d}$  หาอนุพันธ์ได้

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_1 &= f_1 + g_1x_2 - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_1 &= f_1 + g_1e_2 + g_1x_{2d} - \dot{x}_{1d} \end{aligned}$$

ให้ Lyapunov function คือ

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{2} e_1^2 \\ \dot{V}_1 &= e_1 \dot{e}_1 \\ \dot{V}_1 &= e_1 [f_1 + g_1 e_2 + g_1 x_{2d} - \dot{x}_{1d}] \end{aligned}$$

เลือก  $x_{2d}$  ที่ทำให้  $\dot{V}_1 < 0$  คือ

$$x_{2d} = g_1^{-1} [-f_1 + \dot{x}_{1d} - c_1 e_1]$$

แทนค่ากลับได้

$$\dot{V}_1 = -c_1 e_1^2 + g_1 e_1 e_2 < 0$$

เมื่อ  $c_1 > 0$  ส่วนพจน์ของ  $g_1 e_1 e_2$  จะถูกหักล้างในขั้นตอนถัดไป

ขั้นตอนที่  $i$  เมื่อ  $(2 \leq i \leq m-1)$

ให้ ค่าคลาดเคลื่อนคือ  $e_i = x_i - x_{id}$  และ  $e_{(i+1)} = x_{(i+1)} - x_{(i+1)d}$  หาอนุพันธ์ได้

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_{id} \\ \dot{e}_i &= f_i + g_i x_{(i+1)} - \dot{x}_{id} \\ \dot{e}_i &= f_i + g_i e_{(i+1)} + g_i x_{(i+1)d} - \dot{x}_{id} \end{aligned}$$

ให้ Lyapunov function คือ

$$\begin{aligned} V_i &= V_{(i-1)} + \frac{1}{2} e_i^2 \\ \dot{V}_i &= \dot{V}_{(i-1)} + e_i \dot{e}_i \\ \dot{V}_i &= \dot{V}_{(i-1)} + e_i [f_i + g_i e_{(i+1)} + g_i x_{(i+1)d} - \dot{x}_{id}] \end{aligned}$$

เลือก  $x_{(i+1)d}$  ที่ทำให้  $\dot{V}_i < 0$  คือ

$$x_{(i+1)d} = g_i^{-1} [-f_i + \dot{x}_{id} - c_i e_i - g_{(i-1)} e_{(i-1)}] \quad (7)$$

จะได้

$$\dot{V}_i = \left( \sum_{k=1}^i -c_k e_k^2 \right) + g_i e_i e_{(i+1)} < 0$$

เมื่อ  $c_k > 0$  ,  $k=1,2,\dots,i$  ส่วนพจน์ของ  $g_i e_i e_{(i+1)}$  จะถูกหักล้างในขั้นตอนถัดไป

ขั้นตอนที่  $m$

ให้ ค่าคลาดเคลื่อนคือ  $e_m = x_m - x_{md}$  หาอนุพันธ์ได้

$$\begin{aligned} \dot{e}_m &= \dot{x}_m - \dot{x}_{md} \\ \dot{e}_m &= f_m + g_m u - \dot{x}_{md} \end{aligned}$$

ให้ Lyapunov function คือ

$$\begin{aligned} V_m &= V_{(m-1)} + \frac{1}{2} e_m^2 \\ \dot{V}_m &= \dot{V}_{(m-1)} + e_m \dot{e}_m \\ \dot{V}_m &= \dot{V}_{(m-1)} + e_m [f_m + g_m u - \dot{x}_{md}] \end{aligned}$$

เลือก  $u$  ที่ทำให้  $\dot{V}_m < 0$  คือ

$$u = g_m^{-1} [-f_m + \dot{x}_{md} - c_m e_m - g_{(m-1)} e_{(m-1)}] \quad (8)$$

จะได้

$$\dot{V}_m = \left( \sum_{k=1}^m -c_k e_k^2 \right) < 0$$

เมื่อ  $c_k > 0$  ,  $k=1,2,\dots,m$

จากทฤษฎีของเสถียรภาพ Lyapunov ในหนังสือของ Hassan K.K. (2002) จะแสดงว่า ค่าคลาดเคลื่อนทั้งหมดจะ เข้าสู่ศูนย์แบบเชิงเส้นกำกับ (zero asymptotically)

## 2.2 โครงข่ายประสาทเทียม (Artificial Neural Network : ANN)

โครงข่ายประสาทเทียม คือ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่มีพื้นฐานการออกแบบมาจาก ระบบประสาทส่วนกลางและเซลล์ประสาท ในทางชีววิทยา ซึ่งเลียนแบบการทำงานของระบบประสาท ของมนุษย์ เช่น การเรียนรู้จากประสบการณ์ การจำแนกลักษณะ มาใช้กับ คอมพิวเตอร์เพื่อประยุกต์ใช้ งานด้านต่างๆ เช่น การทำนาย การจำแนกรูปแบบ การควบคุม การหาค่าเหมาะสม ฯลฯ ประกอบด้วยโครงสร้างพื้นฐานสามส่วนคือ

2.2.1 Weight หรือค่าน้ำหนักในการเชื่อมต่อของ Nodes แต่ละNodes ระหว่างชั้นรับ ข้อมูล และชั้นแสดงผล

2.2.2 Adder ทำหน้าที่ในการรวมผลคูณระหว่าง Input data และ Weight ที่อยู่ในแต่ละ Input nodes

2.2.3 Activation functions ทำหน้าที่ในการแปลงชุดข้อมูลที่ผ่านชั้นตอนที่ 2 แล้ว เป็น ค่า Output

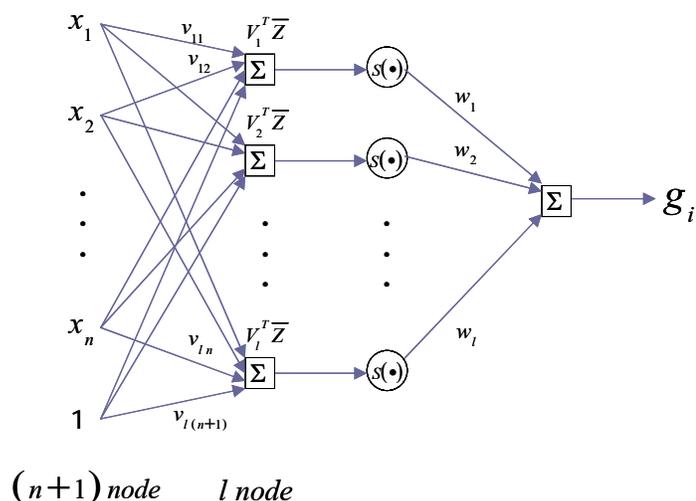
โครงสร้างของ neural network ได้แสดงในภาพที่ 10 เมื่อ

$x_1, x_2, \dots, x_n, 1$  คือ input

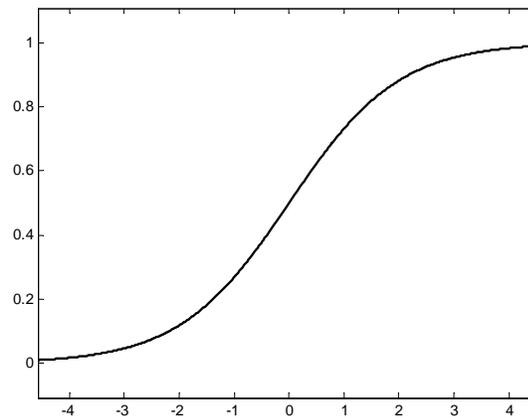
$g$  คือฟังก์ชันที่ต้องการประมาณค่า

$v_{11}, v_{12}, \dots, v_{l(n+1)}$  และ  $w_1, w_2, \dots, w_l$  คือค่าน้ำหนัก

$s(\cdot)$  คือ activation function ซึ่งใช้ที่นี่คือ sigmoidal function  $s(x) = 1/(1 + \exp(-x))$  ซึ่งมีค่าดังภาพที่ 11



ภาพที่ 10 แสดงโครงสร้างของโครงข่ายประสาทเทียมชนิด three-layer



ภาพที่ 11 แสดงค่าของฟังก์ชัน sigmoidal

และตัวแปรต่างๆในภาพที่ 10 หาได้จาก

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= [x_1, x_2, \dots, x_n, 1]^T \\ V &= [v_1, v_2, \dots, v_l] \\ v_i &= [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{i(n+1)}]^T \\ S(V^T \bar{Z}) &= [s(v_1^T \bar{Z}), s(v_2^T \bar{Z}), \dots, s(v_l^T \bar{Z}), 1]^T \\ W &= [w_1, w_2, \dots, w_l, w_{l+1}]^T \\ g &= W^T S(V^T \bar{Z})\end{aligned}$$

ให้ค่าจริงของฟังก์ชัน  $g$  ที่ได้จากการประมาณค่าด้วย three layer neural network คือ

$$g = W^{*T} S(V^{*T} \bar{Z}) + \varepsilon \quad (9)$$

เมื่อ  $W^*, V^*$  คือค่านำหนักอุดมคติ และ  $\varepsilon$  คือค่าคลาดเคลื่อนจากการประมาณค่าฟังก์ชัน  $g$  โดยที่  $\|\varepsilon\| < \varepsilon_U$  และ  $\varepsilon_U > 0$  คือขอบเขตของค่าคลาดเคลื่อนจากการประมาณค่าฟังก์ชัน  $g$

แต่เนื่องจากค่านำหนักอุดมคติ เป็นค่าที่ไม่รู้ ดังนั้นให้  $\hat{W}$  และ  $\hat{V}$  เป็นค่าประมาณของ  $W_i^*$  และ  $V_i^*$  ตามลำดับ จะได้การประมาณค่าของฟังก์ชัน  $g$  คือ

$$\hat{g} = \hat{W}^T S(\hat{V}^T \bar{Z}) \quad (10)$$

การหาค่าคลาดเคลื่อนของการประมาณค่าด้วย three layer neural network ได้อธิบายไว้ในงานของ Ge S.S. (1998) เมื่อให้ค่าคลาดเคลื่อนของค่าน้ำหนัก คือ  $\tilde{W} = \hat{W} - W^*$  และ  $\tilde{V} = \hat{V} - V^*$  จะได้

$$\hat{W}^T S(\hat{V}^T \bar{Z}) - W^{*T} S(V^{*T} \bar{Z}) = \tilde{W}^T (\hat{S} - \hat{S}' \hat{V}^T \bar{Z}) + \hat{W}^T \hat{S}' \tilde{V}^T \bar{Z} + d_u \quad (11)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \hat{S} &= S(\hat{V}^T \bar{Z}) \\ \hat{S}' &= \text{diag} \{ \hat{s}'_1, \hat{s}'_2, \dots, \hat{s}'_l \} \\ \hat{s}'_i &= s'(\hat{v}_i^T \bar{Z}) = \left. \frac{d[s(z_a)]}{dz_a} \right|_{z_a = \hat{v}_i^T \bar{Z}} \\ s(z_i) &= 1 / (1 + e^{-z_i}) \end{aligned}$$

Residual term  $d_u$  มีขอบเขตคือ

$$|d_u| \leq \|V^*\|_F \|\bar{Z} \hat{W}^T \hat{S}'\|_F + \|W^*\| \|\hat{S}' \hat{V}^T \bar{Z}\| + \|W^*\|_1 \quad (12)$$

### 2.3 Backstepping Intelligent : Indirect method

ในส่วนที่ 2.1 ได้อธิบายถึงวิธีการออกแบบการควบคุมแบบ Backstepping แต่วิธีการควบคุมวิธีนี้มีข้อเสียคือจะต้องรู้ฟังก์ชันของแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของระบบทั้งหมดก่อนจึงจะสามารถออกแบบการควบคุมได้ ซึ่งการหาแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ที่ถูกต้องแม่นยำนั้นทำได้ยากมาก เนื่องจากการหาแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่จากกฎพื้นฐานทางฟิสิกส์จะต้องตั้งสมมุติฐานมากมาย ขณะสร้างสมการ และ ไม่สามารถหาค่าที่แน่นอนของโมเมนต์ความเฉื่อย ( $J_{link}, J_{hub}$ ), ค่าความยืดหยุ่นของสปริง ( $k_{stiff}$ ) และค่าความฝืดของจุดหมุนของแขนกล ( $c$ ) ได้ จึงทำให้แบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่หาได้ไม่ตรงกับแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลจริง ดังนั้นในส่วนนี้จะอธิบายถึงการใช้ three layer neural network ในการประมาณค่าต่างๆที่ไม่สามารถหาค่าที่แน่นอนได้ในระบบ

พิจารณาระบบ SISO ที่อยู่ในรูป strict feedback form ที่มีกรเพิ่มสิ่งรบกวน  $d_{ai}$  เข้าไปด้วย

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)(x_{i+1} + d_{ai}(\bar{x}_m)) \quad , \quad 1 \leq i \leq m-1 \\ \dot{x}_m &= f_m(\bar{x}_m) + g_m(\bar{x}_m)(u + d_{am}(\bar{x}_m)) \\ y &= x_1\end{aligned}$$

เมื่อ

$$\bar{x}_i = \{x_1, \dots, x_i\}, i = 1 \dots m$$

$f_i(\bullet), g_i(\bullet), i = 1, \dots, m$  คือ ฟังก์ชันที่ไม่ทราบค่าจากสมการการเคลื่อนที่ของระบบ

ขั้นตอนที่ 1

ให้ ค่าคลาดเคลื่อนคือ  $e_1 = x_1 - x_{1d}$  และ  $e_2 = x_2 - x_{2d}$  หาอนุพันธ์ได้

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_2 &= \dot{f}_1 + g_1(x_2 + d_{a1}) - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_1 &= f_1 + g_1 e_2 + g_1 x_{2d} + g_1 d_{a1} - \dot{x}_{1d}\end{aligned}$$

ให้  $x_{2d}$  คือ virtual control input

สมมติว่าถ้าเรารู้ฟังก์ชันที่แน่นอนของ  $f_1(\bullet)$  และ  $g_1(\bullet)$  แล้ว และไม่สิ่งรบกวน เราจะได้

$$x_{2d}^* = \frac{1}{g_1^*} [-f_1^* + \dot{x}_{1d} - c_1 e_1]$$

แต่เนื่องจากเราไม่รู้ค่าฟังก์ชัน  $f_1(\bullet)$  และ  $g_1(\bullet)$  จึงกำหนดให้ virtual control คือ

$$\begin{aligned}x_{2d} &= \hat{g}_1^{-1} [-\hat{f}_1 + \dot{x}_{1d} - c_1 e_1] \\ &= [\hat{W}_{g_1}^T S_{g_1} (\hat{V}_{g_1}^T \bar{z}_{g_1})]^{-1} [-\hat{W}_{f_1}^T S_{f_1} (\hat{V}_{f_1}^T \bar{z}_{f_1}) + \dot{x}_{1d} - c_1 e_1 + u_{2dvsc}]\end{aligned}\tag{13}$$

variable structure control ( $u_{2dvsc}$ ) ถูกเพิ่มเข้าไปในสมการเพื่อหักล้างกับ residual term  $d_u$ , ค่า

คลาดเคลื่อนจากการประมาณค่าฟังก์ชัน  $\varepsilon_i$  และ สิ่งรบกวนจากภายนอก  $d_{ai}$

จะได้อนุพันธ์ของ  $e_1$  คือ

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \\
&= f_1 + g_1(x_2 + d_{a1}) - \dot{x}_{1d} \\
&= f_1 + g_1 e_2 + g_1 x_{2d} + g_1 d_{a1} - \dot{x}_{1d} + \hat{g}_1 x_{2d} - \hat{g}_1 x_{2d} \\
&= f_1 + g_1 e_2 + (g_1 - \hat{g}_1)x_{2d} + g_1 d_{a1} - \dot{x}_{1d} \\
&\quad + \hat{g}_1 \left[ \hat{g}_1^{-1} \left[ -\hat{f}_1 + \dot{x}_{1d} - c_1 e_1 + u_{2dvsc} \right] \right] \\
&= f_1 + g_1 e_2 + (g_1 - \hat{g}_1)x_{2d} + g_1 d_{a1} - \dot{x}_{1d} - c_1 e_1 - \hat{f}_1 + \dot{x}_{1d} + u_{2dvsc} \\
&= (f_1 - \hat{f}_1) - c_1 e_1 + (g_1 - \hat{g}_1)x_{2d} + g_1 d_{a1} + g_1 e_2 + u_{2dvsc} \\
&= \left[ \varepsilon_{f1} - \tilde{W}_{f1}^T (\hat{S}_{f1} - \hat{S}'_{f1} \hat{V}_{f1}^T \bar{Z}_{f1}) - \hat{W}_{f1}^T \hat{S}'_{f1} \tilde{V}_{f1}^T \bar{Z}_{f1} - d_{uf1} \right] - c_1 e_1 \\
&\quad + \left[ \varepsilon_{g1} - \tilde{W}_{g1}^T (\hat{S}_{g1} - \hat{S}'_{g1} \hat{V}_{g1}^T \bar{Z}_{g1}) - \hat{W}_{g1}^T \hat{S}'_{g1} \tilde{V}_{g1}^T \bar{Z}_{g1} - d_{ug1} \right] x_{2d} \\
&\quad + g_1 d_{a1} + g_1 e_2 + u_{2dvsc}
\end{aligned}$$

ให้ Lyapunov function คือ

$$\begin{aligned}
V_1 &= \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{W}_{f1}^T \Gamma_{Wf1}^{-1} \tilde{W}_{f1} + \frac{1}{2} \tilde{V}_{f1}^T \Gamma_{Vf1}^{-1} \tilde{V}_{f1} + \frac{1}{2} \tilde{W}_{g1}^T \Gamma_{Wg1}^{-1} \tilde{W}_{g1} + \frac{1}{2} \tilde{V}_{g1}^T \Gamma_{Vg1}^{-1} \tilde{V}_{g1} \\
&\quad + \frac{1}{2} \tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \tilde{K}_1
\end{aligned}$$

เมื่อ  $\Gamma_{Wf1}, \Gamma_{Vf1}, \Gamma_{Wg1}, \Gamma_{Vg1}, \Gamma_{K1} > 0$

อนุพันธ์ของ  $V_1$  จะได้

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= e_1 \dot{e}_1 + \left[ \tilde{W}_{f1}^T \Gamma_{Wf1}^{-1} \dot{\tilde{W}}_{f1} + \tilde{V}_{f1}^T \Gamma_{Vf1}^{-1} \dot{\tilde{V}}_{f1} \right] + \left[ \tilde{W}_{g1}^T \Gamma_{Wg1}^{-1} \dot{\tilde{W}}_{g1} + \tilde{V}_{g1}^T \Gamma_{Vg1}^{-1} \dot{\tilde{V}}_{g1} \right] \\
&\quad + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \dot{\tilde{K}}_1 \right] \\
&= e_1 \left\{ \left[ \varepsilon_{f1} - \tilde{W}_{f1}^T (\hat{S}_{f1} - \hat{S}'_{f1} \hat{V}_{f1}^T \bar{Z}_{f1}) - \hat{W}_{f1}^T \hat{S}'_{f1} \tilde{V}_{f1}^T \bar{Z}_{f1} - d_{uf1} \right] - c_1 e_1 \right. \\
&\quad + \left[ \varepsilon_{g1} - \tilde{W}_{g1}^T (\hat{S}_{g1} - \hat{S}'_{g1} \hat{V}_{g1}^T \bar{Z}_{g1}) - \hat{W}_{g1}^T \hat{S}'_{g1} \tilde{V}_{g1}^T \bar{Z}_{g1} - d_{ug1} \right] x_{2d} \\
&\quad + g_1 d_{a1} + g_1 e_2 + u_{2dvsc} \left. \right\} + \left[ \tilde{W}_{f1}^T \Gamma_{Wf1}^{-1} \dot{\tilde{W}}_{f1} + \tilde{V}_{f1}^T \Gamma_{Vf1}^{-1} \dot{\tilde{V}}_{f1} \right] \\
&\quad + \left[ \tilde{W}_{g1}^T \Gamma_{Wg1}^{-1} \dot{\tilde{W}}_{g1} + \tilde{V}_{g1}^T \Gamma_{Vg1}^{-1} \dot{\tilde{V}}_{g1} \right] + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \dot{\tilde{K}}_1 \right] \\
&= e_1 \varepsilon_{f1} - \left[ e_1 \tilde{W}_{f1}^T (\hat{S}_{f1} - \hat{S}'_{f1} \hat{V}_{f1}^T \bar{Z}_{f1}) \right] - \left[ e_1 \hat{W}_{f1}^T \hat{S}'_{f1} \tilde{V}_{f1}^T \bar{Z}_{f1} \right] - e_1 d_{uf1} - c_1 e_1^2 \\
&\quad + e_1 \varepsilon_{g1} x_{2d} - \left[ e_1 \tilde{W}_{g1}^T (\hat{S}_{g1} - \hat{S}'_{g1} \hat{V}_{g1}^T \bar{Z}_{g1}) x_{2d} \right] - \left[ e_1 \hat{W}_{g1}^T \hat{S}'_{g1} \tilde{V}_{g1}^T \bar{Z}_{g1} x_{2d} \right] \\
&\quad - e_1 d_{ug1} x_{2d} + e_1 g_1 d_{a1} + e_1 g_1 e_2 + e_1 u_{2dvsc} + \left[ \tilde{W}_{f1}^T \Gamma_{Wf1}^{-1} \dot{\tilde{W}}_{f1} \right] \\
&\quad + \left[ \tilde{V}_{f1}^T \Gamma_{Vf1}^{-1} \dot{\tilde{V}}_{f1} \right] + \left[ \tilde{W}_{g1}^T \Gamma_{Wg1}^{-1} \dot{\tilde{W}}_{g1} \right] + \left[ \tilde{V}_{g1}^T \Gamma_{Vg1}^{-1} \dot{\tilde{V}}_{g1} \right] + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \dot{\tilde{K}}_1 \right]
\end{aligned}$$

ถ้ากำหนดให้

$$\begin{aligned}\dot{\hat{W}}_{f1} &= \dot{\hat{W}}_{f1} = \Gamma_{w_{f1}} (\hat{S}_{f1} - \hat{S}'_{f1} \hat{V}_{f1}^T \bar{Z}_{f1}) e_1 \\ \dot{\hat{V}}_{f1} &= \dot{\hat{V}}_{f1} = \Gamma_{v_{f1}} \bar{Z}_{f1} \hat{W}_{f1}^T \hat{S}'_{f1} e_1 \\ \dot{\hat{W}}_{g1} &= \dot{\hat{W}}_{g1} = \Gamma_{g_{f1}} (\hat{S}_{g1} - \hat{S}'_{g1} \hat{V}_{g1}^T \bar{Z}_{g1}) x_{2d} e_1 \\ \dot{\hat{V}}_{g1} &= \dot{\hat{V}}_{g1} = \Gamma_{v_{g1}} \bar{Z}_{g1} \hat{W}_{g1}^T \hat{S}'_{g1} x_{2d} e_1\end{aligned}$$

จะได้

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= e_1 \varepsilon_{f1} - e_1 d_{uf1} - c_1 e_1^2 + e_1 \varepsilon_{g1} x_{2d} - e_1 d_{ug1} x_{2d} + e_1 g_1 d_{a1} \\ &\quad + e_1 g_1 e_2 + e_1 u_{2dvsc} + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \dot{\tilde{K}}_1 \right] \\ &\leq |e_1| \left( |\varepsilon_{f1}| + |d_{uf1}| + |g_1 d_{a1}| + |\varepsilon_{g1} x_{2d}| + |d_{ug1} x_{2d}| \right) \\ &\quad + |e_1 g_1 e_2| - c_1 e_1^2 + e_1 u_{2dvsc} + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \dot{\tilde{K}}_1 \right]\end{aligned}$$

จาก สมการที่(12) ได้

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &\leq |e_1| \left( |\varepsilon_{f1}| + \left[ \|V_{f1}^*\|_F \|\bar{Z}_{f1} \hat{W}_{f1}^T \hat{S}'_{f1}\|_F + \|W_{f1}^*\| \|\hat{S}'_{f1} \hat{V}_{f1}^T \bar{Z}_{f1}\| + |W_{f1}^*|_1 \right] \right. \\ &\quad \left. + |g_1 d_{a1}| + |\varepsilon_{g1} x_{2d}| + e_1 g_{1U} e_2 - c_1 e_1^2 + e_1 u_{2dvsc} + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \dot{\tilde{K}}_1 \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[ \|V_{g1}^*\|_F \|\bar{Z}_{g1} \hat{W}_{g1}^T \hat{S}'_{g1}\|_F x_{2d} + \|W_{g1}^*\| \|\hat{S}'_{g1} \hat{V}_{g1}^T \bar{Z}_{g1}\| x_{2d} + |W_{g1}^*|_1 x_{2d} \right] \right)\end{aligned}$$

ให้

$$K_1^* = \begin{bmatrix} \|V_{f1}^*\|_F \\ \|W_{f1}^*\| \\ \|W_{f1}^*\|_1 + \varepsilon_{f1U} + g_{1U} d_{a1U} \\ \|V_{g1}^*\|_F \\ \|W_{g1}^*\| \\ \|W_{g1}^*\|_1 + \varepsilon_{g1U} \end{bmatrix}$$

$$\varphi_1 = \begin{bmatrix} \|\bar{Z}_{f1} \hat{W}_{f1}^T \hat{S}'_{f1}\|_F \\ \|\hat{S}'_{f1} \hat{V}_{f1}^T \bar{Z}_{f1}\| \\ 1 \\ \|\bar{Z}_{g1} \hat{W}_{g1}^T \hat{S}'_{g1} x_{2d}\|_F \\ \|\hat{S}'_{g1} \hat{V}_{g1}^T \bar{Z}_{g1} x_{2d}\| \\ \|x_{2d}\| \end{bmatrix}$$

ได้

$$\dot{V}_1 \leq |e_1| (K_1^* \varphi_1) + e_1 g_{1U} e_2 - c_1 e_1^2 + e_1 u_{2dvsc} + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{K_1}^{-1} \dot{\tilde{K}}_1 \right]$$

ให้

$$u_{2dvsc} = -\hat{K}_1^T \varphi_1 \operatorname{sgn}(e_1)$$

จะได้

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq |e_1| (K_1^* \varphi_1) + e_1 g_{1U} e_2 - c_1 e_1^2 - e_1 \left( \hat{K}_1^T \varphi_1 \operatorname{sgn}(e_1) \right) + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{K_1}^{-1} \dot{\tilde{K}}_1 \right] \\ &= |e_1| (K_1^* \varphi_1) + e_1 g_{1U} e_2 - c_1 e_1^2 - |e_1| \left( \hat{K}_1^T \varphi_1 \right) + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{K_1}^{-1} \dot{\tilde{K}}_1 \right] \end{aligned}$$

ให้

$$\dot{\tilde{K}}_1 = |e_1| \Gamma_{K_1} \varphi_1$$

ได้

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq |e_1| (K_1^* \varphi_1) + e_1 g_{1U} e_2 - c_1 e_1^2 - |e_1| \left( \hat{K}_1^T \varphi_1 \right) + \left[ |e_1| \tilde{K}_1^T \varphi_1 \right] \\ &= -c_1 e_1^2 + e_1 g_{1U} e_2 \end{aligned}$$

พจน์ของ  $e_1 g_{1U} e_2$  จะถูกหักล้างในขั้นตอนถัดไป

ขั้นตอนที่  $i$  เมื่อ  $(2 \leq i \leq m-i)$

ให้ ค่าคลาดเคลื่อนคือ  $e_i = x_i - x_{id}$  และ  $e_{(i+1)} = x_{(i+1)} - x_{(i+1)d}$  หาอนุพันธ์ได้

$$\begin{aligned}\dot{e}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_{id} \\ \dot{e}_i &= f_i + g_i(x_{(i+1)} + d_{ai}) - \dot{x}_{id} \\ \dot{e}_i &= f_i + g_i e_{(i+1)} + g_i x_{(i+1)d} + g_i d_{ai} - \dot{x}_{id}\end{aligned}$$

สมมติว่าถ้าเรารู้ฟังก์ชันที่แน่นอนของ  $f_i(\bullet)$  และ  $g_i(\bullet)$  แล้ว และไม่สิ่งรบกวน เราจะได้

$$x_{(i+1)d}^* = \frac{1}{g_i^*} \left[ -f_i^* + \dot{x}_{id} - c_i e_i - g_{(i-1)} e_{(i-1)} \right]$$

แต่เนื่องจากเราไม่รู้ค่าฟังก์ชัน  $f_i(\bullet)$  และ  $g_i(\bullet)$  จึงกำหนดให้ virtual control คือ

$$\begin{aligned}x_{(i+1)d} &= \hat{g}_i^{-1} \left[ -\hat{f}_i + \dot{x}_{id} - c_i e_i - g_{(i-1)} e_{(i-1)} \right] \\ &= \left[ \hat{W}_{gi}^T S_{gi} (\hat{V}_{gi}^T \bar{z}_{gi}) \right]^{-1} \left[ -\hat{W}_{fi}^T S_{f1} (\hat{V}_{fi}^T \bar{z}_{fi}) + \dot{x}_{id} \right. \\ &\quad \left. - c_i e_i - g_{(i-1)} e_{(i-1)} + u_{(i+1)dvs} \right]\end{aligned}\quad (14)$$

จะได้อนุพันธ์ของ  $e_i$  คล้ายกับขั้นตอนที่แล้ว คือ

$$\begin{aligned}\dot{e}_i &= \left[ \varepsilon_{fi} - \tilde{W}_{fi}^T (\hat{S}_{fi} - \hat{S}'_{fi} \hat{V}_{fi}^T \bar{Z}_{fi}) - \hat{W}_{fi}^T \hat{S}'_{fi} \tilde{V}_{fi}^T \bar{Z}_{fi} - d_{ufi} \right] \\ &\quad + \left[ \varepsilon_{gi} - \tilde{W}_{gi}^T (\hat{S}_{gi} - \hat{S}'_{gi} \hat{V}_{gi}^T \bar{Z}_{gi}) - \hat{W}_{gi}^T \hat{S}'_{gi} \tilde{V}_{gi}^T \bar{Z}_{gi} - d_{ugi} \right] x_{(i+1)d} \\ &\quad - g_{(i-1)} e_{(i-1)} - c_i e_i + g_i d_{ai} + g_i e_{(i+1)} + u_{(i+1)dvs}\end{aligned}$$

ให้ Lyapunov function คือ

$$\begin{aligned}V_i &= V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{W}_{fi}^T \Gamma_{Wfi}^{-1} \tilde{W}_{fi} + \frac{1}{2} \tilde{V}_{fi}^T \Gamma_{Vfi}^{-1} \tilde{V}_{fi} + \frac{1}{2} \tilde{W}_{gi}^T \Gamma_{Wgi}^{-1} \tilde{W}_{gi} \\ &\quad + \frac{1}{2} \tilde{V}_{gi}^T \Gamma_{Vgi}^{-1} \tilde{V}_{gi} + \frac{1}{2} \tilde{K}_i^T \Gamma_{Ki}^{-1} \tilde{K}_i\end{aligned}$$

เมื่อ  $\Gamma_{Wfi}, \Gamma_{Vfi}, \Gamma_{Wgi}, \Gamma_{Vgi}, \Gamma_{Ki} > 0$

ถ้ากำหนดให้

$$\begin{aligned}\dot{\hat{W}}_{f_i} &= \dot{\tilde{W}}_{f_i} = \Gamma_{W_{f_i}} (\hat{S}_{f_i} - \hat{S}'_{f_i} \hat{V}_{f_i}^T \bar{Z}_{f_i}) e_i \\ \dot{\hat{V}}_{f_i} &= \dot{\tilde{V}}_{f_i} = \Gamma_{V_{f_i}} \bar{Z}_{f_i} \hat{W}_{f_i}^T \hat{S}'_{f_i} e_i \\ \dot{\hat{W}}_{g_i} &= \dot{\tilde{W}}_{g_i} = \Gamma_{W_{g_i}} (\hat{S}_{g_i} - \hat{S}'_{g_i} \hat{V}_{g_i}^T \bar{Z}_{g_i}) x_{(i+1)d} e_i \\ \dot{\hat{V}}_{g_i} &= \dot{\tilde{V}}_{g_i} = \Gamma_{V_{g_i}} \bar{Z}_{g_i} \hat{W}_{g_i}^T \hat{S}'_{g_i} x_{(i+1)d} e_i \\ \dot{\hat{K}}_i &= |e_i| \Gamma_{K_i} \varphi_i\end{aligned}$$

และ

$$u_{(i+1)dsc} = -\hat{K}_i^T \varphi_i \operatorname{sgn}(e_i)$$

เมื่อ

$$K_i^* = \begin{bmatrix} \|V_{f_i}^*\|_F \\ \|W_{f_i}^*\| \\ \|W_{f_i}^*\|_1 + \varepsilon_{f_i U} + g_{iU} d_{aiU} \\ \|V_{g_i}^*\|_F \\ \|W_{g_i}^*\| \\ \|W_{g_i}^*\|_1 + \varepsilon_{g_i U} \end{bmatrix}$$

$$\varphi_i = \begin{bmatrix} \|\bar{Z}_{f_i} \hat{W}_{f_i}^T \hat{S}'_{f_i}\|_F \\ \|\hat{S}'_{f_i} \hat{V}_{f_i}^T \bar{Z}_{f_i}\| \\ 1 \\ \|\bar{Z}_{g_i} \hat{W}_{g_i}^T \hat{S}'_{g_i} x_{(i+1)d}\|_F \\ \|\hat{S}'_{g_i} \hat{V}_{g_i}^T \bar{Z}_{g_i} x_{(i+1)d}\| \\ \|x_{(i+1)d}\| \end{bmatrix}$$

จะได้อนุพันธ์ของ  $V_i$  คือ

$$\dot{V}_i \leq \sum_{k=1}^i -c_k e_k^2 + e_i g_{iU} e_{(i+1)}$$

พจน์ของ  $e_i g_{iU} e_{(i+1)}$  จะถูกหักล้างในขั้นตอนถัดไป

ขั้นตอนที่  $m$  ซึ่งเป็นขั้นตอนสุดท้าย

ให้ ค่าคลาดเคลื่อนคือ  $e_m = x_m - x_{md}$  หาอนุพันธ์ได้

$$\begin{aligned} \dot{e}_m &= \dot{x}_m - \dot{x}_{md} \\ \dot{e}_m &= f_m + g_m(u + d_{am}) - \dot{x}_{md} \end{aligned}$$

สมมติว่าถ้าเรารู้ฟังก์ชันที่แน่นอนของ  $f_m(\bullet)$  และ  $g_m(\bullet)$  แล้ว และไม่ลิ่งรบกวน เราจะได้

$$u^* = \frac{1}{g_m^*} [-f_m^* + \dot{x}_{md} - c_m e_m - g_{(m-1)} e_{(m-1)}]$$

แต่เนื่องจากเราไม่รู้ค่าฟังก์ชัน  $f_m(\bullet)$  และ  $g_m(\bullet)$  จึงกำหนดให้ actual control คือ

$$\begin{aligned} u &= \hat{g}_m^{-1} [-\hat{f}_m + \dot{x}_{md} - c_m e_m - g_{(m-1)} e_{(m-1)}] \\ &= [\hat{W}_{gm}^T S_{gm} (\hat{V}_{gm}^T \bar{z}_{gm})]^{-1} [-\hat{W}_{fm}^T S_{fm} (\hat{V}_{fm}^T \bar{z}_{fm}) \\ &\quad + \dot{x}_{md} - c_m e_m - g_{(m-1)} e_{(m-1)} + u_{(m+1)dvsc}] \end{aligned} \quad (15)$$

จะได้อนุพันธ์ของ  $e_m$  คล้ายกับขั้นตอนที่แล้ว คือ

$$\begin{aligned} \dot{e}_m &= [\varepsilon_{fm} - \tilde{W}_{fm}^T (\hat{S}_{fm} - \hat{S}'_{fm} \hat{V}_{fm}^T \bar{z}_{fm}) - \hat{W}_{fm}^T \hat{S}'_{fm} \tilde{V}_{fm}^T \bar{z}_{fm} - d_{ufm}] \\ &\quad + [\varepsilon_{gm} - \tilde{W}_{gm}^T (\hat{S}_{gm} - \hat{S}'_{gm} \hat{V}_{gm}^T \bar{z}_{gm}) - \hat{W}_{gm}^T \hat{S}'_{gm} \tilde{V}_{gm}^T \bar{z}_{gm} - d_{ugm}] u \\ &\quad - g_{(m-1)} e_{(m-1)} - c_m e_m + g_m d_{am} + u_{(m+1)dvsc} \end{aligned}$$

ให้ Lyapunov function คือ

$$V_m = V_{m-1} + \frac{1}{2}e_m^2 + \frac{1}{2}\tilde{W}_{fm}^T \Gamma_{Wfm}^{-1} \tilde{W}_{fm} + \frac{1}{2}\tilde{V}_{fm}^T \Gamma_{Vfm}^{-1} \tilde{V}_{fm} + \frac{1}{2}\tilde{W}_{gm}^T \Gamma_{Wgm}^{-1} \tilde{W}_{gm} \\ + \frac{1}{2}\tilde{V}_{gm}^T \Gamma_{Vgm}^{-1} \tilde{V}_{gm} + \frac{1}{2}\tilde{K}_m^T \Gamma_{Km}^{-1} \tilde{K}_m$$

เมื่อ  $\Gamma_{Wfm}, \Gamma_{Vfm}, \Gamma_{Wgm}, \Gamma_{Vgm}, \Gamma_{Km} > 0$

ถ้ากำหนดให้

$$\begin{aligned} \dot{\hat{W}}_{fm} &= \dot{\tilde{W}}_{fm} = \Gamma_{Wfm} (\hat{S}_{fm} - \hat{S}'_{fm} \hat{V}_{fm}^T \bar{Z}_{fm}) e_m \\ \dot{\hat{V}}_{fm} &= \dot{\tilde{V}}_{fm} = \Gamma_{Vfm} \bar{Z}_{fm} \hat{W}_{fm}^T \hat{S}'_{fm} e_m \\ \dot{\hat{W}}_{gm} &= \dot{\tilde{W}}_{gm} = \Gamma_{Wgm} (\hat{S}_{gm} - \hat{S}'_{gm} \hat{V}_{gm}^T \bar{Z}_{gm}) u e_m \\ \dot{\hat{V}}_{gm} &= \dot{\tilde{V}}_{gm} = \Gamma_{Vgm} \bar{Z}_{gm} \hat{W}_{gm}^T \hat{S}'_{gm} u e_m \\ \dot{\hat{K}}_m &= |e_m| \Gamma_{Km} \varphi_m \end{aligned}$$

และ

$$u_{(m+1)dvsc} = -\hat{K}_m^T \varphi_m \operatorname{sgn}(e_m)$$

เมื่อ

$$K_m^* = \begin{bmatrix} \|V_{fm}^*\|_F \\ \|W_{fm}^*\| \\ \|W_{fm}^*\|_1 + \varepsilon_{fmU} + g_{mU} d_{amU} \\ \|V_{gm}^*\|_F \\ \|W_{gm}^*\| \\ \|W_{gm}^*\|_1 + \varepsilon_{gmU} \end{bmatrix}$$

$$\varphi_m = \begin{bmatrix} \|\bar{Z}_{fm} \hat{W}_{fm}^T \hat{S}'_{fm}\|_F \\ \|\hat{S}'_{fm} \hat{V}_{fm}^T \bar{Z}_{fm}\| \\ 1 \\ \|\bar{Z}_{gm} \hat{W}_{gm}^T \hat{S}'_{gm} u\|_F \\ \|\hat{S}'_{gm} \hat{V}_{gm}^T \bar{Z}_{gm} u\| \\ \|u\| \end{bmatrix}$$

จะได้อนุพันธ์ของ  $V_m$  คือ

$$\dot{V}_m \leq \sum_{k=1}^m -c_k e_k^2$$

ถ้าให้  $c_k > 0$  ,  $k=1,2,\dots,m$  จะได้  $\dot{V}_m \leq 0$  ซึ่งจากทฤษฎีของเสถียรภาพ Lyapunov ในหนังสือของ Hassan K.K. (2002) จะแสดงว่า ค่าคลาดเคลื่อนทั้งหมดจะ เข้าสู่ศูนย์แบบเชิงเส้นกำกับ ( zero asymptotically)

#### 2.4 Backstepping Intelligent : Direct Method

ในส่วนที่ 2.3 เราจะเห็นข้อเสียของ Indirect method เนื่องจากมีการประมาณค่าของ ฟังก์ชัน  $\hat{g}_i^{-1}$  ซึ่งอยู่ใน สมการการควบคุม เมื่อฟังก์ชัน  $\hat{g}_i$  มีค่าเข้าใกล้ 0 จะทำให้ control input มีค่าใหญ่ มากและในบางขั้นตอนจะเก็บค่าฟังก์ชัน  $\hat{g}_i$  เป็น 0 ทำให้ไม่สามารถควบคุมได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในส่วนนี้จะใช้ three layer neural network ในการหา control input ที่ต้องการโดยตรง แทนที่จะใช้ ประมาณค่าฟังก์ชันที่ไม่รู้ของระบบเหมือนใน indirect method ดังนั้นจึงไม่มีส่วนของ inverse term ใน สมการการควบคุม วิธีการนี้เรียกว่า direct method เนื่องจาก control input ที่ต้องการ ถูกประมาณค่าด้วย neural network โดยตรง

ขั้นตอนที่ 1

ให้ ค่าคลาดเคลื่อนคือ  $e_1 = x_1 - x_{1d}$  และ  $e_2 = x_2 - x_{2d}$  หาอนุพันธ์ได้

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_2 &= f_1 + g_1(x_2 + d_{a1}) - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_1 &= f_1 + g_1 e_2 + g_1 x_{2d} + g_1 d_{a1} - \dot{x}_{1d} \end{aligned}$$

ให้  $x_{2d}$  คือ virtual control input สมมติว่าถ้าเรารู้ฟังก์ชัน  $f_1(\bullet)$  และ  $g_1(\bullet)$  แล้วและไม่สิ่งรบกวน เราสามารถเลือก virtual control input คือ

$$x_{2d}^* = -c_1 e_1 - g_1^{*-1} [f_1^* - \dot{x}_{1d}]$$

กำหนดให้ฟังก์ชัน Lyapunov คือ  $V = 0.5 g_1^{-1} e_1^2 > 0$  เมื่อ  $g_1^{-1} > 0$  เราจะได้

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1 g_1^{-1} \dot{e}_1 + 0.5 (\dot{g}_1^{-1}) e_1^2 \\ &= e_1 g_1^{-1} (f_1 + g_1 x_2 - \dot{x}_{1d}) + 0.5 (\dot{g}_1^{-1}) e_1^2 \\ &= e_1 g_1^{-1} (f_1 + g_1 [-c_1 e_1 - g_1^{*-1} [f_1^* - \dot{x}_{1d}]] - \dot{x}_{1d}) \\ &\quad + 0.5 (\dot{g}_1^{-1}) e_1^2 \\ &= -c_1 e_1^2 + 0.5 (\dot{g}_1^{-1}) e_1^2 \end{aligned}$$

ถ้ากำหนดให้  $g_i > 0$  และ  $\left\| \dot{(g_i^{-1})} \right\| \leq g_{iU}$  โดย  $i = 1, \dots, m$

และเลือก  $c_1 > 0.5 g_{1U}$  จากทฤษฎี Lyapunov เราจะได้ว่า ค่าคลาดเคลื่อน  $e_1$  จะมีค่าเข้าสู่ศูนย์อย่างแน่นอน แต่เนื่องจากเราไม่รู้ค่าฟังก์ชัน  $f_1(\bullet)$  และ  $g_1(\bullet)$  ทำให้เราไม่สามารถแทน  $x_{2d}^*$  เป็น virtual input ที่ออกแบบไว้ได้ ดังนั้นจึงกำหนดให้  $h_1^*(Z_1) \triangleq g_1(x_1)^{-1} [f_1(x_1) - \dot{x}_{1d}]$  ได้

$$\begin{aligned} x_{2d}^* &= -c_1 e_1 - g_1^{*-1} [f_1^* - \dot{x}_{1d}] \\ &= -c_1 e_1 - h_1^* \end{aligned}$$

เราจะประมาณค่าของ  $h_1^*$  นี้โดยใช้ three layer neural network ได้

$$x_{2d}^* = -c_1 e_1 - W_1^{*T} S_1(V_1^{*T} \bar{Z}_1) - \varepsilon_1$$

เนื่องจากไม่รู้ค่าของ  $W_1^*$  และ  $V_1^*$ , ให้  $\hat{W}_1$  เป็นค่าประมาณของ  $W_1^*$  และ  $\hat{V}_1$  เป็นค่าประมาณ  $V_1^*$  จะได้ virtual control คือ

$$x_{2d} = -c_1 e_1 - \hat{W}_1^T S_1(\hat{V}_1^T \bar{Z}_1) + u_{2dvsc} \quad (16)$$

เราเพิ่ม variable control structure ( $u_{2dvsc}$ ) เพื่อหักล้างกับ สิ่งรบกวนจากภายนอก  $d_{ai}$ , ค่าคลาดเคลื่อนจากการประมาณค่าฟังก์ชัน  $\mathcal{E}_i$  และ residual term  $d_u$

ได้อนุพันธ์ของ  $e_1$  คือ

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \\
&= f_1 + g_1(x_2 + d_{a1}) - \dot{x}_{1d} \\
&= f_1 + g_1 e_2 + g_1 x_{2d} + g_1 d_{a1} - \dot{x}_{1d} \\
&= f_1 + g_1 e_2 + g_1 \left[ -c_1 e_1 - \hat{W}_1^T S_1 (\hat{V}_1^T \bar{Z}_1) + u_{2dvsc} \right] \\
&\quad + g_1 d_{a1} - \dot{x}_{1d} \\
&= f_1 + g_1 e_2 + g_1 \left[ -c_1 e_1 - W_1^{*T} S_1 (V_1^{*T} \bar{Z}_1) - \tilde{W}_1^T (\hat{S}_1 - \hat{S}_1 \hat{V}_1^T \bar{Z}_1) \right. \\
&\quad \left. - \hat{W}_1^T \hat{S}_1 \tilde{V}_1^T \bar{Z}_1 - d_{u1} + u_{2dvsc} \right] + g_1 d_{a1} - \dot{x}_{1d} \\
&= f_1 + g_1 e_2 + g_1 \left[ -c_1 e_1 - g_1^{-1} [f_1 - \dot{x}_{1d}] + \varepsilon_1 \right. \\
&\quad \left. - \tilde{W}_1^T (\hat{S}_1 - \hat{S}_1 \hat{V}_1^T \bar{Z}_1) - \hat{W}_1^T \hat{S}_1 \tilde{V}_1^T \bar{Z}_1 - d_{u1} + u_{2dvsc} \right] + g_1 d_{a1} - \dot{x}_{1d} \\
&= g_1 \left[ e_2 - c_1 e_1 + \varepsilon_1 - \tilde{W}_1^T (\hat{S}_1 - \hat{S}_1 \hat{V}_1^T \bar{Z}_1) - \hat{W}_1^T \hat{S}_1 \tilde{V}_1^T \bar{Z}_1 - d_{u1} \right. \\
&\quad \left. + u_{2dvsc} + d_{a1} \right]
\end{aligned}$$

ให้ Lyapunov function คือ

$$V_1 = \frac{1}{2} g_1^{-1} e_1^2 + \left[ \frac{1}{2} \tilde{W}_1^T \Gamma_{w1}^{-1} \tilde{W}_1 \right] + \left[ \frac{1}{2} \tilde{V}_1^T \Gamma_{v1}^{-1} \tilde{V}_1 \right] + \left[ \frac{1}{2} \tilde{K}_1^T \Gamma_{k1}^{-1} \tilde{K}_1 \right]$$

เมื่อ  $\Gamma_{w1}, \Gamma_{v1}, \Gamma_{k1} > 0$

อนุพันธ์ของ  $V_1$  จะได้

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= e_1 g_1^{-1} \dot{e}_1 + 0.5 (g_1^{-1}) \dot{e}_1^2 + \left[ \tilde{W}_1^T \Gamma_{w1}^{-1} \dot{\tilde{W}}_1 \right] + \left[ \tilde{V}_1^T \Gamma_{v1}^{-1} \dot{\tilde{V}}_1 \right] \\
&\quad + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{k1}^{-1} \dot{\tilde{K}}_1 \right] \\
&= e_1 \left[ e_2 - c_1 e_1 + \varepsilon_1 - \tilde{W}_1^T (\hat{S}_1 - \hat{S}_1 \hat{V}_1^T \bar{Z}_1) - \hat{W}_1^T \hat{S}_1 \tilde{V}_1^T \bar{Z}_1 - d_{u1} \right. \\
&\quad \left. + u_{2dvsc} + d_{a1} \right] + 0.5 (g_1^{-1}) \dot{e}_1^2 + \left[ \tilde{W}_1^T \Gamma_{w1}^{-1} \dot{\tilde{W}}_1 \right] \\
&\quad + \left[ \tilde{V}_1^T \Gamma_{v1}^{-1} \dot{\tilde{V}}_1 \right] + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{k1}^{-1} \dot{\tilde{K}}_1 \right]
\end{aligned}$$

ถ้ากำหนดให้

$$\begin{aligned}\dot{\hat{W}}_1 &= \dot{\tilde{W}}_1 = \Gamma_{w_1} (\hat{S}_1 - \hat{S}_1 \hat{V}_1^T \bar{Z}_1) e_1 \\ \dot{\hat{V}}_1 &= \dot{\tilde{V}}_1 = \Gamma_{v_1} \bar{Z}_1 \hat{W}_1^T \hat{S}_1' e_1\end{aligned}$$

จะได้

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= e_1 [e_2 - c_1 e_1 + \varepsilon_1 - d_{u1} + u_{2dvsc} + d_{a1}] \\ &\quad + 0.5(g_1^{-1}) e_1^2 + [\tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \dot{\tilde{K}}] \\ &= e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + e_1 \varepsilon_1 - e_1 d_{u1} + e_1 u_{2dvsc} + e_1 d_{a1} \\ &\quad + 0.5(g_1^{-1}) e_1^2 + [\tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \dot{\tilde{K}}] \\ &\leq e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + |e_1 \varepsilon_1| + |e_1 d_{u1}| + |e_1 d_{a1}| + e_1 u_{2dvsc} \\ &\quad + 0.5(g_1^{-1}) e_1^2 + [\tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \dot{\tilde{K}}] \\ &= e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + |e_1| [| \varepsilon_1 | + |d_{u1}| + |d_{a1}|] + e_1 u_{2dvsc} \\ &\quad + 0.5(g_1^{-1}) e_1^2 + [\tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \dot{\tilde{K}}]\end{aligned}$$

จาก สมการที่ (12) จะได้

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &\leq e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + |e_1| [|\varepsilon_1| + \|V_1^*\|_F \|\bar{Z}_1 \hat{W}_1^T \hat{S}_1'\|_F \\ &\quad + \|W_1^*\| \|\hat{S}_1 \hat{V}_1^T \bar{Z}_1\| + |W_1^*|_1 + |d_{a1}|] \\ &\quad + e_1 u_{2dvsc} + 0.5(g_1^{-1}) e_1^2 + [\tilde{K}_1^T \Gamma_{K1}^{-1} \dot{\tilde{K}}]\end{aligned}$$

ให้

$$\begin{aligned}K_1^* &= \begin{bmatrix} \|V_1^*\|_F \\ \|W_1^*\| \\ \|W_1^*\|_1 + \varepsilon_{1U} + d_{a1U} \end{bmatrix} \\ \varphi_1 &= \begin{bmatrix} \|\bar{Z}_1 \hat{W}_1^T \hat{S}_1'\|_F \\ \|\hat{S}_1 \hat{V}_1^T \bar{Z}_1\| \\ 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

ได้

$$\dot{V}_1 \leq e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + |e_1| K_1^* \varphi_1 + e_1 u_{2dvsc} + 0.5(g_1^{-1}) e_1^2 + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{K_1}^{-1} \dot{\tilde{K}} \right]$$

ให้

$$u_{2dvsc} = -\hat{K}_1^T \varphi_1 \operatorname{sgn}(e_1)$$

ได้

$$\dot{V}_1 \leq e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + |e_1| K_1^* \varphi_1 - |e_1| \hat{K}_1^T \varphi_1 + 0.5(g_1^{-1}) e_1^2 + \left[ \tilde{K}_1^T \Gamma_{K_1}^{-1} \dot{\tilde{K}} \right]$$

ให้

$$\dot{\tilde{K}}_1 = |e_1| \Gamma_{K_1} \varphi_1$$

จะได้

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + |e_1| K_1^* \varphi_1 - |e_1| \hat{K}_1^T \varphi_1 + 0.5(g_1^{-1}) e_1^2 \\ &\quad + \left[ |e_1| \tilde{K}_1^T \varphi_1 \right] \\ &= e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + 0.5(g_1^{-1}) e_1^2 \\ &\leq e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + 0.5 g_{1U} e_1^2 \end{aligned}$$

พจน์ของ  $e_1 e_2$  จะถูกหักล้างในขั้นตอนถัดไป

ขั้นตอนที่  $i$  ( $2 \leq i \leq m-i$ )

ให้ ค่าคลาดเคลื่อนคือ  $e_i = x_i - x_{id}$  และ  $e_{(i+1)} = x_{(i+1)} - x_{(i+1)d}$  หาอนุพันธ์ได้

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_{id} \\ \dot{e}_i &= f_i + g_i(x_i + d_{ai}) - \dot{x}_{id} \\ \dot{e}_i &= f_i + g_i e_{(i+1)} + g_i x_{(i+1)d} + g_i d_{ai} - \dot{x}_{id} \end{aligned}$$

ให้  $x_{(i+1)d}$  คือ virtual control input สมมติว่าถ้าเรารู้ฟังก์ชัน  $f_i(\bullet)$  และ  $g_i(\bullet)$  แล้วและไม่สิ่งรบกวน เราสามารถเลือก virtual control input คือ

$$x_{(i+1)d}^* = -e_{(i-1)} - c_i e_i - g_i^{*-1} [f_i^* - \dot{x}_{id}]$$

ให้  $h_i^* \triangleq g_i(x_i)^{-1} [f_i(x_i) - \dot{x}_{id}]$  ได้

$$x_{(i+1)d}^* = -e_{(i-1)} - c_i e_i - h_i^*$$

ประมาณค่าของ  $h_i^*$  นี้โดยใช้ three layer neural network ได้

$$x_{(i+1)d}^* = -e_{(i-1)} - c_i e_i - W_i^{*T} S_i (V_i^{*T} \bar{Z}_i) - \varepsilon_i$$

เนื่องจากไม่รู้ค่าของ  $W_i^*$  และ  $V_i^*$ , ให้  $\hat{W}_i$  เป็นค่าประมาณของ  $W_i^*$  และ  $\hat{V}_i$  เป็นค่าประมาณ  $V_i^*$  จะได้ virtual control คือ

$$x_{(i+1)d} = -e_{(i-1)} - c_i e_i - \hat{W}_i^T S_i (\hat{V}_i^T \bar{Z}_i) + u_{(i+1)dvs} \quad (17)$$

จะได้อนุพันธ์ของ  $e_i$  คล้ายกับขั้นตอนที่แล้วคือ

$$\begin{aligned} \dot{e}_i = g_i & \left[ e_{(i+1)} - e_{(i-1)} - c_i e_i + \varepsilon_i - \tilde{W}_i^T (\hat{S}_i - \hat{S}_i \hat{V}_i^T \bar{Z}_i) \right. \\ & \left. - \hat{W}_i^T \hat{S}_i \tilde{V}_i^T \bar{Z}_i - d_{ui} + u_{(i+1)dvs} + d_{ai} \right] \end{aligned}$$

ให้ Lyapunov function คือ

$$\begin{aligned} V_i = V_{(i-1)} & + \frac{1}{2} g_i^{-1} e_i^2 + \left[ \frac{1}{2} \tilde{W}_i^T \Gamma_{W_i}^{-1} \tilde{W}_i \right] + \left[ \frac{1}{2} \tilde{V}_i^T \Gamma_{V_i}^{-1} \tilde{V}_i \right] \\ & + \left[ \frac{1}{2} \tilde{K}_i^T \Gamma_{K_i}^{-1} \tilde{K}_i \right] \end{aligned}$$

เมื่อ  $\Gamma_{W_i}, \Gamma_{V_i}, \Gamma_{K_i} > 0$

ถ้ากำหนดให้

$$\begin{aligned}\dot{\hat{W}}_i &= \dot{\tilde{W}}_i = \Gamma_{W_i} (\hat{S}_i - \hat{S}_i \hat{V}_i^T \bar{Z}_i) e_i \\ \dot{\hat{V}}_i &= \dot{\tilde{V}}_i = \Gamma_{V_i} \bar{Z}_i \hat{W}_i^T \hat{S}_i' e_i \\ \dot{\hat{K}}_i &= |e_i| \Gamma_{K_i} \varphi_i\end{aligned}$$

และ

$$u_{(i+1)disc} = -\hat{K}_i^T \varphi_i \operatorname{sgn}(e_i)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}K_i^* &= \begin{bmatrix} \|V_i^*\|_F \\ \|W_i^*\| \\ \|W_i^*\|_1 + \varepsilon_{iU} + d_{aiU} \end{bmatrix} \\ \varphi_i &= \begin{bmatrix} \|\bar{Z}_i \hat{W}_i^T \hat{S}_i'\|_F \\ \|\hat{S}_i \hat{V}_i^T \bar{Z}_i\| \\ 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

จะได้อนุพันธ์ของ  $V_i$  คือ

$$\dot{V}_i \leq e_i e_{(i+1)} - \sum_{k=1}^i c_k e_k^2 + \sum_{k=1}^i 0.5 g_{kU} e_k^2$$

พจน์ของ  $e_i e_{(i+1)}$  จะถูกหักล้างในขั้นตอนถัดไป

ขั้นตอนที่  $m$  ซึ่งเป็นขั้นตอนสุดท้าย

ให้ ค่าคลาดเคลื่อนคือ  $e_m = x_m - x_{md}$  หาอนุพันธ์ได้

$$\begin{aligned}\dot{e}_m &= \dot{x}_m - \dot{x}_{md} \\ \dot{e}_m &= f_m + g_m (u + d_{am}) - \dot{x}_{md}\end{aligned}$$

ให้  $u$  คือ virtual control input สมมติว่าถ้าเรารู้ฟังก์ชัน  $f_m(\bullet)$  และ  $g_m(\bullet)$  แล้วและไม่สิ่งรบกวน เราสามารถเลือก virtual control input คือ

$$u^* = -e_{(m-1)} - c_m e_m - g_m^{*-1} [f_m^* - \dot{x}_{md}]$$

ให้  $h_m^* \triangleq g_m(x_m)^{-1} [f_m(x_m) - \dot{x}_{md}]$  ได้

$$u^* = -e_{(m-1)} - c_m e_m - h_m^*$$

ประมาณค่าของ  $h_m^*$  นี้โดยใช้ three layer neural network ได้

$$u^* = -e_{(m-1)} - c_m e_m - W_m^{*T} S_m (V_m^{*T} \bar{Z}_m) - \varepsilon_m$$

เนื่องจากไม่รู้ค่าของ  $W_m^*$  และ  $V_m^*$ , ให้  $\hat{W}_m$  เป็นค่าประมาณของ  $W_m^*$  และ  $\hat{V}_m$  เป็นค่าประมาณ  $V_m^*$  จะได้ virtual control คือ

$$u = -e_{(m-1)} - c_m e_m - \hat{W}_m^T S_m (\hat{V}_m^T \bar{Z}_m) + u_{(m+1)dvs} \quad (18)$$

จะได้อนุพันธ์ของ  $e_m$  คล้ายกับขั้นตอนที่แล้วคือ

$$\begin{aligned} \dot{e}_m = g_m \left[ -e_{(m-1)} - c_m e_m + \varepsilon_m - \tilde{W}_m^T (\hat{S}_m - \hat{S}_m' \hat{V}_m^T \bar{Z}_m) \right. \\ \left. - \hat{W}_m^T \hat{S}_m' \tilde{V}_m^T \bar{Z}_m - d_{um} + u_{(m+1)dvs} + d_{am} \right] \end{aligned}$$

ให้ Lyapunov function คือ

$$\begin{aligned} V_m = V_{(m-1)} + \frac{1}{2} g_m^{-1} e_m^2 + \left[ \frac{1}{2} \tilde{W}_m^T \Gamma_{Wm}^{-1} \tilde{W}_m \right] + \left[ \frac{1}{2} \tilde{V}_m^T \Gamma_{Vm}^{-1} \tilde{V}_m \right] \\ + \left[ \frac{1}{2} \tilde{K}_m^T \Gamma_{Km}^{-1} \tilde{K}_m \right] \end{aligned}$$

เมื่อ  $\Gamma_{Wm}, \Gamma_{Vm}, \Gamma_{Km} > 0$

ถ้ากำหนดให้

$$\begin{aligned}\dot{\hat{W}}_m &= \dot{\tilde{W}}_m = \Gamma_{Wm} (\hat{S}_m - \hat{S}'_m \hat{V}_m^T \bar{Z}_m) e_m \\ \dot{\hat{V}}_m &= \dot{\tilde{V}}_m = \Gamma_{Vm} \bar{Z}_m \hat{W}_m^T \hat{S}'_m e_m \\ \dot{\hat{K}}_m &= |e_m| \Gamma_{Km} \varphi_m\end{aligned}$$

และ

$$u_{(m+1)dvsc} = -\hat{K}_m^T \varphi_m \operatorname{sgn}(e_m)$$

เมื่อ

$$K_m^* = \begin{bmatrix} \|V_m^*\|_F \\ \|W_m^*\| \\ \|W_m^*\|_1 + \varepsilon_{mU} + d_{amU} \end{bmatrix}$$

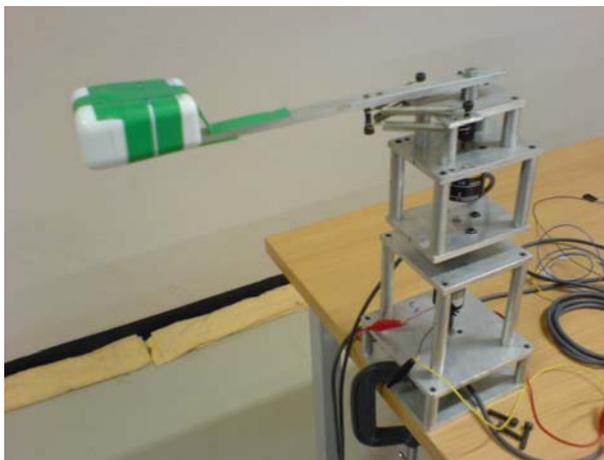
$$\varphi_m = \begin{bmatrix} \|\bar{Z}_m \hat{W}_m^T \hat{S}'_m\|_F \\ \|\hat{S}'_m \hat{V}_m^T \bar{Z}_m\| \\ 1 \end{bmatrix}$$

จะได้อนุพันธ์ของ  $V_i$  คือ

$$\dot{V}_m \leq -\sum_{k=1}^m c_k e_k^2 + \sum_{k=1}^m 0.5 g_{ku} e_k^2$$

ถ้าให้  $c_k > 0$  ,  $k=1,2,\dots,m$  จะได้  $\dot{V}_m \leq 0$  ซึ่งจากทฤษฎีของเสถียรภาพ Lyapunov ในหนังสือของ Hassan K.K. (2002) จะแสดงว่า ค่าคลาดเคลื่อนทั้งหมดจะ เข้าสู่ศูนย์แบบเชิงเส้นกำกับ ( zero asymptotically)

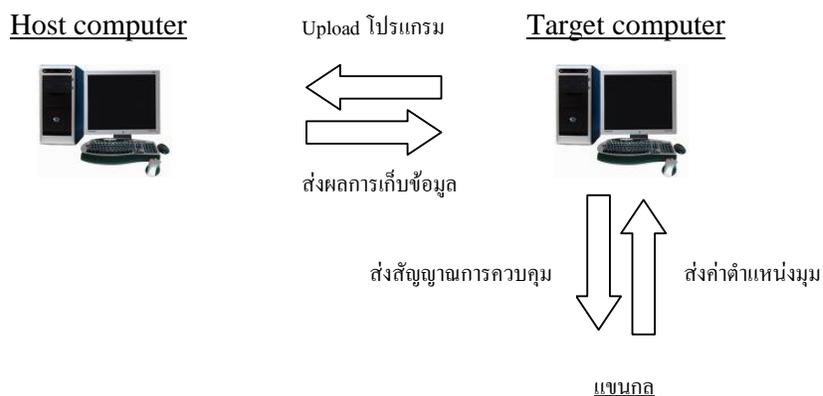
### 3. การออกแบบการทดลอง



ภาพที่ 12 แสดงภาพของแขนกลจริงที่ใช้ในการทดลอง

ภาพที่ 12 แสดงแขนกลแบบหนึ่งแขนที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ที่ใช้ในการทดลองนี้ แขนกลนี้ตั้งอยู่ที่ห้อง Control of robot and vibration laboratory (CRV Lab) ตึก RDiPt แขนกลนี้มีลักษณะการเคลื่อนที่ในแนวระนาบ ข้อต่อถูกทำให้ยืดหยุ่นได้โดยการติดสปริงระหว่างแขนกลและ hub ทั้งสองข้าง มี encoder#1 ติดตั้งอยู่ระหว่างจุดหมุนของแขนกลและ hub สำหรับวัดมุมที่แขนกลหมุนไปเนื่องจากแรงเฉื่อยเทียบกับ hub มี encoder#2 ติดตั้งอยู่ที่เพลาของมอเตอร์สำหรับวัดมุมที่ hub หมุนไปเทียบกับฐานซึ่งยึดติดกับโต๊ะ มอเตอร์เป็นชนิดกระแสตรงมีเฟืองอัตราทด 64:1 ติดอยู่ที่ระหว่างมอเตอร์และ hub และได้เพิ่มสิ่งรบกวนจากภายนอก ( $d_a$ ) โดยติดกล่องซึ่งบรรจุเหรียญจำนวนหนึ่งที่ปลายของแขนกล

ภาพที่ 13 แสดงโครงสร้างของการทดลองทั้งหมด มี คอมพิวเตอร์ 2 เครื่อง ทำหน้าที่เป็น host และ target target computer ประกอบด้วย data acquisition board ทำหน้าที่รับสัญญาณมุมจาก encoder และส่งสัญญาณการควบคุมไปยัง power amplifier host computer จะ run โปรแกรมหลัก ซึ่งใช้สำหรับติดต่อกับผู้ใช้และเพื่อแสดงผลการทำงานของ target computer อย่างเช่นการอ่านค่า encoder และสัญญาณควบคุม host computer ถูกใช้สำหรับ upload โปรแกรมไปยังหน่วยความจำของ target computer



ภาพที่ 13 แสดงโครงสร้างของการทดลองทั้งหมด

Encoder แต่ละตัว จะส่งสัญญาณ square wave 2 สัญญาณ เรียกว่า chanel A และ B ที่มีเฟสต่างกัน ใช้บอกทิศทางการหมุนว่าหมุนตามเข็มนาฬิกาหรือทวนเข็มนาฬิกา สัญญาณทั้งสองสัญญาณนี้จะต่อกับ data acquisition board ผ่าน digital input port A จากนั้น โปรแกรมจะถูกเขียนให้เปลี่ยนสัญญาณ ทั้งคู่นี้เป็นตำแหน่งมุมของแขนกล

## ผลการทดลองและวิจารณ์

ในส่วนนี้จะแสดงผลการใช้การควบคุมแบบ Backstepping และ Backstepping Intelligent : Direct method กับทั้งการจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลจากคอมพิวเตอร์ด้วยโปรแกรม Matlab และกับแขนกลจริงซึ่งแสดงในภาพที่ 12 โดยในการจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลจะใช้แบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ที่ได้จากการหาแบบจำลองของแขนกล (system identification) ซึ่งอธิบายไว้ในส่วนที่ 1.2

### 1. การควบคุมแบบ Backstepping

ในส่วนนี้เราใช้ การควบคุมแบบ Backstepping ซึ่งได้อธิบายการออกแบบไว้ในส่วนที่ 2.1 วิธีการควบคุมแบบนี้จะต้องใช้แบบจำลองการเคลื่อนที่ทางคณิตศาสตร์ของแขนกลจริงที่แม่นยำ ดังนั้นเราจึงสมมุติว่าแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลและตัวแปรต่างๆของแขนกลที่ได้จากการหาแบบจำลองของแขนกล ซึ่งแสดงไว้ในสมการที่(4) นั้นตรงกันอย่างสมบูรณ์กับแขนกลจริง

ให้ virtual control และ Actual control คือ

$$\begin{aligned}x_{2d} &= g_1^{-1}[-f_1 + \dot{x}_{1d} - c_1 e_1] \\x_{3d} &= g_2^{-1}[-f_2 + \dot{x}_{2d} - c_2 e_2 - g_1 e_1] \\x_{4d} &= g_3^{-1}[-f_3 + \dot{x}_{3d} - c_3 e_3 - g_2 e_2] \\u &= g_4^{-1}[-f_4 + \dot{x}_{4d} - c_4 e_4 - g_3 e_3]\end{aligned}$$

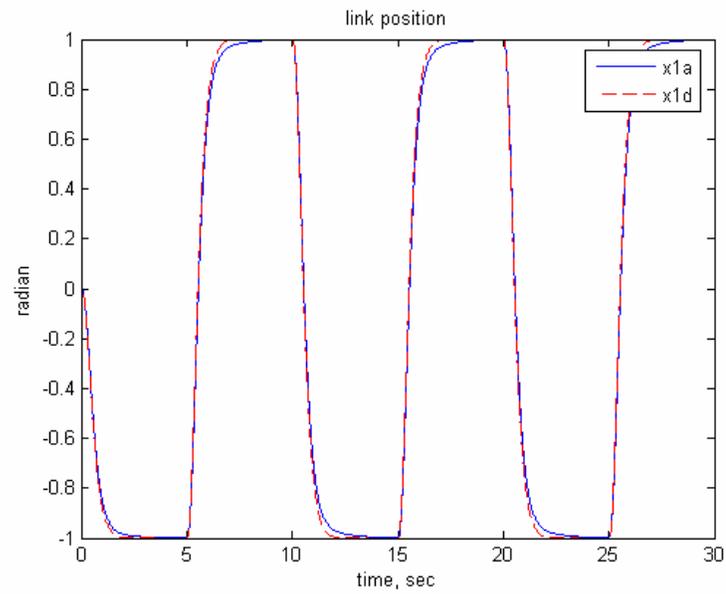
เมื่อ  $e_i = x_i - x_{id}$  ,  $i = 1, 2, 3, 4$  คือค่าคลาดเคลื่อนของแต่ละสมการ

ค่า controller gain คือ  $c_1 = 4$  ,  $c_2 = 4$  ,  $c_3 = 15000$  ,  $c_4 = 14$

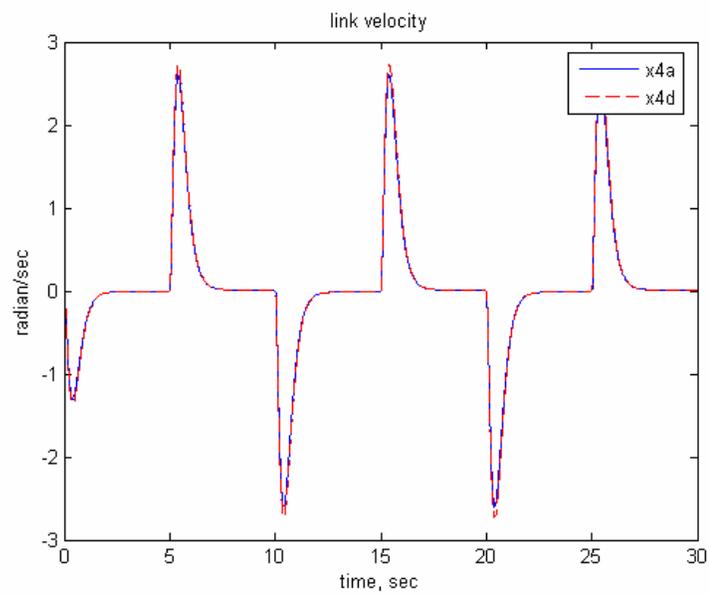
ช่วงเวลาในการเก็บค่า (sampling time) = 0.001 วินาที

เส้นทางการเคลื่อนที่ที่ออกแบบไว้ ( $x_{1d}$ ) ได้จากการใช้ square wave ที่มีขนาด 1 radian มีคาบเวลา 10

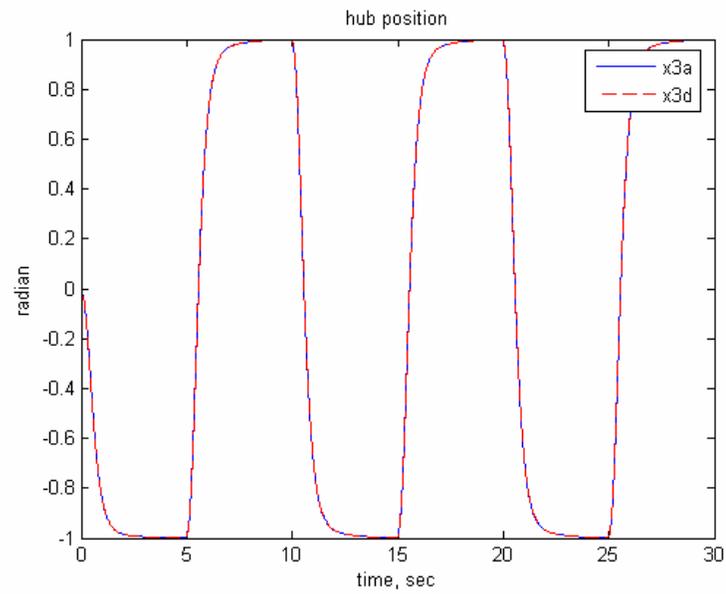
วินาที ผ่าน filter  $1/(s+5)^3$



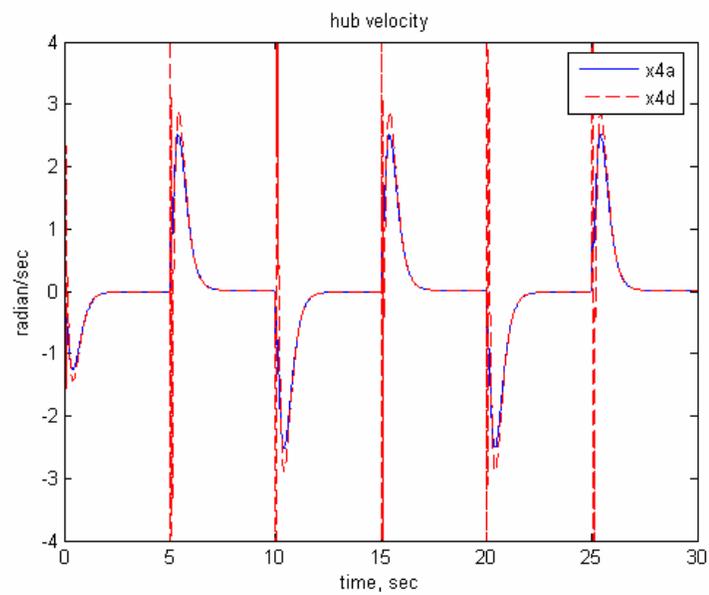
ภาพที่ 14 แสดงผลการจำลองการเคลื่อนที่ของlink ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว



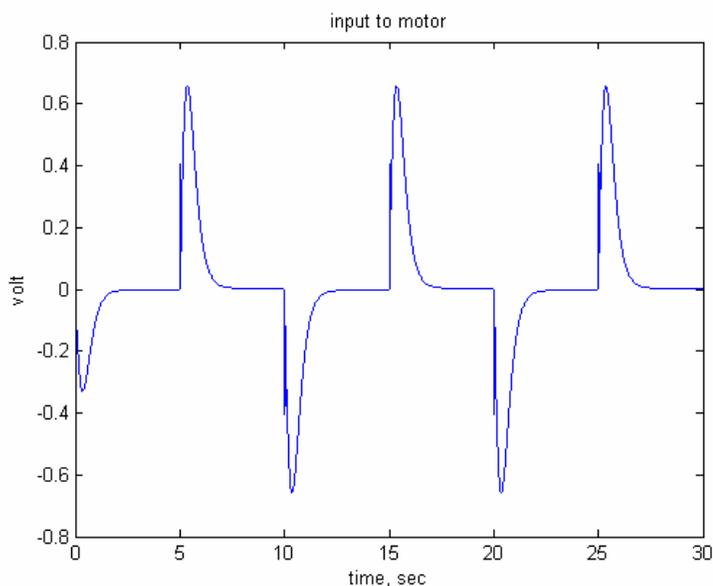
ภาพที่ 15 แสดงผลการจำลองความเร็วของlink ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว



ภาพที่ 16 แสดงผลการจำลองการเคลื่อนที่ของhub ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว



ภาพที่ 17 แสดงผลการจำลองความเร็วของhub ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว

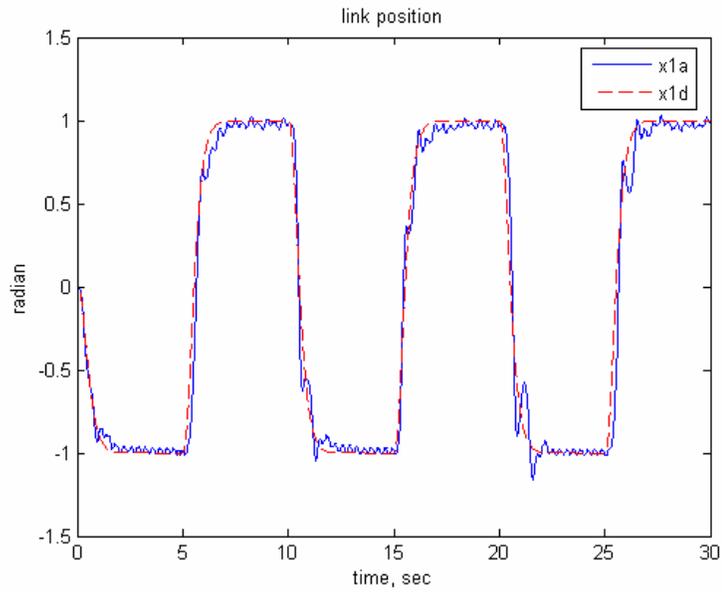


**ภาพที่ 18** แสดงการจำลองแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้มอเตอร์ในการควบคุมด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว

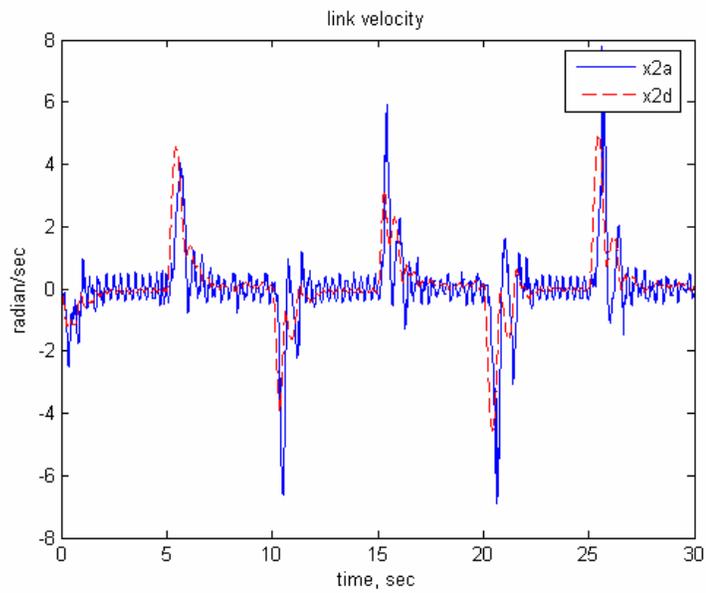
ผลจากการจำลองการควบคุมแบบ Backstepping เพียงอย่างเดียวได้แสดงใน ภาพที่ 14 ถึงภาพที่ 18 เมื่อเส้นทึบคือ เส้นทางการเคลื่อนที่ที่ออกแบบไว้ และเส้นประคือ การจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกล

จากการใช้ฟังก์ชัน  $f_i$  และ  $g_i$  ที่สมมุติว่าตรงกันกับแขนกลจริงในการออกแบบสมการการควบคุมและสมการการเคลื่อนที่ของแขนกล จึงมีประสิทธิภาพการควบคุมที่ดีมาก ในภาพที่ 14ถึง ภาพที่ 17 จะเห็นว่ามุมของการจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลสามารถเคลื่อนที่ได้ตามเส้นทางการเคลื่อนที่ที่ออกแบบไว้ได้อย่างใกล้เคียงมาก ภาพที่ 18 แสดงการจำลองแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับมอเตอร์

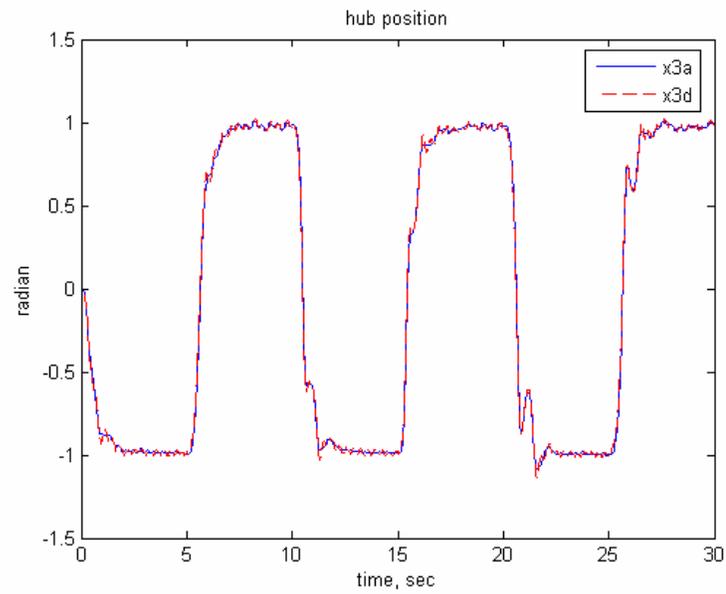
แต่เนื่องจากสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่หาได้นั้นไม่ตรงกันอย่างสมบูรณ์กับแขนกลจริงจึงทำให้ผลการทดลองควบคุมแบบ Backstepping เพียงอย่างเดียวกับแขนกลจริง มีการสั่นบ้าง ดังแสดงใน ภาพที่ 19 ถึง ภาพที่ 22 เมื่อเส้นทึบคือ เส้นทางการเคลื่อนที่ที่ออกแบบไว้ และเส้นประคือ การเคลื่อนที่ของแขนกลจริง



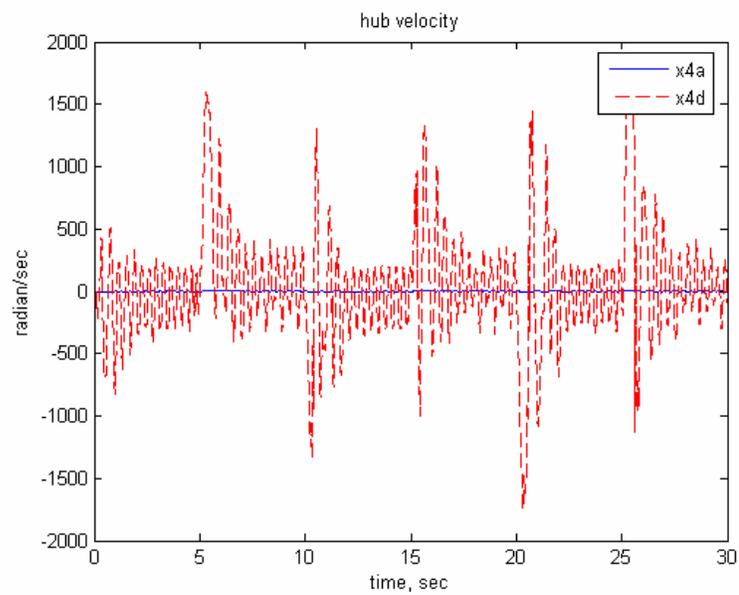
ภาพที่ 19 แสดงผลการเคลื่อนที่จริงของ link ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว



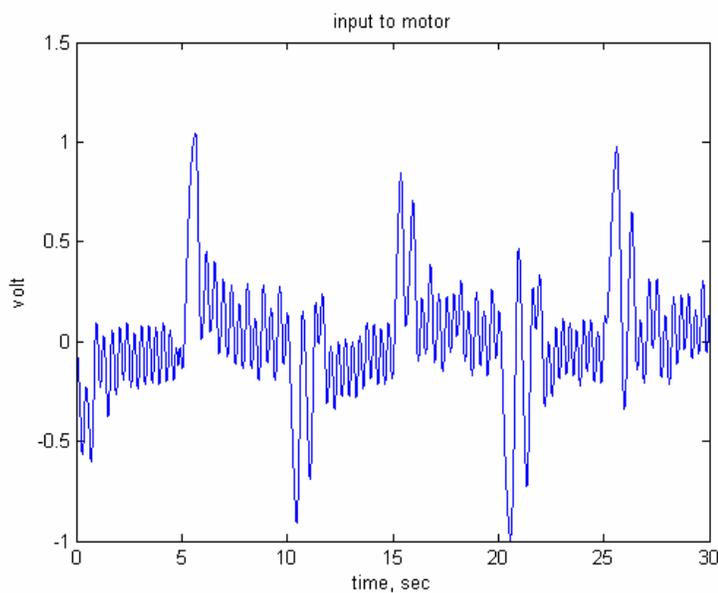
ภาพที่ 20 แสดงผลของความเร็วจริงของ link ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว



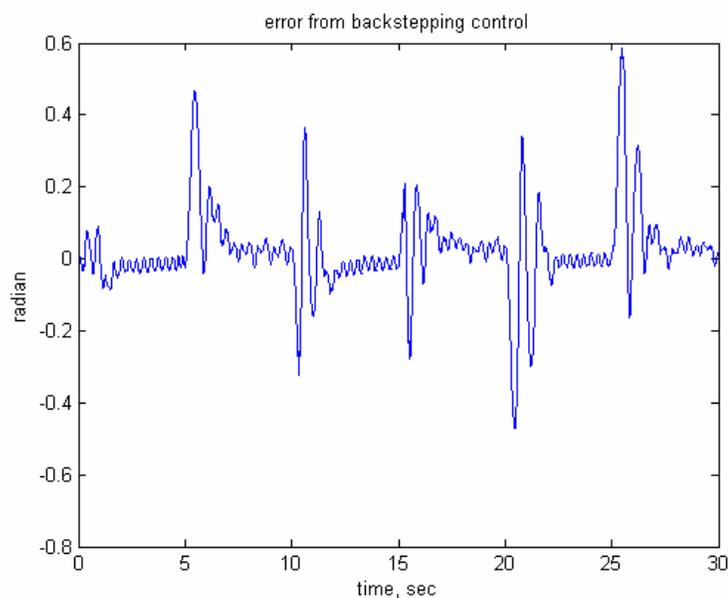
ภาพที่ 21 แสดงผลการเคลื่อนที่จริงของ hub ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว



ภาพที่ 22 แสดงผลของความเร็วจริงของ hub ด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว



ภาพที่ 23 แสดงแรงดันไฟฟ้าจริงที่จ่ายให้มอเตอร์ในการควบคุมด้วยวิธี Backstepping เพียงอย่างเดียว



ภาพที่ 24 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีการควบคุมแบบ backstepping กับแกนกลจริง

ภาพที่ 24 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนของการเคลื่อนที่ของแกนกล ( $e_1$ ) จากวิธีการควบคุมแบบ backstepping กับแกนกลจริง ซึ่งมีค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุด (peak) คือ 0.5861 radian และมีค่าเฉลี่ยกำลังสอง (root mean square : RMS) ของค่าคลาดเคลื่อนคือ 0.1165 radian

## 2. การควบคุมแบบ Backstepping Intelligent : Direct method

ในส่วนนี้เราใช้ การควบคุมแบบ backstepping Intelligent : Direct method ซึ่งได้อธิบายวิธีการ ออกแบบการควบคุมไว้ในส่วนที่ 2.4 โดยมีสมการการควบคุมคือ

$$\begin{aligned}x_{2d} &= -c_1 e_1 - \hat{W}_1^T S_1(\hat{V}_1^T \bar{Z}_1) + u_{2dvsc} \\x_{3d} &= -e_1 - c_2 e_2 - \hat{W}_2^T S_2(\hat{V}_2^T \bar{Z}_2) + u_{3dvsc} \\x_{4d} &= -e_2 - c_3 e_3 - \hat{W}_3^T S_3(\hat{V}_3^T \bar{Z}_3) + u_{4dvsc} \\u &= -e_3 - c_4 e_4 - \hat{W}_4^T S_4(\hat{V}_4^T \bar{Z}_4) + u_{5dvsc}\end{aligned}$$

และสมการการเปลี่ยนแปลงค่าน้ำหนัก (weight) คือ

$$\begin{aligned}\dot{\hat{W}}_i &= \dot{\tilde{W}}_i = \Gamma_{w_i} (\hat{S}_i - \hat{S}_i^T \hat{V}_i^T \bar{Z}_i) e_i \\ \dot{\hat{V}}_i &= \dot{\tilde{V}}_i = \Gamma_{v_i} \bar{Z}_i \hat{W}_i^T \hat{S}_i' e_i \\ \dot{\hat{K}}_i &= |e_i| \Gamma_{k_i} \varphi_i\end{aligned}$$

และ

$$K_i^* = \begin{bmatrix} \|V_i^*\|_F \\ \|W_i^*\| \\ \|W_i^*\|_1 + \varepsilon_{iU} + d_{aiU} \end{bmatrix}$$

$$\varphi_i = \begin{bmatrix} \|\bar{Z}_i \hat{W}_i^T \hat{S}_i'\|_F \\ \|\hat{S}_i^T \hat{V}_i^T \bar{Z}_i\| \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

เมื่อ  $i = 1, 2, 3, 4$

$e_i = x_i - x_{id}$  ,  $i = 1, 2, 3, 4$  คือค่าคลาดเคลื่อนของแต่ละสมการ

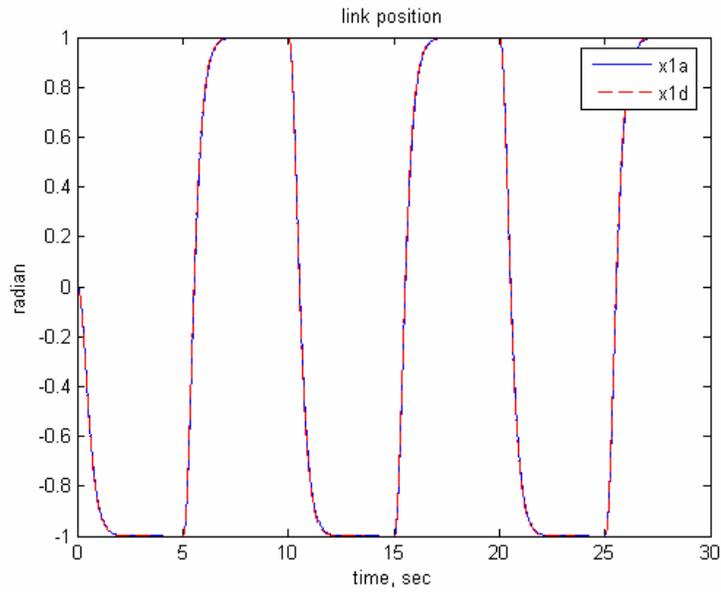
ค่า controller gain คือ  $c_1 = 4$  ,  $c_2 = 0.05$  ,  $c_3 = 7$  ,  $c_4 = 0.1$

$$\Gamma_{w2} = 10, \Gamma_{w4} = 10, \Gamma_{v2} = 0.1, \Gamma_{v4} = 10$$

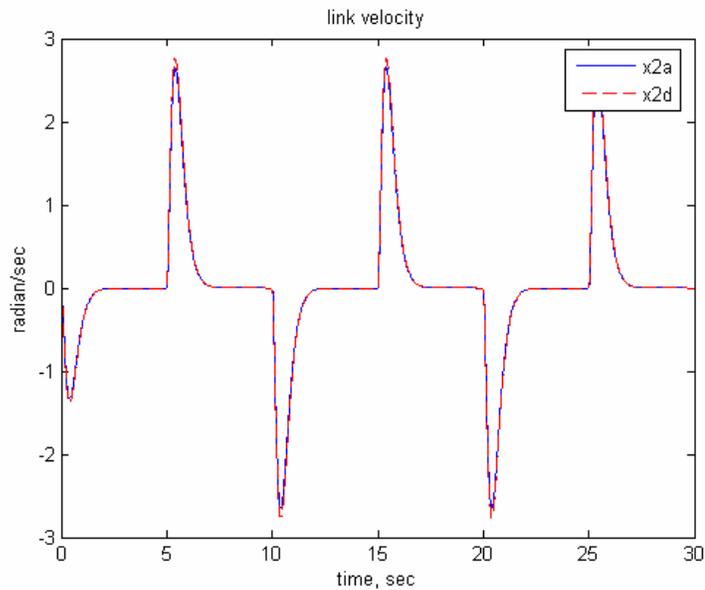
ช่วงเวลาในการเก็บค่า (sampling time) = 0.001 วินาที

เส้นทางการเคลื่อนที่ที่ออกแบบไว้ ( $x_{1d}$ ) ได้จากการใช้ square wave ที่มีขนาด 1 radian มีคาบเวลา 10

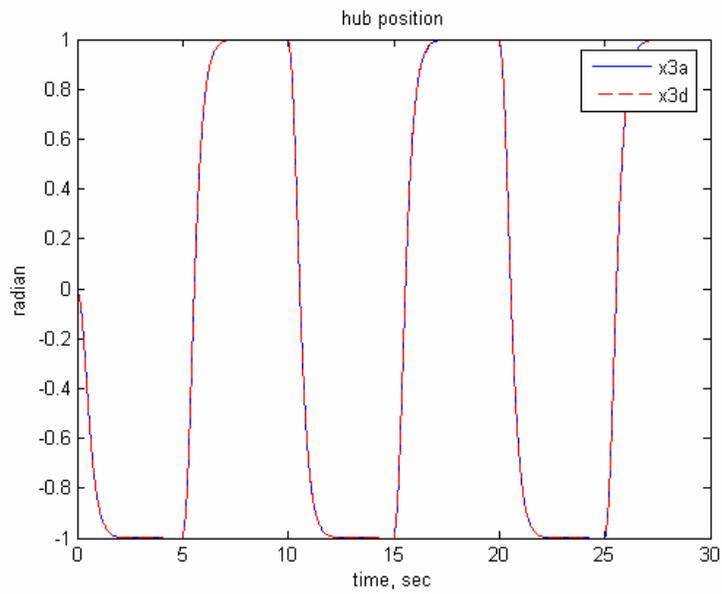
วินาที ผ่าน filter  $1/(s+5)^3$



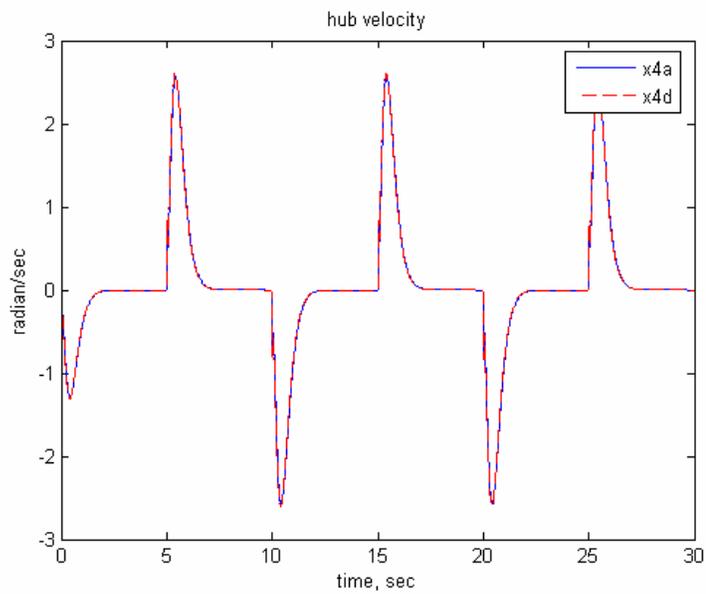
ภาพที่ 25 แสดงผลการจำลองการเคลื่อนที่ของ link ด้วยการควบคุมแบบ  
backstepping Intelligent : Direct method



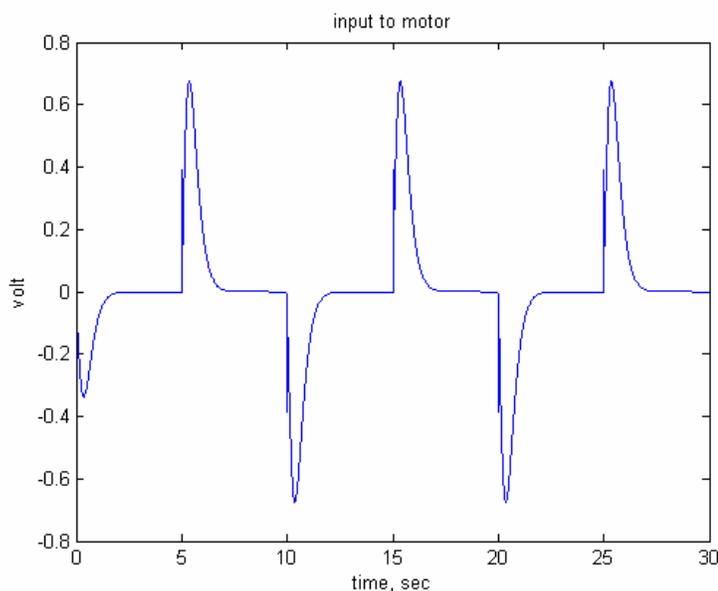
ภาพที่ 26 แสดงผลการจำลองของความเร็วของ link ด้วยการควบคุมแบบ  
backstepping Intelligent : Direct method



ภาพที่ 27 แสดงผลการจำลองการเคลื่อนที่ของ hub ด้วยการควบคุมแบบ  
backstepping Intelligent : Direct method



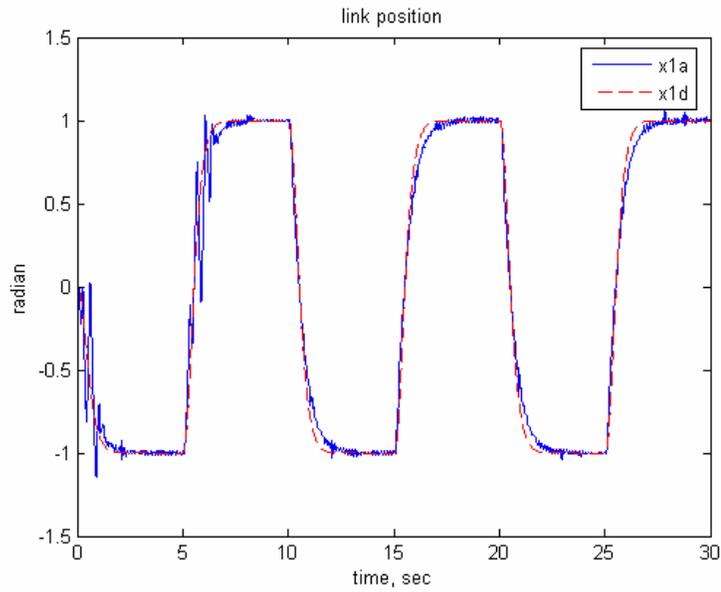
ภาพที่ 28 แสดงผลการจำลองของความเร็วของ hub ด้วยการควบคุมแบบ  
backstepping Intelligent : Direct method



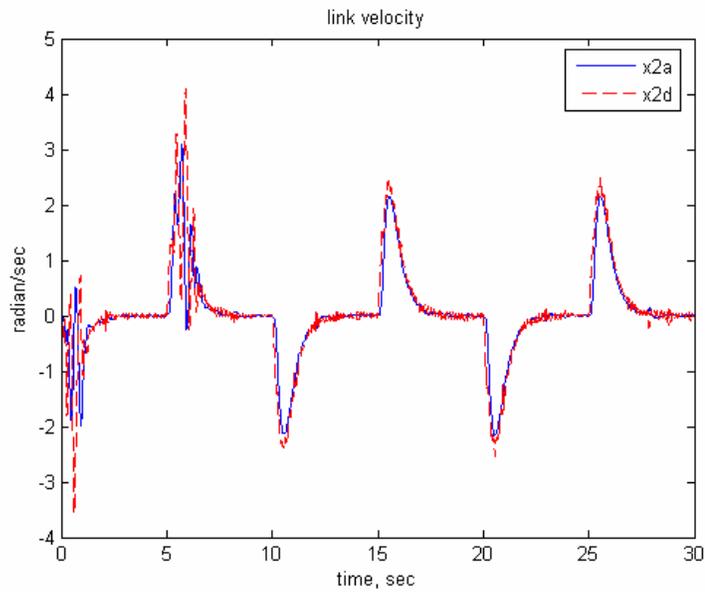
ภาพที่ 29 แสดงการจำลองแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้มอเตอร์ในการควบคุมแบบ  
backstepping Intelligent : Direct method

ผลจากการจำลองการควบคุมแบบ backstepping Intelligent : Direct method ได้แสดงในภาพที่ 25 ถึงภาพที่ 29 ซึ่งมีประสิทธิภาพการควบคุมที่ดีมากสังเกตได้จากภาพที่ 25 ถึง ภาพที่ 28 มุมจากการจำลองของแขนกลและ hub สามารถเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดได้อย่างใกล้เคียงมากเมื่อเส้นที่บคือ เส้นทางเคลื่อนที่ที่ออกแบบไว้ และเส้นประคือ การจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกล

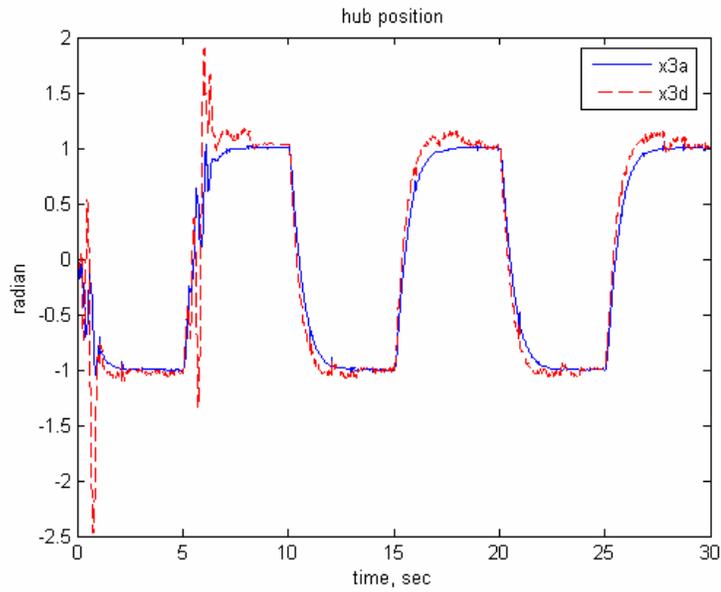
ภาพที่ 30 ถึง ภาพที่ 34 แสดงผลการควบคุมแบบ backstepping Intelligent : Direct method กับ แขนกลจริงซึ่งเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดได้ดีพอสมควร จะมีการเรียนรู้ในช่วงแรก ทำให้เกิดการสั่น แต่หลังจากนั้น สามารถควบคุมได้อย่างมีประสิทธิภาพ เมื่อเส้นที่บคือ เส้นทางเคลื่อนที่ที่ออกแบบไว้ และ เส้นประคือ การเคลื่อนที่ของแขนกลจริง



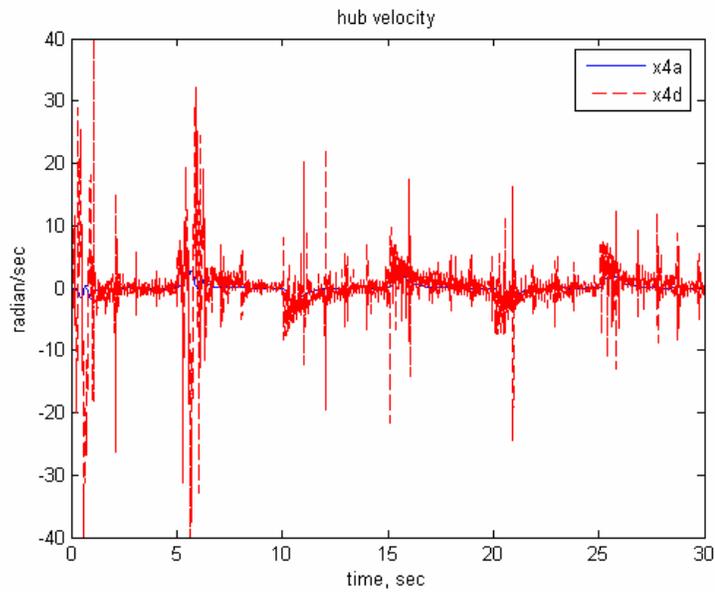
ภาพที่ 30 แสดงผลการเคลื่อนที่จริงของ link ด้วยการควบคุมแบบ  
backstepping Intelligent : Direct method



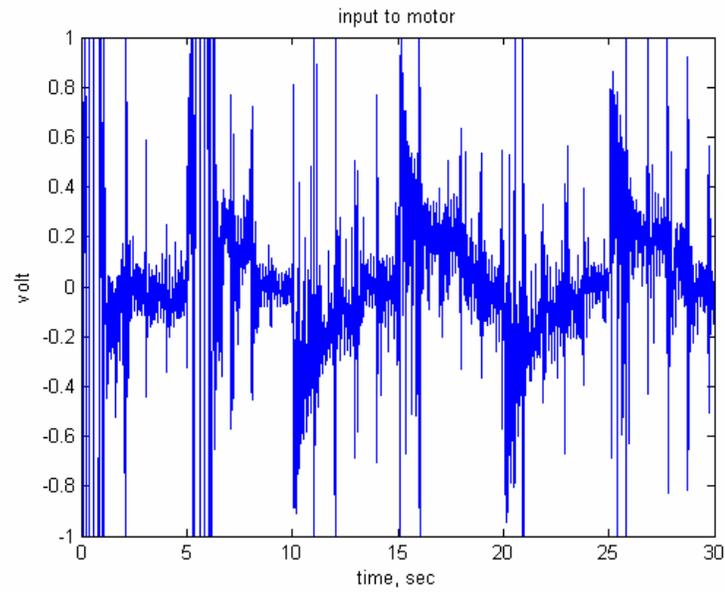
ภาพที่ 31 แสดงผลของความเร็วจริงของ link ด้วยการควบคุมแบบ  
backstepping Intelligent : Direct method



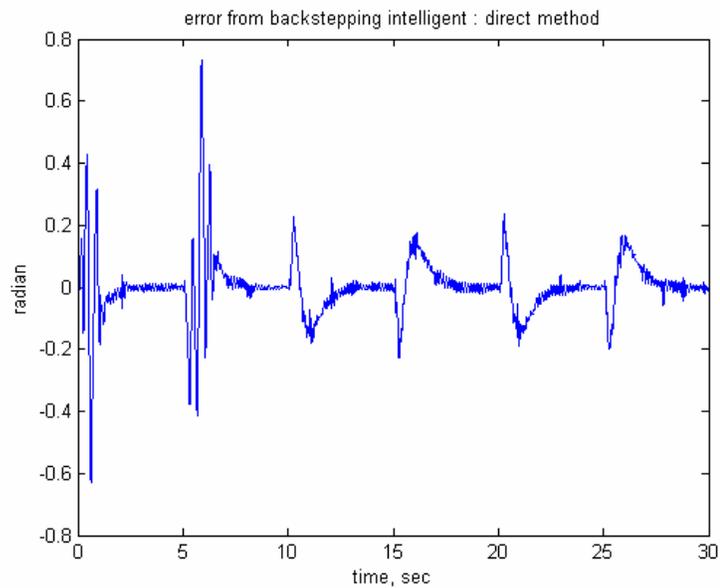
ภาพที่ 32 แสดงผลการเคลื่อนที่จริงของ hub ด้วยการควบคุมแบบ  
backstepping Intelligent : Direct method



ภาพที่ 33 แสดงผลของความเร็วจริงของ hub ด้วยการควบคุมแบบ  
backstepping Intelligent : Direct method



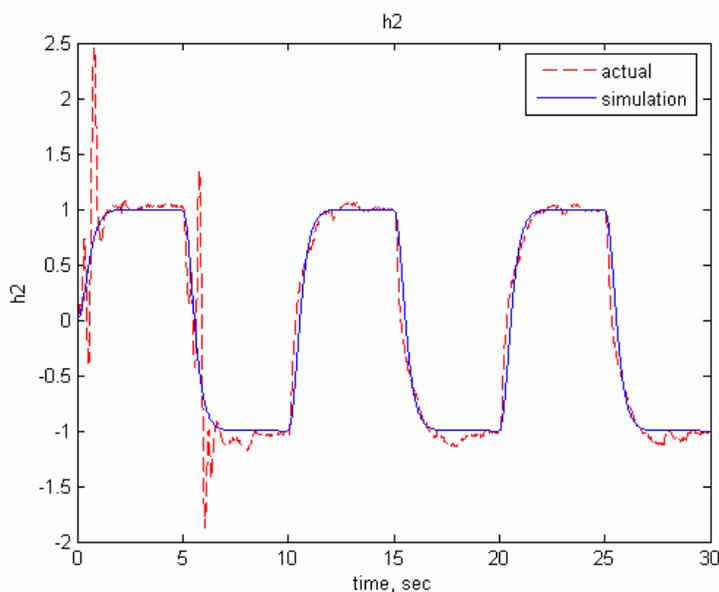
ภาพที่ 34 แสดงแรงดันไฟฟ้าจริงที่จ่ายให้มอเตอร์ในการควบคุมแบบ  
backstepping Intelligent : Direct method



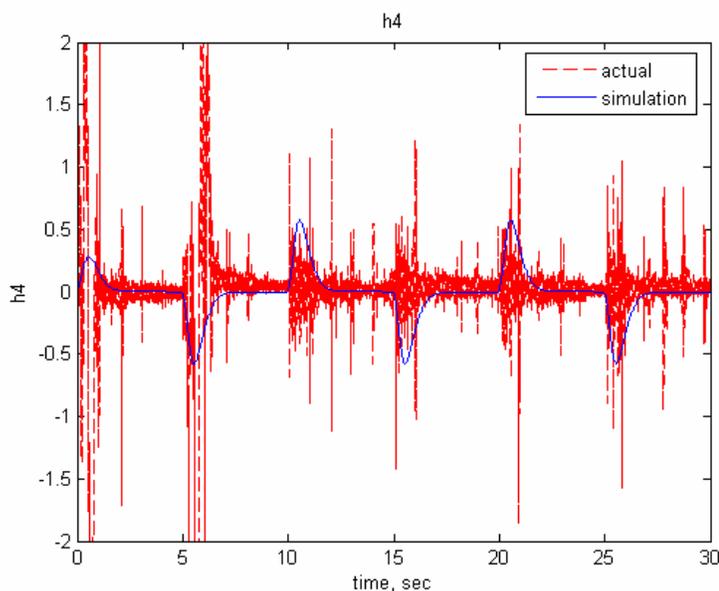
ภาพที่ 35 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีการควบคุมแบบ backstepping intelligent : direct  
method กับแกนกลจริง

ภาพที่ 35 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนของการเคลื่อนที่ของแขนกล ( $e_1$ ) จากวิธีการควบคุมแบบ backstepping intelligent : direct method กับแขนกลจริง ซึ่งมีค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดคือ 0.7303 radian และมีค่าเฉลี่ยกำลังสอง ( root mean square : RMS ) ของค่าคลาดเคลื่อนคือ 0.0968 radian

เมื่อเปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนจากผลการทดลองจริงกับแขนกลที่มีข้อต่อยืดหยุ่นได้ พบว่าวิธีการควบคุมแบบ backstepping intelligent : direct method มีค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุด ( peak ) มากกว่าวิธีการควบคุมแบบ backstepping เนื่องจากมีการเรียนรู้ของระบบในช่วงต้น แต่มีค่าเฉลี่ยกำลังสอง ( root mean square ) ของค่าคลาดเคลื่อนน้อยกว่า ซึ่งแสดงว่า ในการทดลองนี้ วิธีการควบคุมแบบ backstepping intelligent : direct method มีประสิทธิภาพการควบคุมที่ดีกว่าวิธีการควบคุมแบบ backstepping



ภาพที่ 36 แสดงผลการประมาณค่าของฟังก์ชัน  $h_2$  จากการจำลองเทียบกับการทดลองจริง



ภาพที่ 37 แสดงผลการประมาณค่าของฟังก์ชัน  $h_4$  จากการจำลองเทียบกับการทดลองจริง

ภาพที่ 36 และ ภาพที่ 37 แสดงผลการประมาณค่าฟังก์ชัน  $h_2$  และ  $h_4$  ตามลำดับ จากการจำลองเทียบกับการทดลองกับแขนกลจริง โดยเส้นที่บิคือผลจากการจำลอง และ เส้นประคือผลจากการทดลองจริง

เนื่องจากแบบจำลองสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่ใช้นั้นได้จากการทำ linearize ซึ่งไม่ตรงกันอย่างสมบูรณ์กับแขนกลจริงจึงอาจจะมีผลกระทบการคำนวณในช่วงความถี่สูง ทำให้ผลการทดลองควบคุมแบบ Backstepping เพียงอย่างเดียวกับแขนกลจริงมีการสั่นมากในช่วงสภาวะคงตัว แต่ในการควบคุมแบบ backstepping intelligent : direct method ได้ใช้ three layer neural network ในการประมาณค่าฟังก์ชันของสมการการเคลื่อนที่ ซึ่งอาจจะมีผลกระทบค่าในช่วงความถี่สูงด้วย จึงทำให้สามารถลดการสั่นในช่วงสภาวะคงตัวได้ดีกว่า

## สรุป

งานวิจัยนี้ได้เสนอวิธีการควบคุมแขนกลแบบหนึ่งแขนที่มีข้อต่อยึดหยุ่นได้โดยไม่ต้องรู้ค่าที่ถูกต้องแม่นยำของฟังก์ชันในสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลซึ่งหาได้ยากมาก ด้วยวิธีการควบคุมแบบ Backstepping Intelligent ที่ใช้พื้นฐานการออกแบบการควบคุมแบบ Backstepping และใช้การประมาณค่าฟังก์ชันที่ไม่รู้ในสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลด้วย three-layer Neural Network แบ่งได้เป็น 2 กรณีคือการประมาณค่าฟังก์ชันที่ไม่รู้ของสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่อยู่ในสมการการควบคุม เรียกว่า indirect method และประมาณค่าฟังก์ชันของ สมการการควบคุมโดยตรง เรียกว่า direct method ในกรณีของ Indirect method นั้นมีการประมาณค่าของ inverse term ที่อยู่ในสมการการควบคุม ซึ่งอาจจะมีการเก็บค่าเป็นศูนย์ ทำให้สมการการควบคุมมีขนาดใหญ่จนไม่สามารถควบคุมแขนกลให้เคลื่อนที่อย่างมีประสิทธิภาพได้ ส่วนในกรณีของ Direct method นั้นได้ประมาณค่าฟังก์ชันของ สมการการควบคุมโดยตรงจึงสามารถกำจัดส่วนของ inverse term ที่อยู่ในสมการการควบคุมได้ ทำให้สามารถควบคุมแขนกลให้เคลื่อนที่อย่างมีประสิทธิภาพได้

เมื่อเปรียบเทียบการออกแบบการควบคุมแบบที่ใช้และไม่ใช้สมการการเคลื่อนที่ของแขนกลแล้ว จะเห็นว่าการออกแบบการควบคุมแบบที่ใช้สมการการเคลื่อนที่ของแขนกลนั้นมีประสิทธิภาพการควบคุมที่ดีมากเมื่อรู้ค่าทั้งหมดของฟังก์ชันในสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่ถูกต้องแม่นยำ ซึ่งสังเกตได้จากผลการทดลองในส่วนของ การจำลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบ Backstepping เพียงอย่างเดียว แต่การหาฟังก์ชันที่ถูกต้องแม่นยำของสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลนั้นทำได้ยากและมักจะไม่ตรงกับของจริงจึงทำให้มีประสิทธิภาพการควบคุมที่ลดลง แต่จะไม่มีผลกระทบกับวิธีการออกแบบการควบคุมแบบ Indirect และ Direct Backstepping Intelligent เนื่องจากวิธีนี้ไม่ได้ใช้สมการการเคลื่อนที่ของแขนกลในการออกแบบการควบคุม

## เอกสารและสิ่งอ้างอิง

- Chao, L., C.C. Chien and J.E.S. Jean. 2008. Adaptive task-space regulation of rigid-link flexible-joint robots with uncertain kinematics. **Automatica** **44** : 1806–1814.
- Chatlatanagulchai, W. 2006. **Backstepping Intelligent Control Applied to a Flexible Joint Robot Manipulator**. Ph.D. Thesis, Purdue University
- Ge, S.S. 1996. Adaptive controller design for flexible joint manipulators. **Automatica** **32** : 273-278.
- \_\_\_\_\_ 1998. Nonlinear adaptive control using neural networks and its application to CSTR systems. **Journal of Process Control** **9 (1998)** : 313-323.
- \_\_\_\_\_, C.C. Hang, T.H. Lee and T. Zhang. 2002. **Stable Adaptive Neural Network Control**. **Kluwer**, The Netherlands.
- Gong, J.Q., and B. Yao. 2001. Neural network adaptive robust control of nonlinear systems in semi-strict feedback form. **Automatica** **37** : 1149-1160.
- Huang, L., S.S. Ge and T.H. Lee. 2006. Position/force control of uncertain constrained flexible joint robots. **Mechatronics** **16** : 111–120.
- Hassan K.K. 2002 . **Nonlinear Systems**. Prentice Hall
- Jong, H.O. and S.L. Jin. 1997. Control fo flexible joint robot system by backstepping design approach,pp.3435- 3440. **IEEE International Conference on Robotics and Automation**, **April 1997**. Albuquerque, New Mexico
- Krikochoritis, T.E. and S.G. Tzafestas. 2001. Control of flexible joint robot using neural networks. **IMA Journal of Mathematical Control and Information** **18** : 269-280.

- Kwan,C. and F.L. Lewis. 2000. Robust backstepping control of nonlinear systems using neural networks. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics 30** : 753-766.
- Min, J.L., and K.C. Young. 2004. An adaptive neurocontroller using RBFN for robot manipulators. **IEEE Transactions on Industrial Electronics 51** : 711-717.
- Tahboub, K.A. 1996. Motion control of a robot with flexible joints. **Control Eng. Practice 4** : 967-974.
- Tian, L. 1998. **Adaptive and Robust Control of Flexible Joint Robots with Joint Torque Feedback**. Ph.D. Thesis, University of Toronto
- Wang, W.Y., Y.G. Leu and C. C. Hsu. 2001. Robust adaptive fuzzy-neural control of nonlinear dynamical systems using generalized projection update law and variable structure controller. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics 31** : 140-147.
- Zhanga, T.P. and S.S. Ge. 2007. Adaptive neural control of MIMO nonlinear state time-varying delay systems with unknown dead-zones and gain signs. **Automatica 43** : 1021 – 1033.
- Zribi, M. and S. Ahmad. 1993. **Purdue Libraries** TR-EE 93-12. 19.

## ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ-นามสกุล	นายสิริชัย นิธิอุทัย
วัน เดือน ปี ที่เกิด	17 พฤษภาคม พ.ศ.2526
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (เครื่องกล) มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	-
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-
ผลงานดีเด่นและรางวัลทางวิชาการ	-
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	-