# ใบรับรองวิทยานิพนธ์

**บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์**

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

**ปริญญา**

| วิศวกรรมเครื่องกล | วิศวกรรมเครื่องกล |
|---|---|
| **สาขา** | **ภาควิชา** |

**เรื่อง** การควบคุมป้อนกลับเชิงปริมาณของแขนกลชนิดสองข้อต่อ

Quantitative Feedback Control of a Two-Link Robot Manipulator

**นามผู้วิจัย** นายชาคริต ศรีนางแย้ม

**ได้พิจารณาเห็นชอบโดย**

**อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก** .....

( อาจารย์วิทิต ฉัตรรัตนกุลชัย, Ph.D. )

**อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม** .....

( ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิชัย ศิวะโกศิษฐ, Ph.D. )

**หัวหน้าภาควิชา** .....

( รองศาสตราจารย์ชวลิต กิตติชัยการ, Ph.D. )

**บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว**

.....

( รองศาสตราจารย์กัญจนา ธีระกุล, D.Agr. )

**คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย**

**วันที่** ..... **เดือน** ..... **พ.ศ.** .....

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

# การควบคุมป้อนกลับเชิงปริมาณของแขนกลชนิดสองข้อต่อ

# Quantitative Feedback Control of a Two-Link Robot Manipulator


โดย

นายชาคริต ศรีนางแย้ม


เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

พ.ศ. 2552

ชาคริต ศรีนางแย้ม 2552: การควบคุมป้อนกลับเชิงปริมาณของแขนกลชนิดสองข้อต่อ ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล) สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อาจารย์วิทิต ฉัตรรัตนกุลชัย, Ph.D. 91 หน้า

เทคนิคการควบคุมแขนกลในอุตสาหกรรม ส่วนใหญ่คือการควบคุมแบบ PID ซึ่งไม่ต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ บางเทคนิคออกแบบโดยใช้แบบจำลองที่แน่นอน โดยไม่ได้คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนระหว่างแบบจำลองกับระบบจริง แต่เนื่องจากค่าพารามิเตอร์ของแขนกลเปลี่ยนแปลงขณะที่แขนกลทำงาน เช่นการยกน้ำหนักที่เปลี่ยนไป จึงทำให้ประสิทธิภาพของระบบควบคุมไม่ดีเท่าที่ควร บทความนี้นำเสนอวิธีการควบคุมแบบป้อนกลับเชิงปริมาณ (Quantitative feedback control) ซึ่งเป็นการออกแบบตัวควบคุมในโดเมนความถี่ (Frequency domain) และเป็นวิธีการควบคุมที่สามารถควบคุมระบบที่มีความไม่แน่นอน (Plant uncertainty) และระบบที่มีสิ่งรบกวนต่อระบบ (Disturbance) ได้ดี การออกแบบระบบที่มีหลายสัญญาณเข้าออก (MIMO) เช่นนี้เป็นสิ่งที่ยาก เนื่องจากสัญญาณเข้าแต่ละสัญญาณมีผลกระทบกับสัญญาณออกทุกสัญญาณ (Couple) ในการออกแบบระบบควบคุม เราแบ่งระบบ MIMO ออกเป็นสองระบบ SISO แล้วทำการออกแบบระบบควบคุมทีละระบบ (Decoupled sequential loop shaping) เราสามารถกำหนดคุณสมบัติด้านการลดผลกระทบของการสั่นสะเทือนภายนอก (Disturbance rejection) และคุณลักษณะของการเคลื่อนที่ที่ต้องการ (Tracking specification) จากการจำลองและจากการทดลองจริง เห็นได้ว่าระบบควบคุมแขนกลนี้ ทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

_____ _____ ___ / ___ / ___

ลายมือชื่อนิสิต ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Chakrit Srinangyam 2009: Quantitative Feedback Control of a Two-Link Robot Manipulator. Master of Engineering (Mechanical Engineering), Major Field: Mechanical Engineering, Department of Mechanical Engineering. Thesis Advisor: Mr. Withit Chatlatanagulchai, Ph.D. 91 pages.

PID controller, normally used in industry, does not require mathematical model. Some techniques design on fixed model without taking uncertainty into consideration. Since the robot's parameters change during operation, for example, lifting varying payload, the controller designed from a fixed model normally delivers low performance. This paper presents a controller based on the quantitative feedback theory, which designs a controller in the frequency domain. This method is suitable for uncertain plant with external disturbance. Controller design for multi-input-multi-output (MIMO) system is always difficult because the coupling between inputs to outputs. We divide the design into two steps, for two sequential SISO systems. We are able to reject the disturbance and track desired trajectories accurately. Simulation and experimental results confirm the controller's effectiveness.

_____ _____ ___ / ___ / ___

Student's signature Thesis Advisor's signature

# กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณอาจารย์วิทิต ฉัตรรัตนกุลชัย ประธานกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ที่ถ่ายทอดวิชาความรู้ ช่วยเหลือในการวางแผนงานวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้และให้คำแนะนำช่วยเหลือและตรวจสอบข้อบกพร่องจนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีและขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย ศิวะโกศิษฐ กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม อาจารย์ ดร. ธเนศ อรุณศรีโสภณ ประธานการสอบ และ ดร. กฤษฎา วรรณทอง ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอกสถาบัน ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำและช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์ให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, สถาบันค้นคว้าและพัฒนาเทคโนโลยีอุตสาหกรรม (RDiPT), ห้องปฏิบัติการควบคุมหุ่นยนต์และการสั่นสะเทือน (Control of Robot and Vibration Laboratory, CRVlab) ที่เอื้อเฟื้อสถานที่และอุปกรณ์การทำวิจัย รวมทั้งบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ สำหรับทุนอุดหนุนและส่งเสริมวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาโท บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ประจำปีงบประมาณ 2551

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ รวมไปถึงญาติๆ สำหรับความรัก กำลังใจ ที่มอบให้ข้าพเจ้าเสมอมา และขอขอบคุณ พี่ๆ เพื่อนๆ น้องๆ ทุกคนสำหรับคำแนะนำช่วยเหลือ และกำลังใจที่มีต่อข้าพเจ้าในการทำวิทยานิพนธ์ให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ชาคริต ศรีนางแย้ม

กุมภาพันธ์ 2552

# สารบัญ


| | หน้า |
|---|---|
| สารบัญ | (1) |
| สารบัญตาราง | (2) |
| สารบัญภาพ | (3) |
| คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ | (6) |
| คำนำ | 1 |
| วัตถุประสงค์ | 3 |
| การตรวจเอกสาร | 4 |
| อุปกรณ์และวิธีการ | 20 |
| อุปกรณ์ | 20 |
| วิธีการ | 23 |
| ผลและวิจารณ์ | 54 |
| สรุปและข้อเสนอแนะ | 63 |
| สรุป | 63 |
| ข้อเสนอแนะ | 64 |
| เอกสารและสิ่งอ้างอิง | 65 |
| ภาคผนวก | 67 |
| ภาคผนวก ก ตารางแสดงค่าที่ได้จากการหาเอกลักษณ์ของระบบ | 68 |
| ภาคผนวก ข โปรแกรม Matlab สำหรับการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบ | 71 |
| ภาคผนวก ค โปรแกรม Matlab สำหรับการออกแบบตัวควบคุม, ตัวกรอง, ผลการจำลองในโดเมนความถี่ และผลการจำลองในโดเมนเวลา | 74 |
| ภาคผนวก ง โปรแกรม Matlab สำหรับแสดงผลการทดลองจริง | 87 |
| ประวัติการศึกษา และการทำงาน | 91 |

# สารบัญตาราง

**ตารางที่** **หน้า**

1 เปรียบเทียบการตอบสนองชั่วครู่ (Transient response) ระหว่างตัวควบคุม QFT และตัวควบคุม PID 62

**ตารางผนวกที่**

ก1 ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาเอกลักษณ์ของระบบ 69

# สารบัญภาพ


| ภาพที่ | | หน้า |
|---|---|---|
| 1 | ระบบควบคุมแบบเปิด (Open-loop control system) | 6 |
| 2 | ระบบควบคุมแบบปิด (Close-loop control system) | 7 |
| 3 | แผนภูมินิโคลส์ | 9 |
| 4 | ค่า Initial condition ไม่เท่ากับศูนย์ | 10 |
| 5 | ค่า Initial condition เท่ากับศูนย์ | 10 |
| 6 | เอาต์พุตมีค่าอยู่ในระหว่างขอบเขตบน (Upper bound) และขอบเขตล่าง (Lower bound) | 10 |
| 7 | อินพุตมีขอบเขตการทำงานตามที่กำหนด | 11 |
| 8 | Templates ที่ความถี่ 1 rad/sec ของระบบที่มีเซตของฟังก์ชันถ่ายโอนเป็น $\{P\} = k/s(s+a)$ | 14 |
| 9 | ระบบที่มีหลายตัวแปร (MIMO) | 17 |
| 10 | ตัวควบคุม MIMO แบบทแยงมุม | 18 |
| 11 | ตัวควบคุม MIMO ทั่วไป | 18 |
| 12 | ขั้นตอนในการออกแบบตัวควบคุมโดยทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณ | 19 |
| 13 | อุปกรณ์การทดลองและการเชื่อมต่อ | 20 |
| 14 | ชุดแขนกลชนิดสองข้อต่อที่ใช้ในการทดลอง | 21 |
| 15 | ตัวตรวจวัดตำแหน่ง (Incremental encoder) | 22 |
| 16 | วงจรขับมอเตอร์กระแสตรง (Power amplifier) | 22 |
| 17 | การ์ดรับส่งข้อมูล (Data acquisition) รุ่น NI PCI 6221 และบอร์ดรับส่งสัญญาณ | 23 |
| 18 | ผังวัตถุอิสระของแขนกลชนิดสองข้อต่อที่ใช้ในการทดลอง | 24 |
| 19 | การหาเอกลักษณ์ของระบบ (System identification) | 31 |
| 20 | Plant templates สำหรับตำแหน่ง $p_{11}$ | 33 |
| 21 | Plant templates สำหรับตำแหน่ง $p_{12}$ | 33 |
| 22 | Plant templates สำหรับตำแหน่ง $p_{21}$ | 34 |
| 23 | Plant templates สำหรับตำแหน่ง $p_{22}$ | 34 |

# สารบัญภาพ (ต่อ)


| ภาพที่ | | หน้า |
|---|---|---|
| 24 | ระบบควบคุมแบบป้อนกลับที่พิจารณาในการออกแบบตัวควบคุม | 35 |
| 25 | ขอบเขตสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ สำหรับ $g_1$ | 37 |
| 26 | ขอบเขตสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ สำหรับ $g_2$ | 38 |
| 27 | ขอบเขตสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ สำหรับ $g_1$ | 40 |
| 28 | ขอบเขตสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ สำหรับ $g_2$ | 40 |
| 29 | คุณสมบัติการติดตามการเคลื่อนที่ในโดเมนเวลา | 43 |
| 30 | ขอบเขตการติดตามการเคลื่อนที่ สำหรับ $g_1$ | 43 |
| 31 | ขอบเขตการติดตามการเคลื่อนที่ สำหรับ $g_2$ | 44 |
| 32 | แผนภาพบล็อกการคำนวณหา $L_1(s)$ สำหรับระบบ $2\times2$ | 44 |
| 33 | ขอบเขตเสถียรภาพ สำหรับ $g_1$ | 46 |
| 34 | ขอบเขตเสถียรภาพ สำหรับ $g_2$ | 46 |
| 35 | ขอบเขตที่ทับซ้อนกัน สำหรับ $g_1$ | 47 |
| 36 | ขอบเขตที่ทับซ้อนกัน สำหรับ $g_2$ | 47 |
| 37 | ลักษณะของระบบก่อนการออกแบบตัวควบคุม $g_1$ | 48 |
| 38 | ลักษณะของระบบหลังการออกแบบตัวควบคุม $g_1$ | 49 |
| 39 | ลักษณะของระบบก่อนการออกแบบตัวกรอง $f_{11}$ | 50 |
| 40 | ลักษณะของระบบหลังการออกแบบตัวกรอง $f_{11}$ | 50 |
| 41 | ลักษณะของระบบก่อนการออกแบบตัวควบคุม $g_2$ | 51 |
| 42 | ลักษณะของระบบหลังการออกแบบตัวควบคุม $g_2$ | 52 |
| 43 | ลักษณะของระบบก่อนการออกแบบตัวกรอง $f_{22}$ | 52 |
| 44 | ลักษณะของระบบหลังการออกแบบตัวกรอง $f_{22}$ | 53 |
| 45 | การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนความถี่สำหรับการติดตามการเคลื่อนที่ | 55 |
| 46 | การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนความถี่สำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ | 56 |

# สารบัญภาพ (ต่อ)


| ภาพที่ | | หน้า |
|---|---|---|
| 47 | การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนความถี่สำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ | 56 |
| 48 | การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนความถี่สำหรับขอบเขตเสถียรภาพ | 57 |
| 49 | จำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนเวลาในการติดตามการเคลื่อนที่ | 58 |
| 50 | การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนเวลาสำหรับสัญญาณเอาต์พุตจากสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ | 58 |
| 51 | การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนเวลาสำหรับสัญญาณเอาต์พุตจากสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ | 59 |
| 52 | ผลการทดลองจริงของแขนกลในการเคลื่อนที่ตามสัญญาณรูปคลื่น (Square wave) | 60 |
| 53 | ค่าความผิดพลาดของแขนกลในการเคลื่อนที่ตามสัญญาณรูปคลื่น (Square wave) | 60 |
| 54 | ผลการทดลองจริงของแขนกล เมื่อเปรียบเทียบระหว่างตัวควบคุมแบบ QFT และตัวควบคุมแบบ PID | 61 |
| 55 | ค่าความผิดพลาดของแขนกลในการเคลื่อนที่ตามสัญญาณรูปคลื่น (Square wave) เมื่อเปรียบเทียบระหว่างตัวควบคุม QFT และตัวควบคุม PID | 62 |

# คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

P = ระบบ

G = ตัวควบคุม

H = เซ็นเซอร์

F = ตัวกรองสัญญาณ

$T_\omega$ = Templates ของเซตของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบในแต่ละความถี่

$\delta$ = ค่าคงที่ในการออกแบบคุณสมบัติในโดเมนความถี่

$T$ = พลังงานจลน์รวมของระบบ (Total kinetic energy of the system)

$U$ = พลังงานศักย์รวมของระบบ (Total potential energy of the system)

$\theta_i$ = ระบบพิกัด (Generalized coordinate system)

$Q_i$ = แรงในระบบพิกัดที่กำลังสนใจ (Generalized force)

$i$ = อันดับของระบบ (System order)

$m_l$ = มวลของแขนกลแต่ละแขน

$m_m$ = มวลที่ปลายแขนกลแต่ละแขน

$m_{m3}$ = มวลที่ใส่ที่ปลายแขนกลแขนที่สอง

$I_m$ = โมเมนต์ความเฉื่อยที่ปลายแขนกลแต่ละแขน

$I_{m3}$ = โมเมนต์ความเฉื่อยที่ปลายแขนกลแขนที่สองที่มีการใส่มวล

$I_l$ = โมเมนต์ความเฉื่อยที่จุดศูนย์ถ่วงของแต่ละแขน

$v_l$ = ความเร็วที่จุดศูนย์ถ่วงของแต่ละแขน

$v_m$ = ความเร็วปลายแขนกลแต่ละแขน

$\theta_1$ = มุมของแขนที่หนึ่งเทียบกับแนวดิ่ง

$\theta_2$ = มุมของแขนที่สองเมื่อเทียบกับแขนที่หนึ่ง

$T_i$ = ทอร์กที่มอเตอร์ขับแขนกลแต่ละแขน

$V$ = แรงดันไฟฟ้า

$I$ = กระไฟฟ้า

$R_m$ = ค่าความต้านทานที่ขดลวดอาร์เมเจอร์

$k_b$ = ค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำต้านกลับคงตัว (Back-emf constant)

$k_g$ = อัตราทดเฟือง

$k_m$ = ค่าคงตัวแรงบิดมอเตอร์ (Motor torque constant)

## คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

$n$ = จำนวนของข้อมูลที่ได้จากการทดลอง

$\hat{\Theta}$ = ค่าประมาณของ $\Theta$

$p_{ij}$ = ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่ตำแหน่งต่างๆ

$\pi_{ij}$ = ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบผกผันที่ตำแหน่งต่างๆ

$r$ = สัญญาณอ้างอิง

$n$ = สัญญาณรบกวน

$e$ = สัญญาณผิดพลาด

$d_i$ = สัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ

$d_o$ = สัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ

$u$ = สัญญาณควบคุม

$y$ = สัญญาณเอาต์พุต

$T_{di}$ = เมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนสำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ

$t_{di}$ = ฟังก์ชันถ่ายโอนสำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบในตำแหน่งต่างๆ

$b_{di}$ = ค่าคงที่เข้าใกล้ศูนย์สำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ

$T_{do}$ = เมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนสำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ

$t_{do}$ = ฟังก์ชันถ่ายโอนสำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบในตำแหน่งต่างๆ

$b_{doij}$ = ค่าคงที่เข้าใกล้ศูนย์สำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ

$T_r$ = เมทริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอนสำหรับการติดตามการเคลื่อนที่

$t_r$ = ฟังก์ชันถ่ายโอนสำหรับการติดตามการเคลื่อนที่ในตำแหน่งต่างๆ

$a_{rij}$ = ขอบเขตล่างสำหรับการติดตามการเคลื่อนที่

$b_{rij}$ = ขอบเขตบนสำหรับการติดตามการเคลื่อนที่

$L_k$ = Loop transmission

$m_k$ = ขอบเขตของช่องสัญญาณแต่ละช่องสัญญาณ

$\theta_d$ = เส้นทางการเคลื่อนที่ของแขนกลที่ทำการออกแบบ

# การควบคุมป้อนกลับเชิงปริมาณของแขนกลชนิดสองข้อต่อ

# Quantitative Feedback Control of a Two-Link Robot Manipulator

## คำนำ

ปัจจุบันวิวัฒนาการความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีได้ก้าวไกลไปอย่างมากกระบวนการต่างๆ ได้มีการใช้เครื่องจักรกลแทนมนุษย์ โดยเฉพาะในระบบอุตสาหกรรมนั้นได้มีการพัฒนาระบบต่างๆ เพื่อให้ได้ประสิทธิภาพที่ดีต้นทุนที่ถูกลง

แขนกลเป็นเครื่องจักรกลอัตโนมัติชนิดหนึ่งที่มีการใช้งานในโรงงานอุตสาหกรรม ทั้งนี้เพื่อเป็นการลดการใช้กำลังงานและประหยัดเวลาของมนุษย์ เพื่อความแม่นยำและรวดเร็วในการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ เช่น งานที่มีการกระทำซ้ำกันเป็นประจำ งานที่ทำแล้วเกิดอันตรายได้ง่าย งานที่ใช้ความละเอียดค่อนข้างสูง งานที่สภาพแวดล้อมไม่เอื้ออำนวยที่มนุษย์ไม่สามารถเข้าถึงได้ และในปัจจุบันแรงงานที่มีคุณภาพเริ่มที่จะหายาก และค่าจ้างแรงงานก็มีแนวโน้มที่จะสูงขึ้น จากความต้องการดังกล่าวจึงจำเป็นที่จะต้องใช้เทคโนโลยีการเคลื่อนย้ายสิ่งของ ชิ้นงาน วัสดุอุปกรณ์ ที่ให้ความรวดเร็วและถูกต้อง ดังนั้นแขนกลก็เป็นอีกหนึ่งเทคโนโลยีที่จะเข้ามามีบทบาทช่วยในการผลิตสินค้าไม่ว่าจะเป็นโรงงานอุตสาหกรรมขนาดใหญ่หรือว่าขนาดเล็กก็ตามแขนกลที่มีประสิทธิภาพที่ดีจะต้องมีส่วนสำคัญสองส่วนประกอบเข้าคือ ส่วนของกลไกการทำงาน และส่วนที่มีหน้าที่ควบคุม โดยที่ทั้งสองส่วนจะต้องมีการทำงานสอดคล้องซึ่งกันและกัน เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพกลไกการทำงานจึงเพิ่มจำนวนข้อต่อของแขนกล ดังนั้นการออกแบบระบบที่มีหลายตัวแปร (MIMO) จึงเป็นสิ่งที่ยากเพราะว่าเป็นการออกแบบการควบคุมระบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear control) แต่ในปัจจุบันการควบคุมหุ่นยนต์ในอุตสาหกรรมส่วนใหญ่เป็นการออกแบบการควบคุมระบบเป็นเชิงเส้น (Linear control) ซึ่งเป็นเพียงการประมาณ ส่วนการออกแบบการควบคุมระบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear control) เช่น Singular perturbation, Passivity-based control, Backstepping, Feedback linearization, และIntelligent control อยู่ในขั้นการวิจัยยังไม่เป็นที่แพร่หลาย

ในปัจจุบันมีการใช้หุ่นยนต์ในอุตสาหกรรมกันอย่างมากมาย เทคนิคการควบคุมแขนกลในอุตสาหกรรม ส่วนใหญ่คือการควบคุมแบบ PID ซึ่งไม่ต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ บาง

เทคนิคออกแบบโดยใช้แบบจำลองที่แน่นอน โดยไม่ได้คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนระหว่างแบบจำลองกับระบบจริง แต่เนื่องจากค่าพารามิเตอร์ของแขนกลเปลี่ยนแปลงขณะที่แขนกลทำงาน เช่นการยกน้ำหนักที่เปลี่ยนไป และความไม่แน่นอนของระบบทำให้การควบคุมแขนกลให้มีความถูกต้องแม่นยำมีความเป็นไปได้ยากจึงทำให้ประสิทธิภาพของระบบควบคุมไม่ดีเท่าที่ควรในงานวิจัยนี้จึงได้นำเสนอวิธีการควบคุมระบบด้วย การควบคุมแบบย้อนกลับเชิงปริมาณ (Quantitative feedback control) เป็นการออกแบบตัวควบคุมในโดเมนความถี่ (Frequency domain) และเป็นวิธีการควบคุมที่สามารถควบคุมระบบที่มีความไม่แน่นอน (Plant uncertainty) และระบบที่มีสิ่งรบกวนต่อระบบ (Disturbance) ได้ดี การออกแบบระบบจะทำการแบ่งระบบ MIMO ออกเป็นระบบที่มีหลายสัญญาณเข้าออกเดียว (SISO) สองระบบ แล้วทำการออกแบบระบบควบคุมทีละระบบ (Decoupled sequential loop shaping) และกำหนดคุณสมบัติด้านการลดผลกระทบของการสั่นสะเทือนภายนอก (Disturbance rejection) การลดสัญญาณรบกวนที่เซ็นเซอร์ (Noise rejection) การลดการใช้สัญญาณควบคุมขาเข้า (Control effort) และคุณลักษณะของการเคลื่อนที่ที่ต้องการ (Tracking specification) ดังนั้นการควบคุมแบบย้อนกลับเชิงปริมาณจะสามารถทำให้ผลตอบสนองเป็นไปตามที่ต้องการและมีความถูกต้องแม่นยำ และสามารถเพิ่มประสิทธิภาพการทำงานของระบบ

# วัตถุประสงค์

การทำวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของแขนกลชนิดสองข้อต่อและออกแบบระบบควบคุมของด้วยทฤษฎีการป้อนกลับเชิงปริมาณ (Quantitative feedback theory) ใช้ชุดทดลองนี้เพื่อการศึกษาการควบคุมอันเป็นต้นแบบในการพัฒนาตัวควบคุมสำหรับการควบคุมแขนกลในโรงงานอุตสาหกรรมให้มีประสิทธิภาพที่ดี โดยออกแบบให้ระบบมีความผิดพลาด ณ สภาวะคงตัวมีค่าต่ำ และสามารถควบคุมระบบที่มีความไม่แน่นอน (Plant uncertainty) และระบบที่มีสิ่งรบกวนต่อระบบ (Disturbance) ได้ดี

# การตรวจเอกสาร

ในการออกแบบการควบคุมแขนกลชนิดสองข้อต่อมีผู้สนใจได้เสนอแนวคิดและทฤษฎีงานวิจัยที่น่าสนใจดังนี้ Carter และ Greene (1989) ได้นำเสนอวิเคราะห์และทดลองเกี่ยวกับการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลชนิดสองข้อต่อ โดยใช้เทคนิค Universal adaptive control ซึ่งพบว่ามีข้อดีคือ การออกแบบไม่ต้องใช้ Physical model แต่จะใช้ Linear reference model ในการออกแบบและการออกแบบทั้งหมดจะเป็น Linear แต่ก็ยังมีข้อเสียคือ ในการออกแบบจะต้องรู้ผลกระทบของ System state variables ที่แน่นอนและระบบจะต้องมี Input เท่ากับจำนวน Element ใน Disturbance vector โดยที่การออกแบบจะให้ได้การควบคุมที่ดีอาจจะมีขนาดของ Estimator gains ที่ใหญ่

Leuba และ Perez (1988) ได้ออกแบบตัวควบคุมโดยใช้เทคนิค Optimal control ร่วมกับ Pontryagin's maximum ในการติดตามเทอมที่ไม่ทราบค่าของระบบ

Yamamura *et al* (1990) ได้นำเสนอเทคนิค Neural network ในการควบคุมแขนกลชนิดสองข้อต่อ โดยใช้ Error back propagation (BEP) และ Modified versions of BEP

Inooka *et al* (1995) ควบคุมแขนชนิดสองข้อต่อที่มีการขับเคลื่อนเฉพาะข้อต่อที่สอง โดยใช้การควบคุมแบบ Real-time ใช้ Joystick ในการบังคับตำแหน่งการเคลื่อนที่ แบ่งการควบคุมเป็นสองแบบ คือ แบบ Sequential และ Parallel

Abdelmalek และ Golea (2006) ได้นำเสนอเกี่ยวกับการวิเคราะห์เสถียรภาพการติดตามการเคลื่อนที่ของแขนกลชนิดสองข้อต่อ โดยใช้เทคนิค Non-quadratic fuzzy ทำการวิเคราะห์เสถียรภาพของ T-S fuzzy model และวิเคราะห์การติดตามการเคลื่อนที่ของ T-S fuzzy model โดยที่มี External disturbances

ทฤษฎีการควบคุมป้อนกลับเชิงปริมาณ (Quantitative feedback theory) ถูกคิดค้นเมื่อประมาณห้าสิบปีที่แล้ว (Horowitz, 1959) เป็นวิธีการควบคุมที่สามารถควบคุมระบบที่มีความไม่แน่นอน (Plant uncertainty) และระบบที่มีสิ่งรบกวนต่อระบบ (Disturbance) ได้ดีโดยทำการ

ออกแบบตัวคุมในโดเมนความถี่ และออกแบบให้ตัวควบคุมมีแบนวิทต่ำ (Low bandwidth) หรือมีกำลังใช้งานต่ำ (Less control effort) Yaniv และ Horowitz (1986) ได้ศึกษาและนำเสนอทฤษฎีการควบคุมย้อนกลับเชิงปริมาณ (Quantitative feedback theory) ในระบบหลายสัญญาณป้อนเข้าป้อนออก (Multi-input Multi-output) โดยคำนึงถึงในระบบส่วนใหญ่นั้นจะมีลักษณะเป็นแบบ MIMO เช่น การควบคุมการบิน (Flight control), การสื่อสารผ่านดาวเทียม (Communication satellites), กระบวนการในโรงงานสารเคมี (Chemical plant processes) ฯลฯ โดยทำการศึกษาในระบบ $2\times2$, $3\times3$ และ $n\times n$ Zhao และ Jayasuriya (1995) ได้เสนอรูปแบบใหม่ในการออกแบบระบบ MIMO โดยนำเทคนิค $H\infty$ มาช่วยในการออกแบบและทฤษฎีการควบคุมย้อนกลับเชิงปริมาณ (Quantitative feedback theory) เป็นที่แพร่หลายเมื่อประมาณสิบปีที่ผ่านมาโดยที่มีงานวิจัยที่น่าสนใจดังนี้

Kundergi และ Nataraj (1994) ได้นำ QFT มาศึกษาในการออกแบบการควบคุมการทำงานของ Evaporator โดยมีลักษณะของระบบเป็นแบบ $2\times2$ และมีความไม่แน่นอนคือ ค่า Time-delays และ Gains

Wu *et al* (2000) นำเอา QFT มาช่วยในการออกแบบตัวควบคุม มุม Pitch ของระบบควบคุมการบิน (Flight control systems) เป็นการออกแบบระบบ SISO ทำการออกแบบขอบเขตเสถียรภาพ (Stability margins) และการติดตามการเคลื่อนที่ (Tracking)

LEE *et al* (2005) ได้นำ QFT มาควบคุมอัตราการหลอมเหลวเหล็กในกระบวนการ Strip-casting ซึ่งมีความไม่แน่นอนของตัวแปรสัญญาณป้อนเข้า

Barreras *et al* (2006) ได้นำ QFT มาประยุกต์ในการควบคุม Sideslip angle และ Yaw rate ของรถขับเคลื่อนสี่ล้อโดยทำการวัดค่าความเร็ว, Sideslip angle และ Yaw rate เป็นสัญญาณป้อนเข้าและออกแบบเป็นลักษณะ Non-diagonal controller จากผลการทดลองพบว่าจะเกิด Overshoot แต่จะเข้าสู่ Steady-State เร็วกว่าและน้อยกว่าหนึ่งวินาทีเมื่อเปรียบเทียบกับ Diagonal controller

Ahn และ Chau (2007) นำ QFT ทำการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบ Hybrid actuation ในรุ่น Mini motion package (MMP) เพื่อศึกษาการควบคุมแรงในระบบ โดยสร้างขอบเขตสำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนภายนอกของระบบ (Plant-output disturbance rejection) และขอบเขต

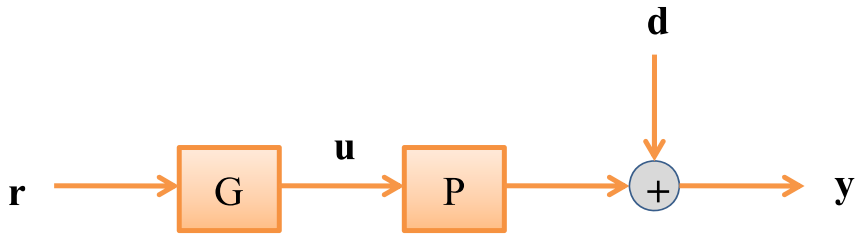
สำหรับการติดตามการเคลื่อนที่ (Tracking) นำผลการทดลองมาเปรียบเทียบกับการออกแบบตัวควบคุมแบบ PID

Chatlatanagulchai *et al* (2008) สามารถออกแบบตัวควบคุมให้ระบบลูกตุ้มนาฬิกาโดยที่มีความไม่แน่นอนของระบบ และสามารถทำงานด้วยความแม่นยำสูง

## ทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณ

การออกแบบระบบควบคุมโดยทั่วไปสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 แบบด้วยกันคือ ระบบควบคุมแบบเปิด (Open-loop control system) และระบบควบคุมแบบปิด (Close-loop control system)

ระบบควบคุมแบบเปิด (Open-loop control system) เป็นการควบคุมระบบแบบง่ายที่ใช้ในเครื่องจักรที่มีการเคลื่อนที่แบบจุดต่อจุด เช่นระบบควบคุมตำแหน่งของสเตปปิงมอเตอร์ (Stepping motor) ข้อดีของระบบนี้ คือเป็นระบบที่ไม่ซับซ้อน ง่ายต่อการออกแบบ และมีราคาถูก

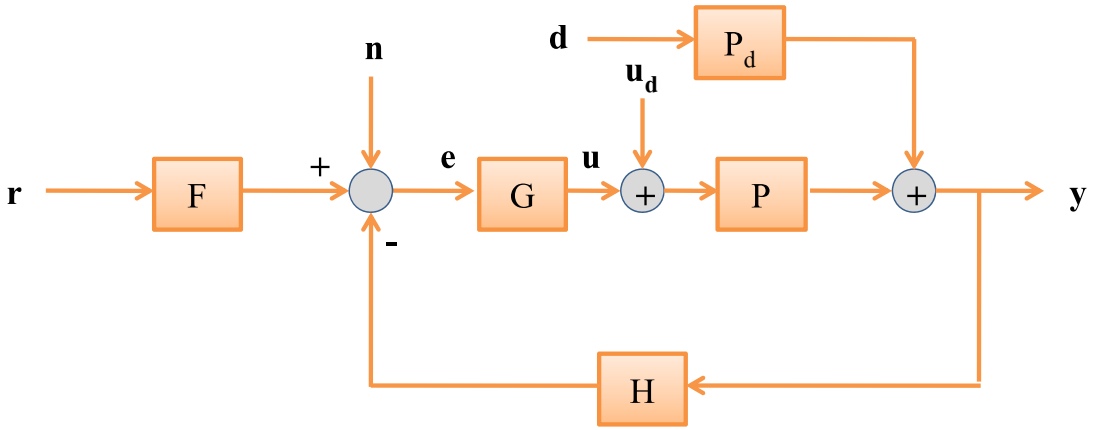



**ภาพที่ 1** ระบบควบคุมแบบเปิด (Open-loop control system)

จากภาพที่ 1 ระบบจะทำการป้อนคำสั่ง r ให้กับตัวควบคุม G ที่จะทำการคำนวณและส่งค่าสัญญาณ u เนื่องจากไม่มีการป้อนสัญญาณกลับจากเอาต์พุต y ดังนั้นตัวควบคุมจึงไม่สามารถทราบถึงค่าความผิดพลาดระหว่าง r กับ y อย่างไรก็ตามเราสามารถทำให้ r เท่ากับ y ได้ถ้าเรากำหนดให้ G = 1/P โดยที่เราต้องทราบถึงโมเดลของระบบได้อย่างถูกต้อง แต่ในทางปฏิบัติโมเดลของระบบที่หาได้จะมีความคลาดเคลื่อนจากระบบจริง และยังมีสัญญาณ d ที่เป็นสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ เช่นในการทำงานของแขนกลในโรงงานอุตสาหกรรมอาจมีการยกหรือหยิบจับชิ้นงานที่มีน้ำหนักที่เปลี่ยนแปลงไป จากภาพที่ 1 สามารถแสดงความสัมพันธ์ดังนี้

$$y = Pu + d \tag{1}$$

พิจารณาสมการที่ (1) เนื่องจากเราไม่สามารถทราบถึงสมการที่แท้จริงของระบบ และสิ่งรบกวนต่อระบบที่แน่นอน ถึงแม้ว่าถ้าเราทราบสมการและสิ่งรบกวนต่อระบบที่แน่นอนแต่ระบบอาจมีดีเลย์เกิดขึ้น จึงอาจจะทำให้เกิดความผิดพลาดขึ้นในระบบด้วยสาเหตุเหล่านี้จึงมีการนำระบบควบคุมแบบปิด (Close-loop control system) มาใช้ในการควบคุมระบบต่างๆ ดังแสดงในภาพที่ 2




**ภาพที่ 2** ระบบควบคุมแบบปิด (Close-loop control system)

พิจารณาระบบควบคุมแบบปิด เมื่อ P คือ ระบบ, G คือ ตัวควบคุม, H คือ เซ็นเซอร์, F คือ ตัวกรองสัญญาณ, r คือ สัญญาณอ้างอิง, n คือ สัญญาณรบกวนจากการวัด, e คือ สัญญาณผิดพลาด, และ d คือ สัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ, u คือ สัญญาณควบคุม และ y คือ สัญญาณเอาต์พุต จากภาพที่ 2 สามารถเขียนสมการสัญญาณเอาต์พุตและสัญญาณควบคุมได้

$$y = Pu + P_d d \tag{2}$$

$$u = G\left(Fr - Hy + n\right) \tag{3}$$

จะพบว่าเราสามารถทำให้ค่า e มีค่าเข้าใกล้ศูนย์และค่า y จะมีค่าประมาณเท่ากับ r ดังนั้นข้อได้เปรียบของระบบควบคุมแบบปิด คือสามารถทำให้เอาต์พุตติดตามค่าคำสั่งได้ถึงแม้ว่าไม่ทราบข้อมูลของระบบที่แน่นอน ข้อดีของระบบชนิดนี้ คือการควบคุมการทำงานจะสามรถทำได้อย่าง

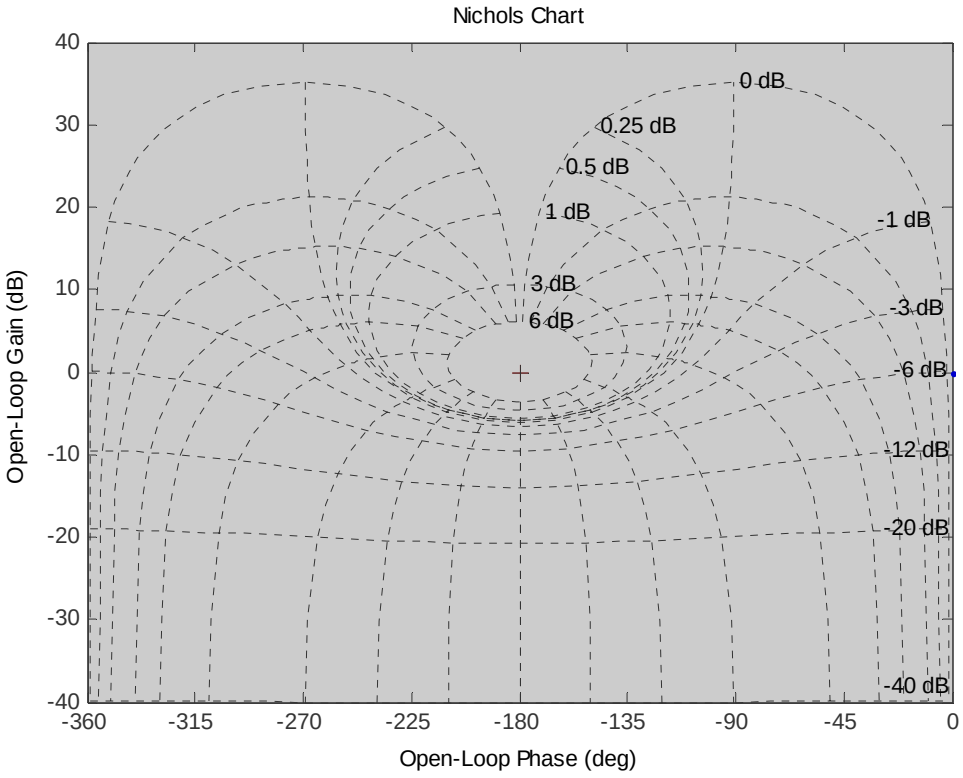
ถูกต้องแม่นยำ แต่อย่างไรก็ตามระบบที่ออกแบบจะมีความซับซ้อน มีราคาสูงและก็จะมีสัญญาณรบกวนจากการวัดเพิ่มขึ้นมานอกจากนี้ยังมีปัญหาอื่นๆอีก เช่นสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ สัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตระบบ ดังนั้นการออกแบบจึงต้องพยายามลดค่าความผิดพลาดจากปัญหาต่างๆเหล่านี้ เทคนิคการออกแบบตัวควบคุมโดย ทฤษฎีการควบคุมป้อนกลับเชิงปริมาณ (Quantitative feedback theory) สามารถลดผลกระทบจากปัญหาต่างๆเหล่านี้ได้

ทฤษฎีการควบคุมป้อนกลับเชิงปริมาณ (Quantitative feedback theory) ถูกคิดค้นเมื่อประมาณห้าสิบปีที่แล้ว (I. Horowitz, 1959) เป็นวิธีการควบคุมที่สามารถควบคุมระบบที่มีความไม่แน่นอน (Plant uncertainty) และระบบที่มีสิ่งรบกวนต่อระบบ (Disturbance) ได้ดีโดยทำการออกแบบตัวคุมในโดเมนความถี่ และออกแบบให้ตัวควบคุมมีแบนวิทต่ำ (Low bandwidth) หรือมีกำลังใช้งานต่ำ (Less control effort) การออกแบบจะทำการออกแบบในแผนภูมินิโคลส์ (Nichols chart) โดยขั้นตอนหลักจะมี 3 ขั้นตอน คือ การกำหนดคุณสมบัติในโดเมนความถี่ (Frequency-domain specification), การสร้างขอบเขตคุณสมบัติของระบบในแต่ละความถี่ (Calculate various bounds) และ การออกแบบตัวควบคุมและตัวกรอง (Loop shaping process)

**แผนภูมินิโคลส์ (Nichols chart)**

ในการออกแบบระบบควบคุมแบบปิดโดยวิธีการตอบสนองเชิงความถี่นั้นจะใช้แผนภูมินิโคลส์ จะเป็นวิธีการที่ใช้ในการออกแบบระบบควบคุมแบบปิดโดยอาศัยกราฟหรือวิธีการเขียนแผนภูมิมาช่วย ซึ่งจะทำให้การออกแบบสะดวกมากขึ้น เนื่องจากสามารถเขียนรูปการตอบสนองเชิงความถี่ของระบบปิด จากสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเปิดได้

ภาพที่ 3 แผนภูมินิโคลส์ซึ่งจากสมการหาค่าอัตราขยาย (Gain) ของระบบเปิด ($dB$) และสมการหาค่ามุมเฟสของระบบเปิด (deg) นำสมการทั้งสองมาเขียนแผนภาพเส้นโค้งในแผนภูมินิโคลส์ได้ เพื่อจะหาสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบปิด

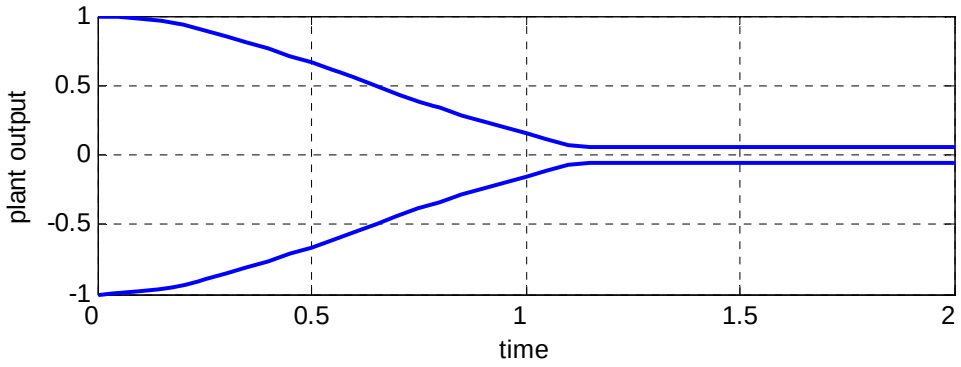



**ภาพที่ 3** แผนภูมินิโคลส์

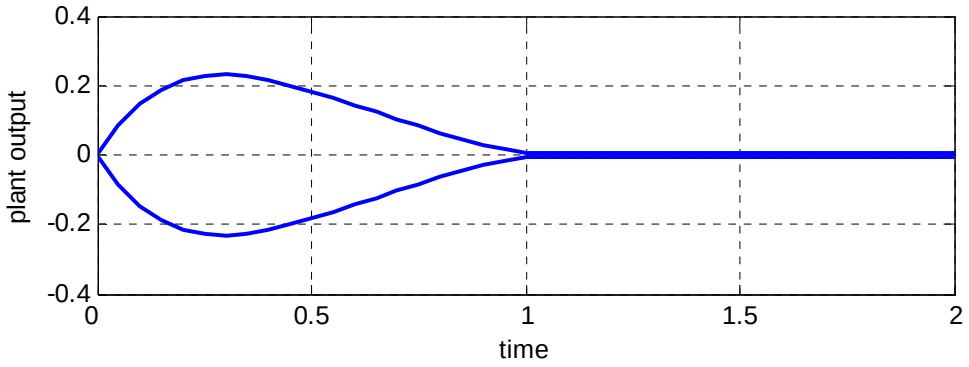
**การกำหนดคุณสมบัติในโดเมนเวลา (Time-domain specification)**

ข้อกำหนดคุณสมบัติการควบคุมแบบปิดดังแสดงในภาพที่ 2 สามารถแสดงข้อกำหนดคุณสมบัติในโดเมนเวลาในเทอมของสัญญาณเข้าและสัญญาณออกของระบบ เพื่อเป็นกำหนดขอบเขตการทำงานของระบบและการออกแบบผลตอบสนองเวลา โดยสามารถแบ่งได้เป็น 3 แบบใหญ่ๆ คือ

1) การให้เอาต์พุตมีค่าเข้าใกล้ศูนย์หรืออยู่ในช่วงที่ยอมรับได้โดยมีค่า Initial condition มีค่าเริ่มต้นเท่ากับศูนย์หรือไม่เท่ากับศูนย์ก็ได้ดังแสดงในภาพที่ 4 และ ภาพที่ 5

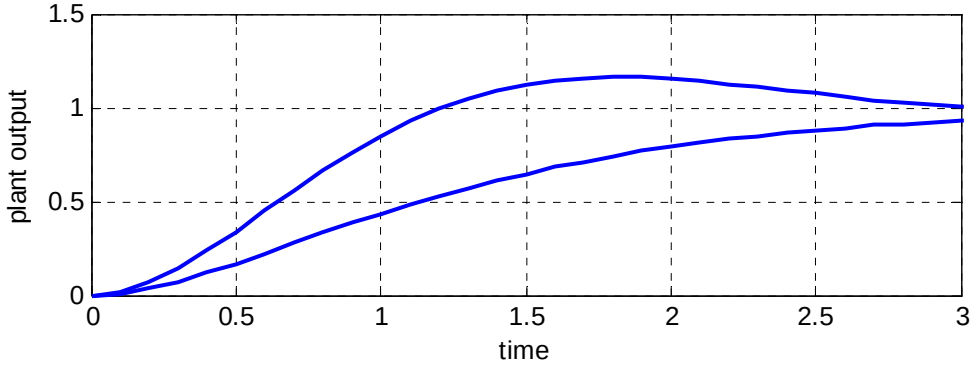



**ภาพที่ 4** ค่า Initial condition ไม่เท่ากับศูนย์



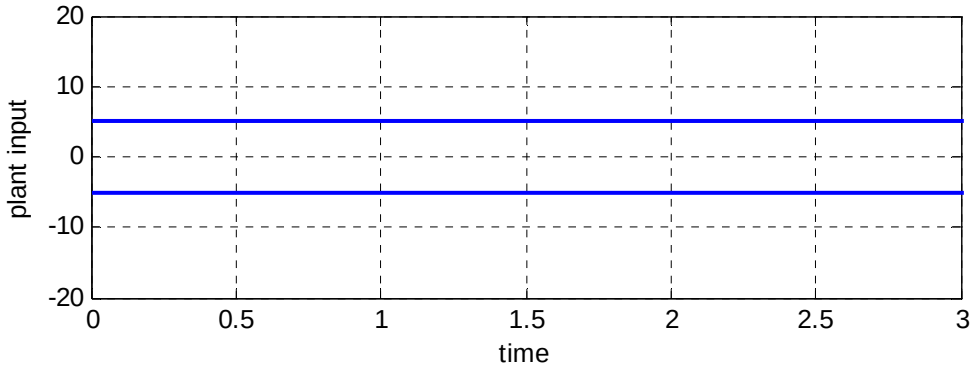

**ภาพที่ 5** ค่า Initial condition เท่ากับศูนย์

2) การออกแบบให้เอาต์พุตมีค่าอยู่ในระหว่างขอบเขตบน (Upper bound) และขอบเขตล่าง (Lower bound) อันเนื่องมาจากความไม่แน่นอนของระบบดังแสดงในภาพที่ 6




**ภาพที่ 6** เอาต์พุตมีค่าอยู่ในระหว่างขอบเขตบน (Upper bound) และขอบเขตล่าง (Lower bound)

3) การให้อินพุตสำหรับสัญญาณรบกวนจากการวัดหรือสัญญาณรบกวนของระบบหรือคำสั่งในการติดตาม มีขอบเขตการทำงานตามที่กำหนดดังแสดงในภาพที่ 7




**ภาพที่ 7** อินพุตมีขอบเขตการทำงานตามที่กำหนด

**การกำหนดคุณสมบัติในโดเมนความถี่ (Frequency-domain specification)**

จากภาพที่ 2 สามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอน (Tranfer function) จากสัญญาณอินพุตถึงสัญญาณเอาต์พุตที่เราสนใจเมื่อ $L = PGH$ โดยมีข้อจำกัดในโดเมนความถี่ได้ดังนี้

1. การหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ (Plant-output disturbance rejection) โดยสามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ $d$ ถึงสัญญาณเอาต์พุตของระบบ $y$ มีขอบเขต

$$\left|\frac{y}{d}\right| = \left|\frac{1}{1+L(j\omega)}\right| < \delta_d(\omega) \tag{4}$$

2. การหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ (Plant-input disturbance rejection) โดยสามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ $u_d$ ถึงสัญญาณเอาต์พุตของระบบ $y$ มีขอบเขต

$$\left|\frac{y}{u_d}\right| = \left|\frac{P(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right| < \delta_{u_d}(\omega) \tag{5}$$

3. แบบจำลองที่เหมาะสม (Model matching) โดยสามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ $r$ ถึงสัญญาณเอาต์พุตของระบบ $y$ โดยที่ $F_m$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนที่เหมาะสม มีขอบเขต

$$\left|\frac{y}{r}-F_m\right|=\left|\frac{PGF(j\omega)}{1+L(j\omega)}-F_m(j\omega)\right|<\delta_m(\omega) \tag{6}$$

4. การติดตามการเคลื่อนที่ (Tracking) โดยสามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ $r$ ถึงสัญญาณเอาต์พุตของระบบ $y$ มีขอบเขต

$$\alpha(\omega)\le\left|\frac{PGF(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right|\le\beta(\omega) \tag{7}$$

5. การหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนจากการวัด (Noise rejection) โดยสามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณรบกวนจากการวัด $n$ ถึงสัญญาณเอาต์พุตของระบบ $y$ มีขอบเขต

$$\left|\frac{y}{n}\right|=\left|\frac{PG(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right|<\delta_n(\omega) \tag{8}$$

6. ความพยายามในการควบคุม (Control effort) โดยสามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณรบกวนจากการวัด $n$ ถึงสัญญาณอินพุตของระบบ $u$ มีขอบเขต

$$\left|\frac{u}{n}\right|=\left|\frac{G(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right|<\delta_c(\omega) \tag{9}$$

**การสร้างขอบเขตคุณสมบัติ (Bound calculation)**

สำหรับการสร้างขอบเขตคุณสมบัติสามารถแบ่งออกเป็นสองลักษณะด้วยกันคือ การสร้างขอบเขตคุณสมบัติสำหรับการติดตามการเคลื่อนที่ (Tracking bound) และการสร้างขอบเขตคุณสมบัติสำหรับขอบเขตเสถียรภาพ (Stability bound) ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็นขอบเขตการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ (Plant-output disturbance rejection bound) และขอบเขตการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ (Plant-input disturbance rejection bound)

การสร้างขอบเขตคุณสมบัติสำหรับการติดตามการเคลื่อนที่ (Tracking bound) จากสมการที่ (7) พิจารณาคู่ทางซ้ายของสมการและทำการ Take log ทั้งสองฝั่งของสมการจะได้

$$\log\alpha(\omega) \le \log\left|\frac{PGF(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right|$$

$$\log\alpha(\omega) \le \log\left|\frac{PG(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right| + \log\left|F(j\omega)\right|$$

$$\log\alpha(\omega) - \min_{P\varepsilon\{P\}} \log\left|\frac{PG(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right| \le \log\left|F(j\omega)\right| \tag{10}$$

เมื่อพิจารณาคู่ทางขวาของสมการที่ (7) และดำเนินการเหมือนคู่ทางขวาจะได้

$$\log\left|\frac{PGF(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right| \le \log\beta(\omega)$$

$$\log\left|\frac{PG(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right| + \log\left|F(j\omega)\right| \le \log\beta(\omega)$$

$$\log\beta(\omega) - \max_{P\varepsilon\{P\}} \log\left|\frac{PG(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right| \ge \log\left|F(j\omega)\right| \tag{11}$$

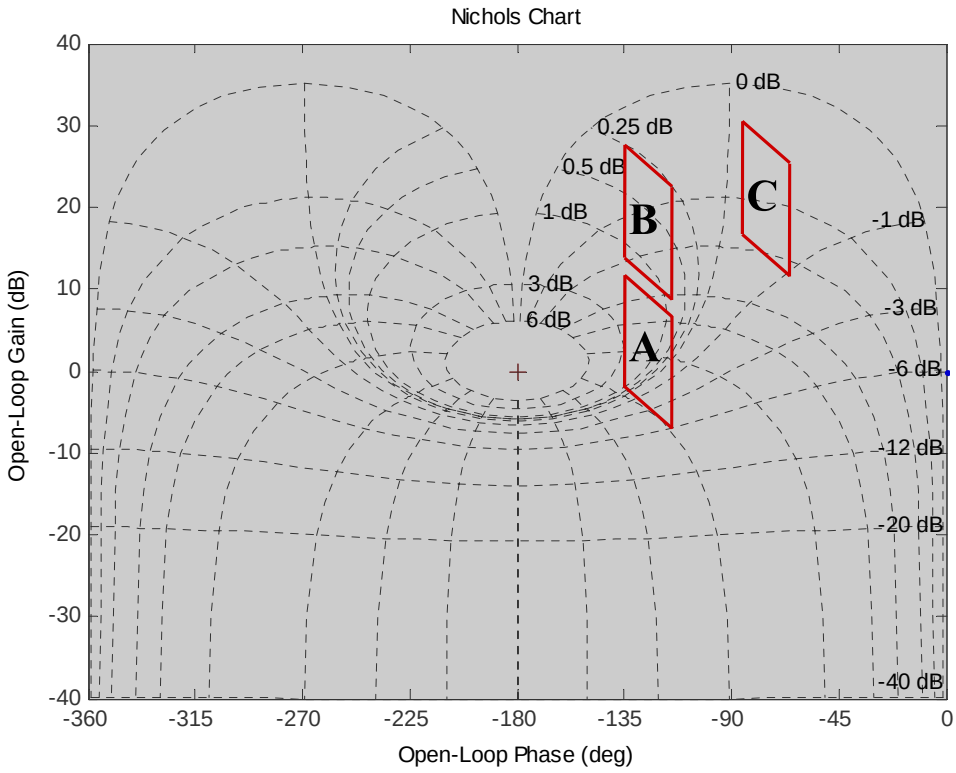
จากนั้นนำสมการที่ (11) ลบด้วยสมการที่ (10) จะได้ว่า

$$\max_{P\varepsilon\{P\}} \log\left|\frac{PG(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right| - \min_{P\varepsilon\{P\}} \log\left|\frac{PG(j\omega)}{1+L(j\omega)}\right| \le \log\frac{\beta(\omega)}{\alpha(\omega)} \tag{12}$$

จากสมการที่ (12) จะขึ้นอยู่กับ $G(s)$ และความไม่แน่นอนของระบบ ดังนั้นหน้าที่ของตัวควบคุมก็คือ ลดความไม่แน่นอนของระบบปิด และจากฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบซึ่งเป็นระบบที่มีความไม่แน่นอน ดังนั้นระบบทั้งหมดที่ต้องการออกแบบจะอยู่ในลักษณะที่เป็นเซตของฟังก์ชันถ่ายโอน $\{P\}$ โดยแสดงอยู่ในรูปของ Plant template ในแต่ละความถี่บนแผนภูมินิโคลส์

$$T_\omega = \left\{P(j\omega)\middle|P \in \{P\}\right\} \tag{13}$$

จากสมการที่ (13) แสดง Template ของเซตของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบในแต่ละความถี่ ยกตัวอย่างเช่น ระบบที่มีเซตของฟังก์ชันถ่ายโอนเป็น $\{P\} = k/s(s+a)$ โดยค่า $k$ มีค่าความไม่แน่นอนอยู่ในช่วง $k \in [1,5]$ และค่า $a$ มีค่าความไม่แน่นอนอยู่ในช่วง $a \in [1,2]$




**ภาพที่ 8** Templates ที่ความถี่ 1 rad/sec ของระบบที่มีเซตของฟังก์ชันถ่ายโอนเป็น $\{P\} = k/s(s+a)$

จากภาพที่ 8 ขอบเขต A คือ Template ของระบบที่ความถี่1 rad/sec พบว่าช่วงค่าอัตราขยาย (Gain) ของระบบปิดอยู่ในช่วง $-6dB$ ถึง $3dB$ สำหรับ $G = 1$ ดังนั้นค่าความไม่แน่นอนของระบบปิดคือ

$$20\log \max_{P\varepsilon\{P\}} \left| \frac{P(j\omega)}{1+P(j\omega)} \right| - 20\log \min_{P\varepsilon\{P\}} \left| \frac{P(j\omega)}{1+P(j\omega)} \right| = 3-(-6) = 9dB$$

สำหรับขอบเขต B ได้จากการเคลื่อนขอบเขต A โดย $G = [16dB, 0°]$ จะพบว่าค่าความไม่แน่นอนของระบบปิดจะลดน้อยลง ส่วนขอบเขต C กรณีที่ $G = [19dB, 50°]$ ทำเช่นนี้ในทุกๆค่าเฟส

เพื่อให้ค่าความไม่แน่นอนของระบบปิดของ $\left|\frac{PG(j\omega)}{1+PG(j\omega)}\right|$ ในแต่ละเฟสมีค่าน้อยกว่าค่าที่เราต้องการออกแบบ ดังนั้นจะได้ขอบเขตของระบบสำหรับการติดตามการเคลื่อนที่ โดยที่ขอบเขตจะขึ้นอยู่กับค่าความถี่ต่างๆที่สนใจและค่า $\alpha$ และ $\beta$ จากการกำหนดคุณสมบัติ โดยขั้นตอนในการสร้างขอบเขตคุณสมบัติคือ

1. เลือกค่าความถี่ $\omega \varepsilon \Omega$

2. สร้าง Templates จากเซตของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบบนแผนภูมินิโคลส์

3. กำหนดค่า Nominal plant บน Plant template

4. เลือกค่าเฟส $\phi \varepsilon \Phi$

5. เคลื่อน Template ในแนวระดับโดย $\phi^{\circ}$ และในแนวดิ่งโดย $zdB$ จนกระทั่งจุดที่ค่าความไม่แน่นอนของระบบปิดมีค่าเป็นไปตามที่กำหนดคุณสมบัติตามสมการที่ (14) จากนั้นทำการกำหนดจุดของ Nominal plant บนแผนภูมินิโคลส์

$$20\log \max_{P\varepsilon\{P\}}\left|\frac{PG(j\omega)}{1+PG(j\omega)}\right| - 20\log \min_{P\varepsilon\{P\}}\left|\frac{PG(j\omega)}{1+PG(j\omega)}\right| \le 20\log\frac{\beta(\omega)}{\alpha(\omega)} \qquad (14)$$

6. ดำเนินการซ้ำตามขั้นตอนที่ 5 ในทุกๆเฟส $\phi \varepsilon \Phi$ จากนั้นทำการเชื่อมจุดต่างเข้าด้วยกัน ก็จะได้ขอบเขตในค่าความถี่นั้นๆ ดังนั้นหมายความว่าถ้า $G(s)$ ที่ได้ทำการออกแบบมาอยู่เหนือขอบเขตที่ได้ทำการกำหนดซึ่งเป็นไปตามข้อกำหนดคุณสมบัติของระบบปิดที่ต้องการ

7. ดำเนินการซ้ำตามขั้นตอนที่ 2-7 ในทุกๆค่าความถี่ใน $\Omega$

โดยขอบเขตที่มีลักษณะเช่นนี้จะเรียกว่า “Open bound” หรือเรียก “Low frequency bounds” สำหรับที่ความถี่สูงๆนั้น ข้อกำหนดคุณสมบัติจะมีเฉพาะขอบเขตอัตราขยาย (Gain margins) และขอบเขตเฟส (Phase margins) เท่านั้นคือ

$$\left|\frac{PG(j\omega)}{1+PG(j\omega)}\right| \le \delta_n(\omega) \text{ หรือ } \frac{1}{\left|1+PG(j\omega)\right|} \le \delta_d(\omega)$$

สำหรับ $\delta_n(\omega)>1$ และ/หรือ $\delta_d(\omega)>1$ โดยสามารถใช่เทคนิคเดียวกับการสร้างขอบเขตคุณสมบัติที่กล่าวมาข้างต้น แต่ในแต่ละมุมเฟสจะมีค่าอัตราขยายของระบบปิดสองค่าที่ทำให้ค่าความไม่แน่นอนของระบบปิดมีค่าน้อยกว่าค่าที่เราต้องการออกแบบ โดยขอบเขตจะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งปิด และเรียกขอบเขตลักษณะนี้ว่า “Closed bound” หรือเรียก “High frequency bounds”

**การออกแบบตัวควบคุมและตัวกรอง (Loop shaping process)**

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่สำคัญในการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้ทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณ ในการออกแบบจะทำการออกแบบให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเปิด $L(s)=GP$ ในแต่ละความถี่อยู่ในบริเวณขอบเขตคุณสมบัติที่ต้องการ โดยที่ $L(s)$ ต้องสอดคล้องกับเสถียรภาพเกณฑ์ไนควิสต์ (Nyquist stability criteria) เนื่องจากแอมฟลิจูดและเฟสมีความสัมพันธ์กันจึงทำให้ขั้นตอนนี้มีความยากลำบากในการออกแบบ โดยเฉพาะระบบที่มีลักษณะเป็นแบบเฟสไม่ต่ำสุด (Non-minimumphase), ระบบที่มีดีเลย์และระบบควบคุมแบบเปิดไม่เสถียรภาพ โดยในการออกแบบตัวควบคุมจะใช้ฟังก์ชันถ่ายโอนพื้นฐานเพื่อให้ระบบเป็นไปตามคุณสมบัติที่กำหนดไว้ และฟังก์ชันถ่ายโอนพื้นฐานที่ใช้ในการออกแบบมีดังนี้

1. Gain : $k$
2. Real pole or Real zero : $\dfrac{1}{s/p+1}, s/z+1$
3. Complex pole or Complex zero : $\dfrac{1}{s^2/\omega_n^2+2\zeta s/\omega_n+1}, s^2/\omega_n^2+2\zeta s/\omega_n+1$
4. Lead or lag : $\dfrac{s/z+1}{s/p+1}$
5. Integrator/differentiator : $\dfrac{1}{s^n}\ or\ s^n$
6. Notch : $\dfrac{s^2/\omega_n^2+2\zeta_1 s/\omega_n+1}{s^2/\omega_n^2+2\zeta_2 s/\omega_n+1}$
7. Complex lead : $\dfrac{s^2+2ads+a^2}{s^2+2bds+b^2}\dfrac{b^2}{a^2}$

8. Super 2nd (2/2) : $\frac{a_1 s^2 + a_2 s + 1}{b_1 s^2 + b_2 s + 1}$

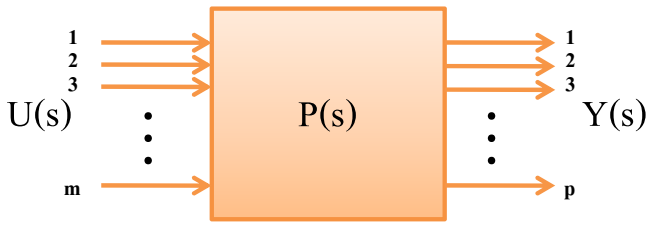
**การออกแบบในโดเมนความถี่สำหรับระบบหลายตัวแปร**

สำหรับการออกแบบระบบที่มีหลายตัวแปร (MIMO) หลักการโดยทั่วไปยังคงสามารถใช้หลักการพื้นฐาน เพียงแต่อาจจะมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นภาพที่ 9 แสดงระบบ MIMO ที่มีจำนวนอินพุตเท่ากับ $m$ และจำนวนเอาต์พุตเท่ากับ $p$ ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนสามารถเขียนอยู่ในรูปเมทริกซ์ $P(s)$ ที่มีขนาด $p \times m$ เรียกว่า “เมทริกซ์ถ่ายโอน” (Transfer matrix) สมการปริภูมิสเตตสำหรับระบบ MIMO สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} x &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{15}$$

โดยเมทริกซ์ $A, B, C$ และ $D$ จะมีขนาด $n \times n, n \times m, p \times n$ และ $p \times m$ ตามลำดับ เมทริกซ์ถ่ายโอนสามารถหาได้จาก

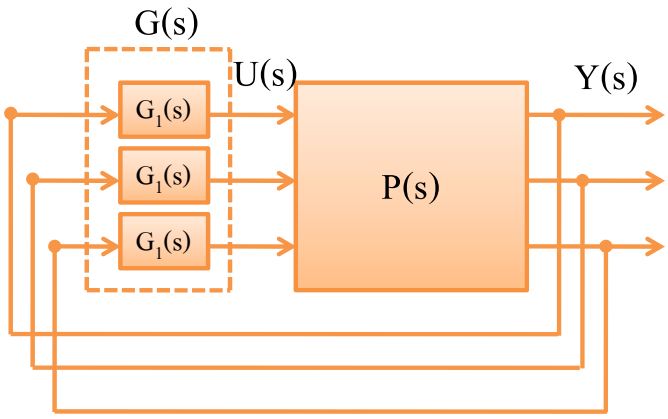
$$P(s) = C(sI - A)^{-1} B + D \tag{16}$$



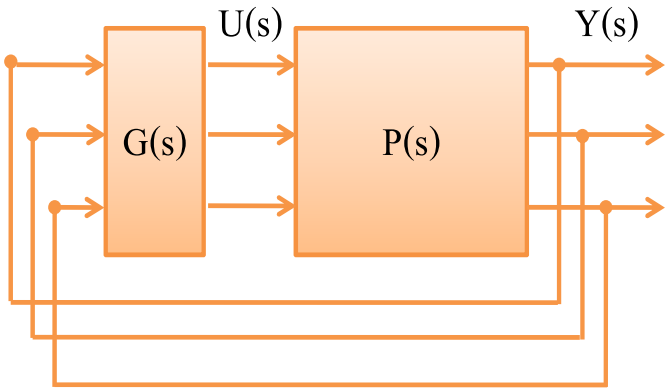

**ภาพที่ 9** ระบบที่มีหลายตัวแปร (MIMO)

ในระบบ MIMO ถ้าหากว่าเมทริกซ์ถ่ายโอน $P(s)$ ไม่ได้มีค่าแต่เฉพาะสมาชิกในแนวทแยงมุมหมายความว่าระบบจะมีการเชื่อมต่อระหว่างแชนแนล อาจจะพบว่าการออกแบบตัวควบคุมในแต่ละแชนแนลเป็นอิสระต่อกันสามารถได้ระบบป้อนกลับที่มีคุณสมบัติที่ดี การออกแบบจะทำการออกแบบทีละแชนแนลและทำการปิดวงป้อนกลับแชนแนลที่ออกแบบแล้ว ก่อนที่จะออกแบบแชนแนลต่อไป วิธีการนี้เรียกว่า “การปิดวงโดยลำดับ” (Sequential loop closure) การออกแบบที่

ง่ายที่สุดสำหรับระบบ MIMO คือทำการแบ่งระบบออกเป็นระบบ SISO แล้วทำการออกแบบทีละวง ดังภาพที่ 10 แสดงให้เห็นว่าจะเริ่มทำการออกแบบตัวควบคุม $G_1(s)$ สำหรับวงที่หนึ่งก่อนแล้วทำการปิดวงที่หนึ่ง ก่อนที่จะทำการออกแบบตัวควบคุม $G_2(s)$ ถ้าหากว่า $P(s)$ มีการเชื่อมต่อระหว่างวงที่หนึ่งและสอง ผลกระทบจากการเชื่อมต่อนั้นจะปรากฏในฟังก์ชันถ่ายโอนทั้งหมดที่ต่ออนุกรมกับตัวควบคุม $G_2(s)$ ขณะที่ทำการออกแบบสำหรับวงที่สองหลังจากนั้นทำการปิดวงที่สอง และทำการออกแบบตัวควบคุม $G_3(s)$ ทำเช่นนี้จนครบทั้งหมด ลักษณะของตัวควบคุมเมื่อทำการรวมเข้าเป็นเมทริกซ์ถ่ายโอนจะมีค่าแต่เฉพาะสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมของเมทริกซ์ เรียกตัวควบคุมแบบนี้ว่า “ตัวควบคุมทแยงมุม” (Diagonal controller) ลักษณะภาพที่ 10 ซึ่งแตกต่างจากกรณีทั่วไป ที่ตัวควบคุมจะเป็นระบบ MIMO ดังภาพที่ 11 ซึ่งอยู่ในรูปเมทริกซ์ถ่ายโอนที่สามารถมีสมาชิกอื่นนอกเหนือจากแนวเส้นทแยงมุมได้



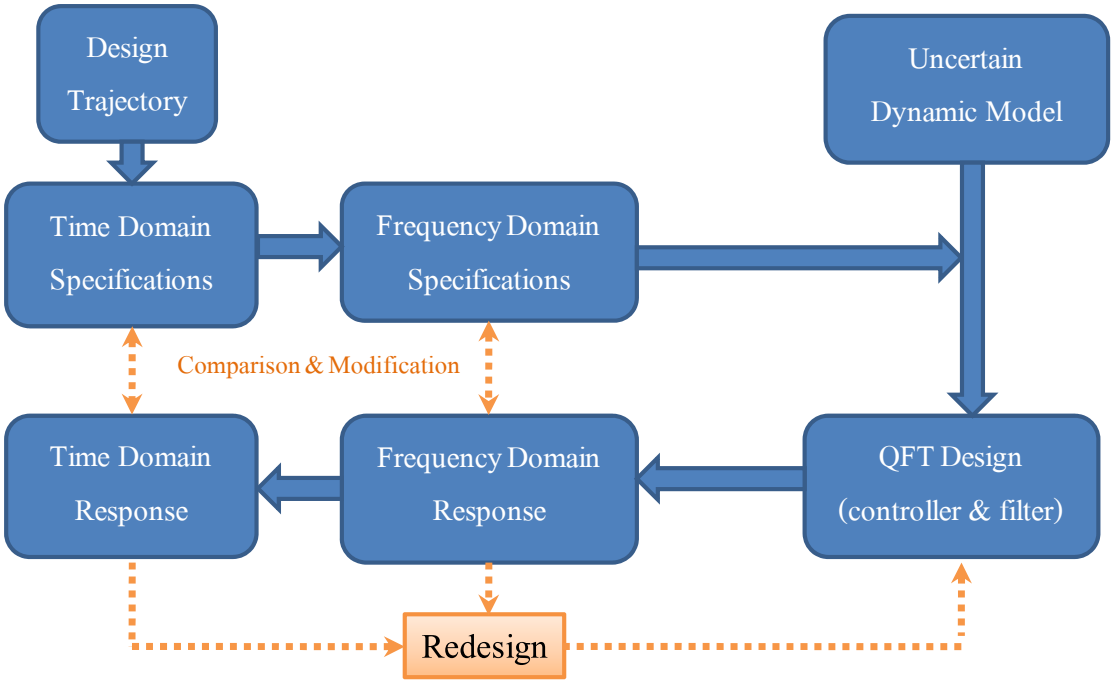

**ภาพที่ 10** ตัวควบคุม MIMO แบบทแยงมุม




**ภาพที่ 11** ตัวควบคุม MIMO ทั่วไป

**ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมโดยทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณ**

สำหรับการออกแบบตัวควบคุมโดยทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณสามารถสรุปขั้นตอนในการออกแบบ ดังแสดงในภาพที่ 12 โดยเริ่มจากการกำหนดการเคลื่อนที่ของระบบที่ต้องการโดยกำหนดคุณสมบัติในโดเมนเวลาและทำการเปลี่ยนคุณสมบัติในโดเมนเวลามาเป็นคุณสมบัติในโดเมนความถี่ และจากการหาสมการทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะมีช่วงความไม่แน่นอนของระบบนั้นสามารถนำมาสร้างในรูปของ Plant template โดยจะทำการกำหนดจุดอ้างอิง (Nominal plant) ในแต่ละความถี่ เพื่อใช้ในการออกแบบรวมกับขอบเขตคุณสมบัติในโดเมนความถี่ การออกแบบจะออกแบบตัวควบคุมและออกแบบตัวกรอง โดยจะเรียกขั้นตอนนี้ว่า Loop shaping จากนั้นทำการตรวจดูผลตอบสนองจากการจำลองในโดเมนความถี่และโดเมนเวลา



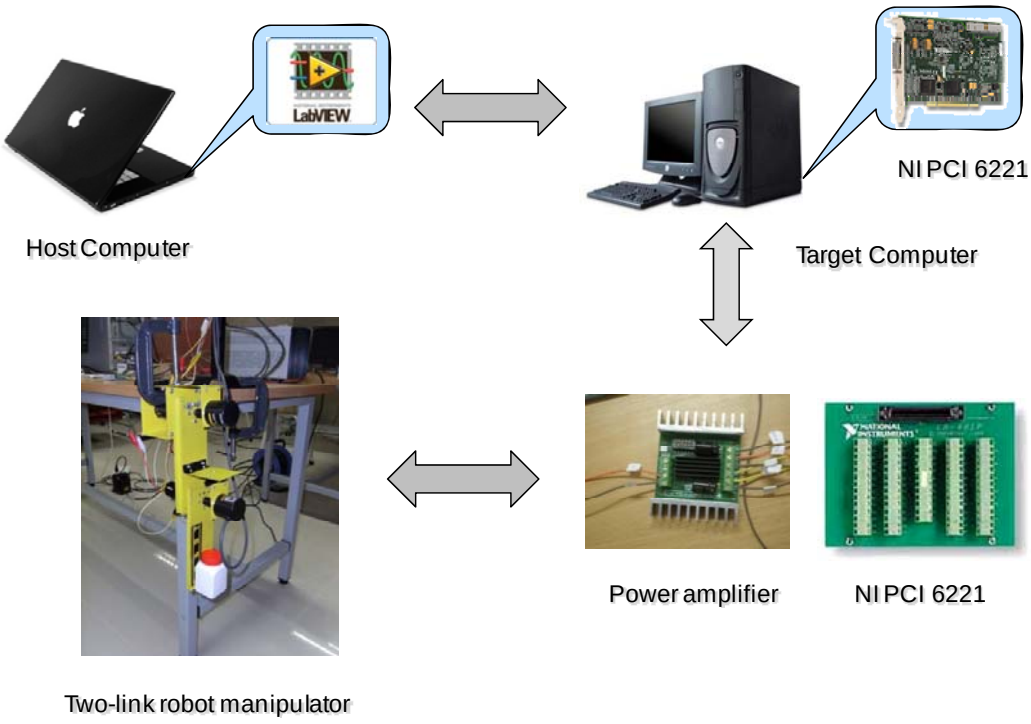

**ภาพที่ 12** ขั้นตอนในการออกแบบตัวควบคุมโดยทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณ

# อุปกรณ์และวิธีการ

ในบทนี้จะแบ่งออกเป็นสองส่วน ในส่วนแรกจะกล่าวถึงอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง และส่วนที่สองจะกล่าวถึงวิธีการสำหรับการทดลองซึ่งจะแบ่งออกเป็นสองส่วนคือ การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ และการออกแบบตัวควบคุมรวมไปถึงการจำลองผลการออกแบบในโปรแกรม Matlab

## อุปกรณ์

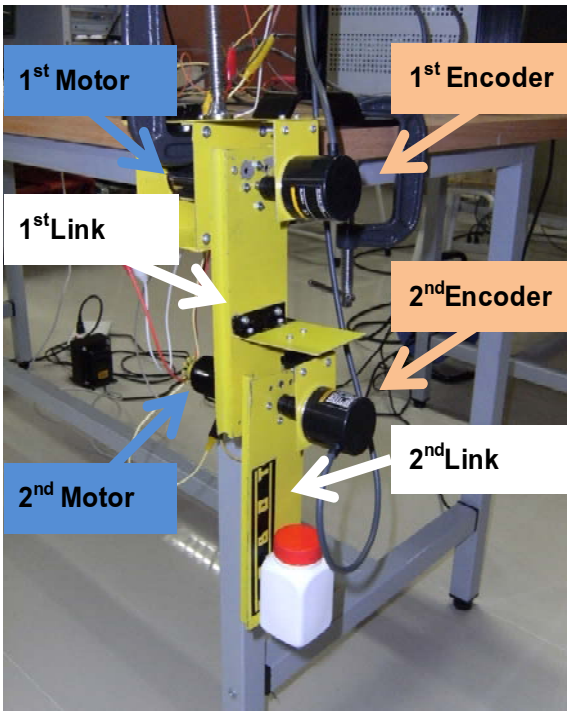
อุปกรณ์การทดลองหลักๆประกอบไปด้วย ชุดทดลองแขนกลชนิดสองข้อต่อ วงจรขับมอเตอร์กระแสตรง Host computer และ Target computer ดังแสดงในภาพที่ 13




**ภาพที่ 13** อุปกรณ์การทดลองและการเชื่อมต่อ

**1. ชุดทดลองแขนกลชนิดสองข้อต่อ**

ชุดทดลองแขนกลชนิดสองข้อต่อ โครงสร้างทำจากอลูมิเนียมแผ่นมีความยาวข้อต่อละ 20 เซนติเมตร มีความยาวรวมจากต้นถึงปลายแขน 35 เซนติเมตร เนื่องจากมีส่วนที่ทับซ้อนกัน 5 เซนติเมตร ที่ปลายแขนที่สองติดกล่องเพื่อนำเหรียญมาใส่ เมื่อแขนกลเคลื่อนที่เหรียญที่อยู่ภายในกล่องก็จะมีการเคลื่อนที่ซึ่งจะทำให้เกิดความไม่แน่นอนของระบบดังแสดงในภาพที่ 14 โดยมีมอเตอร์กระแสตรงขนาด 12 โวลล์ สองตัวขับเคลื่อนแขนกล และมีตัวตรวจวัดตำแหน่ง (Incremental encoder) สองชุดของ Omron รุ่น E6B2-CWZ6C ความละเอียด 2000 CPR สำหรับวัดตำแหน่งการเคลื่อนที่ของแขนกลทั้งสองแขนดังแสดงในภาพที่ 15

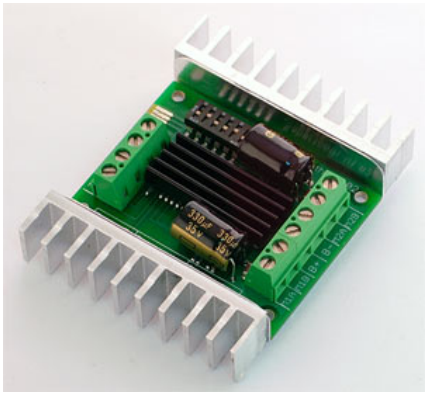



**ภาพที่ 14** ชุดแขนกลชนิดสองข้อต่อที่ใช้ในการทดลอง

**ภาพที่ 15** ตัวตรวจวัดตำแหน่ง (Incremental encoder)

**2. วงจรขับมอเตอร์กระแสตรง (Power amplifier)**

วงจรขับมอเตอร์กระแสตรงหรือวงจรขยายสัญญาณ ใช้ของ Dimension engineering รุ่น Sabertooth 2x10 ทำหน้าที่ขยายสัญญาณควบคุมที่รับมาจากบอร์ด NI PCI 6221 ขนาด -2.5 ถึง 2.5 ขยายเป็นขนาด 0-12 โวลล์ เพื่อขับมอเตอร์กระแสตรง



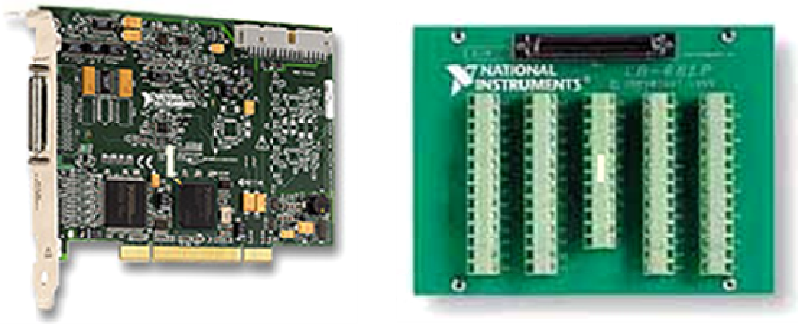
**ภาพที่ 16** วงจรขับมอเตอร์กระแสตรง (Power amplifier)

**3. Host computer**

ทำหน้าที่ติดต่อกับผู้ใช้งานในการสั่งการทำงานของระบบและแสดงผลการทำงานของระบบ โดยในคอมพิวเตอร์จะทำการติดตั้งโปรแกรม LabVIEW 8.2 และติดตั้งโปรแกรม Matlab ที่มีการติดตั้ง QFT Toolbox สำหรับการออกแบบตัวควบคุม

**4. Target computer**

ในคอมพิวเตอร์จะติดตั้งการ์ดรับส่งข้อมูล (Data acquisition) รุ่น NI PCI 6221 และติดตั้งโปรแกรม LabVIEW Real-time module 8.2 โดยจะทำหน้าที่รับส่งสัญญาณจากตัวตรวจวัดตำแหน่งและคอมพิวเตอร์ผ่านทางบอร์ดรับส่งสัญญาณ




**ภาพที่ 17** การ์ดรับส่งข้อมูล (Data acquisition) รุ่น NI PCI 6221 และบอร์ดรับส่งสัญญาณ

## วิธีการ

### การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การออกแบบตัวควบคุมที่อาศัยแบบจำลอง (Model-based control) การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์หรือสมการการเคลื่อนที่เป็นขั้นตอนที่สำคัญ สำหรับการหาสมการการเคลื่อนที่นั้นสามารถหาได้หลายวิธี แต่ในการทดลองนี้ทำการหาสมการการเคลื่อนที่โดยใช้สมการลากรานจ์มาใช้ สมการลากรานจ์สำหรับหาแบบจำลองทางพลศาสตร์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i}\right)-\frac{\partial T}{\partial \theta_i}+\frac{\partial U}{\partial \theta_i}=Q_i \qquad (17)$$

โดยที่

$T$ = พลังงานจลน์รวมของระบบ (Total kinetic energy of the system)

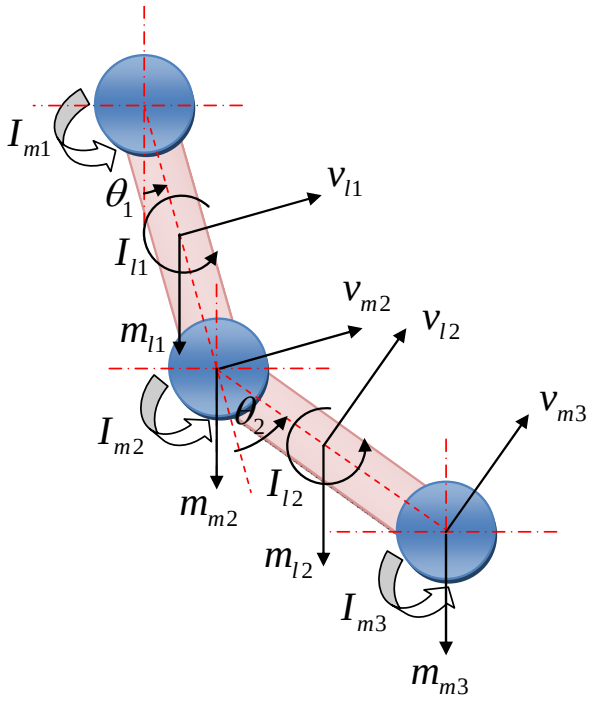
$U$ = พลังงานศักย์รวมของระบบ (Total potential energy of the system)

$\theta_i$ = ระบบพิกัด (Generalized coordinate system)

$Q_i$ = แรงในระบบพิกัดที่กำลังสนใจ (Generalized force)

$i$ = อันดับของระบบ (System order)

จากภาพที่ 14 สามารถเขียนผังวัตถุอิสระของแขนกลชนิดสองข้อต่อที่ใช้ในการทดลองได้ดังภาพที่ 18




**ภาพที่ 18** ผังวัตถุอิสระของแขนกลชนิดสองข้อต่อที่ใช้ในการทดลอง

โดยที่ $m_{li}, i=1,2$ คือ มวลของแขนกลแต่ละแขน

$m_{mi}, i=1,2$ คือ มวลที่ปลายแขนกลแต่ละแขน

$m_{m3}$ คือ มวลที่ใส่ที่ปลายแขนกลแขนที่สอง

$I_{mi}, i=1,2$ คือ โมเมนต์ความเฉื่อยที่ปลายแขนกลแต่ละแขน

$I_{m3}$ คือ โมเมนต์ความเฉื่อยที่ปลายแขนกลแขนที่สองที่มีการใส่มวล

$I_{li}, i=1,2$ คือ โมเมนต์ความเฉื่อยที่จุดศูนย์ถ่วงของแต่ละแขน

$v_{li}, i=1,2$ คือ ความเร็วที่จุดศูนย์ถ่วงของแต่ละแขน

$v_{mi}, i=2,3$ คือ ความเร็วปลายแขนกลแต่ละแขน

$\theta_1$ คือ มุมของแขนที่หนึ่งเทียบกับแนวดิ่ง

$\theta_2$ คือ มุมของแขนที่สองเมื่อเทียบกับแขนที่หนึ่ง

$T_i, i = 1, 2$ คือ ทอร์กที่มอเตอร์ขับแขนกลแต่ละแขน

จากภาพที่ 18 สามารถหาหาความเร็วที่จุดศูนย์ถ่วงของแขนที่หนึ่งและความเร็วที่ปลายแขนกลแขนที่หนึ่งได้ดังสมการที่ (18), (19)

$$v_{l1} = \frac{a}{2}\dot{\theta}_1 \tag{18}$$

$$v_{m2} = a\dot{\theta}_1 \tag{19}$$

ดังนั้นจากสมการที่ (19) สามารถหาความเร็วที่จุดศูนย์ถ่วงของแขนที่สองและความเร็วปลายแขนกลแขนที่สอง

$$v_{l2} = v_{m2} + v_{l2+m2} = a\dot{\theta}_1 + \frac{b}{2}\dot{\theta}_2 \tag{20}$$

$$v_{m3} = v_{m2} + v_{m3+m2} = a\dot{\theta}_1 + b\dot{\theta}_2 \tag{21}$$

ทำการหาพลังงานจลน์ของระบบและพลังงานศักย์ของระบบหาได้จากสมการที่

$$\begin{aligned} T = {} & \frac{1}{2} I_{m1}\dot{\theta}_1^{\,2} + \frac{1}{2} I_{l1}\dot{\theta}_1^{\,2} + \frac{1}{2} m_{l1} v_{l1}^{\,2} + \frac{1}{2} I_{m2}\dot{\theta}_1^{\,2} + \frac{1}{2} m_{m2} v_{m2}^{\,2} \\ & + \frac{1}{2} I_{l2}\left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2\right)^2 + \frac{1}{2} m_{l2} v_{l2}^{\,2} + \frac{1}{2} I_{m3}\left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2\right)^2 + \frac{1}{2} m_{m3} v_{m3}^{\,2} \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} U = {} & m_{l1} g\left(\frac{a}{2} - \frac{a}{2}\cos\theta_1\right) + m_{m2} g\left(a - a\cos\theta_1\right) \\ & + m_{l2} g\left(\left(a - \frac{b}{2}\right) - \left(a\cos\theta_1 + \frac{b}{2}\cos\left(\theta_1 + \theta_2\right)\right)\right) \\ & + m_{m3} g\left(\left(a + b\right) - \left(a\cos\theta_1 + b\cos\left(\theta_1 + \theta_2\right)\right)\right) \end{aligned} \tag{23}$$

จากสมการที่ (17) สามารถหาสมการได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1}\right)-\frac{\partial T}{\partial \theta_1}+\frac{\partial U}{\partial \theta_1}=Q_1 \tag{24}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2}\right)-\frac{\partial T}{\partial \theta_2}+\frac{\partial U}{\partial \theta_2}=Q_2 \tag{25}$$

จากสมการที่ (24) และ (25) ทำการหาส่วนประกอบของสมการทั้งสอง

สำหรับ $i=1$

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} &= I_{m1}\dot{\theta}_1+I_{l1}\dot{\theta}_1+\frac{m_{l1}a^2}{4}\dot{\theta}_1 \\ &\quad +I_{m2}\dot{\theta}_1+m_{m2}a^2\dot{\theta}_1+I_{l2}\left(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2\right)+m_{l2}a\left(a\dot{\theta}_1+\frac{b}{2}\dot{\theta}_2\right) \\ &\quad +I_{m3}\left(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2\right)+m_{m3}a\left(a\dot{\theta}_1+b\dot{\theta}_2\right)\end{aligned} \tag{26}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_1}=0 \tag{27}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial \theta_1} &= \frac{m_{l1}ga}{2}\sin\theta_1 \\ &\quad +m_{m2}ga\sin\theta_1+m_{l2}ga\sin\theta_1+\frac{m_{l2}gb}{2}\sin\left(\theta_1+\theta_2\right) \\ &\quad +m_{m3}ga\sin\theta_1+m_{m3}gb\sin\left(\theta_1+\theta_2\right)\end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1}\right) &= I_{m1}\ddot{\theta}_1+I_{l1}\ddot{\theta}_1+\frac{m_{l1}a^2}{4}\ddot{\theta}_1 \\ &\quad +I_{m2}\ddot{\theta}_1+m_{m2}a^2\ddot{\theta}_1+I_{l2}\left(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2\right)+m_{l2}a\left(a\ddot{\theta}_1+\frac{b}{2}\ddot{\theta}_2\right) \\ &\quad +I_{m3}\left(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2\right)+m_{m3}a\left(a\ddot{\theta}_1+b\ddot{\theta}_2\right)\end{aligned} \tag{29}$$

สำหรับ $i=2$

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} &= I_{l2}\left(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2\right)+\frac{m_{l2}b}{2}\left(a\dot{\theta}_1+\frac{b}{2}\dot{\theta}_2\right)\\ &\quad + I_{m3}\left(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2\right)+m_{m3}b\left(a\dot{\theta}_1+b\dot{\theta}_2\right)\end{aligned} \tag{30}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_1}=0 \tag{31}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta_2}=\frac{m_{l2}gb}{2}\sin\left(\theta_1+\theta_2\right)+m_{m3}gb\sin\left(\theta_1+\theta_2\right) \tag{32}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2}\right) &= I_{l2}\left(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2\right)+\frac{m_{l2}b}{2}\left(a\ddot{\theta}_1+\frac{b}{2}\ddot{\theta}_2\right)\\ &\quad + I_{m3}\left(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2\right)+m_{m3}b\left(a\ddot{\theta}_1+b\ddot{\theta}_2\right)\end{aligned} \tag{33}$$

แรงภายนอกเกิดจากแรงบิดของมอเตอร์ทั้งสองตัวคือ

$$\begin{aligned}Q_1&=T_1\\ Q_2&=T_2\end{aligned} \tag{34}$$

ค่าแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมมอเตอร์กระแสตรงสามารถคำนวณได้จากสมการ (35) โดยมีการตัดพจน์ในส่วนของค่าเหนี่ยวนำกระแสไฟฟ้าเนื่องจากไม่ส่งผลต่อค่ากระแส แต่จะช่วยให้ไฟฟ้าเดินเรียบขึ้นเท่านั้น

$$V=IR_m+k_bk_g\dot{\theta} \tag{35}$$

$$I=\frac{V}{R_m}+\frac{k_bk_g\dot{\theta}}{R_m} \tag{36}$$

เมื่อ $V$ คือ แรงดันไฟฟ้า

$I$ คือ กระไฟฟ้า

$R_m$ คือ ค่าความต้านทานที่ขดลวดอาร์เมเจอร์

$k_b$ คือ ค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำต้านกลับคงตัว (Back-emf constant)

$k_g$ คือ อัตราทดเฟือง

แรงบิดที่มอเตอร์สร้างขึ้นจะเป็นสัดส่วนกับกระแสที่ไหลผ่านขดลวดอาร์เมเจอร์สามารถหาได้จากสมการ (37)

$$T = k_g k_m I \tag{37}$$

เมื่อ $k_m$ คือ ค่าคงตัวแรงบิดมอเตอร์ (Motor torque constant)
จากสมการ (36) ดังนั้นแรงบิดมอเตอร์สร้างขึ้นสามารถหาได้จากสมการ

$$T = \frac{k_g k_m V}{R_m} + \frac{k_b k_m k_g^2}{R_m}\dot{\theta} \tag{38}$$

จากสมการที่ (26), (27), (28), (29), (34) และ (38) จัดรูปใหม่และรวมสมการให้อยู่ในรูปสมการที่ (24) และจากสมการที่ (30), (31), (32), (33), (34) และ (38) จัดรูปใหม่และรวมสมการให้อยู่ในรูปสมการที่ (25)

$$\begin{aligned}
&\left( I_{m1} + I_{l1} + \frac{m_{l1}a^2}{4} + I_{m2} + m_{m2}a^2 + I_{l2} + m_{l2}a^2 + I_{m3} + m_{m3}a^2 \right)\ddot{\theta}_1 \\
&+\left( I_{l2} + \frac{m_{l2}ab}{2} + I_{m3} + m_{m3}ab \right)\ddot{\theta}_2 \\
&+\left( \frac{m_{l1}ga}{2} + m_{m2}ga + m_{l2}ga + m_{m3}ga \right)\sin\theta_1 \\
&+\left( \frac{m_{l2}gb}{2} + m_{m3}gb \right)\sin\left(\theta_1 + \theta_2\right) \\
&= \frac{k_g k_m V_1}{R_m} + \frac{k_b k_m k_g^2}{R_m}\dot{\theta}_1
\end{aligned} \tag{39}$$

$$
\begin{aligned}
&\left(I_{l2}+\frac{m_{l2}ba}{2}+I_{m3}+m_{m3}ba\right)\ddot{\theta}_1 \\
&+\left(I_{l2}+\frac{m_{l2}b^2}{4}+I_{m3}+m_{m3}b^2\right)\ddot{\theta}_2 \\
&+\left(\frac{m_{l2}gb}{2}+m_{m3}gb\right)\sin\left(\theta_1+\theta_2\right) \\
&=\frac{k_g k_m V_2}{R_m}+\frac{k_b k_m k_g^2}{R_m}\dot{\theta}_2
\end{aligned}
\tag{40}
$$

จากสมการที่ (39) และ (40) ทำการกำหนดตัวแปรใหม่ดังนี้

$$
\begin{aligned}
A &= I_{m1}+I_{l1}+\frac{m_{l1}a^2}{4}+I_{m2}+m_{m2}a^2+I_{l2}+m_{l2}a^2+I_{m3}+m_{m3}a^2 \\
B &= I_{l2}+\frac{m_{l2}ab}{2}+I_{m3}+m_{m3}ab \\
C &= I_{l2}+\frac{m_{l2}b^2}{4}+I_{m3}+m_{m3}b^2 \\
D_1 &= \frac{m_{l1}ga}{2}+m_{m2}ga+m_{l2}ga+m_{m3}ga \\
D_2 &= \frac{m_{l2}gb}{2}+m_{m3}gb \\
F &= \frac{k_g k_m}{R_m} \\
G &= \frac{k_b k_m k_g^2}{R_m}
\end{aligned}
$$

ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ของระบบได้ดังนี้

$$A\ddot{\theta}_1+B\ddot{\theta}_2+D_1\sin\theta_1+D_2\sin\left(\theta_1+\theta_2\right)=FV_1-G\dot{\theta}_1 \tag{41}$$

$$B\ddot{\theta}_1+C\ddot{\theta}_2+D_2\sin\left(\theta_1+\theta_2\right)=FV_2-G\dot{\theta}_2 \tag{42}$$

**การหาเอกลักษณ์ของระบบ (System identification)**

จากสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลนั้นสามารถนำมาหาค่าพารามิเตอร์ของระบบโดยใช้การวิเคราะห์แบบ Least square และจัดให้อยู่ในรูป

$$Y = \Phi\Theta \tag{43}$$

โดยที่

$$Y \in \mathbb{R}^{n\times 1} = \begin{bmatrix} V_1 + V_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\Phi \in \mathbb{R}^{n\times 6} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 & \left(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2\right) & \ddot{\theta}_2 & \sin\theta_1 & 2\sin\left(\theta_1 + \theta_2\right) & \left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$\Theta \in \mathbb{R}^{6\times 1} = \left[A/F, B/F, C/F, D_1/F, D_2/F, G/F\right]^T$$

เมื่อ $n$ คือ จำนวนของข้อมูลที่ได้จากการทดลอง

จากสมการที่ (43) ทำการหาค่าความผิดพลาด $E$ ที่ทีค่าน้อยที่สุดโดยที่ $E$ สอดคล้องกับสมการ

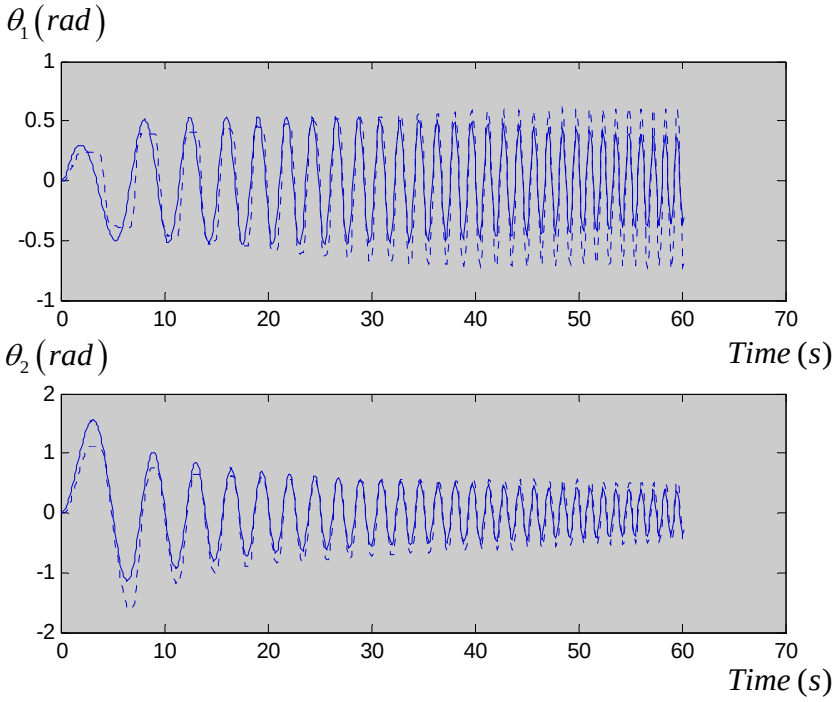
$$E = \frac{\left(Y - \Phi\Theta\right)^2}{2}$$

ดังนั้นจะได้สมการ

$$\hat{\Theta} = \left(\Phi^T\Phi\right)^{-1}\Phi^T Y \tag{44}$$

เมื่อ $\hat{\Theta}$ คือค่าประมาณของ $\Theta$

ในการทดลองจะป้อนแรงดันไฟฟ้าเข้ามอเตอร์กระแสตรงเป็นสัญญาณ Sine ที่แปรผันความถี่สัญญาณจาก 0.1 เฮิร์ต ถึง 0.5 เฮิร์ตในระยะเวลา 60 วินาที โดยมีแอมฟลิจูด 1 และ 0.7 ตามลำดับ เพื่อให้ค่าที่ได้เป็นค่าที่ครอบคลุมช่วงความถี่ทำงานของระบบ วัดสัญญาณ $\theta_1$ และ $\theta_2$ ได้จากระบบ และจะนำค่า $\theta$ นี้ไปทำการหาอนุพันธ์โดยใช้ Finite difference ภาพที่ 19 แสดงการหาเอกลักษณ์ของระบบ โดยที่ เส้นปะคือตำแหน่งจริงของแขนกลที่ได้จากการวัด และเส้นทึบคือค่าตำแหน่งที่ได้รับจากการป้อนค่าแรงดันไฟฟ้าลักษณะเดียวกันให้กับแบบจำลอง




**ภาพที่ 19** การหาเอกลักษณ์ของระบบ (System identification)

จากการทดลองทั้งหมด 32 ครั้ง จะได้ช่วงของค่าพารามิเตอร์ของระบบซึ่งแสดงถึงความไม่แน่นอนของระบบ จากนั้นทำการประมาณระบบเป็นเชิงเส้นโดยให้ $\sin\theta \approx \theta$ และกำหนดให้ $D = D_1 + D_2$ และ $E = D_2$ จากนั้นทำการแปลงลาปาส สมการ (45) และ (46) โดยกำหนดให้ทุก intitial condition เท่ากับศูนย์

$$A\ddot{\theta}_1 + B\ddot{\theta}_2 + D\theta_1 + E\theta_2 = FV_1 - G\dot{\theta}_1 \tag{45}$$

$$B\ddot{\theta}_1 + C\ddot{\theta}_2 + E\theta_1 + E\theta_2 = FV_2 - G\dot{\theta}_2 \tag{46}$$

$$As^2\theta_1(s) + Bs^2\theta_2(s) + D\theta_1(s) + E\theta_2(s) = FV_1(s) - Gs\theta_1(s) \tag{47}$$

$$Bs^2\theta_1(s) + Cs^2\theta_2(s) + E\theta_1(s) + E\theta_2(s) = FV_2(s) - Gs\theta_2(s) \tag{48}$$

จากสมการ (47) และ (48) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของแขนกลและสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ป้อน

$$\begin{bmatrix} \frac{As^2+Gs+D}{F} & \frac{Bs^2+E}{F} \\ \frac{Bs^2+E}{F} & \frac{Cs^2+Gs+E}{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \tag{49}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{As^2+Gs+D}{F} & \frac{Bs^2+E}{F} \\ \frac{Bs^2+E}{F} & \frac{Cs^2+Gs+E}{F} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{50}$$

โดยช่วงความไม่แน่นอนของค่าพารามิเตอร์ดังนี้

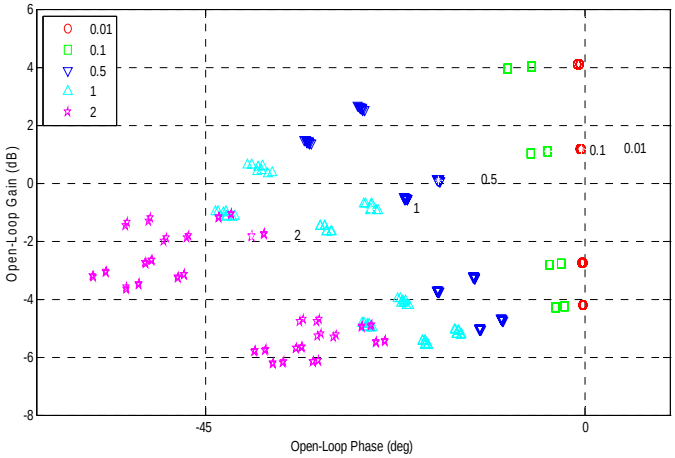
$$\begin{aligned} A/F &= [0.0420 \;\; 0.0624], \\ B/F &= [0.000115 \;\; 0.0119], \\ C/F &= [0.0053 \;\; 0.0164], \\ D/F &= [1.2599 \;\; 1.7148], \\ E/F &= [0.2891 \;\; 0.4649], \\ G/F &= [0.3883 \;\; 0.4649] \end{aligned}$$

**การออกแบบตัวควบคุมด้วยเทคนิค QFT**

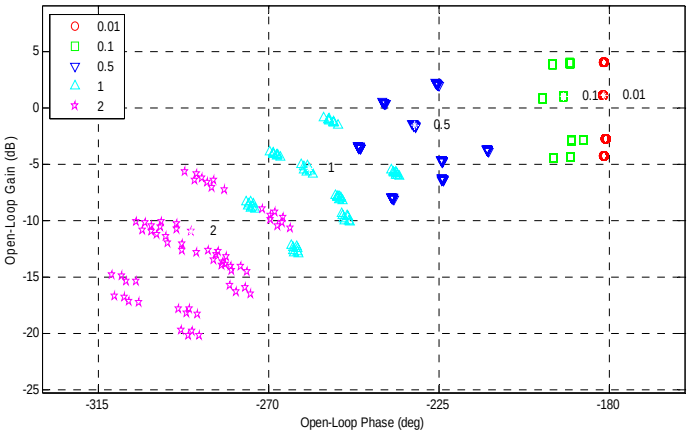
บทนี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมซึ่งเป็นส่วนสำคัญของงานวิจัยนี้โดยในการออกแบบตัวควบคุมด้วยทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณสามารถสรุปขั้นตอนในการออกแบบ ดังแสดงในภาพที่ 12 โดยเริ่มจากการกำหนดการเคลื่อนที่ของระบบที่ต้องการ โดยกำหนดคุณสมบัติในโดเมนเวลาและทำการเปลี่ยนคุณสมบัติในโดเมนเวลามาเป็นคุณสมบัติในโดเมนความถี่ และจากการหาสมการทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะมีช่วงความไม่แน่นอนของระบบนั้นสามารถนำมาสร้างในรูปของ Plant templates โดยจะทำการกำหนดจุดอ้างอิง (Nominal plant) ในแต่ละความถี่ เพื่อใช้ในการออกแบบรวมกับขอบเขตคุณสมบัติในโดเมนความถี่ การออกแบบจะออกแบบตัวควบคุมและออกแบบตัวกรอง โดยจะเรียกขั้นตอนนี้ว่า Loop shaping

**1. การสร้าง Plant template**

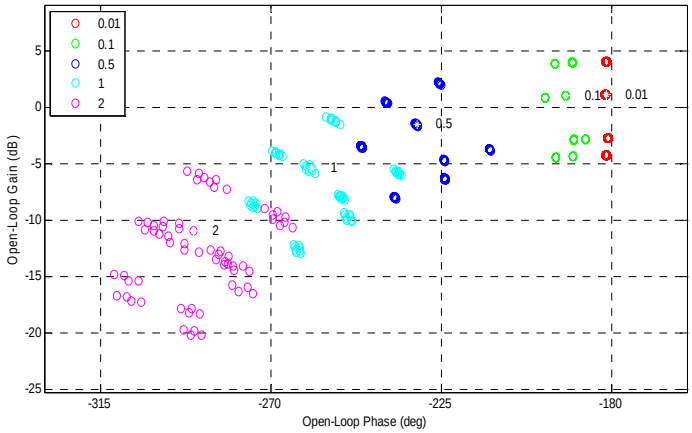
จากหัวข้อการหาเอกลักษณ์ของระบบ นำสมการที่ (50) และช่วงความไม่แน่นอนของค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ทำการหามาข้างต้น จากนั้นทำการเพิ่ม 10% จากช่วงค่าพารามิเตอร์เพื่อจะได้ครอบคลุมช่วงความไม่แน่นอนให้กว้างขึ้น และแทน $s = j\omega$ ในสมการ จากนั้นทำการกำหนด Nominal plant ที่ตำแหน่ง $A/F = 0.0392,\ B/F = 0.000108,\ C/F = 0.0052,$ $E/F = 0.2823,$ และ $G/F = 0.3829$ เพื่อเป็นจุดอ้างอิงในการออกแบบตัวควบคุมโดยทำการกำหนดจุดบนแผนภูมินิโคลส์ในแต่ละความถี่ที่สนใจ



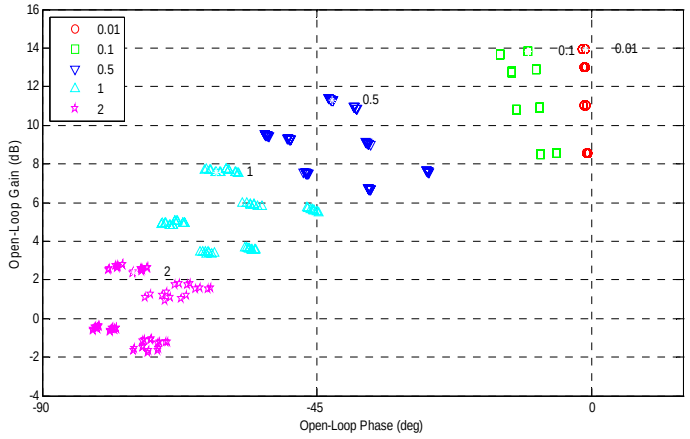

**ภาพที่ 20** Plant templates สำหรับตำแหน่ง $p_{11}$




**ภาพที่ 21** Plant templates สำหรับตำแหน่ง $p_{12}$




**ภาพที่ 22** Plant templates สำหรับตำแหน่ง $p_{21}$




**ภาพที่ 23** Plant templates สำหรับตำแหน่ง $p_{22}$

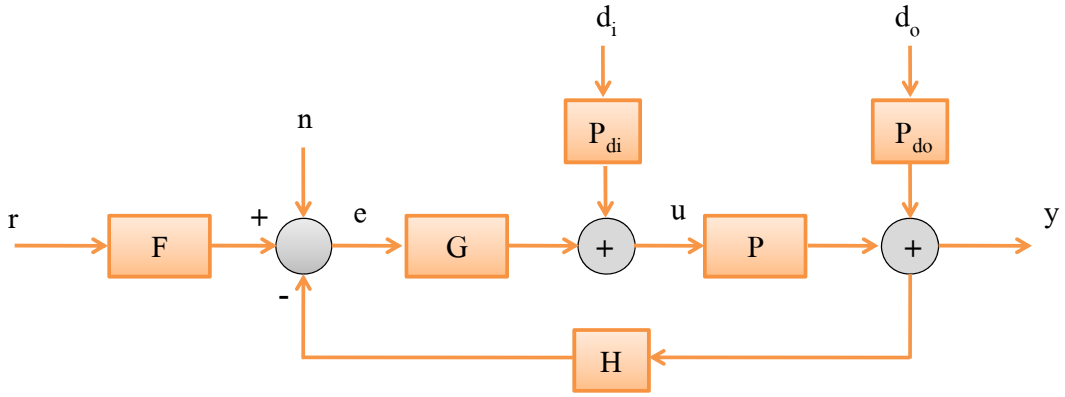
## 2. การกำหนดคุณสมบัติในโดเมนความถี่และสร้างขอบเขตคุณสมบัติในโดเมนความถี่

ในการออกแบบตัวควบคุมแบบป้อนกลับเชิงปริมาณ สามารถเขียนอยู่ในรูปทั่วไปได้ดังภาพที่ 24 โดยที่ระบบที่ออกแบบมีลักษณะเป็น 2 DOFs และจะทำการออกแบบตัวควบคุม $G = diag(g_1, g_2)$ และ $F = [f_{11}, f_{12}; f_{21}, f_{22}]$ ฟังก์ชันถ่ายโอนเชิงเส้นของระบบสามารถเขียนให้อยู่ในรูปดังนี้

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

และกำหนดให้

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{bmatrix}$$




**ภาพที่ 24** ระบบควบคุมแบบป้อนกลับที่พิจารณาในการออกแบบตัวควบคุม

โดยที่ $r$ คือ สัญญาณอ้างอิง

$n$ คือ สัญญาณรบกวน

$e$ คือ สัญญาณผิดพลาด

$d_i$ คือ สัญญาณรบกวนภายใน

$d_o$ คือ สัญญาณรบกวนภายใน

$u$ คือ สัญญาณควบคุม

$y$ คือ สัญญาณเอาต์พุต

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการออกแบบคุณสมบัติในโดเมนความถี่ 4 คุณสมบัติ ดังนี้ การหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ (Plant-input disturbance rejection), การหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ (Plant-output disturbance rejection), การติดตามการเคลื่อนที่ (Tracking) และ ขอบเขตเสถียรภาพ (Stability margins)

1) การหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ (Plant-input disturbance rejection)

จากภาพที่ 24 สามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบถึงสัญญาณเอาต์พุตเมื่อ $H=1$ คือ

$$T_{di} = \left(I + PG\right)^{-1} P \tag{51}$$

$$(I + PG)T_{di} = P \tag{52}$$

จากสมการที่ (52) คูณด้วย $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{-\pi_{21}}{\pi_{11}+g_1} & 1 \end{bmatrix} P^{-1}$ ทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{bmatrix} \pi_{11}+g_1 & \pi_{12} \\ 0 & \dfrac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11}+g_1}+\pi_{22}+g_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{di11} & t_{di12} \\ t_{di21} & t_{di22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{-\pi_{21}}{\pi_{11}+g_1} & 1 \end{bmatrix} \tag{53}$$

จากสมการที่ (53) สามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนในตำแหน่งต่างๆได้ดังนี้

$$t_{di11} = \frac{1-\pi_{12}t_{di21}}{\pi_{11}+g_1} \tag{54}$$

$$t_{di12} = \frac{-\pi_{12}t_{di22}}{\pi_{11}+g_1} \tag{55}$$

$$t_{di21} = \left(\frac{-\pi_{21}}{\pi_{11}+g_1}\right) / \left(\frac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11}+g_1}+\pi_{22}+g_2\right) \tag{56}$$

$$t_{di22} = 1 / \left(\frac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11}+g_1}+\pi_{22}+g_2\right) \tag{57}$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนในตำแหน่งต่างๆนั้น การออกแบบต้องการให้ผลกระทบของสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบต่อสัญญาณเอาต์พุตมีค่าน้อยๆ ดังนั้นคุณสมบัติการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบคือ

$$0 \le \left|t_{diij}\right| \le b_{diij}; \quad i, j = 1, 2 \tag{58}$$

เมื่อ $b_{diij}$ คือ ค่าคงที่เข้าใกล้ศูนย์ ในงานวิจัยนี้ได้กำหนดค่า $b_{diij} = 0.1$

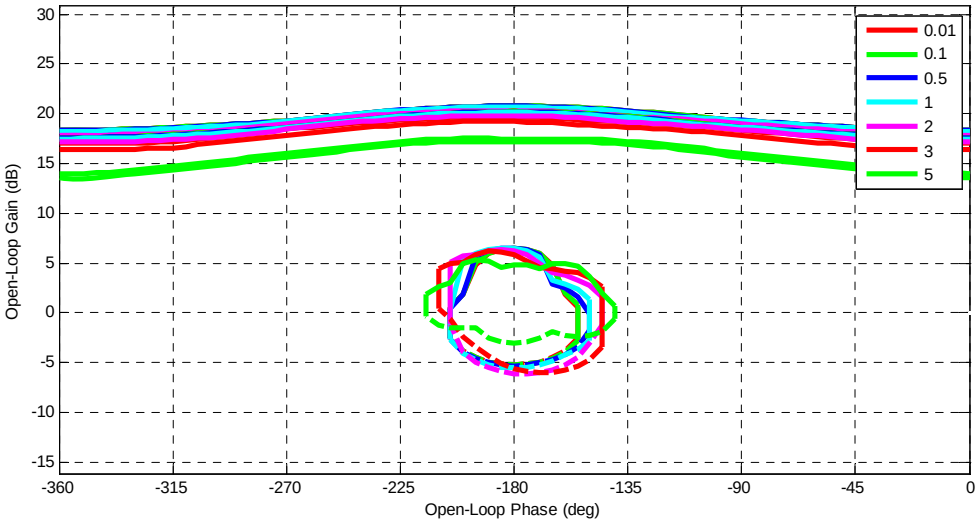
$$0 \le \left| \frac{1 \pm |\pi_{12}| b_{di,21}}{\pi_{11} + g_1} \right| \le b_{di,11} \tag{59}$$

$$0 \le \left| \frac{\pm |\pi_{12}| b_{di,22}}{\pi_{11} + g_1} \right| \le b_{di,12} \tag{60}$$

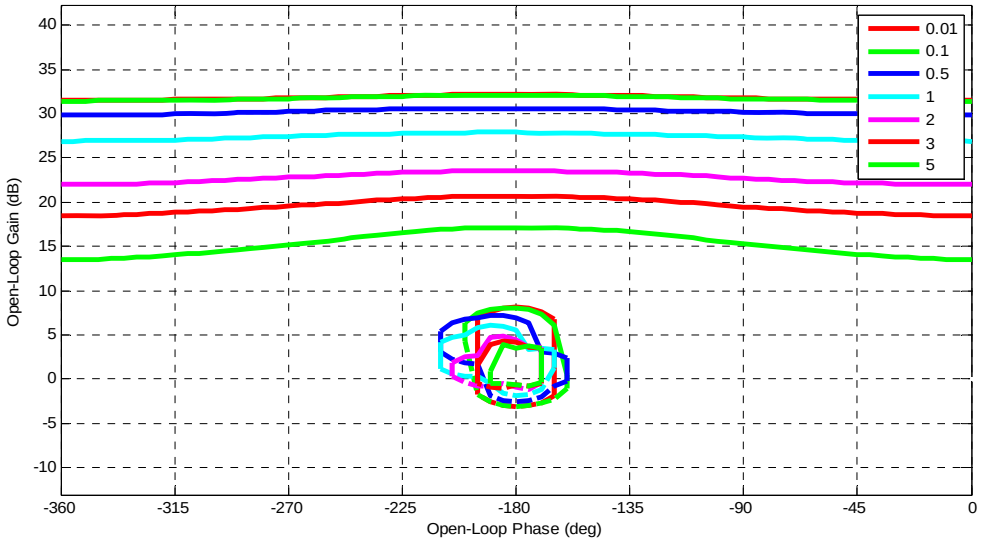
$$0 \le \left| \left( \frac{-\pi_{21}}{\pi_{11} + g_1} \right) / \left( \frac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11} + g_1} + \pi_{22} + g_2 \right) \right| \le b_{di,21} \tag{61}$$

$$0 \le \left| 1 / \left( \frac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11} + g_1} + \pi_{22} + g_2 \right) \right| \le b_{di,22} \tag{62}$$

จากนั้นจะได้สมการที่ (59) และ (60) มาสร้างขอบเขต (Bound) ในแผนภูมินิโคลส์ในการออกแบบตัวควบคุม $g_1$ ดังแสดงในภาพที่ 25 และสมการที่ (61) และ (62) มาสร้างขอบเขต ในแผนภูมินิโคลส์ในการออกแบบตัวควบคุม $g_2$ ดังแสดงในภาพที่ 26 โดยทำการสร้างขอบเขตสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ (Plant-input disturbance rejection bound) ในช่วงความถี่ $\omega = \{0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5\}\ rad/s$




**ภาพที่ 25** ขอบเขตสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ สำหรับ $g_1$




**ภาพที่ 26** ขอบเขตสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ สำหรับ $g_2$

2) การหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ (Plant-output disturbance rejection)

จากภาพที่ 24 สามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบถึงสัญญาณเอาต์พุตเมื่อ $H=1$ คือ

$$T_{do} = (I + PG)^{-1} \tag{63}$$

$$(I + PG)T_{do} = 1 \tag{64}$$

จากสมการที่ (64) คูณด้วย $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{-\pi_{21}}{\pi_{11}+g_1} & 1 \end{bmatrix} P^{-1}$ ทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{bmatrix} \pi_{11}+g_1 & \pi_{12} \\ 0 & \dfrac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11}+g_1}+\pi_{22}+g_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{do11} & t_{do12} \\ t_{do21} & t_{do22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \dfrac{-\pi_{21}\pi_{11}}{\pi_{11}+g_1}+\pi_{21} & \dfrac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11}+g_1}+\pi_{22} \end{bmatrix} \tag{65}$$

จากสมการที่ (65) สามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนในตำแหน่งต่างๆได้ดังนี้

$$t_{do11} = \frac{\pi_{11} - \pi_{12} t_{do21}}{\pi_{11} + g_1} \tag{66}$$

$$t_{do12} = \frac{\pi_{12} - \pi_{12} t_{do22}}{\pi_{11} + g_1} \tag{67}$$

$$t_{do21} = \left( \frac{-\pi_{21}\pi_{11}}{\pi_{11} + g_1} + \pi_{21} \right) / \left( \frac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11} + g_1} + \pi_{22} + g_2 \right) \tag{68}$$

$$t_{do22} = \left( \frac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11} + g_1} + \pi_{22} \right) / \left( \frac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11} + g_1} + \pi_{22} + g_2 \right) \tag{69}$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนในตำแหน่งต่างๆนั้น การออกแบบต้องการให้ผลกระทบของสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบต่อสัญญาณเอาต์พุตมีค่าน้อยๆ ดังนั้นคุณสมบัติการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบคือ

$$0 \le \left| t_{doij} \right| \le b_{doij}; \quad i, j = 1, 2 \tag{70}$$

เมื่อ $b_{doij}$ คือ ค่าคงที่เข้าใกล้ศูนย์ ในงานวิจัยนี้ได้กำหนดค่า $b_{doij} = 0.1$

$$0 \le \left| \frac{|\pi_{11}| \pm |\pi_{12}| b_{do,21}}{\pi_{11} + g1} \right| \le b_{do11} \tag{71}$$

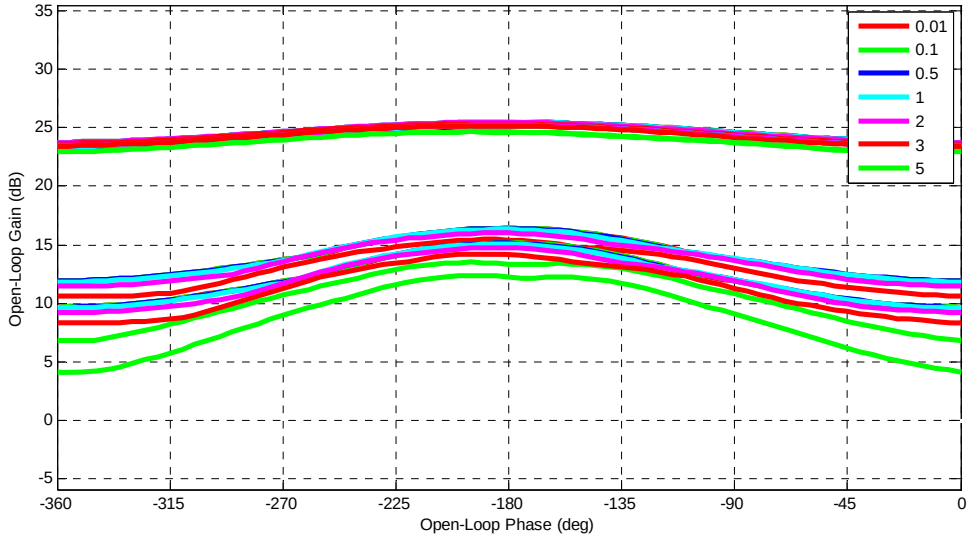
$$0 \le \left| \frac{|\pi_{12}| \pm |\pi_{12}| b_{do,22}}{\pi_{11} + g1} \right| \le b_{do12} \tag{72}$$

$$0 \le \left| \left( \frac{-\pi_{21}\pi_{11}}{\pi_{11} + g_1} + \pi_{21} \right) / \left( \frac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11} + g_1} + \pi_{22} + g2 \right) \right| \le b_{do21} \tag{73}$$

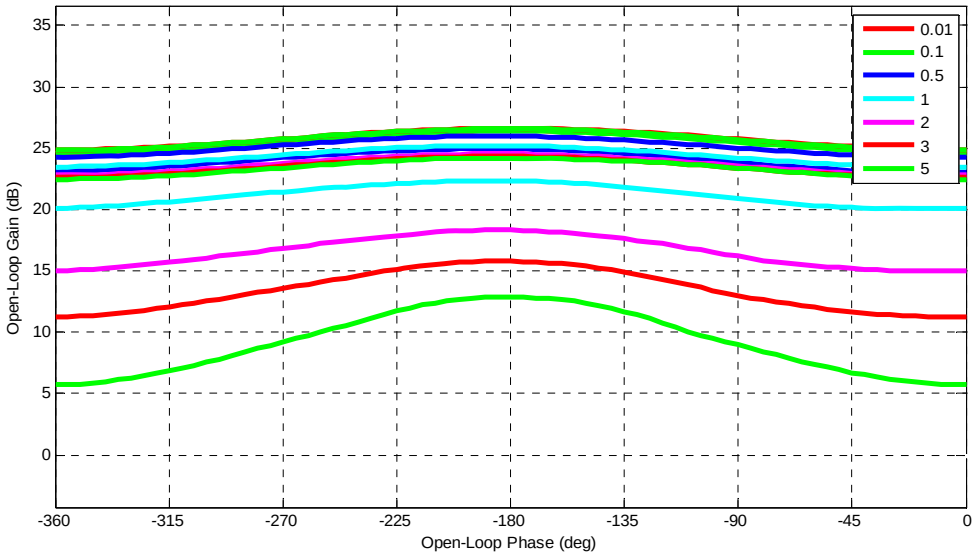
$$0 \le \left| \left( \frac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11} + g_1} + \pi_{22} \right) / \left( \frac{-\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11} + g_1} + \pi_{22} + g2 \right) \right| \le b_{do22} \tag{74}$$

จากนั้นจะได้สมการที่ (71) และ (72) มาสร้างขอบเขต (Bound) ในแผนภูมินิโคลส์ในการออกแบบตัวควบคุม $g_1$ ดังแสดงในภาพที่ 27 และสมการที่ (73) และ(74) มาสร้างขอบเขต ในแผนภูมินิโคลส์ในการออกแบบตัวควบคุม $g_2$ ดังแสดงในภาพที่ 28 โดยทำการสร้างขอบเขต

สัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ (Plant-output disturbance rejection bound) ในช่วงความถี่ $\omega = \{0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5\}\ rad/s$




**ภาพที่ 27** ขอบเขตสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ สำหรับ $g_1$




**ภาพที่ 28** ขอบเขตสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ สำหรับ $g_2$

3) การติดตามการเคลื่อนที่ (Tracking)

จากภาพที่ 24 สามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณอ้างอิงของระบบถึงสัญญาณเอาต์พุต เมื่อ $H=1$ คือ

$$T_r = \left(I + PG\right)^{-1} PGF \tag{75}$$

$$T_r \left(I + PG\right) = PGF \tag{76}$$

จากสมการที่ (76) คูณด้วย $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{-\pi_{21}}{\pi_{11}+g_1} & 1 \end{bmatrix} P^{-1}$ ทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{bmatrix} \pi_{11}+g_1 & \pi_{12} \\ 0 & \pi_{22}+g_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{r11} & t_{r12} \\ t_{r21} & t_{r22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 & 0 \\ -\pi^2{}_{21} & g_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \tag{77}$$

จากสมการที่ (77) สามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนในตำแหน่งต่างๆได้ดังนี้

$$t_{r11} = \frac{g_1 f_{11} - \pi_{12} t_{r21}}{\pi_{11} + g_1} \tag{78}$$

$$t_{r12} = \frac{g_1 f_{12} - \pi_{12} t_{r22}}{\pi_{11} + g_1} \tag{79}$$

$$t_{r21} = \frac{g_2 f_{21} - \pi_{21}^2 f_{11}}{\pi_{22}^2 + g_2} \tag{80}$$

$$t_{r22} = \frac{g_2 f_{22} - \pi_{21}^2 f_{12}}{\pi_{22}^2 + g_2} \tag{81}$$

เมื่อ $\pi_{21}^2 = \pi_{21} - \dfrac{\pi_{21}\pi_{11}}{\pi_{11}+g_1} = \dfrac{\pi_{21} g_1}{\pi_{11}+g_1}$

$\pi_{22}^2 = \pi_{22} - \dfrac{\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{11}+g_1}$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนในตำแหน่งต่างๆนั้น การออกแบบต้องการให้แขนกลมีการเคลื่อนที่ตามสัญญาณลักษณะรูปคลื่น (Square wave) โดยมีแอมฟลิจูด 1 เรเดียน ที่ความถี่ 0.1 เฮิร์ทซ์ และสามารถเคลื่อนที่อยู่ในขอบเขตบน (Upper bound) และขอบเขตล่าง (Lower bound) ดังนั้น คุณสมบัติการติดตามการเคลื่อนที่ของระบบคือ

$$a_{rij} \le \left| t_{rij} \right| \le b_{rij}; \qquad i, j = 1, 2 \tag{82}$$

เมื่อ $a_{rij}$ คือ ขอบเขตล่าง

$b_{rij}$ คือ ขอบเขตบน

$$a_{r11} \le \left| \frac{|g_1 f_{11}| \pm |\pi_{12}| b_{r21}}{\pi_{11} + g_1} \right| \le b_{r11} \tag{83}$$

$$a_{r12} \le \left| \frac{|g_1 f_{12}| \pm |\pi_{12}| b_{r22}}{\pi_{11} + g_1} \right| \le b_{r12} \tag{84}$$

$$a_{r21} \le \left| \frac{\left( \frac{-\pi_{21}}{\pi_{11} + g_1} (g_1 f_{11}) + g_2 f_{21} \right)}{\left( \frac{-\pi_{21}}{\pi_{11} + g_1} \pi_{12} + \pi_{22} + g_2 \right)} \right| \le b_{r21} \tag{85}$$

$$a_{r22} \le \left| \frac{\left( \frac{-\pi_{21}}{\pi_{11} + g_1} (g_1 f_{12}) + g_2 f_{22} \right)}{\left( \frac{-\pi_{21}}{\pi_{11} + g_1} \pi_{12} + \pi_{22} + g_2 \right)} \right| \le b_{r22} \tag{86}$$

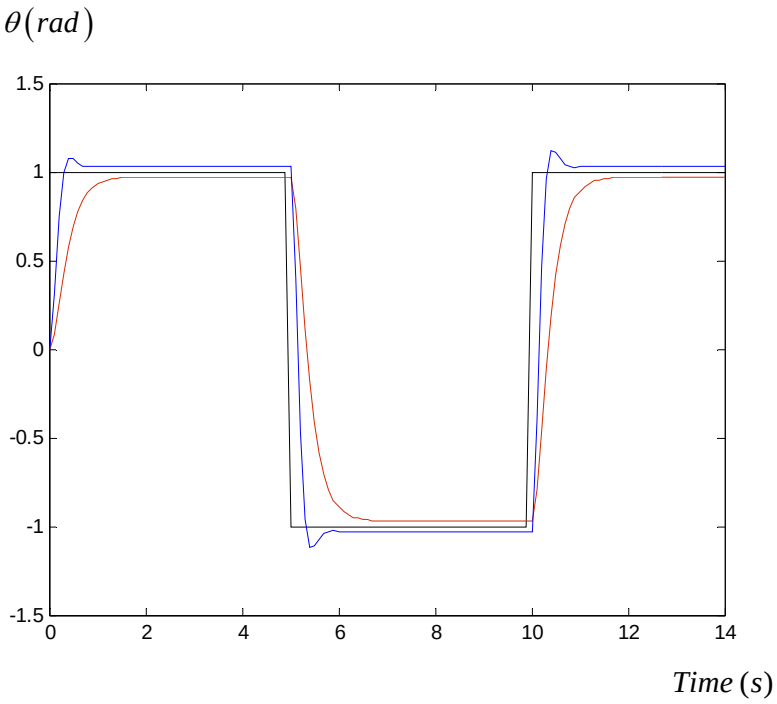
จากสมการที่ (83) และ (84) กำหนดให้ $f_{12} = 0$, $a_{r11}$ และ $b_{r11}$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนลำดับที่สอง

$$a_{r11} = 0.97 \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{87}$$

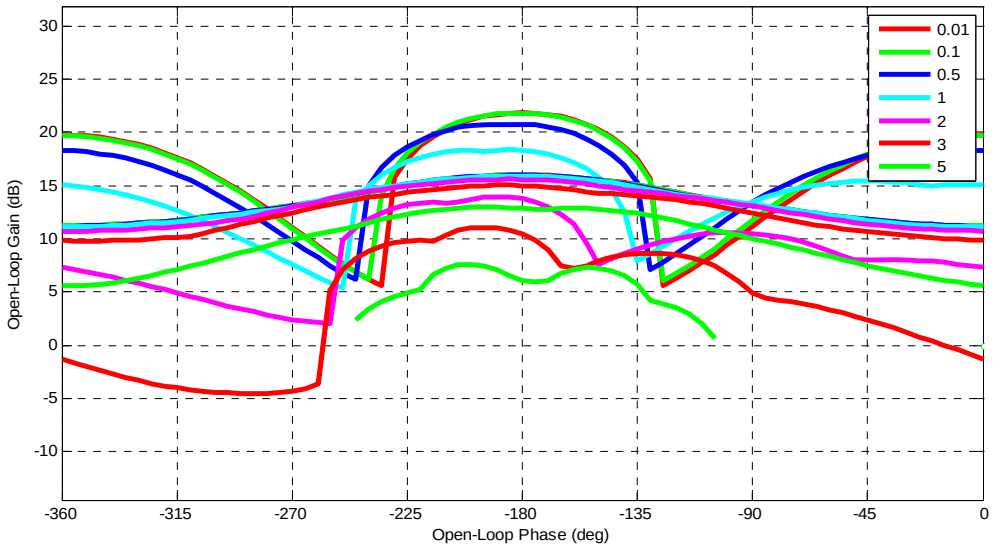
$$b_{r11} = 1.03 \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{88}$$

เมื่อ $\zeta = 1, \omega_n = 5$ สำหรับ $a_{r11}$ และ $\zeta = 0.7, \omega_n = 10$ สำหรับ $b_{r11}$ และเพื่อหลีกเลี่ยงการรบกวนจาก $t_{12}$ กำหนดให้ $b_{r12} = 0.1$ และ $a_{r12} = 0$ จากสมการที่ (85) และ(86) กำหนดให้ $f_{21} = 0$, $a_{r22} = a_{r11}$, $b_{r22} = b_{r11}$, $a_{r21} = a_{r12}$ และ $b_{r21} = b_{r12}$ โดยแสดงคุณสมบัติในโดเมนเวลาดังภาพที่ 29 จากนั้นนำมาสร้างขอบเขต (Bound) ในแผนภูมินิโคลส์ในการออกแบบตัวควบคุม $g_1$ และ $g_2$

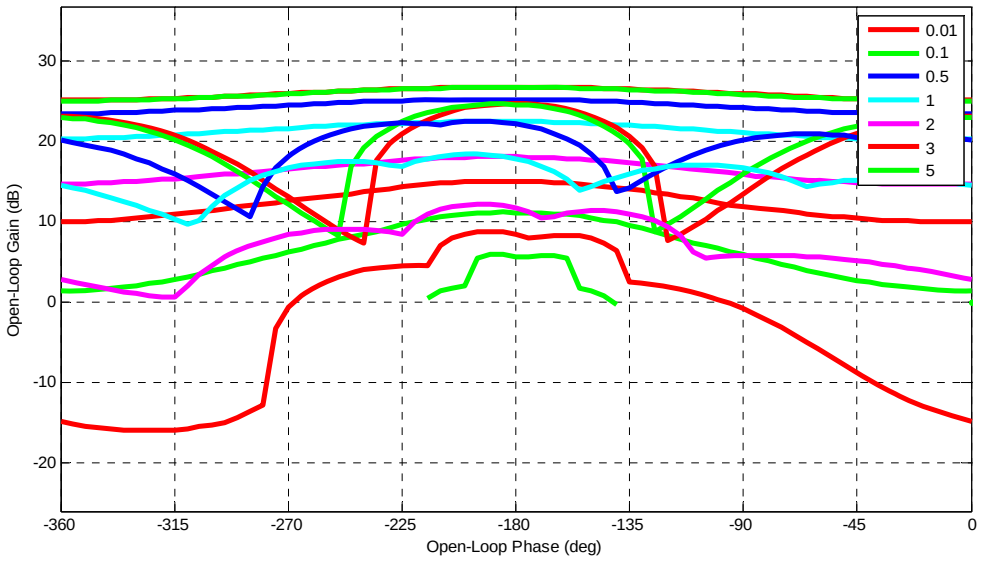
ดังแสดงในภาพที่ 30 และ ภาพที่ 31 โดยทำการสร้างขอบเขตการติดตามการเคลื่อนที่ของระบบ (Tracking bound) ในช่วงความถี่ $\omega = \{0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5\}\ rad/s$




**ภาพที่ 29** คุณสมบัติการติดตามการเคลื่อนที่ในโดเมนเวลา




**ภาพที่ 30** ขอบเขตการติดตามการเคลื่อนที่ สำหรับ $g_1$




**ภาพที่ 31** ขอบเขตการติดตามการเคลื่อนที่ สำหรับ $g_2$

4) ขอบเขตเสถียรภาพ (Stability margins)

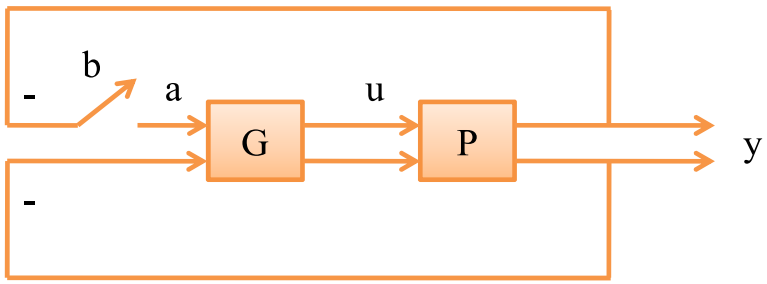
ในระบบ MIMO คุณสมบัติสำหรับขอบเขตเสถียรภาพสามารถหาได้จาก

$$\left|1+L_k\left(j\omega\right)\right|^{-1}=m_k\left(\omega\right) \tag{89}$$

เมื่อ $L_k\left(s\right)$ คือ Loop transmission

$m_k\left(\omega\right)$ คือ ขอบเขตของช่องสัญญาณนั้นๆ

ภาพที่ 32 แสดงการหา $L_1\left(s\right)$ ทำการหา Loop transmission จาก $b$ ถึง $a$ โดยทำการปิดช่องสัญญาณ $L_2\left(s\right)$ สำหรับการหา $L_2\left(s\right)$ ทำการหาโดยลักษณะเดียวกับค่า $L_1\left(s\right)$ โดยที่ระบบมีลักษณะเป็นแบบ $2\times2$




**ภาพที่ 32** แผนภาพบล็อกการคำนวณหา $L_1\left(s\right)$ สำหรับระบบ $2\times2$

$$L_1 = \frac{g_1}{\pi_{11} - \dfrac{\pi_{21}\pi_{12}}{\pi_{22} + g_2}} = \frac{g_1\left(p_{11} + g_2 \det P\right)}{1 + p_{22}g_2} \tag{90}$$

$$L_2 = \frac{g_2}{\pi_{22} - \dfrac{\pi_{12}\pi_{21}}{\pi_{11} + g_1}} = \frac{g_2\left(p_{22} + g_1 \det P\right)}{1 + p_{11}g_1} \tag{91}$$

ดังนั้นคุณสมบัติขอบเขต $L_1(s)$ คือ

$$\left|1 + \frac{g_1\left(p_{11} + g_2 \det P\right)}{1 + p_{22}g_2}\right|^{-1} \le m_1(\omega) \tag{92}$$

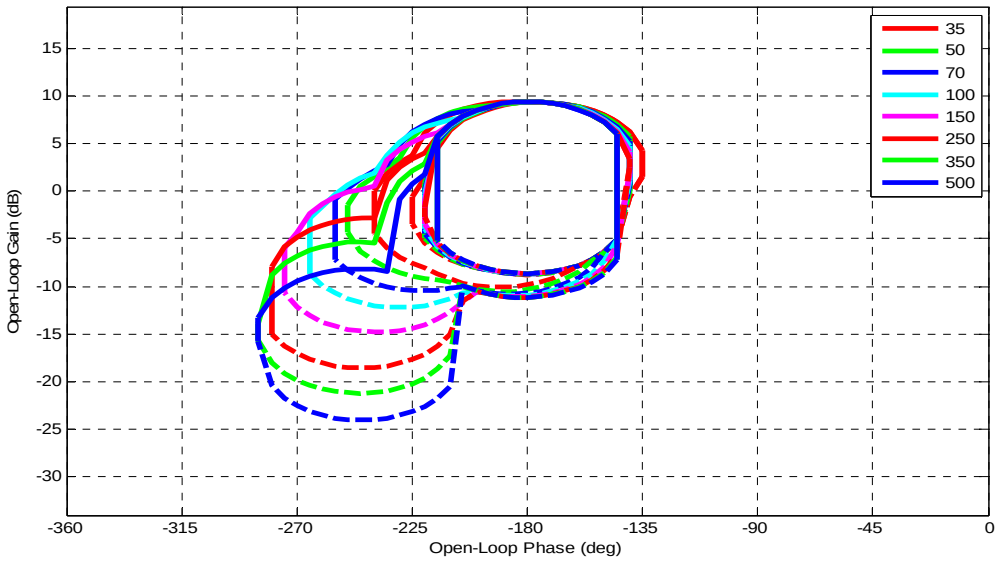
จากสมการที่ (92) พบว่าคุณสมบัติขอบเขตของ $L_1(s)$ เป็นฟังก์ชันของ $g_2$ แต่การออกแบบจะต้องทำการออกแบบ $g_1$ ก่อน ดังนั้น $g_2$ จะต้องอยู่ในช่วง $\left|g_2(j\omega)\right| \ge g_U$ และ $\left|g_2(j\omega)\right| \le g_L$ เพื่อป้องกันการทับซ้อนกับขอบเขตคุณสมบัติอื่นๆ ดังนั้นจากสมการที่ (92) จะได้

$$\lim_{|g_2|\to\infty} \left|1 + L_1\right|^{-1} = \left|1 + g_1 / \pi_{11}\right|^{-1} \le m_1(\omega) \tag{93}$$

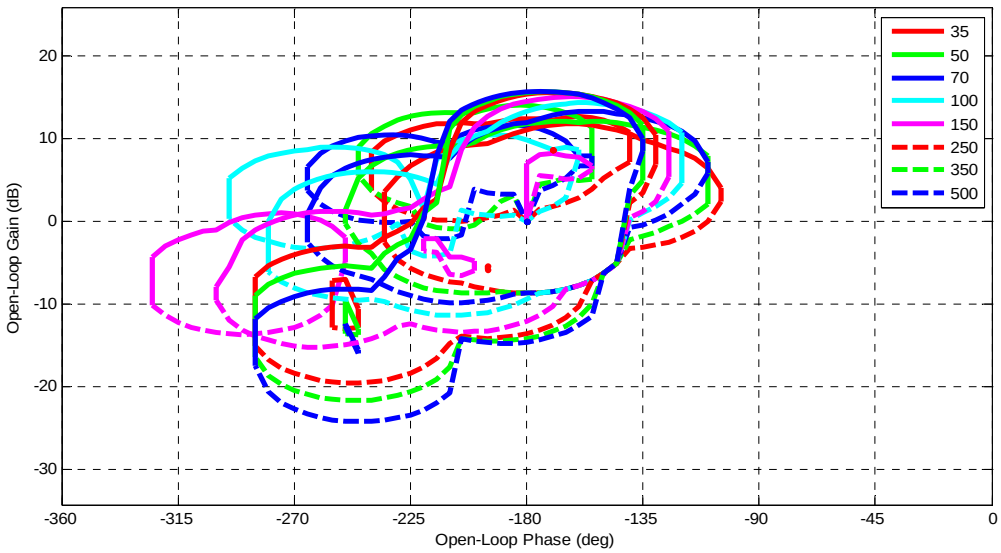
$$\lim_{|g_2|\to 0} \left|1 + L_1\right|^{-1} = \left|1 + g_1 p_{11}\right|^{-1} \le m_1(\omega) \tag{94}$$

ดังนั้นในการออกแบบ $g_1$ คุณสมบัติขอบเขตเสถียรภาพคือสมการ (93) และ (94) สำหรับการออกแบบ $g_2$ คุณสมบัติขอบเขตเสถียรภาพคือสมการ (92) และสมการ (95) ในการออกแบบกำหนดค่า $m_1 = m_2 = 4\ dB$ จากนั้นนำมาสร้างขอบเขต (Bound) ในแผนภูมินิโคลส์ในการออกแบบตัวควบคุม $g_1$ และ $g_2$ ดังแสดงในภาพที่ 33 และภาพที่ 34 โดยทำการสร้างขอบเขตเสถียรภาพของระบบ (Stability margins bound) ในช่วงความถี่ $\omega = \{35, 50, 70, 100, 150, 250, 350, 500\}\ rad/s$

$$\left|1 + \frac{g_2\left(p_{22} + g_1 \det P\right)}{1 + p_{11}g_1}\right|^{-1} \le m_2(\omega) \tag{95}$$

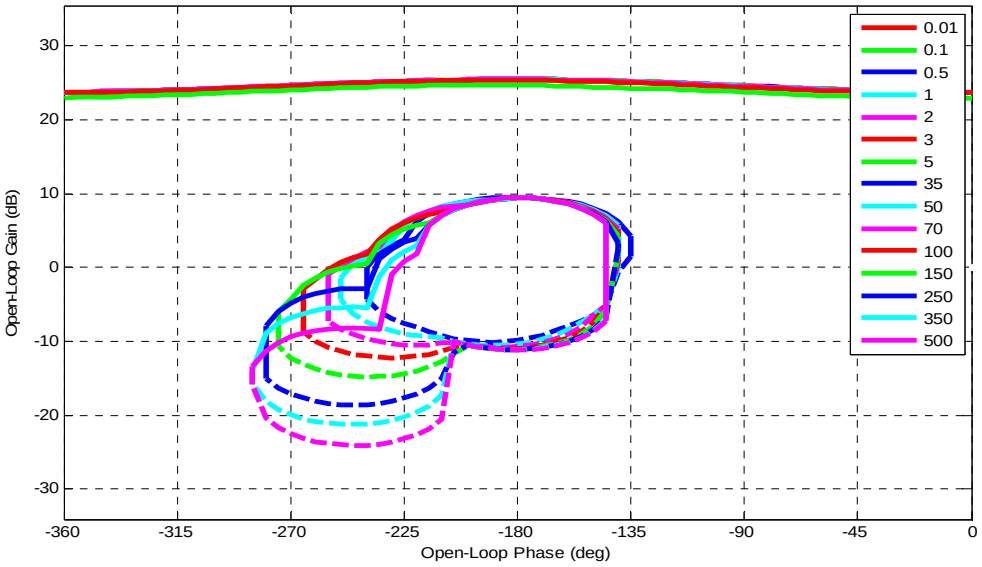



**ภาพที่ 33** ขอบเขตเสถียรภาพ สำหรับ $g_1$

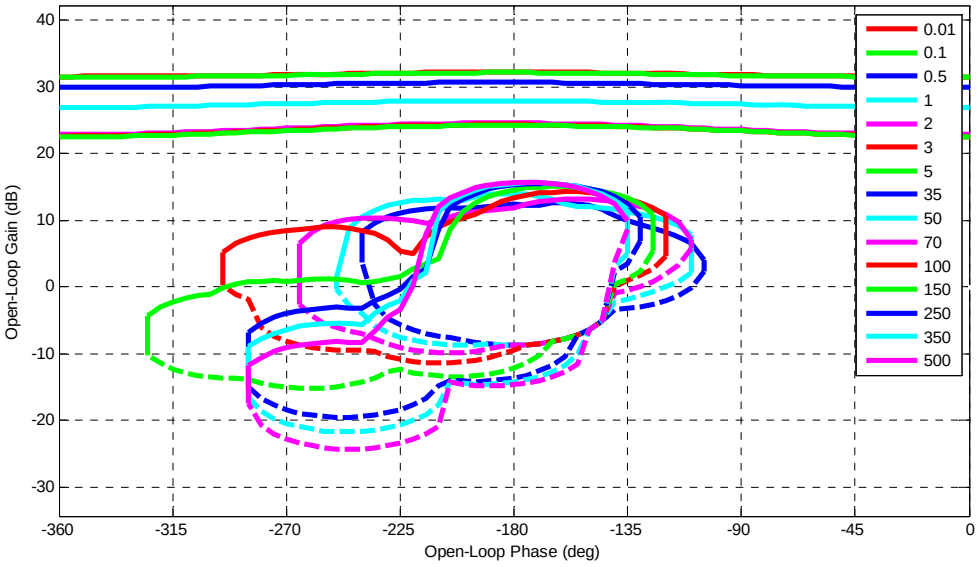



**ภาพที่ 34** ขอบเขตเสถียรภาพ สำหรับ $g_2$

จากการหาขอบเขตคุณสมบัติทั้งหมดที่ต้องการออกแบบแล้ว จากนั้นทำการรวมขอบเขตคุณสมบัติทั้งหมดเข้าด้วยกัน (Intersection bound) ดังแสดงในภาพที่ 35 และภาพที่ 36 และนำมารวมกับ Nominal plant เพื่อทำการออกแบบตัวควบคุม




**ภาพที่ 35** ขอบเขตที่ทับซ้อนกัน สำหรับ $g_1$




**ภาพที่ 36** ขอบเขตที่ทับซ้อนกัน สำหรับ $g_2$

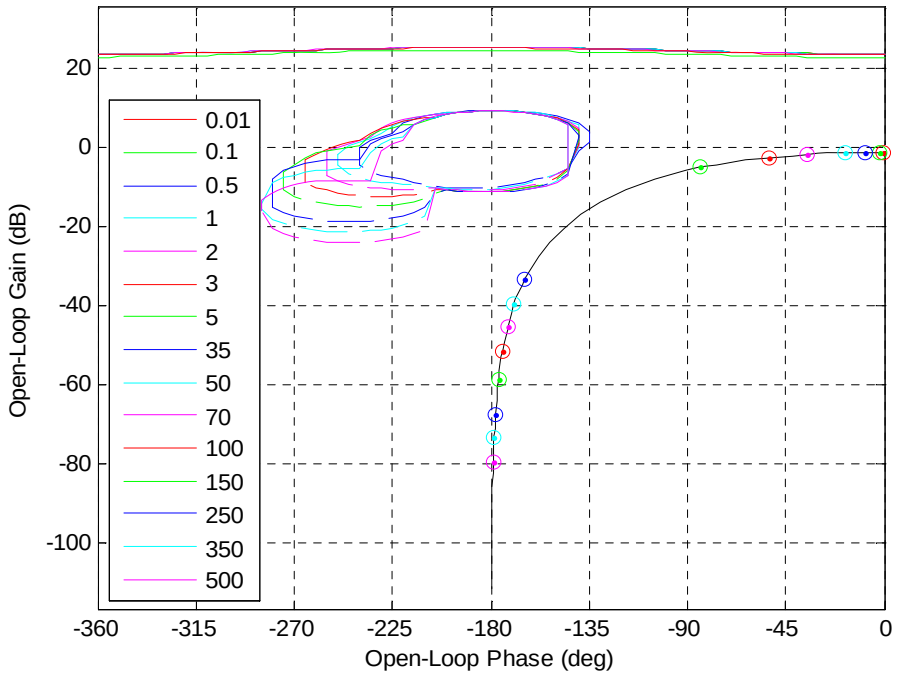
### 3. การออกแบบตัวควบคุมและตัวกรอง

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่สำคัญในการออกแบบตัวควบคุม ซึ่งเรียกว่า Loop shaping process ในการออกแบบจะทำการออกแบบให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเปิด $L(s)=GP$ ในแต่ละความถี่

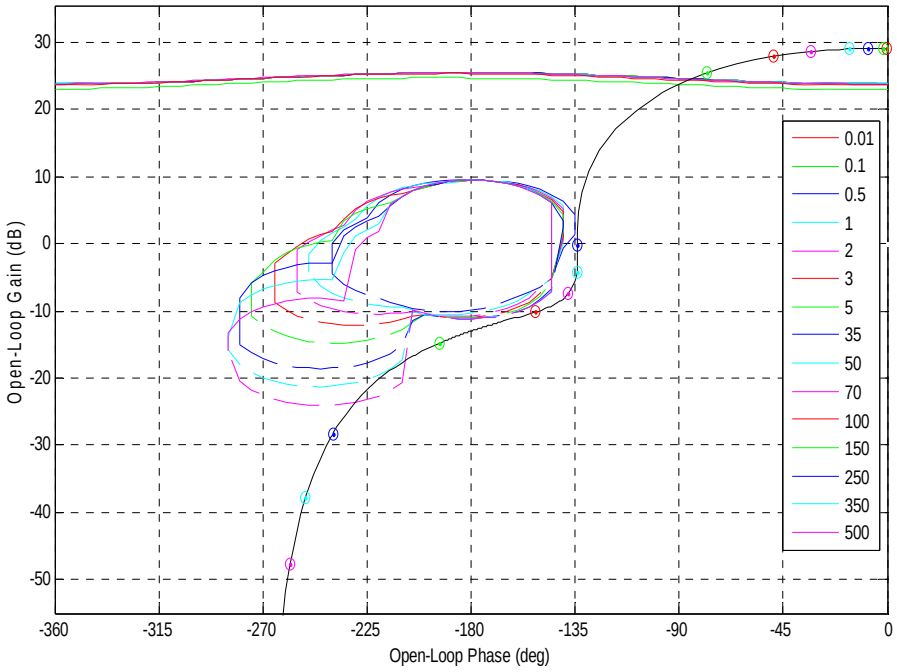
อยู่ในบริเวณขอบเขตคุณสมบัติที่ต้องการ โดยที่ $L(s)$ ต้องสอดคล้องกับเสถียรภาพเกณฑ์ไนควิสต์ (Nyquist stability criteria) โดยจะใช้ฟังก์ชันถ่ายโอนพื้นฐานที่ใช้ในการออกแบบ สำหรับขั้นตอนในการออกแบบ จะเริ่มจากทำการออกแบบตัวควบคุม $g_1$ และออกแบบตัวกรอง $f_{11}$ จากนั้นถึงจะสามารถทำการออกแบบตัวควบคุม $g_2$ และตัวกรอง $f_{22}$ ต่อไป

จากภาพที่ 37 แสดงลักษณะของระบบที่ยังไม่ได้มีการออกแบบจะพบว่าในแต่ละความถี่จะไม่สอดคล้องกับขอบเขตที่ทับซ้อนกันของแต่ละคุณสมบัติ จากนั้นทำการออกแบบตัวควบคุม $g_1$ โดยทำการใส่ค่า อัตราขยาย (Gain): 32.42, ค่าซีโรบนแกนจริง (Real zero): $\frac{s}{37.8}+1$ และค่าโพลแบบค่าเชิงซ้อนสังยุค (Complex pole): $\frac{1}{\frac{s^2}{146.8^2}+\frac{2(0.4162)}{146.8}s+1}$ จากการออกแบบจะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยมีระยะเวลา Sampling เท่ากับ 0.001 วินาที

$$g_1 = \frac{17.68z - 17.02}{z^2 - 1.865z + 0.885}$$




**ภาพที่ 37** ลักษณะของระบบก่อนการออกแบบตัวควบคุม $g_1$

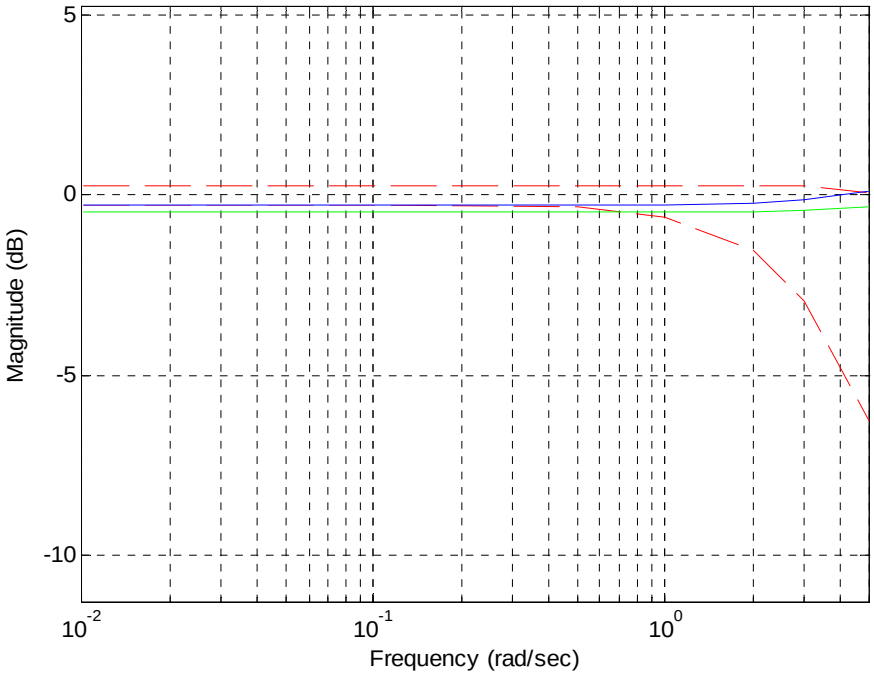



**ภาพที่ 38** ลักษณะของระบบหลังการออกแบบตัวควบคุม $g_1$

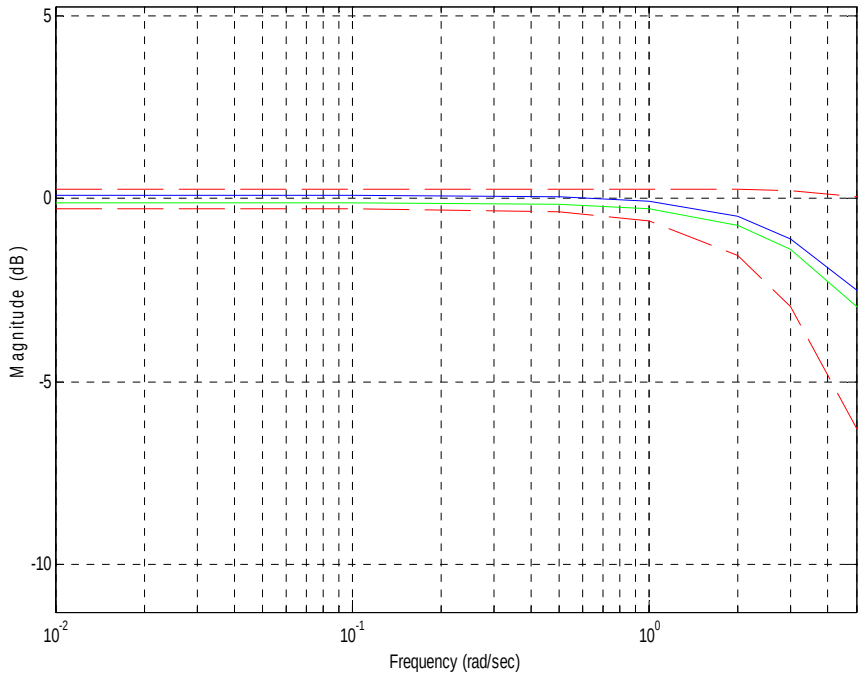
จากภาพที่ 38 พบว่าในทุกความถี่ระบบจะสอดคล้องกับคุณสมบัติที่ทำการออกแบบ จากนั้นทำการออกแบบตัวกรอง $f_{11}$ จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเวลาไม่ต่อเนื่องประกอบด้วย ค่าอัตราขยาย (Gain): 1.045 และ ค่าโพลบนแกนจริง (Real pole): $\frac{1}{\frac{s}{5.026}+1}$ โดยระยะเวลา Sampling เท่ากับ 0.001 วินาที

$$f_{11} = \frac{0.005239}{z - 0.995}$$

ภาพที่ 40 แสดงระบบหลังจากทำการออกแบบ $f_{11}$ จะพบว่าระบบจะอยู่ภายในขอบเขตบนและขอบเขตล่างตามที่ต้องการ จากนั้นทำการออกแบบตัวควบคุม $g_2$ ภาพที่ 41 แสดงลักษณะของระบบที่ยังไม่ได้มีการออกแบบ จะพบว่าในแต่ละความถี่จะไม่สอดคล้องกับขอบเขตที่ทับซ้อนกันของแต่ละคุณสมบัติ



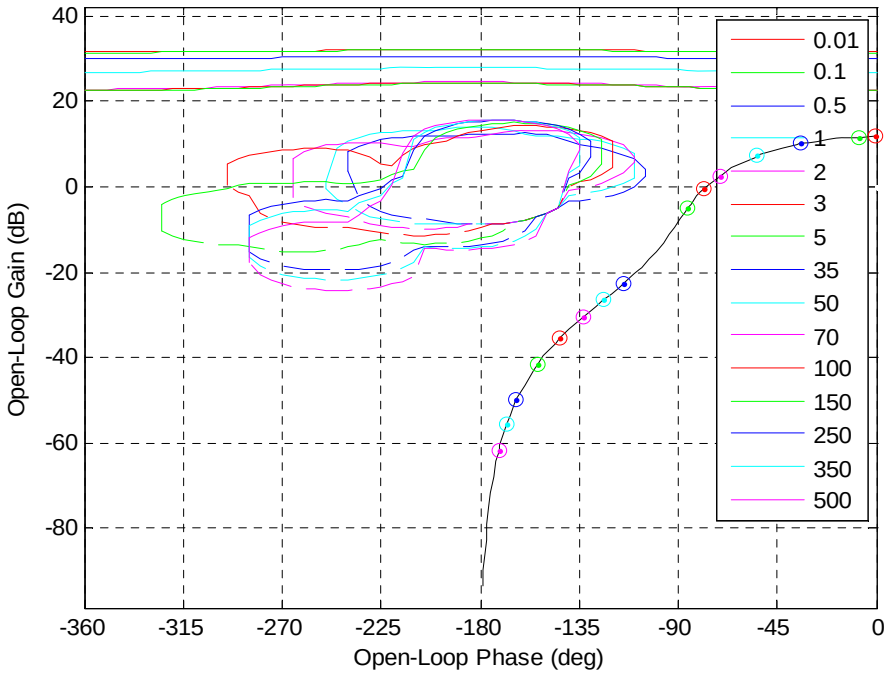

**ภาพที่ 39** ลักษณะของระบบก่อนการออกแบบตัวกรอง $f_{11}$




**ภาพที่ 40** ลักษณะของระบบหลังการออกแบบตัวกรอง $f_{11}$

จากนั้นทำการออกแบบตัวควบคุม $g_2$ โดยทำการใส่ค่า อัตราขยาย (Gain): 30.28, ค่าซีโรบนแกนจริง (Real zero): $\frac{s}{72.81}+1$ และค่าโพลแบบค่าเชิงซ้อนสังยุค (Complex pole): $\frac{1}{\frac{s^2}{329.7^2}+\frac{2(1.027)}{329.7}s+1}$ จากการออกแบบจะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยมีระยะเวลา Sampling เท่ากับ 0.001 วินาที

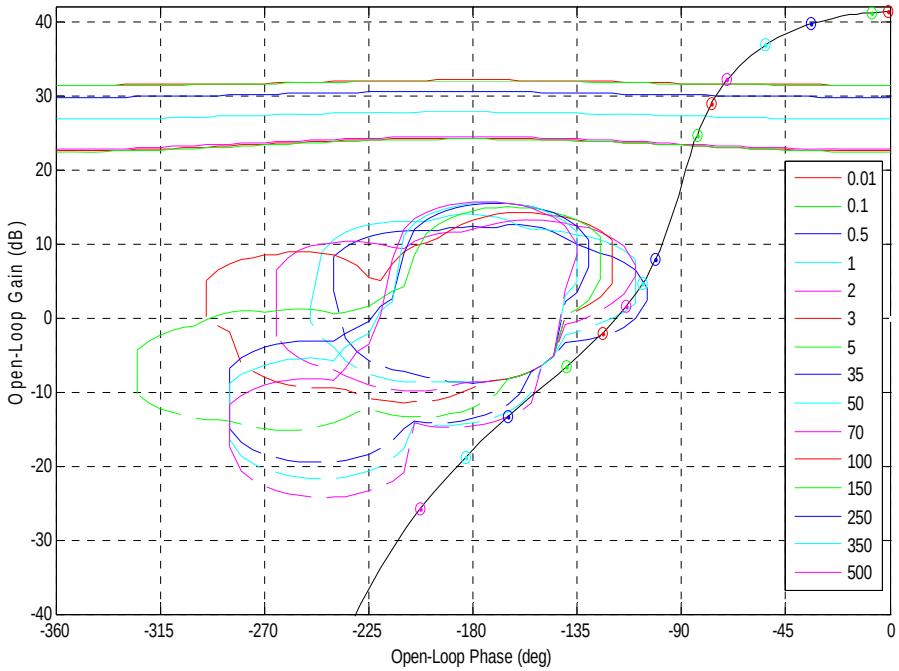
$$g_2 = \frac{33.57z - 31.2}{z^2 - 1.43z + 0.508}$$



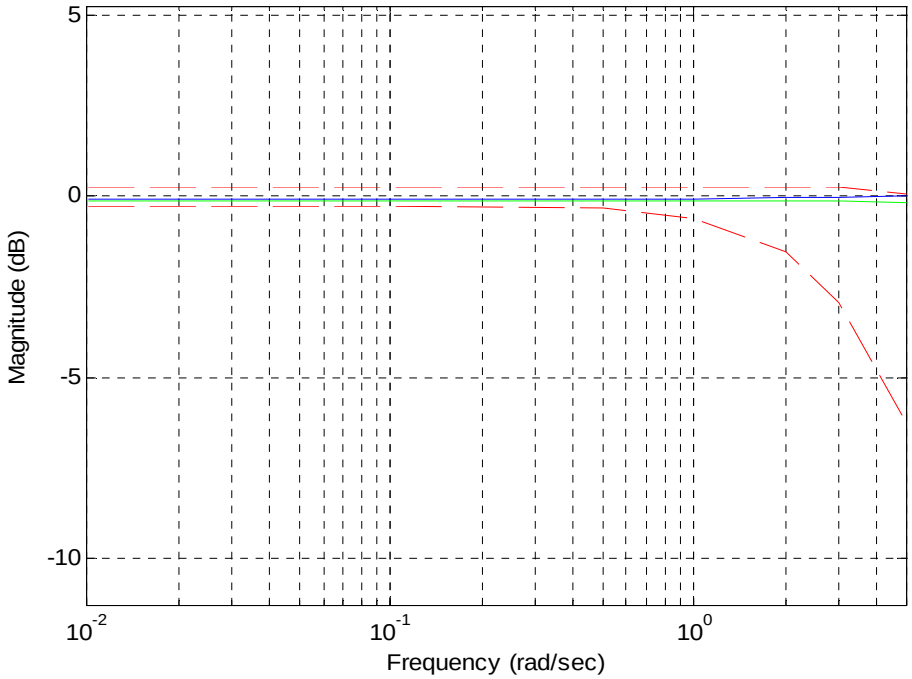

**ภาพที่ 41** ลักษณะของระบบก่อนการออกแบบตัวควบคุม $g_2$

จากภาพที่ 42 พบว่าในทุกความถี่ระบบจะสอดคล้องกับคุณสมบัติที่ทำการออกแบบ จากนั้นทำการออกแบบตัวกรอง $f_{22}$ จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเวลาไม่ต่อเนื่องประกอบด้วยค่าอัตราขยาย (Gain): 1.009 และ ค่าโพลบนแกนจริง (Real pole): $\frac{1}{\frac{s}{5.135}+1}$ โดยระยะเวลา Sampling เท่ากับ 0.001 วินาที

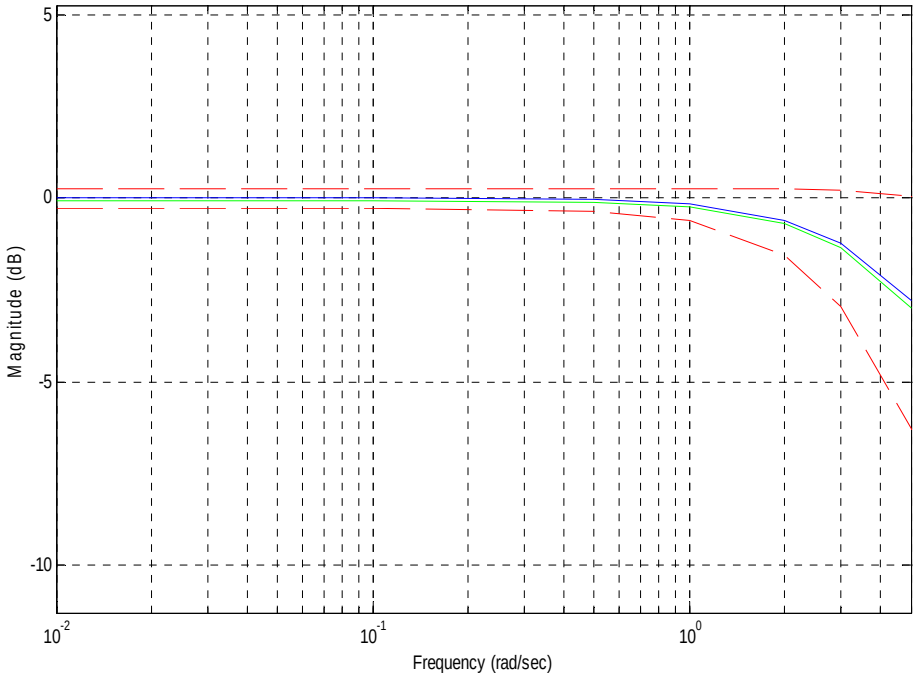
$$f_{22} = \frac{0.005168}{z - 0.9949}$$




**ภาพที่ 42** ลักษณะของระบบหลังการออกแบบตัวควบคุม $g_2$




**ภาพที่ 43** ลักษณะของระบบก่อนการออกแบบตัวกรอง $f_{22}$




**ภาพที่ 44** ลักษณะของระบบหลังการออกแบบตัวกรอง $f_{22}$

# ผลและวิจารณ์

ในบทนี้จะแสดงถึงผลการทดลอง ซึ่งสามารถแบ่งออกได้เป็นสองส่วน ในส่วนแรกจะแสดงผลการจำลองด้วยโปรแกรม Matlab และส่วนที่สองจะแสดงผลการทดลองของการทำงานของแขนกล

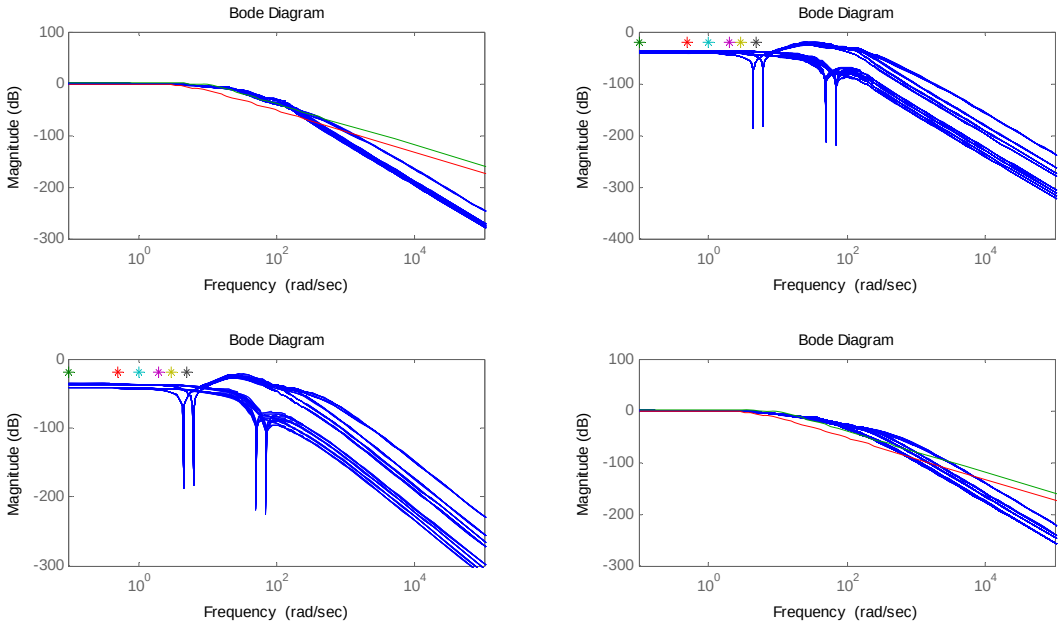
## ผลการจำลองด้วยโปรแกรม Matlab

การจำลองด้วยโปรแกรม Matlab สามารถแบ่งออกเป็นสองส่วนคือ การจำลองในโดเมนความถี่และการจำลองในโดเมนเวลา โดยการจำลองในโดเมนความถี่จะแบ่งออกเป็น การจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับการติดตามการเคลื่อนที่ การจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ การจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ การจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับขอบเขตเสถียรภาพ ส่วนการจำลองในโดเมนเวลาจะแบ่งออกเป็น การจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับการติดตามการเคลื่อนที่ การจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับสัญญาณเอาต์พุตจาก Plant-input disturbance การจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับสัญญาณเอาต์พุตจาก Plant-output disturbance

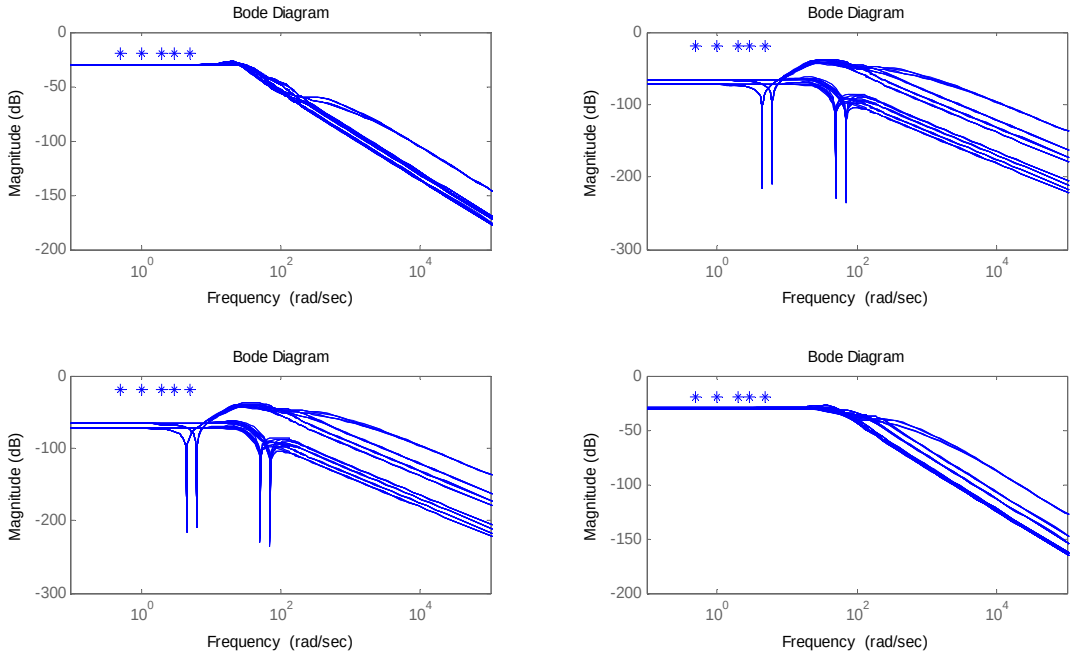
### การจำลองในโดเมนความถี่

การจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับการติดตามการเคลื่อนที่ ดังแสดงในภาพที่ 45 เมื่อเครื่องหมายดอกจันแสดงขอบเขตบนยกเว้นแต่ภาพที่ 45 (บนซ้ายและล่าง) เส้นทึบสองเส้นแสดงค่า $a_{r11}, b_{r11}, a_{r22}$ และ $b_{r22}$ ซึ่งเป็นขอบเขตล่างและขอบเขตบนของคุณสมบัติที่ต้องการออกแบบ พบว่าในทุกค่าความถี่ที่ทำการออกแบบระบบอยู่ภายในขอบเขตคุณสมบัติที่ทำการออกแบบ แต่ที่ค่าความถี่สูงๆซึ่งไม่ได้ทำการออกแบบ ระบบอาจจะมีช่วงที่ออกนอกขอบเขตคุณสมบัติที่ทำการออกแบบ สำหรับภาพที่ 46 และภาพที่ 48 การจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ และการจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับขอบเขตเสถียรภาพ พบว่าทุกค่าความถี่ระบบจะอยู่ภายในขอบเขตคุณสมบัติ ส่วนภาพที่ 47 การจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ พบว่าในทุกค่าความถี่ที่ทำการ

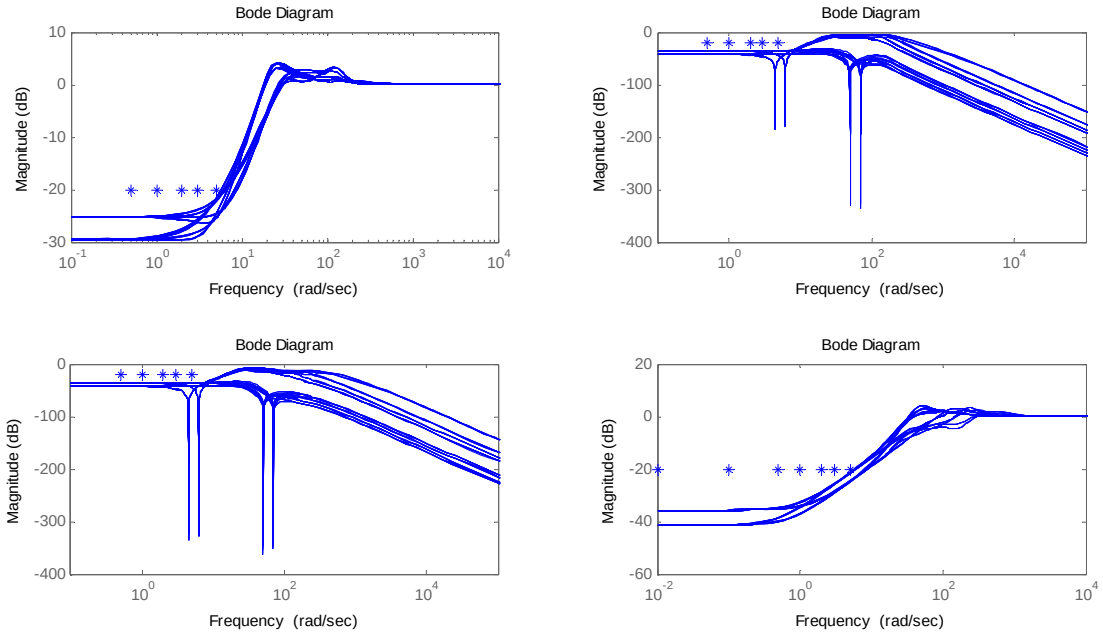
ออกแบบระบบอยู่ภายในขอบเขตคุณสมบัติที่ทำการออกแบบ แต่ที่ค่าความถี่สูงๆซึ่งไม่ได้ทำการออกแบบ จะพบว่าระบบอาจจะมีช่วงที่ออกนอกขอบเขตคุณสมบัติที่ทำการออกแบบ



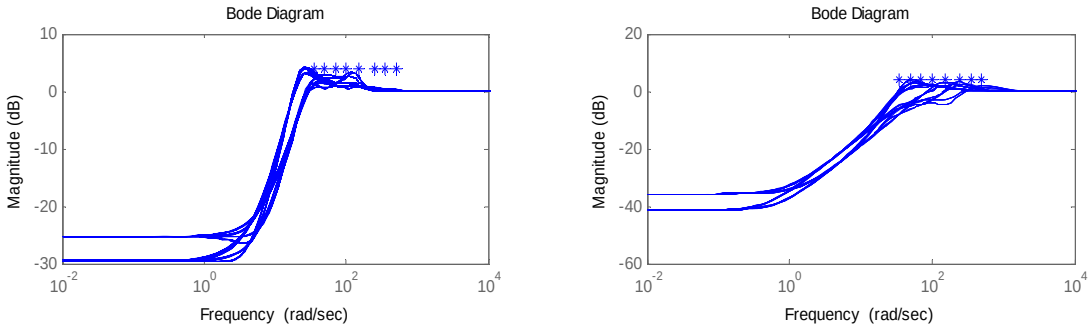

**ภาพที่ 45** การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนความถี่สำหรับการติดตามการเคลื่อนที่: $t_{r11}$ (บนซ้าย), $t_{r12}$ (บนขวา), $t_{r21}$ (ล่างซ้าย), $t_{r22}$ (ล่างขวา)




**ภาพที่ 46** การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนความถี่สำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ: $t_{di11}$ (บนซ้าย), $t_{di12}$ (บนขวา), $t_{di21}$ (ล่างซ้าย), $t_{di22}$ (ล่างขวา)




**ภาพที่ 47** การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนความถี่สำหรับการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ: $t_{do11}$ (บนซ้าย), $t_{do12}$ (บนขวา), $t_{do21}$ (ล่างซ้าย), $t_{do22}$ (ล่างขวา)

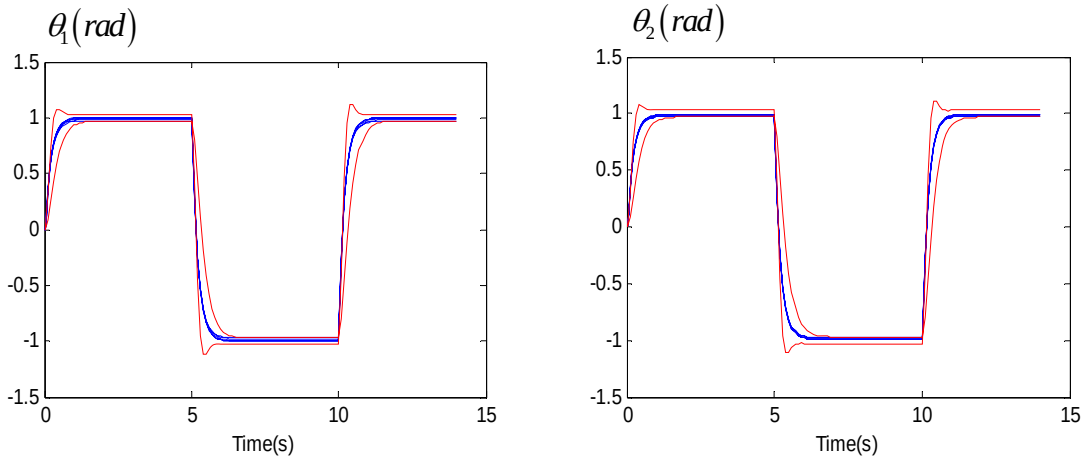



**ภาพที่ 48** การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนความถี่สำหรับขอบเขตเสถียรภาพ: $L_1$ (ซ้าย), $L_2$ (ขวา)

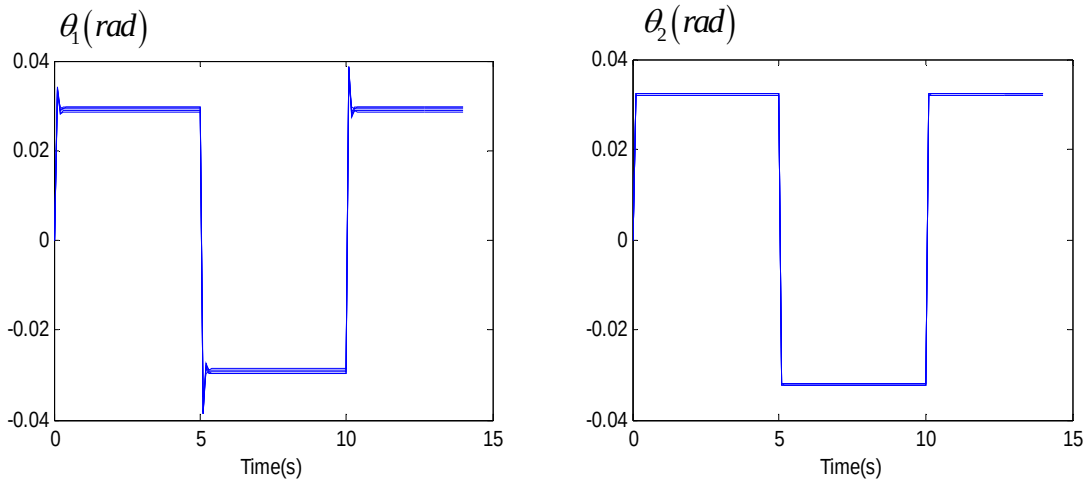
**การจำลองในโดเมนเวลา**

การจำลองการควบคุมป้อนในโดเมนเวลาโดยพิจารณาจากสมการการป้อนกลับดังสมการที่ (96) การจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับการติดตามการเคลื่อนที่ ดังแสดงในภาพที่ 49 โดยพิจารณาจากเทอมที่สามของสมการ (96) พบว่าการเคลื่อนที่ของแขนกลทั้งแขนที่หนึ่งและแขนที่สอง จะอยู่ภายในคุณสมบัติขอบเขตบนและขอบเขตล่าง สำหรับภาพที่ 50 แสดงการจำลองการควบคุมป้อนกลับสำหรับสัญญาณเอาต์พุตจากสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ โดยพิจารณาจากเทอมที่หนึ่งของสมการ (96) พบว่าสามารถลดสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบลงได้เข้าใกล้ศูนย์ และภาพที่ 51 การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนเวลาสำหรับสัญญาณเอาต์พุตจากสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ โดยพิจารณาจากเทอมที่สองของสมการ (96) พบว่าสามารถลดสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบลงได้เข้าใกล้ศูนย์ได้เช่นกัน

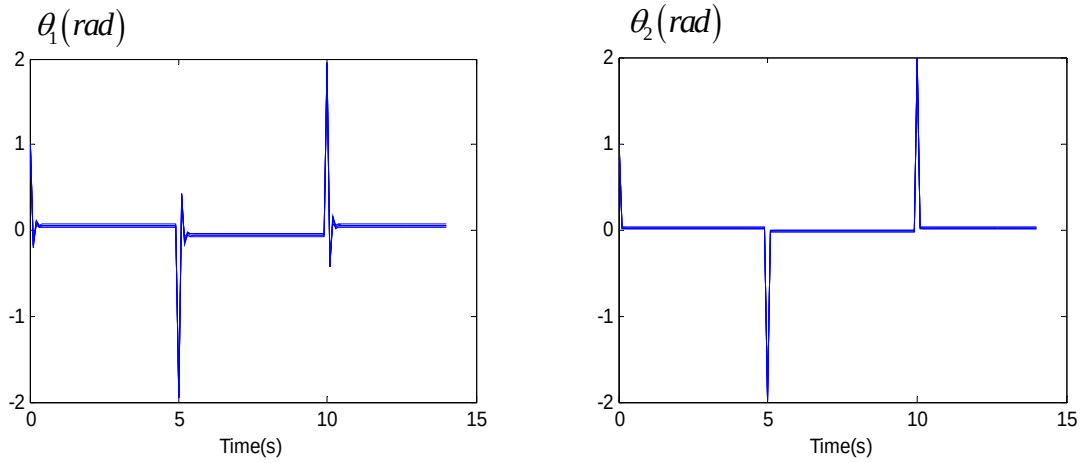
$$\theta = (I + PG)^{-1} P\, d_I + (I + PG)^{-1} d_O + (I + PG)^{-1} PGF\, r \qquad (96)$$




**ภาพที่ 49** การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนเวลาในการติดตามการเคลื่อนที่




**ภาพที่ 50** การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนเวลาสำหรับสัญญาณเอาต์พุตจากสัญญาณรบกวนที่อินพุตของระบบ



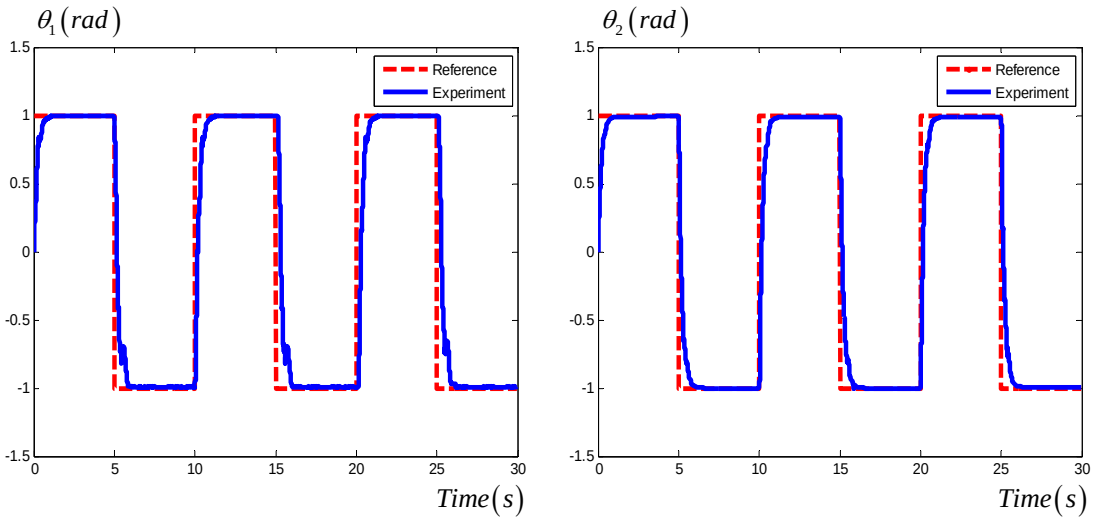

**ภาพที่ 51** การจำลองการควบคุมป้อนกลับในโดเมนเวลาสำหรับสัญญาณเอาต์พุตจากสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ

**ผลการทดลองของการทำงานของแขนกล**

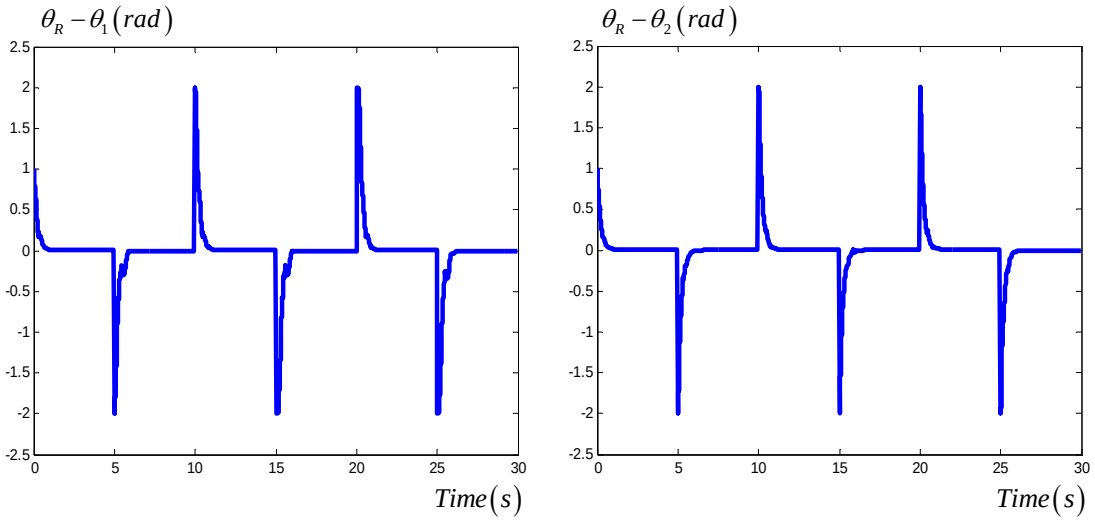
ผลการทดลองในการทำงานของแขนกล จะแบ่งออกเป็นสองส่วน ในส่วนแรกจะเป็นผลการทดลองการทำงานของแขนกลโดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบโดยทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณ และส่วนที่สองจะเป็นผลการทดลองการทำงานของแขนกลโดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบโดยทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณเปรียบเทียบกับตัวควบคุม PID

**ผลการทดลองการทำงานของแขนกลโดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบโดยทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณ**

จากการทดลองการทำงานของแขนกลโดยกำหนดให้แขนกลเคลื่อนที่ตามสัญญาณลักษณะรูปคลื่น (Square wave) โดยมีแอมฟลิจูด 1 เรเดียน ที่ความถี่ 0.1 เฮิร์ทซ์ ผลการทดลองแสดงดังภาพที่ 52 โดยที่เส้นปะคือเส้นทางการเคลื่อนที่ที่ทำการออกแบบ และเส้นทึบคือการเคลื่อนที่จริงที่แขนกลเคลื่อนที่ จะพบว่าการเคลื่อนที่ของแขนกลสามารถติดตามเส้นทางการเคลื่อนที่ที่ทำการออกแบบได้เป็นอย่างดี สำหรับภาพที่ 53 แสดงค่าความผิดพลาดของแขนกล โดยค่าความผิดพลาด ณ สภาวะคงตัวเท่ากับ 0.008 เรเดียล และ 0.002 เรเดียล สำหรับ $\theta_1$ และ $\theta_2$ ตามลำดับ




**ภาพที่ 52** ผลการทดลองจริงของแขนกลในการเคลื่อนที่ตามสัญญาณรูปคลื่น (Square wave)

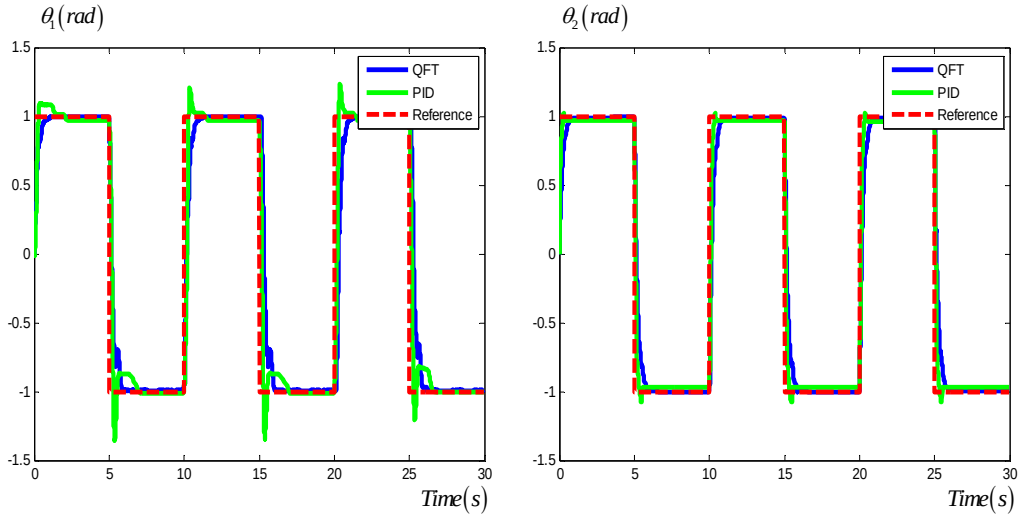



**ภาพที่ 53** ค่าความผิดพลาดของแขนกลในการเคลื่อนที่ตามสัญญาณรูปคลื่น (Square wave)

**ผลการทดลองการทำงานของแขนกลโดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบโดยทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณเปรียบเทียบกับตัวควบคุม PID**

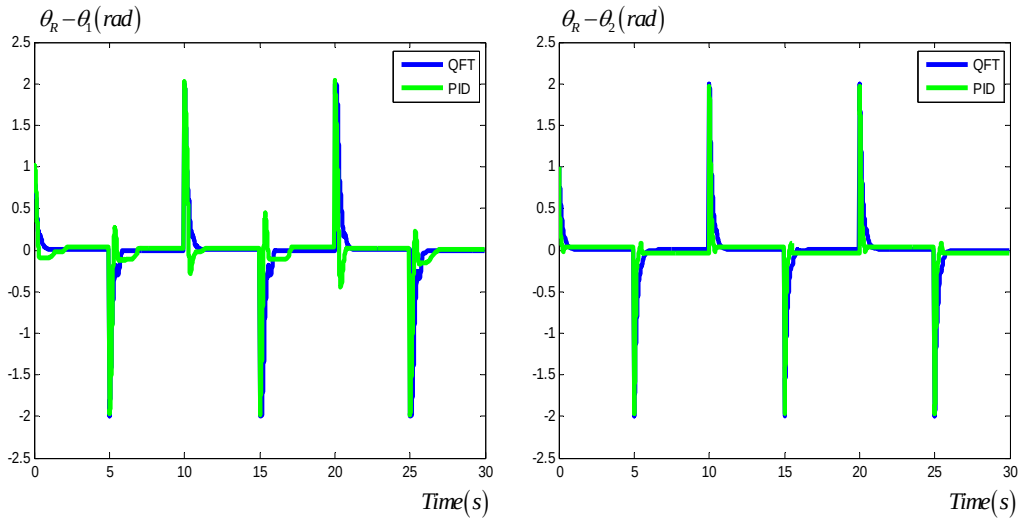
ผลการทดลองการเคลื่อนที่ของแขนกลโดยกำหนดให้แขนกลเคลื่อนที่ตามสัญญาณลักษณะรูปคลื่น (Square wave) โดยมีแอมฟลิจูด 1 เรเดียน ที่ความถี่ 0.1 เฮิร์ทซ์ เมื่อนำมา

เปรียบเทียบกับการใช้ตัวควบคุมแบบ PID ผลแสดงดังภาพที่ 54 จะพบว่าเมื่อใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบโดย QFT จะสามารถเคลื่อนที่เข้าสู่สภาวะคงตัวได้รวดเร็วกว่าและมีค่าความผิดพลาด ณ สภาวะคงตัวที่น้อยกว่าตัวควบคุมแบบPID




**ภาพที่ 54** ผลการทดลองจริงของแขนกล เมื่อเปรียบเทียบระหว่างตัวควบคุมแบบ QFT และตัวควบคุมแบบ PID

สำหรับภาพที่ 55 แสดงค่าความผิดพลาดของแขนกลในการเคลื่อนที่ตามสัญญาณรูปคลื่น (Square wave) เมื่อเปรียบเทียบระหว่างตัวควบคุม QFT และตัวควบคุม PID จะพบว่าค่าความผิดพลาด ณ สภาวะคงตัวสำหรับตัวควบคุมแบบ QFT จะมีค่าความผิดน้อยกว่าตัวควบคุมแบบ PID โดยเมื่อเปรียบเทียบการตอบสนองชั่วครู่ (Transient response) ระหว่างตัวควบคุม QFT และตัวควบคุม PID ดังแสดงใน46ตารางที่ 1




**ภาพที่ 55** ค่าความผิดพลาดของแขนกลในการเคลื่อนที่ตามสัญญาณรูปคลื่น (Square wave) เมื่อเปรียบเทียบระหว่างตัวควบคุม QFT และตัวควบคุม PID

**ตารางที่ 1** เปรียบเทียบการตอบสนองชั่วครู่ (Transient response) ระหว่างตัวควบคุม QFT และตัวควบคุม PID

| ตัวควบคุม / คุณสมบัติ | QFT | | PID | |
|---|---|---|---|---|
| | แขนที่ 1 | แขนที่ 2 | แขนที่ 1 | แขนที่ 2 |
| ช่วงเวลาขึ้น (Rise time) | 0.72 s | 0.73 s | 0.23 s | 0.29 s |
| โอเวอร์ชูตสูงสุด (Maximum overshoot) | - | - | 39 % | 11 % |
| เวลาเข้าที่ (Settling time) | 0.96 s | 0.76 s | 1.96 s | 0.53 s |
| ความผิดพลาด ณ สภาวะคงตัว (Steady state error) | 0.008 | 0.002 | 0.03 | 0.02 |

# สรุปและข้อเสนอแนะ

## สรุป

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้ทฤษฎีการควบคุมป้อนกลับเชิงปริมาณในการควบคุมแขนกลชนิดสองข้อต่อที่มีความไม่แน่นอนของระบบ โดยทำการออกแบบให้ระบบสามารถหลีกเลี่ยงสิ่งรบกวนได้ และมีค่าความผิดพลาด ณ สภาวะคงตัวมีค่าต่ำ

ผลการทดลองให้แขนกลชนิดสองข้อต่อเคลื่อนที่ตามสัญญาณรูปคลื่น (Square wave) โดยผลการจำลองด้วยโปรแกรม Matlab พบว่าระบบสามารถเคลื่อนที่ได้ตามสัญญาณอ้างอิงที่ให้ทำการติดตามได้ดีและสามารถลดผลกระทบสิ่งรบกวนระบบได้ โดยการจำลองในโดเมนความถี่อาจจะมีความผิดพลาดในช่วงค่าความถี่ที่สูงๆ ซึ่งไม่ได้ทำการออกแบบ สำหรับการทดลองจริงของแขนกลสามารถเคลื่อนที่ได้ตามสัญญาณอ้างอิงที่ให้ทำการติดตามได้ดี โดยนำผลการทดลองมาทำการเปรียบเทียบกับตัวควบคุมแบบ PID จะพบว่าผลการทดลองด้วยตัวควบคุมแบบ QFT จะมีค่าความผิดพลาด ณ สภาวะคงตัว ต่ำกว่าการใช้ตัวควบคุมแบบ PID ดังนั้นสามารถนำเอาวิธีการออกแบบตัวควบคุมโดยทฤษฎีการป้อนกลับเชิงปริมาณมาประยุกต์ใช้กับแขนกลในโรงงานอุตสาหกรรม เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงาน

ในการทดลองนี้การหาแบบจำลองของระบบด้วยสมการลากรานจ์อาจจะมีการละเลยพลังงานในบางส่วนไป และในการประมาณระบบเป็นเชิงเส้นอาจจะส่งผลกระทบในการออกแบบตัวควบคุมให้มีการคลาดเคลื่อนได้ โดยถ้าทำการออกแบบให้เป็นระบบไม่เชิงเส้นอาจจะทำให้ผลได้ดีขึ้น สำหรับในการหาเอกลักษณ์ของระบบโดยใช้การวิเคราะห์แบบ Least square อาจจะทำให้ได้ผลคลาดเคลื่อนในบางส่วน ในการออกแบบแขนกลและติดตั้งอุปกรณ์ตรวจวัดตำแหน่งและชิ้นส่วนต่างๆ อาจทำให้เกิดแรงเสียดทานในชิ้นส่วนต่างๆ สำหรับการตอบสนองชั่วครู่ ควรจะออกแบบตัวควบคุมที่สามารถ ให้เวลาขึ้นและเวลาเข้าที่ มีค่าน้อยกว่าผลที่ได้

## ข้อเสนอแนะ

สำหรับการออกแบบตัวควบคุม ในขั้นตอนการกำหนดคุณสมบัติในโดเมนความถี่นั้น ได้ทำการออกแบบเพียง 4 คุณสมบัติ การหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่อินพุตของ, การหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ, การติดตามการเคลื่อนที่ และขอบเขตเสถียรภาพ โดยถ้าทำการออกแบบในคุณสมบัติอื่นๆอีก ก็จะทำให้ผลการทดลองดีขึ้น และการออกแบบการเคลื่อนที่ของแขนกลอาจจะทำการทดลองในการเคลื่อนที่ที่มีความซับซ้อนมาขึ้นเพื่อการนำไปประยุกต์ใช้

สามารถนำทฤษฎีการควบคุมป้อนกลับเชิงปริมาณมาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมระบบต่างๆ ที่มีความไม่แน่นอนและสิ่งรบกวนของระบบ เพื่อลดผลกระทบจากสิ่งที่กล่าวและเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงานของระบบต่างๆ

# เอกสารและสิ่งอ้างอิง


วโรดม ตู้จินดา. 2550. **การวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุมทางวิศวกรรม**. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ

วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ. 2548. **การควบคุมระบบพลศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 2. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ

Abdelmalek, I. and N. Golea. 2006. A Non-Quadratic Fuzzy Stabilization and Tracking Approach to a Two-Link Robot Manipulator control. **IEEE** 8 (2006): 109-114.

Ahn, K.K. and N.H.T.Chau. 2007. Design of a robust force controller for the new mini motion package using quantitative feedback theory. **ScienceDirect** 17: 542-550.

Alan, A.Y., A. Sideris, Chuanyi, J. and D. Psaltis. 1990. Neural Network Control of a Two-Link Manipulator. **IEEE** 3 (1990): 3265-3266.

Barreras, M., C. Villegas, Garcia-Sanz M. and J. Kalkkuhl. 2006. Robust QFT Tracking Controller Design for a Car Equipped with 4-Wheel Steer-by-Wire. **IEEE** 7 (2006): 1312-1317

Borghesani, C., Y. Chait and O. Yaniv. 2003. **The QFT Frequency Domain Control Design Toolbox User's Guide.** Terasoft inc.

Carter, T. and M.E. Greene. 1989. Application of Universal Adaptive Control to a Two Link Robot. **IEEE** 4 (1989): 642-645.

Chatlatanagulchai, W., B. Inseemeesak and W. Siwakosit. 2008. Quantitative Feedback Control of Pendulum with Uncertain Payload. **Journal of Research in Engineering and Technology** 4 (2007): 347-367.

Inooka, H., Y. Shito and K.H. Yu. 1995. Manual Control of the Two-link Arm with a Free Joint. **IEEE** 3 (1995): 2324-2328.

Kundergi, R. and P.S.V.Nataraj. 1994. Evaporator Control Design: A Quantitative Feedback Theory Approach. **IEEE** 2 (1994): 1473-1474.

LEE, D.S., J.S. LEE and T. KANG. 2005. A New Formulation of Multiple-Input Multiple-Output Quantitative Feedback Theory. **ISIJ International** Vol. 45 (2005) No. 8: 1165–1172.

Leuba, C.M. and R.B. Perez. 1998. Optimal Control of Uncertain Nonlinear System: An Application to a Two-Link Robot Arm. **IEEE** 1 (1988): 123-129.

Wu, S.F., M. J. Grimble and W. Wei. 2000. QFT-Based Robust/Fault-Tolerant Flight Control Design for a Remote Pilotless Vehicle. **IEEE** 8 (2000): 1010-1016.

Yaniv, O. 1999. **Quantitative Feedback Design of Linear and Nonlinear Control Systems.** Kulwer Academy Publishers, United State of America.

Yaniv, O. and I.M. Horowitz. 1985. A Quantitative Design Method for MIMO Linear Feedback Systems Having Uncertain Plants. **IEEE** 24 (1985): 882-887.

Zhao, Y. and S. Jayasuriya. 1995. A New Formulation of Multiple-Input Multiple-Output Quantitative Feedback Theory. **IEEE & Institution of Electrical Engineers** 1995: 3977-3981.

# ภาคผนวก

**ภาคผนวก ก**

ตารางแสดงค่าที่ได้จากการหาเอกลักษณ์ของระบบ

**ตารางผนวกที่ ก1** ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาเอกลักษณ์ของระบบ

| ลำดับที่ | *A/F* | *B/F* | *C/F* | *D/F* | *E/F* | *G/F* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0455 | 0.009511 | 0.0067 | 1.5569 | 0.3894 | 0.4087 |
| 2 | 0.0491 | 0.009067 | 0.0059 | 1.6237 | 0.4198 | 0.3984 |
| 3 | 0.0433 | 0.007093 | 0.0099 | 1.3644 | 0.3174 | 0.4587 |
| 4 | 0.0501 | 0.001102 | 0.0133 | 1.7114 | 0.2899 | 0.4649 |
| 5 | 0.0499 | 0.000115 | 0.0086 | 1.2610 | 0.2991 | 0.3998 |
| 6 | 0.0531 | 0.000258 | 0.0129 | 1.5894 | 0.4138 | 0.4498 |
| 7 | 0.0548 | 0.006943 | 0.0164 | 1.6732 | 0.2974 | 0.4081 |
| 8 | 0.0421 | 0.010990 | 0.0067 | 1.5536 | 0.3972 | 0.3986 |
| 9 | 0.0601 | 0.009113 | 0.0092 | 1.4473 | 0.4649 | 0.4187 |
| 10 | 0.0557 | 0.011900 | 0.0161 | 1.5830 | 0.4592 | 0.4582 |
| 11 | 0.0611 | 0.011000 | 0.0099 | 1.2672 | 0.3545 | 0.4082 |
| 12 | 0.0446 | 0.008563 | 0.0135 | 1.4892 | 0.4598 | 0.4512 |
| 13 | 0.0455 | 0.000115 | 0.0059 | 1.3864 | 0.3764 | 0.4326 |
| 14 | 0.0421 | 0.000198 | 0.0125 | 1.2677 | 0.4322 | 0.3883 |
| 15 | 0.0620 | 0.009112 | 0.0067 | 1.2599 | 0.3864 | 0.3991 |
| 16 | 0.0624 | 0.011809 | 0.0058 | 1.5830 | 0.2891 | 0.4187 |
| 17 | 0.0532 | 0.000498 | 0.0077 | 1.4339 | 0.4297 | 0.4612 |
| 18 | 0.0498 | 0.000258 | 0.0089 | 1.4823 | 0.3641 | 0.3916 |
| 19 | 0.0423 | 0.010022 | 0.0109 | 1.7002 | 0.3684 | 0.4532 |
| 20 | 0.0624 | 0.009962 | 0.0092 | 1.6393 | 0.4138 | 0.3892 |

**ตารางผนวกที่ ก1 (ต่อ)**

| ลำดับที่ | *A/F* | *B/F* | *C/F* | *D/F* | *E/F* | *G/F* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 21 | 0.0624 | 0.006227 | 0.0096 | 1.3644 | 0.4211 | 0.3911 |
| 22 | 0.0491 | 0.001102 | 0.0133 | 1.7101 | 0.4623 | 0.4172 |
| 23 | 0.0420 | 0.000899 | 0.0059 | 1.5884 | 0.3528 | 0.3899 |
| 24 | 0.0576 | 0.009511 | 0.0087 | 1.2820 | 0.3948 | 0.4399 |
| 25 | 0.0557 | 0.000478 | 0.0129 | 1.2899 | 0.4005 | 0.4084 |
| 26 | 0.0611 | 0.007093 | 0.0089 | 1.3891 | 0.3984 | 0.3909 |
| 27 | 0.0414 | 0.009935 | 0.0135 | 1.6998 | 0.2974 | 0.4187 |
| 28 | 0.0430 | 0.011900 | 0.0053 | 1.7119 | 0.4425 | 0.4099 |
| 29 | 0.0420 | 0.011809 | 0.0063 | 1.5830 | 0.4873 | 0.4482 |
| 30 | 0.0598 | 0.006943 | 0.0141 | 1.7148 | 0.2964 | 0.3899 |
| 31 | 0.0623 | 0.009067 | 0.0086 | 1.4892 | 0.3820 | 0.4001 |
| 32 | 0.0447 | 0.000498 | 0.0085 | 1.5372 | 0.3002 | 0.3999 |

# ภาคผนวก ข

โปรแกรม Matlab สำหรับการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบ

```
clear
close all

%load data
V1 = load('D:\Thesis\systemID\del\V1_1.txt');
V2 = load('D:\Thesis\systemID\del\V2_1.txt');
theta1 = load('D:\Thesis\systemID\del\pos1_1.txt');
theta2 = load('D:\Thesis\systemID\del\pos2_1.txt');
theta1 = theta1*pi/180;
theta2 = theta2*pi/180;

ts = 0.1; %sampling period
theta1d = diff(theta1)/ts;
theta1dd = diff(theta1d)/ts;
theta2d = diff(theta2)/ts;
theta2dd = diff(theta2d)/ts;

figure(1),
subplot(221),plot(theta1)
subplot(222),plot(theta1d)
subplot(223),plot(theta1dd)
subplot(224),plot(V1)

figure(2),
subplot(221),plot(theta2)
subplot(222),plot(theta2d)
subplot(223),plot(theta2dd)
subplot(224),plot(V2)
```

```
%perform linear least-square
[x,resnorm] = lsqlin([theta1dd, theta1dd+theta2dd, theta2dd, sin(theta1(1:length(theta1dd))),...
2*sin(theta1(1:length(theta1dd))+theta2(1:length(theta1dd))),theta1d(1:length(theta1dd))+theta2d
(1:length(theta1dd))],...
V1(1:length(theta1dd))+V2(1:length(theta1dd)),[],[],[],[],[0;0;0;0;0;0],[+inf;+inf;+inf;+inf;+inf;+i
nf]);

%simulate
t = 0:ts:(length(V1)-1)*ts;
A = x(1)
B = x(2)
C = x(3)
D1 = x(4);
D2 = x(5);
G = x(6)
D = D1+D2
E = D2

T = [tf([A G D],1), tf([B 0 E],1); tf([B 0 E],1), tf([C G E],1)];
Tinv = inv(T);

theta1m = lsim(Tinv(1,1),V1,t,0)+lsim(Tinv(1,2),V2,t,0);
theta2m = lsim(Tinv(2,1),V1,t,0)+lsim(Tinv(2,2),V2,t,0);

figure(3),
subplot(211),plot(t,theta1,':'),hold on,plot(t,theta1m),hold off
subplot(212),plot(t,theta2,':'),hold on,plot(t,theta2m),hold off
```

# ภาคผนวก ค

โปรแกรม Matlab สำหรับการออกแบบตัวควบคุม, ตัวกรอง,
ผลการจำลองในโดเมนความถี่ และผลการจำลองในโดเมนเวลา

```
%twolinkrobot_qftdesign_del.....fortracking, stability
%margins, plant-input disturbance rejection, plant-output disturbance rejection
clear
close all

%**************Desired Trajectory & Tracking Specs**************
ts = 0.001; %sampling period for c2d
%square wave
tend = 14;
t = 0:0.1:tend;
rs = square(2*pi*0.1*t);
figure(1),plot(t,rs),hold on
%lower bound (critically damped case)
zeta = 1;
wn = 5;
syslb = 0.97*tf(wn^2,[1,2*zeta*wn,wn^2]);
%syslb = 0.95*tf(wn^2,[1,2*zeta*wn,wn^2]);
rslb = lsim(syslb,rs,t);
figure(1),plot(t,rslb),hold on

%upper bound (underdamped case)
zeta = 0.7;
wn = 10;
sysub = 1.03*tf(wn^2,[1,2*zeta*wn,wn^2]);
%sysub = 1.05*tf(wn^2,[1,2*zeta*wn,wn^2]);
rsub = lsim(sysub,rs,t);
figure(1),plot(t,rsub),hold off

%**************Other Specs & Frequencies Vectors**************
wbd = [0.01 0.1 0.5 1 2 3 5]; %for tracking and disturbance bounds;
```

```
wh = [35 50 70 100 150 250 350 500];  %for stability bounds;
w   = sort([wbd,wh]);
wl  = logspace(-1,3.5); %for loop shaping;

ws1  = 10^(4/20); % for stability 4dB
b11 = sysub; % for tracking
a11 = syslb;
b12 = 0.1;
a12 = 0;
b21 = 0.1;
a21 = 0;
b22 = sysub;
a22 = syslb;
bdi = 0.1; % for input disturbance rej
bdo = 0.1; % for output disturbance rej

%**************Generate Plant**************
%plant templates
sp=10; %additional deviation percentage
Amin=0.042; Amax=0.0624;
Bmin=0.000115; Bmax=0.0119;
Cmin=0.0053; Cmax=0.0164;
Gmin=0.3883; Gmax=0.4649;
Dmin=1.2599; Dmax=1.7148;
Emin=0.2891; Emax=0.4645;
c=1;
for A=[Amin*(1-sp/100) Amax*(1+sp/100)]
   for B=[Bmin*(1-sp/100) Bmax*(1+sp/100)]
      for C=[Cmin*(1-sp/100) Cmax*(1+sp/100)]
         for G=[Gmin*(1-sp/100) Gmax*(1+sp/100)]
```

```
            for D=[Dmin*(1-sp/100) Dmax*(1+sp/100)]
               for E=[Emin*(1-sp/100) Emax*(1+sp/100)]
                  pinv(1,1,c)=tf([A G D],1);
                  pinv(1,2,c)=tf([B 0 E],1);
                  pinv(2,1,c)=tf([B 0 E],1);
                  pinv(2,2,c)=tf([C G E],1);
                  c=c+1;
               end
            end
         end
      end
   end
end
%find plant
for i=1:c-1
   p(:,:,i)=inv(pinv(:,:,i));
end

nompt=1; %nominal plant

plottmpl(w(1:5),p(1,1,:),nompt)
plottmpl(w(1:5),p(1,2,:),nompt)
plottmpl(w(1:5),p(2,1,:),nompt)
plottmpl(w(1:5),p(2,2,:),nompt)

%**************Calculating Bounds for Loop #1**************
%_____________________________________________________________
% Tracking bounds
% T11
% syntax --> bdb = sisobnds(ptype,w,Ws,P,R,nom,C,loc,phs)
```

```
bds_tr11 = sisobnds(7,wbd,[b11;a11],inv(pinv(1,1,:)));
%plotbnds(bds_tr11);

% T12 for f12=0
% syntax --> bdb = genbnds(ptype,w,Ws,A,B,C,D,P0,phs)
bds_tr12 = genbnds(10,wbd,b12,pinv(1,2,:)*b22(1),0,pinv(1,1,:),1,inv(pinv(1,1,nompt)));
%plotbnds(bds_tr12);

bds_tr1 = grpbnds(bds_tr11,bds_tr12);
plotbnds(bds_tr1);
%_____________________________________________________________

% Plant-input disturbance rejection bounds
bds_idr111 = genbnds(10,wbd,bdi,1+pinv(1,2,:)*bdi,0,pinv(1,1,:),1,inv(pinv(1,1,nompt)));
%plotbnds(bds_idr111);
bds_idr112 = genbnds(10,wbd,bdi,1-pinv(1,2,:)*bdi,0,pinv(1,1,:),1,inv(pinv(1,1,nompt)));
%plotbnds(bds_idr112);
bds_idr12 = genbnds(10,wbd,bdi,pinv(1,2,:)*bdi,0,pinv(1,1,:),1,inv(pinv(1,1,nompt)));
%plotbnds(bds_idr12);

bds_idr1 = grpbnds(bds_idr111,bds_idr112,bds_idr12);
plotbnds(bds_idr1);
%_____________________________________________________________

% Plant-output disturbance rejection bounds
bds_odr111 =
genbnds(10,wbd,bdo,pinv(1,1,:)+pinv(1,2,:)*bdo,0,pinv(1,1,:),1,inv(pinv(1,1,nompt)));
%plotbnds(bds_odr111);
bds_odr112 = genbnds(10,wbd,bdo,pinv(1,1,:)-
pinv(1,2,:)*bdo,0,pinv(1,1,:),1,inv(pinv(1,1,nompt)));
```

```
%plotbnds(bds_odr112);
bds_odr121 =
genbnds(10,wbd,bdo,pinv(1,2,:)+pinv(1,2,:)*bdo,0,pinv(1,1,:),1,inv(pinv(1,1,nompt)));
%plotbnds(bds_odr121);
bds_odr122 = genbnds(10,wbd,bdo,pinv(1,2,:)-
pinv(1,2,:)*bdo,0,pinv(1,1,:),1,inv(pinv(1,1,nompt)));
%plotbnds(bds_odr122);

bds_odr1 = grpbnds(bds_odr111,bds_odr112,bds_odr121,bds_odr122);
plotbnds(bds_odr1);
%_____________________________________________________

% Stability margins
bds_st11 = sisobnds(2,wh,ws1,inv(pinv(1,1,:)));
%plotbnds(bds_st11);
bds_st12 = genbnds(10,wh,ws1,1,0,1,p(1,1,:),inv(pinv(1,1,nompt)));
%plotbnds(bds_st12);

bds_st1 = grpbnds(bds_st11,bds_st12);
plotbnds(bds_st1);
%_____________________________________________________

% Worst-case bounds
bdb1 = grpbnds(bds_tr1,bds_idr1,bds_odr1,bds_st1);
ubdb1 = sectbnds(bdb1);
plotbnds(ubdb1);
%_____________________________________________________

%************** Shaping for Loop #1**************
%Controller Shaping
```

```
lpshape(wl,ubdb1,inv(pinv(1,1,nompt)),tf(1,1));
g1=32.43*tf([1/37.8 1],1)*tf(1,[1/146.8^2 0.8324/146.8 1]);
g1d=tf(c2d(g1,ts))

%Filter Shaping
pfshape(7,wbd,[b11;a11],inv(pinv(1,1,:)),[],g1);
f11=1.045*tf(1,[1/5.026 1]);
f11d=tf(c2d(f11,ts))

%=========================================================

%**************Calculating Bounds for Loop #2**************
pinv22bn = pinv(2,2,nompt)-pinv(2,1,nompt).*pinv(1,2,nompt).*inv(pinv(1,1,nompt)+g1);
pinv22b = pinv(2,2,:)-pinv(2,1,:).*pinv(1,2,:).*inv(pinv(1,1,:)+g1);
pinv21b = pinv(2,1,:)*g1.*inv(pinv(1,1,:)+g1);
detp = p(1,1,:).*p(2,2,:)-p(1,2,:).*p(2,1,:);
%_____________________________________________________

% Tracking bounds
% T11
% syntax --> bdb = sisobnds(ptype,w,Ws,P,R,nom,C,loc,phs)
% T21 for f21=f12=0
bds_tr21 = genbnds(10,wbd,b21,-pinv21b*f11, 0, pinv22b, 1, inv(pinv22bn));
%plotbnds(bds_tr21);

% T22
bds_tr22 = sisobnds(7,wbd,[b22;a22],inv(pinv22b),[],nompt);
%plotbnds(bds_tr22);

bds_tr2 = grpbnds(bds_tr21,bds_tr22);
```

```
plotbnds(bds_tr2);
%_____________________________________________________

% Plant-input disturbance rejection bounds
bds_idr21 = genbnds(10, wbd, bdi, -pinv(2,1,:)*inv(pinv(1,1,:)+g1), 0, pinv22b, 1,
inv(pinv22bn));
%plotbnds(bds_idr21);
bds_idr22 = genbnds(10, wbd, bdi, 1, 0, pinv22b, 1, inv(pinv22bn));
%plotbnds(bds_idr22);

bds_idr2 = grpbnds(bds_idr21,bds_idr22);
plotbnds(bds_idr2)
%_____________________________________________________

% Plant-output disturbance rejection bounds
bds_odr21 = genbnds(10,wbd,bdo, pinv(2,1,:)-pinv(2,1,:).*pinv(1,1,:)*inv(pinv(1,1,:)+g1), 0,
pinv22b, 1, inv(pinv22bn));
%plotbnds(bds_odr21);
bds_odr22 = genbnds(10,wbd,bdo, pinv(2,2,:)-pinv(2,1,:).*pinv(1,2,:)*inv(pinv(1,1,:)+g1), 0,
pinv22b, 1, inv(pinv22bn));
%plotbnds(bds_odr22);

bds_odr2 = grpbnds(bds_odr21,bds_odr22);
plotbnds(bds_odr2)
%_____________________________________________________

% Stability margins
bds_st21 = genbnds(10,wh,ws1,1,p(2,2,:),1+g1*p(1,1,:),p(2,2,:)+g1*detp,inv(pinv22bn));
%plotbnds(bds_st21);
bds_st22 = genbnds(10,wh,ws1,1+p(1,1,:)*g1,0,1+g1*p(1,1,:),p(2,2,:)+g1*detp,inv(pinv22bn));
```

```
%plotbnds(bds_st22);

bds_st2 = grpbnds(bds_st21,bds_st22);
plotbnds(bds_st2)
%_____________________________________________________

% Worst-case bounds
bdb2 = grpbnds(bds_tr2,bds_idr2,bds_odr2,bds_st2);
ubdb2 = sectbnds(bdb2);
plotbnds(ubdb2);
%_____________________________________________________

%************** Shaping for Loop #2**************
%Controller Shaping
lpshape(wl,ubdb2,inv(pinv22bn),tf(1,1));
g2=30.28*tf([1/72.81 1],1)*tf(1,[1/329.7^2 2.054/329.7 1]);
g2d=tf(c2d(g2,ts))

%Filter Shaping
pfshape(7,wbd,[b22;a22],inv(pinv22b),[],g2);
f22=1.009*tf(1,[1/5.135 1]);
f22d=tf(c2d(f22,ts))

%**************Frequency Domain Simulation*********************************
%Tracking
CLt = [f11,0;0,f22]*[g1,0;0,g2]*p*inv([1,0;0,1]+[g1,0;0,g2]*p);
figure(100),
subplot(221), bodemag(CLt(1,1)), hold on, bodemag(b11), hold on, bodemag(a11), hold off
subplot(222), bodemag(CLt(1,2)), hold on, plot(wbd,20*log10(b12),'*'), hold off
subplot(223), bodemag(CLt(2,1)), hold on, plot(wbd,20*log10(b21),'*'), hold off
```

```
subplot(224), bodemag(CLt(2,2)), hold on, bodemag(b22), hold on, bodemag(a22), hold off

%Input disturbance rejection
CLid = p*inv([1,0;0,1]+[g1,0;0,g2]*p);
figure(101),
subplot(221), bodemag(CLid(1,1)), hold on, plot(wbd,20*log10(bdi*ones(1,length(wbd))),'*'),
hold off
subplot(222), bodemag(CLid(1,2)), hold on, plot(wbd,20*log10(bdi*ones(1,length(wbd))),'*'),
hold off
subplot(223), bodemag(CLid(2,1)), hold on, plot(wbd,20*log10(bdi*ones(1,length(wbd))),'*'),
hold off
subplot(224), bodemag(CLid(2,2)), hold on, plot(wbd,20*log10(bdi*ones(1,length(wbd))),'*'),
hold off

%Output disturbance rejection
CLod = 1*inv([1,0;0,1]+[g1,0;0,g2]*p);
figure(102),
subplot(221), bodemag(CLod(1,1)), hold on, plot(wbd,20*log10(bdo*ones(1,length(wbd))),'*'),
hold off
subplot(222), bodemag(CLod(1,2)), hold on, plot(wbd,20*log10(bdo*ones(1,length(wbd))),'*'),
hold off
subplot(223), bodemag(CLod(2,1)), hold on, plot(wbd,20*log10(bdo*ones(1,length(wbd))),'*'),
hold off
subplot(224), bodemag(CLod(2,2)), hold on, plot(wbd,20*log10(bdo*ones(1,length(wbd))),'*'),
hold off

%Stability margins
L1 = g1*(p(1,1,:)+g2*detp)*inv(1+p(2,2,:)*g2);
L2 = g2*(p(2,2,:)+g1*detp)*inv(1+p(1,1,:)*g1);
CLst1 = 1*inv(1+L1);
```

```
CLst2 = 1*inv(1+L2);
figure(103),
subplot(221), bodemag(CLst1), hold on, plot(wh,20*log10(ws1*ones(1,length(wh))),'*'), hold off
subplot(222), bodemag(CLst2), hold on, plot(wh,20*log10(ws1*ones(1,length(wh))),'*'), hold off

%************Time Domain Simulation*************************************
%Tracking
for i=1:5
   y11(i,:)=lsim(CLt(1,1,i),rs,t);
   y12(i,:)=lsim(CLt(1,2,i),rs,t);
   y21(i,:)=lsim(CLt(2,1,i),rs,t);
   y22(i,:)=lsim(CLt(2,2,i),rs,t);
   y1(i,:)=y11(i,:)+y12(i,:);
   y2(i,:)=y21(i,:)+y22(i,:);

   figure(200),
   subplot(321),plot(t,y11(i,:)),hold on,
   subplot(322),plot(t,y12(i,:)),hold on,
   subplot(323),plot(t,y21(i,:)),hold on,
   subplot(324),plot(t,y22(i,:)),hold on,
   subplot(325),plot(t,y1(i,:)),hold on,
   subplot(326),plot(t,y2(i,:)),hold on,
end
subplot(321),plot(t,rslb,'r'), hold on, plot(t,rsub,'r'),
subplot(324),plot(t,rslb,'r'), hold on, plot(t,rsub,'r'),
subplot(325),plot(t,rslb,'r'), hold on, plot(t,rsub,'r'),
subplot(326),plot(t,rslb,'r'), hold on, plot(t,rsub,'r'),
hold off
```

```
%Input disturbance rejection
for i=1:5
    yid11(i,:)=lsim(CLid(1,1,i),rs,t);
    yid12(i,:)=lsim(CLid(1,2,i),rs,t);
    yid21(i,:)=lsim(CLid(2,1,i),rs,t);
    yid22(i,:)=lsim(CLid(2,2,i),rs,t);
    yid1(i,:)=yid11(i,:)+yid12(i,:);
    yid2(i,:)=yid21(i,:)+yid22(i,:);

    figure(201),
    subplot(321),plot(t,yid11(i,:)),hold on,
    subplot(322),plot(t,yid12(i,:)),hold on,
    subplot(323),plot(t,yid21(i,:)),hold on,
    subplot(324),plot(t,yid22(i,:)),hold on,
    subplot(325),plot(t,yid1(i,:)),hold on,
    subplot(326),plot(t,yid2(i,:)),hold on,
end
hold off

%Output disturbance rejection
for i=1:5
    yod11(i,:)=lsim(CLod(1,1,i),rs,t);
    yod12(i,:)=lsim(CLod(1,2,i),rs,t);
    yod21(i,:)=lsim(CLod(2,1,i),rs,t);
    yod22(i,:)=lsim(CLod(2,2,i),rs,t);
    yod1(i,:)=yod11(i,:)+yod12(i,:);
    yod2(i,:)=yod21(i,:)+yod22(i,:);

    figure(202),
    subplot(321),plot(t,yod11(i,:)),hold on,
```

```
    subplot(322),plot(t,yod12(i,:)),hold on,
    subplot(323),plot(t,yod21(i,:)),hold on,
    subplot(324),plot(t,yod22(i,:)),hold on,
    subplot(325),plot(t,yod1(i,:)),hold on,
    subplot(326),plot(t,yod2(i,:)),hold on,
end
hold off
hold off
```

# ภาคผนวก ง

โปรแกรม Matlab สำหรับแสดงผลการทดลองจริง

```
clear
close all

%load data
V = load('C:\experiment_final\QFT\QFT_QFT_control1_1.txt');
theta = load('C:\experiment_final\QFT\QFT_QFT_pos1_1.txt');

thetarad = ((theta*2*pi)/360);

%square wave
ts = 0.001; %sampling time
f = 0.1;%frequency in Hz
amp = (180/pi);%Amplitude
tend = (length(V)-1)*ts;%end time in second

t = 0:ts:tend;
rs = amp*square(2*pi*f*t);
sys = tf(1,[1 15 75 125]);
rnew = lsim(sys,rs,t);
rnew2 = amp/max(rnew)*rnew;

rsrad = ((rs*2*pi)/360);

figure(1),plot(t(1:30000),rsrad(1:30000),'r'),hold on,...
   plot(t(1:30000),thetarad(1:30000),'b'),hold off

%Steady state error

sse = rsrad'-thetarad;
figure(2),plot(t(1:30000),sse(1:30000))
```

```
 %Control input
figure(3),plot(t(1:30000),V(1:30000))

V1 = load('C:\experiment_final_new_PID\pid_pid_control2_new_2.txt');
theta1 = load('C:\experiment_final_new_PID\pid_pid_pos2_new_2_make_1.txt');

theta1rad = ((theta1*2*pi)/360);

tend1 = (length(V1)-1)*ts;%end time in second of pid controller
t1 = 0:ts:tend1;
figure(4),plot(t1(1:30000),theta1rad(1:30000),'g'),hold on,...
    plot(t1(1:30000),rsrad(1:30000),'r'),hold off

rs1 = amp*square(2*pi*f*t1);

rs1rad = ((rs1*2*pi)/360);

%Steady state error of pid
sse1 = rs1rad'-theta1rad;
figure(5),plot(t1(1:30000),sse1(1:30000),'g')

%Control input
figure(6),plot(t1(1:30000),V1(1:30000),'g')

%compare of QFT and PID controller
figure(7),plot(t(1:30000),thetarad(1:30000),'b'),hold on,...
    plot(t1(1:30000),theta1rad(1:30000),'g'),hold on,...
    plot(t(1:30000),rsrad(1:30000),'r'),hold off

%compare Stady state error
```

```
figure(8),plot(t(1:30000)',sse(1:30000),'b'),hold on,...
    plot(t1(1:30000)',sse1(1:30000),'g'),hold off

%compare control input
figure(9),plot(t(1:30000),V(1:30000),'b'),hold on,...

    plot(t1(1:30000),V1(1:30000),'g'),hold off
```

# ประวัติการศึกษา และการทำงาน

| | |
|---|---|
| ชื่อ – นามสกุล | นายชาคริต ศรีนางแย้ม |
| วัน เดือน ปี ที่เกิด | วันที่ 11 สิงหาคม 2528 |
| สถานที่เกิด | กรุงเทพมหานคร |
| ประวัติการศึกษา | ปริญญาตรี วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต<br>มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ (บางเขน) พ.ศ. 2550 |
| ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน | - |
| สถานที่ทำงานปัจจุบัน | - |
| ทุนการศึกษาที่ได้รับ | ทุนอุดหนุนและส่งเสริมวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาโท บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ประจำปีงบประมาณ 2551 |