บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้การจำลองข้อมูลด้วยโปรแกรม MATLAB เพื่อเปรียบเทียบค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนทั้ง 3 วิธี ภายใต้ความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยแบ่งหัวข้อการดำเนินงานวิจัยดังนี้

1. สถานการณ์ของการทดลอง
2. ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย
3. ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. สถานการณ์ของการทดลอง

1.1 กำหนดระดับปัจจัย $a = 2$, $b = 2, 3, 4$

1.2 กำหนดขนาดหน่วยทดลอง (n_{ij}) ดังแสดงในตาราง 5

ตาราง 5 แสดงการกำหนดระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลอง

ระดับของปัจจัย A (a)	ระดับของปัจจัย B (b)	ขนาดหน่วยทดลอง (n_{ij})	
2	2	$(n_{11}, n_{12}, n_{21}, n_{22})$	(3,3,3,3)
			(3,3,4,4)
			(3,4,5,6)
			(3,5,9,12)
2	3	$(n_{11}, n_{12}, n_{13}, n_{21}, n_{22}, n_{23})$	(3,3,3,3,3,3)
			(3,3,3,4,4,4)
			(3,3,4,4,5,5)
			(4,6,7,8,9,10)

ตาราง 5 (ต่อ)

ระดับของปัจจัย A (a)	ระดับของปัจจัย B (b)	ขนาดหน่วยทดลอง	
2	4	$(n_{11}, n_{12}, n_{13}, n_{14}, n_{21}, n_{22}, n_{23}, n_{24})$	(3,3,3,3,3,3,3,3)
			(3,3,3,3,4,4,4,4)
			(3,3,3,4,4,4,5,5)
			(3,4,5,6,7,8,9,10)

1.3 กำหนดขนาดประชากรของปัจจัย A และ B เป็น 50

1.4 กำหนดค่าประมาณความแปรปรวนของปัจจัย A เป็น 1.5 ปัจจัย B เป็น 2

1.5 กำหนดค่า C.V.= 0.1, 0.3 และ 0.5 ค่าเฉลี่ย $\mu = 10$

2. ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

2.1 กำหนดระดับปัจจัย(a,b) และขนาดหน่วยทดลอง (n_{ij})

2.2 สร้างประชากรของปัจจัยจากตัวแบบซ้อนสองขั้นจากสมการ

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_{j(i)} + \varepsilon_{ijk}$$

โดยที่ $i = 1,\ldots,a$

$j = 1,\ldots,b.$

$k = 1,\ldots,n_{ij}$

โดยกำหนดขนาดประชากรของปัจจัย A และ B เป็น 50 และให้ $\alpha_i \sim N(0,1.5)$, $\beta_{j(i)} \sim N(0,2)$

2.3 สุ่มปัจจัย A และ B

2.4 กำหนดความคลาดเคลื่อนของการทดลอง (σ_ε^2) ให้มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) โดยมีค่าเฉลี่ย คือ μ และค่าความแปรปรวน คือ σ_ε^2 ซึ่งมีหลักในการคำนวณดังนี้ (มนชยา เจียงประดิษฐ์, 2543)

เนื่องจาก

$$\text{C.V.}\left(y_{ijk}\right) = \frac{S.D.\left(y_{ijk}\right)}{\mu} = \frac{\sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_\varepsilon^2}}{\mu}$$

ดังนั้น เมื่อ C.V. = 0.1 จะได้ $\varepsilon_{ijk} \sim NID\,(0,2.5)$

เมื่อ C.V. = 0.3 จะได้ $\varepsilon_{ijk} \sim NID\,(0,5.5)$

เมื่อ C.V. = 0.5 จะได้ $\varepsilon_{ijk} \sim NID\,(0,21.5)$

2.5 คำนวณค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนทั้ง 3 วิธี คือ วิธีคลาสสิก วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีบูตสแตรป

2.6 คำนวณค่าความแปรปรวน ความเอนเอียง และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของทั้ง 3 วิธี

2.7 ทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

2.8 เปรียบเทียบค่าความเอนเอียง ความแปรปรวน และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยทั้ง 3 วิธี ซึ่งจะพิจารณาได้ดังนี้

2.8.1 ค่าความเอนเอียงของตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A , B และความคลาดเคลื่อนสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\text{Bias}\left(\widehat{\sigma_\alpha^2}\right)=E\left(\widehat{\sigma_\alpha^2}\right)-\sigma_\alpha^2 \quad =\frac{\sum_{t=1}^{1000}\widehat{\sigma_{\alpha t}^2}}{1000}-\sigma_\alpha^2$$

$$\text{Bias}\left(\widehat{\sigma_\beta^2}\right)=E\left(\widehat{\sigma_\beta^2}\right)-\sigma_\beta^2 \quad =\frac{\sum_{t=1}^{1000}\widehat{\sigma_{\beta t}^2}}{1000}-\sigma_\beta^2$$

$$\text{Bias}\left(\widehat{\sigma_\varepsilon^2}\right)=E\left(\widehat{\sigma_\varepsilon^2}\right)-\sigma_\varepsilon^2 \quad =\frac{\sum_{t=1}^{1000}\widehat{\sigma_{\varepsilon t}^2}}{1000}-\sigma_\varepsilon^2$$

เมื่อ

$\widehat{\sigma_\alpha^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A

$\widehat{\sigma_{\alpha t}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A ในการทำซ้ำรอบที่ t ; t = 1,2,...,1000

σ_α^2 แทน ค่าองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A

$\widehat{\sigma_\beta^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย B

$\widehat{\sigma_{\beta t}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย B ในการทำซ้ำรอบที่ t ; t = 1,2,...,1000

σ_β^2 แทน ค่าองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย B

$\widehat{\sigma_{\varepsilon}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

$\widehat{\sigma_{\varepsilon t}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนในการทำซ้ำรอบที่ t ; t = 1,2,...,1000

σ_{ε}^2 แทน ค่าองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

2.8.2 ค่าความแปรปรวน (Variance) ของตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A , B และความคลาดเคลื่อนสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\mathrm{Var}\left(\widehat{\sigma_{\alpha}^2}\right)=E\left(\widehat{\sigma_{\alpha}^2}-E\left(\widehat{\sigma_{\alpha}^2}\right)\right)^2=\frac{\sum_{t=1}^{1000}\left(\widehat{\sigma_{\alpha t}^2}-\widehat{\bar{\sigma}_{\alpha}^2}\right)^2}{1000}$$

$$\mathrm{Var}\left(\widehat{\sigma_{\beta}^2}\right)=E\left(\widehat{\sigma_{\beta}^2}-E\left(\widehat{\sigma_{\beta}^2}\right)\right)^2=\frac{\sum_{t=1}^{1000}\left(\widehat{\sigma_{\beta t}^2}-\widehat{\bar{\sigma}_{\beta}^2}\right)^2}{1000}$$

$$\mathrm{Var}\left(\widehat{\sigma_{\varepsilon}^2}\right)=E\left(\widehat{\sigma_{\varepsilon}^2}-E\left(\widehat{\sigma_{\varepsilon}^2}\right)\right)^2=\frac{\sum_{t=1}^{1000}\left(\widehat{\sigma_{\varepsilon t}^2}-\widehat{\bar{\sigma}_{\varepsilon}^2}\right)^2}{1000}$$

เมื่อ

$\widehat{\sigma_{\alpha}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A

$\widehat{\sigma_{\alpha t}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A ในการทำซ้ำรอบที่ t ; t = 1,2,...,1000

$\widehat{\bar{\sigma}_{\alpha}^2}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A นั่นคือ $\widehat{\bar{\sigma}_{\alpha}^2}=\frac{\sum_{t=1}^{1000}\widehat{\sigma_{\alpha}^2}}{1000}$

$\widehat{\sigma_{\beta}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย B

$\widehat{\sigma^2_{\beta t}}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย B ในการทำซ้ำรอบที่ t ; t = 1,2,...,1000

$\widehat{\overline{\sigma^2_{\beta}}}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย B นั่นคือ $\widehat{\overline{\sigma^2_{\beta}}} = \frac{\sum_{t=1}^{1000} \widehat{\sigma^2_{\beta}}}{1000}$

$\widehat{\sigma^2_{\varepsilon}}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

$\widehat{\sigma^2_{\varepsilon t}}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ในการทำซ้ำรอบที่ t ; t = 1,2,...,1000

$\widehat{\overline{\sigma^2_{\varepsilon}}}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน นั่นคือ $\widehat{\overline{\sigma^2_{\varepsilon}}} = \frac{\sum_{t=1}^{1000} \widehat{\sigma^2_{\varepsilon}}}{1000}$

2.8.3 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A , B และความคลาดเคลื่อนสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\text{MSE}\left(\widehat{\sigma^2_{\alpha}}\right) = E\left(\sigma^2_{\alpha} - \widehat{\sigma^2_{\alpha t}}\right)^2 = \text{Var}\left(\widehat{\sigma^2_{\alpha}}\right) + \left\{\text{Bias}\left(\widehat{\sigma^2_{\alpha}}\right)\right\}^2$$

$$\text{MSE}\left(\widehat{\sigma^2_{\beta}}\right) = E\left(\sigma^2_{\beta} - \widehat{\sigma^2_{\beta t}}\right)^2 = \text{Var}\left(\widehat{\sigma^2_{\beta}}\right) + \left\{\text{Bias}\left(\widehat{\sigma^2_{\beta}}\right)\right\}^2$$

$$\text{MSE}\left(\widehat{\sigma^2_{\varepsilon}}\right) = E\left(\sigma^2_{\varepsilon} - \widehat{\sigma^2_{\varepsilon t}}\right)^2 = \text{Var}\left(\widehat{\sigma^2_{\varepsilon}}\right) + \left\{\text{Bias}\left(\widehat{\sigma^2_{\varepsilon}}\right)\right\}^2$$

เมื่อ

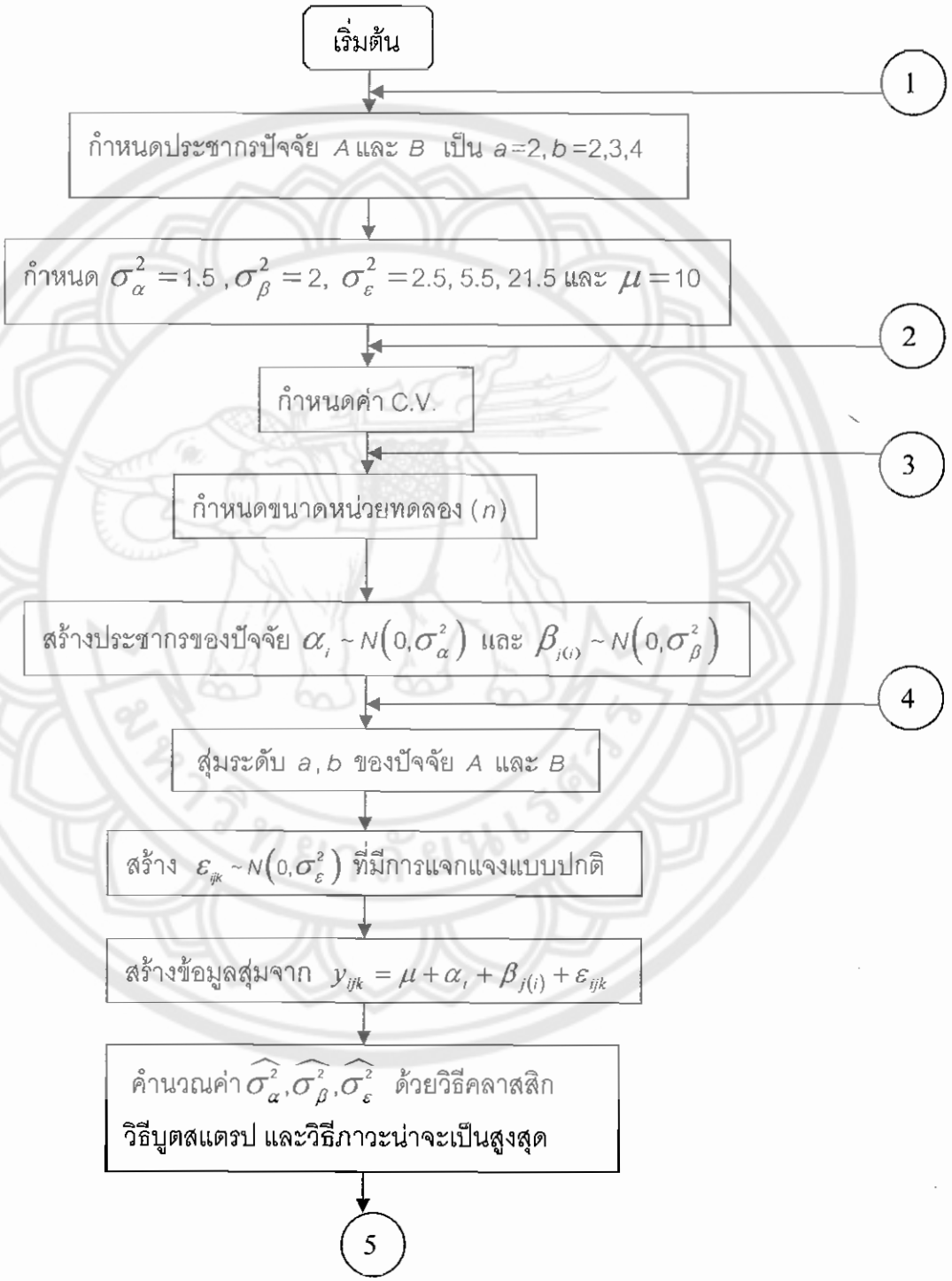
$\widehat{\sigma^2_{\alpha}}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A

$\widehat{\sigma^2_{\beta}}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย B

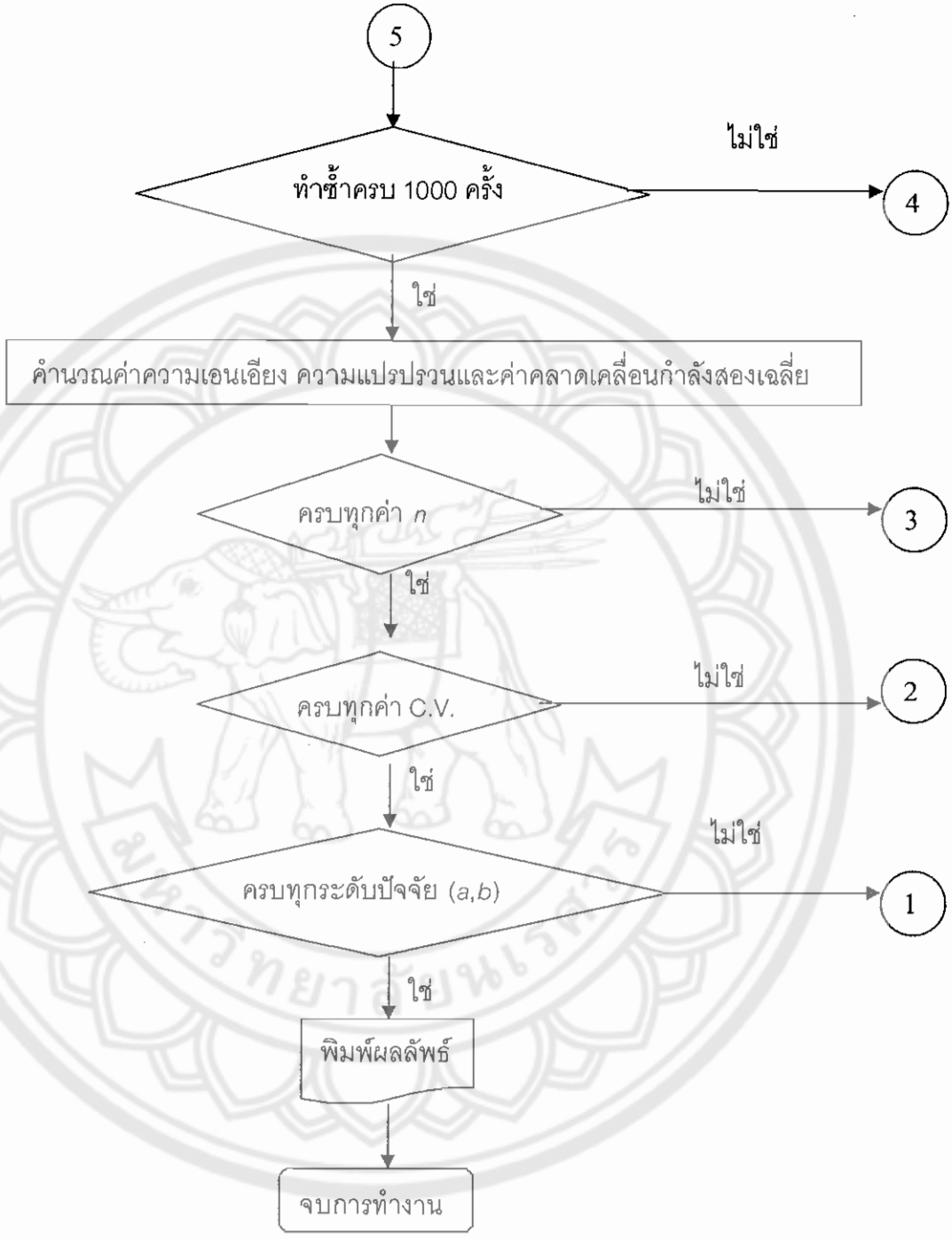
$\widehat{\sigma^2_{\varepsilon}}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

3. **ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม**

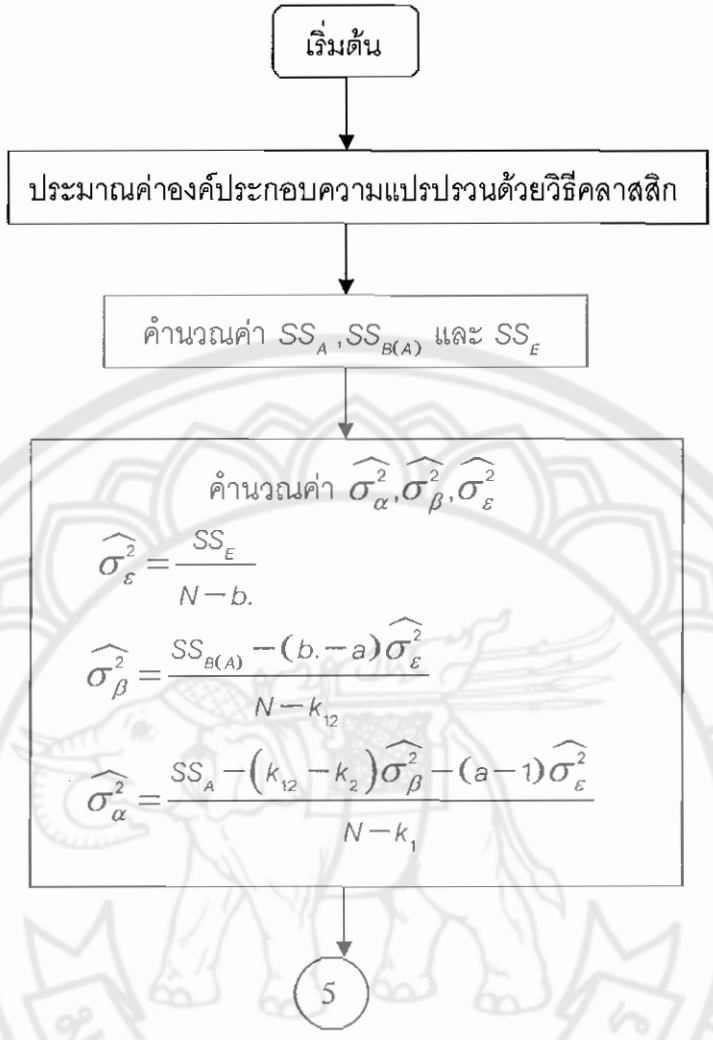
การวิจัยครั้งนี้ใช้โปรแกรม MATLAB ในการประมวลผลข้อมูล โดยมีขั้นตอนดังนี้



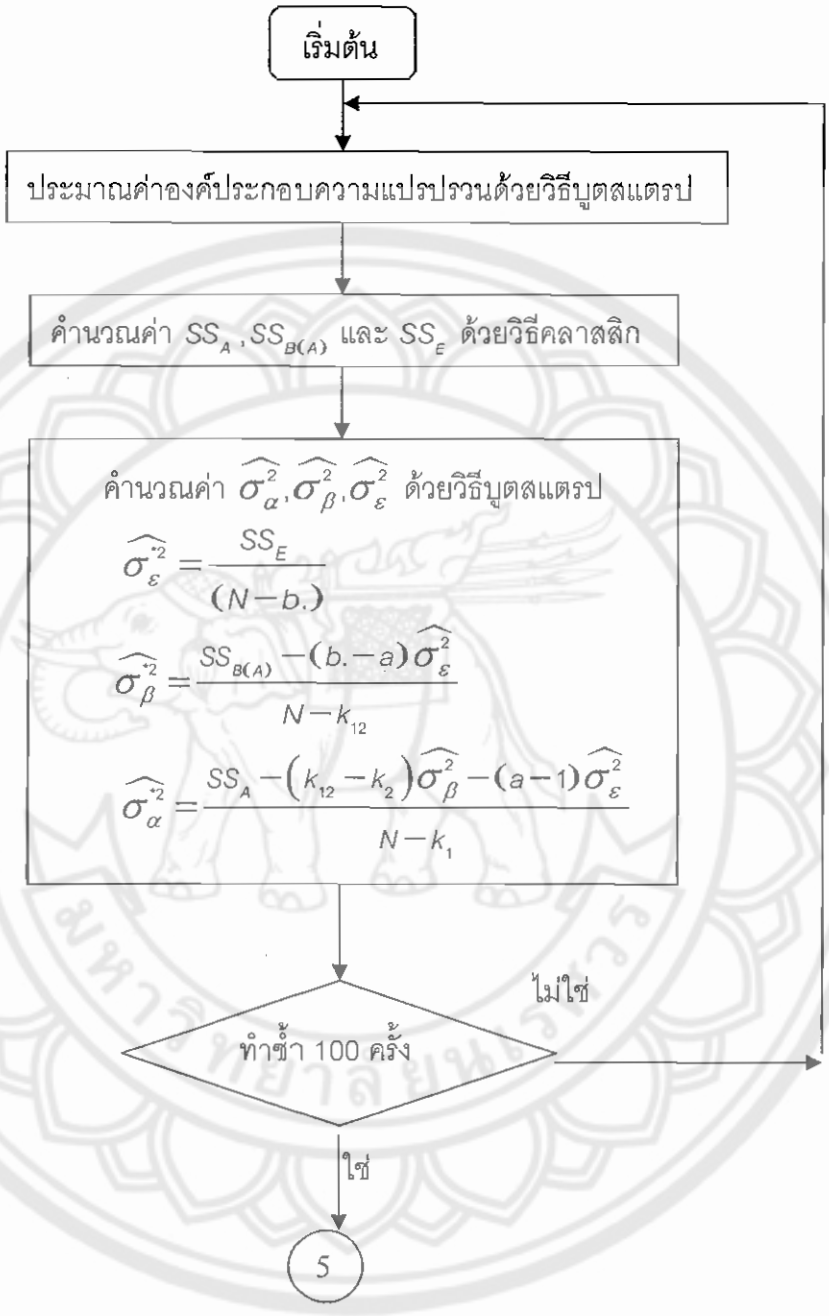
ภาพ 1 แสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม


5
ทำซ้ำครบ 1000 ครั้ง
ไม่ใช่
4
ใช่
คำนวณค่าความเอนเอียง ความแปรปรวนและค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย
ครบทุกค่า n
ไม่ใช่
3
ใช่
ครบทุกค่า C.V.
ไม่ใช่
2
ใช่
ครบทุกระดับปัจจัย (a,b)
ไม่ใช่
1
ใช่
พิมพ์ผลลัพธ์
จบการทำงาน

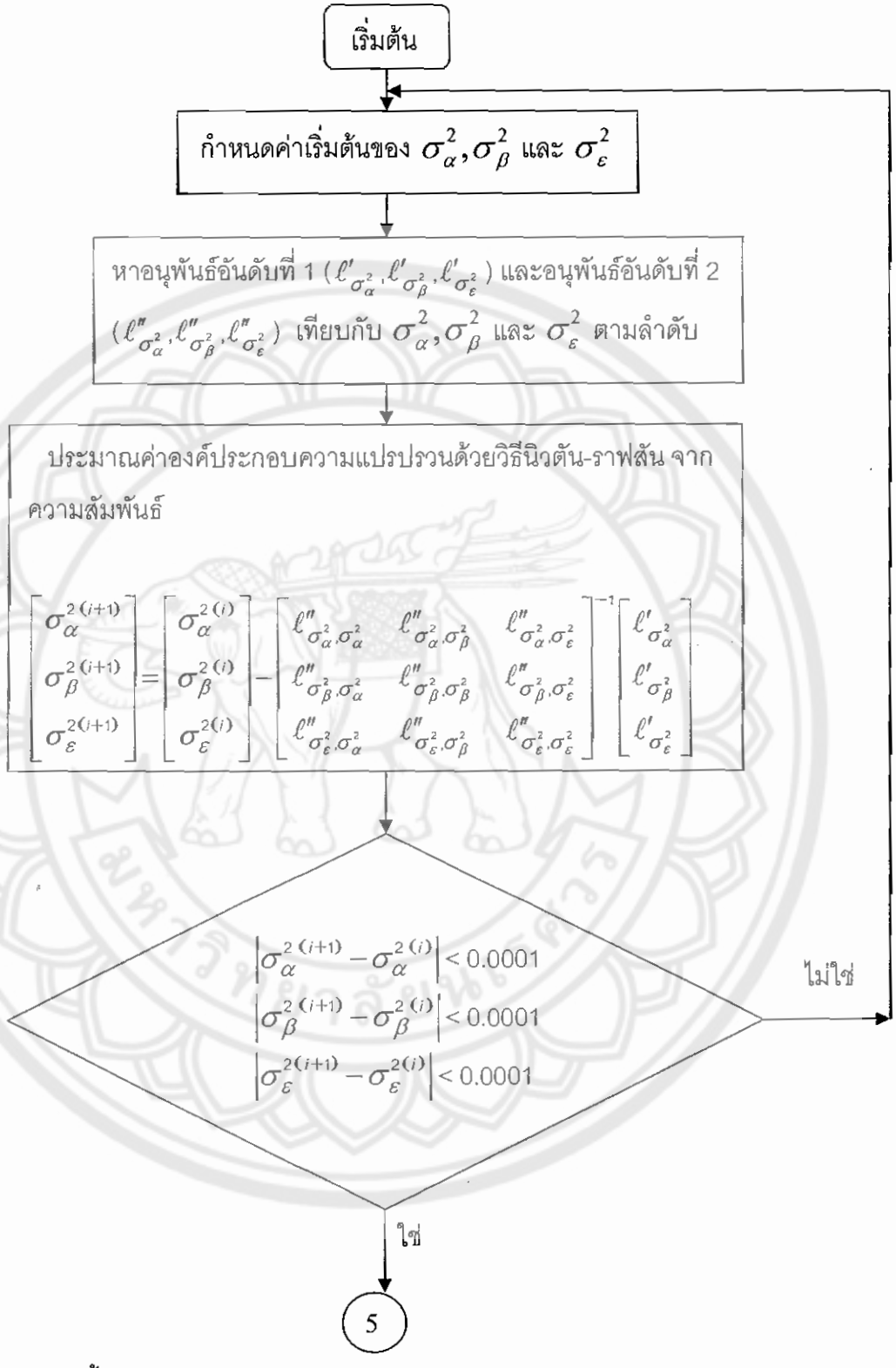
ภาพ 1 (ต่อ)



ภาพ 2 แสดงขั้นตอนการทำงานของการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีคลาสสิก



ภาพ 3 แสดงขั้นตอนการทำงานของการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีบูตสแตรป



ภาพ 4 แสดงขั้นตอนการทำงานของการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีภาวะความน่าจะเป็นสูงสุด