บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวางแผนการทดลอง (Experimental Design) เป็นกระบวนการในการวางแผนการทดลองล่วงหน้า เพื่อให้ได้ข้อมูลตรงตามลักษณะที่ต้องการมากที่สุด โดยนำความรู้หรือเทคนิคเดิมที่มีอยู่มาปรับปรุงให้ดีขึ้น ซึ่งในการเปรียบเทียบความรู้เดิมกับความรู้ใหม่นั้นจำเป็นต้องมีการเก็บรวบรวมข้อมูลการทดลองจากตัวอย่าง และสรุปผลการเปรียบเทียบจากการวิเคราะห์ทางสถิติ เช่น ใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) เพื่อวิเคราะห์ข้อมูล กระบวนการต่าง ๆ เริ่มจากการคัดเลือกหน่วยทดลองและจัดหน่วยทดลองให้ได้รับทรีทเมนต์ตามข้อมูลในแผนแบบต่าง ๆ ดังนั้น การวางแผนที่ดีจะให้ผลการศึกษาเปรียบเทียบที่ดีด้วย (เปรมใจ ตรีสรานุวัฒนา และ สมบูรณ์ สุขพงษ์, 2537)

โดยธรรมชาติลักษณะของข้อมูลจะมีหลายระดับ ซึ่งหากพิจารณาแผนการทดลองที่สามารถนำมาใช้วิเคราะห์ข้อมูลได้หลายระดับที่เป็นที่นิยม ได้แก่ แผนการทดลองซ้อน (Nested design) เนื่องจากแผนการทดลองนี้สามารถแสดงให้เห็นถึงข้อมูลของระดับปัจจัยหนึ่งที่อยู่ภายใต้ระดับของอีกปัจจัย ซึ่งจะทำให้เข้าใจข้อมูลที่ต้องการศึกษาได้ชัดเจนขึ้น แผนการทดลองในลักษณะนี้จะทำการศึกษาเกี่ยวกับปัจจัย 2 ปัจจัยหรือมากกว่า โดยงานวิจัยนี้สนใจศึกษาการทดลองซ้อนในระดับของทรีทเมนต์เท่านั้น การพิจารณาแผนการทดลองซ้อนที่มีสองปัจจัยจะเรียกว่า แผนการทดลองซ้อนสองขั้น (Two-stage nested design) ที่กำหนดให้ปัจจัยหนึ่งเป็นปัจจัย A และอีกปัจจัยหนึ่งเป็นปัจจัย B ซึ่งระดับปัจจัย B ซ้อนอยู่ภายใต้ระดับปัจจัย A แทนด้วย $B(A)$ หมายถึงระดับปัจจัย B มีความแตกต่างกันภายใต้แต่ละระดับของปัจจัย A เช่น บริษัทได้สั่งซื้อวัตถุดิบจากแหล่งขายสองแหล่ง โดยบริษัทต้องการทราบว่าวัตถุดิบที่สั่งซื้อจากแหล่งผลิตทั้งสองแหล่งมีความบริสุทธิ์เท่ากันหรือไม่ จึงทำการสุ่มตัวอย่างวัตถุดิบ 3 รุ่นจากแหล่งผลิตแต่ละแห่ง และในแต่ละรุ่นวัดค่าสังเกต 3 ครั้ง โดยรุ่นที่หนึ่งของแหล่งผลิตที่ 1 จะไม่เกี่ยวข้องกับรุ่นที่หนึ่งของแหล่งผลิตที่ 2 (ทวีศักดิ์ ศิริพรไพบูลย์, 2546. หน้า 151-160) ในการทดลองดังกล่าวอาจพบความแปรปรวนที่เกิดขึ้นจากการสั่งซื้อวัตถุดิบจากแหล่งผลิตที่แตกต่างกันสองแหล่ง ดังนั้นจึงควรทราบถึงความแปรปรวนของตัวแปรในระดับต่าง ๆ กันว่ามีส่วนประกอบย่อย ๆ แต่ละส่วน

แตกต่างกันอย่างไรตามระดับข้อมูล ซึ่งส่วนย่อย ๆ แต่ละส่วนจะเรียกว่า องค์ประกอบความแปรปรวน (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2541. หน้า 19-27)

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยอื่นที่เกี่ยวข้องดังนี้ ยุพิน คำเหม็ง (2529) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนโดยเทคนิคมอนติคาร์โลในแผนแบบไม่สมดุล กรณีข้อมูลมีการแจกแจง 2 ทาง (Comparison of variance components estimation in two-way classification with unbalanced design using Monte Carlo technique) โดยทำการเปรียบเทียบ 4 วิธี คือ วิธีคลาสสิก (Classical method : ANOVA) วิธีกำลังสองที่ไม่เอนเอียงต่ำที่สุด (Minimum variance quadratic unbiased estimator : MIVQUE) วิธีกำลังสองที่ไม่เอนเอียงต่ำที่สุดเมื่อมีการทำซ้ำ (Iterated minimum variance quadratic unbiased estimator : I-MIVQUE) วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimation method : MLE) ภายใต้สถานการณ์ของการทดลองของปัจจัย A มี 2 ระดับ และปัจจัย B มี 2 ระดับ กำหนดให้ n_{ij} แทนจำนวนหน่วยทดลองในเซลล์ (i,j) เมื่อ i และ j แทน ระดับของปัจจัย A และ B ตามลำดับ (i,j =1,2) ซึ่งมีขนาดหน่วยทดลองเป็น 10 โดย $(n_{11}, n_{12}, n_{21}, n_{22})$ =(2, 3, 3, 2) และขนาดหน่วยทดลองเป็น 20 โดย $(n_{11}, n_{12}, n_{21}, n_{22})$ =(3, 4, 6, 7) ผลการวิจัยพบว่า ความแปรปรวนของปัจจัย A, B และความคลาดเคลื่อนของวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด รองลงมาเป็นวิธีกำลังสองที่ไม่เอนเอียงต่ำที่สุด วิธีกำลังสองที่ไม่เอนเอียงต่ำที่สุดด้วยการทำซ้ำ และวิธีคลาสสิก ตามลำดับ

นอกจากนี้ยังทำการศึกษากรณีที่ปัจจัย A มี 3 ระดับ และปัจจัย B มี 3 ระดับ ซึ่งมีขนาดหน่วยทดลองเป็น $(n_{11}, n_{12}, n_{13}, n_{21}, n_{22}, n_{23}, n_{31}, n_{32}, n_{33})$ = (1,1,1,1,2,1,1,2,2) และ $(n_{11}, n_{12}, n_{13}, n_{21}, n_{22}, n_{23}, n_{31}, n_{32}, n_{33})$ =(3,1,2,2,3,1,1,4,3) ผลการวิจัยพบว่า ค่าประมาณองค์ประกอบความความแปรปรวนของปัจจัย A และ B ของวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด รองลงมาเป็นวิธีกำลังสองที่ไม่เอนเอียงต่ำที่สุดด้วยการทำซ้ำ วิธีกำลังสองที่ไม่เอนเอียงต่ำที่สุด และวิธีคลาสสิก ตามลำดับ ส่วนค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยขององค์ประกอบความแปรปรวนของอิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A กับ B และองค์ประกอบความแปรปรวนของคลาดเคลื่อน พบว่าไม่สามารถสรุปได้ว่าวิธีใดให้ค่าประมาณที่ดีที่สุด หากพิจารณาผลรวมของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยพบว่า วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่ดีที่สุด

มนชยา เจียงประดิษฐ์ (2543) ได้ศึกษาการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับการทดลองปัจจัยพหุด้วยวิธีบูตสแตรป (Bootstrap estimation of variance components for factorial experiment) โดยเปรียบเทียบวิธีประมาณ 2 วิธี คือ วิธีคลาสสิก (Classical method) และวิธีบูตสแตรป (Bootstrap method) ภายใต้ความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution) ในสถานการณ์การทดลองที่ประกอบด้วย จำนวนปัจจัย 2 ปัจจัย (A, B) โดยมีระดับของปัจจัยของปัจจัยดังนี้ (a, b=2), (a, b=3), (a, b=4) ขนาดหน่วยทดลอง (n=3, 5, 7) และสัมประสิทธิ์การแปรผัน คือ10%, 30% และ 50% รวมทั้งได้ทำการศึกษาภายใต้ความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน (Scale contaminated normal distribution) ในสถานการณ์การทดลองที่กำหนดระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองเช่นเดียวกับการแจกแจงแบบปกติ โดยมีเปอร์เซ็นต์การปลอมปนเป็น 5%, 10% และ 25% สเกลแฟคเตอร์เป็น 3 และ 10 ผลการวิจัยพบว่า วิธีบูตสแตรปให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยต่ำกว่าวิธีคลาสสิก เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ที่ระดับปัจจัย (a, b=2) , (a, b=3) และขนาดหน่วยทดลองเป็น (n=3, 5) เมื่อค่า C.V. เพิ่มขึ้นจาก 0.1 เป็น 0.5 จะทำให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยเพิ่มขึ้น และขนาดหน่วยทดลองที่เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าระยะทางยุคลิดลดลง กรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนนั้นควรใช้วิธีบูตสแตรปทุกกรณี เนื่องจากให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยต่ำกว่าวิธีคลาสสิกในทุกเปอร์เซ็นต์การปลอมปนและสเกลแฟคเตอร์

กนกพร เกลียวปิยะ (2545) ศึกษาเรื่องการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนของแผนแบบเชิงชั้นกรณีแผนแบบสมดุลอย่างสุ่ม (Balanced hierachical random effect model) หรือแผนแบบซ้อน โดยเปรียบเทียบวิธีประมาณค่า 2 วิธี คือ วิธีคลาสสิก (Classical method) และวิธีประมาณสามลำดับขั้น (Three-stage estimation method) การเปรียบเทียบดังกล่าวอยู่ภายใต้สถานการณ์ของการทดลองที่ประกอบด้วยจำนวนปัจจัย 3 ปัจจัย (A, B, C) โดยมีระดับของปัจจัย A เป็น a=2, 3, 4 , ระดับของปัจจัย B เป็น b=2, 3, 4 และระดับของปัจจัย C เป็น c=2, 3, 4 ขนาดหน่วยทดลองเป็น n=2, 3, 4 และสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น 10%, 50% และ 90% ผลการวิจัยพบว่า วิธีประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนทั้งสองวิธีจะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยใกล้เคียงกันมากในทุกสถานการณ์ ดังนั้นเพื่อยืนยันความน่าเชื่อถือของผลการทดลองจึงได้ทดสอบสมมติฐานของผลต่างระหว่างระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของทั้งสองวิธีแบบจับคู่ ซึ่งพบว่าผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้งสองวิธีให้ค่าไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

Lee & Kapadia (1984. pp. 507-512) ได้ศึกษาการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนของแผนการทดลองบล็อกสุ่มสมบูรณ์ในลักษณะสมดุล (Variance components estimators for the balanced two-way mixed model) ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimation method : MLE) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด (Restricted maximum likelihood : REML) โดยทำการเปรียบเทียบภายใต้สถานการณ์การทดลอง 2 กรณีที่มีจำนวนปัจจัย 2 ปัจจัย (A, B) โดยมีระดับปัจจัยเป็น (a,b) = (6,10) และ (20,60) ผลการวิจัยพบว่า ค่าองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A และ B ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัดให้ค่าความเอนเอียงต่ำกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยใกล้เคียงกันทั้งสองกรณี หากพิจารณาผลรวมของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยพบว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดให้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด

Rao & Heckler (1997. pp. 341-352) ได้ศึกษาการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนของแผนแบบซ้อนสองขั้นในลักษณะไม่สมดุล (Three-fold nested random effects model) ด้วยวิธีคลาสสิก (Classical method : ANOVA) วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimation method : MLE) วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด (Restricted maximum likelihood : REML) วิธีกำลังสองที่ไม่เอนเอียงต่ำที่สุด (Minimum variance quadratic unbiased estimator : MIVQUE) และวิธีวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted analysis of means method : WAM) เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution) ในลักษณะสมดุลและไม่สมดุล โดยใช้ค่าความเอนเอียง (BIAS) เป็นเกณฑ์ในการพิจารณา โดยพิจารณาจากค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย A (σ_α^2), ปัจจัย B (σ_β^2) และความคลาดเคลื่อน (σ_ε^2) ภายใต้สถานการณ์ของการทดลองดังนี้

ตาราง 1 แสดงระดับปัจจัย และขนาดหน่วยทดลอง กรณีแผนแบบซ้อนสองขั้น

ระดับปัจจัย	a_1		a_2			a_3				a_4				
	b_1	b_2	b_1	b_2	b_3	b_1	b_2	b_3	b_4	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
ขนาดหน่วยทดลอง	2	3	2	3	4	2	3	4	5	2	3	4	5	6

ผลการวิจัยสรุปได้ว่าในการประมาณค่า σ_α^2 และ σ_β^2 ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าวิธีอื่นแต่ให้ค่าวามเอนเอียงมากกว่าทั้ง 4 วิธี ส่วนการประมาณค่า σ_ε^2 ทั้ง 5 วิธีให้ค่าต่ำไม่แตกต่างกัน การประมาณค่า σ_α^2, σ_β^2 และ σ_ε^2 ของวิธี

REML, MIVQUE, WAM ในลักษณะสมดุลและไม่สมดุลจะให้ค่าความเอนเอียงและค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยใกล้เคียงกัน

Webster et al. (2006. pp. 1320-1333) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าองค์ประกอบแปรปรวนของแผนการทดลองซ้อน โดยใช้วิธีคลาสสิกและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด (Restricted maximum likelihood : REML) โดยใช้ค่าความเอนเอียงเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ ทำการเปรียบเทียบภายใต้สถานการณ์การทดลองในลักษณะไม่สมดุลของปัจจัยที่มีการซ้อน 4 ขั้น ซึ่งมีจำนวนปัจจัย 4 ปัจจัย (A,B,C,D) โดยมีระดับปัจจัยเป็น (a,b,c,d) = (1,2,2,1) และ (1,2,2,2) ผลการวิจัยพบว่า ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัดของปัจจัย A (σ_α^2) ปัจจัย B (σ_β^2) และปัจจัย C (σ_γ^2) ให้ค่าความเอนเอียงต่ำกว่าวิธีคลาสสิก ส่วนค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย D $\left(\sigma_\tau^2\right)$ พบว่าวิธีคลาสสิกให้ค่าความเอนเอียงต่ำกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด

จากการศึกษางานวิจัยต่าง ๆ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาเปรียบเทียบวิธีที่มีการศึกษาแผนแบบซ้อนสองขั้น โดยทำการพิจารณาวิธีต่าง ๆ รวมถึงการศึกษาเพิ่มเติมในวิธีอื่น ๆ พบว่ายังไม่มีงานวิจัยที่ทำการศึกษาด้วยวิธีบูตแสตรป ทำให้ผู้วิจัยมีความต้องการที่จะศึกษาเพิ่มในวิธีนี้ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน 3 วิธี คือ

1. วิธีคลาสสิก (Classical method : ANOVA)
2. วิธีบูตสแตรป (Bootstrap method : BOOT)
3. วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimation : MLE)

โดยใช้ค่าความเอนเอียง ค่าความแปรปรวน และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบซ้อนสองขั้นในรูปแบบอิทธิพลสุ่มด้วยวิธีคลาสสิก (Classical method) วิธีบูตสแตรป (Bootstrap method) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimation method) โดยใช้ค่าความเอนเอียง ค่าความแปรปรวน และความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษารูปแบบอิทธิพลสุ่มในแผนการทดลองซ้อนสองขั้นที่มีลักษณะสมดุล (Balance) และไม่สมดุล (Unbalance) นั่นคือ จำนวนค่าสังเกตในแต่ละกรณีมีค่าเท่ากันและไม่เท่ากันตามลำดับ

2. กำหนดระดับของปัจจัย A และ B เป็น(a,b) และขนาดหน่วยทดลองที่ใช้เป็น(n_{ij}) ดังแสดงในตาราง 2

ตาราง 2 แสดงการกำหนดระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลอง

ระดับของปัจจัย A หรือ (a)	ระดับของปัจจัย B หรือ (b)	ขนาดหน่วยทดลอง (n_{ij})	
2	2	$(n_{11},n_{12},n_{21},n_{22})$	(3,3,3,3)
			(3,3,4,4)
			(3,4,5,6)
			(3,5,9,12)
2	3	$(n_{11},n_{12},n_{13},n_{21},n_{22},n_{23})$	(3,3,3,3,3,3)
			(3,3,3,4,4,4)
			(3,3,4,4,5,5)
			(4,6,7,8,9,10)
2	4	$(n_{11},n_{12},n_{13},n_{14},n_{21},n_{22},n_{23},n_{24})$	(3,3,3,3,3,3,3,3)
			(3,3,3,3,4,4,4,4)
			(3,3,3,4,4,4,5,5)
			(3,4,5,6,7,8,9,10)

เมื่อ

n_{ij} แทน จำนวนหน่วยทดลองในเซล (i,j)

i,j แทน ระดับของปัจจัย A และ B ตามลำดับ (i =1,2 และ j =1,2)

3. กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (Coefficient of variation : C.V.) เป็น 0.1, 0.3 และ 0.5 และ μ =10

4. กำหนดให้ $\alpha_i \sim NID\ (0, 1.5)$, $\beta_{j(i)} \sim NID\ (0, 2)$

5. กำหนดความคลาดเคลื่อนของการทดลอง (σ_ε^2) ให้มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) โดยมีค่าเฉลี่ย คือ μ และค่าความแปรปรวน คือ σ^2 ซึ่งมีหลักในการคำนวณดังนี้ (มนชยา เจียงประดิษฐ์, 2543)

เนื่องจาก

$$\text{C.V.}\left(y_{ijk}\right) = \frac{S.D.\left(y_{ijk}\right)}{\mu} = \frac{\sqrt{\sigma_\alpha^2+\sigma_\beta^2+\sigma_\varepsilon^2}}{\mu}$$

ดังนั้น เมื่อ C.V. = 0.1 จะได้ $\varepsilon_{ijk} \sim NID\ (0,2.5)$

เมื่อ C.V. = 0.3 จะได้ $\varepsilon_{ijk} \sim NID\ (0,5.5)$

เมื่อ C.V. = 0.5 จะได้ $\varepsilon_{ijk} \sim NID\ (0,21.5)$

6. การวิจัยครั้งนี้ทำการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation technique) โดยใช้โปรแกรม MATLAB ทำซ้ำจำนวน 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีประมาณ

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบซ้อนสองขั้น ในที่นี้จะพิจารณาจากค่าความเอนเอียง (Bias) ค่าความแปรปรวน (Variance) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้

1. ค่าความเอนเอียงของ $\widehat{\sigma_\alpha^2}, \widehat{\sigma_\beta^2}, \widehat{\sigma_\varepsilon^2}$

$$\text{Bias}\left(\widehat{\sigma_\alpha^2}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{1000} \widehat{\sigma_{\alpha i}^2}}{1000} - \sigma_\alpha^2$$

$$\text{Bias}\left(\widehat{\sigma_\beta^2}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{1000} \widehat{\sigma_{\beta i}^2}}{1000} - \sigma_\beta^2$$

$$\text{Bias}\left(\widehat{\sigma_\varepsilon^2}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{1000} \widehat{\sigma_{\varepsilon i}^2}}{1000} - \sigma_\varepsilon^2$$

เมื่อ

$\widehat{\sigma_\alpha^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *A*

$\widehat{\sigma_{\alpha t}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *A* ในการทำซ้ำรอบที่ t ; t = 1,2,...,1000

σ_α^2 แทน ค่าองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *A*

$\widehat{\sigma_\beta^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *B*

$\widehat{\sigma_{\beta t}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *B* ในการทำซ้ำรอบที่ t ; t = 1,2,...,1000

σ_β^2 แทน ค่าองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *B*

$\widehat{\sigma_\varepsilon^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

$\widehat{\sigma_{\varepsilon t}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนในการทำซ้ำรอบที่ t ; t = 1,2,...,1000

σ_ε^2 แทน ค่าองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

2. ค่าความแปรปรวนของ $\widehat{\sigma_\alpha^2},\widehat{\sigma_\beta^2},\widehat{\sigma_\varepsilon^2}$

$$\mathrm{Var}\left(\widehat{\sigma_\alpha^2}\right)=\frac{\sum_{t=1}^{1000}\left(\widehat{\sigma_{\alpha t}^2}-\widehat{\bar{\sigma}_\alpha^2}\right)^2}{1000}$$

$$\mathrm{Var}\left(\widehat{\sigma_\beta^2}\right)=\frac{\sum_{t=1}^{1000}\left(\widehat{\sigma_{\beta t}^2}-\widehat{\bar{\sigma}_\beta^2}\right)^2}{1000}$$

$$\mathrm{Var}\left(\widehat{\sigma_\varepsilon^2}\right)=\frac{\sum_{t=1}^{1000}\left(\widehat{\sigma_{\varepsilon t}^2}-\widehat{\bar{\sigma}_\varepsilon^2}\right)^2}{1000}$$

เมื่อ

$\widehat{\sigma_{\alpha}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *A*

$\widehat{\sigma_{\alpha t}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *A* ในการทำซ้ำรอบที่ t ; $t = 1,2,...,1000$

$\widehat{\bar{\sigma}_{\alpha}^2}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *A* หรือ $\widehat{\bar{\sigma}_{\alpha}^2} = \frac{\sum_{t=1}^{1000} \widehat{\sigma_{\alpha}^2}}{1000}$

$\widehat{\sigma_{\beta}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *B*

$\widehat{\sigma_{\beta t}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *B* ในการทำซ้ำรอบที่ t ; $t = 1,2,...,1000$

$\widehat{\bar{\sigma}_{\beta}^2}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *B* หรือ $\widehat{\bar{\sigma}_{\beta}^2} = \frac{\sum_{t=1}^{1000} \widehat{\sigma_{\beta}^2}}{1000}$

$\widehat{\sigma_{\varepsilon}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

$\widehat{\sigma_{\varepsilon t}^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนในการทำซ้ำรอบที่ t ; $t = 1,2,...,1000$

$\widehat{\bar{\sigma}_{\varepsilon}^2}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน หรือ $\widehat{\bar{\sigma}_{\varepsilon}^2} = \frac{\sum_{t=1}^{1000} \widehat{\sigma_{\varepsilon}^2}}{1000}$

3. ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\widehat{\sigma_\alpha^2},\widehat{\sigma_\beta^2},\widehat{\sigma_\varepsilon^2}$

$$\mathrm{MSE}\left(\widehat{\sigma_\alpha^2}\right)=\mathrm{Var}\left(\widehat{\sigma_\alpha^2}\right)+\left\{\mathrm{Bias}\left(\widehat{\sigma_\alpha^2}\right)\right\}^2$$

$$\mathrm{MSE}\left(\widehat{\sigma_\beta^2}\right)=\mathrm{Var}\left(\widehat{\sigma_\beta^2}\right)+\left\{\mathrm{Bias}\left(\widehat{\sigma_\beta^2}\right)\right\}^2$$

$$\mathrm{MSE}\left(\widehat{\sigma_\varepsilon^2}\right)=\mathrm{Var}\left(\widehat{\sigma_\varepsilon^2}\right)+\left\{\mathrm{Bias}\left(\widehat{\sigma_\varepsilon^2}\right)\right\}^2$$

เมื่อ

$\widehat{\sigma_\alpha^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *A*

$\widehat{\sigma_\beta^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัย *B*

$\widehat{\sigma_\varepsilon^2}$ แทน ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. อิทธิพลสุ่ม (Random effect) หมายถึง อิทธิพลที่เกิดจากระดับหรือชนิดของปัจจัยที่ต้องการศึกษา ซึ่งถูกสุ่มมาจากระดับหรือชนิดต่าง ๆ ทั้งหมดที่มีอยู่ของปัจจัยนั้น โดยผลของการวิเคราะห์ข้อมูลจะครอบคลุมถึงระดับหรือชนิดต่าง ๆ ทั้งหมดของปัจจัยที่ต้องการศึกษา

2. องค์ประกอบความแปรปรวน (Variance component) หมายถึง ส่วนประกอบย่อย ๆ ของความแปรปรวนที่ต้องการศึกษา ซึ่งมีความแตกต่างกันตามข้อมูล

3. การทำซ้ำ (Replication) หมายถึง การที่ทรีตเมนต์หนึ่งกระทำต่อหน่วยการทดลองที่มีความสม่ำเสมอกันมากกว่า 1 หน่วยการทดลอง ทั้งนี้ไม่จำเป็นว่าทุกทรีตเมนต์จะต้องมีการทำซ้ำเท่ากันหมด อาจใช้จำนวนซ้ำต่างกันก็ได้ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมและการพิจารณาของผู้ทดลอง

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกวิธีประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนในตัวแบบซ้อนสองขั้น

2. เพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษาการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับแผนการทดลองอื่น