

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ค่าพารามิเตอร์ของสารกึ่งตัวนำ GaAs และ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$

ก1. ค่าพารามิเตอร์ของสารกึ่งตัวนำ GaAs [32]

ตารางที่ ก1 แสดงค่าพารามิเตอร์ของสารกึ่งตัวนำ GaAs

| Basic parameters | Value |
|--|-------------------------|
| Energy gap (eV) | 1.424 |
| Energy spin-orbital splitting (eV) | 0.34 |
| Intrinsic carrier concentration (cm^{-3}) | 2.1×10^6 |
| Intrinsic resistivity ($\Omega \text{ cm}$) | 3.3×10^8 |
| Effective conduction band density of states (cm^{-3}) | 4.7×10^{17} |
| Crystal structure | Zinc Blende |
| Group of symmetry | T_d^2-F43m |
| Number of atoms in 1 cm^3 | 4.42×10^{22} |
| de Broglie electron wavelength (\AA) | 240 |
| Debye temperature (K) | 360 |
| Density (g cm^{-3}) | 5.32 |
| Dielectric constant (static) | 12.9 |
| Dielectric constant (high frequency) | 10.89 |
| Effective electron mass m_e | $0.063m_0$ |
| Effective hole masses m_h | $0.51m_0$ |
| Effective hole masses m_{hp} | $0.082m_0$ |
| Electron affinity (eV) | 4.07 |
| Lattice constant (\AA) | 5.65325 |
| Optical phonon energy (eV) | 0.036 |
| Breakdown field (V/cm) | $\approx 4 \times 10^5$ |
| Mobility electrons ($\text{cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$) | ≤ 8500 |
| Mobility holes ($\text{cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$) | ≤ 400 |
| Diffusion coefficient electrons (cm^2/s) | ≤ 200 |
| Diffusion coefficient holes (cm^2/s) | ≤ 10 |
| Electron thermal velocity (m/s) | 4.4×10^5 |
| Hole thermal velocity (m/s) | 1.8×10^5 |

ก2. ค่าพารามิเตอร์ของสารกึ่งตัวนำ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ [32]ตารางที่ ก2 แสดงค่าพารามิเตอร์ของสารกึ่งตัวนำ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$

| Basic parameters | Aluminium Content (x) | Value |
|--|-----------------------|--|
| Energy gap (eV) | $x < 0.45$ | $1.424 + 1.247x$ |
| | $x > 0.45$ | $1.9 + 0.125x + 0.143x^2$ |
| Mobility electrons ($\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$) | $0 < x < 0.45$ | $8 \times 10^3 - 2.2 \times 10^4 x + 10^4 x^2$ |
| | $0.45 < x < 1$ | $-255 + 1160x - 720x^2$ |
| Diffusion coefficient electrons (cm^2/s) | $0 < x < 0.45$ | $200 - 550x + 250x^2$ |
| | $0.45 < x < 1$ | $-6.4 + 29x - 18x^2$ |
| Electron thermal velocity (m/s) | $0 < x < 0.4$ | $(4.4 - 2.1x) \times 10^5$ |
| | $0.45 < x < 1$ | 2.3×10^5 |
| Energy spin-orbital splitting (eV) | All x | $0.34 - 0.04x$ |
| Effective conduction band density of states (cm^{-3}) | $x < 0.41$ | $2.5 \cdot 10^{19} \cdot (0.063 + 0.083x)^{3/2}$ |
| | $x > 0.45$ | $2.5 \cdot 10^{19} \cdot (0.85 - 0.14x)^{3/2}$ |
| Breakdown field (V/cm) | | $\approx (4-6) \times 10^5$ |
| Intrinsic carrier concentration (cm^{-3}) | $x = 0.1$ | 2.1×10^5 |
| | $x = 0.3$ | 2.1×10^3 |
| | $x = 0.5$ | 2.5×10^2 |
| | $x = 0.8$ | 4.3×10^1 |
| Intrinsic resistivity (Ωcm) | $x = 0.1$ | 4×10^9 |
| | $x = 0.3$ | 1×10^{12} |
| | $x = 0.5$ | 1×10^{14} |
| | $x = 0.8$ | 5×10^{14} |
| Effective conduction band density of states (cm^{-3}) | $x < 0.41$ | $2.5 \times 10^{19} \times (0.063 + 0.083x)^{3/2}$ |
| | $x > 0.45$ | $2.5 \times 10^{19} \times (0.85 - 0.14x)^{3/2}$ |

ภาคผนวก ข
การจำลองแบบ

ข1. การแปลงสมการให้อยู่ในรูปไม่มีหน่วย

เนื่องจากค่าคงที่ หรือตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณบางตัวมีค่าแตกต่างกันมาก เช่น อัตราส่วนพลังงานของโฟนอนต่อเวลาเฉลี่ยของการให้ หรือรับพลังงานจากอิเล็กตรอนด้วยกัน มีค่าต่างกันถึง $10^8 - 10^9$ ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการคำนวณเชิงตัวเลขจึงต้องทำการแปลงปริมาณต่าง ๆ ที่ใช้ในการคำนวณให้อยู่ในรูปไม่มีหน่วย โดยมีขั้นตอนดังนี้

ข1.1 สมการจลนศาสตร์การผ่อนคลายพลังงานของอิเล็กตรอน

จากสมการจลนศาสตร์การผ่อนคลายพลังงานของอิเล็กตรอนสามารถจัดให้อยู่ในรูปที่ไม่มีหน่วย โดยกำหนดให้

$$y_i = \frac{\varepsilon_i}{\hbar\omega_0}, \quad \Lambda_{ee} = \frac{k_B T_c}{\hbar\omega_0}, \quad \eta = \frac{\tau_0}{\tau_{ee}}, \quad \varpi_{ij} = \frac{\Delta_{ij}}{\hbar\omega_0}, \quad P_0 = \frac{\tau_0 G_0}{\rho_4 \hbar\omega_0}, \quad \xi_{thermalization} = \frac{\tau_0}{\tau_{thermalization}},$$

$$\xi_{LO-tunneling} = \frac{\tau_0}{\tau_{LO-tunneling}} \quad \text{และ} \quad \xi_{res-tunneling} = \frac{\tau_0}{\tau_{res-tunneling}}$$

เมื่อ $\hbar\omega_0$ คือ หนึ่งหน่วยพลังงานของโฟนอน

P_0 คือ อัตราการกำเนิดขึ้นของอิเล็กตรอน ที่จัดให้อยู่ในรูปที่ไม่มีหน่วย

ทำให้ได้สมการอยู่ในรูปทั่วไปดังนี้

$$\eta\Lambda_{ee} \frac{d^2 f_i(y_i)}{dy_i^2} + \eta \frac{df_i(y_i)}{dy_i} + N_0 f_i(y_i - 1) [1 - f_i(y_i)] \Theta(y_i - 1)$$

$$+ (N_0 + 1) f_i(y_i + 1) [1 - f_i(y_i)] - N_0 f_i(y_i) [1 - f_i(y_i + 1)]$$

$$- (N_0 + 1) f_i(y_i) [1 - f_i(y_i - 1)] \Theta(y_i - 1) + N_0 \sum_{i \neq j} \xi_{ij} [1 - f_i(y_i)] \{ f_j(y_i + \varpi_{ij} - 1) \Theta(i - j)$$

$$+ f_j(y_i - \varpi_{ij} - 1) \Theta(y_i - \varpi_{ij} - 1) \Theta(j - i) \} + (N_0 + 1) \sum_{i \neq j} \xi_{ij} [1 - f_i(y_i)] \{ f_j(y_i + \varpi_{ij} + 1) \Theta(i - j)$$

$$+ f_j(y_i - \varpi_{ij} + 1) \Theta(y_i - \varpi_{ij} + 1) \Theta(j - i) \}$$

$$\begin{aligned}
& -N_0 \sum_{i \neq j} \xi_{ij} f_i(y_i) \{ [1 - f_j(y_i + \varpi_{ij} + 1)] \Theta(i - j) + \\
& [1 - f_i(y_j - \varpi_{ij} + 1)] \Theta(y_i - \varpi_{ij} + 1) \Theta(j - i) \} \\
& - (N_0 + 1) \sum_{i \neq j} \xi_{ij} f_i(y_i) \{ [1 - f_j(y_i + \varpi_{ij} - 1)] \Theta(i - j) + \\
& [1 - f_j(y_i - \varpi_{ij} - 1)] \Theta(y_i - \varpi_{ij} - 1) \Theta(j - i) \} \\
& - \left[(2N_0 + 1) \xi_{LO-tunneling} \Big|_i + \xi_{res-tunneling} \Big|_i \cdot (\delta_{i,1} + \delta_{i,2}) + \xi_{thermalization} \Big|_i \cdot (\delta_{i,3} + \delta_{i,4}) \right] f_i(y_i) \\
& = -P_0 \delta(y_4 - y_0)
\end{aligned}$$

เมื่อ i และ $j = 1, 2, 3$ และ 4 (ข1)

เงื่อนไขขอบเขตของสมการการผ่อนคลายพลังงานของอิเล็กตรอนในระดับพลังงาน E_i

1.) ที่ $y_i = 0$ เป็นเงื่อนไขเริ่มต้นในการคำนวณ ซึ่งทำให้ได้ว่าอิเล็กตรอนจะมีพลังงานจลน์เป็นบวกเสมอ ดังนี้

$$J_{ee}(y_i) \Big|_{y_i=y_0^+} = 0 \longrightarrow \left[\Lambda_{ee} \frac{df_i}{dy_i} + f_i \right] = 0$$

2.) ที่ $y_4 = y_0$ เป็นการอัดฉีดอิเล็กตรอนที่มีพลังงานจลน์ ε_0 เข้าไปในระดับพลังงานย่อย E_4 ณ สถานะพลังงานจลน์ ε_4

$$f_4(y_4) \Big|_{y_4=y_0^+} = f_4(y_4) \Big|_{y_4=y_0^-} \text{ และ } \Lambda_{ee} \eta \left[\frac{df_4}{dy_4} \Big|_{y_4=y_0^+} - \frac{df_4}{dy_4} \Big|_{y_4=y_0^-} \right] = -P_0$$

ข1.2 อัตราการเพิ่มพูนของแสง

(Spectral density of gain)

จากสมการ Spectral density of gain จัดให้อยู่ในรูปทั่วไป

$$\hbar\Omega_k(y) = \hbar\Omega_0 + \varepsilon - \varepsilon_2 = \hbar\Omega_0 - \varepsilon \left(\frac{m_3^*}{m_2^*} - 1 \right) \quad (ข2)$$

$$\gamma(\varepsilon) = \gamma, \quad y = \frac{\varepsilon}{\hbar\omega_0}, \quad y_2 = \frac{\varepsilon_2}{\hbar\omega_0}, \quad \varepsilon_2 = \frac{m_3^*}{m_2^*} \varepsilon \quad \text{ดังนั้น} \quad y_2 = \frac{m_3^*}{m_2^*} y$$

ทำให้ได้

$$\frac{\hbar\Omega_k(y)}{\hbar\omega_0} = \frac{\hbar\Omega_0}{\hbar\omega_0} + y - y_2 = \frac{\hbar\Omega_0}{\hbar\omega_0} - y \left(\frac{m_3^*}{m_2^*} - 1 \right) \quad (ข3)$$

$$g(\Omega) = \frac{4e^2 |z_{23}|^2 m_3^* \gamma}{\hbar^3 \omega_0 L_2 c \sqrt{\epsilon_0 \kappa_\infty}} \hbar\Omega \int_0^\infty \frac{f_3(y) - f_2\left(\frac{m_3^*}{m_2^*} y\right)}{\left[\frac{\hbar\Omega}{\hbar\omega_0} - \frac{\hbar\Omega_k(y)}{\hbar\omega_0} \right]^2 + \left[\frac{\hbar\gamma}{\hbar\omega_0} \right]^2} dy \quad (ข4)$$

ข2. ระเบียบวิธีผลต่างสี่บเนื่อง

(Finite difference)

ในที่นี้ได้ใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่บเนื่องเพื่อทำการหาผลเฉลยของระบบสมการจลนศาสตร์การผ่อนคลายพลังงานของอิเล็กตรอน ซึ่งเป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้คำนวณหาผลเฉลยโดยประมาณของสมการเชิงอนุพันธ์ โดยการแปลงสมการเชิงอนุพันธ์ให้อยู่ในรูปสมการเชิงผลต่างจากการประมาณ และจะต้องกำหนดจุดบนโดเมนเพื่อใช้เป็นตำแหน่งที่จะหาผลเฉลยเรียกจุดต่าง ๆ ดังกล่าวว่า จุดกริด (Grid point) ซึ่งอยู่ในขอบเขตของโดเมนที่กำหนด และระยะห่างระหว่างกริด คือ ขนาดของกริด มีขนาดคงที่

ในงานนี้เริ่มจากการกำหนดระยะห่างระหว่างกริด y_i ให้อยู่ในช่วง $0 \leq y_i \leq 10$ แล้วแบ่งช่วงความยาว h ซึ่งทำให้ได้จุดทั้งหมด $10n+1$ จุด y_i ให้แทนที่จุด i บนช่วงทั้งหมด เมื่อ $i=0,1,2,\dots,n$ แล้วทำการประมาณค่าอนุพันธ์ลำดับที่ 1 และ 2 ในสมการจลนศาสตร์การผ่อนคลายพลังงานของอิเล็กตรอน โดยใช้การกระจายของเทเลอร์ (Taylor's expansion) แบบผลต่างการแบ่งย่อยแบบตรงกลาง (Central divided-difference) ที่มีค่าความผิดพลาดอันดับ h^2 ซึ่งจะได้อธิบายขั้นตอนการแปลงสมการการผ่อนคลายพลังงานของอิเล็กตรอนให้อยู่ในรูปสมการที่ไม่ต่อเนื่อง (Discrete equation) ในระดับพลังงาน E_i โดยละทิ้งเทอม $O(h^2)$ ดังนี้

การประมาณค่าอนุพันธ์ลำดับที่ 1 และลำดับที่ 2 โดยใช้ Taylor's expansion จะได้

$$\left. \frac{df}{dy} \right|_{y=y_i} \approx \frac{f(y_{i+1}) - f(y_{i-1}))}{2h}$$

$$\left. \frac{d^2 f}{dy^2} \right|_{y=y_i} \approx \frac{f(y_{i+1}) + f(y_{i-1}) - 2f(y_i)}{h^2}$$

สมการการผ่อนคลายพลังงานของอิเล็กตรอนให้อยู่ในรูปทั่วไปของแต่ละระดับพลังงานย่อย E_k
เมื่อ $k=1, 2, 3$ และ 4

$$Af_k(y_{i-n}) + Bf_k(y_{i-1}) + Cf_k(y_i) + Df_k(y_{i+1}) + Ef_k(y_{i+n}) + F = -P_0\delta(y_k - y_0) \quad (ข5)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} A &= N_0\Theta(y_i - 1), \quad B = \frac{\eta\Lambda_{ee}}{h^2} - \frac{\eta}{2h}, \\ C &= -\frac{2\eta\Lambda_{ee}}{h^2} + N_0 - (2N_0 + 1)f_k(y_{i+n}) - [(2N_0 + 1)f_k(y_{i-n}) + (N_0 + 1)]\Theta(y_i - 1) \\ &\quad - N_0 \left\{ \sum_{k \neq g} \xi_{kg} [f_g(y_i + \varpi_{kg} - n)\Theta(k - g) + f_g(y_i - \varpi_{kg} - n)\Theta(y_i - \varpi_{kg} - 1)\Theta(g - k)] \right\} \\ &\quad - (N_0 + 1) \left\{ \sum_{k \neq g} \xi_{kg} [f_g(y_i + \varpi_{kg} + n)\Theta(k - g) + f_g(y_i - \varpi_{kg} + n)\Theta(y_i - \varpi_{kg} + 1)\Theta(g - k)] \right\} \\ &\quad + N_0 \sum_{k \neq g} \xi_{kg} \left\{ [1 - f_g(y_i + \varpi_{kg} + n)]\Theta(k - g) + [1 - f_g(y_i - \varpi_{kg} + n)]\Theta(y_i - \varpi_{kg} + 1)\Theta(g - k) \right\} \\ &\quad + (N_0 + 1) \sum_{k \neq g} \xi_{kg} \left\{ [1 - f_g(y_i + \varpi_{kg} - n)]\Theta(k - g) + \right. \\ &\quad \left. [1 - f_g(y_i - \varpi_{kg} - n)]\Theta(y_i - \varpi_{kg} - 1)\Theta(g - k) \right\} \\ &\quad - \left[((2N_0 + 1)\xi_{LO-tunneling}|_i + \xi_{res-tunneling}) \cdot (\delta_{i,1} + \delta_{i,2}) + \xi_{thermalization}|_i \cdot (\delta_{i,3} + \delta_{i,4}) \right] \\ D &= \frac{\eta\Lambda_{ee}}{h^2} + \frac{\eta}{2h}, \quad E = (N_0 + 1) \quad \text{และ} \quad F = N_0 \left\{ \sum_{k \neq g} [f_g(y_i + \varpi_{kg} - n)\Theta(k - g) + \right. \\ &\quad \left. f_g(y_i - \varpi_{kg} - n)\Theta(y_i - \varpi_{kg} - 1)\Theta(g - k)] \right\} \\ &\quad + (N_0 + 1) \left\{ \sum_{k \neq g} \xi_{kg} [f_g(y_i + \varpi_{kg} + n)\Theta(k - g) + \right. \\ &\quad \left. f_g(y_i - \varpi_{kg} + n)\Theta(y_i - \varpi_{kg} + 1)\Theta(g - k)] \right\} \end{aligned}$$

เงื่อนไขขอบเขตของสมการการผ่อนคลายพลังงานของอิเล็กตรอนในระดับพลังงาน E_k คือ

$$1.) y_k = 0$$

$$\left(\frac{h}{\Lambda_{ee}} - 1 \right) f_k(y_{i=0}) + f_k(y_{i=1}) = 0$$

$$2.) y_4 = y_0$$

$$f_4(y_{i-1}) - 2f_4(y_i) + f_4(y_{i+1}) = -\frac{P_0 h}{\eta \Lambda_{ee}}$$

ข3. การอินทิเกรต (Integration)

จากสมการ (ข4) กำหนดให้

$$F(y) = \frac{f_3(y) - f_2\left(\frac{m_3^*}{m_2^*} y\right)}{\left[\frac{\hbar \Omega}{\hbar \omega_0} - \frac{\hbar \Omega_k(y)}{\hbar \omega_0} \right]^2 + \left[\frac{\hbar \gamma}{\hbar \omega_0} \right]^2} \quad (\text{ข6})$$

และ

$$I = \int_0^\infty F(y) dy$$

ทำการอินทิเกรตโดยกฎสี่เหลี่ยมคางหมูแบบหลายช่วง โดยเริ่มต้นจากการกำหนดช่วงจาก $y = a$ ถึง $y = b$ ในช่วงการอินทิเกรตแล้วทำการแบ่งช่วงจาก a ถึง b ออกเป็นช่วง n โดยแต่ละช่วงกว้าง h จะได้

$$h = \frac{b-a}{n} \quad (\text{ข7})$$

โดยตำแหน่งที่จุดปลายทั้งสองของแต่ละช่วง คือ

$$y_i = y_0 + ih; i = 0, 1, 2, \dots, n$$

แล้วทำการหาค่าการอินทิเกรตในช่วง $a \leq y \leq b$ จากนั้นแยกการอินทิเกรตออกเป็น n ช่วง โดยเริ่มต้นจาก $y_0 \leq y \leq y_1, y_1 \leq y \leq y_2$ ไปจนถึง $y_{n-1} \leq y \leq y_n$ ดังนั้น

$$I = \int_{y_0}^{y_1} F(y)dy + \int_{y_1}^{y_2} F(y)dy + \dots + \int_{y_{n-1}}^{y_n} F(y)dy \quad (ข8)$$

แทนค่าแต่ละช่วงของการอินทิเกรตด้วย h เพื่อหาผลลัพธ์ของค่าอินทิกรัลโดยประมาณ จาก $a=0$ ถึง $b=10$ จะได้

$$I = \frac{h}{2} \left(f(y_0) + f(y_n) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(y_i) \right) \quad (ข9)$$

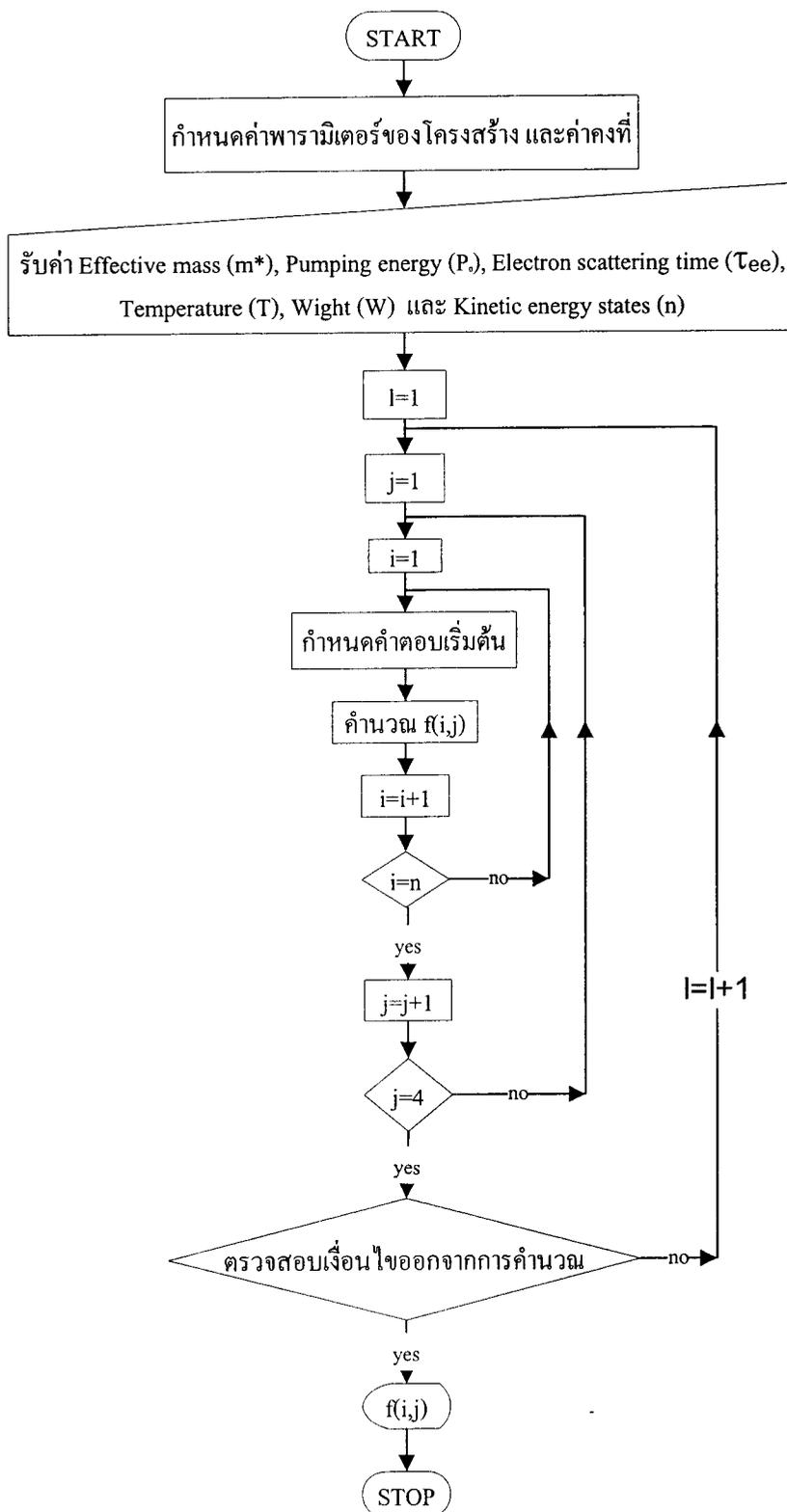
หลังจากนั้นนำค่าที่ได้จากสมการ (ข6) แทนลงในสมการ (ข4) ในช่วง $h\Omega$ ที่สนใจ

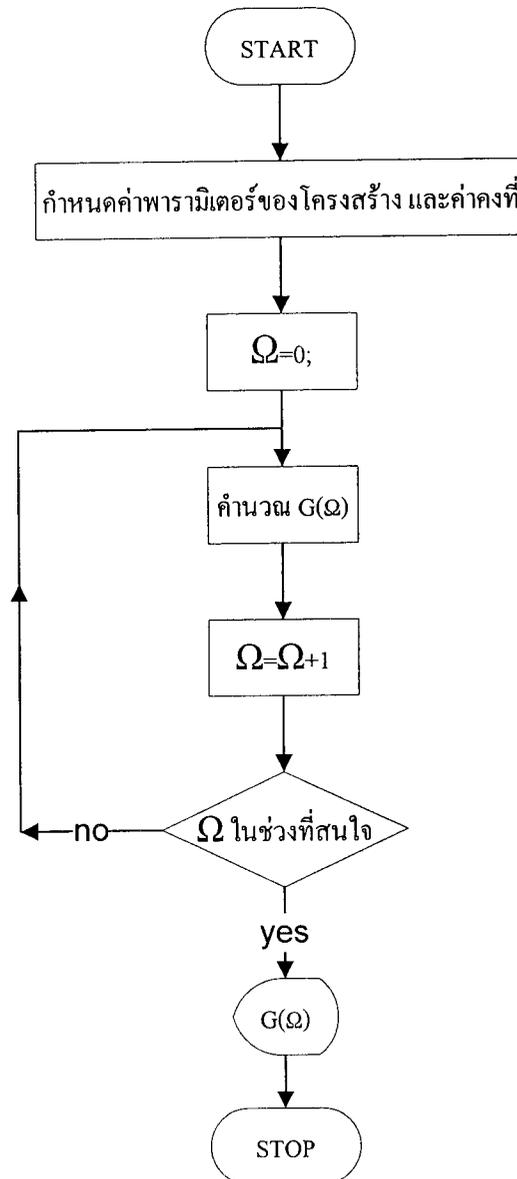
ภาคผนวก ค
แผนผังการทำงานของโปรแกรม

ค1 แผนผังการทำงานของโปรแกรม

ค1.1 แผนผังหลัก

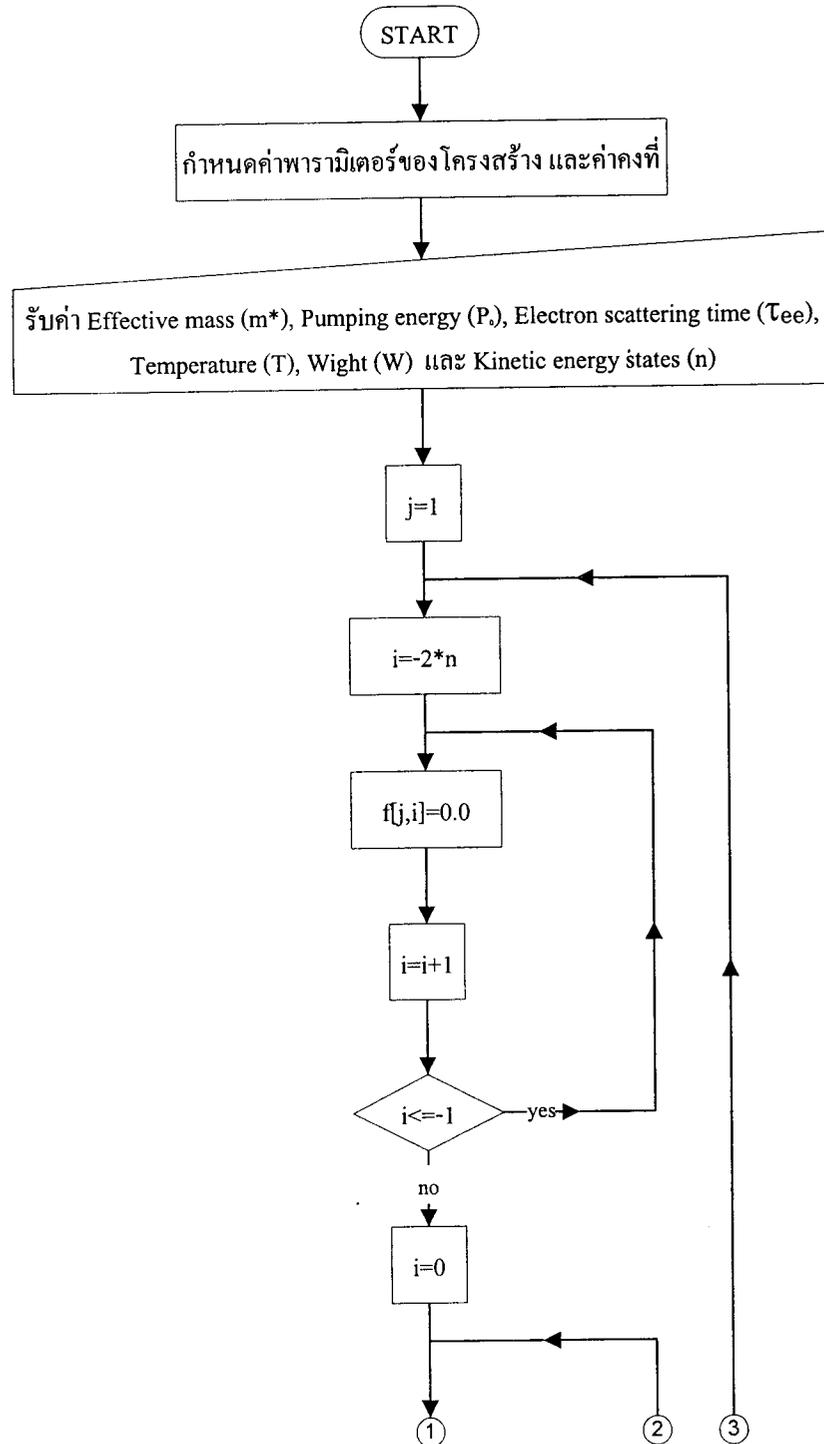
ค1.1.1 แสดงการหาค่าฟังก์ชันการแจกแจงพลังงานของอิเล็กตรอน



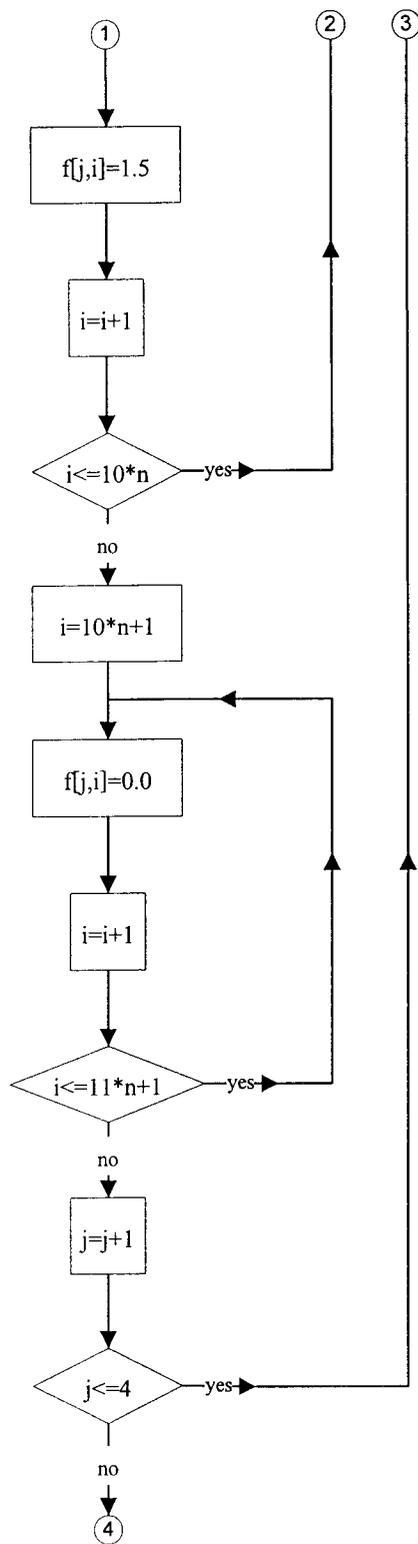
ค1.1.2 แสดงการหาค่าอัตราการเพิ่มพูนของแสง $G(\Omega)$ 

ค1.2 แผนผังย่อย

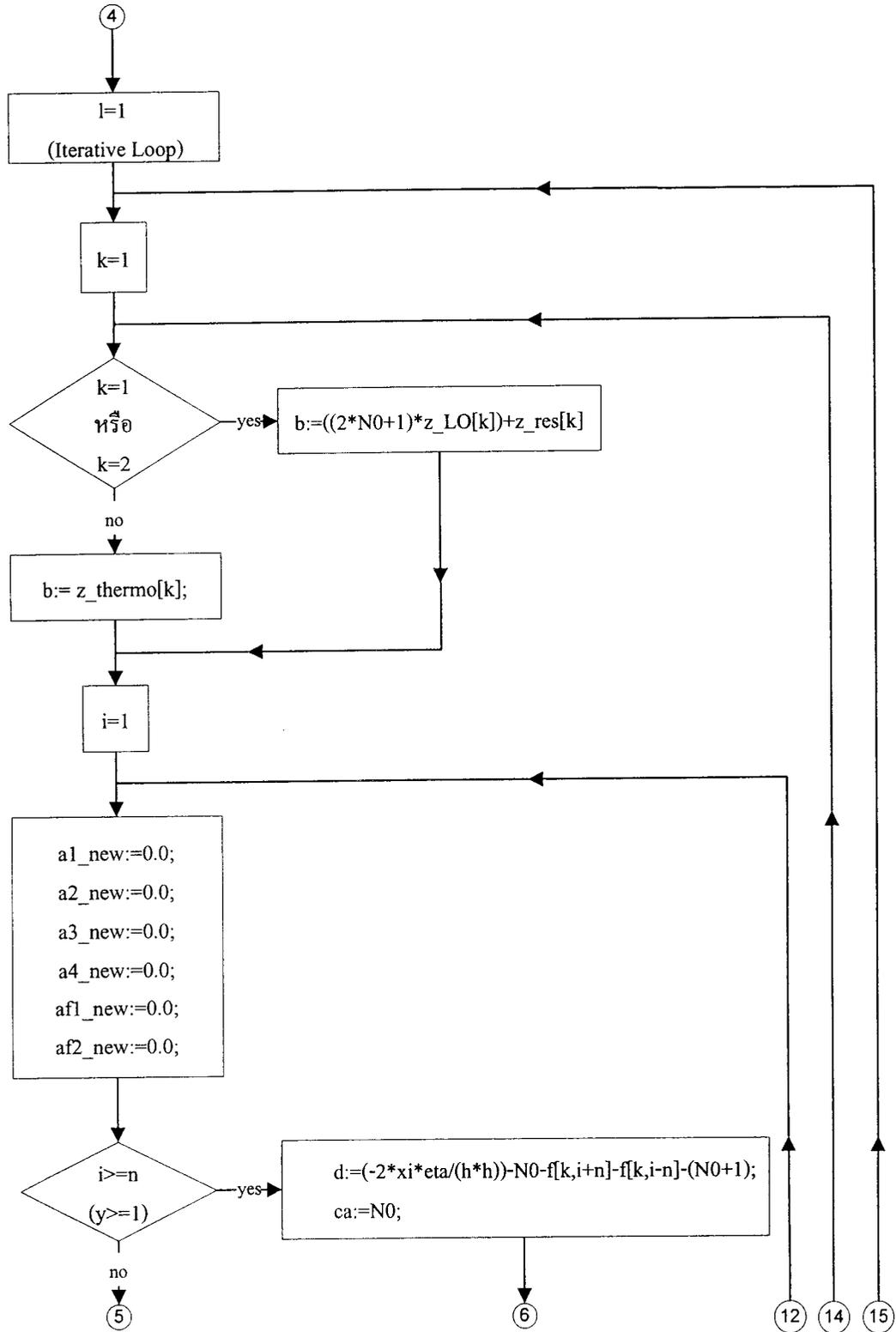
ค1.2.1 แสดงการหาค่าฟังก์ชันการแจกแจงพลังงานของอิเล็กตรอน f_1, f_2, f_3 และ f_4

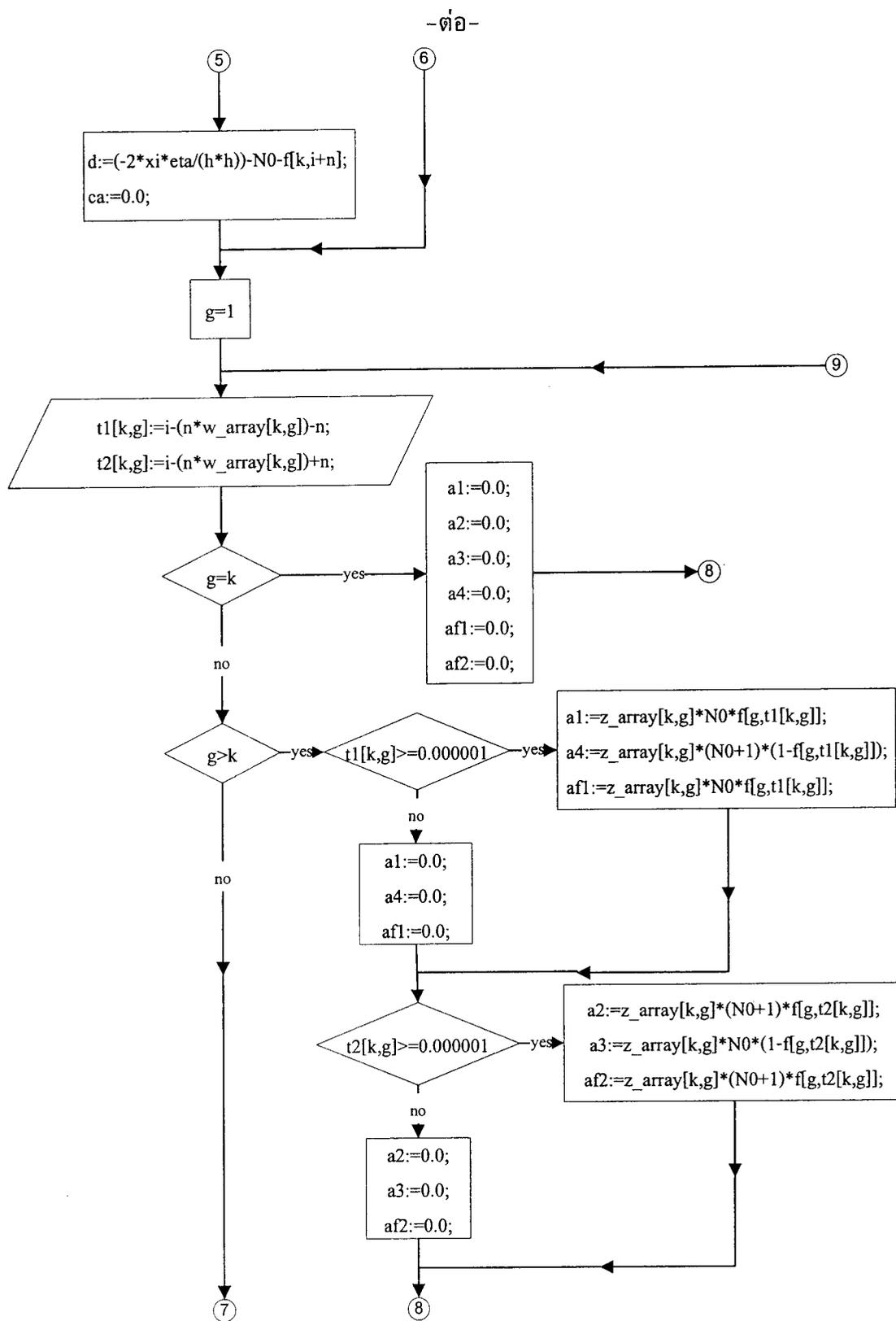


-ต่อ-

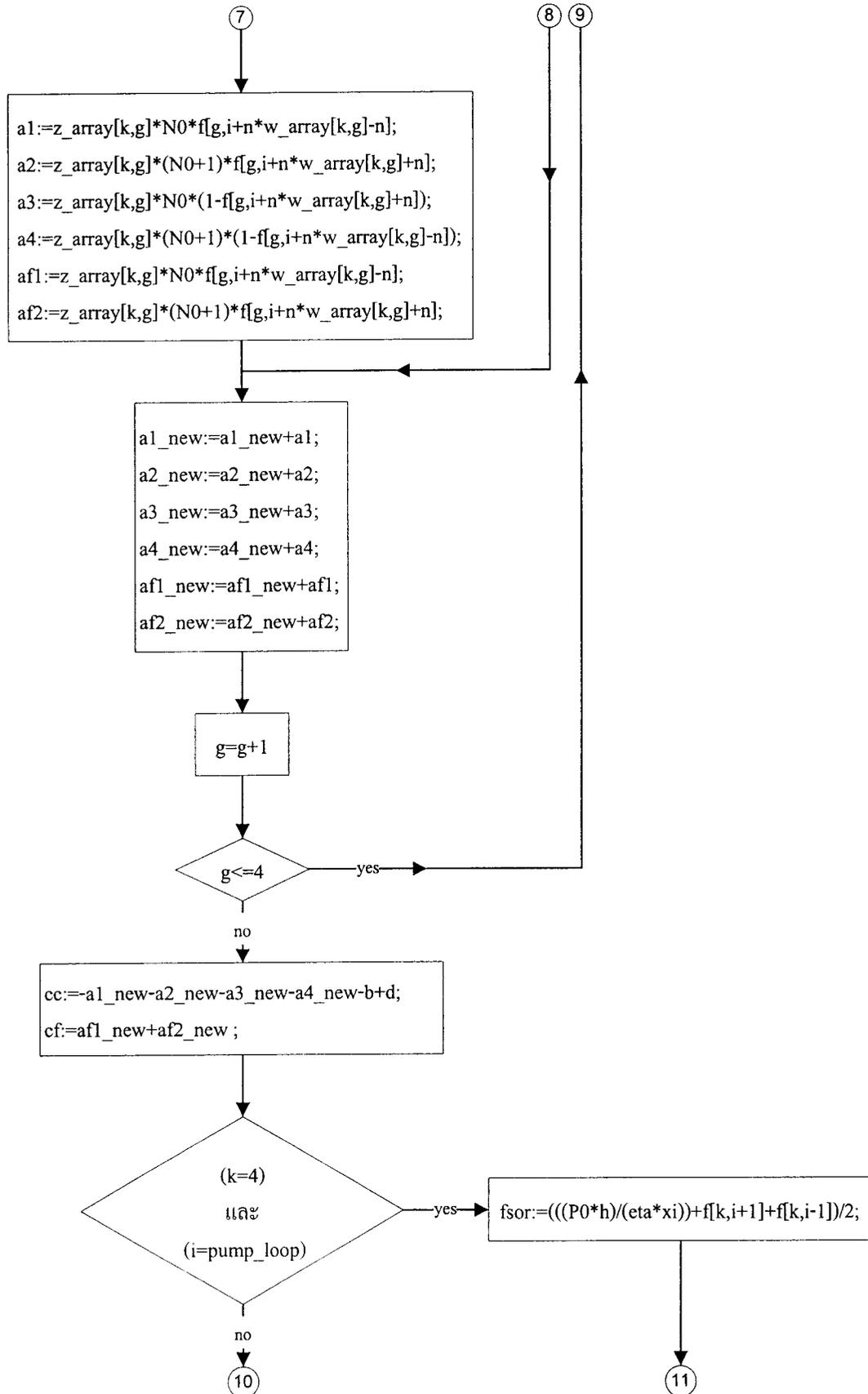


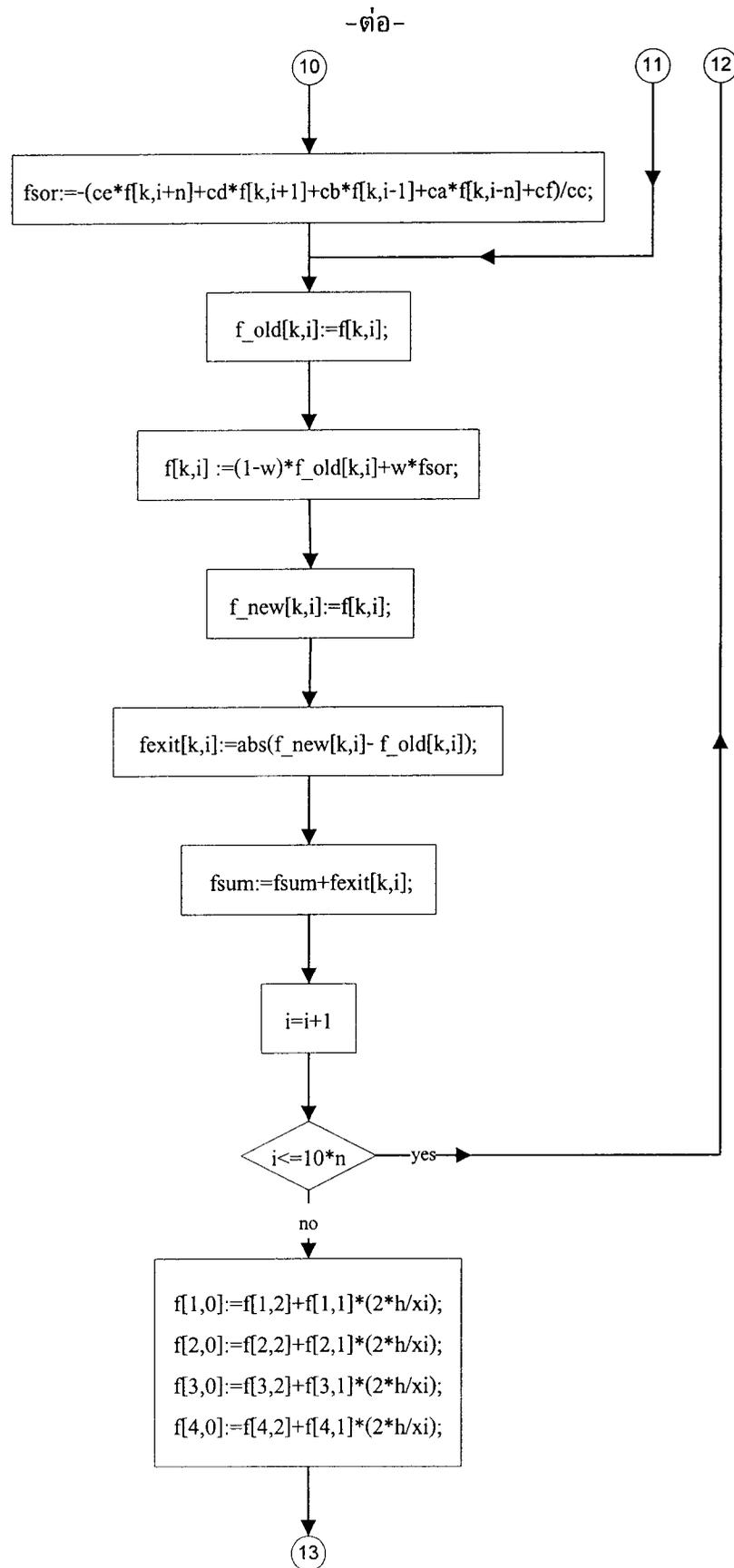
-ต่อ-

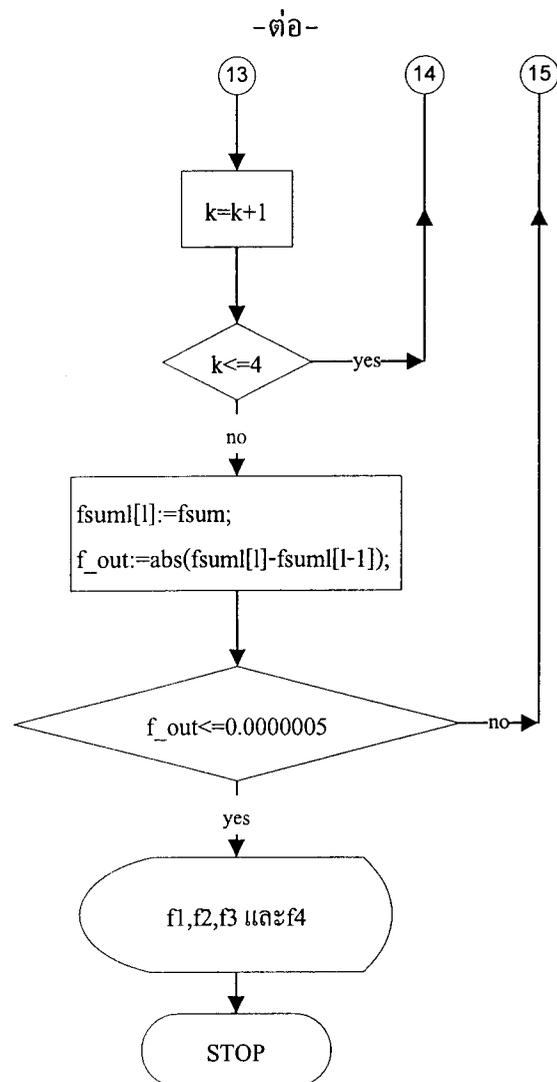




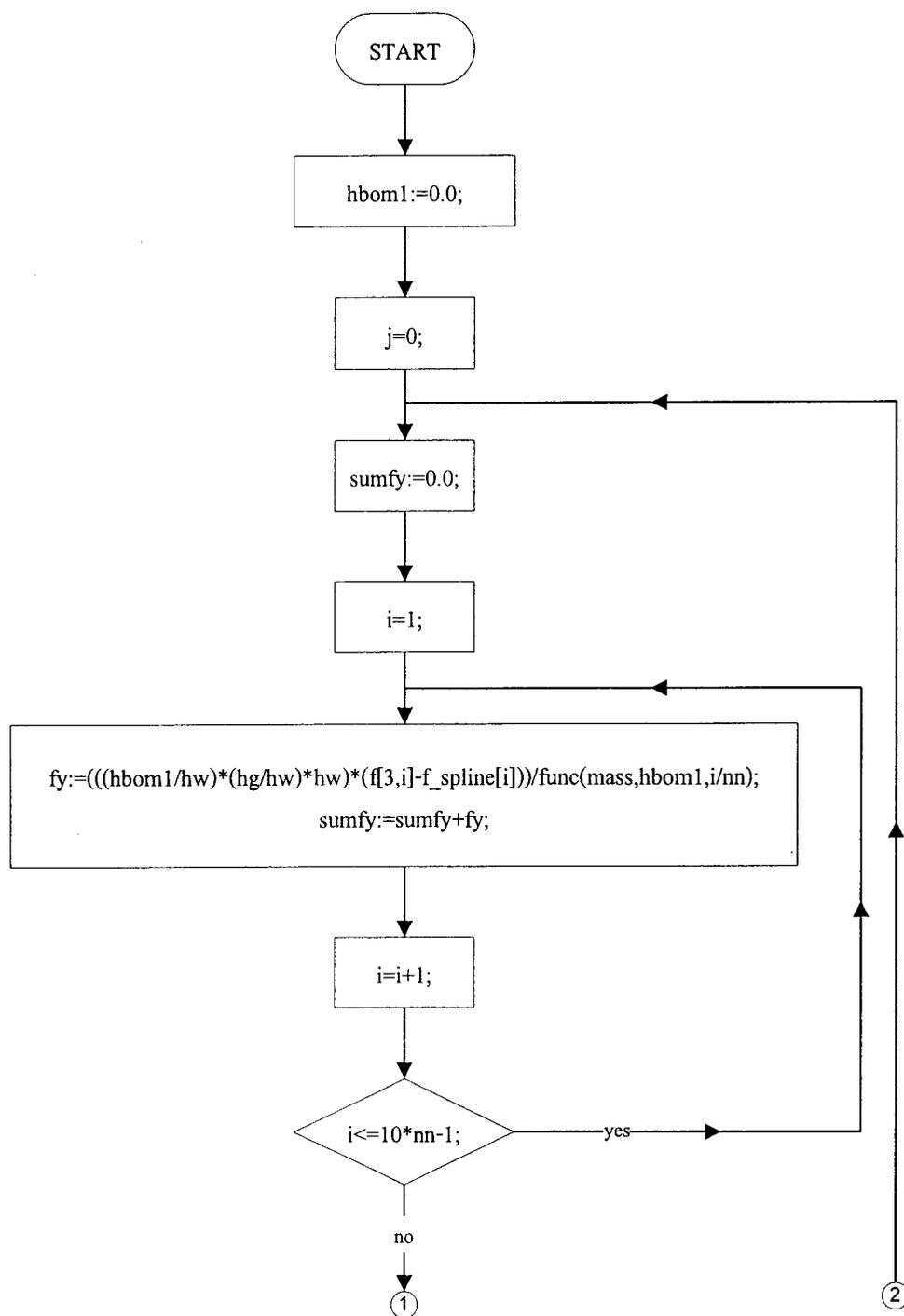
-ต่อ-

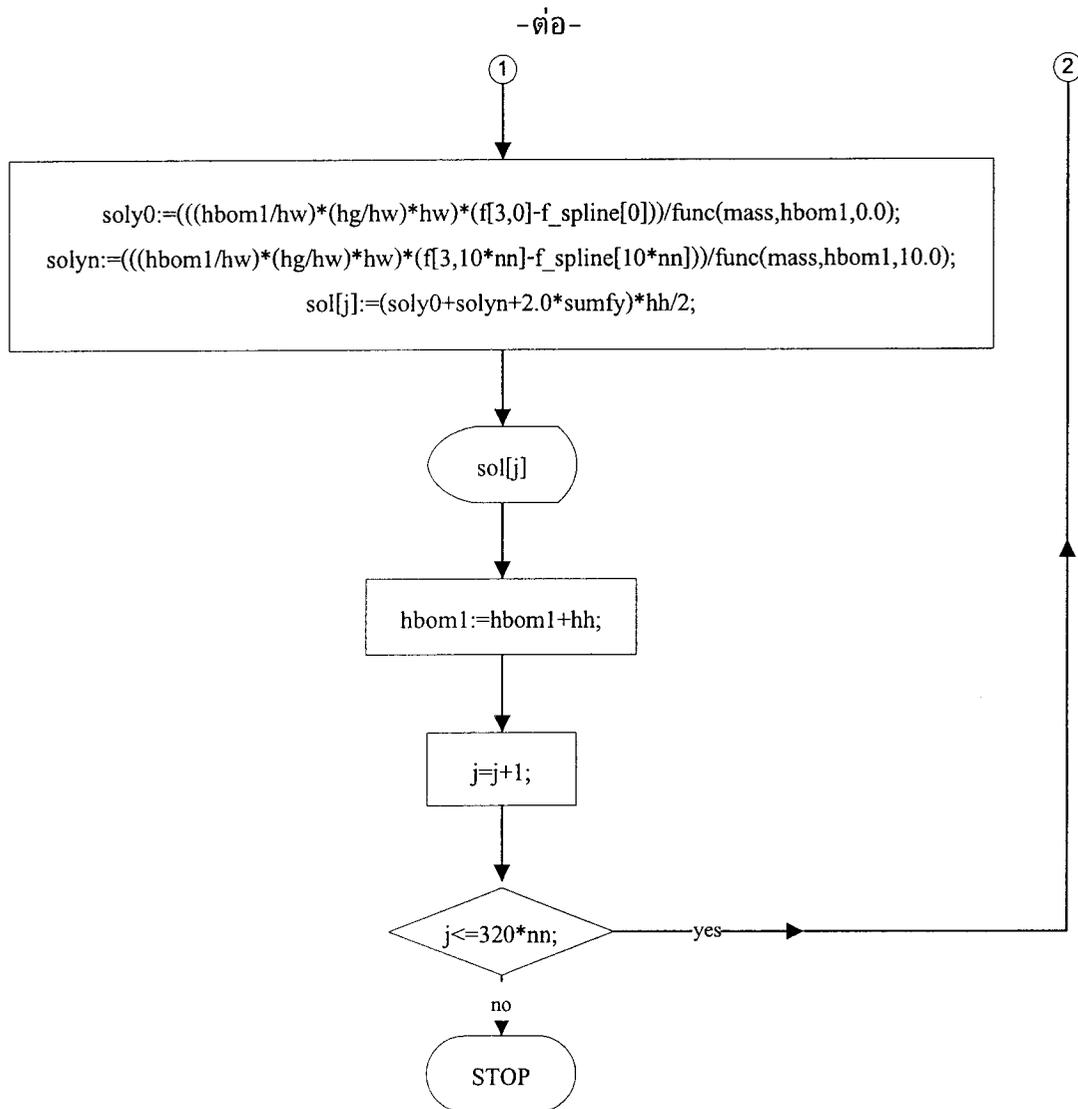






ค1.2.2 แผนผังแสดงการหาค่าอัตราการเพิ่มพูนของแสง





ภาคผนวก ง
ผลงานวิจัยที่นำเสนอต่อสาธารณชน

จลนศาสตร์การผ่อนคลายพลังงานของอิเล็กตรอนในแหล่งกำเนิดเลเซอร์แบบ 4 ระดับพลังงาน
KINETICS OF ELECTRON ENERGY RELAXATION IN A 4-LEVEL LASING SYSTEM

ปิยวงศ์ ภูปัญญา^{*}, สมพร ชันเงิน¹

Piyawong Poopanya, Somporn Khan-ngern

^{*}, ¹ Department of Physics, Faculty of Science, Khon Kaen University, Khon Kaen 40002, Thailand

E-mail: Lookdok@hotmail.com

บทคัดย่อ: ได้ทำการศึกษาการผ่อนคลายพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนในแหล่งกำเนิดเลเซอร์แบบ 4 ระดับพลังงานของโครงสร้างวัสดุสารกึ่งตัวนำ GaAs/Al_xGa_{1-x}As ที่ประกอบด้วยสามบ่อพลังงานศักย์ โดยการจำลองแบบเชิงทฤษฎีเพื่อหาฟังก์ชันการแจกแจงพลังงานของอิเล็กตรอน ณ สถานะคงตัว จากผลการคำนวณ พบว่า ณ อุณหภูมิเดียวกันฟังก์ชันการแจกแจงพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนมีลักษณะใกล้เคียงกับการแจกแจงแบบแมกเวลล์เลียน เมื่อความหนาแน่นของอิเล็กตรอนมีค่าสูงซึ่งน่าจะเป็นผลเนื่องจากอัตราการกระเจิงระหว่างอิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอนมีค่าสูง แต่ในกรณีที่มีความหนาแน่นของอิเล็กตรอนมีค่าต่ำ ฟังก์ชันการแจกแจงพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนจะเป็นแบบไม่สมดุลซึ่งเป็นผลเนื่องจากอัตราการกระเจิงระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนมีค่าสูงกว่าอัตราการกระเจิงระหว่างอิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอน และผลดังกล่าวจะชัดเจนยิ่งขึ้นเมื่ออุณหภูมิของระบบสูงขึ้น

Abstract: Kinetics of the electron energy relaxation in a triple quantum well structure of GaAs/Al_xGa_{1-x}As material system has been investigated. The structure is designed for a 4-level lasing operation. The electron distribution functions at steady state for various values of electron concentration at temperature 77 K and 300 K were calculated. The results show that the electron distributions for high electron concentration limits are similar to the Maxwellian distribution. This relevant result states that the electron-electron scattering processes are completely dominated. Additionally, for the low electron concentration limits, the electron distributions are strongly non-equilibrium due to the dominant of the electron-LO-phonon scattering processes, and this effect increases with increasing of the operating temperature.

Introduction: Nowadays the unipolar laser based on electronic intersubband transitions within the quantum wells in semiconductor low-dimensional structures, Quantum Cascade Laser (for instance), has attracted a great amount of interest. However, its efficiency is merely low due to non-radiative processes such as electron-LO-phonon scattering, electron-electron scattering and electron thermalization. As a result, to achieve a high efficiency one has to reduce the rates of these relevant non-radiative processes. In this work, a model kinetic energy relaxation of electrons in a 4-level lasing operation has been introduced to mainly investigate the effect of operating temperature and the electron concentration on the electron distribution functions.

Methodology: Kinetics of the electron energy relaxation in a triple quantum well (TQW) structure of GaAs/Al_xGa_{1-x}As material system which was designed for a 4-level lasing operation as schematically shown in figure 1 was solved at the steady state lasing operation. The model takes into accounts various types of non-radiative mechanisms and is mathematically described by equation (1). Yet, this equation is rather complicate and difficult to solve by any analytical methods. As a result, the finite difference using the successive over-relaxation method is employed.

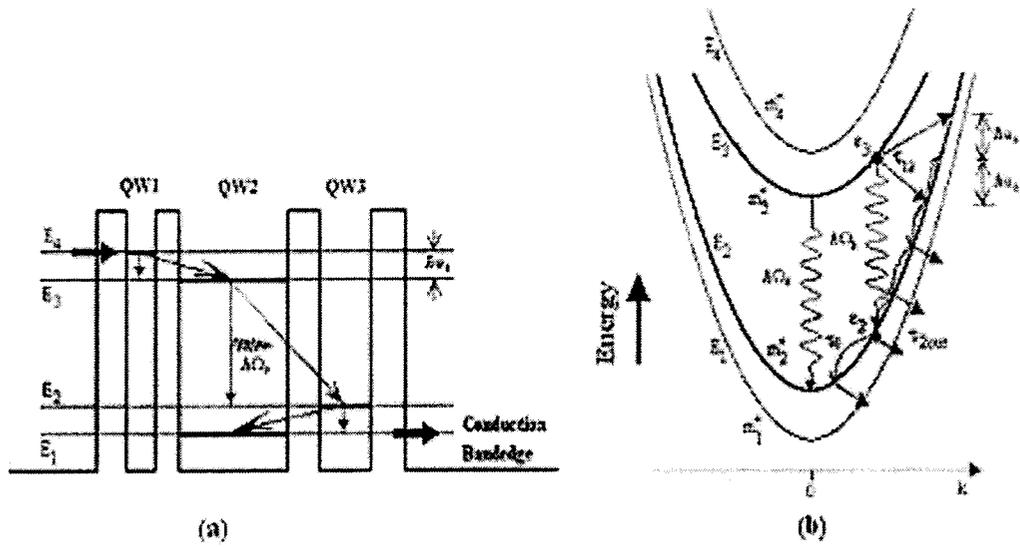


Figure 1. (a) Schematic diagram of the conduction band edge of a TQW structure and kinetics of the electron scattering. (b) The subband diagram presenting the radiative intersubband transitions in the QW2 and also shown the nonradiative inter- and intra-subband transitions by emission or absorption of LO phonons.

$$\frac{\partial f_i(\varepsilon_i)}{\partial t} = S_{LO}(\varepsilon_i) + C_{ee}(\varepsilon_i) + R_i(\varepsilon_i) + G_i(\varepsilon_i) = 0 \quad (1)$$

$$\text{The in-plane kinetic energy: } \varepsilon_i(k) = E_i(k) + E_i(0) = \frac{\hbar^2 k^2}{m_i^*} \quad (2)$$

where $i = 1, 2, 3$ and 4 refer to the subbands E_1, E_2, E_3 and E_4 , respectively. $f_i(\varepsilon_i)$ is kinetic energy distribution of the electrons, corresponding to the occupation probability of kinetic energy state ε_i of electrons in subband E_i . $S_{LO}(\varepsilon_i)$ is the electron-LO-phonon scattering. $C_{ee}(\varepsilon_i)$ is the electron-electron scattering. $R_i(\varepsilon_i)$ is the electron escape from the subband. $G_i(\varepsilon_i)$ is the electron generation process; in this work only the photoelectrons with definite wave vector k are allowed to be pumped into the E_4 subband.

$$\left. \begin{aligned}
S_{LO}(\varepsilon_i) = & + S_{ii}(\varepsilon'_i \rightarrow \varepsilon_i)_{\text{absorption}} + S_{ii}(\varepsilon'_i \rightarrow \varepsilon_i)_{\text{emission}} \\
& - S_{ii}(\varepsilon_i \rightarrow \varepsilon'_i)_{\text{absorption}} - S_{ii}(\varepsilon_i \rightarrow \varepsilon'_i)_{\text{emission}} \\
& + S_{ij}(\varepsilon'_j \rightarrow \varepsilon_i)_{\text{absorption}} + S_{ij}(\varepsilon'_j \rightarrow \varepsilon_i)_{\text{emission}} \\
& - S_{ji}(\varepsilon_i \rightarrow \varepsilon'_j)_{\text{absorption}} - S_{ji}(\varepsilon_i \rightarrow \varepsilon'_j)_{\text{emission}}
\end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$C_{ee}(\varepsilon_i) = \frac{\hbar\omega_0}{\tau_{ee}} \left[\frac{d}{d\varepsilon_i} + k_B T_e \frac{d^2}{d\varepsilon_i^2} \right] \cdot f_i(\varepsilon_i) \quad (4)$$

$$R_i(\varepsilon_i) = -\frac{f_i(\varepsilon_i)}{\tau_{\text{out}}} \quad (5)$$

$$G_4(\varepsilon_4) = -\frac{G_0}{\rho_4} \delta(\varepsilon_4 - \varepsilon_0) \quad (6)$$

where τ_{ee} is the e-e scattering time, τ_{out} is the electron escape time from the subband E_i due to various types of scattering mechanisms, G_0 is the number of electrons of kinetic energy ε_0 and $\rho_4(\varepsilon_4) = \frac{m_4^*}{\pi\hbar^2}$ is the 2D density of states in the subband E_4 . In this work, it is assumed that $G_i(\varepsilon_i) = 0$ for $i=1,2,3$.

The subband distribution function can be obtained at various values of η ($\eta = \frac{\tau_0}{\tau_{ee}}$; τ_0 is the intrasubband relaxation time due to a spontaneous LO-phonon emission) at temperature 77 and 300 K.

Results, Discussion and Conclusions: After the electrons were pumped into the E_4 subband, they are possible to transition down to E_1 , E_2 and E_3 by absorption and emission of LO phonons. Then, these electrons have kinetic energies:

$\varepsilon_1 = \hbar\Omega_0 + 2\hbar\omega_0 + \varepsilon_4 \pm \hbar\omega_0$, $\varepsilon_2 = \hbar\Omega_0 + \hbar\omega_0 + \varepsilon_4 \pm \hbar\omega_0$, and $\varepsilon_3 = \hbar\omega_0 + \varepsilon_4 \pm \hbar\omega_0$ respectively. As a result, most of them scattered down to lower kinetic energy states due to intra-subband LO-phonon scattering.

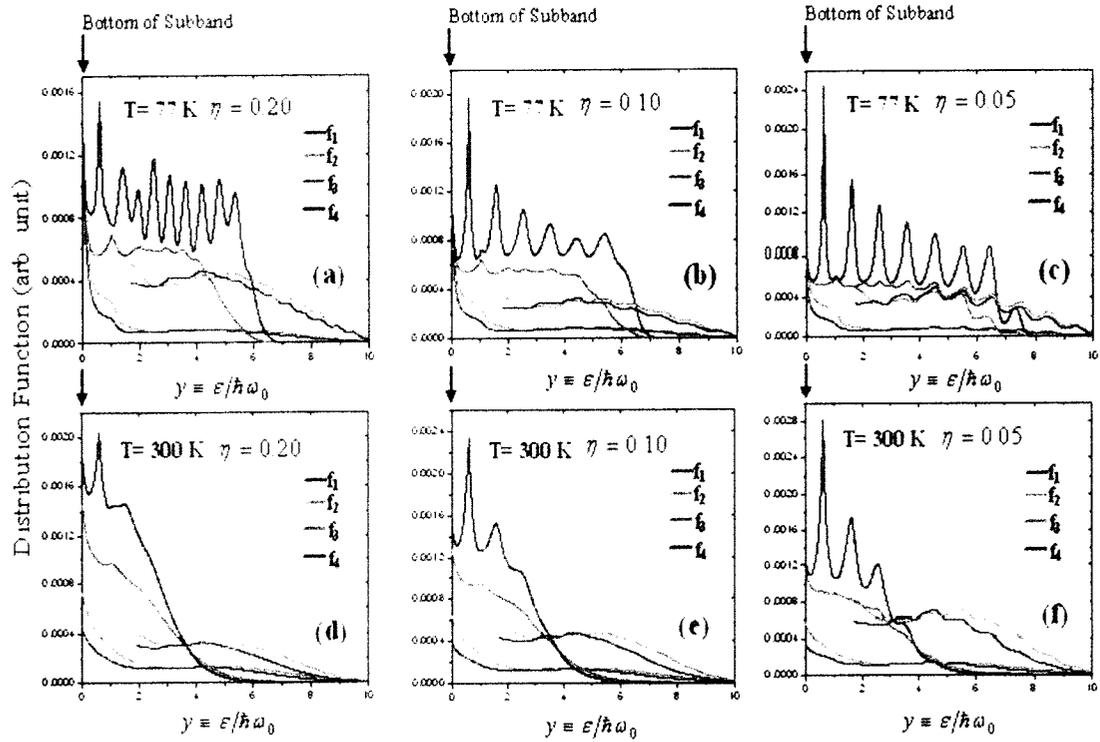


Figure 2. Subband distribution functions for a monochromatic $P_4(y) = P_0\delta(y-0.6)$ into the upper subband E_4 : $\tau_0 = 0.1 ps$, $\hbar\Omega_0 = 155 meV$ and $m_1^* = m_2^* = m_3^* = m_4^*$

Figure 2. shows that the subband distribution functions become close to Maxwellian distribution if the electron concentration increases ($\eta=0.05, 0.10$ and 0.20 or $1.92 \times 10^{10} cm^{-2}$, $3.84 \times 10^{10} cm^{-2}$ and $7.68 \times 10^{10} cm^{-2}$ respectively). This result states that the electron-electron scattering processes are completely dominated. When the electron concentration decreases the subband distribution functions are strongly non-equilibrium and deviate far from Maxwellian. This result states that the electron-electron scattering processes are completely dominated. Additionally, for the low electron concentration limits, the electron distributions are strongly non-equilibrium due to the dominant of the electron-LO-phonon scattering processes, and this effect increases with the increasing of operating temperature.

References:

- (1) Khan-ngern S. (2001) *Ph.D. Thesis in Physics*, Sheffield, University of Sheffield.
- (2) Sa'ar A. and Lavon Y. (1997) *Superlattices and Microstructures*, **21**, 517- 525.
- (3) Esipov S.E. and Levinson Y.B. (1987) *Advances in Physics*, **36**, 331-383.

Keywords: Electron relaxation, Distribution function, Subband transitions.