

## บทที่ 2

### วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง กิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนอนุบาลโกรกพระ จังหวัดนครสวรรค์ ผู้วิจัยขอเสนอวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับ โครงการงานคณิตศาสตร์
  - 1.1 ความหมายของ โครงการงานคณิตศาสตร์
  - 1.2 จุดมุ่งหมายของการทำโครงการงานคณิตศาสตร์
  - 1.3 หลักการของโครงการงานคณิตศาสตร์
  - 1.4 ประเภทของโครงการงานคณิตศาสตร์
  - 1.5 ขั้นตอนการทำโครงการงานคณิตศาสตร์
  - 1.6 การประเมินโครงการงานคณิตศาสตร์
2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมโครงการงานคณิตศาสตร์
  - 2.1 ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยการสร้างสรรค์ชิ้นงาน
  - 2.2 การเรียนแบบร่วมมือ
  - 2.3 การเรียนแบบเป็นกลุ่ม
  - 2.4 การจัดการเรียนการสอนแบบซิปปา (CIPPA MODEL)
  - 2.5 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์
  - 2.6 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์
  - 2.7 การเรียนแบบแก้ปัญหของ โพลยา
3. การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
  - 3.1 ความหมายของการเชื่อมโยง
  - 3.2 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง
  - 3.3 มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 3.4 องค์ประกอบที่ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 3.5 การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 3.6 ลักษณะของการเชื่อมโยงในรูปแบบต่าง ๆ
  - 3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

4. การจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์

## 1. แนวคิดเกี่ยวกับโครงการคณิตศาสตร์

### 1.1 ความหมายของโครงการคณิตศาสตร์

โครงการคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ประเภทหนึ่งที่น่าสนใจ ลักษณะของกิจกรรมจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้นำกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ไปใช้ในการแสวงหาความรู้แก้ปัญหาหรือประดิษฐ์คิดค้นด้วยตนเองซึ่งนักการศึกษาได้ให้ความหมายของโครงการคณิตศาสตร์ไว้ต่าง ๆ ดังนี้

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ (2543: 56) ได้ให้ความหมายของโครงการคณิตศาสตร์ไว้ว่า โครงการคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมหนึ่งที่ส่งเสริมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนสามารถคิดทำได้อย่างอิสระในเรื่องที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยอาจเป็นโครงการที่เนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์โดยตรง หรือเป็นโครงการที่สามารถประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ เช่น ในชีวิตประจำวัน คณิตศาสตร์กับสิ่งแวดล้อม คณิตศาสตร์กับความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี และอื่น ๆ โครงการนี้จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดอย่างอิสระ และช่วยพัฒนาความเชื่อมั่นในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ เป็นการส่งเสริมให้ผู้ทำโครงการได้คิดอย่างอิสระมีการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

การทำโครงการอาจจะทำเป็นงานเดี่ยวหรืองานกลุ่มก็ได้ การทำเป็นกลุ่มละสามหรือสี่คน จะต้องวางแผนร่วมกันก่อนที่จะลงมือทำโครงการ นักเรียนจะต้องรู้วิธีการทำงานโดยใช้กระบวนการกลุ่ม ที่มีการตั้งจุดประสงค์ร่วมกัน วางแผนร่วมกัน ดำเนินงานและรับผิดชอบร่วมกัน ตลอดจนประเมินผลร่วมกัน

ยุพิน พิพิธกุล และคณะ (2542:1) ได้สรุปความหมายของโครงการคณิตศาสตร์ว่าเป็นงานที่ผู้ทำได้คิดอย่างอิสระ ในประเด็นที่ตนสนใจและถนัด โดยอาศัยความรู้ หลักการ แนวคิด หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับประเด็นที่จะศึกษาและค้นคว้าให้ชัดเจนและลึกซึ้งขึ้น เพื่อจะบรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ เช่น โครงการที่สามารถประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตจริง คณิตศาสตร์กับสิ่งแวดล้อม คณิตศาสตร์กับความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี โครงการจะช่วยให้นักเรียน ได้พัฒนาความคิดอย่างอิสระ และช่วยพัฒนาความเชื่อมั่นในการนำคณิตศาสตร์ ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ การทำกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ไม่ใช่เป็นการเพิ่มเนื้อหา

ให้นักเรียน แต่จะเป็นการฝึกปฏิบัติงานที่ให้นักเรียนหาข้อสงสัย ปล่อยให้ตั้ง สมมติฐาน รวบรวม ข้อมูล หาข้อสรุปและตรวจสอบสมมติฐานด้วยตนเอง แล้วเผยแพร่ข้อค้นพบเหล่านั้นด้วยตนเอง การทำโครงการเป็นการส่งเสริมให้ผู้ทำโครงการได้คิดอย่างอิสระ มีการพัฒนาทั้งทางด้านทักษะ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การทำโครงการคณิตศาสตร์ อาจจะทำเป็นงานเดี่ยวหรืองานกลุ่ม ก็ได้ ในกรณีงานกลุ่ม อาจจัดกลุ่มละ 3 – 5 คน จะต้องวางแผนร่วมกันก่อนลงมือทำโครงการ ผู้เรียน จะต้องรู้วิธีการทำงาน โดยใช้กระบวนการกลุ่มที่มีการตั้งจุดประสงค์ร่วมกัน วางแผนร่วมกัน ดำเนินงานและรับผิดชอบร่วมกัน ตลอดจนประเมินผลร่วมกัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 153) ได้ให้ความหมายของโครงการคณิตศาสตร์ว่า เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ สืบเสาะหาความรู้ ลงมือปฏิบัติและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้อย่างดีตามประเด็นที่สนใจด้วยการเชื่อมโยงทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ความรู้ความสามารถและประสบการณ์เดิมกับประเด็นที่ต้องการศึกษา ทั้งนี้การทำโครงการคณิตศาสตร์อาจจะมีลักษณะเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล โดยมี อาจารย์หรือผู้รู้ทำหน้าที่ให้คำปรึกษา

สุชาติ วงศ์สุวรรณ (2542: 6-7) กล่าวว่า โครงการคณิตศาสตร์เป็นการจัดการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติจริง เพื่อหาคำตอบเมื่อเกิด ปัญหาหรือเกิดความสงสัยในเรื่องใด เรื่องหนึ่ง ในลักษณะของการศึกษา ค้นคว้าทดลองประดิษฐ์ คิดค้น ที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยมีครูเป็นผู้คอยกระตุ้นแนะนำและให้คำปรึกษาอย่างใกล้ชิด

สุวรรณ กาญจนมยุร (2544: 5) กล่าวว่า โครงการคณิตศาสตร์ เป็นงานที่เกิดจากการ ศึกษา ค้นคว้า วิจัย เกี่ยวกับองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หรือเป็นงานที่เกิดจากการนำความรู้ ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เป็นเครื่องมือการเรียนรู้ของสาขาวิชาการอื่น หรือใช้เป็นเทคนิค ในการแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละคนแต่ละกลุ่ม ได้ศึกษา ค้นคว้า วิจัย หาความรู้โดยการลงมือปฏิบัติ จริงด้วยตนเอง ตามความรู้ความสามารถและความสนใจในปัญหาหรือข้อสงสัยที่ตนเองอยากรู้ อยากรู้ เข้าใจ ได้คำตอบที่ถูกต้องและชัดเจนภายใต้การแนะนำดูแลของครูหรือผู้เชี่ยวชาญที่เป็น ที่ปรึกษา ที่คอยช่วยเหลือ ตรวจสอบความ ถูกต้องขององค์ความรู้ที่นักเรียนแต่ละคนหรือแต่ละ กลุ่มค้นพบ

จากความหมายของโครงการคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า หมายถึง งานที่เกิดจากการศึกษาค้นคว้า ที่นักเรียนคิดและทำอย่างอิสระในประเด็นที่ครูกำหนดและที่ตนเอง สนใจ อยากรู้ อยากรู้ เข้าใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและชัดเจน เกี่ยวกับองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หรือการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้หรือเชื่อมโยงกับกลุ่มสาระอื่นเพื่อนำไปใช้ในชีวิต จริง โดยใช้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการทางวิทยาศาสตร์

ภายใต้การแนะนำดูแลของอาจารย์ที่ปรึกษา และ/หรือผู้ทรงคุณวุฒิจนบรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ การทำโครงการงานคณิตศาสตร์อาจจะเป็นงานเดี่ยวหรืองานกลุ่มก็ได้

## 1.2 จุดมุ่งหมายของการทำโครงการงานคณิตศาสตร์

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ (2541 : 5-6) ได้กล่าวถึง จุดมุ่งหมายในการทำโครงการงานคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสนใจ ตระหนักและเห็นคุณค่า ประโยชน์และเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
2. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้ศึกษาค้นคว้าหรือวิจัยทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์
3. เพื่อพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการใช้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน
4. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ๆ
5. เพื่อให้ผู้เรียนมีวิสัยทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ และให้จักใช้เวลาว่างให้เกิดประโยชน์
6. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้แสดงออกในความสามารถทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งได้นำเสนอและเผยแพร่ผลงานของตน
7. เพื่อให้ผู้เรียน ได้แสดงความรู้ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การเชื่อมโยงความรู้ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
8. เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีความรับผิดชอบและสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2542 : 5) กล่าวไว้ว่าการทำโครงการงานคณิตศาสตร์มีจุดมุ่งหมาย ดังนี้

1. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสนใจ ตระหนักและเห็นคุณค่าประโยชน์ และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
2. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้ศึกษาค้นคว้าหรือวิจัยทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์
3. เพื่อพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการนำทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน

4. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการ  
ออกแบบสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ๆ

5. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้แสดงออกถึงความสามารถทางคณิตศาสตร์  
พร้อมทั้งได้นำเสนอ และเผยแพร่ผลงานของตน

6. เพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ความสามารถ  
ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ การสื่อสาร  
สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

7. เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีความรับผิดชอบและสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้  
อย่างมีประสิทธิภาพ

การทำโครงการคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้  
สืบเสาะหาความรู้ ลงมือปฏิบัติและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้อย่างดีตามประเด็นที่สนใจ  
ด้วยการเชื่อมโยงทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ความรู้ความสามารถ และประสบการณ์เดิม กับประเด็น  
ที่ต้องการศึกษา ทั้งนี้การทำโครงการคณิตศาสตร์อาจมีลักษณะเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล โดยมี  
อาจารย์หรือผู้รู้ทำหน้าที่ให้คำปรึกษา การทำโครงการคณิตศาสตร์ มีจุดมุ่งหมายดังนี้ (สถาบัน  
ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2546:152)

1. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ได้อย่าง  
กว้างขวาง

2. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะกระบวนการ และความสามารถทาง  
คณิตศาสตร์

3. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ศึกษา ค้นคว้า หรือทำวิจัยทางคณิตศาสตร์ และ  
เพิ่มพูนความรู้ตามความถนัดและความสนใจ

4. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีทักษะการสื่อสารที่นำมาใช้ในการเผยแพร่  
ผลงานของตนเอง

5. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความรับผิดชอบและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

6. เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนตระหนักถึงคุณค่าและประโยชน์ของคณิตศาสตร์และ  
มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

กล่าวโดยสรุป การทำโครงการคณิตศาสตร์มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้ให้นักเรียน  
ผู้ทำโครงการคณิตศาสตร์ได้พัฒนาความสามารถในการใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ และ  
กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา ได้ศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง ได้แสดงออกซึ่ง

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้รู้จักใช้เวลาว่างให้เป็นประโยชน์ รวมทั้งได้รู้จักการทำงานร่วมกับบุคคลอื่นๆ อีกด้วย

### 1.3 หลักการของโครงการงานคณิตศาสตร์

ชัยศักดิ์ ลีลาจารัทกุล (2542 : 6) สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2542 : 5) ได้ ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับหลักการของกิจกรรม โครงการงานคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. เป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนสนใจที่จะหาคำตอบ ในข้อสงสัย หรือแก้ปัญหา โดยอาศัยพื้นฐานความรู้ประสบการณ์เดิมจากวิชาคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงกับวิชาอื่นๆ ได้ด้วยตนเอง
2. เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ลุ่มลึก การแสวงหาความรู้ประสบการณ์จากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย และความเป็นจริงตามธรรมชาติ
3. เป็นการเรียนรู้ที่มีกระบวนการ มีระบบ ปฏิบัติเป็นขั้นตอน และแก้ปัญหาโดยใช้ กระบวนการทางวิทยาศาสตร์
4. เป็นการบูรณาการการเรียนรู้ มีความสอดคล้องกับชีวิตจริงนักเรียนใช้ความสามารถหลายด้าน
5. ผู้เรียนสามารถสรุปผลและเลือกรูปแบบนำเสนอผลงานด้วยตนเอง
6. ผู้เรียนสามารถนำทักษะที่ได้รับไปใช้กับสถานการณ์อื่นๆ ได้
7. ข้อค้นพบ สิ่งค้นพบ สามารถนำไปอ้างอิงเพิ่มเติมกฎ ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ หรือ เป็นทฤษฎีใหม่ทางคณิตศาสตร์ หรือสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

สมหวัง บุญสิทธิ์ (2543 : 4) กล่าวไว้ว่า โครงการงานคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ทักษะทางภาษา มาช่วยในการแสวงหาความรู้ ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับการทำ การวิจัย โครงการงานต้องเกิดจากความสนใจ สงสัย ต้องการปฏิบัติหาคำตอบด้วยตนเอง จากนั้นจึงประยุกต์และบูรณาการองค์ความรู้ในหลายๆ วิชา สร้างสรรค์ เป็นผลงานที่ภาคภูมิใจ

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2542: 3, 26) ได้ให้หลักการของโครงการ ภายใต้อัตลักษณ์การจัดการเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง และสอดคล้องกับสภาพจริงในท้องถิ่น กล่าวคือ

1. โครงการงานต้องเกิดจากความสนใจใฝ่รู้ของผู้เรียน
2. ผู้เรียนได้เลือกเรื่อง/ ประเด็น/ ปัญหาที่ต้องการจะศึกษา ต้องละเอียดชัดเจน
3. ผู้เรียนเลือกและหาวิธีการ ตลอดจนแหล่งของข้อมูลที่หลากหลาย แสวงหาความรู้อย่างเป็นระบบแล้วลงมือปฏิบัติ(เรียนรู้) ด้วยตนเอง โดยบูรณาการทักษะ / ประสบการณ์ / ความรู้ / สิ่งแวดล้อมรอบตัว ตามสภาพจริง

4. เป็นการบูรณาการการเรียนรู้ มีความสอดคล้องกับชีวิตจริงนักเรียนใช้

ความสามารถหลายด้าน

5. ผู้เรียนได้ใช้ความรู้ความสามารถหลายด้าน และได้ศึกษาอย่างลึกซึ้ง
6. ผู้เรียนเป็นผู้สรุปผลและสร้างองค์ความรู้กับผู้อื่น และได้นำความรู้ไปใช้จริง
7. ผู้เรียนนำเสนอผลการเรียนรู้ด้วยรูปแบบของตนเอง

หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2542:4)

สรุปหลักการที่สำคัญของโครงการ ไว้ดังนี้

1. เป็นเรื่องที่น่าสนใจ สนใจ สงสัย ต้องการหาคำตอบ
2. เป็นการเรียนรู้ที่มีกระบวนการ มีระบบ ครอบคลุมการ
3. เป็นการบูรณาการการเรียนรู้ มีความสอดคล้องกับชีวิตจริง
4. นักเรียนใช้ความสามารถหลายด้าน
5. มีการศึกษาอย่างลุ่มลึก ด้วยวิธีการและแหล่งข้อมูลที่หลากหลาย
6. เป็นการแสวงหาความรู้และสรุปความรู้ด้วยตนเอง
7. มีการนำเสนอโครงการด้วยวิธีการที่เหมาะสม ในด้านกระบวนการและผลงาน

ที่ค้นพบ

8. ข้อค้นพบ สิ่งที่ค้นพบ สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

จากที่นำเสนอ นั้นสรุปได้ว่า หลักการที่สำคัญของ โครงการคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. เป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนสนใจที่จะหาคำตอบ ในข้อสงสัย หรือแก้ปัญหา โดยอาศัยพื้นฐานความรู้ประสบการณ์เดิมจากวิชาคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ ได้ด้วยตนเอง
2. เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ลุ่มลึก การแสวงหาความรู้ ประสบการณ์ จากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย และความเป็นจริงตามธรรมชาติ
3. เป็นการเรียนรู้ที่เกิดจากประสบการณ์ตรง โดยผู้เรียนเกิดความสนใจ และต้องการหาคำตอบด้วยการปฏิบัติจริง และแก้ปัญหาค้นคว้าใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์
4. ผู้เรียนสามารถสรุปผลและเลือกรูปแบบนำเสนอผลงาน ด้วยตนเอง
5. ผู้เรียนสามารถนำทักษะที่ได้รับ ไปใช้กับสถานการณ์อื่นได้

#### 1.4 ประเภทของโครงการงานคณิตศาสตร์

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ (2541: 4 – 5) ได้แบ่งประเภทของโครงการงานคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. โครงการงานเชิงประวัติศาสตร์ หมายถึง โครงการงานที่ศึกษาเกี่ยวกับประวัติความเป็นมาของวิชาคณิตศาสตร์ ประวัตินักคณิตศาสตร์ ประวัติการคิดคณิตศาสตร์ หรือประวัติสัญลักษณ์ต่างๆทางคณิตศาสตร์ ผู้ทำโครงการจะต้องเป็นผู้ที่ชอบอ่าน และศึกษา ค้นคว้าจากแหล่งค้นคว้ามากมาย เช่น ห้องสมุด ศูนย์วิทยบริการ และเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ซึ่งอาจจะสนใจในลักษณะที่เป็นประวัตินักคณิตศาสตร์ ประวัติของวิชาคณิตศาสตร์ หรือประวัติการคิดคณิตศาสตร์ เป็นต้น
2. โครงการงานประเภทตามกลุ่มสาระการเรียนรู้ หมายถึง โครงการงานที่ศึกษาเกี่ยวกับองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้ทำโครงการจะต้องเป็นผู้ที่ช่างคิด และเกิดการศึกษาค้นคว้าข้อมูลต่างๆทางคณิตศาสตร์อย่างถุ่มลึก ซึ่งสามารถทำได้ตามสาระการเรียนรู้ในเรื่อง จำนวน การวัดเรขาคณิต พีชคณิต สถิติและความน่าจะเป็น แบบรูป ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน แคลคูลัส และคณิตศาสตร์เต็มหน่วย เป็นต้น
3. โครงการงานประเภทที่นำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง หมายถึง โครงการงานที่นำความรู้แนวคิด ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ไปใช้ตอบคำถามหรือแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง เป็นโครงการที่ผู้ทำจะต้องสามารถเชื่อมโยงความรู้ แนวคิดทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ไปใช้ตอบคำถามหรือแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง ซึ่งอาจจะสนใจในหัวข้อต่างๆ ดังนี้
  - 3.1 เรื่องบ้าน อาจจะศึกษาเรื่องการวางผังห้องต่าง ๆ ภายในบ้าน การตกแต่งภายในการจัดสวน การย้ายบ้าน ค่าสาธารณูปโภค การต่อเติมบ้าน
  - 3.2 เรื่องการกีฬา อาจจะศึกษาเรื่องการจัดการตารางการแข่งขันกีฬาการทำนายผลของการแข่งขันกีฬาประเภทต่าง ๆ สมรรถภาพของร่างกาย
  - 3.3 เรื่องการจราจร อาจจะศึกษาเรื่อง ปัญหาการจราจร ระบบการจราจรในโรงเรียน สถานที่จอดรถ เส้นทางการสัญจร
  - 3.4 เรื่องการวัด อาจจะศึกษาเรื่อง การวัดความยาว การวัดเวลาการวัดน้ำหนัก การคำนวณแคลอรี การวัดค่าครองชีพ
  - 3.5 เรื่องเกม อาจจะศึกษาหรือสร้างเกมขึ้นใหม่ เช่น เกมจตุรัสกล  
เกมก้านไม้ขีด

ชัยศักดิ์ ติลาจรัสกุล (2542 : 7-8) ได้แบ่งประเภทของ โครงการงานคณิตศาสตร์ เป็น 4 ประเภท คือ

1. โครงการงานคณิตศาสตร์ประเภททดลอง (Experimental Research Project)

โครงการนี้เป็นการศึกษาหาคำตอบของปัญหาโดยการออกแบบการทดลอง และดำเนินการทดลอง เพื่อตรวจสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้ ขั้นตอนการทำงานประกอบไปด้วยการกำหนดปัญหา การตั้งสมมติฐานการออกแบบการทดลอง ซึ่งจะต้องมีการควบคุมตัวแปรต่างๆ การแปลผลและการสรุปผลการทดลอง ตัวอย่างเช่น

1.1 นำประเภทไหนถูกใจลูกต่าง

1.2 พงสมุนไพรรักษาภูมิปัญญาไทยใกล้ตัว

2. โครงการงานคณิตศาสตร์ประเภทสำรวจ (Survey Research Project) โครงการงาน

ประเภทนี้เป็นการศึกษาและรวบรวมข้อมูลจากสิ่งแวดล้อม ชุมชนชาติ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาหาความรู้จากชุมชนชาติ โดยการสำรวจและรวบรวมข้อมูลต่างๆ นำข้อมูลมาจัดและนำเสนอในรูปแบบต่างๆ ตามความเหมาะสม ตัวอย่างเช่น

2.1 การสำรวจคุณภาพน้ำจากแหล่งน้ำต่างๆ ที่ต้องการศึกษา

2.2 การสำรวจพืชสมุนไพรภายในโรงเรียน

3. โครงการงานคณิตศาสตร์ประเภทพัฒนาหรือประดิษฐ์ (Development Research Project) โครงการงานประเภทนี้เป็นการพัฒนาหรือประดิษฐ์เครื่องมือ หรืออุปกรณ์ต่างๆ โดยการ

ประยุกต์ทฤษฎีหรือหลักการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ จะเป็นการปรับปรุงอุปกรณ์เครื่องมือที่มีอยู่แล้ว ให้มีประสิทธิภาพดีกว่าเดิม หรือเป็นการประดิษฐ์สิ่งใหม่ที่ไม่เคยมีมาก่อน รวมทั้งเป็นการเสนอหรือปรับเปลี่ยนจำลองทางความคิดเพื่อ แก้ปัญหาปัญหาหนึ่ง ตัวอย่างเช่น

3.1 โครงการประดิษฐ์ของเล่น ของใช้ ของประดับตกแต่งจากวัสดุ

3.2 โครงการเครื่องจักรกลพลังงานแม่เหล็ก

4. โครงการงานคณิตศาสตร์ประเภทการสร้างทฤษฎีหรือการอธิบาย (Theoretical Research Project) โครงการงานประเภทนี้เป็นโครงการที่ผู้ทำจะต้องเสนอความคิดใหม่ๆ ในการ

อธิบายเรื่องใดเรื่องหนึ่งอย่างมีเหตุผล มีหลักการทางคณิตศาสตร์หรือทฤษฎีสนับสนุน หรือเป็นการอธิบายปรากฏการณ์ในแนวใหม่ เสนอในรูปคำอธิบาย สูตร สมการ โดยมีทฤษฎีข้อมูลอื่นสนับสนุนการทำโครงการประเภทนี้ผู้ทำจะต้องมีพื้นฐานความรู้ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี จึงจะสามารถสร้างคำอธิบายหรือทฤษฎีได้ ตัวอย่างเช่น

4.1 โครงการงานทฤษฎีของจำนวน

4.2 โครงการงานทฤษฎีพีทาโกรัส

สุวรรณ กัญจนมยุร (2544: 6-24) ได้แบ่งประเภทของ โครงงานคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. โครงงานที่ทำให้เกิดองค์ความรู้ตามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เป็นงานที่เกิดจากกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละคน หรือแต่ละกลุ่ม ซึ่งได้ศึกษา ค้นคว้า วิจัย หาความรู้ ความเข้าใจในสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่นักเรียนสนใจ หรือมีข้อสงสัยหรือมีปัญหา และต้องการหาคำตอบ โดยการลงมือปฏิบัติจริงด้วยตนเอง ตามความรู้ความสามารถและความสนใจในข้อสงสัย หรือ ปัญหาที่ตนเองอยากรู้อยากเข้าใจ ได้คำตอบที่ถูกต้องและชัดเจน ภายใต้การแนะนำดูแลของครู หรือ ผู้เชี่ยวชาญที่เป็นที่ปรึกษา ให้ความช่วยเหลืออำนวยความสะดวกและตรวจสอบความถูกต้องของ องค์ความรู้ ที่นักเรียนแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่มค้นพบ สิ่งที่นักเรียนค้นพบอาจจะเป็น

- 1.1 ข้อเท็จจริง (Facts)
- 1.2 ความคิดรวบยอด (Concepts)
- 1.3 สมบัติต่างๆ (Properties)
- 1.4 หลักการ (Principles)
- 1.5 กฎ (Laws)
- 1.6 วิธีการพิสูจน์ (Methods of Proof)
- 1.7 กลวิธีคิด (Strategies)
- 1.8 ทฤษฎี (Theories)

2. โครงงานที่นำความรู้ หลักการทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เป็นเครื่องมือ การเรียนรู้ของสาขาวิชาต่างๆ หรือใช้เป็นเทคนิคในการแก้ปัญหาเช่นประยุกต์ใช้ในกลุ่มวิชา ต่อไปนี้

- 2.1 สุขศึกษาและพลศึกษา
- 2.2 ทักษะศิลป์ ดนตรี และนาฏศิลป์
- 2.3 สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม
- 2.4 ภาษาไทย
- 2.5 วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- 2.6 การงานและอาชีพ
- 2.7 ภาษาต่างประเทศ

### 1.5 ขั้นตอนการทำโครงการคณิตศาสตร์

ขั้นตอนการทำโครงการคณิตศาสตร์ มีหลักการเหมือนกับขั้นตอนการทำโครงการทั่วไป ดังที่ สุชาติ วงศ์สุวรรณ (2542: 13) ได้กล่าวไว้ว่ามีขั้นตอนสำคัญ 6 ขั้นตอนดังนี้  
ขั้นตอนที่ 1 การคิดและเลือกหัวข้อเรื่อง

การดำเนินงานในขั้นตอนนี้เป็นการคิดหาหัวข้อเรื่องที่จะทำโครงการ โดยผู้เรียนต้องตั้งต้นด้วยคำถามที่ว่า จะศึกษาอะไร ทำไมต้องศึกษาเรื่องดังกล่าว สิ่งที่จะนำมากำหนดเป็นหัวข้อเรื่องโครงการจะได้มาจาก ปัญหา คำถาม หรือความอยากรู้อยากเห็นในเรื่องต่างๆของผู้เรียนเองซึ่งเป็นผลจากการที่ผู้เรียนได้อ่านจากหนังสือ เอกสาร บทความ รับประทานอาหาร ฟังจากวิทยุ โทรทัศน์ การสนทนา หรือจากการได้ไปศึกษาดูงาน ทักษะศึกษา ชมนิทรรศการ หรือสังเกตจากปรากฏการณ์ต่างๆรอบข้าง

หัวข้อโครงการต้องเป็นเรื่องที่เฉพาะเจาะจงและชัดเจนว่า โครงการนี้ทำอะไร ควรเน้นเรื่องที่อยู่ใกล้ตัวหรือมีความคุ้นเคย เป็นเรื่องที่สามารศึกษา ที่จะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบ  
ขั้นตอนที่ 2 การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง

การดำเนินงานในขั้นตอนนี้ เป็นการดำเนินงานต่อจากขั้นตอนที่ 1 การศึกษาเอกสารและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะทำโครงการนี้รวมไปถึงการขอคำปรึกษาหรือข้อมูลรายละเอียดอื่นๆจากผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้เกี่ยวข้องทุกระดับ รวมทั้งการสำรวจวัสดุ-อุปกรณ์ต่างๆ

ขั้นตอนที่ 3 การเขียนเค้าโครงของโครงการ

การดำเนินงานตามขั้นตอนนี้เป็นการสร้างแผนที่ความคิด เป็นการนำเอาภาพของงานและภาพความสำเร็จของโครงการ ที่วิเคราะห์ไว้มาจัดทำรายละเอียด เพื่อแสดงแนวคิดแผน และขั้นตอนของการทำโครงการ ซึ่งอาจต้องใช้การระดมสมองถ้าเป็นการทำงานเป็นกลุ่ม เพื่อให้ผู้ร่วมงาน และผู้เกี่ยวข้องทุกคนได้มองเห็นภาระงานตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จสิ้น รวมทั้งได้ทราบถึงบทบาทและระยะเวลาในการดำเนินงาน เมื่อเกิดความชัดเจนแล้วจึงนำมาเขียนเป็นเค้าโครงของโครงการ แล้วนำเสนอที่ปรึกษาโครงการเพื่อขอความเห็นชอบ

โดยทั่วไปเค้าโครงของโครงการจะประกอบด้วยหัวข้อต่างๆเช่นเดียวกับโครงการ ได้แก่

หัวข้อ/รายการ	รายละเอียดที่ต้องระบุ
1. ชื่อโครงการ	ทำอะไร กับใคร เพื่ออะไร
2. ชื่อผู้ทำโครงการ	ผู้รับผิดชอบโครงการ (อาจเป็นรายบุคคล หรือรายกลุ่มก็ได้)
3. ชื่อที่ปรึกษาโครงการ	ครู อาจารย์ หรือผู้ทรงคุณวุฒิที่มีในท้องถิ่น ผู้ทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ควบคุมการทำโครงการของผู้เรียน
4. ระยะเวลาดำเนินงาน	ระยะเวลาดำเนินงานโครงการ ตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จสิ้น

หัวข้อ/รายการ	รายละเอียดที่ต้องระบุ
5. หลักการและเหตุผล	สภาพปัจจุบันที่เป็นความต้องการ และความคาดหวังที่จะเกิดผล
6. จุดมุ่งหมาย/วัตถุประสงค์	สิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นเมื่อสิ้นสุดโครงการ ทั้งในเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ
7. สมมติฐานของการศึกษา	ข้อตกลง/ข้อกำหนด/เงื่อนไข/ข้อคาดเดา เพื่อเป็นไปตามที่กำหนดของโครงการประเภททดลอง ถ้าไม่ใช่โครงการประเภททดลองอาจมีหรือไม่มีสมมติฐานก็ได้
8. ขั้นตอนการดำเนินงาน	กิจกรรมหรือขั้นตอนการดำเนินงาน เครื่องมือ วัสดุ/อุปกรณ์ สถานที่
9. ปฏิบัติโครงการ	วัน เวลา และกิจกรรมการดำเนินการต่างๆตามที่ระบุไว้ในข้อ 8 ตั้งแต่เริ่มต้นจนแล้วเสร็จ
10. ผลที่คาดว่าจะได้รับ	สภาพของผลที่ต้องการให้เกิด ทั้งที่เป็นผลผลิตกระบวนการ และผลกระทบ
11. เอกสารอ้างอิง/บรรณานุกรม	ชื่อเอกสารข้อมูล ที่ได้จากแหล่งต่างๆที่นำมาใช้ในการดำเนินงาน

#### ขั้นตอนที่ 4 การปฏิบัติโครงการ

การดำเนินงานตามขั้นตอนนี้ เป็นการดำเนินงานหลังจากที่โครงการได้รับความเห็นชอบจากที่ปรึกษาและได้รับการอนุมัติแล้ว ผู้จัดทำโครงการต้องลงมือปฏิบัติงานตามแผนงานที่กำหนดไว้ในเค้าโครงของโครงการ ในระหว่างปฏิบัติงานผู้เรียนต้องปฏิบัติงานด้วยความรอบคอบคำนึงถึงความประหยัด และความปลอดภัยในการทำงาน ตลอดจนคำนึงถึงสภาพแวดล้อมด้วยในระหว่างการปฏิบัติงานตามเค้าโครงของโครงการ ต้องมีการจดบันทึกข้อมูลต่างๆไว้อย่างละเอียดว่า ทำอะไร ได้ผลอย่างไร ปัญหา อุปสรรค และแนวทางการแก้ไขอย่างไร ปัญหาอุปสรรค และแนวทางการแก้ไขอย่างไร การบันทึกข้อมูลดังกล่าวนี้ต้องจัดทำอย่างเป็นระบบระเบียบ เพื่อจะได้ใช้เป็นข้อมูล สำหรับการปรับปรุงการดำเนินงานในโอกาสต่อไปด้วยการปฏิบัติกิจกรรมตามที่ระบุไว้ในขั้นตอนการดำเนินงานในโครงการ ถือว่าเป็นการเรียนรู้เนื้อหา ฝึกทักษะต่างๆ ตามที่ระบุไว้ในจุดประสงค์การทำโครงการ

### ขั้นตอนที่ 5 การเขียนรายงาน

การดำเนินงานตามขั้นตอนนี้เป็นการสรุปรายงานผลการดำเนินงานโครงการตั้งแต่เริ่มต้นจนสิ้นสุด เพื่อให้ผู้อื่นได้ทราบถึงแนวคิด/วิธีดำเนินงาน ผลที่ได้รับ ตลอดจนข้อเสนอแนะต่างๆเกี่ยวกับโครงการ

การเขียนรายงาน ควรใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย กระชับ ชัดเจนและครอบคลุมประเด็นสำคัญของโครงการที่ปฏิบัติไปแล้ว ส่วนประกอบรูปแบบโครงการคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้

#### 5.1 หน้าปก ประกอบด้วย ชื่อโครงการ ผู้จัดทำโครงการ ระดับชั้น

อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการ ภาคเรียนที่ ปีการศึกษา โรงเรียน จังหวัด

#### 5.2 ปกใน หมายถึงสำเนาของปกนอก

#### 5.3 บทคัดย่อ ประกอบด้วย

ส่วนที่ 1 ชื่อโครงการ ชื่อผู้จัดทำ ระดับชั้น ชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา โรงเรียน จังหวัด ปีการศึกษา

ส่วนที่ 2 บทคัดย่อ บอกรายละเอียดของเรื่องที่ทำในประเด็นหลักที่สำคัญอย่างย่อ ได้แก่ วัตถุประสงค์ วิธีดำเนินงาน ผลการศึกษา/ทดลอง

5.4 กิตติกรรมประกาศ กล่าวถึงเบื้องหลังความสำเร็จของงานว่ามีบุคคลใดช่วยเหลือในเรื่องใดบ้าง

#### 5.5 คำนำ กล่าวถึงเรื่องที่ทำ และประโยชน์ที่จะเกิดขึ้น

5.6 สารบัญ ประกอบด้วยสารบัญเรื่อง สารบัญตาราง สารบัญรูปภาพ สารบัญภาพประกอบ (ถ้ามี)

#### 5.7 ที่มาและความสำคัญของโครงการ หรือหลักการและเหตุผล

กล่าวถึง เหตุใดจึงทำโครงการเรื่องนี้ มีข้อสนใจหรือแรงบันดาลใจอย่างไร หรือกล่าวถึงสภาพปัจจุบันที่เป็นความต้องการและความคาดหวังที่จะให้เกิดผล

5.8 วัตถุประสงค์/จุดมุ่งหมาย หมายถึงสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นเมื่อ สิ้นสุดโครงการ ทั้งในด้านปริมาณและคุณภาพ

5.9 สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า (ในกรณีที่เป็นโครงการประเภททดลอง) เป็นการทำนายผลล่วงหน้าก่อนทำโครงการ โดยอาศัยการสังเกต ความรู้แล ประสบการณ์เดิม (ถ้าไม่ใช่โครงการประเภททดลองอาจมีหรือไม่มีสมมุติฐานก็ได้)

#### 5.10 ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า หมายถึงกรอบการทำงาน

5.11 เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง เขียนเป็นหัวข้อหรือ บทสรุปเนื้อหา คณิตศาสตร์ที่นำมาใช้อย่างย่อ

### 5.12 วิธีดำเนินงาน บอกกิจกรรมหรือขั้นตอนการดำเนินงาน เครื่องมือ

วัสดุ-อุปกรณ์ สถานที่ ระยะเวลาที่ปฏิบัติกิจกรรม อาจเขียนเป็นตารางการปฏิบัติงาน ตั้งแต่ขั้นเริ่มขั้นดำเนินการ ตั้งแต่ต้นจนจบ

5.13 ผลการศึกษา บอกข้อค้นพบหรือการตอบสมมุติฐาน ผลที่ได้จากการศึกษา เขียนให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ ควรนำเสนอเป็นตาราง แผนภูมิกราฟ หรืออื่นๆ ให้ดูเข้าใจง่าย

5.14 สรุปและอภิปรายผลการศึกษา กล่าวสรุปผลที่ได้จากการศึกษา/อภิปรายผลการศึกษา/ประโยชน์ที่ได้รับจากการทำโครงการ/ข้อเสนอแนะ

5.15 เอกสารอ้างอิง/บรรณานุกรม ชื่อเอกสาร ข้อมูลที่ได้จากแหล่งต่างๆ ที่นำมาใช้ในการทำโครงการ

5.16 ภาคผนวก ภาพประกอบการทำโครงการ หรือข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องหรือมีส่วนสนับสนุนการทำโครงการ หรือความรู้ที่เป็นเรื่องต่อเนื่อง/สัมพันธ์กับ โครงการที่ควรนำมากล่าวไว้เพื่อการขยายความรู้ที่เป็นผลจากการศึกษาหรือ ค้นคว้าเพิ่มเติม

#### ขั้นตอนที่ 6 การแสดงผลงาน

การดำเนินงานตามขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนสุดท้ายของการทำโครงการ เป็นการนำเสนอผลการดำเนินงาน โครงการทั้งหมดให้ผู้อื่นได้ทราบ ซึ่งผลผลิตที่ได้จากการดำเนินโครงการประเภทต่างๆ มีลักษณะเป็นเอกสาร รายงาน ชิ้นงาน แบบจำลอง ฯลฯ ตามประเภทของโครงการที่ปฏิบัติ

การแสดงผลงาน ซึ่งเป็นการนำเอาผลการดำเนินงานมาเสนอนี้ สามารถจัดได้หลายรูปแบบ เช่นการจัดนิทรรศการ หรือทำเป็นสื่อสิ่งพิมพ์ การจัดทำเป็นสื่อมัลติมีเดีย และอาจนำเสนอในรูปแบบของการแสดงผลงาน การนำเสนอด้วยวาจา รายงาน และการบรรยาย เป็นต้น ในการดำเนินงานตามขั้นตอนการทำโครงการที่กล่าวมานี้สามารถปรับให้เหมาะสมกับผู้ปฏิบัติในแต่ละระดับ ในระดับต้นๆ ควรมีครู – อาจารย์ ที่ปรึกษาเป็นผู้คอยให้คำแนะนำช่วยเหลืออย่างใกล้ชิด และการดำเนินงานในแต่ละขั้นตอนควรง่ายๆ ไม่สลับซับซ้อน ส่วนในระดับสูงๆ ควรเน้นเรื่องของความคิดสร้างสรรค์ ความรับผิดชอบ การตัดสินใจ และการปฏิบัติ

### 1.6 การประเมินโครงการคณิตศาสตร์

การประเมินผลเป็นหัวใจสำคัญ ที่จะสะท้อนสภาพความสำเร็จของการจัดกิจกรรม ผู้ประเมินจะร่วมกันประเมินผลว่ากิจกรรมที่ทำไปนั้น บรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่ ปัญหาและอุปสรรคที่พบคืออะไร ได้ใช้วิธีแก้ไขอย่างไร ผู้เรียนได้เรียนรู้อะไรจากการทำโครงการนี้ ดังนั้นในการประเมินผล โครงการจึงจำเป็นต้องประเมินให้ครอบคลุมทั้งทางด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัยและทักษะพิสัย

### 1.6.1 ผู้ประเมินโครงการ

กรมวิชาการ (2543 : 8-14) ได้กล่าวถึง การประเมิน โครงการงานไว้ว่าผู้ประเมินโครงการอาจดำเนินการด้วยบุคคลต่อไปนี้

1. ผู้เรียนประเมินตนเอง
2. เพื่อนประเมิน
3. ผู้สอนหรือครูที่ปรึกษาประเมิน
4. ผู้ปกครองประเมิน

1. **ผู้เรียนประเมินตนเอง** จะแสดงออกให้เห็นว่า ผู้เรียนเจ้าของโครงการซึ่งอาจเป็นรายบุคคล หรือกลุ่มทำงานมีความพึงพอใจต่อขั้นตอนของกิจกรรมแต่ละขั้นที่ได้กำหนดหรือร่วมกันกำหนดขึ้นเองเพียงใดมีหัวข้อกิจกรรมใดที่ยังขาดตกบกพร่อง จะต้องเพิ่มเติมในส่วนใดบ้าง ความละเอียด รัดกุมในแต่ละขั้นเป็นอย่างไร

2. **เพื่อนประเมิน** อาจให้ข้อคิดเห็นสะท้อนภาพเพิ่มเติม เช่น ในระดับชั้นประถมศึกษา เพื่อนอาจให้ความเห็นไปในเรื่องของการเขียน การใช้ตัวสะกด การรันต์ วรรคตอน ซึ่งเน้นไปในด้านภาษาระดับมัธยม การประเมินโครงการอาจเริ่มขยายขอบเขตจากด้านการใช้ภาษาออกไปถึงการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการตั้งชื่อโครงการกับจุดประสงค์ของโครงการ และตามความเข้าใจของผู้ประเมิน เสนอแนะวิธีการศึกษาของผู้ประเมิน เพื่อการพิจารณาการจัดรูปแบบเพื่อการนำเสนอโครงการ ฯลฯ

3. **ผู้สอนหรือครูที่ปรึกษาประเมิน** อาจให้คำแนะนำเพิ่มเติมได้ในเรื่องวิธีการอื่นที่ใช้ในการศึกษาหาคำตอบ ความสัมพันธ์ของวิชาตามหัวเรื่องที่ศึกษากับวิชาอื่น ข้อค้นพบที่ผู้เรียนได้จากโครงการ การนำคำตอบของการศึกษาที่ได้ไปใช้ประโยชน์ การนำข้อค้นพบที่ต่างไปจากเป้าหมายของการศึกษาไปใช้ประโยชน์หรือขยายผลการศึกษาเป็นโครงการใหม่ ๆ

4. **ผู้ปกครองประเมิน** จะได้ทราบถึงความสามารถ ความถนัดทางการเรียนของลูกหรือเด็กในความปกครอง ความรู้สึก ความต้องการของเด็กผู้ทำโครงการ ทำให้สามารถปรับตัวปรับใจ เพื่อการสนับสนุน ทั้งด้านการเงิน กำลังใจ ให้โอกาส ให้เวลาร่วมกิจกรรมตามความสนใจของเด็ก ชี้แนะอุปสรรคปัญหาเบื้องต้นที่อาจเกิดขึ้น ระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมขั้นต่างๆ ของโครงการข้อเสนอแนะสำหรับการทำโครงการครั้งต่อไป ฯลฯ

### 1.6.2 แนวทางการประเมินผลโครงการ

การประเมินผลโครงการควรใช้การประเมินผลตามสภาพที่แท้จริง

(Authentic Assessment)

1. ทำไปพร้อม ๆ กับการเรียนรู้ของผู้เรียน
2. ยึดพฤติกรรมของผู้เรียนที่แสดงออกเป็นสำคัญ
3. เน้นการพัฒนาตนเองและการประเมินตนเอง
4. ให้ความสำคัญในการพัฒนาจุดเด่นของผู้เรียน
5. มีการเก็บข้อมูลระหว่างปฏิบัติได้ทุกบริบท (Context) ทั้งที่บ้าน โรงเรียน

และ ชุมชน

6. อยู่บนพื้นฐานของเหตุการณ์ในชีวิตจริง เอื้อต่อการเชื่อมโยงการเรียนรู้

สู่ชีวิตจริง

7. เน้นคุณภาพของผลงาน ซึ่งเป็นผลจากการบูรณาการความรู้

สู่ความสามารถของผู้เรียน

8. เน้นการวัดความสามารถในการคิดระดับสูง เช่น ใช้ข้อมูลในการสังเคราะห์ อธิบาย สรุปเป็นกฎทั่วไป ตั้งสมมติฐาน สรุปและแปลผล เป็นต้น

9. วัตถุประสงค์ทางบวก มีการชื่นชม ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสุข สนุกสนาน ไม่เครียด

10. สนับสนุนการมีส่วนร่วม และรับผิดชอบร่วมกัน

### 1.6.3 วิธีการประเมินโครงการคณิตศาสตร์

การประเมินโครงการคณิตศาสตร์จะพิจารณาจาก (1) ความสำคัญของการจัดทำโครงการ (2) เนื้อหาของโครงการ (3) การนำเสนอโครงการ และสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ (2541 : 2-6) ได้ให้หัวข้อที่ควรประเมินมีดังนี้

1. ความสำคัญของการจัดทำโครงการ ควรพิจารณา ดังนี้
  - 1.1 เป็นงานเดี่ยวหรืองานกลุ่ม
  - 1.2 นักเรียนริเริ่มเองหรือช่วยแนะแนวทาง
  - 1.3 มีการทำงานที่เป็นกระบวนการกลุ่ม
  - 1.4 มีการพัฒนาตนเอง
  - 1.5 มีการพัฒนางาน
  - 1.6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
  - 1.7 มีความสอดคล้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในบทเรียน

- 1.8 มีประโยชน์ในชีวิตจริง
2. เนื้อหาของโครงการงาน
  - 2.1 ความถูกต้องของเนื้อหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.2 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม
  - 2.3 ใช้ข้อมูลข่าวสารที่เหมาะสม
  - 2.4 มีการสรุปอย่างเหมาะสม
  - 2.5 มีการขยายงานที่จะต้องทำต่อเนื่องหรือไม่
3. การนำเสนอโครงการงาน อาจจะเลือกแบบต่าง ๆ ตามความเหมาะสมของโครงการงาน
  - 3.1 การบรรยายสื่อความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจได้ดี
  - 3.2 การใช้ตาราง แผนภูมิแท่ง แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิรูปวงกลม ชัดเจน
  - 3.3 การจัดนิทรรศการ มีการบรรยายประกอบ สามารถสื่อความหมายได้ชัดเจน
  - 3.4 การนำเสนอโดยหาค่าทางสถิติ ใช้ค่าสถิติได้ถูกต้อง
  - 3.5 การนำเสนอโดยใช้วัสดุอุปกรณ์ ประกอบการบรรยาย มีการสาธิตและ บรรยายประกอบได้อย่างเหมาะสม

#### 1.6.4 เกณฑ์การประเมินผลการทำโครงการงานคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 159-166) กล่าวว่า การประเมินผลการทำโครงการงานคณิตศาสตร์ทำได้หลายรูปแบบ ทั้งการประเมินตนเองของผู้เรียน การประเมินจากเพื่อน ผู้สอน ผู้รู้ และผู้เกี่ยวข้องอื่น ๆ โดยใช้วิธีประเมินแบบอิงมาตรฐานที่ต้องสร้างเกณฑ์ให้สัมพันธ์กับพฤติกรรมหรือการแสดงออกในแต่ละรายการประเมิน และกำหนดระดับความสามารถของผู้เรียนด้วยคำอธิบายที่บอกคุณภาพของงานตามลำดับ เพื่อแสดงความก้าวหน้าของผลการเรียนรู้ของผู้เรียนหรือกำหนดเป็นตัวเลขก็ได้

เกณฑ์การประเมินผลการทำโครงการงานคณิตศาสตร์มีแนวทางดังนี้

1. การประเมินผลแบบรวมของการทำโครงการงานคณิตศาสตร์ เป็นการประเมินผลในภาพรวมของโครงการงานนั้น ๆ ซึ่งกำหนดระดับคุณภาพตามผลงานที่ปรากฏโดยมีคำอธิบายประกอบว่าผู้เรียนทำอะไรได้บ้าง และทำได้อย่างไร
2. การประเมินผลการทำโครงการงานคณิตศาสตร์แบบวิเคราะห์ เป็นการประเมินโดยแยกเป็นรายองค์ประกอบ การให้น้ำหนักคะแนนของแต่ละองค์ประกอบจะแตกต่างกันตามระดับความสำคัญ ซึ่งอาจกำหนดเกณฑ์การประเมินเป็น 6 องค์ประกอบ ได้แก่

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การสร้างข้อความคาดการณ์ แหล่งการเรียนรู้ การดำเนินการทำโครงการ การนำเสนอ และความรับผิดชอบและความรอบคอบ โดยแต่ละองค์ประกอบจะแบ่งระดับคุณภาพของงานเป็น 4 ระดับ ได้แก่

4 หมายถึง ดีมาก	ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ	3.6 – 4.0
3 หมายถึง ดี	ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ	2.6 – 3.5
2 หมายถึง พอใช้	ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ	1.6 – 2.5
1 หมายถึง ต้องปรับปรุง	ได้คะแนนเฉลี่ยต่ำกว่า	1.5

## 2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์

### 2.1 ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยการสร้างสรรค์ชิ้นงาน

ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยการสร้างสรรค์ชิ้นงาน เป็นทฤษฎีทางการศึกษาที่พัฒนาขึ้นโดย Professor Seymour Papert แห่ง M.I.T. (Massachusetts Institute of Technology) ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยการสร้างสรรค์ชิ้นงาน หรือทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เป็นทฤษฎีการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (บุปผชาติ ทัพทิกรณ์ 2546 : 65 – 75)

ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยการสร้างสรรค์ชิ้นงาน หรือทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เป็นทฤษฎีการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ทฤษฎีคอนสตรัคชันนิสซึม มีสาระสำคัญที่ว่า ความรู้ไม่ใช่มาจากการสอนของครูหรือผู้สอนเพียงอย่างเดียว แต่ความรู้จะเกิดขึ้นและถูกสร้างขึ้น โดยผู้เรียนเอง การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้ลงมือกระทำด้วยตนเอง (Learning by doing) มีพื้นฐานอยู่บนกระบวนการการสร้าง 2 กระบวนการด้วยกัน

สิ่งแรก คือ ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยการสร้างความรู้ใหม่ขึ้นด้วยตนเอง ความรู้จะเกิดขึ้นจากการแปลความหมายของประสบการณ์ที่ได้รับ หากเป็นประสบการณ์ตรงที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำด้วยตนเองจะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย

สิ่งที่สอง คือ กระบวนการการเรียนรู้จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด หากกระบวนการนั้นมีความหมายกับผู้เรียนคนนั้น

### 2.1.1 แนวคิดพื้นฐานและหลักการ

ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยการสร้างสรรค์ชิ้นงาน (Constructionism) เป็นทฤษฎีที่มีพื้นฐานจากทฤษฎีของความรู้ (Theory of Knowledge) โดย จอง เพียเจท์ (Jean Piaget) นักจิตวิทยาชาวสวิสผู้มีชื่อเสียงมาก มีความคิดว่าเด็กๆ ไม่ใช่ท่อที่ว่างเปล่าที่ผู้ใหญ่จะเทข้อมูลและความรู้ต่างๆเข้าไป เด็กคือผู้สร้างความฉลาดและการเรียนรู้ของเขาเอง จะเห็นว่าเด็กเป็นผู้มีความสามารถ มีพรสวรรค์ที่จะเรียนรู้ได้ตลอดเวลา เด็กเริ่มเรียนรู้จากประสบการณ์ในโลกนี้ตั้งแต่แรกคลอดและมีสิ่งเหล่านี้ตั้งแต่ก่อนเข้าเรียนในโรงเรียนด้วยซ้ำ ซึ่งเรียกวิธีนี้ว่า เพียเจท์เซนติเรียนนิ่ง (Piagetian Learning) คือ การเรียนรู้โดยไม่ต้องได้รับการสอน เช่น เด็กพูดได้โดยไม่ต้องจับมานั่งสอน หรือเด็กสามารถเรียนรู้รูปทรงเรขาคณิตต่างๆจากสิ่งแวดล้อม

นอกจากนี้ เพียเจท์ ยังอธิบายว่าพัฒนาการเกี่ยวกับความคิด ความเข้าใจของ บุคคลนั้นเกิดจากการที่บุคคลพยายามจะปรับตัวให้อยู่ในสภาวะสมดุลเมื่อมีปฏิสัมพันธ์กับ สิ่งแวดล้อม การปรับตัวนี้บุคคลจะใช้กระบวนการ 2 อย่าง คือกระบวนการที่ เพียเจท์ เรียกว่า การดูดซึมหรือการกลมกลืน (assimilation) และการปรับความแตกต่าง (acommodation)

การดูดซึม (assimilation) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเมื่อ ได้พบหรือ ปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมใหม่ๆที่ไม่มีอยู่ในสมองตนเอง บุคคลจะรับหรือดูดซึมเก็บเข้าไปไว้เป็น ความรู้ใหม่ ของตน

การปรับความแตกต่าง (acommodation) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเมื่อ ได้ พบหรือปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมใหม่ๆที่สัมพันธ์กับความคิดเดิมที่มีอยู่ในสมอง บุคคลจะเริ่ม ปรับความแตกต่างระหว่างของใหม่กับความคิดเดิมจนเกิดความเข้าใจว่าควรจะทำอย่างไรกับสิ่ง ใหม่นี้ และเมื่อใดที่บุคคลสามารถปรับความคิดเดิมให้สอดคล้องกับสิ่งแวดล้อมใหม่ๆได้ บุคคลจะ อยู่ในสภาวะสมดุล แต่เนื่องจากบุคคลมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมอยู่ตลอดเวลา ดังนั้น กระบวนการ ทั้ง 2 อย่าง จึงเกิดขึ้นอยู่ตลอดเวลา

### 2.1.2 บรรยากาศและสภาพแวดล้อมการเรียนรู้

การเรียนรู้ตามแนวทางของทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยการ สร้างสรรค์ชิ้นงาน (Constructionism) นั้น การมีวัสดุที่ดีสำหรับใช้สร้างความรู้ยังไม่เป็นการ เพียงพอ ส่วนประกอบสำคัญที่เท่าเทียมกัน คือบรรยากาศและสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้หรือ บริบททางสังคมที่มีการสร้างความรู้ขึ้น บรรยากาศและสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ที่ดีควร ประกอบด้วย การมีทางเลือก (Choice) การมีความหลากหลาย (Diversity) และการมีความเป็น กันเอง (Congeniality)

### ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยการสร้างสรรค์ชิ้นงาน

(Constructionism) ยึดหลักการที่ว่า การเรียนที่ทำให้เกิดพลังทางความคิดมากที่สุดคือการเรียนที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างสิ่งที่มีความหมายต่อตนเอง สร้างสิ่งที่ตนเองชอบและสนใจ ทั้งนี้ เพราะไม่มีใครที่จะบงการหรือกำหนดได้ว่า สิ่งใดคือสิ่งที่มีความหมายของอีกคนหนึ่ง การมีทางเลือก จึงเป็นส่วนประกอบที่สำคัญส่วนหนึ่งของบรรยากาศและสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ที่ดี การที่คนเรามีโอกาสได้เลือกว่าจะสร้างอะไรได้มากเท่าใด ก็จะเต็มใจมีส่วนร่วมและทำงานนั้น และการที่คนเราสามารถเชื่อมโยงสิ่งที่ลงมือทำได้มากเท่าใด ก็จะสามารเชื่อมโยงความรู้ใหม่ให้เข้ากับความรู้ที่มีอยู่เดิม ซึ่งเป็นสิ่งที่เพียงท์ ใช้คำว่า การดูดซึมความรู้ (assimilation of knowledge) และที่สำคัญมากยิ่งขึ้นไปกว่านั้นก็คือการที่บุคคลนั้นสามารถเชื่อมโยงความรู้เข้าด้วยกันด้วยความใส่ใจจะทำให้เกิดประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง มีความหมาย และยาวนาน

**การมีทางเลือก (Choice)** คือเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เลือกสร้างหรือปฏิบัติสิ่งที่ตนเองอยากจะทำหรือสนใจ การสร้างงานหรือการให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมอะไรซักอย่างหนึ่ง ครูควรจะให้โอกาสกับผู้เรียนในการได้คิดหรือเริ่มมองสิ่งที่เขาอยากจะทำด้วยตัวของเขาเอง ในบรรยากาศการเรียนที่ผู้เรียนมีทางเลือกสร้างสิ่งที่ตนเองสนใจ ผู้เรียนจะมีความเต็มใจและใส่ใจที่จะทำงานนั้นจนสำเร็จ เพราะเป็นงานที่เขาคิดขึ้นมาเอง เขามีความรู้สึกในความเป็นเจ้าของ รู้สึกมีส่วนร่วมในการสร้างขึ้นมา และเมื่อผู้เรียนคิดเป้าหมายของการสร้างหรือคิดสิ่งที่เขาอยากจะทำได้แล้ว ก็แสดงว่าผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้จากทฤษฎีไปสู่การปฏิบัติได้ ซึ่งนับว่าเป็นจุดเริ่มต้นที่ดี เนื่องจากผู้เรียนจะรู้ว่าควรจะทำอะไรจากความรู้ที่มีอยู่และเมื่อเขาได้ลงมือปฏิบัติเขาก็จะเรียนรู้จากการปฏิบัติงานนั้น อย่างไรก็ตามในการให้สร้างงานนั้นครูควรมีหัวข้อหรือขอบเขตให้ผู้เรียนพอ สมควร เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้เรียนมีเป้าหมายหรือแนวทางเดียวกัน เช่น หลังจากการสอนทฤษฎีพื้นฐานที่จำเป็นจนแล้ว ก็ให้ผู้เรียนนำทฤษฎีที่เรียนมาสร้างงานหรือทดลองปฏิบัติ โดยมีทางเลือก(เปิดโอกาส)ให้ผู้เรียนได้คิดหาวิธีการสร้างหรือทดลองตามความสนใจหรือตามความถนัดด้วยตัวของเขาเอง(ภายใต้เครื่องมือและสภาพแวดล้อมที่กำหนด)

**การมีความหลากหลาย (Diversity)** ความหลากหลายนั้นมีความสำคัญต่อสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ตามทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยการสร้างสรรค์ชิ้นงาน (Constructionism) 2 ประการ คือ ความหลากหลายของทักษะ และ ความหลากหลายของรูปแบบ

**ความหลากหลายของทักษะ** หมายถึง การที่ผู้เรียนมีทักษะที่แตกต่างกันหลายระดับจากผู้ที่ยังไม่เริ่มหัดไปจนถึงผู้ที่มีความรู้มาก หรือในบางครั้งสิ่งนี้จะหมายถึง กลุ่มคนที่มีความแตกต่างกันมาอยู่รวมกันภายใต้บรรยากาศการเรียนรู้เดียวกัน มีการแลกเปลี่ยนหรือถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ในบรรยากาศและสภาพการเรียนรู้ที่ผู้เรียนมีความหลากหลายของ

ทักษะและระดับความสามารถจะทำให้เกิดบรรยากาศการเรียนรู้ร่วมกัน โดยปกติแล้วคนแต่ละคน จะมีความสามารถและทักษะแตกต่างกัน บางคนอาจจะเก่งในบางเรื่องแต่ในบางเรื่องก็ไม่ถนัด แต่ในขณะที่เดียวกันถ้ามีคนเก่งในเรื่องที่คนอื่นไม่ถนัดก็สามารถถ่ายทอดประสบการณ์หรือ แลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกันได้ ดังนั้นคนที่มีประสบการณ์น้อยสามารถเรียนรู้ได้จากคนที่ มีทักษะมากกว่าตนเอง ส่วนผู้ที่ถ่ายทอดทักษะจะเพิ่มพูนความรู้มากขึ้นและเกิดความภาคภูมิใจจาก การได้ช่วยเหลือและอธิบายสิ่งต่างๆให้กับผู้อื่น นอกจากนี้ในการสร้างงานของแต่ละคนที่ไม่ เหมือนกัน จะเป็นการสร้างจินตนาการให้กับคนอื่น ความคิดจะถูกยืมและเสริมแต่งความรู้ให้เจริญ งอกงามขึ้นด้วย

*ความหลากหลายของรูปแบบ* หมายถึง ความหลากหลายในวิธีการในการสร้างงาน เมื่อมีการสร้างงานจะไม่มีวิธีการหรือกระบวนการใดที่ถือว่าถูกต้องที่สุด เพราะคนแต่ละคนมีความ ถนัดในการสร้างงานไม่เหมือนกัน การที่จะเอาความคิดของคนอื่นมาตัดสินกระบวนการในการ สร้างงานของอีกคนหนึ่งนั้นเป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้องนัก เพราะผู้ที่สร้างเองเท่านั้นจะเป็นผู้ที่บอกได้ ว่าวิธีการที่เหมาะสมสำหรับเขาคือวิธีการใด เช่น บางคนชอบวางแผนอย่างระมัดระวังก่อนที่จะ ทำงานจริง บางครั้งอาจมีการปรับแผนนั้นบ้างในระหว่างการทำงาน ซึ่งวิธีการนี้นับว่าเป็นวิธีการ ที่ดีวิธีการหนึ่งของ นักวางแผน” แต่ก็ได้ไม่นับว่าเป็นวิธีการเดียวที่สามารถทำงานได้ อาจจะมีวิธี อื่นอีกเช่น บางคนจะชอบทำงานโดยไม่มีการวางแผนล่วงหน้าแต่จะใช้วิธีการพูดคุยหรือซักถามคน อื่นๆในขณะที่ทำงานนั้น จากนั้นก็จะพิจารณาว่าตนเองทำอะไรไปบ้างและตัดสินใจว่าจะทำอะไร ต่อไป ซึ่งเราจะเรียกผู้ที่ชอบทำงานแบบนี้ว่า ผู้ทำงานที่ไม่มีแบบแผน(เป็นลักษณะคิดไปทำไป) ซึ่งรูปแบบการทำงานทั้ง 2 นี้ควรจะได้รับการยอมรับและเชื่อถืออย่างเท่าเทียมกัน

*การมีความเป็นกันเอง (Congeniality)* หมายถึง ความเป็นกันเองของสมาชิกทั้งหมด ได้แก่ ผู้เรียน ครู ควรมีความเป็นมิตรเป็นกันเอง และเชื่อเชิญต่อผู้เรียนให้ผู้เรียนได้คิดหรือสร้าง งานด้วยตนเอง ได้แสดงความคิดเห็น ได้ช่วยเหลือกัน เกิดความสามัคคีและมิตรภาพที่ดีต่อกัน นอกจากนั้นสิ่งที่สำคัญอย่างหนึ่งก็คือ การให้เวลาที่พอเพียงในการทำงาน เพราะในการเริ่มต้น ทำงานนั้นผู้เรียนจะต้องใช้เวลาพอสมควร อาจจะใช้เวลาในการคิด พูดคุย การเดินไปดูงาน ของคนอื่นแล้วหียบยืมความคิดมาใช้ นอกจากนั้นควรจะมีเวลาสำหรับผู้เริ่มต้นสิ่งที่ผิดพลาดไป มีเวลาสำหรับการเผชิญอุปสรรคหรือสิ่งที่เป็นปัญหา หรือให้เวลาสำหรับการไม่ได้ทำอะไรเลย (เพราะกำลังใช้ความคิด) บรรยากาศการเรียนรู้เหล่านี้จะมีทั้งความสนุกสนานในการทำงาน รวมทั้ง ความผิดหวัง และความภาคภูมิใจในความสำเร็จ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ สิ่งเหล่านี้สามารถ นำมาแลกเปลี่ยนเป็นประสบการณ์กับผู้อื่นได้ ดังนั้น ควรให้ผู้เรียนได้มีโอกาสได้พบได้พูดคุยและ สร้างมนุษยสัมพันธ์กับบุคคลอื่นที่มีความสนใจ รัก และชอบทำอะไรคล้ายๆกันหรือเผชิญปัญหา

บางอย่างคล้ายๆกัน เกิดความเข้าใจ เห็นอกเห็นใจ ใส่ใจซึ่งกันและกัน พยายามช่วยกันแก้ปัญหา บรรยากาศและสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ดังกล่าวทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความเป็นมิตรเป็นกันเอง ก่อให้เกิดความสามัคคีร่วมกันและเป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน

จากที่กล่าวมา สามารถสรุปแนวคิดให้สอดคล้องกับ ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยการสร้างสรรค์ชิ้นงาน(Constructionism) ว่า เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ ไม่ใช่เป็นผู้รับอย่างเดียว ความรู้เกิดขึ้นจากการสร้างขึ้นด้วยผู้เรียนเอง ไม่ใช่เกิดขึ้นจากครูหรือผู้สอน โดยความรู้ที่ได้นั้นจะต้องรวมถึงปฏิภริยาระหว่างความรู้ในตนเอง ประสบการณ์และสิ่งแวดล้อมภายนอก หมายความว่าบุคคลสามารถเก็บข้อมูลจากสิ่งแวดล้อมภายนอกและเก็บเข้าไปสร้างเป็น โครงสร้างของความรู้ในสมองตนเอง ขณะเดียวกันก็สามารถเอาความรู้ภายในที่มีอยู่แล้ว แสดงออกมาให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมภายนอกได้ ซึ่งจะเป็นวงจรต่อไปเรื่อยๆ คือ บุคคลจะเรียนรู้เอง จากประสบการณ์ สิ่งแวดล้อมภายนอก แล้วนำข้อมูลเหล่านี้กลับเข้าไปในสมองผสมผสานกับ ความรู้ภายในที่มีอยู่ แล้วแสดงความรู้ออกมาสู่สิ่งแวดล้อมภายนอก

ดังนั้นทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยการสร้างสรรค์ชิ้นงาน (Constructionism) จึงให้ความสำคัญกับ โอกาสและวัสดุที่จะใช้ในการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสามารถนำไปสร้างความรู้ให้เกิดขึ้นภายในตัวผู้เรียนเองได้ ไม่ใช่มุ่งการสอนที่เป็นการป้อนความรู้ให้กับผู้เรียน แต่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้จากการลงมือทำผู้สอนควรเปิด โอกาสให้ผู้เรียน ได้ดำเนิน กิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเองมีทางเลือกที่มากขึ้น โดยการลงมือปฏิบัติหรือสร้างงานที่ตนเองสนใจ และสร้างองค์ความรู้ขึ้นมาเอง โดยการผสมผสานระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่

## 2.2 การเรียนแบบร่วมมือ

การเรียนแบบร่วมมือ เป็นยุทธวิธีในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดให้นักเรียนอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ โดยทั่วไปจะจัดกลุ่มละ 4 คน แบบละความสามารถ ให้ทำงานเรียนรู้ร่วมกัน มีการช่วยเหลือกันในการผสมผสานความรู้ที่มีอยู่เดิมกับความรู้ใหม่และ ค้นพบ ความหมายของสิ่งที่ศึกษาด้วยกลุ่มของเขาเอง โดยการทำกิจกรรมในการสืบค้นสอบสวนแนว ความคิดและแก้ปัญหา ซึ่งต้องมีการอธิบาย อภิปรายกัน ในกลุ่ม

อาโจสและจอยเนอร์ (Ajose and Joyner, 1990: 198 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์ 2540: 40) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกระบวนการซึ่งนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ ทำงานร่วมกันเพื่อบรรลุเป้าหมายร่วมกัน ซึ่งการเรียนแบบร่วมมือมีลักษณะที่สำคัญ 5 ประการ คือ

1. ใช้การฟังพาดำซึ่งกันและกัน
2. ใช้ปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด
3. ใช้ความรับผิดชอบในตัวเองต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. ใช้ทักษะทางสังคม
5. ใช้ทักษะในกระบวนการกลุ่ม

การเรียนแบบร่วมมือ แตกต่างจากการเรียนแบบแข่งขันและการเรียนเป็น

รายบุคคลกล่าวคือบทเรียนคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้มีการแข่งขัน นักเรียนจะทำงานแข่งขันกับคนอื่นเพื่อเป็นผู้ชนะ ส่วนบทเรียนเป็นรายบุคคลเป็นการทำงานด้วยตนเอง เพื่อให้ประสบผลสำเร็จ บรรลุตามเป้าหมาย ทั้งการเรียนแบบแข่งขันและการเรียนเป็นรายบุคคลนักเรียนไม่มีปฏิสัมพันธ์ต่อกันกับเพื่อน ในขณะที่เรียนรู้ ขาดการพัฒนาทักษะทางสังคม ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นและเป็นสิ่งสำคัญ เมื่อเขาออกไปสู่สังคมในชีวิตจริง

เดวิดสัน (Davidson, 1990: 52-53) กล่าวถึง การเรียนคณิตศาสตร์ว่าโดยปกติแล้วเป็นลักษณะที่ผู้เรียนแยกตัวอิสระ เป็นการเรียนรู้รายบุคคลหรืออาจมีลักษณะเป็นการแข่งขัน โดยที่นักเรียนนั่งคนเดียวและพยายามทำความเข้าใจสื่อบทเรียน หรือแก้ปัญหาที่กำหนด กระบวนการดังกล่าวทำให้ผู้เรียนรู้สึกโดดเดี่ยวและไม่ประสบความสำเร็จในการเรียน เมื่อไม่ประสบผลสำเร็จนักเรียนก็จะเกิดความเบื่อหน่าย ซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนกลัวและมีความวิตกกังวลในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งเดวิดสันเชื่อว่านักเรียนเก่งเพียงเล็กน้อยเท่านั้นที่ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ การเรียนแบบร่วมมือในกลุ่มย่อยยังสามารถนำไปใช้พัฒนาความสามารถของผู้เรียนในหลายเป้าหมาย เช่น การอภิปราย มโนคติ การสืบสวนหรือการค้นพบ การกำหนดปัญหาการพิสูจน์ทฤษฎีบท การหารูปแบบทางคณิตศาสตร์ การฝึกทักษะ การทบทวน การระดมพลังสมองการแลกเปลี่ยนข้อมูล และการใช้เทคโนโลยี

#### การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์

แนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประการหนึ่ง คือ การจัดกิจกรรมประกอบการเรียนรู้ในลักษณะเป็นกลุ่ม เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิด โอกาสให้นักเรียนร่วมกันคิดร่วมกันแก้ปัญหา ปรึกษาหารือ อภิปราย และแสดงความคิดเห็นด้วยเหตุผลซึ่งกันและกัน ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะ กระบวนการคิด และมีประสบการณ์มากขึ้น (กรมวิชาการ 2544: 188) ซึ่งสอดคล้องกับการจัดการเรียนแบบร่วมมือที่มีการจัดกลุ่มเป็นกลุ่มเล็ก และดำเนินกิจกรรมในลักษณะการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว นอกจากนั้นแล้ว การเรียนแบบร่วมมือสามารถส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้นกว่าการใช้การสอนเป็นรายบุคคล (Davidson1990; Johnson and Johnson 1989; Slavin 1983 อ้างถึงในสมเดช บุญประจักษ์ 2540 : 55)

การกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดทางคณิตศาสตร์ เข้าใจ การเชื่อมโยงระหว่างมโนคติและกระบวนการ สามารถประยุกต์ใช้ความรู้อย่างคล่องแคล่วและ มีความหมาย และเพิ่มความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Johnson and Johnson 1989:235 – 237)ผลการวิจัยของ โทมัส แอล กู๊ด และคณะ (Thomus L. Good and Others อ้างถึงใน ปิยาภรณ์ รัตนกรกุล 2536 : 42) พบว่า การจัดกลุ่มมีข้อดีในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. มีการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันมากกว่า มีความร่วมมือกัน และมีการประยุกต์ใช้เนื้อหาที่เรียนมาแล้ว
2. กิจกรรมน่าสนใจทำให้นักเรียนมีกระบวนการคิด และมีแรงบันดาลใจที่จะทำงานร่วมกัน และทำให้สำเร็จ
3. มีปฏิสัมพันธ์กันในหมู่เพื่อน นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการทำงานร่วมกันกับผู้อื่น มีความสนใจในความต้องการของผู้อื่น
4. นักเรียนมีโอกาสพัฒนาความคิด ในบางกลุ่มสามารถคิดถึงคณิตศาสตร์  
ขั้นสูงขึ้น

### 2.3 การเรียนแบบเป็นกลุ่ม

ในการเรียนการสอนการแก้ปัญหา ครูอิกแซงค์และเซฟฟิลด์ (Cruikshank and Sheffield, 1992: 45-46 อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล 2544 ค: 34) พบว่า นักเรียนสามารถเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาด้วยกลุ่มของการเรียนที่แตกต่างกัน การร่วมมือกันแก้ปัญหากับเพื่อนอีกหนึ่งหรือสองคน เป็นวิธีที่พบว่าค่อนข้างประสบผลสำเร็จ เนื่องจากเป็นวิธีที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปรายปัญหา และเรียนรู้จากความผิดพลาดและความสำเร็จจากคนอื่นด้วย การเรียนเป็นกลุ่มแบบร่วมมือมีความจำเป็นที่จะต้องวางแผนด้วยความระมัดระวัง ไม่ใช่สิ่งที่ย่ายนักในการให้นักเรียนทำงานร่วมกับเพื่อนของเขาด้วยความหวังว่าจะให้ได้ผลดีที่สุด ถ้านักเรียนไม่คุ้นเคยกับวิธีการร่วมมือกันทำงานมาก่อน ครูต้องแนะนำถึงวิธีการทำงานร่วมกัน ให้บังเกิดผลดี นักเรียนเกิดการเรียนรู้ว่าทุกๆ คนต้องมีกิจกรรมที่สัมพันธ์กับการแก้ปัญหา และนักเรียนไม่อาจละทิ้งหรือมอบงานให้คนใดคนหนึ่งต้องทำตามลำพัง นักเรียนจำต้องเรียนรู้การยอมรับ และช่วยสนับสนุนแนวความคิดของคนอื่นๆ

จอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson and Johnson, 1989: 242 อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล 2544 ง: 34-35) แนะนำว่า ครูต้องช่วยกำหนดบทบาทของนักเรียนในกลุ่ม เช่น ผู้ดำเนินการประชุมผู้ตรวจสอบ ผู้ประสานงาน ผู้สรุป ในการทำกิจกรรมกลุ่มต้องแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจและยอมรับบทบาทของตนเอง ก่อนการอภิปรายเพื่อร่วมมือกันแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละคนต้องทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเองก่อน แล้วจึงนำเสนอความคิดต่อที่ประชุม เพื่อให้ความเข้าใจปัญหาเป็นไปทางเดียวกัน จากนั้นจึงอภิปรายเพื่อร่วมกันแก้ปัญหา

การเรียนการแก้ปัญหาโดยเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กจะให้ผลดีที่สุด การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาในชั้นเรียนที่ค่อนข้างประสบความสำเร็จเป็นการจัดกิจกรรมให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็กขนาดของกลุ่มที่เหมาะสมที่สุดคือกลุ่มละสี่คน

ดังนั้นกิจกรรมกลุ่มย่อยจะมีบทบาทสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหา แต่กิจกรรมรายบุคคล และกิจกรรมอภิปรายร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนก็ไม่อาจละเลยได้

## 2.4 การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL)

### 2.4.1 ความหมายของการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL)

การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) เป็นรูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญรูปแบบหนึ่งที่มีความสนใจศึกษา แคมมณี (2542 :14 –15) ได้ให้คำจำกัดความของการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) ไว้ดังนี้

การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญแบบประสาน 5 แนวคิดหลัก คือ

1. แนวคิดการสรรค์สร้างความรู้ (Constructivism)
2. แนวคิดเรื่องกระบวนการกลุ่มและการเรียนแบบร่วมมือ

(Group Process and Cooperative)

3. แนวคิดเกี่ยวกับความพร้อมในการเรียนรู้ (Learning Readiness)
4. แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้กระบวนการ (Process Learning)
5. แนวคิดเกี่ยวกับการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Transfer of Learning)

จากที่กล่าวมาในข้างต้น การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยมุ่งให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง มีการปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน บุคคลอื่น ๆ และสิ่งแวดล้อมรอบตัว โดยอาศัยทักษะกระบวนการต่าง ๆ เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ด้วยตนเอง และผู้เรียนสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลายได้

#### 2.4.2 กระบวนการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL)

ในการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA) กิจกรรมการเรียนการสอนประกอบด้วยกระบวนการ 7 ขั้นตอนดังนี้ (ทิสนา แคมมณี 2545 : 281- 282)

##### ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม

ขั้นนี้เป็นการดึงความรู้เดิมของผู้เรียนในเรื่องที่จะเรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน ซึ่งผู้สอนอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ได้อย่างหลากหลาย

##### ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่

ขั้นนี้เป็นการแสวงหาข้อมูลความรู้ใหม่ของผู้เรียนจากแหล่งข้อมูลหรือแหล่งความรู้ต่าง ๆ ซึ่งครูอาจจัดเตรียมมาให้ผู้เรียนหรือให้คำแนะนำเกี่ยวกับแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนไปแสวงหาก็คได้

ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องศึกษาและทำความเข้าใจกับข้อมูล/ความรู้ที่หามาได้ ผู้เรียนจะต้องสร้างความหมายของข้อมูล/ประสบการณ์ใหม่ ๆ โดยใช้กระบวนการต่าง ๆ ด้วยตนเอง เช่น ใช้กระบวนการคิด และกระบวนการกลุ่มในการอภิปราย และสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้น ๆ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยการเชื่อมโยงกับความรู้เดิม

##### ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนอาศัยกลุ่มเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตน รวมทั้งขยายความรู้ความเข้าใจของตนให้กว้างขึ้น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้แบ่งปันความรู้ความเข้าใจของตนแก่ผู้อื่น และได้รับประโยชน์จากความรู้ ความเข้าใจของผู้อื่นไปพร้อม ๆ กัน

##### ขั้นที่ 5 การสรุปและจัดระเบียบความรู้

ขั้นนี้เป็นขั้นของการสรุปความรู้ที่ได้รับทั้งหมด ทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่ และจัดสิ่งที่เรียนให้ เป็นระบบระเบียบเพื่อช่วยให้ผู้เรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย

##### ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/หรือการแสดงผลงาน

หากข้อความรู้ที่ได้เรียนรู้มาไม่มีการปฏิบัติ ขั้นนี้จะเป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้ต่อยอดหรือตรวจสอบความเข้าใจของตนและช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ความคิดสร้างสรรค์แต่หากต้องมีการปฏิบัติตามข้อความรู้ที่ได้ ขั้นนี้จะเป็นขั้นปฏิบัติ และมีการแสดงผลงานที่ได้ปฏิบัติด้วย

### ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้

ขั้นนี้เป็นขั้นของการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนเองไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลายเพื่อเพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความจำในเรื่องนั้น ๆ หลังจากการประยุกต์ใช้ความรู้ อาจมีการนำเสนอผลงานจากการประยุกต์อีกครั้งก็ได้ หรืออาจไม่มีการนำเสนอผลงานในขั้นที่ 6 แต่นำมารวมแสดงในตอนท้ายหลังขั้นการประยุกต์ใช้ก็ได้เช่นกัน

ขั้นตอนตั้งแต่ขั้นที่ 1-6 เป็นกระบวนการของการสร้างความรู้ ซึ่งครูสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน และฝึกฝนทักษะกระบวนการต่าง ๆ อย่างต่อเนื่อง เนื่องจากขั้นตอนแต่ละขั้นตอนช่วยให้ผู้เรียนทำกิจกรรมหลากหลายที่มีลักษณะให้ผู้เรียน ได้มีการเคลื่อนไหวทางกาย ทางสติปัญญา ทางอารมณ์ และทางสังคม อย่างเหมาะสมอันช่วยให้ผู้เรียนตื่นตัว สามารถรับรู้และเรียนรู้ได้อย่างดี อาจกล่าวได้ว่าขั้นตอนทั้ง 6 มีคุณสมบัติตามหลักการ CIPPA ส่วนขั้นที่ 7 เป็นขั้นตอนที่ช่วยให้ผู้เรียนนำความรู้ไปใช้ จึงทำให้รูปแบบนี้มีคุณสมบัติครบตามหลัก CIPPA

### 2.5 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์

เพียเจต์ ได้แบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์ออกเป็น 4 ขั้นใหญ่ ๆ คือ (พรรรณี ชูทัยเจนจิต 2538)

1. ขั้นประสาทรับรู้และการเคลื่อนไหว (Sensori- Motor Stage) อายุระหว่างแรกเกิดจนถึง 2 ปี ระยะเวลาที่เด็กจะมีปฏิริยาต่อสภาพจริง ๆ รอบ ๆ ตัว เด็กในขั้นนี้จะรู้เฉพาะสิ่งที่เป็นรูปธรรม

2. ขั้นก่อนปฏิบัติการคิด (Preoperational Stage) อายุระหว่าง 2-7 ปี ขั้นนี้เด็กจะยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง (Egocentric) ยังไม่สามารถคิดย้อนกลับ ( Reversibility) และรับความคิดเห็นของผู้อื่นได้ในขั้นนี้จะแบ่งออกเป็น 2 ขั้นย่อย ๆ คือ ขั้นในการคิดก่อนเกิดมโนคติ (preconceptual) อายุ 2-4 ปี และขั้นการคิดแบบสหสัญญาณ (Intuitive thought) อายุ 4-7 ปี

3. ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยรูปธรรม (Concrete Operational Stage) เริ่มจากอายุ 7-11 ปี ขั้นนี้จะสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก คูณ สามารถจัดอันดับของสิ่งของและจับคู่ระหว่างสิ่งของที่เกี่ยวข้องกันได้ แต่ยังไม่อาจคิดหาเหตุผลหรือคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ คือขั้นนี้สามารถคิดได้อย่างกว้าง ๆ สามารถจะคิดย้อนกลับ (Reversibility) และสามารถรับความคิดเห็นจากผู้อื่นได้

4. **ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม (Formal Operational Stage)** ขั้นนี้เริ่มตั้งแต่ อายุ 12-15 ปี จะไม่ผูกมัดตัวเองกับผู้อื่นจะเป็นตัวของตัวเอง สามารถจัดรูปแบบวางแผนที่จะ ทดสอบสมมติฐาน โดยอาศัยเหตุผลได้

**การนำทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจท์ไปใช้ในการเรียนการสอน**  
จากแนวคิดของเพียเจท์ในทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาอาจนำไปใช้ในการเรียนการสอนได้ดังนี้

1. การประเมินผลศักยภาพทางสติปัญญา จากเรื่องนี้อาจเปรียบเทียบได้จาก ระดับอายุของเด็ก เช่น เด็กที่มีอายุในขั้นปฏิบัติการคิดด้วยรูปธรรม แต่สามารถคิดในสิ่งที่เป็น นามธรรมได้เหมือนกับเด็กในขั้นปฏิบัติการ คิดด้วยนามธรรมได้ก็แสดงว่า เด็กคนนั้นมีพัฒนาการ ทางสติปัญญาก้าวหน้ากว่าปกติ ในทางตรงกันข้าม หากเด็กคนนั้นยังไม่สามารถบวกเลขได้ หรือไม่สามารถจะคิดย้อนกลับได้เหมือนเด็กคนอื่น ๆ ในชั้นเดียวกันเราก็อาจสรุปได้ว่าเด็กคนนั้นมี พัฒนาการทางสติปัญญาล่าช้ากว่าปกติ

2. การเรียนรู้ เพียเจท์ เชื่อว่า มนุษย์จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้เพียงใดนั้น ขึ้นอยู่กับพัฒนาการทางสติปัญญาของแต่ละคน นั่นคือ เขาได้เน้นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนจะต้องเรียนด้วย ตนเองมากที่สุด เพียเจท์เน้นที่การปะทะสังสรรค์ระหว่างครูกับนักเรียนน้อยมาก เขาถือว่าครูจะมี ความสำคัญแต่เพียงเป็นผู้ร่วมมือ ( Collaborator ) ในกระบวนการเรียนรู้ และเป็นผู้เตรียมเนื้อหา หรือประสบการณ์ที่จะให้เด็กค้นพบความรู้ด้วยตนเองเท่านั้น ตามแนวคิดนี้จะเห็นว่าเพียเจท์มี ความคิดสอดคล้องกับ การเรียนรู้ด้วยการกระทำ ( Learning by Doing ) ของคิวอี้ ( John Dewey )

3. การประเมินผลการเรียน หมายความว่า เราจะวัดผลเด็กในวัยต่าง ๆ ให้กว้าง หรือลึกอย่างไรก็จำเป็นจะต้องคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญา และการคิดของเด็กในแต่ละวัยเด็ก ซึ่งอยู่ในขั้นต้น เช่น ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ และการเคลื่อนไหวก็ควรวัดผลจากการกระทำหรือกิจกรรม ทางกล ไกล ซึ่งตรงกันข้ามกับการวัดผลของเด็กในขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม ซึ่งต้องวัดเหตุผล ซึ่งลึกซึ้งขึ้น

4. การจัดลำดับเนื้อหาในหลักสูตร ประโยชน์ที่สำคัญมากประการหนึ่ง จากทฤษฎีของเพียเจท์ ก็คือการนำไปใช้ในการจัดลำดับเนื้อหาในหลักสูตร เอ็ดเลอร์ ( M.Adler ) ได้เสนอแนะหลักสูตรของเด็กเล็ก ๆ จะต้องอยู่ในลักษณะที่เป็นกิจกรรมต่อสิ่งรอบ ๆ ตัวของเด็ก เพราะพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กในวัยนี้อยู่ในขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรมก็ควรจะได้ เรียนรู้สิ่งที่เป็นรูปธรรมน้อยลง และได้เรียนรู้ทฤษฎีให้มากขึ้น

## 2.6 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์

บรูเนอร์ (Bruner, 1966 อ้างถึงใน ประภาพรรณ เอี่ยมสุภานิต 2536 :251)

ได้เสนอว่าการเสนอข้อมูลที่จะสื่อให้เด็กเข้าใจสามารถจัดได้เป็น 3 ลักษณะคือ

1. การเสนอโดยการให้กระทำ ( Enactive Representation ) เด็กเล็กมักจะเข้าใจได้ดีโดยการมีประสบการณ์ตรงจากการกระทำ เช่น เด็กสามารถที่จะเข้าใจความหมายของคำว่าสมดุล โดยการโยงเข้ากับประสบการณ์การเล่นไม้กระดกของเขา เข้าใจความหมายของคำว่าเก้าอี้เมื่อเขาได้นั่งเก้าอี้ เข้าใจความหมายของคำว่าช้อนเมื่อเขาใช้ช้อนตักอาหารกิน เป็นต้น

2. การเสนอโดยการใช้รูปภาพ (Iconic Representation) ใช้กับเด็กที่มีอายุมากขึ้น ซึ่งเด็กสามารถรับรู้ได้จากภาพโดยไม่ต้องผ่านการกระทำ เด็กสามารถวาดภาพช้อนได้โดยไม่ต้องใช้ช้อนรับประทานอาหาร สามารถวาดภาพคนที่สมดุลได้โดยไม่ต้องเล่นไม้กระดก ซึ่งการเสนอโดยภาพนี้ถือได้ว่าเด็กได้มีการพัฒนาระดับสติปัญญาขึ้นไปอีกระดับหนึ่งแล้ว การใช้ภาพหรือแผนภูมิต่างๆ จะทำให้เด็กในวัยนี้เรียนรู้ได้ง่ายขึ้น

3. การเสนอโดยใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Representation) เป็นขั้นพัฒนาการที่สูงสุดเป็นระยะที่เด็กสามารถแปลงประสบการณ์ต่าง ๆ ออกมาเป็นรูปของภาษาได้ ความสมดุลไม่จำเป็นต้องอธิบายด้านการกระทำหรือภาพ หากแต่ใช้คำพูดอธิบายได้ สัญลักษณ์จะทำให้เด็กเริ่มที่จะคิดอย่างมีเหตุผลเป็นวิธีการเสนอที่มีอำนาจมากที่สุด

ในการนำเสนอข้อมูลนี้ บรูเนอร์เชื่อว่าควรจะได้เสนอให้มีการเรียงลำดับจากการให้กระทำมาสู่ภาพและการใช้สัญลักษณ์ แต่ทั้งนี้ย่อมขึ้นอยู่กับวัยของเด็ก ความรู้พื้นฐานของเด็ก และลักษณะของเนื้อหาวิชาเป็นหลัก เช่น ในวิชากลุหมาย การเสนอโดยสัญลักษณ์ดูเหมือนว่าจะเป็นหลักการใหญ่ ในขณะที่วิชาภูมิศาสตร์นั้นการเสนอโดยรูปภาพจะเป็นสิ่งที่สำคัญที่สุด แต่ทว่าการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเคลื่อนไหว การเสนอโดยการกระทำก็จะเหมาะสม ในขณะที่การสอนวิชาคณิตศาสตร์ควรเสนอทั้ง 3 แบบ

**หลักการที่ควรคำนึงในการสอนตามทัศนะของบรูเนอร์**

หลักสำคัญที่ควรคำนึงในการสอนตามแนวคิดของบรูเนอร์ อาจสรุปได้

### 4 ประการคือ

1. ครูต้องยอมรับว่าในการสอนจะต้องมีวิธีการจูงใจผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกรักที่จะเรียนหรือพอใจที่จะเรียนในสถานการณ์นั้น ๆ

2. ครูจะต้องพยายามจัดระเบียบรูปร่างหรือโครงสร้างของเนื้อหาให้เป็นระเบียบ ให้มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน เพื่อจะให้ผู้เรียนแยกแยะประเภทหรือเกิดมโนคติได้ดีที่สุด

3. กิจกรรมการเรียนการสอนควรจะสอดคล้องกับหลักพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กเล็ก ๆ ควรจะได้รับการสอนในสิ่งที่ป็นรูปธรรม ต่อมาจึงค่อยๆ ขยายมโนทัศน์ให้เกี่ยวกับนามธรรม

4. ควรจะมีการเสริมแรง (Reinforcement) ในขณะที่สอน เพราะการเสริมแรงจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและการเรียนรู้ของเด็กนั้น

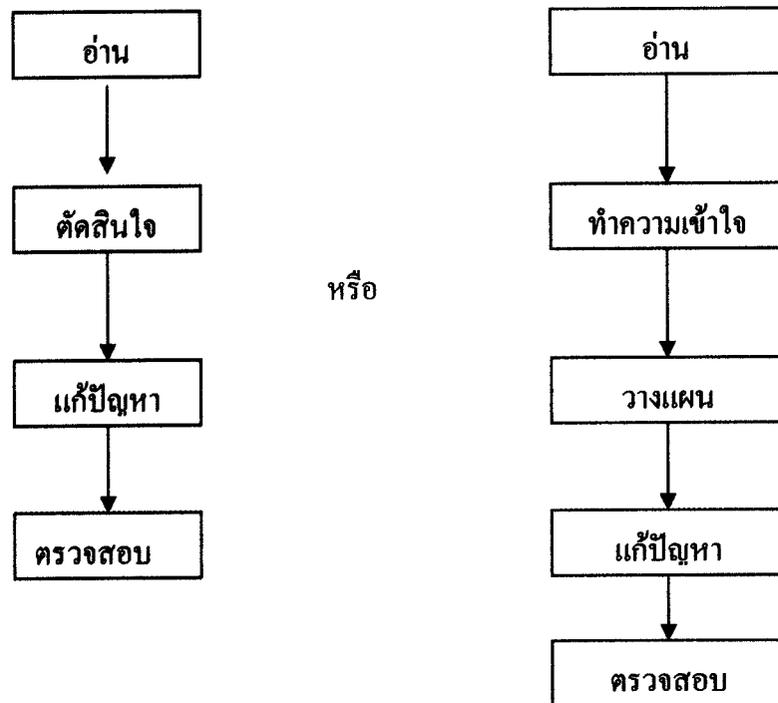
จากทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์และบรูเนอร์นั้น จะเห็นว่า จะเหมือนกันหมด แต่บรูเนอร์ได้รวมการพัฒนาขั้นที่ 3 และ 4 ของเพียเจต์ ไว้ในขั้นเดียวกัน ซึ่งมีความเห็นด้วยกับบรูเนอร์ เพราะในวัย 11-15 ปี เป็นการยากที่จะแบ่งชี้ชัดลงไปได้ว่าคิดอยู่ในขั้นรูปธรรมหรือนามธรรม ซึ่งเพียเจต์คำนึงถึงในแง่ของกระบวนการที่ต่อเนื่อง ไปตลอดชีวิต( พรณัฐชูทัย เจนจิต 2538) ซึ่งสอดคล้องกับคณิตศาสตร์ที่มุ่งให้ผู้เรียนเข้าใจกระบวนการจากแนวความคิดของเพียเจต์และบรูเนอร์ ในการจัดการเรียนการสอน ต่างก็คำนึงถึงพัฒนาการของเด็กเล็ก ควรเรียนจากรูปธรรมไปหานามธรรม แต่บรูเนอร์ได้ให้ความสำคัญ ของสิ่งแวดล้อมด้วย นั่นก็คือ ควรมีการเสริมแรงด้วย

## 2.7 การเรียนแบบแก้ปัญหาของ โพลยา

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya, 1957 : 16-17) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญสี่ขั้นตอน มีสาระสำคัญดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา พิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรบ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่างๆ ช่วย เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

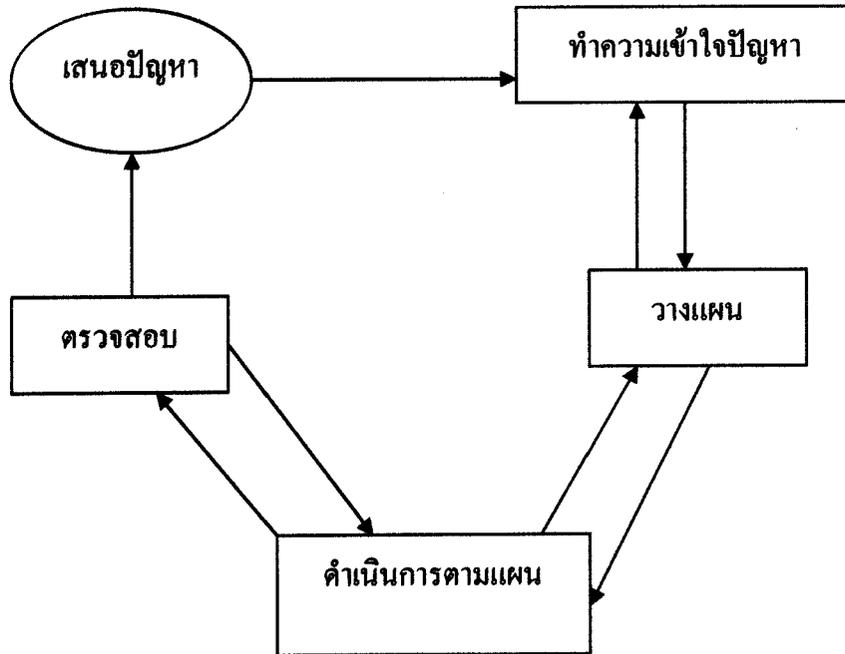
2. วางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใดจะแก้ได้อย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้นี้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ขึ้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา ดังภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 แบบจำลองการแก้ปัญหาในแนวเส้นตรง

ที่มา : ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) “กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา  
 ปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1” ปรียญานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์  
 สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ หน้า 20

ขั้นตอนการแก้ปัญหตามแบบจำลองนี้ทำให้เข้าใจได้ว่าการแก้ปัญหาคือ  
 ดำเนินการจากขั้นตอนแรกไปสู่ขั้นตอนสุดท้าย โดยมีจุดหมายปลายทางอยู่ที่ความถูกต้องของ  
 คำตอบที่ได้ นอกจากนี้ วิลสันและคณะ (Wilson and Other, 1993 : 60-62 อ้างถึงใน ปรีชา  
 เนาว์เย็นผล 2544 :21-22) ให้ข้อเสนอแนะว่า กรอบความคิดของขั้นตอนการแก้ปัญหาคือต้องเน้น  
 ความเป็นพลวัต และวงจรธรรมชาติของการแก้ปัญหาในชีวิตจริง โดยได้เสนอกรอบความคิดที่  
 แสดงความเป็นพลวัตเป็นวงจรที่อธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา (Polya) ซึ่งได้นำมาใช้ใน  
 รายวิชาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มหาวิทยาลัยจอร์เจีย ประเทศสหรัฐอเมริกา เป็นเวลาหลายปี  
 มาแล้ว มีลักษณะดังภาพที่ 2.2



ภาพที่ 2.2 กรอบความคิดที่เน้นความเป็นพลวัต และวงจรธรรมชาติของการแก้ปัญหา  
 ที่มา : ปรีชา เนาว่าเขียนผล (2544) “กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา  
 ปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1” ปรินญาณิพนธ์การศึกษาคุณธิบัณฑิต  
 สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ หน้า 21

จากกรอบความคิดตามภาพที่ 2.4 สามารถอธิบายได้ดังนี้

เมื่อนำเสนอปัญหาต่อนักเรียน นักเรียนจะคิดและหาวิธีทำความเข้าใจกับปัญหาสร้าง  
 แนวคิด วางแผนกำหนดวิธีการแก้ปัญหา ในกระบวนการตรงส่วนนี้จะทำให้นักเรียนมีความ  
 เข้าใจ ปัญหาดีขึ้น และอาจมีการปรับปรุงการวางแผนใหม่ เมื่อวางแผนเสร็จเรียบร้อยแล้วนักเรียน  
 ต้องตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน แจกแจงรายละเอียด และลงมือปฏิบัติดำเนินการตามแผน  
 เมื่อพบว่าไม่สามารถทำตามแผนได้ นักเรียนจะย้อนกลับไปพยายามสร้างแผนใหม่ หรืออาจกลับไป  
 ทำความเข้าใจปัญหาใหม่ หลังจากลงมือปฏิบัติดำเนินการตามแผนจนได้คำตอบที่คิดว่าเป็นคำตอบ  
 ของปัญหาแล้วนักเรียนจะย้อนกลับไปพิจารณาว่า คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือมีความสอดคล้องกับ  
 เงื่อนไขต่างๆ ที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ ซึ่งจะทำให้มีความเข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น การตรวจสอบ

ย้อนกลับยังรวมถึงการพิจารณาหาคำตอบของปัญหาใหม่ด้วยวิธีการหรือยุทธวิธีแก้ ปัญหาอย่างอื่น ซึ่งจะต้องวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาใหม่ การแก้ปัญหาหนึ่งด้วยวิธีการหลายอย่างหรือใช้ ยุทธวิธีที่หลากหลายจะทำให้ได้มี โอกาสเปรียบเทียบวิธีการ ปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหา ได้ดียิ่งขึ้น วิธีการแต่ละอย่างอาจนำสาระของคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันมาใช้แก้ปัญหา ทำให้นักเรียนมองเห็น ความเชื่อมโยงสาระต่างๆ ของคณิตศาสตร์

### 3. การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของการเชื่อมโยง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 1991 อ้างถึงใน สมบัติ แสงทองคำสุก 2545:33) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวไปสัมพันธ์กัน ให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตประจำวัน ช่วยผู้เรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียน มีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่างๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไปภายใต้ หัวเรื่อง ที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่นวิชาคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กิฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

จากที่กล่าวมาข้างต้น ทักษะการเชื่อมโยง หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ และแก้ปัญหาใน สถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือ เห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

#### 3.2 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy & Tipps, 1994 : 194-198 อ้างถึงใน ศศิธร แก้วรักษา 2547 :16) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ นักเรียนจะต้องรู้จักสร้าง การเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรมได้แก่ รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ และมโนมติกับ กระบวนการรวมเนื้อหา และวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้าง

การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

การเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการเรียนการสอน คือให้นักเรียนปฏิบัติงาน หรือกิจกรรมแล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ แผนผัง กราฟและสัญลักษณ์ต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น ในนักเรียนเกรด 3 ครูได้สอนให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง “ลูกกอล์ฟ” กับ “เศษส่วน” นักเรียนในชั้นเรียนนั้นได้รู้จักการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงด้วยปัญหา “ลูกกอล์ฟ”

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และกับชีวิตจริง เกิดขึ้นได้มากมาย ครูสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงานที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานคหกรรม เกี่ยวกับอาหาร และกิจกรรมในวิชาต่าง ๆ

ตัวอย่างต่อไปนี้จะแสดงถึงวิธีที่ครูจะสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ และสังคมรอบตัว ด้วยการให้นักเรียนทำโครงการที่บางโครงการอาจให้ทำร่วมกัน ทั้งชั้น รายบุคคล หรือทำโดยกลุ่มย่อย ดังนี้

1. คณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เช่น การจดบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม แรงดันอากาศ การส่งมนุษย์ไปดวงจันทร์ การโคจรของดาวเคราะห์ การกำหนดมาตราส่วน และการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล

2. คณิตศาสตร์กับสังคมศึกษา เช่น นาฬิกา น้ำ และนาฬิกาทราย การสร้างพีระมิดในอียิปต์ ศึกษาการออกแบบแฟรม ถ้วยชาม และตะกร้า ที่ใช้หลักการสมมาตร และทรงลูกบาศก์ของชาวอินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ของสหรัฐ การแยกประเภทของอาชีพต่าง ๆ เป็นอาชีพที่มีเครื่องแบบและไม่มีเครื่องแบบ เช่นนักวิจัย ผู้ให้บริการ คนงาน โรงงาน ทหาร และปลุ่สัตว์ การเปรียบเทียบส่วนที่สูงที่สุดและต่ำที่สุดของพื้น โลกกับจุดที่ต่ำที่สุดของก้นทะเล

3. คณิตศาสตร์กับศิลปะ เช่น การวัดกระดาษเพื่อตัดขอบผนัง การกำหนดมาตราส่วนฉากละครในชั้นเรียน วัดและเตรียมกระดาษสร้างฉาก การวาดภาพทิวทัศน์ต่าง ๆ

4. คณิตศาสตร์กับสุขศึกษา เช่น การวัดส่วนสูงของนักเรียน การบันทึกผลในรูปแบบตารางและกราฟ การหาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการของกล่องผลิตภัณฑ์ การวัดระดับคลอเรสเตอรอล

5. คณิตศาสตร์กับการอ่าน และศิลปะทางภาษา เช่น การหารูปแบบของคำ การแยกประเภทของคำ การวิจัยรากศัพท์ของภาษาคณิตศาสตร์ การวิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง จำนวน และความงามของตัวเลข การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ(เรื่องนี้สามารถเชื่อมโยงกับรายการเกมโชว์ทางโทรทัศน์ของสหรัฐที่ชื่อ Wheel of Fortune )

6. คณิตศาสตร์กับการศึกษาทางกายภาพ เช่น การนับจำนวนรอบของการกระโดด เชือก การแสดงให้เห็นว่าโอลิมปิกยิ่งใหญ่ การจัดการพื้นที่การเล่น การจับเวลาการแข่งขัน

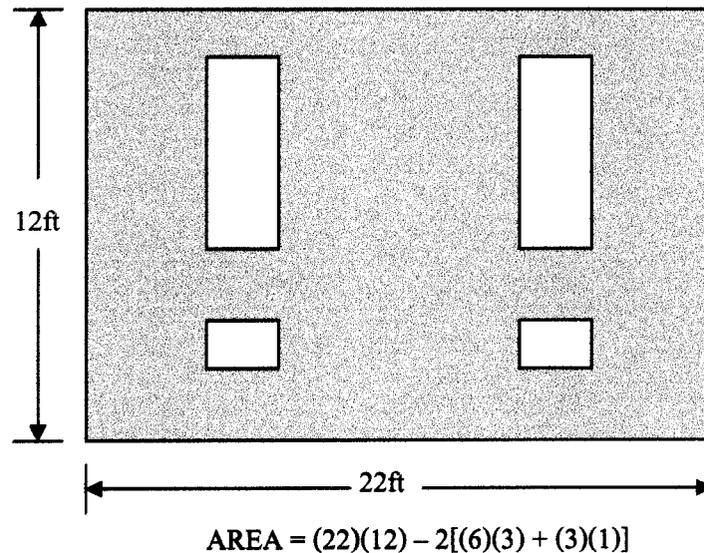
คณิตศาสตร์กับ โลกปัจจุบันเชื่อมโยงกันในหลาย ๆ ด้าน จากบทความใน หนังสือพิมพ์หรือนิตยสาร ไม่ว่าจะเป็นทางด้านธุรกิจ แนวโน้มทางเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และ ข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษทั้งในรูปแบบบทความ และภาพข่าว แผนผังการเดินทางที่ท่าเรือ สถานีรถไฟ และสนามบินล้วนให้ข้อมูลที่เป็นคณิตศาสตร์ เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนที่กำลัง ปัญหาทางเศรษฐกิจ ปัญหาการจัดการขยะและมลพิษที่เกิดจากรถยนต์ ของเสียจากโรงงานได้ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตในปัจจุบัน ครูจึงควรสอน โดยบูรณาการ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือกับปัญหาในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในแต่ละวัน

ดังนั้นนักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อ จะได้บูรณาการเนื้อหาทั้งหมด ครูจะประสบความสำเร็จเมื่อทำหน้าที่ให้นักเรียนสามารถสร้างการ เชื่อมโยง มโนคติของเนื้อหาต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เช่น เศษส่วนและทศนิยมกับเรื่องของเปอร์เซ็นต์ การคูณกับการบวก การหารกับการลบ และการนำการวัด ไปใช้ในเรขาคณิต นักเรียนต้องรู้จักการ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงได้

ดอสเซย์ และคนอื่น ๆ (Dossey, et al. 2002 : 81-83) กล่าวถึง การเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ว่า ความเข้าใจในคณิตศาสตร์สร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้มาแล้วนักเรียนที่ สามารถเชื่อมโยงมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มาก ยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา และสามารถทำการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้คล่องแคล่วขึ้น นอกเหนือจากการใช้เครื่องมืออื่น ๆ ในการแก้ปัญหามโนคติหรือเนื้อหาใน คณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยง ช่วยให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเราเคยแยกคณิตศาสตร์ เป็นวิชาย่อย ๆ เช่น เรียน Pre-algebra แล้วมาเรียนพีชคณิตและเรขาคณิตตามลำดับ ทำให้นักเรียน มองวิชาคณิตศาสตร์ไม่สัมพันธ์กัน แม้ว่าคอร์สเรียนก่อนหน้าจะเป็นพื้นฐานความเข้าใจใน คณิตศาสตร์ระดับสูง การแยกเนื้อหาออกจากกัน ทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ ทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการเชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนมีรากฐานอัน แข็งแกร่งในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

สมบัติการแจกแจงนับเป็นตัวอย่างที่ดีของมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยง หลายเนื้อหาเข้าด้วยกัน สมบัติการแจกแจงแสดงบทบาทสำคัญ ในเรื่องการคูณจำนวนเต็มบวก การคูณที่ตัวคูณมีเลข โดดถึง 3 ตัว เช่น  $8 \times 172$  ทำให้ง่ายขึ้น โดยใช้สมบัติการแจกแจงเป็น  $(8 \times 100) + (8 \times 70) + (8 \times 2)$  นอกจากนี้ สมบัติการแจกแจง ไม่ได้ใช้แยกตัวประกอบและ แทนค่าในประโยคพีชคณิตเท่านั้น แต่ยังสามารถนำไปใช้กับผลคูณเชิงสเกลาร์ในเวกเตอร์และเมตริกซ์

ในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูง ครูสามารถช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยง เพื่อให้เกิดความเข้าใจ คณิตศาสตร์ในภาพกว้างได้



ภาพที่ 2.3 แสดงการใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่เรเงา

ที่มา: Dossey, John A ,et al. (2000). “Mathematics Methods and Modeling for Today’s Mathematics Classroom.” *A Contemporary Approach to Teaching Grade 7 – 12*. p.82.

นักเรียนต้องรู้จักและเริ่มการสร้างการเชื่อมโยงตั้งแต่ระดับประถม ครูอาจชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงเรขาคณิตในระบบพิกัดฉาก โดยให้พิสูจน์ว่า เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตัดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน สามารถใช้วิธีการหาจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมทั้งสองเพื่อพิสูจน์ ข้อความดังกล่าว

ครูสามารถแนะนำกระบวนการเชื่อมโยงให้กับนักเรียน โดยการให้งานที่ครูออกแบบชิ้นงานที่แสดงการเชื่อมโยงกับมโนคติของเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว เช่น การสำรวจลำดับฟีโบนาคี (Fibonacci Sequence) 1,1,2,3,5,8,13... สามารถเชื่อมโยงกับแบบรูปและฟังก์ชันก่อกำเนิดเมื่อสำรวจต่อไปสู่ความรู้เรื่องอัตราส่วนของสี่เหลี่ยมมุมฉากทอง และประยุกต์เข้ากับงานศิลปะโลกของการออกแบบ การเชื่อมโยงกับวิชาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

### 3.3 มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 1989: Online) กล่าวถึงมาตรฐานในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ ในเกรด 5-8 ซึ่งนักเรียนทุกคนมีความสามารถ ดังนี้

1. มองคณิตศาสตร์ในภาพรวม
  2. สำรวจปัญหาและบรรยายผลที่ได้โดยใช้กราฟ จำนวน ลักษณะทางกายภาพ พีชคณิต และรูปแบบทางคณิตศาสตร์ด้วยคำพูด หรือการนำเสนอข้อมูล
  3. ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ส่งเสริมความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ
  4. ประยุกต์ความคิดทางคณิตศาสตร์และรูปแบบในการแก้ปัญหาซึ่งพบในศาสตร์อื่น เช่น ศิลปะ ดนตรี จิตวิทยา วิทยาศาสตร์ และธุรกิจ
  5. ตระหนักในคุณค่าของบทบาทคณิตศาสตร์ในสังคมและวัฒนธรรม
- สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000: Online) กล่าวถึงมาตรฐานในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ จากอนุบาล ไปยัง เกรด 12 เป็นโปรแกรมการศึกษาเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถ
1. ตระหนักและใช้การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์
  2. เข้าใจแนวทางการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ร่วมกันและสร้างแนวคิดต่างๆ โดยเชื่อมโยงองค์ความรู้เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่
  3. ตระหนักและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่นนอกจากเนื้อหาคณิตศาสตร์
- ปานทอง กุลนาถศิริ (2543:21) กล่าวถึงมาตรฐานการเชื่อมโยงซึ่งสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้จัดพิมพ์เผยแพร่เอกสารมาตรฐานหลักสูตรและการวัดผล ในปี ค.ศ. 1989 ไว้ดังนี้

#### มาตรฐานที่ 9 การเชื่อมโยง (Connections)

โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้มีการเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนได้รู้และเข้าใจคณิตศาสตร์และเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีความสามารถ ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการเชื่อมโยงและความสามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ ตลอดจนแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้
2. สามารถเข้าใจถึงวิธีการที่จะสร้างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์โดยเชื่อมโยงองค์ความรู้เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่ได้

3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยในการพิจารณาพฤติกรรมต่าง ๆ ได้

4. สามารถระลึกถึงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วและสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงในการเรียนคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ได้

กรมวิชาการ(2544 : 25) กล่าวถึงมาตรฐานในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นได้ในช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-3) ดังนี้

1. เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ
2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิต

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่าประเทศไทยนั้นได้กำหนดมาตรฐานในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ตามแนวทางของกรมวิชาการ

### 3.4 องค์ประกอบที่ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ(2544 : 200) กล่าวว่าองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

### 3.5 การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 1989 : Online) กล่าวว่า นักเรียนควรได้รับ โอกาสในการปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นทั้งในโรงเรียนและในสังคมปัจจุบันมากขึ้น ครูคณิตศาสตร์ต้องค้นคว้าและร่วมมือกับครูในวิชาอื่นเพื่อสำรวจแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปยังปัญหาอื่นซึ่งเกิดขึ้นในห้องเรียน การรวมคณิตศาสตร์เข้าไปในเนื้อหาซึ่งให้สัญลักษณ์และกระบวนการที่มีประโยชน์ เป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญของมาตรฐานทั้งหมด ทำให้นักเรียนมองเห็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้เข้าใจได้ ทักษะการเชื่อมโยงมีประโยชน์ในการแก้ปัญหา อภิปราย และแบบจำลองข้อเท็จจริงในโลก และการสื่อสารความคิดและข้อมูลที่ซับซ้อนในลักษณะที่ละเอียดและชัดเจน การนำเสนอของปัญหาช่วยให้มองเห็นสิ่งต่าง ๆ ได้ทั่วและชัดเจนขึ้นทำให้นักเรียนอธิบายปัญหาและคำตอบได้ ถ้านักเรียนเป็นผู้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องฝึกให้นักเรียนปรับเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายขึ้น และตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างมุมมองที่แตกต่างกัน

การเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างได้หลายแนวทางเมื่อนักเรียนศึกษาหัวข้อหนึ่งสามารถนำไปประยุกต์ในหัวข้ออื่นได้ โดยการเชื่อมโยงปรากฏออกมาขณะที่นักเรียนทำคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

1. เมื่อนักเรียนสร้างและอภิปรายการเลื่อนทางเรขาคณิต “20 ไปทางขวา” และการเลื่อนในครั้งที่ 2 “45 ไปทางซ้าย” ผลลัพธ์ที่ได้เหมือนกันคือเป็นการรวมกันของจำนวนเต็ม
2. การอธิบายในเรื่องเศษส่วนสามารถอธิบายโดยการเชื่อมโยงเกี่ยวกับเรื่อง การวัด อัตราส่วน และแนวคิดเกี่ยวกับพีชคณิต
3. การพัฒนาและสำรวจแบบรูปในรูปสามเหลี่ยมปาสคาล ซึ่งสามารถใช้ในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างการนับ เลขยกกำลัง พีชคณิต แบบรูป เรขาคณิต ความน่าจะเป็นและทฤษฎีจำนวน โดยทั่วไปการเชื่อมโยงเหล่านี้ยังไม่ควรทำในลักษณะที่เป็นแบบแผนในเกรด 5 -8 แต่ครูสามารถเสนอในรูปแบบที่ง่ายขึ้นไม่เป็นแบบแผนโดยอาจตั้งคำถาม เช่น คุณสมารถหาจำนวนของรูปสามเหลี่ยมในสามเหลี่ยมปาสคาลได้อย่างไร สามเหลี่ยมปาสคาลมีบางสิ่งที่น่าสนใจเรื่องความน่าจะเป็นในการเกิดหัว 2 หัว จากเหรียญ 3 เหรียญ ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
4. ความรู้เกี่ยวกับเรื่องพื้นที่สามารถช่วยให้เข้าใจในการดำเนินการของเศษส่วน การนำเสนอข้อมูล การแก้ปัญหาเรื่องสัดส่วน การหาตัวประกอบและความน่าจะเป็นและการสำรวจความหมายของเครื่องหมายพีชคณิต

5. บทเรียนเรื่องการวัด ต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างสูตรและแก้ปัญหา โดยใช้แนวคิดทางเรขาคณิต การวัด และพีชคณิต

เมื่อนักเรียนเรียนรู้แนวคิดใหม่ ๆ หรือแก้ปัญหาใหม่ ๆ นักเรียนจะเพิ่มความสำคัญในกระบวนการและทักษะในการคิดของพวกเขาเอง โดยการพิจารณาจากการพัฒนาแนวคิดในครั้งก่อน ความสามารถนี้เป็นการรวมแนวคิดและความคิดรวบยอดเพื่อส่งเสริมความเชื่อมั่นของนักเรียนในความคิดของเขาเอง เนื้อหาหลักสูตรส่งเสริมทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการมองการเชื่อมโยง แต่ครูจะต้องหาโอกาสในการช่วยนักเรียนให้สร้างความคิดเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ปัญหาที่สร้างขึ้นจะต้องเป็นปัญหาที่เน้นให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ การเอาใจใส่ต่อการตระหนักและการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อจะค่อย ๆ ซึมซาบเข้าไปในตัวนักเรียน ซึ่งคาดหมายว่าแนวคิดที่พวกเขาเรียนรู้เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาและค้นคว้าความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ

การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น คณิตศาสตร์เกิดขึ้นไม่เพียงแต่ในวิทยาศาสตร์เท่านั้น แต่ในวิชาอื่นก็เกิดขึ้นได้ ตัวอย่างเช่น

1. สังคมศึกษา การศึกษาเรื่องแผนที่เป็นเวลาที่ยอดเยียมในการเรียน เรื่องการวัดและความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดที่คล้ายคลึงกัน อัตราส่วน และสัดส่วน

2. หัวข้อการวัดมีสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ในบ้าน เทคโนโลยี อุตสาหกรรม และพลศึกษา ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับครูในวิชาดังกล่าวข้างต้น

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันของนักเรียน ตัวอย่างเช่น

1. ปัญหา “ การจับมือกับผู้อื่น ” สามารถใช้ในการแสดงถึงการเชื่อมโยงระหว่างจำนวนของรูปสามเหลี่ยมและเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม

2. นักเรียนเกรด 5-8 จะมีความสนใจเกี่ยวกับโลกรอบตัวเรา ความน่าจะเป็นและสถิติ จึงกลายเป็นการเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างโลกแห่งความจริงกับห้องเรียนคณิตศาสตร์

3. การพยากรณ์อากาศ

4. การทดลองวิทยาศาสตร์

5. การอ้างการโฆษณา

6. เหตุผลที่เกิดขึ้นโดยบังเอิญ

7. แนวโน้มทางเศรษฐกิจ

ตัวอย่างดังกล่าวเป็นเนื้อหาเล็กน้อยที่นักเรียนสามารถสืบสวนโดยใช้กฎทางคณิตศาสตร์ในสังคมของเรา สถิติที่น่าเสนอข้อมูลทางสังคมให้กับนักเรียน เนื้อหาใดก็ตามกฎที่มีความจำเป็นต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ค่อย ๆ ซึมซาบเข้าไปในทัศนคติของการสืบสวนสอบสวนและ

ไหวพริบในการหาความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันระหว่างรูปแบบของคณิตศาสตร์และสิ่งที่เป็นจริงในโลกเข้าไปในตัวนักเรียน

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 1991 : Online) กล่าวถึงการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ว่าครูมีบทบาท ในการพัฒนาความคิดรวบยอด กระบวนการ และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สาธิตความรู้ในเรื่องความคิดรวบยอดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. นำเสนอคณิตศาสตร์ในลักษณะเช่นเดียวกับเครือข่ายการเชื่อมโยง ความคิดรวบยอดและกระบวนการร่วมกัน
3. เน้นให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นและเป็นการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวัน
4. ร่วมทำชิ้นงานกับนักเรียน โดยส่งเสริมความเข้าใจในความคิดรวบยอด กระบวนการ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์
5. ร่วมกันอภิปรายคณิตศาสตร์ โดยขยายความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด กระบวนการ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์

สิ่งที่มีความสำคัญอันดับแรกในมาตรฐานนี้อยู่ที่การสอนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรสาธิตความเข้าใจความคิดรวบยอดและหลักการทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง เชื่อมโยงความคิดรวบยอดและกระบวนการ เชื่อมโยงหัวข้ออื่นในคณิตศาสตร์ (เช่น นำเรขาคณิตมาใช้ในการอธิบาย เรื่องความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความน่าจะเป็น หรือตัวประกอบของจำนวนเต็ม) และเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ครูสามารถตอบคำถามของนักเรียนได้อย่างเหมาะสม สามารถออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ รวมไปถึงการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย และสามารถร่วมอภิปรายคณิตศาสตร์ในห้องเรียนได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการสาธิตความรู้ รวมไปถึงการปรับตัวทางคณิตศาสตร์สิ่งที่ตามมาคือความพยายามของมนุษย์ในการใช้คณิตศาสตร์ในชีวิต ในทางตรงกันข้ามมักเกิดความผิดพลาดทางคณิตศาสตร์บ่อย ๆ โดยมีการนำเสนออย่างจำกัด หรือไม่เหมาะสม หรือนำเสนอคณิตศาสตร์ในลักษณะวิชาที่ตายตัว มีการนำเสนอโดยใช้สัญลักษณ์อย่างเดียว

ครูและนักเรียนร่วมทำชิ้นงาน ซึ่งรวมไปถึงความสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างความคิดรวบยอดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอดและกระบวนการที่ได้จากคณิตศาสตร์ จะมีความหมายเพียงเล็กน้อย ถ้าเรียนรู้เนื้อหาโดยไม่มีการเชื่อมโยงกับหัวข้อในคณิตศาสตร์เอง การสอนไม่ควรสอนแบบจำกัดหรือตายตัว การนึกถึงนิยามหรือการคำนวณที่มีขั้นตอนแน่นอน

แต่การสอนควรมีวัตถุประสงค์ที่กว้างขึ้นแตกต่างกันไป เช่นเดียวกับข้อเสนอแนะ มาตรฐานหลักสูตร และการประเมินผลสำหรับคณิตศาสตร์ในโรงเรียน นอกจากนี้ครูควรเน้นเกี่ยวกับการสื่อสาร คณิตศาสตร์ความสำคัญของการขยายความเข้าใจในเนื้อหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียน

การเชื่อมโยงควรเกิดขึ้นเป็นประจำเพื่อส่งผลให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นในคุณค่าทางคณิตศาสตร์ในสังคม และมีการส่งเสริมโดยไม่คำนึงถึงว่ากำลังเรียนคณิตศาสตร์ถึงตอนใด นักเรียนควรมีโอกาสในการประยุกต์โดยเรียนรู้จากสถานการณ์จริงในโลก นอกเหนือจาก สถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในหนังสือเรียนปกติ นักเรียนมองคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งที่อยู่ในสังคม และเป็นสิ่งจำเป็นต่อชีวิตของเขา มาตรฐานนี้บอกเป็นนัยว่ากิจกรรมการเรียนการสอนควรมี จุดมุ่งหมายไปที่การส่งเสริมการตระหนักในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ โดยนำมาซึ่งประสบการณ์ และความสนใจของนักเรียน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000 : Online) กล่าวถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการเชื่อมโยงใน เกรด 6-8 คือ ครูมีหน้าที่ในการเลือกปัญหาที่เป็นการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งภายใน และภายนอก รวมไปถึงการช่วยให้นักเรียนสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการพัฒนาแนวคิดใหม่ ครูต้องตระหนักและเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกพัฒนาขึ้น ไม่ควรสอนแบบรวบรวม หรือย่อ แต่ควรมีการร่วมกันคิดร่วมกันทำ ครูจำเป็นต้องตัดสินใจได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งเป็นสิ่ง สำคัญที่กระตุ้นให้นักเรียนใช้คำหรือเครื่องหมายที่เหมาะสมในการสนับสนุนความเข้าใจความคิด รวบยอดใหม่ของพวกเขา เช่น สักส่วน พิชคณิต

ครูเพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์กับนักเรียน ด้วยการใช้สาขาวิชาอื่นเป็น แหล่งข้อมูลในการศึกษาปัญหาหลายปัญหา ตัวอย่างเช่น

1. การศึกษาวิทยาศาสตร์และสังคมเป็นการเพิ่มโอกาสในการเรียนเกี่ยวกับการวัด ข้อมูลทางพิชคณิต
2. ศิลปะสามารถนำไปใช้สร้างความเข้าใจเกี่ยวกับรูปร่าง สมมาตร ความคล้ายและการถ่ายทอดของรูปแบบทางเรขาคณิต
3. ครูศิลปะสามารถบรรยายยุทธวิธีที่พวกเขาสอนเขียนการอ้างเหตุผลที่เป็นประโยชน์ ครูคณิตศาสตร์อาจช่วยให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีเมื่อมีความเหมาะสมในการยกตัวอย่าง แข่งทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสูตร ช่วยให้นักเรียนตระหนักและวิเคราะห์รูปแบบของการอ้างเหตุผล และข้อเท็จจริง ซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างกิจกรรมเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง

วงดนตรีของโรงเรียนแห่งหนึ่งได้รับหน้าที่เป็นเจ้าภาพในการจัดคอนเสิร์ต โดยนักเรียนเกรด 7 ทำหน้าที่จัดเตรียมอาหารว่าง ซึ่งหนึ่งในอาหารว่างเหล่านั้นคือพินช์ นักเรียนให้ส่วนผสมในการทำพินช์ 4 สูตรกับแม่ครัว ซึ่งส่วนผสมของโซดากับเหล้าและน้ำแครนเบอร์รีที่มีปริมาณแตกต่างกัน

สูตร A	สูตร B
น้ำแครนเบอร์รี 2 ถ้วย	น้ำแครนเบอร์รี 4 ถ้วย
โซดากับเหล้า 3 ถ้วย	โซดากับเหล้า 8 ถ้วย
สูตร C	สูตร D
น้ำแครนเบอร์รี 3 ถ้วย	น้ำแครนเบอร์รี 1 ถ้วย
โซดากับเหล้า 5 ถ้วย	โซดากับเหล้า 4 ถ้วย

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- พินช์สูตรใดมีส่วนผสมของแครนเบอร์รีเข้มข้น พร้อมทั้งอธิบายคำตอบได้
- พินช์สูตรใดมีส่วนผสมของแครนเบอร์รีเจือจาง พร้อมทั้งอธิบายคำตอบได้
- ถ้าหัวหน้าวงดนตรีต้องการพินช์ทุกสูตร สูตรละ 120 ถ้วย ต้องมีส่วนผสมของน้ำแครนเบอร์รีและโซดากับเหล้ากี่ถ้วย

นักเรียนร่วมกันตอบคำถามในข้อ 1-2 เป็นกลุ่ม กลุ่มละ 2-3 คน เมื่อแต่ละกลุ่มทำงานเสร็จ ให้แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลงานและแนวคิดในการหาคำตอบ

แต่ละกลุ่มพยายามคำนวณว่าสูตรใดที่มีน้ำแครนเบอร์รีเข้มข้น โดยแต่ละกลุ่มมีวิธีการในการคำนวณแตกต่างกัน เช่น บางกลุ่มคำนวณโดยพิจารณาจากความสัมพันธ์ของน้ำแครนเบอร์รี

กับจำนวนส่วนผสมทั้งหมดของแต่ละสูตร( สูตร A-D เป็น  $\frac{2}{5}, \frac{4}{12}, \frac{3}{8}, \frac{1}{5}$  ตามลำดับ) บางกลุ่ม

พิจารณาจากอัตราส่วนของน้ำแครนเบอร์รีกับโซดากับเหล้า(สูตร A-D เป็น  $\frac{2}{3}, \frac{4}{8}, \frac{3}{5}, \frac{1}{4}$  ตามลำดับ)

บางกลุ่มพิจารณาผิดพลาด โดยพิจารณาเพียงจำนวนน้ำแครนเบอร์รีของแต่ละสูตรเท่านั้น (สูตร A-D เป็น 2,4,3,1 )

หลังจากถามและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบและเปรียบเทียบวิธีการของแต่ละกลุ่มแล้ว แต่ละกลุ่มร่วมกันตัดสินใจที่จะตอบคำถามในข้อสุดท้ายก่อน โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มมอบหมายงานเพื่อตัดสินใจว่าต้องใช้ปริมาณของน้ำแครนเบอร์รี่และโซดากับเหล้าเท่าไรในแต่ละสูตร

ต่อไปนี้เป็นยุทธวิธี 4 ยุทธวิธีที่แต่ละกลุ่มใช้ในการแก้ปัญหาข้อ 3

#### สูตร A

มีแนวทางในการคำนวณว่าในสูตรนี้จะได้พินช์ครั้งละ 5 ถ้วย (น้ำแครนเบอร์รี่ :

โซดากับเหล้า = 2:3 ) ดังนั้นถ้าต้องการ 120 ถ้วย จะต้องทำ  $\frac{120}{5} = 24$  ซึ่งเป็นจำนวนพินช์ที่เรา

ต้องการ

สำหรับการทำพินช์ใน 1 ครั้ง จะต้องใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 2 ถ้วยและโซดากับ

เหล้า 3 ถ้วย

ถ้าต้องการทำพินช์ใน 24 ครั้ง จะต้องใช้น้ำแครนเบอร์รี่  $2 \times 24 = 48$  ถ้วยและ

โซดากับเหล้า  $3 \times 24 = 72$  ถ้วย

และเมื่อนำน้ำแครนเบอร์รี่ 48 ถ้วย รวมกับโซดากับเหล้า 72 ถ้วย จะทำให้ได้พินช์

ทั้งหมด 120 ถ้วยตามต้องการ

#### สูตร B

มีแนวคิดว่าน้ำแครนเบอร์รี่ 4 ถ้วย และโซดากับเหล้า 8 ถ้วยเป็นอัตราส่วน

เดียวกับน้ำแครนเบอร์รี่ 1 ถ้วยและโซดากับเหล้า 2 ถ้วย เราจึงคิดที่จะแบ่งพินช์ 120 ถ้วย ออกเป็น 3

กลุ่มจะได้น้ำแครนเบอร์รี่กลุ่มละ 40 ถ้วย และโซดาและเหล้า 2 ส่วน ในที่นี้คือ 80 ถ้วย ซึ่งจะทำให้

ได้พินช์ทั้งหมด 120 ถ้วย และคุณยังใช้อัตราส่วนของน้ำแครนเบอร์รี่และโซดากับเหล้าเป็น 1:2

เช่นเดิม

#### สูตร C

ทดสอบด้วยการเพิ่มสูตรนี้เป็น 2 เท่า แต่มันก็ยังไม่เพียงพอ ดังนั้นจึงต้องเพิ่มสูตร

ขึ้นเรื่อย ๆ และมองดูแบบรูปที่เกิดขึ้น จนกระทั่งได้ 120 ถ้วย ซึ่งสามารถพิจารณาได้ดังนี้

ตารางที่ 2.1 ปริมาณน้ำแครนเบอร์รี่และโซดากับเหล้า เมื่อต้องการพันธ์จำนวน 120 ถ้วย

แครนเบอร์รี่	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
โซดากับเหล้า	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
พันธ์	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120

ที่มา : NCTM. (2000) "Connections Standard for Grades 6-8," *Principles and Standards for School Mathematics*.(Onlion).

ซึ่งพบว่าจะต้องใช้ส่วนผสมของน้ำแครนเบอร์รี่ 45 ถ้วย และ โซดากับเหล้า 75 ถ้วย หลังจากการอภิปรายในชั้นเรียน กลุ่มนี้สังเกตว่าพวกเขาสามารถหาคำตอบได้

อย่างรวดเร็วจาก  $\frac{3}{5}$  ไปยัง  $\frac{45}{75}$  ได้ด้วยการคูณด้วย 15 เพราะพวกเขาต้องทำพันธ์สูตร C นี้ทั้งสิ้น 15 ครั้ง

#### สูตร D

ทดลองใช้จำนวนต่างๆ แบบลองผิดลองถูก โดยในตอนแรกทดลองใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 20 ถ้วย ซึ่งหมายความว่าเราต้องการ โซดากับเหล้า 80 ถ้วย แต่ยังไม่พอเกินไปเพราะ  $20 + 80 = 100$  ถ้วย ดังนั้นเราลองใช้ 30 ถ้วย หมายความว่าใช้น้ำ  $30 \times 4 = 120$  ถ้วยซึ่งทำให้ได้พันธ์จำนวนมาก  $30 + 120 = 150$  ถ้วย จากนั้นทดลองใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 25 ถ้วยและโซดากับเหล้า  $25 \times 4 = 100$  ถ้วย แต่มันทำให้ได้พันธ์ 125 ถ้วย ซึ่งยังไม่ถูกต้อง ดังนั้นเราลองใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 24 ถ้วย จะต้องใช้โซดากับเหล้า  $24 \times 4 = 96$  ถ้วย ซึ่งทำให้ได้พันธ์  $24+96= 120$  ถ้วยตามต้องการ

หลังจากนั้นแต่ละกลุ่มร่วมกันเสนอวิธีการของพวกเขาในการตอบคำถามข้อที่ 3 ครูจึงดำเนินการพูดคุย โดยการกระตุ้นให้นักเรียนพูดคุยเกี่ยวกับความคล้ายและความแตกต่างระหว่างยุทธวิธีของแต่ละกลุ่ม

“สถานการณ์ทำพันธ์” เป็นการนำแนวคิดในเรื่องต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา เช่น เศษส่วน อัตราส่วน สัดส่วน การดำเนินการ ขนาด ความรู้ลึกเชิงจำนวน แบบรูป ฯลฯ โดยการนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความเข้าใจและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหานี้ โดยนักเรียนถูกพัฒนาความเข้าใจ ซึ่งเป็นการวางพื้นฐานสำหรับการเรียนต่อไป

ชิ้นงานนี้ต้องการให้นักเรียนอธิบายยุทธวิธีของพวกเขา นักเรียนทุกคนมีโอกาสในการสร้างความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วน โดยศึกษาแนวคิดจากกลุ่มต่างๆ กล่าวคือ

สูตร D ใช้วิธีการเดาแล้วตรวจสอบในการแก้ปัญหา

สูตร C ทำเป็นตารางและใช้แนวคิดในการเพิ่มอัตราส่วนและเพิ่มในแนวทางเดียวกันซึ่งนักเรียนสามารถหาได้โดยใช้เศษส่วนที่เท่ากัน

สูตร A,B คัด โดยเปรียบเทียบปริมาณและใช้อัตราส่วน

ไม่มีนักเรียนคนใดกล่าวว่าคำตอบที่ได้จากคำถาม 2 ข้อแรก จะมีความชัดเจนมากขึ้น ถ้าพวกเขาแก้ปัญหาในข้อ 3 ได้ ในแต่ละสูตรเราสามารถเพิ่มจำนวนน้ำแครนเบอร์รี่ไปสู่จำนวนพื้นที่ที่ต้องการได้ในการทำพื้นที่ตามสูตร A-D ให้ได้สูตรละ 120 ถ้วยนั้นจะต้องทำพื้นที่ในแต่ละสูตรทั้งสิ้น 24, 10, 15 และ 24 ครั้ง ตามลำดับของส่วนผสมที่ต้องการ โดยในตอนแรกสูตร A-D ใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 2, 4, 3 และ 1 ถ้วย ตามลำดับ และจะได้ 120 ถ้วยเมื่อใช้น้ำแครนเบอร์รี่สูตร A-D เป็น 48, 40, 45 และ 24 ถ้วยตามลำดับ ซึ่งเราจะพบว่าสูตร D มีรสและกลิ่นแครนเบอร์รี่เจือจาง และสูตร A มีรสและกลิ่นแครนเบอร์รี่เข้มข้น

กรมวิชาการ (2544 : 200-202) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

เพื่อให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงและมีทักษะกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ที่ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียนให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

### ตัวอย่างการเชื่อมโยง

กำหนดสถานการณ์ปัญหา

บริษัทก่อสร้างดำรงต้องการเช่าที่ดินขนาด 2 ไร่ จำนวน 1 แปลง สำหรับเก็บวัสดุก่อสร้างทางในราคาประหยัด และมีผู้นำที่ดินมาเสนอให้เช่า 2 ราย ดังนี้

นายบุญ เสนอที่ดิน 2 ไร่ 1 งาน คิดราคาค่าเช่าที่ดินทั้งแปลงเดือนละ 7,000 บาท

นางล้วน เสนอที่ดิน 5 ไร่ 3 งาน แบ่งที่ดินให้เช่าโดยคิดค่าตารางวาละ 100 บาท

ต่อปี

ถ้าผู้เรียนเป็นเจ้าของบริษัทก่อสร้างดำรง ผู้เรียนจะตกลงเช่าที่ดินของใครเพราะเหตุใด จากสถานการณ์ปัญหาดังกล่าวข้างต้น จะเห็นว่าผู้เรียนต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณค่าเช่าที่ดิน ต้องคำนึงถึงราคาที่ต้องการประหยัด ต้องใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจการนำเสนอเฉพาะคำตอบจากการคำนวณของผู้เรียนไม่ใช่สิ่งสำคัญที่สุด ผู้สอนจะต้องให้ความสำคัญต่อแนวคิดและเหตุผลของผู้เรียนแต่ละคนประกอบด้วย

ตัวอย่างคำตอบและเหตุผลของผู้เรียนอาจเป็นดังนี้

ค.ช.ก้อ ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งมีค่าใช้จ่ายปีละ 84,000 บาท

( $7,000 \times 12 = 84,000$ ) และได้ที่ดินมากกว่าที่กำหนดไว้อีก 1 งาน

ค.ญ.นิตยา ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนางล้วน ซึ่งคิดค่าเช่า 2 ไร่ หรือ 800 ตารางวา เป็นเงิน 80,000 ต่อปี ซึ่งเป็นราคาเช่าที่ถูกกว่าเช่าที่ดินของนายบุญ

ค.ญ.นุช ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งเมื่อคิดค่าเช่าเป็นตารางวาต่อปีและจะจ่ายเพียงตารางวาละ 93 บาท  $\left( \frac{7000 \times 12}{900} \approx 93 \right)$  ซึ่งถูกกว่าค่าเช่าที่ดินของนางล้วน

ผู้สอนอาจเปิดประเด็นให้ผู้เรียนได้มีการอภิปรายต่อไปในเรื่องนี้ได้อีกในประเด็นที่ว่า ในชีวิตจริงแล้วก่อนตัดสินใจลงทุนทำกิจการใด ผู้ลงทุนจะไม่พิจารณาเฉพาะค่าเช่าเพียงอย่างเดียวต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่น ๆ ด้วย เช่น สภาพแวดล้อม ความสะดวกในการเข้าออกที่ดินอยู่ใกล้หรือไกลจากบริษัทเพียงใด ประเด็นเหล่านี้จะช่วยทำให้ผู้เรียนมีความคิดพิจารณาในวงกว้างขึ้นสามารถนำความคิดเช่นนี้ไปประยุกต์ในชีวิตจริงได้ เป็นการส่งเสริมทักษะกระบวนการให้เหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ และส่งเสริมคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ในด้านการคิดอย่างถี่ถ้วน รอบคอบกล้าแสดงความคิดเห็น และคิดอย่างมีวิจารณญาณอีกด้วย

ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิด แสดงเหตุผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้จากการคำนวณเท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า ในการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นดังนี้

1. ใช้เทคนิคการสอนที่หลากหลาย เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นต่อสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. จัดเตรียมสถานการณ์ที่มีการบูรณาการเนื้อหาสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย
3. นำสิ่งแวดล้อมรอบตัวมาเป็นสื่อในการเรียนรู้ เพื่อฝึกการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียน
4. นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้ทักษะกระบวนการกลุ่ม ส่งเสริมให้นักเรียนกล้าคิด กล้าทำ และคิดอย่างมีวิจารณญาณ

### 3.6 ลักษณะของการเชื่อมโยงในรูปแบบต่าง ๆ

#### 3.6.1 การสร้างการเชื่อมโยงในเรขาคณิต

สครอย และ สครอย (Sqroi & Sqroi, 1993; 569-570) กล่าวว่า การสอนพีชคณิตและเรขาคณิตในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาแต่เดิมแยกต่างหากจากกัน ต่อมาเมื่อบางรัฐในสหรัฐอเมริกาได้มีการปรับปรุงหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยนำเอาการบูรณาการมาใช้กับพีชคณิตและเรขาคณิตเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการแสวงหาความรู้ต่อไป โดยที่จริงมโนคติของการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิตไม่ใช่เรื่องใหม่ นักคณิตศาสตร์และนักปรัชญาชาวฝรั่งเศสชื่อ เรเน่ เดสคาร์ตส์ (Rene' Descartes, 1596-1650 อ้างถึงใน ศศิธร แก้วรักษา 2547 : 28) ได้พัฒนาเรขาคณิตที่รู้จักกันดี คือ เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการนำภาพเรขาคณิตเข้ามานำเสนอด้วยพีชคณิต โดยใช้ระบบจำนวนจริงและสมการ

#### 3.6.2 การเก็บข้อมูลนอกสถานที่ เพื่อสร้างการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง

บาไซล์ (Basile, 1999: 8-12) ได้กล่าวถึงการเก็บข้อมูลนอกสถานที่ เพื่อให้ นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงว่า ประสบการณ์ที่สนุกสนานสำหรับเด็ก เกิดจากนอกห้องเรียน เมื่อพาเด็กไปเดินในป่าละเมาะ สวนสาธารณะในท้องถิ่น หรือสวนหย่อมรอบ ๆ โรงเรียน ขณะเดินสำรวจ เด็กได้ค้นพบธรรมชาติ ได้รับความรู้และทักษะ ได้ใช้ความรู้สึก (Sense) ในการเก็บข้อมูลในสิ่งรอบตัว ซึ่งแต่เดิมเราเคยให้ประสบการณ์เรื่องนี้กับเด็กเฉพาะในชั้นเรียนวิทยาศาสตร์ อย่างไรก็ตาม การรู้จักสังเกตเป็นสิ่งสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ในการสร้างแบบรูปเพื่อพัฒนาไปสู่การแก้ปัญหา ความรู้สึกเชิงปริภูมิ และการให้เหตุผล

การเก็บข้อมูลจากการเรียนรู้นอกสถานที่ เป็นกระบวนการที่ทำให้เด็กสามารถเชื่อมโยงระหว่างมโนคติของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง โดยปรับวิธีการให้เข้ากับธรรมชาติ ความอยากรู้อยากเห็นของเด็ก โดยให้ประสบการณ์ที่สนับสนุนการเรียนรู้ขณะที่เก็บข้อมูลเด็กได้สร้างองค์ความรู้ในเรื่องจำนวน ขนาด สัมฐาน และแบบรูปที่สัมพันธ์กับสิ่งรอบตัว เช่น ใช้ความรู้เรื่องจำนวนในการนับ และบันทึกจำนวนกลีบดอกไม้ต่างชนิดกัน หรือใช้วิธีวัดคร่าว ๆ ในการหาความยาวรอบต้นไม้ แล้วเปรียบเทียบขนาด เป็นต้น ดังนั้นกระบวนการเก็บข้อมูลได้ให้โอกาสอันมีค่ากับเด็กเล็กในการคิดแบบเดียวกับนักคณิตศาสตร์ และประยุกต์การให้เหตุผลของข้อมูลสู่ชีวิตจริง เด็กสามารถได้รับความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมมากขึ้นจากการได้แยกชนิดประเภทของข้อมูล เขียนกราฟ เปรียบเทียบข้อมูล ทดสอบแบบรูป และนำเสนอแนวคิดด้วยกราฟ

### 3.6.3 กรุปสมมาตรเชื่อมโยงศิลปะและประวัติศาสตร์กับคณิตศาสตร์

นัทเซาลัส (Natsoulas, 2000 : 364-370) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงระหว่างกรุปสมมาตร (Symmetry Groups) ในคณิตศาสตร์กับศิลปะ และประวัติศาสตร์ ว่า ที่ผ่านมามีการนำเอาวัฒนธรรมจากที่ต่าง ๆ มาเป็นต้นแบบในการผลิต ออกแบบสิ่งประดับ และตกแต่งต่าง ๆ หรือเป็นภาพสัญลักษณ์ของพิธีการ หรือสัญลักษณ์ทางศาสนา ซึ่งหลายอย่างที่กล่าวมา เป็นคณิตศาสตร์ โดยธรรมชาติมีภาพที่สร้างมาจากการสะท้อน และการหมุนภาพบนระนาบ ดังนั้นประวัติศาสตร์และการผสมผสานทางศิลปะ ทำให้นักเรียนได้ศึกษาการสะท้อน และการหมุนภาพบนระนาบได้ เช่นเดียวกับมโนคติของรูปสมมาตร การศึกษารูปสมมาตรเพื่อให้เชื่อมโยงกับศิลปะ และประวัติศาสตร์ ส่งเสริมความเข้าใจในการสร้างภาพบนระนาบ และแสดงโครงสร้างพื้นฐานของพีชคณิตและเรขาคณิต

### 3.6.4 การเชื่อมโยงระหว่างสมการและกราฟ

นุท (Knuth, 2000 : 48 -53) กล่าวว่าการศึกษาที่นักเรียนจะเข้าใจความหมายของฟังก์ชันที่ไม่เพียงแต่รู้ ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนมีการนำเสนอวิธีที่ต่างกันในการหาคำตอบ ให้มีการแสดงสมการในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ให้มีการนำเสนอสมการเชิงเส้นทั้งในรูปแบบ Point slope และรูปมาตรฐาน วิธีที่จะเน้นการนำเสนอด้วยกราฟทำให้งานที่แปลงกราฟให้เป็นสมการ และควรให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้และอภิปรายถึงวิธีการได้มาซึ่งคำตอบในรูปแบบต่าง ๆ

### 3.6.5 การเชื่อมโยงกับธรณีวิทยา

เวเซอร์และมิลรอย (Vacher & Mylroie, 2001 : 640-646) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับธรณีวิทยา เพื่อใช้สำรวจถ้ำว่า ถ้ำมีความแตกต่างจากภูเขา ทะเลสาบ หรือแม่น้ำตรงที่เราไม่สามารถเห็นปากถ้ำได้ในระยะไกล ไม่สามารถทำแผนที่จากภาพถ่ายทางอากาศ หรือภาพถ่ายดาวเทียม ไม่สามารถบอกลักษณะภายในถ้ำได้จนกว่าจะเดินทางเข้าไปสำรวจภายในและยังพบว่าภายในถ้ำทอดยาวออกไปหลายทาง จนไม่อาจทำนายส่วนปลายของถ้ำได้ นักสำรวจจึงมีวิธีการสำรวจเส้นทางเดินภายในถ้ำ โดยหาความยาวของระยะทางในถ้ำเป็นส่วน ๆ และทิศทางแล้วเขียนแทนด้วยเวกเตอร์ การเขียนแผนที่ของถ้ำ จึงเป็นการแปลงข้อมูลของระยะทางและมุมออกมาเป็นเวกเตอร์ในระบบสามมิติ

จากลักษณะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ดังกล่าวข้างต้น เป็นการแสดงให้เห็นว่า คณิตศาสตร์เชื่อมโยงกันหลายเนื้อหาในคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงและสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับวิชาอื่น ๆ และนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้

### 3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

#### 3.7.1 งานวิจัยต่างประเทศ

เดรีกเซต (Drexel, 1997 :2119A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างเศษส่วนธรรมดา(Common Fraction) กับเศษส่วนทศนิยม (Decimal Fraction) หรือเศษส่วนที่มีพหุคูณของ 10 เริ่มต้นที่ เลื่อนนักเรียน 9 คนจากกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่อยู่ต่างห้องเรียนกันจำนวน 19 คน มาทดสอบความสามารถเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดา และเศษส่วนทศนิยม โดยให้ทำข้อสอบเศษส่วนแบบเขียนตอบและสัมภาษณ์ถึงการเรียนเรื่องเศษส่วนที่ผ่านมา เพื่อจะได้ทราบระดับความรู้ และมโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียน ปรากฏว่ามโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียนมีอยู่จำกัด ดังนั้น ผู้วิจัยจึงใช้บทเรียน 6 บท ในการปูพื้นฐานมโนคติและทักษะเรื่องเศษส่วนและใช้บทเรียนเพียง 2 บทในการเชื่อมโยงมโนคติของเศษส่วนธรรมดาและทศนิยมกับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากการใช้บทเรียน ทำการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถจำแนกเปรียบเทียบ ดำเนินการบวก และการลบเศษส่วนทศนิยมได้ สามารถนำหลักการของเศษส่วนธรรมดาไปใช้กับเศษส่วนทศนิยมได้ และนักเรียนยังสามารถตัดแปลงส่วนจาก 10 และ 100 เป็น 1,000 แต่ยังไม่สามารถแปลงการคูณเศษส่วนมาเป็นการคูณทศนิยมได้ ซึ่งข้อจำกัดนี้ชี้ว่าความรู้ของนักเรียนยังมีปัญหาต่อการนำมาใช้ แต่จากการที่นักเรียนสามารถโยงเศษส่วนธรรมดาและทศนิยมมาสัมพันธ์กันได้ อาจมีความหมายต่อความเข้าใจมโนคติ และการดำเนินการในทศนิยม

บาร์เรทท์ (Barrett, 1998 : Online) ได้ทำการศึกษานำเสนอ การเชื่อมโยงและการสร้างองค์ความรู้ ซึ่งเป็นการเพิ่มความเข้าใจของนักเรียนในลักษณะสองมิติ โดยใช้คำถาม 3 ข้อ คือ นักเรียนพัฒนาความเป็นนามธรรมไปสู่กระบวนการสร้างความเข้าใจในการเปลี่ยนความยาวได้อย่างไร นักเรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ซับซ้อนขึ้นระหว่างจำนวนและระยะทางหลังจากฝึกทำชิ้นงานเกี่ยวกับความยาวใช่หรือไม่ และเพื่อตอบคำถามเหล่านี้ได้ศึกษา นักเรียนเป็นรายกรณีในที่สุดนักเรียนสามารถแสดงให้เห็นถึงการนำเสนอจากการมองและการสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความยาวได้

ผลการศึกษาแนะว่าการวิจัยเป็นผลมาจากความสนใจการแบ่งวัตถุในแนวเส้นตรงของนักเรียนและจากการสอบซึ่งนักเรียนวัดความยาวโดยใช้วิธีการทางเรขาคณิตที่ซับซ้อนมากขึ้นการสอนสามารถปรับปรุงโดยให้นักเรียนสร้างไดอะแกรมของสถานการณ์ซึ่งพวกเขาวัดความยาวโดยมีการเตรียมการอธิบายถึงกระบวนการวัดความยาวทุกมุมอย่างชัดเจน และช่วยให้นักเรียนสนใจลักษณะเฉพาะของวัตถุมากขึ้น โดยใช้กิจกรรมเกี่ยวกับการวัด

เอลเบอ์ส(Elbers, 1999 : Online) ได้ทำการศึกษาการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่เป็นรูปแบบและไม่เป็นรูปแบบ (การเขียนให้อยู่ในรูปแบบใหม่) ซึ่งมีจุดมุ่งหมายในการสร้างความแตกต่างระหว่างคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นรูปแบบและเป็นรูปแบบ ขยายภาษาคณิตศาสตร์ที่เป็นรูปแบบโดยใช้สัญลักษณ์และบทนิยามที่เป็นพื้นฐานในการเขียนให้อยู่ในรูปแบบใหม่ การคำนวณโดยทั่วไปถูกอธิบายอย่างละเอียด โดยใช้บทนิยามและมีกระบวนการคิดโดยใช้ขั้นตอนการให้เหตุผลข้อเท็จจริงในการให้เหตุผลสามารถนำเสนอโดยใช้บทนิยาม ซึ่งทำให้เกิดความเป็นไปได้ในการพิสูจน์ที่เป็นรูปแบบอย่างถูกต้องของลำดับที่ต่อเนื่อง นอกจากนี้สมบัติต่าง ๆ ช่วยสร้างภาษาที่เป็นรูปแบบขึ้นเหมาะสำหรับการพิสูจน์สูตรทางคณิตศาสตร์อย่างอัตโนมัติ และในที่สุดเราสามารถอธิบายถึงวิธีการแรกเริ่มของการพิสูจน์ข้อเท็จจริงและสร้างรูปแบบใหม่โดยใช้บทนิยามได้

นุท (Knuth, 2000 : 500-508) ได้ศึกษาความเข้าใจในการสร้างการเชื่อมโยงในระบบพีคคณาของนักเรียน สืบเนื่องจากการนำเสนอเนื้อหาที่หลากหลายของฟังก์ชันในวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนระดับมัธยมศึกษา มีนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวนมากไม่เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาเหล่านั้น โดยเฉพาะการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชันจากนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 178 คน ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาพีชคณิตของแคลคูลัส เป็นปีแรก ผลการวิจัยพบว่า มากกว่า 3 ใน 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เลือกทำแบบทดสอบโดยใช้วิธีทางพีชคณิต แม้ว่าการหาคำตอบโดยใช้กราฟของฟังก์ชันจะง่ายกว่าก็ตาม และน้อยกว่า 1 ใน 3 ที่ใช้วิธีของกราฟจะใช้วิธีอื่น ๆ หรือไม่มีวิธีที่มีทางเลือกอื่นอีก

### 3.7.2 งานวิจัยในประเทศ

สมบัติ แสงทองคำสุข (2545 : 97) ได้พัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์และบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการศึกษาพบว่ารูปแบบการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 89.84/82.32 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงดังกล่าว หลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นงลักษณ์ แก้วมาลา (2547 : 76) ได้ใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะ

การเชื่อมโยง เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01

ศศิธร แก้วรักษา (2547 : 60) ได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 82.11/83.59 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา(CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริเพ็ญ ประกอบดี (2548 :37) ได้จัดกิจกรรมการเรียนโดยการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ร้อยละ ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียน โดยการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์เรื่อง ร้อยละ สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการประยุกต์ความรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียน โดยการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์เรื่อง ร้อยละ อยู่ในเกณฑ์ดี ตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการประยุกต์ความรู้คณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยข้างต้น จะเห็นได้ว่าการเรียนรู้เนื้อหาสาระในเรื่องต่าง ๆ ที่เชื่อมโยงกับเรื่องที่ใกล้ตัว สิ่งแวดล้อมรอบตัว แนวโน้ม ๆ ที่เกิดขึ้นในสังคมโลกปัจจุบันนั้นมีผลดีต่อผู้เรียนทำให้เกิดความเข้าใจในเรื่องที่เรียนรู้อย่างชัดเจน ลึกซึ้ง ครอบคลุม ซึ่งเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อผู้เรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในการดำรงชีวิต และแก้ปัญหาสภาพสังคมจริงได้ดังนั้น ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จึงควรจะช่วยให้ผู้เรียนได้รู้จักสร้างความสัมพันธ์เชื่อมโยงความรู้กับสถานการณ์ และสิ่งแวดล้อมในชีวิตจริงอย่างเหมาะสม เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจและเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้จริง

#### 4. การจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์

วิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมโครงการ เป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ส่งเสริมผู้เรียนให้รู้จักตั้งข้อสงสัย ค้นหาข้อมูลและข้อค้นพบ ทำกิจกรรมอย่างอิสระ นำเสนอด้วยตนเอง ใช้ทักษะกระบวนการศึกษาต่างๆ เทคนิคการสืบสวน การสืบเสาะหาความรู้ ตลอดทั้งเทคนิคการคิดคำนวณ นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์โดยเทคนิคแบบโครงการ ซึ่งมีความรู้ ความคิด เจตคติ และลงมือปฏิบัติเป็นรูปธรรม

ซึ่งส่งผลไปสู่ความเจริญงอกงาม ทั้งทางด้านพุทธิพิสัย ทักษะพิสัย จิตพิสัย และความคิดสร้างสรรค์  
ได้ (กรมวิชาการ 2540 ,ยูพิน พิพิธกุล 2542 ,สุพล วังสินธุ์ 2543)

วิธีการสอนแบบ โครงงานคณิตศาสตร์ เป็นวิธีการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียน คิดและ  
ลงมือปฏิบัติเพื่อดำเนินการหาคำตอบของปัญหาด้วยตนเอง ดำเนินการ วางแผน หาข้อมูล เก็บ  
รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล นำเสนอข้อมูลและสรุปแปรผลข้อมูลด้วยตนเอง นักเรียนเป็นผู้สร้าง  
องค์ความรู้จึงทำให้ความรู้ที่ได้จากการศึกษาลงมือปฏิบัติ โครงงาน เป็นความรู้ที่มีความหมาย  
( ยูพิน พิพิธกุล 2542 และกาญจนา ไชยพันธุ์ 2542)

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ (2541 : 1-6)  
ได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. กำหนดจุดประสงค์ก่อนจะทำโครงงาน จะต้องกำหนดจุดประสงค์เสียก่อนว่า  
ต้องการอะไรในการทำโครงงาน
  2. การเลือกหัวข้อเรื่อง ควรเป็นเรื่องที่ผู้ทำโครงงานสนใจและเชื่อมโยงกับเนื้อหาทาง  
คณิตศาสตร์ นอกจากนี้ควรพิจารณาข้อมูลต่าง ๆ ประกอบให้รอบด้านว่าเพียงพอหรือไม่ก่อนจะ  
กำหนดหัวข้อเรื่อง
  3. การวางโครงสร้างและจำกัดขอบเขตของงาน เมื่อเลือกหัวข้อได้ก็ต้องวาง  
โครงสร้างและจำกัดขอบเขตของงานว่าจะมีขอบเขตกว้างหรือแคบเพียงใด เพราะบางเรื่องทำได้  
ยาก จำเป็นต้องวางขอบเขตไว้
  4. การวางแผนและลงมือปฏิบัติ เมื่อวางโครงสร้างและจำกัดขอบเขตแล้วก็เริ่ม  
วางแผนว่าต้องการอะไร ใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใด จะหาข้อมูลเหล่านั้นได้ที่ไหน จะไปถาม  
ใครหรือจะไปค้นคว้าข้อมูล ณ ที่ใด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับโครงงานที่ทำ เพราะบางครั้งอาจต้องสำรวจ  
ซึ่งต้องอาศัยเครื่องมือ
- มาถึงขั้นนี้ ถ้าทำงานกลุ่มก็ต้องแบ่งงานกันทำอย่างรอบคอบ ให้ทุกคนได้มีโอกาส  
ร่วมงานกัน มีการประชุมปรึกษากันเป็นระยะ ๆ มีการประเมินผลงานระหว่างปฏิบัติและประเมิน  
หลังจากสิ้นสุดโครงงาน ซึ่งต้องเตรียมวางแผนว่าประเมินอย่างไร
5. การบันทึกข้อมูล และการนำเสนอผลงาน เมื่อรวบรวมข้อมูลได้แล้ว จะบันทึก  
ข้อมูลในรูปแบบใด ควรดูให้สอดคล้องกับโครงงานที่ทำ
  6. การประเมินโครงงาน อาจทำได้โดยผู้ทำโครงงานประเมินตนเอง หรือบุคลากรอื่น  
ทำการประเมิน

ส่วนยุพิน พิพิธกุล และนวนน้อย เจริญผล (2541 : 1) ได้เสนอแนวทางการทำ  
โครงการานคณิตศาสตร์ดังนี้

ขั้นที่ 1 คู่มือหาคณิตศาสตร์ในแต่ละภาคเรียน เพื่อวางโครงสร้างและจำกัด  
ขอบเขตของโครงการาน

ขั้นที่ 2 เลือกหัวข้อโครงการาน การเลือกหัวข้อโครงการานอาจให้นักเรียนเลือกหัวข้อ  
โดยอิสระ แต่ในระยะเริ่มต้น ครูและนักเรียนอาจอภิปรายเพื่อกำหนดหัวข้อโครงการาน

ขั้นที่ 3 การเลือกแนวทางการทำงาน

ประเภทของงาน : งานเดี่ยวหรือกลุ่ม

ระยะเวลา : กำหนดช่วงเวลาที่จะทำโครงการาน

ขอบเขตของโครงการาน : จำกัดเรื่องให้พอเหมาะกะระยะเวลาที่กำหนด

จุดประสงค์ของโครงการาน : ให้นักเรียนตั้งจุดประสงค์ด้วยตนเองแล้วให้ที่ปรึกษา  
ของโครงการานผ่านความเห็นชอบ

ขั้นที่ 4 การวางแผนและลงมือปฏิบัติ เมื่อได้หัวข้อและแนวทางการทำงานแล้ว  
ให้นำมาพิจารณาว่าต้องการข้อมูลข่าวสารอะไรบ้าง จะได้รับความรู้ข้อมูลเรื่องนั้นอย่างไร จะมี  
การรวบรวมข้อมูลมาวิเคราะห์อย่างไรแต่ละขั้นตอนต้องบันทึกไว้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2550) กล่าวว่าโครงการานเป็นกิจกรรมที่นักเรียนสนใจศึกษาค้นคว้า  
ขึ้นเองเป็นพิเศษภายใต้การให้คำแนะนำเสนอแนะแนวทางของครู โครงการานอาจมีความต่อเนื่อง  
เชื่อมโยงกับสาระการเรียนรู้ในบทเรียน โดยตรงเป็นการประยุกต์ใช้ความรู้หรือเป็นการขยาย  
ฐานความรู้จากบทเรียนให้กว้างขวางยิ่งขึ้น นอกจากนี้โครงการานยังอาจเป็นกิจกรรมที่นักเรียนสนใจ  
ศึกษาเพิ่มเติมในเชิงลึกเป็นการเฉพาะซึ่งมีความเชื่อมโยงกับสาระหลายสาระก็ได้

การจัดทำโครงการานโดยทั่วไปต้องอาศัยทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์  
เช่นเดียวกันกับการทำงานวิจัยซึ่งต้องอาศัยการคิดขั้นสูง สำหรับนักเรียนที่เริ่มต้นเรียนรู้การทำ  
โครงการาน ถ้าเริ่มต้นด้วยการให้นักเรียนจัดทำโครงการานที่มีองค์ประกอบที่สมบูรณ์ครบถ้วนทำนอง  
เดียวกันกับงานวิจัยจึงเป็นเรื่องที่ทำได้ยาก แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมโครงการานซึ่ง  
เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นำการจัดทำโครงการานเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของกิจกรรมการเรียนรู้ ในลักษณะ  
ค่อยเป็นค่อยไป เริ่มขึ้นด้วยโครงการานที่มีองค์ประกอบง่าย ๆ สอดรับกับการทำแบบฝึกหัดตามปกติ  
แล้วค่อย ๆ เพิ่มองค์ประกอบให้มากขึ้นจนกระทั่งสมบูรณ์ตามรูปแบบของการจัดทำโครงการาน โดยมี  
จุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจสาระสำคัญของบทเรียนผ่านการทำโครงการาน ใน  
ขณะเดียวกันก็ได้เรียนรู้วิธีการทำโครงการาน สามารถจัดทำโครงการานในลักษณะที่มีความเชื่อมโยง  
กับสาระในบทเรียนและครอบคลุมถึงการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

การจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมโครงการสามารถแบ่ง ได้เป็น 3-4 ระยะดังนี้

ระยะที่ 1 เริ่มเรียนรู้สู่โครงการ : ฝึกการตั้งชื่อโครงการ กำหนดจุดประสงค์และเขียนผลการดำเนินการ

ระยะที่ 2 ประสานสาระและกระบวนการดำเนินงาน : เพิ่มเติมการระบุนสาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและดำเนินงานในการจัดทำโครงการ

ระยะที่ 3 สอดประสานการทำโครงการที่สมบูรณ์ : เพิ่มเติมองค์ประกอบที่สำคัญของโครงการให้สมบูรณ์ ได้แก่ ความเป็นมา ระยะเวลาดำเนินงาน สรุปและข้อเสนอแนะ

ระยะที่ 4 เพิ่มพูนประสบการณ์ทำโครงการที่สนใจ : เพิ่มเติมความรู้เกี่ยวกับการจัดทำโครงการประเภทต่าง ๆ นอกเหนือไปจากการจัดทำโครงการที่สอดคล้องกับบทเรียนในกรอบของจุดประสงค์การเรียนรู้ เปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการทำโครงการอย่างเต็มที่

**แนวทางในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมโครงการ 4 ระยะ มีรายละเอียดดังนี้**

**ระยะที่ 1 เริ่มเรียนรู้สู่โครงการ**

ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรม โครงการ ครูควรสอดแทรกการใช้คำถามแบบเปิดกว้างหรือปัญหาปลายเปิดซึ่งเป็นปัญหามีคำตอบหลาย ๆ คำตอบ รวมถึงการให้นักเรียนเป็นผู้หาตัวอย่างที่สอดคล้องกับเนื้อหาที่กำลังเรียนด้วยตนเอง หรือกลุ่มของนักเรียนเอง องค์ประกอบที่สำคัญของ โครงการระยะที่ 1 เริ่มเรียนรู้สู่โครงการ

1. ชื่อโครงการ สามารถกำหนดให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระที่นักเรียนกำลังเรียน หรือเป็นชื่อในลักษณะที่ดึงดูดความสนใจที่มีความสอดคล้องกับสาระที่จะนำเสนอในรูปโครงการ
2. ผู้จัดทำโครงการ ระบุชื่อนักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน ที่จัดทำโครงการร่วมกัน
3. จุดประสงค์ ในส่วนนี้ถือว่าเป็นเรื่องใหม่สำหรับนักเรียน ควรเริ่มต้นฝึกให้นักเรียนรู้สึกว่าการเขียนจุดประสงค์ ไม่ยากและสามารถทำได้ด้วยตนเองก็คือ การปรุงแต่งถ้อยคำจากคำสั่งที่ให้ทำแบบฝึกหัด มาเป็นจุดประสงค์ เช่น

3.1 ในเรื่องการหาผลบวกของจำนวนไม่เกิน 10 จากคำสั่ง “จงหาผลบวก...” อาจแปลงเป็นจุดประสงค์ “เพื่อหาจำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกเท่ากับ 10 ”

3.2 ในเรื่อง บันทึกรประจำวัน จากคำสั่ง “ จงบอกกิจกรรมที่นักเรียนทำในเวลาต่อไป นี้ เข้า สาย เทียง บ่าย เย็น ” อาจแปลงเป็นจุดประสงค์ “ เพื่อสำรวจหากิจกรรมที่ทำในเวลา เข้า สาย เทียง บ่าย เย็น ”

4. ผลการดำเนินการ ส่วนประกอบของโครงการในส่วนนี้ต้องมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์ของโครงการ เนื่องจากจุดประสงค์ของโครงการสามารถปรุงแต่งมาจาก คำสั่ง ของแบบฝึกหัดหรือคำสั่งของกิจกรรม ผลการดำเนินงานก็สามารถปรุงแต่งมาจากวิธีทำและคำตอบที่ทำ

ตามคำสั่ง เป็นการแสดงผลตามที่ระบุในจุดประสงค์นั่นเอง โดยจัดทำให้มีรูปแบบของการนำเสนอที่น่าสนใจกว่าการทำแบบฝึกหัดตามปกติ

### ระยะที่ 2 ประสานสาระและระบุวิธีดำเนินงาน

หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการคิด สำหรับในขั้นการให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด หรือกิจกรรมหลังเรียน โดยให้นำเสนอในรูปแบบโครงงาน ส่วนประกอบของโครงงานที่ควรให้นักเรียนเพิ่มเติมในการจัดทำโครงงานระยะที่ 2 นี้คือ สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และวิธีดำเนินงาน โดยให้เขียนต่อจากจุดประสงค์

1. สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ให้พิจารณาว่าโครงงานคณิตศาสตร์ที่จัดทำมีความเกี่ยวข้องหรือได้นำสาระใดของคณิตศาสตร์มาใช้บ้าง ในระยะแรก ๆ อาจให้นักเรียนเขียนเฉพาะชื่อหัวข้อทางคณิตศาสตร์ ต่อมาอาจเพิ่มเติมสาระสำคัญของคณิตศาสตร์ลงไปด้วย เช่น

- โครงงานสมการที่สมมูลกัน สาระคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง : สมการที่สมมูลกันเป็นสมการที่มีคำตอบของสมการเท่ากัน

2. วิธีดำเนินงาน ส่วนประกอบของ โครงงานในส่วนนี้ให้กล่าวถึงวิธีการที่นำไปสู่การได้คำตอบ สิ่งที่ต้องการ หรือผลตามที่กำหนดในจุดประสงค์ให้กล่าวถึงว่าผลการดำเนินงานตาม ซึ่งนักเรียนสามารถเรียบเรียงขึ้นจากวิธีการ ขั้นตอนที่นักเรียนปฏิบัติโดยตรง การเขียนเล่าสิ่งที่ได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองเป็นสิ่งที่ไม่ยากสำหรับนักเรียน วิธีดำเนินงานที่ใช้ใน โครงงาน เช่น การศึกษาเอกสาร ตำรา การสัมภาษณ์ผู้รู้ การสำรวจ การสังเกต การทดลอง การสร้างสิ่งประดิษฐ์ รวมถึงการสร้างแบบจำลองเพื่อหาคำตอบ

### ระยะที่ 3 สอดประสานการทำโครงงานที่สมบูรณ์

เมื่อถึงระยะนี้ถือว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในการจัดทำโครงงานได้พอสมควร โดยสามารถจัดทำโครงงานที่มีองค์ประกอบหลักที่สำคัญได้แล้ว ในระยะที่ 3 เป็นการเพิ่มเติมน้องประกอบของโครงงานให้สมบูรณ์ เมื่อถึงระยะนี้ สาระในบทเรียนคณิตศาสตร์ทั่ว ๆ ไปมักเป็นเรื่องการประยุกต์ใช้ความรู้ในลักษณะการแก้โจทย์ปัญหา หรือเป็นการขยายฐานความของเรื่องที่เรียนออกไป ซึ่งครูสามารถสนับสนุนให้นักเรียนแสดงการประยุกต์ใช้ความรู้ในแนวทางที่นักเรียนสนใจในรูปแบบของการจัดทำโครงงาน โดยกำหนดกรอบความคิดด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้ ในระยะที่ 3 นี้ นักเรียนต้องจัดทำโครงงานที่มีองค์ประกอบครบถ้วน เป็นโครงงานที่สมบูรณ์ชัดเจนจัดว่าเป็น โครงงานใหญ่ที่ต้องใช้ความคิดและเวลาพอสมควร

องค์ประกอบของโครงการที่ควรเพิ่มเติมให้สมบูรณ์ในระบะที่ 3 มีดังนี้

**1. คุณครูที่ปรึกษา** โครงการที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ การเรียนรู้ที่คุณครูที่ปรึกษาก็คือ คุณครูผู้สอน และอาจมีคุณครูท่านอื่นซึ่งมีความถนัดและความสนใจในเรื่องที่นักเรียนจัดทำโครงการมาช่วยเป็นที่ปรึกษา

**2. ความเป็นมา** ให้กล่าวถึงเหตุผล แรงจูงใจที่ทำให้เกิดความสนใจทำโครงการนี้ขึ้นมา เช่น หลังจากเรียนเนื้อหาเรื่อง...แล้ว ต้องการหาตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อเสริมความเข้าใจในเรื่องที่เรียน หรือ อยากทราบว่าเนื้อหาที่เรียนมีความเกี่ยวข้องกับสิ่งรอบตัว หรือนำไปประยุกต์ใช้ได้อย่างไรบ้าง

**3. ระยะเวลาในการดำเนินงาน** บอกช่วงเวลา ระยะเวลารวมในการจัดทำโครงการ เป็นส่วนขยายของวิธีดำเนินงาน

**4. สรุป และข้อเสนอแนะ** เป็นการสรุปสาระสำคัญของผลการดำเนินงานที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ ควรสรุปแยกเป็นข้อ ๆ นอกจากนี้สามารถเพิ่มเติมสิ่งที่นักเรียนผู้จัดทำได้รับจากการจัดโครงการ ในลักษณะที่เป็นข้อค้นพบ ความรู้ รวมถึงแนวทางที่จะเสนอแนะให้ผู้อื่นสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้

#### ระบะที่ 4 เพิ่มพูนประสบการณ์

ในระบะที่ 4 นี้จัดได้ว่าเป็นกิจกรรมที่มุ่งให้นักเรียนจัดทำโครงการเองตามความสนใจ ซึ่งไม่จำเป็นต้องอยู่ภายใต้กรอบของจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่ง โครงการอาจมีความเชื่อมโยงสาระคณิตศาสตร์หลายเรื่อง หรือมีความเชื่อมโยงกับสาระอื่นในลักษณะบูรณาการก็ได้ การจัดกิจกรรมในระบะที่ 4 เพิ่มพูนประสบการณ์ ในการทำโครงการนี้ สามารถดำเนินการในลักษณะเป็นกิจกรรมเสริมนอกเหนือไปจากการเรียนการสอนตามปกติ ในระบะนี้ครูควรทบทวนความรู้ในการทำโครงการใหม่ทั้งหมดในลักษณะที่เปิดมากขึ้น มีความเป็นอิสระมากขึ้น และควรให้ความรู้เกี่ยวกับโครงการที่มีลักษณะแตกต่างไปจากเดิม เช่น โครงการประเภททดลองที่ต้องเพิ่มองค์ประกอบของโครงการในเรื่อง **สมมติฐานของการทดลอง** และแสดงผลการทดสอบสมมติฐานในผลการดำเนินงาน

### 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์

#### 5.1 งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมโครงการ ผู้วิจัยขอนำเสนอดังต่อไปนี้

บุษบา ช่วยแสง (2544) ได้วิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมเพื่อส่งเสริมการทำโครงการคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่า (1) กิจกรรมส่งเสริมการทำโครงการคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80.71/91.67 (2) โครงการคณิตศาสตร์มีคุณภาพเฉลี่ยร้อยละ 80.81 (3) ผลการเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแต่ละระดับชั้นแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (4) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ไม่แตกต่างกัน (5) จำนวนโครงการแต่ละประเภทและคุณภาพของโครงการคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนในระดับชั้นที่ต่างกันมีความแตกต่างกันคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จะทำโครงการคณิตศาสตร์ประเภทที่นำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้มากและมีคุณภาพมากกว่านักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2

มานัส ทิพย์สัมฤทธิ์กุล (2544) ได้วิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมเพื่อส่งเสริมการทำโครงการคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรีผลการวิจัยปรากฏว่าการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมการทำโครงการคณิตศาสตร์มีผลทำให้นักเรียนสามารถจัดทำโครงการคณิตศาสตร์ได้ทุกกลุ่มโดย (1) โครงการคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจัดทำมีคุณภาพระดับดี (2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม (3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลองไม่แตกต่างจากกลุ่มควบคุม (4) การคิดแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (5) ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นภัสสร สุทธิกุล (2546) ได้วิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยปรากฏว่า (1)โครงการคณิตศาสตร์ที่นักเรียนกลุ่มทดลองจัดทำ มีจำนวน 12 โครงการแยกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ โครงการตามกลุ่มสาระการเรียนรู้และโครงการที่นำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง (2) โครงการคณิตศาสตร์ที่นักเรียนกลุ่มทดลองจัดทำมีคุณภาพอยู่ในระดับดี (3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนกลุ่มทดลองอยู่ในระดับปานกลาง(4) เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง (5) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 014 คณิตศาสตร์ 4 ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม และ (6) ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

อารีรัตน์ ขวัญทะเล (2546) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง จำนวนและตัวเลข ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยการทำโครงการคณิตศาสตร์” กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา จำนวน 2 ห้องเรียน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง คือ กลุ่มที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยการทำโครงการคณิตศาสตร์ และกลุ่มที่เรียน โดยการจัดการเรียนการสอนตามปกติ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนและตัวเลข และเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีการจัดการเรียนการสอนด้วยการทำโครงการคณิตศาสตร์สูงกว่าที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ .01 ตามลำดับ

ชวรรชวรรณ เดชมา (2547) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การพัฒนากิจกรรมเพื่อส่งเสริมการทำโครงการคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดพระประโทณเจติย์ จังหวัดนครปฐม” ประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการศึกษาจากกลุ่มประชากรทั้งหมด โดยใช้แผนการพัฒนากิจกรรมเพื่อส่งเสริมการทำโครงการคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า 1) โครงการคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจัดทำมีจำนวน 12 โครงการ แยกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ โครงการตามกลุ่มสาระการเรียนรู้ จำนวน 7 โครงการ และโครงการที่นำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง จำนวน 5 โครงการ และ 2) การประเมินผลการทดลองใช้กิจกรรมที่พัฒนาขึ้น พบว่า (ก) โครงการคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจัดทำมีคุณภาพอยู่ในระดับดีมาก (ข) ระดับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ในการทำโครงการคณิตศาสตร์มีทั้งความรู้ในระดับที่นักเรียนกำลังศึกษาอยู่ และในระดับที่สูงกว่าที่นักเรียนกำลังศึกษาอยู่ (ค) ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง และ (ง) เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังกล่าว ผู้วิจัยสรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์เป็นการสอนที่เน้นให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน เป็นกลุ่ม นักเรียนทำงานอย่างมีระบบ รู้จักการวางแผนในการทำงาน ฝึกการคิดวิเคราะห์ ฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่นและสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยใช้เทคนิควิธีการหลายรูปแบบมาผสมผสานกันระหว่างกระบวนการกลุ่ม การสอนการคิด การสอนแก้ปัญหาการสอนเน้นทักษะกระบวนการ และการสอนแบบร่วมกันคิด เพื่อมุ่งหวังให้นักเรียนได้เรียนรู้ เรื่องใดเรื่องหนึ่ง จากความสนใจจากความอยากรู้อยากเรียนของนักเรียน โดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อค้นหาคำตอบด้วยตนเอง ซึ่งเป็นการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเรียนรู้จากประสบการณ์ตรงกับแหล่งเรียนรู้เบื้องต้น จนผู้เรียนสามารถสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง