

บทที่ 1

บทนำ

(INTRODUCTION)

ในสารนิพนธ์ฉบับนี้เราจะศึกษาทฤษฎีของลำดับของจำนวนจริง ซึ่งลำดับของจำนวนจริงคือ ลำดับซึ่งมีเรนจ์เป็นสับเซตของ \mathbf{R} และจะเขียนแทนลำดับ f ซึ่ง $f(n) = a_n$ ด้วย $\{a_n\}$ หรือ $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ เรียก a_n ว่าเทอมที่ n (n^{th} term) ของลำดับ และเรียก n ว่า index สำหรับลำดับ เมื่อ $n \in \mathbf{I}^+$

เราเริ่มต้นโดยการนำเสนอบทนิยามของลำดับลู่เข้าว่าเป็นลำดับมีขอบเขตที่มีจุดลิมิตเพียงค่าเดียวซึ่งเป็นการนิยามโดย *Narayan* และแตกต่างจากบทนิยามของลำดับที่ทราบกันดี กล่าวคือ ถ้าลำดับของจำนวนจริง $\{a_n\}$ ลู่เข้า แล้วจะมีจำนวนจริง l ซึ่งสอดคล้องว่า สำหรับแต่ละ $\epsilon > 0$ จะมีจำนวนเต็มบวก N_ϵ ซึ่ง $|a_n - l| < \epsilon$ สำหรับทุกจำนวนเต็ม $n \geq N_\epsilon$ เราได้พิสูจน์ว่าบทนิยามทั้ง 2 ลักษณะเป็นบทนิยามที่สมมูลกัน

สุดท้ายเราศึกษาทฤษฎีบทซึ่งเกี่ยวกับลิมิตของลำดับ โดยการศึกษารวบรวมทฤษฎีบทพื้นฐานต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้สำหรับการหาลิมิตของลำดับ หรือตรวจสอบการลู่เข้าของลำดับ นอกจากนี้เราจะศึกษาทฤษฎีบทที่สำคัญซึ่งให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการลู่เข้าของลำดับ โดยไม่กล่าวถึงลิมิตของลำดับ ได้แก่ การลู่เข้าของลำดับโมนোটอน เวกซ์ของโคชีสำหรับการลู่เข้าของลำดับ และหลักการคอนแทรกชันรวมทั้งทฤษฎีบทอื่นๆ ซึ่งเนื้อหาในแต่ละบทมีรายละเอียดดังนี้

บทที่ 2 : เราจะกล่าวถึงบทนิยามของลำดับลู่เข้าของ *Narayan* และบทนิยามของลำดับที่ทราบกันดี โดยได้พิสูจน์ว่าบทนิยามทั้ง 2 ลักษณะสมมูลกัน

บทที่ 3 : เราจะศึกษารวบรวมทฤษฎีบทพื้นฐาน ซึ่งนำไปใช้หาลิมิตของลำดับและทฤษฎีบทที่สำคัญซึ่งให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการลู่เข้าของลำดับ ได้แก่ การลู่เข้าของลำดับโมนোটอน เวกซ์ของโคชีสำหรับการลู่เข้าของลำดับ และหลักการคอนแทรกชัน