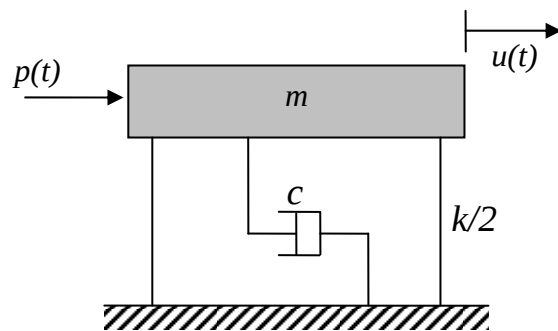


บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1 พื้นฐานพลศาสตร์โครงสร้าง

พิจารณาระบบที่มีระดับขั้นความอิสระเท่ากับ 1 (SDOF) ประกอบด้วย มวล (m), สติฟเนส ด้านข้าง (k), และมีความหน่วง (c) ถูกแรงพลศาสตร์กระทำ $p(t)$ ดังรูป 3.1



ภาพที่ 3.1

ระบบที่มีระดับขั้นความอิสระเท่ากับ 1 (SDOF)

จากระบบ SDOF สามารถเขียนสมการสมดุล ของการเคลื่อนที่เมื่อไม่มีแรงมากระทำ (Free - vibration) ได้ดังสมการที่ 3.1

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (3.1)$$

เมื่อ $u(t)$, $\dot{u}(t)$ และ $\ddot{u}(t)$ คือ ฟังก์ชันของ การเคลื่อนที่, ความเร็ว, ความเร่ง ที่ เวลาต่างๆ

$$\text{กำหนดให้ } \omega \text{ คือ ความถี่ธรรมชาติของระบบ} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{และ } \zeta \text{ คือ อัตราส่วนความหน่วงของระบบ} = \frac{c}{2m\omega}$$

จะจัดรูปสมการที่ 3.1 ได้ใหม่ดังสมการที่ 3.2

$$\ddot{u}(t) + 2\xi\omega \dot{u}(t) + \omega^2 u(t) = 0 \quad (3.2)$$

เมื่อ ระบบมีแรง $p(t) = p_0 \sin(\bar{\omega}t)$ มากระทำ จะสามารถเขียนสมการสมดุลได้ดังสมการ 3.3

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p(t) = p_0 \sin(\bar{\omega}t) \quad (3.3)$$

การแก้สมการ 3.3 จะได้คำตอบออกมา 2 ส่วน คือคำตอบทั่วไป (General solution) ซึ่งเป็นผลตอบสนองแบบชั่วคราวของระบบ และคำตอบเฉพาะ (Particular solution) ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะของแรงที่มากระทำต่อระบบ โดยทั่วไปแล้วจะสนใจกับส่วนของคำตอบเฉพาะ เนื่องจากเป็นผลตอบสนองของระบบต่อแรงที่มากระทำในระยะยาว หรือเรียกว่า ผลตอบสนองแบบคงตัว (steady-state response) เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้นให้ระบบมีสภาพเริ่มต้นหยุดนิ่ง $u(0) = \dot{u}(0) = 0$ และสนใจเฉพาะส่วนของ ผลตอบสนองแบบคงตัว จะได้คำตอบดัง สมการ 3.4

$$u(t) = \rho \sin(\bar{\omega}t - \theta) \quad (3.4)$$

เมื่อ ρ คือ แอมพลิจูดของการเคลื่อนที่ มีค่าดังสมการที่ 3.5

$$\rho = \frac{p_0}{k} \frac{1}{\sqrt{(1 - (\bar{\omega}/\omega)^2)^2 + (2\xi(\bar{\omega}/\omega))^2}} \quad (3.5)$$

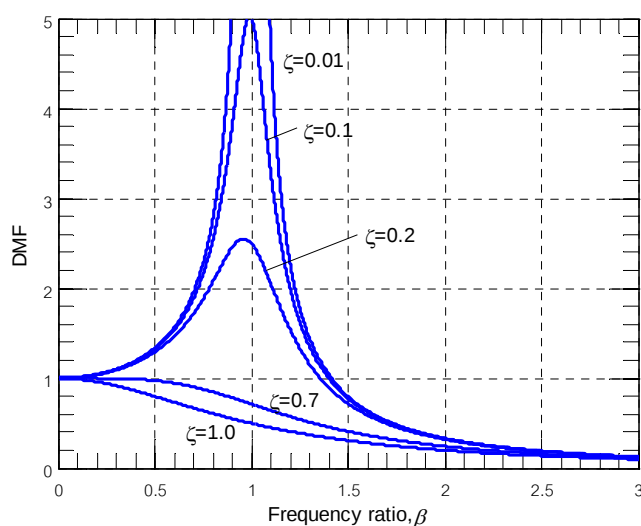
เมื่อกำหนดให้ อัตราส่วนความถี่ $\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega}$ และสนใจค่าสูงสุดของผลตอบสนอง ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อ เทอม $\sin(\bar{\omega}t - \theta)$ เท่ากับ 1 จะได้ค่า คุณสมบัติทางพลวัต (Dynamic Magnification Factor', DMF) ดังสมการที่ 3.6

$$DMF = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (3.6)$$

ดังนั้นสามารถเขียนสมการที่ 3.5 และ 3.6 ได้ ดังสมการที่ 3.7

$$\rho = \frac{p_0}{k} DMF \quad (3.7)$$

พิจารณา สมการที่ 3.7 จะเห็นว่าส่วน $\frac{p_0}{k}$ คือ ผลตอบสนองของโครงสร้างแบบสถิตย์ จึงอธิบายได้ว่า DMF จะเป็นตัวคูณเพื่อขยายผลตอบสนองของโครงสร้างแบบสถิตย์ ของระบบ ให้เป็นค่าสูงสุดเมื่อระบบถูกแรงซึ่งมีลักษณะกระทำซ้ำด้วยความถี่ $\bar{\omega}$ และหากพิจารณาสมการที่ 3.6 และภาพที่ 3.2 จะพบว่าเมื่อ ค่าอัตราส่วนความถี่ β มีค่าใกล้ 1 ค่า DMF จะมีค่าสูงมาก ซึ่งเรียกว่าปรากฏการณ์นี้ว่า การสั่นพ้อง (resonance)



ภาพที่ 3.2

ความสัมพันธ์ของค่า คูณขยายทางพลวัตน์ (DMF) และ อัตราส่วนความถี่ (β)

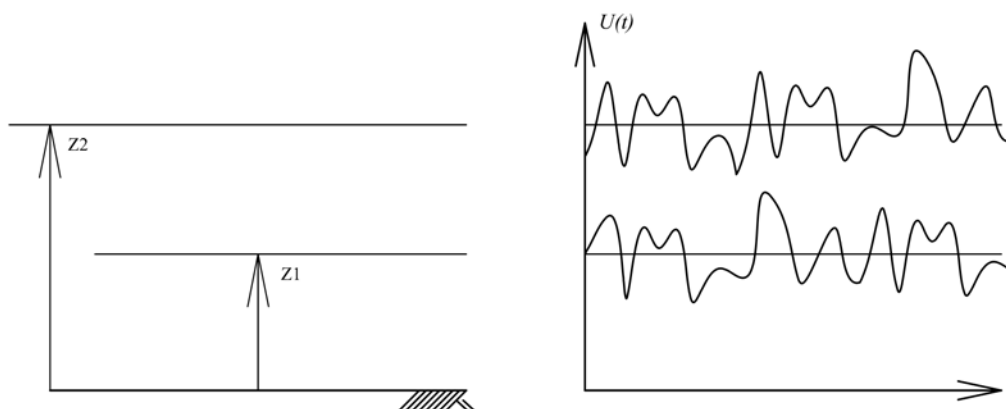
3.2 ลักษณะของแรงลมและผลกระทบต่อโครงสร้าง

3.2.1 ลักษณะของลมโดยธรรมชาติ

ในด้านวิศวกรรมแรงลม สิ่งที่น่าสนใจโดยสรุป เกี่ยวกับลักษณะของแรงลม มี 3 ประเด็น คือ ค่าเฉลี่ยสูงสุดของความเร็วลม ลักษณะการเปลี่ยนแปลงความเร็วของลมตามแนวดิ่ง และลักษณะของค่าความแปรปรวนของความเร็วลม

3.2.1.1 ความเร็วลมเฉลี่ย

ความเร็วลมเฉลี่ยจะมีค่าน้อยมากจนเกือบเป็นศูนย์ที่ระดับพื้นดิน และเพิ่มขึ้นตามความสูงจากพื้นดิน ความเร็วลมเฉลี่ยจะมีค่าค่อนข้างแน่นอนตลอดเวลาในช่วงที่บันทึก ค่าแอมพลิจูดของส่วนความแปรปรวน ของลมจะประมาณให้เหมือนกันในทุกความสูง z จากพื้นดิน

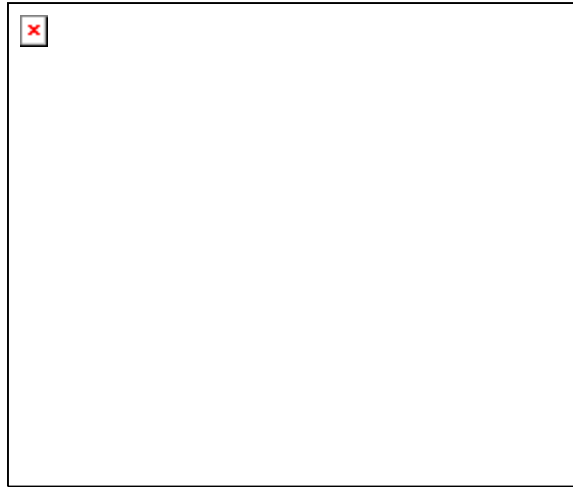


ภาพที่ 3.3

ลักษณะความเร็วลมที่ระดับความสูงต่างๆ

3.2.1.2 ลักษณะการเปลี่ยนแปลงความเร็วของลมตามความสูงจากพื้นดิน

ความเร็วลมที่เพิ่มขึ้นตามความสูงจากพื้นดินเป็นผลมาจากคุณสมบัติความหนืดของอากาศซึ่งเป็นของไหล การเคลื่อนที่ของอากาศในบริเวณระดับพื้นดินจะมีค่าน้อยมากจนสามารถกำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ และส่งผลต่อการไหลของอากาศในชั้นบนที่อยู่ติดกันถัดไป โดยความเร็วเฉลี่ยของอากาศจะเพิ่มขึ้นตามความสูงจนถึงระดับความสูงหนึ่ง ความเร็วลมเฉลี่ยจะมีค่าคงที่ ตามภาพที่ 3.4 เรียกระดับความสูงนี้ว่า ความสูงเกรเดียนท์ (Gradient High, Z_g) ระดับความสูงเกรเดียนท์นี้จะมีค่าประมาณ 500 - 1,000 เมตร โดยมีค่าแตกต่างกันไปตามสภาพความขรุขระของผิวดิน การคำนวณลักษณะการเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ยตามความสูง จะหาได้จากทฤษฎีลักษณะของความเร็วลมเฉลี่ย (Theoretical mean velocity profile) ด้วยกฎของลอการิทึม ตามสมการที่ 3.8 และโดยทั่วไปความเร็วลมเฉลี่ยที่ระดับความสูงต่างๆ สามารถประมาณค่า ด้วยกฎยกกำลัง ตามสมการที่ 3.9



ภาพที่ 3.4

ลักษณะการเปลี่ยนแปลงความเร็วของลมตามความสูงจากพื้นดิน

$$\frac{\bar{U}(Z)}{\bar{U}(Z_r)} = \frac{\ln\left(\frac{Z}{Z_0}\right)}{\ln\left(\frac{Z_r}{Z_0}\right)} \quad (3.8)$$

$$\frac{\bar{U}(Z)}{\bar{U}(Z_r)} = \left(\frac{Z}{Z_r}\right)^\alpha \quad \text{โดย } (0 < \alpha < 1) \quad (3.9)$$

3.2.1.3 ลักษณะการเปลี่ยนแปลงความเร็วของลมตามความสูงจากพื้นดิน

จากความเร็วลมซึ่งมีแปรเปลี่ยนตามความสูง Z และมีค่าเปลี่ยนไปตามเวลา t

จะสามารถเขียนความเร็วลมได้ดังสมการ 3.10 และหาความเร็วลมเฉลี่ย $\bar{U}(z)$ ได้จากสมการ 3.11 และหาค่าเฉลี่ยกำลังสอง (Mean square) ของความเร็วลมส่วนที่แปรปรวนจากค่าเฉลี่ยจากสมการที่ 3.12

$$U(z,t) = \bar{U}(z) + u(z,t) \quad (3.10)$$

$$\bar{U}(z) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} U(z,t) dt \quad (3.11)$$

$$\sigma_u^2(z) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} u(z,t)^2 dt \quad (3.12)$$

ค่าความแปรปรวนของความเร็วลม นิยมเขียนในรูป ของ Turbulence Intensity, $I_u(z)$ ซึ่งมีค่าดังสมการที่ 3.13

$$I_u(z) = \frac{\sigma_u(z)}{\bar{U}(z)} \quad (3.13)$$

ค่า $I_u(z)$ โดยทั่วไปจะมีค่าแตกต่างกันตามแต่ละภูมิประเทศ ดังตารางที่ 3.1

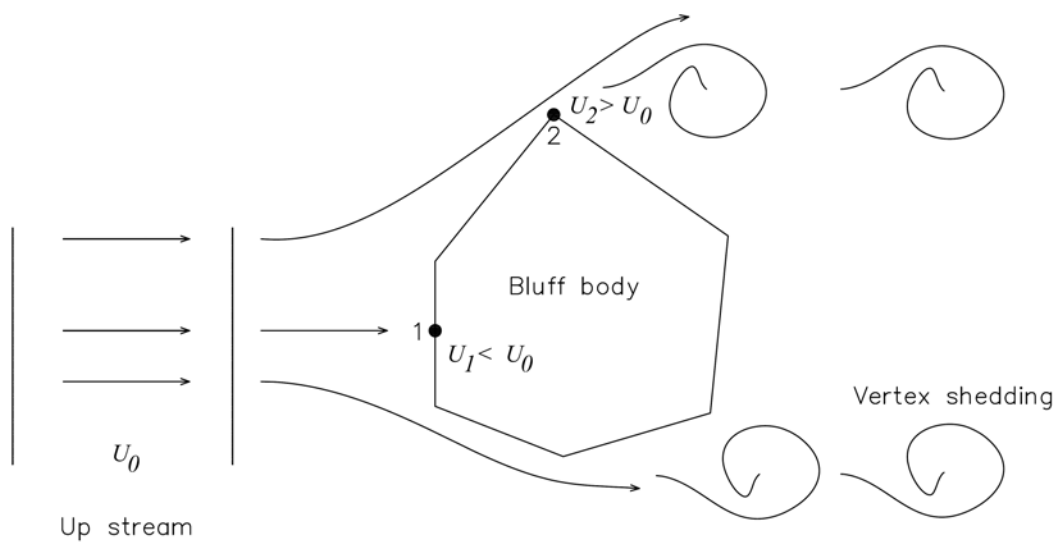
ตารางที่ 3.1

ค่า Turbulence Intensity, $I_u(z)$ ตามภูมิประเทศแบบต่างๆ

สภาพภูมิประเทศ	$I_u(z)$
แบบเปิดโล่ง	7-9 %
แบบชานเมือง	10-20 %
แบบในเมือง	15-25 %

3.2.2 ผลกระทบของแรงลมต่อโครงสร้าง

จากทฤษฎีของการไหล เมื่ออากาศไหลผ่านบริเวณที่มีสิ่งกีดขวาง จะเกิดการเปลี่ยนแปลงความเร็วของการไหลของอากาศขึ้นรอบๆ สิ่งกีดขวาง ดังภาพที่ 3.5



ภาพที่ 3.5

ลักษณะการเปลี่ยนแปลงความเร็วของลมเมื่อไหลผ่านสิ่งกีดขวาง

และสามารถคำนวณแรงที่กระทำกับสิ่งกีดขวางได้จากสมการการไหลของ เบอร์นูลลี โดยผลรวมของความดันที่จุดต่างๆ มีค่าคงที่ จะได้ตามสมการที่ 3.14

$$\frac{1}{2}\rho U_0^2 + P_0 = \frac{1}{2}\rho U_1^2 + P_1 \quad (3.14)$$

กำหนดให้ $\Delta P = P_1 - P_2$ จะได้ ดังสมการ 3.15

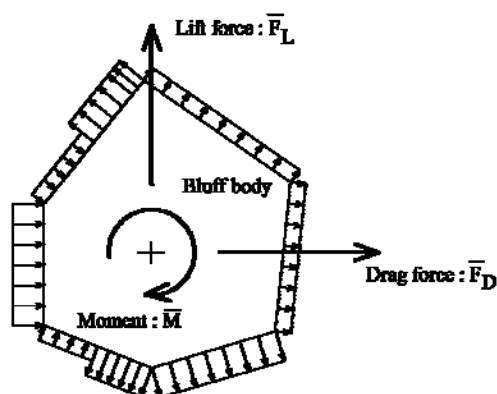
$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho(U_0^2 - U_1^2) \quad (3.15)$$

จากสมการ ที่ 3.15 จะได้ว่า

$U_1 < U_0$ ทำให้ ΔP เป็นบวก หมายถึงเกิดแรงผลัก (Pressure) กระทำกับผิวภายนอกของสิ่งกีดขวาง

$U_2 > U_0$ ทำให้ ΔP เป็นลบ หมายถึงเกิดแรงดูด (Suction) กระทำกับผิวภายนอกของสิ่งกีดขวาง

หากพิจารณารวมแรงที่กระทำกับผิวภายนอกทั้งหมดเป็นแรงใน 3 ทิศทาง คือ แรงในทิศทางลม (Drag force) แรงในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม (Lift force) และโมเมนต์บิด (Torsion) จะได้ดังภาพที่ 3.6



ภาพที่ 3.6

แรงลัพธ์ของแรงลมที่กระทำกับโครงสร้าง

สำหรับแรงใน 3 ทิศทางจะสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 3.16-3.18

$$\bar{F}_D = \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2 A C_D \quad (3.16)$$

$$\bar{F}_L = \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2 A C_L \quad (3.17)$$

$$\bar{M} = \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2 A B C_M \quad (3.18)$$

โดย C_D , C_L และ C_M เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของแรงลม หาได้จากการทดสอบในอุโมงค์ลม มีค่าแปรไปตามลักษณะรูปทรงของสิ่งกีดขวาง และ ρ คือความหนาแน่นอากาศ $= 1.25 \text{ kg/m}^3$

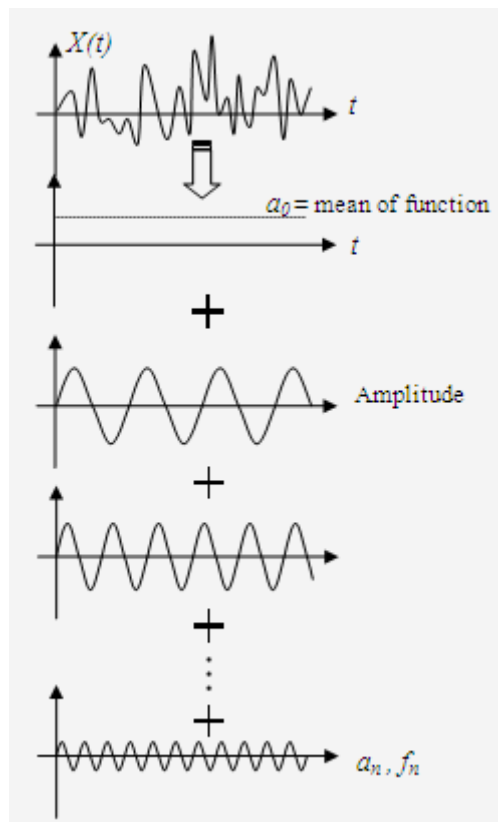
3.3 ทฤษฎีการสั่นแบบสุ่ม

เนื่องจากแรงลมที่เกิดขึ้นกับอาคารหรือโครงสร้างมีลักษณะเป็นแรงแบบสุ่ม ซึ่งลักษณะของฟังก์ชันแบบสุ่มนี้ สามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ

1. ค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันแบบสุ่ม (Mean)
2. ค่าในส่วนความแปรปรวนจากค่าเฉลี่ย (Fluctuation) ซึ่งเป็นฟังก์ชันตรีโกณมิติอย่างง่ายที่มี แอมพลิจูด a และ ความถี่ f หลายๆ ค่ารวมกัน ตามหลักการของ อนุกรมฟูเรียร์ ดังภาพที่ 3.7

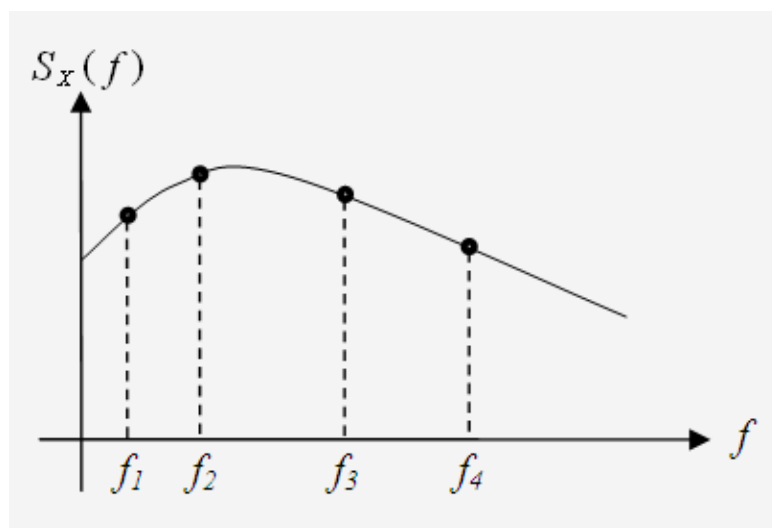
ในปัญหาทางด้านวิศวกรรมโยธา ที่เกี่ยวข้องกับแรงลม นิยมเขียนฟังก์ชันแบบสุ่มในส่วนของความแปรปรวนในรูปของ Power Spectral Density PSD ซึ่ง เป็นความสัมพันธ์ของสัดส่วนค่าเฉลี่ยกำลังสอง (Mean square, $S_x(f)$) ของความแปรปรวนของฟังก์ชัน ในช่วงความถี่ f ถึง $f + df$ ซึ่ง PSD สามารถเขียนได้ดังภาพที่ 3.8 และค่าเฉลี่ยกำลังสอง (Mean Square) ของฟังก์ชันแบบสุ่มในส่วนของความแปรปรวน หาได้จากสมการที่ 3.19

$$\sigma_x^2 = \int_0^\infty S_x(f) df \quad (3.19)$$



ภาพที่ 3.7

การแยกฟังก์ชันสุ่มตามหลักการของอนุกรม ฟูเรียร์



ภาพที่ 3.8

Power Spectral Density (PSD)

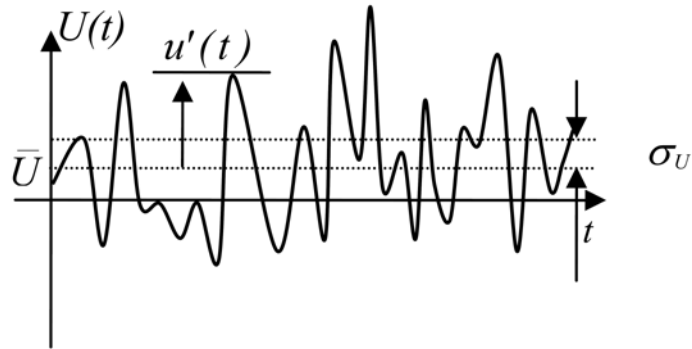
3.4 ผลตอบสนองของแรงลมในทิศทางลม

3.4.1 แรงลมที่กระทำต่อโครงสร้าง

พิจารณาความเร็วลม $u(t)$ ที่ระดับความสูงใดๆ เป็นฟังก์ชันแบบสุ่ม จะสามารถเขียนความเร็วลม ได้ดังสมการที่ 3.20

$$u(t) = \bar{U} + u'(t) \quad (3.20)$$

เมื่อ $\bar{U}$ คือ ความเร็วลมเฉลี่ย
 $u'(t)$ คือ ความแปรปรวนของความเร็วลมจากค่าเฉลี่ย



ภาพที่ 3.9

ลักษณะของความเร็วลม

พิจารณาแรงในทิศทางลมกระทำต่อโครงสร้าง $F_D(t)$ จะได้ดังสมการที่ 3.21

$$\begin{aligned} F_D(t) &= \frac{1}{2} \rho A C_D u^2(t) \\ &= \frac{1}{2} \rho A C_D (\bar{U} + u'(t))^2 \\ &= \frac{1}{2} \rho A C_D (\bar{U}^2 + 2\bar{U}u'(t) + (u'(t))^2) \end{aligned} \quad (3.21)$$

พิจารณาว่า $(u'(t))^2 \rightarrow 0$ จะสามารถเขียน Drag Force ได้ดังสมการที่ 3.22

$$F_D(t) = \frac{1}{2} \rho A C_D \bar{U}^2 + \rho A C_D \bar{U} u'(t) \quad (3.22)$$

จาก แรงในทิศทางลมเฉลี่ย (Mean Drag Force, $\overline{F_D}$) ซึ่งมีค่าตามสมการ 3.16 และ แรงในทิศทางลมจากส่วนความแปรปรวน (Fluctuating Drag Force, $F'_D(t)$) ซึ่งมีค่าตามสมการ 3.23

$$F'_D(t) = \rho AC_D \overline{U} u'(t) \quad (3.23)$$

จะได้แรงในทิศทางลมกระทำต่อโครงสร้าง ตามสมการที่ 3.24

$$F_D(t) = \overline{F_D} + F'_D(t) \quad (3.24)$$

พิจารณาสมการที่ 3.23 จะสามารถหาค่า Mean square ของแรงลมในทิศทางลม จากส่วนของ Fluctuating Drag Force, $F'_D(t)$ ได้เป็น $\overline{F_D'^2}$ ตามสมการที่ 3.25

$$\overline{F_D'^2} = \left(\rho AC_D \overline{U} \right)^2 \overline{u'^2(t)} \quad (3.25)$$

เมื่อ $\overline{u'^2(t)}$ = Mean square of fluctuation velocity

และจากสมการที่ 3.16 จะสามารถจัดรูปใหม่ ได้ดังสมการที่ 3.26

$$\frac{2\overline{F_D}}{\overline{U}^2} = \rho AC_D \quad (3.26)$$

แทนค่า ρAC_D จากสมการที่ 3.26 ในสมการที่ 3.25 จะสามารถเขียน $\overline{F_D'^2}$ ได้ดังสมการที่ 3.27

$$\overline{F_D'^2} = \frac{4(\overline{F_D})^2}{\overline{U}^2} \times \overline{u'^2} \quad (3.27)$$

สมการที่ 3.27 ค่า $\overline{F_D'^2}$ และ $\overline{u'^2}$ คือค่า Mean square ของความแปรปรวนในส่วน ของ แรงลมในทิศทางลม และความเร็วม ตามลำดับ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ PSD ได้ ตามสมการที่ 3.28

$$S_D(f) = \frac{4(\bar{F}_D)^2}{\bar{U}^2} \times S_U(f) \quad (3.28)$$

เมื่อ $S_D(f)$ คือ Power Spectral Density ของแรงลมในทิศทางลม

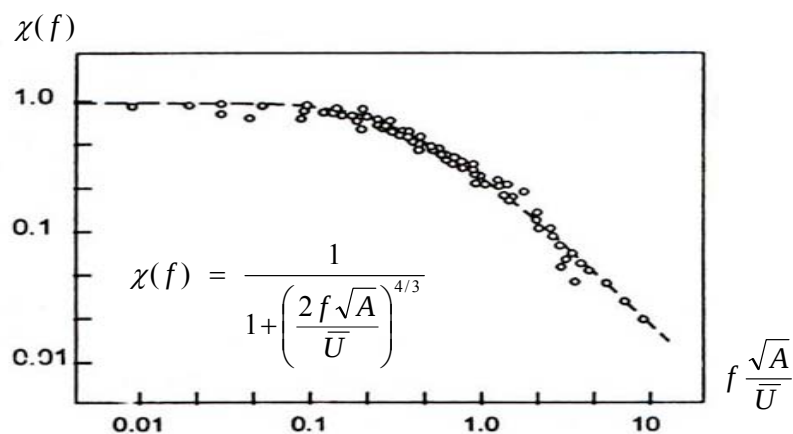
และ $S_U(f)$ คือ Power Spectral Density ของความเร็วลม

สมการที่ 3.28 ใช้สมมุติฐานว่าทุกส่วนของโครงสร้างเกิดแรงลมขึ้นพร้อมกัน ซึ่งเป็นจริงเฉพาะในโครงสร้างที่ขนาดเล็ก แต่ให้ผลที่มากเกินไปจริงสำหรับโครงสร้างขนาดใหญ่ ซึ่งแรงลมไม่ได้กระทำพร้อมกันทุกตำแหน่งโดยสมบูรณ์ ดังนั้นจึงปรับแก้สมการ 3.28 ด้วยค่าตัวคูณลด ซึ่งเรียกว่า Aerodynamic admittance $\chi^2(f)$ ได้ตามสมการที่ 3.29

$$S_D(f) = \frac{4(\bar{F}_D)^2}{\bar{U}^2} \times \chi^2(f) \times S_U(f) \quad (3.29)$$

ค่า Aerodynamic admittance $\chi^2(f)$ หาได้จากการทดสอบในอุโมงค์ลม และใช้การประมาณค่าเชิงตัวเลข ดังเช่นตัวอย่างที่ทดสอบสำหรับโครงสร้างแผ่นรูปสี่เหลี่ยม โดย Vickery (1965) ได้เสนอการหาค่า $\chi^2(f)$ ไว้ดังสมการที่ 3.29 และภาพที่ 3.10

$$\chi(f) = \frac{1}{1 + \left(\frac{2f\sqrt{A}}{\bar{U}} \right)^{4/3}} \quad (3.30)$$



ภาพที่ 3.10

Aerodynamic admittance สำหรับแผ่นสี่เหลี่ยม เสนอโดย Vickery (1965)

3.4.2 ผลตอบสนองของโครงสร้างเนื่องจากแรงลม

การเสียรูปของโครงสร้างที่เกิดจากแรงลม ในทิศทางลมสามารถแยกเป็น 2 ส่วน คือ จากส่วนของแรงลมเฉลี่ย และจากส่วนของความแปรปรวนของลม ดังสมการที่ 3.31

$$X(t) = \bar{X} + x'(t) \quad (3.31)$$

โดย $\bar{X} = \frac{\bar{F}_D}{k}$ เป็นส่วนของการเสียรูปที่เกิดจากแรงลมเฉลี่ย, $\bar{F}_D$ และ $x'(t)$ เป็น ส่วนของการเสียรูปที่เกิดจาก Fluctuation Drag Force, $\bar{F}_D^2$

พิจารณาส่วน $x'(t)$ จากหลักการของพลศาสตร์โครงสร้าง ในสมการที่ 3.31 ทำให้สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า Mean square ของ แรงลม และการเสียรูป ในส่วนของ Fluctuation ได้ดังสมการที่ 3.32

$$S_x(f) = \frac{1}{k^2} |H(f)|^2 S_D(f) \quad (3.32)$$

โดย $|H(f)|^2 =$ Dynamic Magnification Factor function หรือ Mechanical Admittance มีค่าดังสมการที่ 3.33

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{(1 - (\bar{f}/f)^2)^2 + (2\xi(\bar{f}/f))^2} \quad (3.33)$$

แทนค่า $S_D(f)$ จากสมการที่ 3.29 ในสมการที่ 3.32 ได้ดังสมการที่ 3.34

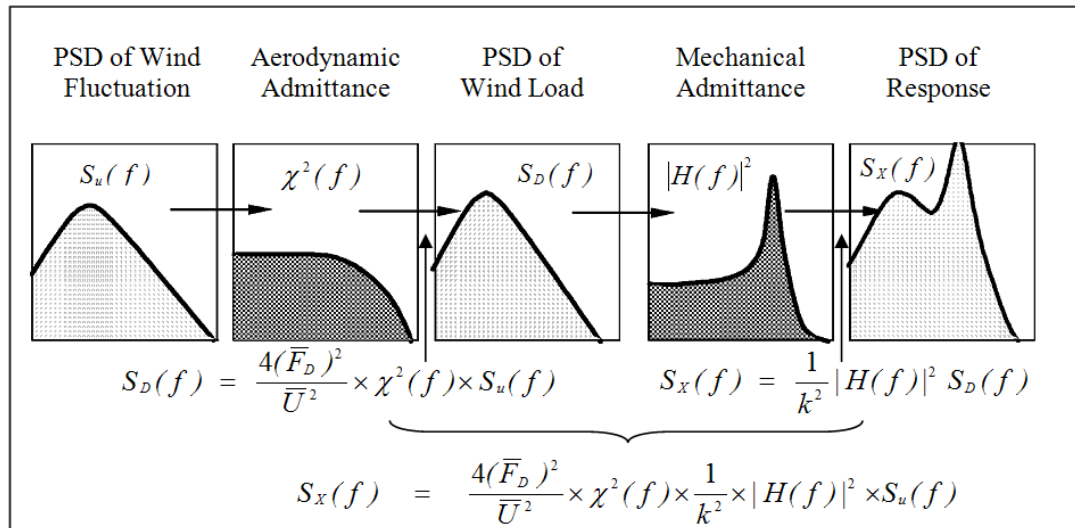
$$S_x(f) = \frac{4(\bar{F}_D)^2}{\bar{U}^2} \times \chi^2(f) \times \frac{1}{k^2} \times |H(f)|^2 \times S_u(f) \quad (3.34)$$

สมการ 3.34 แสดงถึงการหา PSD ของการเสียรูปของโครงสร้างเมื่อมีแรงลมมากระทำ โดยอธิบายได้โดยรวมดังภาพที่ 3.11 และสามารถจัดรูป $\bar{X} = \frac{\bar{F}_D}{k}$ ได้ดังสมการที่ 3.35

$$S_x(f) = \frac{4\bar{X}^2}{\bar{U}^2} \times \chi^2(f) \times |H(f)|^2 \times S_u(f) \quad (3.35)$$

เมื่อรวมผลของ ทุกความถี่ ของแรงลมที่กระทำ และ การเสียภาพที่เกิดขึ้นจะได้ดัง
สมการที่ 3.36

$$\int_0^{\infty} S_x(f) df = \frac{4\bar{X}^2}{U^2} \times \int_0^{\infty} (\chi^2(f) \times |H(f)|^2 \times S_u(f)) df \quad (3.36)$$



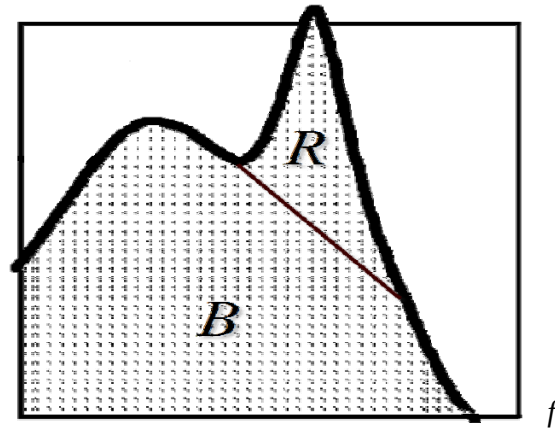
ภาพที่ 3.11

แผนภาพวิธีการหาการเสียรูปของโครงสร้างเมื่อมีแรงลมมากระทำ

จากสมการ 3.36 จัดรูปใหม่จะได้ ดังสมการ 3.37

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \frac{4\bar{X}^2}{U^2} \times \int_0^{\infty} (\chi^2(f) \times |H(f)|^2 \times S_u(f)) df \\ &= \frac{4\bar{X}^2 \sigma_u^2}{U^2} \times \int_0^{\infty} \left(\chi^2(f) \times |H(f)|^2 \times \frac{S_u(f)}{\sigma_u^2} \right) df \end{aligned} \quad (3.37)$$

จากสมการ 3.37 จะได้ว่า ค่าของ $\int_0^{\infty} \left(\chi^2(f) \times |H(f)|^2 \times \frac{S_u(f)}{\sigma_u^2} \right) df$ จะแบ่ง
ออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนของ Background และ Resonance ดังภาพที่ 3.12



ภาพที่ 3.12

ส่วนของ Background และ Resonant ของ PSD ของผลตอบสนอง

ดังนั้นจะประมาณค่า σ_x^2 ด้วยสมการที่ 3.38

$$\sigma_x^2 \approx \frac{4\bar{X}^2 \sigma_u^2}{\bar{U}^2} \times [B + R] \quad (3.38)$$

เมื่อ B คือ Background Component เป็นส่วนของ σ_x^2 เมื่อไม่คิดผลทางด้านพลศาสตร์ของโครงสร้าง คือให้ $|H(f)|^2 = 1$ ดังนั้นจะหาค่า B ได้จากสมการ 3.39

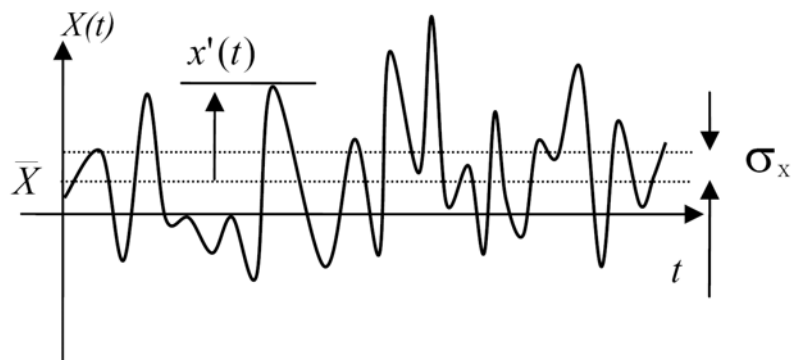
$$B = \int_0^\infty \left(\chi^2(f) \times \frac{S_u(f)}{\sigma_u^2} \right) df \quad (3.39)$$

และ R คือ Resonant Component เป็นส่วนของ σ_x^2 เมื่อรวมผลทางด้านพลศาสตร์ของโครงสร้างในส่วนของการกำทอนที่เกิดขึ้น ได้ดังสมการที่ 3.40

$$R = \chi^2(f_n) \times \frac{S_u(f_n)}{\sigma_u^2} \int_0^\infty |H(f)|^2 df \quad (3.40)$$

เมื่อ f_n คือความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง หน่วยเป็น Hz

3.4.3 การหาค่าสูงสุดของผลตอบสนองของโครงสร้างเนื่องจากแรงลม



ภาพที่ 3.13

การเสียรูปของโครงสร้างเนื่องจากแรงลมที่เวลาต่างๆ

พิจารณาการเสียรูปของโครงสร้างเนื่องจากแรงลมดังภาพที่ 3.13 จะสามารถประมาณหาค่าสูงสุดของการเสียรูปได้ดังสมการที่ 3.41

$$X_{max} = \bar{X} + g_p \sigma_x \quad (3.41)$$

เมื่อ g_p คือ peak factor ซึ่งเสนอโดย Davenport (1967) ดังสมการที่ 3.42

$$g_p = \sqrt{2 \ln(vT)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln(vT)}} \quad (3.42)$$

v = Effective frequency or cycling rate
(อาจใช้ค่าความถี่ธรรมชาติ ซึ่งจะให้ค่าที่ปลอดภัย)

T = ระยะเวลาที่ใช้ในการเฉลี่ยความเร็วลม
= 3600 สำหรับ Hourly wind speed
= 600 สำหรับ 10-min wind speed

พิจารณาสมการ 3.40 โดยทั่วไปในหลายมาตรฐานจะนิยาม ค่าสัมประสิทธิ์ เนื่องจากการกระชอกของลม (Gust Response Factor, G) ดังสมการที่ 3.43

$$\begin{aligned} G &= \frac{X_{max}}{\bar{X}} \\ &= \frac{\bar{X} + g_p \sigma_x}{\bar{X}} \\ &= 1 + g_p \frac{\sigma_x}{\bar{X}} \end{aligned} \quad (3.43)$$

จากสมการ 3.38, $\sigma_x \approx \sqrt{\frac{4\bar{X}^2}{U^2} \sigma_u^2 \times [B+R]}$ และ $I_u = \frac{\sigma_u}{U}$ จะสามารถหาค่าของ G ได้ดังสมการ 3.44 ซึ่งเป็นรูปสมการที่ใช้กันทั่วไปในมาตรฐานแรงลมหลายประเทศ

$$G = 1 + 2g_p I_u \sqrt{B+R} \quad (3.44)$$

อย่างไรก็ตาม จากการศึกษาของ Ahsan Kareem, Yin Zhou (2003) ได้กล่าวถึงมีข้อจำกัดของหลักการหาค่าสูงสุดตามสมการที่ 3.44 ไว้ 2 ประเด็น คือ

1. การหาค่า G แบบนี้พิจารณาจาก อัตราส่วนการเสียรูปสูงสุดต่อค่าเฉลี่ยการเสียรูป ของโครงสร้าง ทำให้การประมาณค่าสูงสุดอาจผิดพลาดได้ เนื่องจากใช้เพียงค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน ของการเสียรูปในโหมดแรกเท่านั้น ซึ่งทำให้ได้ค่า G เป็นค่าคงที่ สำหรับโครงสร้างหนึ่งๆ เมื่อนำค่า G นี้ไปหาแรงลมที่กระทำกับโครงสร้างเพื่อการออกแบบจะได้ลักษณะการกระจายตัวของแรงลม ตามลักษณะของค่าเฉลี่ยของแรงลมที่ระดับต่างๆ ของโครงสร้าง จึงขัดแย้งกับข้อเท็จจริงสำหรับอาคารสูง และโครงสร้างที่มีลักษณะอ่อนตัวได้ง่าย ซึ่งการกระจายตัวของแรงลมควรมีลักษณะขึ้นอยู่กับการกระจายตัวของมวล และ Mode shape ของโครงสร้าง

2. หลักการหาค่า G แบบนี้ไม่สามารถนำไปใช้หาค่าสูงสุดของแรง หรือ ผลตอบสนองได้ เมื่อค่าเฉลี่ยของแรง หรือผลตอบสนอง มีค่าเป็น ศูนย์ เช่น แรง หรือผลตอบสนอง ในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม และโมเมนต์บิด

3.5 ผลตอบสนองของแรงลมในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม และโมเมนต์บิด

แรงในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม และโมเมนต์บิด จะมีลักษณะแตกต่างจากแรงในทิศทางลม คือ

3.5.1 ลักษณะแรงลมในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม

- แรงในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม เกิดจาก Wake เมื่อลมพัดผ่านโครงสร้าง
- เกิดการสั่นแบบ Vortex excitation
- ค่าเฉลี่ยของแรง และผลตอบสนองในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลมมีค่าน้อย

มาก จนสามารถกำหนด ให้มีค่าเท่ากับ ศูนย์

3.5.2 ลักษณะแรงลมในทิศทางบิด

- เกิดจากแรงลมที่กระทำไม่พร้อมกันอย่างสมบูรณ์ในโครงสร้าง
- ในกรณี โครงสร้างซึ่งมีความซับซ้อนมาก และมีจุดศูนย์กลางมวล ไม่ตรงกับ

จุดศูนย์กลางความแข็งแรง ทำให้เกิดแรงบิดขึ้นเมื่อโครงสร้างต้องรับแรงลม

- ค่าเฉลี่ยของแรง และผลตอบสนองของโมเมนต์บิด มีค่าน้อยมาก จนสามารถ

กำหนด ให้มีค่าเท่ากับ ศูนย์

3.5.3 การหาค่าสูงสุดของผลตอบสนองในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม และโมเมนต์บิด

การหาแรงและผลตอบสนองของแรงลมในทิศทางตั้งฉาก และโมเมนต์บิด จะใช้ผลการทดสอบจากอุโมงค์ลมเป็นหลัก และหลักการหาค่าสูงสุดของแรงและผลตอบสนองจะไม่สามารถใช้หลักการเหมือนกับการหาแรงและผลตอบสนองในทิศทางลมได้ ด้วยข้อจำกัดที่กล่าวไว้ในข้างต้น โดย Y. Zhou, A. Kareem (2001) ได้เสนอการหาค่า G ใหม่โดยใช้ พื้นฐานจากแรงลัพธ์ที่ฐานของแบบจำลองจากการทดสอบในอุโมงค์ลม แทนการใช้พื้นฐานจากการเสียรูป โดยพิจารณาหาค่าสูงสุดของโมเมนต์ที่ฐาน ดังสมการที่ 3.45

$$\hat{M} = \bar{M} + g\sigma_M \quad (3.45)$$

เมื่อ g คือ peak factor

σ_M คือ ค่ารากเฉลี่ยกำลังสอง (RMS) จากส่วนของ fluctuation ของโมเมนต์ที่ฐาน มีค่าดังสมการที่ 3.46

$$\sigma_M = \sqrt{\int_0^{\infty} S_M(f) df} \quad (3.46)$$

$S_M(f)$ คือ the power spectral density (PSD) จากส่วนของ fluctuation ของโมเมนต์พื้นฐาน มีค่าดังสมการที่ 3.47

$$S_M(f) = S_m(f) \times |H_1(f)|^2 \quad (3.47)$$

$S_m(f)$ คือ PSD ของส่วน External aerodynamic base moment ซึ่งรวมผลของรูปร่างของแบบจำลองอย่างเดียวย ได้จากการทดสอบในอุโมงค์ลม

$|H_1(f)|^2$ คือ Structural first mode transfer function มีค่าดังสมการ 3.48

$$|H_1(f)|^2 = \frac{1}{(1 - (f/f_1)^2 + (2\xi(f/f_1))^2)} \quad (3.48)$$

f_1 คือ ความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างใน Mode ที่ 1

ξ_1 คือ ค่าอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้างใน Mode ที่ 1

จากสมการที่ 3.45 ในส่วนของ $g\sigma_M$ จะพิจารณาแยกเป็น 2 ส่วน คือส่วน Background, $\hat{M}_B$ และ ส่วน Resonance, $\hat{M}_R$ โดย

1. $\hat{M}_B$ คือผลตอบสนองในส่วนของแรงแบบสถิต โดยให้ $|H(f)|^2 = 1$ ดังนั้นจะหาค่า $\hat{M}_B$ ได้จากสมการ 3.49

$$\hat{M}_B = g_B \sigma_m \quad (3.49)$$

g_B = Background peak factor $\approx 3 - 4$

$$\sigma_m = \sqrt{\int_0^{\infty} S_m(f) df}$$

2. $\hat{M}_R$ ใช้สมมุติฐานว่าผลตอบสนองจะมีค่ามากและเด่นชัดบริเวณความถี่ธรรมชาติ (White noise, wide band around the natural frequency) ซึ่งจะคำนวณ $\hat{M}_R$ ได้จากสมการที่ 3.50

$$\hat{M}_R = g_R \sqrt{\frac{\pi}{4\xi_1} f_1 S_m(f_1)} \quad (3.50)$$

เมื่อ

$$g_R = \sqrt{2 \ln(f_1 T)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln(f_1 T)}}$$

จากสมการที่ 3.50 กระจายโมเมนต์พื้นฐานจากส่วนกำหนดนี้ไปยังตำแหน่งต่างๆ ของโครงสร้างได้จาก สมการที่ 3.51 สำหรับโมเมนต์พลิกคว่ำ และสมการที่ 3.52 สำหรับโมเมนต์บิด

$$\hat{P}_R(z) = \hat{M}_R \times \frac{m(z)\phi(z)}{\int_0^H m(z)\phi(z) \cdot z dz} \quad (3.51)$$

$$\hat{P}_R(z) = \hat{M}_R \times \frac{I(z)\phi(z)}{\int_0^H I(z)\phi(z) dz} \quad (3.52)$$

เมื่อ $I(z)$ คือ มวลต่อหน่วยความสูง
 $\phi(z)$ คือ Fundamental Mode shape ในด้านที่พิจารณา

เมื่อได้ผลตอบสนองของทั้งส่วนของ Background และ Resonance แล้วพิจารณา รวมผลด้วยวิธีการ SRSS ได้ดังสมการที่ 3.53

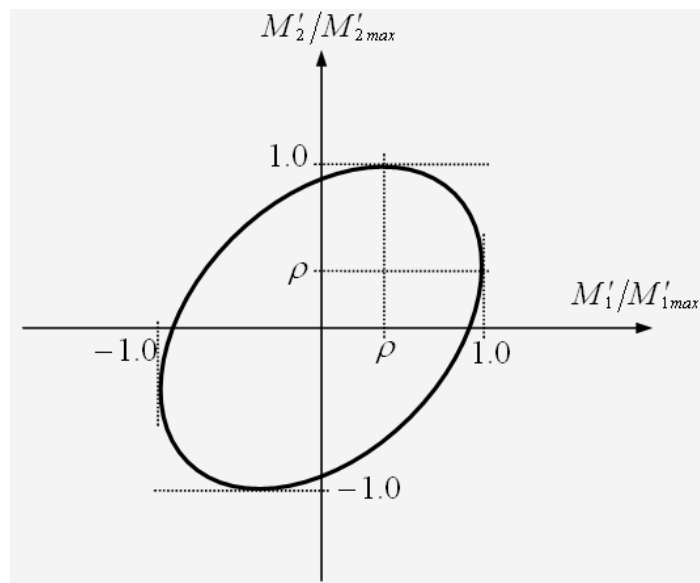
$$\hat{r} = \bar{r} + \sqrt{\hat{r}_B^2 + \hat{r}_R^2} \quad (3.53)$$

3.6 การรวมผลของแรงลมในทิศทางลม ทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม และโมเมนต์บิด

มาตรฐานการออกแบบต่างๆ จะมีการนำเสนอวิธีการคำนวณหาค่าสูงสุดของแรงลมในแต่ละทิศทางเพื่อใช้ในการการออกแบบ ด้วยขั้นตอนที่ไม่สัมพันธ์กัน และในสภาพทั่วไปแล้วแรงเหล่านี้ไม่ได้เกิดถึงค่าสูงสุดพร้อมกัน ในการออกแบบโครงสร้างหากใช้ค่าสูงสุดของแรงทั้ง 3 ทิศทางวิเคราะห์โครงสร้างพร้อมกัน จะให้ค่าที่ไม่สอดคล้องกับสภาพความเป็นจริง ดังนั้นในการออกแบบจึงจำเป็นต้องพิจารณาการรวมผลของแรง ทั้งสามประเภทนี้อย่างเหมาะสม

สำหรับอาคารสูง จากการศึกษาค้นคว้าโดย Melbourne (1975) พบว่า ผลตอบสนองต่อแรงลมสำหรับอาคารที่มีหน้าตัดสมมาตรในแต่ละด้านมีการกระจายตัวแบบปกติ และอธิบาย

ความสัมพันธ์ระหว่าง fluctuation ของโมเมนต์พื้นฐานใน 2 ทิศทาง ได้ด้วย ความสัมพันธ์เทียบเท่าของความน่าจะเป็นที่แสดงได้ด้วยเส้นรูปวงรีที่มีแกนเอียง และมีรูปร่างขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์ความสัมพันธ์ร่วม (Correlation coefficient, ρ) ตามสมการที่ 3.54 ซึ่งแสดงถึงสัดส่วนของค่าสูงสุดของโมเมนต์พลิกคว่ำด้านหนึ่ง เมื่อโมเมนต์พลิกคว่ำอีกด้านหนึ่งมีค่าสูงสุด ดังแสดงในภาพที่ 3.14 สำหรับค่า $(0 \leq \rho \leq 1.0)$ ค่า ρ จะมีค่าตั้งแต่ 0 คือไม่มีความสัมพันธ์ร่วม (ด้านหนึ่งเกิดค่าสูงสุดในขณะที่อีกด้านมีค่าเป็นศูนย์) จนถึง 1 คือมีความสัมพันธ์ร่วมอย่างสมบูรณ์ (เกิดค่าต่ำสุดและสูงสุดพร้อมกันในทั้งสองทิศทาง) ดังแสดงในภาพที่ 3.15

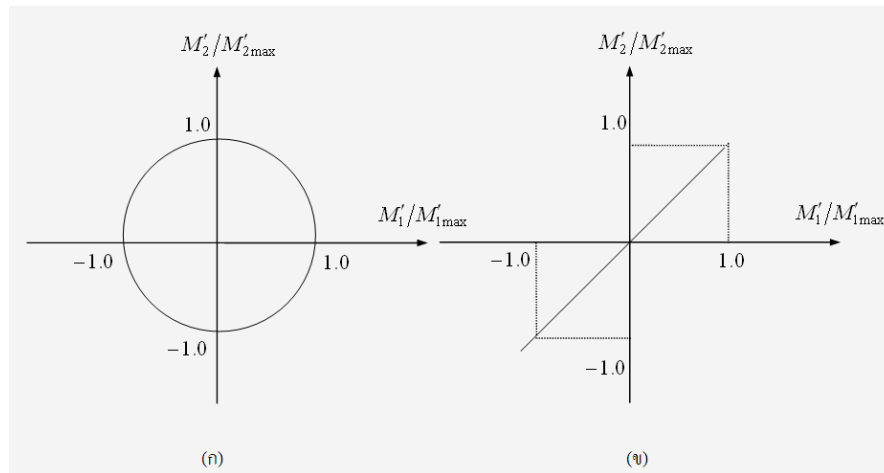


ภาพที่ 3.14

ผลรวมของแรง 2 ทิศทางจากการพิจารณาสัมประสิทธิ์ความสัมพันธ์ร่วม $(0 \leq \rho \leq 1.0)$

$$\rho_{12} = \frac{E[(M_1 - \overline{M}_1)(M_2 - \overline{M}_2)]}{\sigma_{M1}\sigma_{M2}} \quad (3.54)$$

- เมื่อ $E[\]$ = ค่าความคาดหวังทางสถิติ (Statistical expectation)
 M_1, M_2 = ผลตอบสนองในทิศทางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ
 $\overline{M}_1, \overline{M}_2$ = ค่าเฉลี่ยผลตอบสนองในทิศทางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ
 σ_{M1}, σ_{M2} = ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลตอบสนองในทิศทางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ



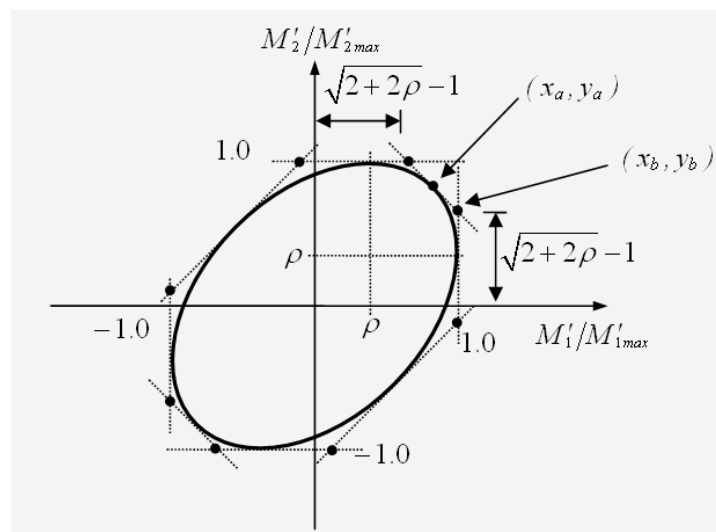
ภาพที่ 3.15

ผลรวมของแรง 2 ทิศทางจากการพิจารณาสัมประสิทธิ์ความสัมพันธ์ร่วม (ก) $\rho=0$ (ข) $\rho=1.0$

อย่างไรก็ตามจะประมาณรูปทรงวงรีด้วยจุดมุมของรูปแปดเหลี่ยมที่ล้อมรอบรูปวงรี ดังแสดงในภาพที่ 3.16 ความสัมพันธ์ระหว่าง M'_1 / M'_{1max} และ M'_2 / M'_{2max} สามารถเขียนได้ ดังสมการที่ 3.55 หรือ สมการที่ 3.56

$$(M'_1 / M'_{1max})^2 + (M'_2 / M'_{2max})^2 - 2\rho(M'_1 / M'_{1max})(M'_2 / M'_{2max}) + \rho^2 = 1 \quad (3.55)$$

$$(M'_2 / M'_{2max}) = \pm \sqrt{(1 - \rho^2)(1 - [M'_1 / M'_{1max}]^2)} + \rho(M'_1 / M'_{1max}) \quad (3.56)$$



ภาพที่ 3.16

การหาผลรวมของแรง 2 ทิศทาง

พิจารณาจุดยอด a ที่พิกัด (Xa, Ya) เส้นสัมผัสที่จุดนี้มีความชันเท่ากับ -1.0 ดังนั้น
หาค่า Xa และ Ya ได้จากสมการที่ 3.55 ดังสมการที่ 3.57

$$Xa = Ya = \sqrt{\frac{(1+\rho)}{2}} \quad (3.57)$$

เขียนสมการเส้นตรงที่สัมผัสจุด a ในรูป $y = mx + c$ ได้ดังสมการที่ 3.58

$$y = -x + \sqrt{2(1+\rho)} \quad (3.58)$$

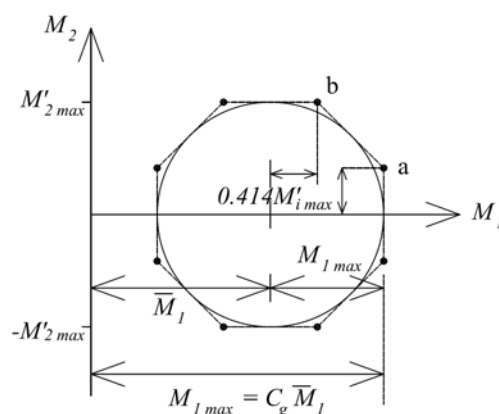
ดังนั้น จุดมุมของรูปแปดเหลี่ยม จะแทนถึงผลรวมของโมเมนต์พลิกคว่ำด้านหนึ่งเมื่อ
โมเมนต์พลิกคว่ำอีกด้านมีค่าสูงสุด คือ เมื่อ

$$M'_1 / M'_{1\max} = 1 \text{ ค่าสูงสุดของ } M'_2 / M'_{2\max} = \sqrt{2+2\rho} - 1$$

$$\text{และ } M'_2 / M'_{2\max} = 1 \text{ ค่าสูงสุดของ } M'_1 / M'_{1\max} = \sqrt{2+2\rho} - 1$$

3.6.1 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ทิศทางลมและโมเมนต์ทิศทางอื่น

การศึกษาของ Melbourn (1975) และมาตรฐาน AIJ(2004) ได้กล่าวถึง
ความสัมพันธ์ สำหรับ โมเมนต์ทิศทางลม กับโมเมนต์ทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม และ
โมเมนต์ทิศทางลมกับโมเมนต์บิด ว่ามีค่าน้อยมาก จึงให้ $\rho = 0$ ซึ่งจะได้ค่า $\sqrt{2+2\rho} - 1 =$
0.414 ดังแสดงในภาพที่ 3.17 และค่าสูงสุดของโมเมนต์ทิศทางลมหาได้จากสมการที่ 3.59



ภาพที่ 3.17

ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ทิศทางลม M_1 กับโมเมนต์ทิศทางตั้งฉาก
กับทิศทางลม (หรือ โมเมนต์บิด) M_2

$$M'_{1max} = (C_g - 1)\overline{M}_1 \quad (3.59)$$

ในส่วนองค่าสูงสุดของโมเมนต์ทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม และโมเมนต์บิด ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ จะได้ดั่งสมการที่ 3.60

$$M_{2max} = M'_{2max} \quad (3.60)$$

จากภาพที่ 3.17 จะได้ว่า

- เมื่อโมเมนต์ทิศทางลม M_1 มีค่าสูงสุด (จุด a) จะมีผลรวมจากโมเมนต์ทิศทางตั้งฉาก (หรือโมเมนต์บิด) เท่ากับ $0.414 M_2$
- เมื่อโมเมนต์ทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลม (หรือโมเมนต์บิด) M_2 มีค่าสูงสุด จะมีผลรวมจากโมเมนต์ทิศทางลม เท่ากับ $\overline{M}_1 + 0.414 M'_{1max}$ ซึ่งสามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \overline{M}_1 + 0.414 M'_{1max} &= \overline{M}_1 + 0.414(C_g - 1)\overline{M}_1 \\ &= (0.414C_g + 0.586)\overline{M}_1 \\ &= \left(0.414 + \frac{0.586}{C_g}\right)M_{1max} \\ &\approx \left(0.40 + \frac{0.60}{C_g}\right)M_{1max} \end{aligned}$$

3.6.2 ความสัมพันธ์ร่วมระหว่างโมเมนต์ทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลมและโมเมนต์บิด

มาตรฐาน AIJ(2004) อ้างถึงงานวิจัยของ Asami (2000) ได้แสดงถึงการหาค่า ρ ระหว่างโมเมนต์ทิศทางตั้งฉากและโมเมนต์บิด โดยหลักทางสถิติสำหรับอาคารที่มีอัตราส่วนความหน่วงในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางลมและในแนวนอน น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.02 โดยอาคารไม่มีพฤติกรรม Coupling ระหว่างรูปแบบการสั่นไหว สำหรับอาคารที่มีลักษณะแตกต่างออกไป จะต้องมีการศึกษาเฉพาะเพิ่มเติม

3.7 การทดสอบแบบจำลองด้วยวิธี High Frequency Force Balance

วิธี HFFB เป็นวิธีทดสอบในอุโมงค์ลม ที่ สะดวก ประหยัด รวดเร็ว ใช้ในการหา แรง ลัพธ์ที่ฐานของแบบจำลองอาคารและโครงสร้างต่อแรงลม และผลตอบสนองเพื่อใช้ในการ ออกแบบอาคาร โดยแบบจำลองที่ใช้ในการทดสอบ HFFB เป็นแบบจำลองที่มีลักษณะแข็งแรงมาก (มีความถี่ธรรมชาติสูง) โดยวิธีนี้ได้พัฒนามากว่า 20 ปี และใช้กันอย่างกว้างขวางในงานวิจัยต่างๆ (Kareem and cermak 1979, Tschanz and Davenport 1983, Reinhold and Kareem 1986, Boggs and Peterka 1989) และเป็นทางเลือกในการหาแรงและผลตอบสนองต่อโครงสร้าง สำหรับมาตรฐานต่างๆ ด้วยแต่แม้วิธีนี้จะมีข้อดีมาก แต่ก็ยังมีข้อเสีย คือ ผลที่ได้เป็นเพียงผลรวมที่ ฐานของแบบจำลองเท่านั้น ส่วนแรงบริเวณตำแหน่งต่างๆ ของโครงสร้าง จะต้องประมาณจาก Mode shape ของแบบจำลอง ซึ่งทำให้ไม่สามารถทราบขนาดแรงที่แท้จริงที่กระทำกับโครงสร้าง ในตำแหน่งต่างๆ ได้

3.7.1 หลักการทดสอบแบบจำลองด้วย HFFB

พิจารณา โมเมนต์พื้นฐานอ้างอิง $\bar{M}'$ ซึ่งคำนวณได้จากขนาดของอาคาร ดังสมการ

3.61

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}'_D &= \frac{1}{2} \rho \bar{U}_H^2 B H^2 \\ \bar{M}'_L &= \frac{1}{2} \rho \bar{U}_H^2 D H^2 \\ \bar{M}'_T &= \frac{1}{2} \rho \bar{U}_H^2 B D H \end{aligned} \right\} \quad (3.61)$$

โดย $\bar{M}'_D$, $\bar{M}'_L$, $\bar{M}'_T$ คือ โมเมนต์อ้างอิงในทิศทางลม ทิศทางตั้งฉากกับลม และ โมเมนต์บิด ตามลำดับ

จากการทดสอบด้วยวิธี HFFB จะสามารถหาพารามิเตอร์ที่สำคัญต่อการหาแรงลัพธ์ สูงสุดของอาคารได้ 2 ค่า คือ

1. σ_{cm} คือ ค่า สัมประสิทธิ์ RMS จากส่วน fluctuation ของโมเมนต์พื้นฐาน หา ได้ จากสมการที่ 3.62

$$\sigma_{cm} = \frac{\sigma_m}{\bar{M}'} \quad (3.62)$$

$$\text{เมื่อ } \sigma_m = \sqrt{\int_0^\infty S_m(f) df}$$

2. $C_m(f)$ คือ non-dimension PSD ของโมเมนต์พื้นฐาน หาได้จากสมการ ที่ 3.63

$$C_m(f) = \frac{f \times S_m(f)}{\sigma_m^2} \quad (3.63)$$

จัดรูปสมการ 3.62 และ สมการ 3.63 จะได้ดังสมการ 3.64

$$f \times S_m(f) = C_m(f) \times \sigma_{cm}^2 \times \bar{M}'^2 \quad (3.64)$$

แทนค่า σ_m จากสมการ 3.62 ในสมการ 3.49 จะสามารถหาโมเมนต์สูงสุดในส่วน Back ground ($\hat{M}_B$) ได้จากสมการ 3.65

$$\hat{M}_B = g_B \sigma_{cm} \bar{M}' \quad (3.65)$$

แทนค่า $f \times S_m(f)$ จากสมการ 3.64 ในสมการ 3.50 จะสามารถหาโมเมนต์สูงสุดในส่วน Resonant ($\hat{M}_R$) ได้จากสมการ 3.66

$$\hat{M}_R = g_R \sigma_{cm} \bar{M}' \sqrt{\frac{\pi}{4\xi_1} C_m(f_1)} \quad (3.66)$$