ผนวก ข

ตัวอย่างการคัดเลือกตัวแบบ

จากข้อมูลคะแนนความพอใจในการสอนรายวิชา 15 วิชา ที่เปิดสอนในระดับปริญญาตรี นำมาแสดงการคัดเลือกตัวแบบสมการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ โดยวิธีการคัดเลือกตัวแบบโดยใช้เกณฑ์ข้อสนเทศของอาไคเคะที่ปรับค่าความเสี่ยง โดยใช้ตัวประมาณของข้อสนเทศคูลส์แบล็ค-ไลท์เบอร์ (Kullback Leibler Information) วิธีการคัดเลือกตัวแบบที่พัฒนา เกณฑ์ AIC_C ที่ลดความเอนเอียงโดยใช้การแยกออกของความสมมาตรของข้อสนเทศคูลส์แบล็ค-ไลท์เบอร์ (Kullback's Symmetric Divergence) วิธีการคัดเลือกตัวแบบที่พัฒนาเกณฑ์ AIC_I ที่ลดความเอนเอียง โดยใช้การแยกออกของความสมมาตรของข้อสนเทศคูลส์แบล็ค-ไลท์เบอร์ (Kullback's Symmetric Divergence) วิธีการคัดเลือกตัวแบบ Cross-Validation (C_p) ที่ใช้สำหรับตัวอย่างขนาดเล็ก หรือ G_n^{CV} ที่ใช้ $C_n^{(R)}$ และวิธีการคัดเลือกตัวแบบโดยใช้สถิติทดสอบเอฟบางส่วน (The Partial F-test Statistic) ด้วยวิธีการถดถอยแบบขั้นบันได (Stepwise Regression Method)

<u>วิธีการคัดเลือกตัวแบบโดยใช้เกณฑ์ข้อสนเทศของอาไคเคะที่ปรับค่าความเสี่ยง โดยใช้ตัวประมาณของข้อสนเทศคูลส์แบล็ค-ไลท์เบอร์ (Kullback Leibler Information)</u>

1. จากข้อมูลในผนวก ก มีตัวแปรอิสระ 6 ตัวแปร คือ

    X_2 แทนระดับความพอใจในการเตรียมการสอน

    X_3 แทนระดับความพอใจในความต่อเนื่องของเนื้อหา

    X_4 แทนระดับความพอใจในการตอบคำถาม

    X_5 แทนระดับความพอใจในการเข้าพบอาจารย์

    X_6 แทนระดับความพอใจในคุณภาพของเอกสารประกอบการสอน

    X_7 แทนระดับความพอใจในการให้คะแนนสอบ

สามารถสร้างตัวแบบได้ทั้งหมด 63 ตัวแบบ และแต่ละตัวแบบประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด ได้ดังนี้

ตัวแบบที่ 1 : $Y = 0.295+0.889X_2$

ตัวแบบที่ 2 : $Y = -0.322+1.051X_3$

ตัวแบบที่ 3 : $Y = -0.995+1.229X_4$

ตัวแบบที่ 4 : $Y = -0.899+1.164X_5$

ตัวแบบที่ 5 : $Y = 3.306+0.168X_6$

ตัวแบบที่ 6 : $Y = -4.338+1.965X_7$

ตัวแบบที่ 7 : $Y =-0.321+0.290X_2+0.757X_3$

ตัวแบบที่ 8 : $Y =-1.196+0.540X_2+0.727X_4$

ตัวแบบที่ 9 : $Y =-0.698+0.653X_2+0.472X_5$

ตัวแบบที่ 10 : $Y =0.470+0.913X_2-0.070X_6$

ตัวแบบที่ 11 : $Y =-2.652+0.596X_2+0.985X_7$

ตัวแบบที่ 12 : $Y =-0.903+0.724X_3+0.475X_4$

ตัวแบบที่ 13 : $Y =-0.954+0.848X_3+0.350X_5$

ตัวแบบที่ 14 : $Y =-0.112+1.087X_3-0.093X_6$

ตัวแบบที่ 15 : $Y =-1.410+0.879X_3+0.424X_7$

ตัวแบบที่ 16 : $Y =-1.632+0.893X_4+0.477X_5$

ตัวแบบที่ 17 : $Y =-1.379+1.216X_4+0.113X_6$

ตัวแบบที่ 18 : $Y =-2.483+0.879X_4+0.687X_7$

ตัวแบบที่ 19 : $Y =-0.745+1.293X_5-0.179X_6$

ตัวแบบที่ 20 : $Y =-3.591+0.490X_5+1.304X_7$

ตัวแบบที่ 21 : $Y =-4.315-0.076X_6+2.029X_7$

ตัวแบบที่ 22 : $Y =-1.184+0.521X_2+0.036X_3+0.707X_4$

ตัวแบบที่ 23 : $Y =-0.872+0.226X_2+0.645X_3+0.305X_5$

ตัวแบบที่ 24 : $Y =-0.096+0.302X_2+0.784X_3-0.099X_6$

ตัวแบบที่ 25 : $Y =-1.828+0.360X_2+0.447X_3+0.588X_7$

ตัวแบบที่ 26 : $Y =-1.306+0.513X_2+0.688X_4+0.090X_5$

ตัวแบบที่ 27 : $Y =-1.175+0.543X_2+0.725X_4-0.007X_6$

ตัวแบบที่ 28 : $Y =-1.370+0.532X_2+0.693X_4+0.081X_7$

ตัวแบบที่ 29 : $Y =-0.564+0.643X_2+0.597X_5-0.160X_6$

ตัวแบบที่ 30 : $Y =-2.566+0.579X_2+0.088X_5+0.894X_7$

ตัวแบบที่ 31 : $Y =-2.563+0.614X_2-0.119X_6+1.054X_7$

ตัวแบบที่ 32 : $Y =-1.257+0.636X_3+0.386X_4+0.257X_5$

ตัวแบบที่ 33 : $Y =-0.780+0.762X_3+0.439X_4-0.035X_6$

ตัวแบบที่ 34 : $Y = -0.953+0.719X_3+0.468X_4+0.023X_7$

ตัวแบบที่ 35 : $Y = -0.816+0.837X_3+0.475X_5-0.161X_6$

ตัวแบบที่ 36 : $Y = -1.018+0.840X_3+0.342X_5+0.031X_7$

ตัวแบบที่ 37 : $Y = -1.321+0.896X_3-0.105X_6+0.482X_7$

ตัวแบบที่ 38 : $Y = -1.631+0.893X_4+0.478X_5-0.001X_6$

ตัวแบบที่ 39 : $Y = -1.865+0.852X_4+0.442X_5+0.129X_7$

ตัวแบบที่ 40 : $Y = -2.342+0.954X_4+0.062X_6+0.525X_7$

ตัวแบบที่ 41 : $Y = -3.330+0.631X_5-0.151X_6+1.240X_7$

ตัวแบบที่ 42 : $Y = -1.294+0.486X_2+0.051X_3+0.659X_4+0.093X_5$

ตัวแบบที่ 43 : $Y = -1.143+0.518X_2+0.052X_3+0.694X_4-0.011X_6$

ตัวแบบที่ 44 : $Y = -1.349+0.523X_2+0.019X_3+0.685X_4+0.075X_7$

ตัวแบบที่ 45 : $Y = -0.738+0.218X_2+0.642X_3+0.430X_5-0.159X_6$

ตัวแบบที่ 46 : $Y = -1.513+0.286X_2+0.513X_3+0.200X_5+0.324X_7$

ตัวแบบที่ 47 : $Y = -1.755+0.383X_2+0.440X_3-0.117X_6+0.663X_7$

ตัวแบบที่ 48 : $Y = -1.254+0.517X_2+0.659X_4+0.131X_5-0.032X_6$

ตัวแบบที่ 49 : $Y = -1.276+0.514X_2+0.694X_4+0.094X_5-0.016X_7$

ตัวแบบที่ 50 : $Y = -1.399+0.537X_2+0.670X_4-0.017X_6+0.121X_7$

ตัวแบบที่ 51 : $Y = -2.327+0.574X_2+0.225X_5-0.143X_6+0.836X_7$

ตัวแบบที่ 52 : $Y = -1.018+0.723X_3+0.213X_4+0.393X_5-0.121X_6$

ตัวแบบที่ 53 : $Y = -0.557+0.680X_3+0.470X_4+0.344X_5-0.374X_7$

ตัวแบบที่ 54 : $Y = -0.986+0.750X_3+0.398X_4-0.043X_6+0.107X_7$

ตัวแบบที่ 55 : $Y = -0.710+0.850X_3+0.491X_5-0.162X_6-0.051X_7$

ตัวแบบที่ 56 : $Y = -1.872+0.842X_4+0.450X_5-0.007X_6+0.139X_7$

ตัวแบบที่ 57 : $Y = -1.191+0.446X_2+0.135X_3+0.565X_4+0.163X_5-0.050X_6$

ตัวแบบที่ 58 : $Y = -1.190+0.479X_2+0.065X_3+0.668X_4+0.108X_5-0.055X_7$

ตัวแบบที่ 59 : $Y = -0.523+0.749X_3+0.288X_4+0.446X_5-0.111X_6-0.274X_7$

ตัวแบบที่ 60 : $Y = -1.360+0.519X_2+0.039X_3+0.651X_4-0.200X_6+0.113X_7$

ตัวแบบที่ 61 : $Y = -1.170+0.259X_2+0.554X_3+0.357X_5-0.154X_6+0.216X_7$

ตัวแบบที่ 62 : $Y = -1.302+0.517X_3+0.649X_4+0.126X_5-0.034X_6+0.028X_7$

ตัวแบบที่ 63 : $Y = -1.127+0.442X_2+0.143X_3+0.571X_4+0.172X_5-0.050X_6-0.035X_7$

2. คำนวณค่าความแปรปรวนของตัวแบบที่ i ($\hat{\sigma}_i^2$) ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด

$$\hat{\sigma}_i^2 = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_i)'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_i)/n \quad \text{เมื่อ } i = 1,2,\ldots,60$$

ได้ดังนี้

ตัวแบบที่	ความแปรปรวน	ตัวแบบที่	ความแปรปรวน	ตัวแบบที่	ความแปรปรวน
1	0.0621	22	0.0084	43	0.0083
2	0.0364	23	0.0239	44	0.0083
3	0.0657	24	0.0265	45	0.0148
4	0.1153	25	0.0245	46	0.0229
5	0.3298	26	0.0079	47	0.0190
6	0.0944	27	0.0084	48	0.0077
7	0.0305	28	0.0083	49	0.0079
8	0.0085	29	0.0354	50	0.0083
9	0.0446	30	0.0300	51	0.0227
10	0.0601	31	0.0247	52	0.0165
11	0.0303	32	0.0203	53	0.0189
12	0.0247	33	0.0243	54	0.0242
13	0.0273	34	0.0247	55	0.0180
14	0.0329	35	0.0180	56	0.0479
15	0.0331	36	0.0273	57	0.0073
16	0.0481	37	0.0287	58	0.0079
17	0.0600	38	0.0481	59	0.0157
18	0.0579	39	0.0480	60	0.0082
19	0.1037	40	0.0566	61	0.0144
20	0.0823	41	0.0741	62	0.0077
21	0.0921	42	0.0079	63	0.0073

3. คำนวณค่า AIC_{ri}

$$AIC_{ri} = n\ln\hat{\sigma}^2 + \frac{n(n+p)}{n-p-2} - \frac{2np}{(n-p-2)(n-p)}n^{\alpha-\varepsilon}$$

เมื่อ p แทนจำนวนพารามิเตอร์ของตัวแบบ

$$A1 = \frac{n(n+p)}{n-p-2}$$

$$A2 = \frac{2np}{(n-p-2)(n-p)}n^{\alpha-\varepsilon}$$

กำหนดให้ $\alpha = 3/4$ และ $\varepsilon = 2/5$

ตัวแบบที่	p	ln(ความแปรปรวน)^n	A1	A2	AICri
1	2	-41.6932	23.1818	1.0825	-19.5939
2	2	-49.6978	23.1818	1.0825	-27.5985
3	2	-40.8475	23.1818	1.0825	-18.7482
4	2	-32.4076	23.1818	1.0825	-10.3083
5	2	-16.6390	23.1818	1.0825	5.4602
6	2	-35.4032	23.1818	1.0825	-13.3039
7	3	-52.3668	27.0000	1.9351	-27.3019
8	3	-71.5743	27.0000	1.9351	-46.5093**
9	3	-46.6503	27.0000	1.9351	-21.5854
10	3	-42.1845	27.0000	1.9351	-17.1196
11	3	-52.4326	27.0000	1.9351	-27.3677
12	3	-55.4941	27.0000	1.9351	-30.4291
13	3	-53.9947	27.0000	1.9351	-28.9298
14	3	-51.1990	27.0000	1.9351	-26.1341
15	3	-51.1082	27.0000	1.9351	-26.0433
16	3	-45.5067	27.0000	1.9351	-20.4418
17	3	-42.2012	27.0000	1.9351	-17.1362
18	3	-42.7442	27.0000	1.9351	-17.6793

ตัวแบบที่	p	ln(ความแปรปรวน)^n	A1	A2	AICri
19	3	-33.9890	27.0000	1.9351	-8.9240
20	3	-37.4668	27.0000	1.9351	-12.4019
21	3	-35.7786	27.0000	1.9351	-10.7137
22	4	-71.6929	31.6667	3.1274	-43.1535
23	4	-56.0291	31.6667	3.1274	-27.4898
24	4	-54.4403	31.6667	3.1274	-25.9010
25	4	-55.6567	31.6667	3.1274	-27.1173
26	4	-72.5502	31.6667	3.1274	-44.0109
27	4	-71.6929	31.6667	3.1274	-43.1535
28	4	-71.8124	31.6667	3.1274	-43.2731
29	4	-50.1157	31.6667	3.1274	-21.5763
30	4	-52.5984	31.6667	3.1274	-24.0591
31	4	-55.5345	31.6667	3.1274	-26.9952
32	4	-58.4817	31.6667	3.1274	-29.9424
33	4	-55.7386	31.6667	3.1274	-27.1993
34	4	-55.4941	31.6667	3.1274	-26.9547
35	4	-60.2608	31.6667	3.1274	-31.7214
36	4	-53.9947	31.6667	3.1274	-25.4554
37	4	-53.2803	31.6667	3.1274	-24.7410
38	4	-45.5067	31.6667	3.1274	-16.9674
39	4	-45.5483	31.6667	3.1274	-17.0090
40	4	-43.0762	31.6667	3.1274	-14.5369
41	4	-39.0284	31.6667	3.1274	-10.4890
42	5	-72.6768	37.5000	4.8376	-40.0144
43	5	-71.8124	37.5000	4.8376	-39.1500
44	5	-71.8124	37.5000	4.8376	-39.1500

ตัวแบบที่	p	ln(ความแปรปรวน)^n	A1	A2	AICri
45	5	-63.1969	37.5000	4.8376	-30.5346
46	5	-56.6711	37.5000	4.8376	-24.0088
47	5	-59.4497	37.5000	4.8376	-26.7874
48	5	-73.0631	37.5000	4.8376	-40.4007
49	5	-72.5502	37.5000	4.8376	-39.8879
50	5	-71.9329	37.5000	4.8376	-39.2705
51	5	-56.8029	37.5000	4.8376	-24.1405
52	5	-61.5963	37.5000	4.8376	-28.9339
53	5	-59.5554	37.5000	4.8376	-26.8930
54	5	-55.8210	37.5000	4.8376	-23.1587
55	5	-60.2608	37.5000	4.8376	-27.5984
56	5	-45.5692	37.5000	4.8376	-12.9068
57	6	-73.7299	45.0000	7.3716	-36.1015
58	6	-72.6768	45.0000	7.3716	-35.0484
59	6	-62.2796	45.0000	7.3716	-24.6512
60	6	-72.0543	45.0000	7.3716	-34.4259
61	6	-63.6079	45.0000	7.3716	-25.9795
62	6	-72.9980	45.0000	7.3716	-35.3696
63	7	-73.8669	55.0000	11.2878	-30.1547

4. เลือกตัวแบบที่ให้ค่า AIC_{ri} ต่ำสุด ปรากฏว่าได้ตัวแบบที่ 8 นั่นคือ

$$Y = -1.196 + 0.540X_2 + 0.727X_4$$

<u>วิธีการคัดเลือกตัวแบบที่พัฒนาเกณฑ์ AIC_C ที่ลดความเอนเอียงโดยใช้การแยกออกของความสมมาตรของข้อสนเทศคูลส์แบล็ค-ไลท์เบอร์ (Kullback's Symmetric Divergence)</u>

ขั้นตอนที่1 และขั้นตอนที่ 2 ทำทำนองเดียวกับวิธี AIC_{ri}

3. คำนวณค่า KIC_C

$$KIC_C = n\ln\hat{\sigma}^2 + n\ln\frac{n}{n-p} + \frac{n[(n+p)(n-p)+(n-p-2)]}{(n-p-2)(n-p)}$$

เมื่อ p แทนจำนวนค่าคงที่การถดถอยและสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแบบ

$$KC1 = n\ln\frac{n}{n-p}$$

$$KC2 = \frac{n[(n+p)(n-p)+(n-p-2)]}{(n-p-2)(n-p)}$$

ตัวแบบที่	p	ln(ความแปรปรวน)^n	KC1	KC2	KICc
1	2	-41.6932	2.1465	24.3357	-15.2110
2	2	-49.6978	2.1465	24.3357	-23.2156
3	2	-40.8475	2.1465	24.3357	-14.3653
4	2	-32.4076	2.1465	24.3357	-5.9254
5	2	-16.6390	2.1465	24.3357	9.8431
6	2	-35.4032	2.1465	24.3357	-8.9210
7	3	-52.3668	3.3472	28.2500	-20.7697
8	3	-71.5743	3.3472	28.2500	-39.9771**
9	3	-46.6503	3.3472	28.2500	-15.0532
10	3	-42.1845	3.3472	28.2500	-10.5874
11	3	-52.4326	3.3472	28.2500	-20.8355
12	3	-55.4941	3.3472	28.2500	-23.8969
13	3	-53.9947	3.3472	28.2500	-22.3976
14	3	-51.1990	3.3472	28.2500	-19.6019
15	3	-51.1082	3.3472	28.2500	-19.5111
16	3	-45.5067	3.3472	28.2500	-13.9096

ตัวแบบที่	p	ln(ความแปรปรวน)^{n}	KC1	KC2	KICc
17	3	-42.2012	3.3472	28.2500	-10.6040
18	3	-42.7442	3.3472	28.2500	-11.1471
19	3	-33.9890	3.3472	28.2500	-2.3918
20	3	-37.4668	3.3472	28.2500	-5.8697
21	3	-35.7786	3.3472	28.2500	-4.1815
22	4	-71.6929	4.6523	33.0303	-34.0102
23	4	-56.0291	4.6523	33.0303	-18.3465
24	4	-54.4403	4.6523	33.0303	-16.7577
25	4	-55.6567	4.6523	33.0303	-17.9740
26	4	-72.5502	4.6523	33.0303	-34.8676
27	4	-71.6929	4.6523	33.0303	-34.0102
28	4	-71.8124	4.6523	33.0303	-34.1297
29	4	-50.1157	4.6523	33.0303	-12.4330
30	4	-52.5984	4.6523	33.0303	-14.9157
31	4	-55.5345	4.6523	33.0303	-17.8519
32	4	-58.4817	4.6523	33.0303	-20.7990
33	4	-55.7386	4.6523	33.0303	-18.0560
34	4	-55.4941	4.6523	33.0303	-17.8114
35	4	-60.2608	4.6523	33.0303	-22.5781
36	4	-53.9947	4.6523	33.0303	-16.3121
37	4	-53.2803	4.6523	33.0303	-15.5977
38	4	-45.5067	4.6523	33.0303	-7.8241
39	4	-45.5483	4.6523	33.0303	-7.8657
40	4	-43.0762	4.6523	33.0303	-5.3936
41	4	-39.0284	4.6523	33.0303	-1.3457
42	5	-72.6768	6.0820	39.0000	-27.5948

ตัวแบบที่	p	ln(ความแปรปรวน)^{n}	KC1	KC2	KICc
43	5	-71.8124	6.0820	39.0000	-26.7304
44	5	-71.8124	6.0820	39.0000	-26.7304
45	5	-63.1969	6.0820	39.0000	-18.1149
46	5	-56.6711	6.0820	39.0000	-11.5891
47	5	-59.4497	6.0820	39.0000	-14.3678
48	5	-73.0631	6.0820	39.0000	-27.9811
49	5	-72.5502	6.0820	39.0000	-27.4683
50	5	-71.9329	6.0820	39.0000	-26.8509
51	5	-56.8029	6.0820	39.0000	-11.7209
52	5	-61.5963	6.0820	39.0000	-16.5143
53	5	-59.5554	6.0820	39.0000	-14.4734
54	5	-55.8210	6.0820	39.0000	-10.7391
55	5	-60.2608	6.0820	39.0000	-15.1788
56	5	-45.5692	6.0820	39.0000	-0.4872
57	6	-73.7299	7.6624	46.6667	-19.4008
58	6	-72.6768	7.6624	46.6667	-18.3478
59	6	-62.2796	7.6624	46.6667	-7.9506
60	6	-72.0543	7.6624	46.6667	-17.7252
61	6	-63.6079	7.6624	46.6667	-9.2788
62	6	-72.9980	7.6624	46.6667	-18.6689
63	7	-73.8669	9.4291	56.8750	-7.5627

4. เลือกตัวแบบที่ให้ค่า KICc ต่ำสุด ปรากฏว่าได้ตัวแบบที่ 8 นั่นคือ

$$Y = -1.196+0.540X_2+0.727X_4$$

<u>วิธีการคัดเลือกตัวแบบที่พัฒนาเกณฑ์ AIC_I ที่ลดความเอนเอียงโดยใช้การแยกออกของความสมมาตรของข้อสนเทศคูลส์แบล็ค-ไลท์เบอร์ (Kullback's Symmetric Divergence)</u>

ขั้นตอนที่1 และขั้นตอนที่ 2 ทำทำนองเดียวกับวิธี AIC_{ri}

3. คำนวณค่าปรับความเอนเอียง เพื่อลดขั้นตอนการจำลองข้อมูล ได้นำตัวแบบที่เป็นไปได้ 6 ตัวแบบ ซึ่งพิจารณาจาก ตัวแบบที่ให้ค่าความแปรปรวนต่ำสุด ในตัวแบบที่มีจำนวนพารามิเตอร์เท่ากัน มาคำนวณค่าปรับความเอนเอียง ดังนี้

ตัวแบบที่ 2 : $Y = -0.322+1.051X_3$

ตัวแบบที่ 8 : $Y =-1.196+0.540X_2+0.727X_4$

ตัวแบบที่ 26 : $Y =-1.306+0.513X_2+0.688X_4+0.090X_5$

ตัวแบบที่ 48 : $Y =-1.254+0.517X_2+0.659X_4+0.131X_5-0.032X_6$

ตัวแบบที่ 57 : $Y =-1.191+0.446X_2+0.135X_3+0.565X_4+0.163X_5-0.050X_6$

ตัวแบบที่ 63 : $Y =-1.127+0.442X_2+0.143X_3+0.571X_4+0.172X_5-0.050X_6-0.035X_7$

ทำการจำลองค่าตัวแปรตาม(Y) ให้มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และ ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1 จำนวนซ้ำเท่ากับ 100 และกำหนดค่า $\beta^+ = (0,0,...,0)$ และ $\sigma^2 = 1$ ดังนั้น เทอมที่นำมาจำลองค่า คือ

$$\mathrm{Bias}_{adj} = \frac{1}{R}\sum_{j=1}^{R}\{[-n\ln\hat{\sigma}^2(j) + n/\hat{\sigma}^2(j)] + [(\mathbf{X}\hat{\boldsymbol\beta}(j))'(\mathbf{X}\hat{\boldsymbol\beta}(j))/\hat{\sigma}^2(j)]$$
$$+ [n\hat{\sigma}^2(j) + (\mathbf{X}\hat{\boldsymbol\beta}(j))'(\mathbf{X}\hat{\boldsymbol\beta}(j))] - 2n\}$$

ได้ผลดังนี้

$\mathrm{Bias}_{adj}(2)$ = 12.2778

$\mathrm{Bias}_{adj}(8)$ = 18.5797

$\mathrm{Bias}_{adj}(26)$ = 24.6673

$\mathrm{Bias}_{adj}(48)$ = 33.4262

$\mathrm{Bias}_{adj}(57)$ = 40.5777

$\mathrm{Bias}_{adj}(63)$ = 51.4470

4. คำนวณค่า KIC_I

$$KIC_I = n\ln\hat{\sigma}^2 + n + \mathrm{Bias}_{adj}$$

$KIC_I(2)$ = -49.6978+15+12.2778 = -22.4200

$KIC_I(8)$ =-71.5743+15+18.5797=-37.9946

$KIC_I(26)$ =-72.5502+15+24.6673=-32.8829

$KIC_I(48)$ =-73.0631+15+33.4262=-24.6369

$KIC_I(57)$ =-73.7299+15+40.5777=-18.1522

$KIC_I(63)$ =-73.8669+15+51.4470=-7.4199

5. เลือกตัวแบบที่ให้ค่า KIC_I ต่ำสุด ปรากฏว่าได้ตัวแบบที่ 8 นั่นคือ

$$Y = -1.196+0.540X_2+0.727X_4$$

<u>วิธีการคัดเลือกตัวแบบ Cross-Validation (C_p) ที่ใช้สำหรับตัวอย่างขนาดเล็ก หรือ G_n^{CV} ที่ใช้ $C_n^{(R)}$</u>

1. ทำทำนองเดียวกับวิธี AIC_{ri} ในการหาตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด เพื่อลดขั้นตอนการคำนวณ ได้นำตัวแบบที่เป็นไปได้ 6 ตัวแบบ ซึ่งพิจารณาจาก ตัวแบบที่ให้ค่าความแปรปรวนต่ำสุด ในตัวแบบที่มีจำนวนพารามิเตอร์เท่ากัน มาพิจารณา ดังนี้

ตัวแบบที่ 2 : $Y = -0.322+1.051X_3$

ตัวแบบที่ 8 : $Y =-1.196+0.540X_2+0.727X_4$

ตัวแบบที่ 26 : $Y =-1.306+0.513X_2+0.688X_4+0.090X_5$

ตัวแบบที่ 48 : $Y =-1.254+0.517X_2+0.659X_4+0.131X_5-0.032X_6$

ตัวแบบที่ 57 : $Y =-1.191+0.446X_2+0.135X_3+0.565X_4+0.163X_5-0.050X_6$

ตัวแบบที่ 63 : $Y =-1.127+0.442X_2+0.143X_3+0.571X_4+0.172X_5-0.050X_6-0.035X_7$

2. สร้างตัวแบบที่ประกอบด้วยตัวแปรอิสระทุกตัว คือ

$$Y =-1.127+0.442X_2+0.143X_3+0.571X_4+0.172X_5-0.050X_6-0.035X_7$$

ดังนั้น $\tilde{\beta}$ = (-1.127 , 0.442 , 0.143 , 0.571 , 0.172 , -0.050 , -0.035)

3. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนได้ดังนี้

i	y_i	$\hat{y}_i$	$y_i - \hat{y}_i$
1	4.1	4.2156	-0.1156
2	3.4	3.4034	-0.0034
3	3.2	3.0682	0.1318
4	4.4	4.3332	0.0668
5	4.7	4.5417	0.1583
6	3.3	3.3625	-0.0625
7	2.8	2.7665	0.0336
8	4	4.0467	-0.0467
9	4.2	4.3489	-0.1489
10	4.4	4.3963	0.0037

11	4.5	4.4794	0.0206
12	3.2	3.3141	-0.1141
13	4.2	4.1240	0.0760
14	4.3	4.2823	0.0177
15	4.6	4.6172	-0.0172

4. สร้างสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแบบใหม่ จากความสัมพันธ์ดังนี้

$$\bar{\beta}_i = \begin{cases} \tilde{\beta}_i & \text{if } \left|\tilde{\beta}_i\right| \geq 0.01 \\ 0.01(\text{sign}\tilde{\beta}_i) & \text{if } 0 < \left|\tilde{\beta}_i\right| < 0.01 \\ 0.01 & \text{if } \left|\tilde{\beta}_i\right| = 0 \end{cases}$$

ผลได้ดังตาราง

i	$\tilde{\beta}_i$	$\bar{\beta}_i$
0	-1.127	-1.127
1	0.442	0.442
2	0.143	0.143
3	0.571	0.571
4	0.172	0.172
5	-0.05	-0.05
6	-0.035	-0.035

นั่นคือ $\bar{\beta}$ = (-1.127 , 0.442 , 0.143 , 0.571 , 0.172 , -0.050 , -0.035)

สร้าง $\mathbf{u} = \mathbf{X}\bar{\boldsymbol{\beta}} + \hat{\mathbf{e}}$ ได้ดังนี้

ปรากฏว่าได้เท่ากับ Y

5. คำนวณ $D_{n0} = \sum_{i=1}^{n}(u_i - \hat{u}_{-i})^2$, i=1,2,...n

เมื่อ $\hat{u}_{-i}$ เป็นค่าพยากรณ์ตัวแปรตามที่ i ที่ได้จากเมตริกซ์ตัวแปรอิสระ **X** ตัดแถวที่ i ได้ดังนี้

i	u_i	$\hat{u}_{-i}$	$u_i - \hat{u}_{-i}$	$(u_i - \hat{u}_{-i})^2$
1	4.1	4.3387	-0.2387	0.0570
2	3.4	3.408	-0.008	0.0001
3	3.2	2.9683	0.2317	0.0537
4	4.4	4.3185	0.0815	0.0066
5	4.7	4.4513	0.2487	0.0619
6	3.3	3.441	-0.141	0.0199
7	2.8	2.6709	0.1291	0.0167
8	4	4.1253	-0.1253	0.0157
9	4.2	4.4373	-0.2373	0.0563
10	4.4	4.3882	0.0118	0.0001
11	4.5	4.4736	0.0264	0.0007
12	3.2	3.4351	-0.2351	0.0553
13	4.2	4.0631	0.1369	0.0187
14	4.3	4.2776	0.0224	0.0005
15	4.6	4.6394	-0.0394	0.0016
				0.3647

ดังนั้น $D_{n0} = \sum_{i=1}^{n}(u_i - \hat{u}_{-i})^2 = 0.3647$

6. คำนวณ $D_n(h)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-h})^2$ เมื่อ i=1,2,…n , h = 1,2,…,p-1

เมื่อ $\hat{u}_{-i,-h}$ เป็นค่าพยากรณ์ของตัวแบบใหม่ที่ตัดข้อมูลชุดที่ i และ ตัวแปรอิสระตัวที่ h

หา $D_n(1)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-1})^2$ ได้ดังนี้

i	u_i	$\hat{u}_{-i,-1}$	$u_i-\hat{u}_{-i,-1}$	$(u_i-\hat{u}_{-i,-1})^2$
1	4.1	4.0822	0.0178	0.0003
2	3.4	3.3747	0.0253	0.0006
3	3.2	2.9082	0.2918	0.0851
4	4.4	4.3886	0.0114	0.0001
5	4.7	4.3541	0.3459	0.1196
6	3.3	3.6465	-0.3465	0.1201
7	2.8	2.8577	-0.0577	0.0033
8	4	3.7730	0.2270	0.0515
9	4.2	4.5384	-0.3384	0.1145
10	4.4	4.3075	0.0925	0.0086
11	4.5	4.4434	0.0566	0.0032
12	3.2	3.3893	-0.1893	0.0358
13	4.2	4.2382	-0.0382	0.0015
14	4.3	4.3515	-0.0515	0.0027
15	4.6	4.6823	-0.0823	0.0068
				0.5537

ดังนั้น $D_n(1)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-1})^2=0.5537$

หา $D_n(2)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-2})^2$ ได้ดังนี้

i	u_i	$\hat{u}_{-i,-2}$	$u_i-\hat{u}_{-i,-2}$	$(u_i-\hat{u}_{-i,-2})^2$
1	4.1	4.3383	-0.2383	0.0568
2	3.4	3.3713	0.0287	0.0008
3	3.2	2.9823	0.2177	0.0474
4	4.4	4.3056	0.0944	0.0089
5	4.7	4.5172	0.1828	0.0334
6	3.3	3.3607	-0.0607	0.0037
7	2.8	2.7388	0.0612	0.0037
8	4	4.1312	-0.1312	0.0172
9	4.2	4.4131	-0.2131	0.0454
10	4.4	4.3792	0.0208	0.0004
11	4.5	4.4808	0.0192	0.0004
12	3.2	3.4456	-0.2456	0.0603
13	4.2	4.0542	0.1458	0.0213
14	4.3	4.2727	0.0273	0.0007
15	4.6	4.609	-0.009	0.0001
				0.3006

$D_n(2)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-2})^2 = 0.3006$

หา $D_n(3)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-3})^2$ ได้ดังนี้

i	u_i	$\hat{u}_{-i,-3}$	$u_i-\hat{u}_{-i,-3}$	$(u_i-\hat{u}_{-i,-3})^2$
1	4.1	4.1655	-0.0655	0.0043
2	3.4	3.5728	-0.1728	0.0299
3	3.2	3.0039	0.1961	0.0385
4	4.4	4.3389	0.0611	0.0037
5	4.7	4.3678	0.3322	0.1104
6	3.3	3.5073	-0.2073	0.0430
7	2.8	2.4228	0.3772	0.1423
8	4	3.8393	0.1607	0.0258
9	4.2	4.4542	-0.2542	0.0646
10	4.4	4.6642	-0.2642	0.0698
11	4.5	4.3920	0.1080	0.0117
12	3.2	3.5734	-0.3734	0.1394
13	4.2	4.2854	-0.0854	0.0073
14	4.3	4.2802	0.0198	0.0004
15	4.6	4.4654	0.1346	0.0181
				0.7091

ดังนั้น $D_n(3)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-3})^2=0.7091$

หา $D_n(4)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-4})^2$ ได้ดังนี้

i	u_i	$\hat{u}_{-i,-4}$	$u_i-\hat{u}_{-i,-4}$	$(u_i-\hat{u}_{-i,-4})^2$
1	4.1	4.3215	-0.2215	0.0491
2	3.4	3.4287	-0.0287	0.0008
3	3.2	2.9568	0.2432	0.0591
4	4.4	4.2928	0.1072	0.0115
5	4.7	4.4848	0.2152	0.0463
6	3.3	3.4718	-0.1718	0.0295
7	2.8	2.6566	0.1434	0.0206
8	4	4.1734	-0.1734	0.0301
9	4.2	4.3206	-0.1206	0.0145
10	4.4	4.3225	0.0775	0.0060
11	4.5	4.4655	0.0345	0.0012
12	3.2	3.3593	-0.1593	0.0254
13	4.2	4.0866	0.1134	0.0129
14	4.3	4.2732	0.0268	0.0007
15	4.6	4.5816	0.0184	0.0003
				0.3080

$D_n(4)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-4})^2$ =0.3080

หา $D_n(5)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-5})^2$ ได้ดังนี้

i	u_i	$\hat{u}_{-i,-5}$	$u_i-\hat{u}_{-i,-5}$	$(u_i-\hat{u}_{-i,-5})^2$
1	4.1	4.3249	-0.2249	0.0506
2	3.4	3.4143	-0.0143	0.0002
3	3.2	3.0206	0.1794	0.0322
4	4.4	4.3015	0.0985	0.0097
5	4.7	4.5152	0.1848	0.0342
6	3.3	3.4328	-0.1328	0.0176
7	2.8	2.6608	0.1392	0.0194
8	4	4.1278	-0.1278	0.0163
9	4.2	4.4439	-0.2439	0.0595
10	4.4	4.3151	0.0849	0.0072
11	4.5	4.5013	-0.0013	0.0000
12	3.2	3.4079	-0.2079	0.0432
13	4.2	4.0403	0.1597	0.0255
14	4.3	4.2831	0.0169	0.0003
15	4.6	4.6263	-0.0263	0.0007
				0.3166

$D_n(5)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-5})^2=0.3166$

หา $D_n(6)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-6})^2$ ได้ดังนี้

i	u_i	$\hat{u}_{-i,-6}$	$u_i-\hat{u}_{-i,-6}$	$(u_i-\hat{u}_{-i,-6})^2$
1	4.1	4.3052	-0.2052	0.0421
2	3.4	3.4011	-0.0011	0.0000
3	3.2	2.9743	0.2257	0.0509
4	4.4	4.3192	0.0808	0.0065
5	4.7	4.4803	0.2197	0.0483
6	3.3	3.4417	-0.1417	0.0201
7	2.8	2.6704	0.1296	0.0168
8	4	4.1254	-0.1254	0.0157
9	4.2	4.4120	-0.2120	0.0449
10	4.4	4.4002	-0.0002	0.0000
11	4.5	4.4719	0.0281	0.0008
12	3.2	3.4116	-0.2116	0.0448
13	4.2	4.0847	0.1153	0.0133
14	4.3	4.2803	0.0197	0.0004
15	4.6	4.6117	-0.0117	0.0001
				0.3048

$D_n(6)=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{u}_{-i,-6})^2=0.3048$

7. หา $\Delta_n(h) = D_n(h) - D_{n0}$ ได้ดังนี้

$\Delta_n(1) = D_n(1) - D_{n0}$ =0.5537-0.3647=0.1890

$\Delta_n(2) = D_n(2) - D_{n0}$ =0.3006-0.3647=-0.0641

$\Delta_n(3) = D_n(3) - D_{n0}$ =0.7091-0.3647=0.3444

$\Delta_n(4) = D_n(4) - D_{n0}$ =0.3080-0.3647=-0.0567

$\Delta_n(5) = D_n(5) - D_{n0}$ =0.3166-0.3647=-0.0481

$\Delta_n(6) = D_n(6) - D_{n0}$ =0.3048-0.3647=-0.0599

8. หา $C_n^{(R)}$ ได้ดังนี้

$C_n^{(R)}$ = |ค่าต่ำสุดของ $\Delta_n(h), h = 1,2,\ldots,p-1| / (1+\sqrt{\lfloor 0.0001n \rfloor})$

= 0.0641

9. คำนวณ $G_n^{CV} = \sum_{j=1}^{n}(y_i - \hat{y}_{-i})^2 + pC_n^{(R)}$ แต่ละตัวแบบ

$$G_n^{CV}(2) = \sum_{j=1}^{n}(y_i - \hat{y}_{-i})^2 + 2C_n^{(R)} = 0.7326 + 2(0.0641) = 0.8608$$

$$G_n^{CV}(8) = \sum_{j=1}^{n}(y_i - \hat{y}_{-i})^2 + 3C_n^{(R)} = 0.1846 + 3(0.0641) = 0.3769$$

$$G_n^{CV}(26) = \sum_{j=1}^{n}(y_i - \hat{y}_{-i})^2 + 4C_n^{(R)} = 0.2232 + 4(0.0641) = 0.4796$$

$$G_n^{CV}(48) = \sum_{j=1}^{n}(y_i - \hat{y}_{-i})^2 + 5C_n^{(R)} = 0.2555 + 5(0.0641) = 0.5760$$

$$G_n^{CV}(57) = \sum_{j=1}^{n}(y_i - \hat{y}_{-i})^2 + 6C_n^{(R)} = 0.3048 + 6(0.0641) = 0.6894$$

$$G_n^{CV}(63) = \sum_{j=1}^{n}(y_i - \hat{y}_{-i})^2 + 7C_n^{(R)} = 0.3647 + 7(0.0641) = 0.8134$$

10. เลือกตัวแบบที่ให้ค่า G_n^{CV} ต่ำสุด ปรากฏว่าได้ตัวแบบที่ 8 นั่นคือ

$Y = -1.196 + 0.540X_2 + 0.727X_4$

วิธีการคัดเลือกตัวแบบโดยสถิติทดสอบเอฟบางส่วน (The Partial F-test Statistic) ด้วยวิธีการถดถอยแบบขั้นบันได (Stepwise Regression Method)

วิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS V.14 ได้ดังตาราง

Variables Entered/Removed[a]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	x3	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
2	x4	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
3	x2	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
4	.	x3	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).

a. Dependent Variable: y

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.945[a]	.894	.885	.20501
2	.963[b]	.928	.916	.17594
3	.988[c]	.975	.969	.10706
4	.988[d]	.975	.971	.10269

a. Predictors: (Constant), x3

b. Predictors: (Constant), x3, x4

c. Predictors: (Constant), x3, x4, x2

d. Predictors: (Constant), x4, x2

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-.322	.412		-.781	.449
	x3	1.051	.101	.945	10.451	.000
2	(Constant)	-.903	.430		-2.099	.058
	x3	.724	.163	.651	4.453	.001
	x4	.475	.200	.347	2.377	.035
3	(Constant)	-1.184	.269		-4.407	.001
	x3	.036	.179	.032	.200	.845
	x4	.707	.132	.517	5.377	.000
	x2	.521	.113	.530	4.627	.001
4	(Constant)	-1.196	.252		-4.750	.000
	x4	.727	.083	.532	8.735	.000
	x2	.540	.060	.550	9.025	.000

a. Dependent Variable: y

สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูลผนวก ก โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS ในการวิเคราะห์สมการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณด้วยวิธีการถดถอยแบบขั้นบันได ได้ตัวแบบ ดังนี้

$Y = -1.196 + 0.540X_2 + 0.727X_4$