

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้เป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบแก้ปัญหาของโพลยากับวิธีสอนแบบแก้ปัญหาที่เน้นประสบการณ์ทางภาษา ซึ่งมีเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544
 - 1.1 โครงสร้างหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน
 - 1.2 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.3 สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
2. ทฤษฎีและจิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์
 - 2.1 ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์
 - 2.2 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา
 - 2.3 จิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์
3. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาและการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.2 ประโยชน์ของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.3 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.4 ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.5 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.6 อุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
4. วิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของวิธีสอนแบบแก้ปัญหา
 - 4.2 ประโยชน์ของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
5. การแก้ปัญหของโพลยา
6. การแก้ปัญหาที่เน้นประสบการณ์ทางภาษา
 - 6.1 บทบาทของภาษาต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 6.2 วิธีสอนแบบแก้ปัญหาที่เน้นประสบการณ์ทางภาษา

7. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 7.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 7.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 7.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
8. เจตคติต่อคณิตศาสตร์
 - 8.1 ความหมายของเจตคติต่อคณิตศาสตร์
 - 8.2 องค์ประกอบของเจตคติ
 - 8.3 วิธีส่งเสริมให้เกิดเจตคติต่อคณิตศาสตร์
 - 8.4 การวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์
9. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 9.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 9.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

1. โครงสร้างหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน

ตาราง 1 โครงสร้างหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน

ช่วงชั้น	ประถมศึกษา		มัธยมศึกษา	
	ช่วงชั้นที่ 1 (ป.1-3)	ช่วงชั้นที่ 2 (ป.4-6)	ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-3)	ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-6)
	← การศึกษาภาคบังคับ →			
	← การศึกษาขั้นพื้นฐาน →			
กลุ่มสาระการเรียนรู้ 8 กลุ่ม				
ภาษาไทย	●	●	●	●
คณิตศาสตร์	●	●	●	●
วิทยาศาสตร์	●	●	●	●
สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม	●	●	●	●
สุขศึกษาและพลศึกษา	■	■	■	■
ศิลปะ	■	■	■	■
การงานอาชีพและเทคโนโลยี	■	■	■	■
ภาษาต่างประเทศ	■	■	■	■
กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน	▲	▲	▲	▲
เวลาเรียน	ประมาณปีละ 800-1,000 ชม.	ประมาณปีละ 800-1,000 ชม.	ประมาณปีละ 1,000-1,200 ชม.	ประมาณปีละ 1,000-1,200 ชม.

ที่มา : (กรมวิชาการ, 2545 ก, หน้า 8)

หมายเหตุ

- สาระการเรียนรู้ที่สถานศึกษาต้องใช้เป็นหลักเพื่อสร้างพื้นฐานการคิด การเรียนรู้ และการแก้ปัญหา
- สาระการเรียนรู้ที่เสริมสร้างความเป็นมนุษย์ และศักยภาพพื้นฐานในการคิด และการทำงาน
- ▲ กิจกรรมที่เสริมสร้างการเรียนรู้นอกจากสาระการเรียนรู้ 8 กลุ่ม และการพัฒนาดนตามศักยภาพ

2. สารและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้หลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่างๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้ (กรมวิชาการ, 2545 ข, หน้า 6-7)

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน มีดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

จำนวนจริง
มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้

มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 : การประมาณค่าในการคำนวณและการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจระบบจำนวนและสามารถนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไป
ใช้ได้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งของที่ต้องการได้

มาตรฐาน ค 2.3 : การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี

สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 มีรายละเอียดดังตาราง 2

ตาราง 2 สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
1. จำนวนและการดำเนินการ	1. การบอกจำนวน การอ่านและการเขียน ตัวหนังสือ ตัวเลขฮินดูอารบิก ตัวเลขไทย แทนจำนวน	<ul style="list-style-type: none"> ● เมื่อกำหนดสิ่งต่างๆ ที่มีจำนวน 1 ถึง 100 และ 0 ให้สามารถบอกจำนวนได้ ● เมื่อกำหนดสิ่งต่างๆ ที่มีจำนวน 1 ถึง 100 และ 0 ให้สามารถอ่านและเขียนตัวเลขฮินดูอารบิกแทนจำนวนและอ่านตัวเลขไทยได้
	2. การเขียนในรูปกระจาย หลักหน่วย หลักสิบ หลักร้อย ค่าของตัวเลขในแต่ละหลักและการใช้ 0 เพื่อยึดตำแหน่งของหลัก	<ul style="list-style-type: none"> ● เมื่อกำหนดจำนวนนับไม่เกิน 100 ให้สามารถเขียนในรูปกระจายได้

ตาราง 2 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
	3. การเปรียบเทียบจำนวนและการใช้เครื่องหมาย = > <	<ul style="list-style-type: none"> เมื่อกำหนดจำนวนนับไม่เกิน 100 ให้สองจำนวน สามารถเปรียบเทียบจำนวนได้
	4. การเรียงลำดับจำนวน	<ul style="list-style-type: none"> เมื่อกำหนดจำนวนนับไม่เกิน 100 ให้สามถึงห้าจำนวน สามารถเรียงลำดับจำนวนได้
	5. การนับเพิ่มทีละ 1 และทีละ 2 การนับลดทีละ 1	<ul style="list-style-type: none"> เมื่อกำหนดจำนวนเริ่มต้นที่ศูนย์ให้สามารถนับเพิ่มทีละ 1 ทีละ 2 และนำไปประยุกต์ได้ เมื่อกำหนดจำนวนเริ่มต้นให้สามารถนับลดทีละ 1 และนำไปประยุกต์ได้
	6. การบวกจำนวนที่มีผลบวกไม่เกิน 100	<ul style="list-style-type: none"> เมื่อกำหนดโจทย์การบวกที่มีผลบวกไม่เกิน 100 ให้สามารถหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และแสดงวิธีทำได้
	7. โจทย์ปัญหาการบวก	<ul style="list-style-type: none"> เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาการบวกที่มีผลบวกไม่เกิน 100 ให้สามารถวิเคราะห์โจทย์และหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
	8. การลบจำนวนที่มีตัวตั้งไม่เกิน 100	<ul style="list-style-type: none"> เมื่อกำหนดโจทย์การลบที่มีตัวตั้งไม่เกิน 100 ให้สามารถหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และแสดงวิธีทำได้

ตาราง 2 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
	9. โจทย์ปัญหาการลบ	<ul style="list-style-type: none"> เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาการลบที่มีตัวตั้งไม่เกิน 100 ให้สามารถวิเคราะห์โจทย์และหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
	10. การบวก ลบระคน	<ul style="list-style-type: none"> เมื่อกำหนดโจทย์การบวก ลบระคนให้สามารถหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
	11. โจทย์ปัญหาการบวก ลบระคน	<ul style="list-style-type: none"> เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาการบวก ลบระคนให้สามารถวิเคราะห์โจทย์และหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ เมื่อกำหนดสถานการณ์ให้สามารถสร้างโจทย์และโจทย์ปัญหาได้
2. การวัด	การวัดความยาว	<ul style="list-style-type: none"> เมื่อกำหนดสิ่งต่างๆ ให้สามารถวัดความยาวหรือความสูงโดยใช้เครื่องวัดที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐานและบอกความยาวหรือความสูงได้ เมื่อกำหนดเส้นทางระหว่างตำแหน่งสองตำแหน่งให้สามารถวัดระยะทางโดยใช้เครื่องวัดที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐานและบอกระยะทางได้
	1. การวัดความยาวโดยใช้เครื่องมือที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน	

ตาราง 2 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
	การวัดน้ำหนัก (การชั่ง) 1. การชั่งโดยใช้เครื่องชั่งที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน	<ul style="list-style-type: none"> ● เมื่อกำหนดสิ่งต่างๆ ให้สามารถชั่งโดยใช้เครื่องชั่งที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐานและบอกน้ำหนักได้
	การวัดปริมาตร (การตวง) 1. การตวงการชั่งโดยใช้เครื่องชั่งที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน เวลา 1. ช่วงเวลาในแต่ละวัน (กลางวัน กลางคืน เช้า สาย เย็น บ่าย เย็น) 2. จำนวนวันในหนึ่งสัปดาห์ ชื่อวันในสัปดาห์ ชื่อเดือนในหนึ่งปี และจำนวนวันในแต่ละเดือน	<ul style="list-style-type: none"> ● เมื่อกำหนดกิจกรรมหรือเหตุการณ์ให้สามารถบอกได้ว่ากิจกรรมหรือเหตุการณ์นั้นกระทำหรือเกิดขึ้นในช่วงเวลาใด ● สามารถบอกจำนวนวันในหนึ่งสัปดาห์และชื่อวันในสัปดาห์ได้
3. เรขาคณิต	รูปเรขาคณิตและสมบัติบางประการของรูปเรขาคณิต 1. การจัดกลุ่มรูปเรขาคณิต	<ul style="list-style-type: none"> ● เมื่อกำหนดสิ่งต่างๆ ให้สามารถจัดกลุ่มรูปเรขาคณิตและบอกเหตุผลได้
4. พีชคณิต	แบบรูปและความสัมพันธ์ 1. แบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ 1 และทีละ 2 2. แบบรูปของจำนวนที่ลดลงทีละ 1	<ul style="list-style-type: none"> ● เมื่อกำหนดแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ 1 และเพิ่มขึ้นทีละ 2 ให้สามารถบอกจำนวนต่อไปที่อยู่ในแบบรูปที่กำหนดให้และบอกความสัมพันธ์ได้ ● เมื่อกำหนดแบบรูปของจำนวนที่ลดลงทีละ 1 ให้สามารถบอกจำนวนต่อไปที่อยู่ในแบบรูปที่กำหนดให้และบอกความสัมพันธ์ได้

ตาราง 2 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
	3. แบบรูปของรูปเรขาคณิตและรูปอื่นๆ ที่สัมพันธ์กันในลักษณะของรูปร่าง หรือ ขนาดหรือสี	<ul style="list-style-type: none"> เมื่อกำหนดแบบรูปของ สิ่งของหรือรูปภาพที่มีรูปร่าง ขนาด หรือสีสัมพันธ์กันอย่างใด อย่างหนึ่งให้สามารถบอกสิ่งของ หรือรูปภาพต่อไปที่อยู่ในแบบ รูปที่กำหนดให้ และบอก ความสัมพันธ์ได้
5. การวิเคราะห์ ข้อมูลและความ น่าจะเป็น	-	-
6. ทักษะ / กระบวนการทาง คณิตศาสตร์	กิจกรรมเสริมทักษะ กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ผ่านสาระการเรียนรู้ จำนวน และการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต	<ul style="list-style-type: none"> สามารถแก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้ สามารถใช้ความรู้ทาง คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ สามารถบอกเหตุผล ประกอบการหาคำตอบได้ เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาให้ สามารถแสดงในรูปประโยค สัญลักษณ์ได้ สามารถเชื่อมโยงความรู้ ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ใน การทำงาน

ที่มา : (กรมวิชาการ, 2546, หน้า 11-16)

ทฤษฎีและจิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์

1. ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้จำแนกทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ทฤษฎีใหญ่ๆ ดังนี้ (จามรี ศิริจันทร์, 2542, หน้า 10 - 15)

1.1 ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (drill theory) การสอนคณิตศาสตร์ตามวิธีนี้เน้นเรื่อง การฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมากๆ โดยการที่ได้ฝึกทำสิ่งนั้นๆ หลายครั้ง จะเน้นการสอนตาม ทฤษฎีนี้เริ่มโดยครูเป็นผู้ให้ตัวอย่าง หรือบอกสูตรหรือกฎเกณฑ์ให้ แล้วก็ให้เด็กฝึกฝนทำ แบบฝึกหัดมากๆ จนกระทั่งเกิดความชำนาญ นักการศึกษาปัจจุบันยอมรับว่าการฝึกฝนมีความ จำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ แต่ชี้ให้เห็นว่าทฤษฎีแห่งการฝึกฝนนี้มีข้อบกพร่องหลายประการ คือ

- เป็นทฤษฎีที่นักเรียนจะต้องท่องจำสูตร กฎ มากมาย ซึ่งเป็นเรื่องยากและน่า เบื่อสำหรับนักเรียน
- นักเรียนจะขาดความเข้าใจในเรื่องที่เรียน เป็นเหตุให้เกิดความลำบาก และ สับสนในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหาหากนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และยังทำให้ผู้เรียน ลืมสิ่งที่เรียนไปแล้วง่าย

1.2 ทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยบังเอิญ (incidental-learning theory) ทฤษฎีนี้มีความ เชื่อว่าเด็กจะเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีเมื่อเกิดความต้องการหรืออยากรู้อะไรหนึ่งเรื่องใดที่เกิดขึ้น ฉะนั้นกิจกรรมการเรียนควรจัดขึ้นจากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริงในโรงเรียนหรือชุมชน ซึ่งเด็กได้ ประสบกับตนเอง แต่จุดบกพร่องของทฤษฎีนี้คือ ในแนวทางปฏิบัติจริงแล้วเหตุการณ์จะเกิดขึ้น ไม่บ่อย ดังนั้นการเรียนตามทฤษฎีนี้จะใช้ได้เป็นครั้งคราวเท่านั้น

1.3 ทฤษฎีแห่งความหมาย (meaning theory) ทฤษฎีนี้ตระหนักว่าการคิดคำนวณ กับการเป็นอยู่ในสังคมของเด็กเป็นหัวใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และมีความเชื่อว่าเด็ก จะเรียนรู้และเข้าใจในสิ่งที่เรียนเป็นอย่างดีเมื่อได้เรียนสิ่งที่มีความหมายต่อตัวเอง และเป็นเรื่อง ที่เด็กได้พบเห็นและปฏิบัติในสังคมประจำวัน ทฤษฎีนี้เป็นที่ยอมรับว่าเป็นทฤษฎีที่มีความ เหมาะสมในการนำไปสอนในระดับประถมศึกษาอย่างกว้างขวางในปัจจุบัน

จากการศึกษาทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์พบว่า ทฤษฎีแห่งความหมายมีความ เหมาะสมและเป็นประโยชน์ในสภาพการเรียนการสอนในปัจจุบัน เพราะการที่เด็กจะเรียนรู้และ เข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ดีและสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้เมื่อได้เรียนสิ่งที่มี ความหมายต่อตนเอง นอกจากนี้ต้องนำความรู้ที่มีอยู่มาฝึกอยู่เสมอจนเกิดทักษะ ทฤษฎีแห่ง การฝึกฝนจึงมีประโยชน์ในส่วนนี้ และยึดทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยบังเอิญ เมื่อเด็กมีความ ต้องการหรืออยากรู้อะไรเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้นด้วยเทคนิค วิทยาการ จิตวิทยา สื่อการเรียนรู้ ตลอดจนไหวพริบ, สติปัญญาของผู้สอนจะทำให้เด็กเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดี ดังนั้นทฤษฎีการสอน

คณิตศาสตร์ทั้ง 3 ทฤษฎียังมีความสำคัญและใช้ได้ผล โดยขึ้นกับการนำมาประยุกต์ใช้ของผู้สอนในสถานการณ์ที่เหมาะสม

2. ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์นอกจากจะคำนึงถึงจิตวิทยาในการเรียนรู้แล้ว ยังต้องคำนึงถึงเรื่องพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กอีกด้วยดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจท์

เพียเจท์ได้สรุปว่าการเรียนรู้เป็นผลผลิตของพัฒนาการทางสติปัญญาการเรียนรู้และพัฒนาการเกี่ยวข้องกันแต่แตกต่างกัน ซึ่งอธิบายเพิ่มเติมได้ดังนี้

การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเฉพาะบุคคล และเฉพาะเรื่องโดยที่ผู้เรียนต้องกระทำต่อวัตถุและปรากฏการณ์ในสิ่งแวดล้อม เนื่องจากมีสิ่งเร้าชักจูงใจให้เกิดการกระทำ เพียเจท์เสนอข้อคิดว่า สิ่งมีชีวิตหน่วยหนึ่งๆ มีกลไกอัตโนมัติ ภายในสามารถปรับตัวให้เหมาะสมกับสิ่งแวดล้อมเพื่อให้เกิดสภาวะสมดุล (equilibrium หรือ equilibration) ได้ โดยการเปลี่ยนแปลงจะพัฒนาอัตโนมัติ สภาวะนี้เป็นสภาพของการจัดกิจกรรมทางสมอง ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการย่อยๆ 2 กระบวนการ คือ กระบวนการดูดกลืน (assimilation) และกระบวนการปรับให้เหมาะสม (acommodation)

- กระบวนการดูดกลืน (assimilation) เป็นกระบวนการรับสิ่งเร้าจากสิ่งแวดล้อมให้ไปอยู่ในโครงสร้างของความรู้ที่มีอยู่นั้น คือ กระบวนการที่อินทรีย์ผสมกลมกลืนสิ่งใหม่ๆ ที่ได้จากโลกภายนอกให้เข้ากับความคิดหรือโครงสร้างเดิมที่มีอยู่ เช่น นักเรียนจะสามารถเข้าใจความคิดรวบยอดของการคูณได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนมีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องการนับเพิ่มเป็นกลุ่มกลุ่มละเท่าๆ กัน หรือกองละเท่าๆ กัน เป็นต้น

- กระบวนการปรับให้เหมาะสม (acommodation) เป็นกระบวนการปรับโครงสร้างของความเข้าใจที่มีอยู่หรือสร้างโครงสร้างของความรู้ขึ้นมาใหม่เพื่อให้เข้ากับสิ่งเร้า นั่นคือ กระบวนการที่อินทรีย์ไม่อาจผสมกลมกลืนสิ่งใหม่ที่ได้จากโลกภายนอกให้เข้ากับความคิดหรือโครงสร้างเดิมที่มีอยู่ได้ จำเป็นต้องปรับแต่งขยายโครงสร้างของประสบการณ์หรือความรู้เดิมเพื่อจะรับความรู้ใหม่ๆ กระบวนการนี้จะเกิดขึ้นหลังจากใช้กระบวนการปรับเข้าโครงสร้างแล้วไม่ประสบผลสำเร็จ เช่น หลังจากที่นักเรียนเข้าใจเรื่องสมบัติการแจกแจงในการคูณ

$$5 \times (10 + 2) = (5 \times 10) + (5 \times 2) \text{ แล้ว เมื่อนักเรียนจะหาคำตอบ } 5 \times (2 + \frac{1}{2}) = \square$$

ในการหาผลลัพธ์นักเรียนจะเข้าใจว่า $5 \times (2 + \frac{1}{2}) = (5 \times 2) + (5 \times \frac{1}{2})$ เป็นต้น

กระบวนการปรับตัวใช้กระบวนการดูดกลืนและกระบวนการปรับให้เหมาะสมเพื่อให้เกิดภาวะสมดุลนั้น เริ่มโดยการใช้กระบวนการดูดกลืนก่อน แต่ถ้าใช้ไม่ได้จึงเปลี่ยนไปใช้

กระบวนการปรับให้เหมาะสมหรืออาจจะใช้เฉพาะแต่ละกระบวนการ แล้วแต่ความสามารถในการรับรู้ เข้าใจและโครงสร้างความรู้ของผู้เรียน

พัฒนาการทางสติปัญญาจะเกิดขึ้นเมื่อบุคคลมีกิจกรรมทางสมองขณะที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และพยายามปรับตัวเพื่อให้เกิดภาวะสมดุล โดยกระบวนการดูกลืนและปรับให้เหมาะสมเกิดขึ้นพร้อมๆ กัน หรือสลับกันไป

การเรียนรู้ของเด็กต่างวัยกันหรือแม้แต่อยู่ในวัยไล่เลี่ยกันอาจแตกต่างกัน เนื่องจากพัฒนาการทางสติปัญญาและอิทธิพลของสิ่งแวดล้อมต่างกัน โดยเพียเจต์เชื่อว่าการเรียนรู้เป็นส่วนหนึ่งของพัฒนาการ และพัฒนาการเป็นกระบวนการที่นำไปอธิบายการเรียนรู้ได้ พัฒนาการดังกล่าวคือ พัฒนาการทางสติปัญญาที่เกิดขึ้นกับมนุษย์ทุกคน ทุกชาติ ทุกภาษาในลักษณะเดียวกัน แต่แตกต่างกันตามวัยของพัฒนาการแต่ละขั้น และสิ่งที่เกิดขึ้นควรคู่กับพัฒนาการคือการรับรู้เข้าใจ หรือความสามารถในการเรียนรู้ที่ทำให้มนุษย์มีสติปัญญาเพิ่มพูน

พัฒนาการทางสติปัญญาทั้ง 4 ขั้น ของเพียเจต์มีดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว เมื่ออยู่ในช่วงอายุระหว่างแรกเกิดถึง 2 ปี เด็กจะเรียนรู้เกี่ยวกับสิ่งของและประสบการณ์ในสิ่งแวดล้อม โดยการใช้ประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวประกอบกัน และเมื่อผู้เรียนเริ่มมีอายุตั้งแต่ 10 เดือน หรือ 1 ขวบ การคงอยู่ของวัตถุจะหายไปแม้จะไม่อยู่ในสายตา เรื่องเกี่ยวกับมิติและพื้นที่ เรื่องเวลาซึ่งเข้าใจเฉพาะปัจจุบันก็เริ่มเข้าใจเรื่องอดีต แต่นำมาต่อเนื่องกันได้น้อยมาก ขั้นนี้เริ่มต้นที่จำเป็นต่อการพัฒนาทางสติปัญญาในขั้นถัดไปมาก

ขั้นที่ 2 ขั้นก่อนปฏิบัติการ เมื่ออยู่ในช่วงอายุระหว่าง 2 ปี ถึง 7 ปี เด็กวัยนี้ใช้ภาษาและจินตนาการเป็นเครื่องมือสื่อสาร มีเหตุผลที่เกิดขึ้นอยู่กับความพอใจของตนเอง ไม่ใช่เหตุผลแบบอุปมานและแบบอนุมาน ซึ่งเป็นการให้เหตุผลแบบผู้ใหญ่ แต่เป็นชนิดที่คำนึงถึงเฉพาะกาลและเฉพาะหน้าเท่านั้น จากสิ่งหนึ่งไปยังอีกสิ่งหนึ่ง ที่ไม่จำเป็นต้องเป็นเหตุผลซึ่งกันและกัน ผู้เรียนยึดตนเองเป็นศูนย์กลางความคิด และการใช้เหตุผลคำนึงถึงเหตุการณ์เฉพาะหน้าที่มีระยะสั้น ความเข้าใจเดียวกับเรื่องเวลามีแต่ปัจจุบันต่อเนื่องจากอดีตกาลได้แต่ยังไม่เข้าใจอนาคต มีจินตนาการชอบเลียนแบบและเล่นเกมสมมุติ

ขั้นที่ 3 ขั้นปฏิบัติการรูปธรรม เมื่ออยู่ในช่วงอายุระหว่าง 7 ปี ถึง 11 ปี เด็กจะเรียนรู้สิ่งของและปรากฏการณ์ได้โดยต้องมีของจริงหรือตัวอย่างประกอบ รวมทั้งการให้เหตุผลด้วย และเหตุผลนั้นเป็นแบบกลับไปได้ คำนึงถึงความคิดเห็นของผู้อื่น เข้าใจอดีต แก้ปัญหาได้โดยใช้เหตุผลที่มีของจริง ตัวอย่างหรือข้อสังเกตได้มาประกอบ แต่ยังไม่วิเคราะห์ปัญหาอย่างเป็นระบบหรือขั้นตอนไม่ได้ เข้าใจเรื่องตัวแปรต้นและตัวแปรตามได้ง่ายๆ ไม่ซับซ้อน และสามารถใช้ตัวเลขจำแนกสิ่งของ เรื่องลำดับเหตุการณ์ เข้าใจความคิดรวบยอด เรื่องความยาวนาน หน้าพื้นที่ สถานะของสสาร และน้ำหนักของวัตถุ จัดจำแนกประเภทได้โดยใช้ตัวแปร 2 ตัวขึ้นไปแบบพหุคูณได้ เข้าใจเรื่องอัตราและสมการอย่างง่ายได้

ขั้นที่ 4 ขั้นปฏิบัติการนามธรรม เมื่ออยู่ในช่วงอายุระหว่าง 11 ปี หรือ 12 ปี เป็นต้นไป เด็กจะแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้อย่างเป็นขั้นตอนและเป็นระบบ ไม่ต้องพึ่งสภาพของจริง หรือตัวอย่างประกอบ และสามารถอธิบายวิธีการคิดของตนเองได้ คิดกลับไปได้ สามารถวางหลักการจากประสบการณ์ที่พบเห็นหลายๆ ครั้งได้ จึงต้องตั้งสมมุติฐานทำการทดลอง สรุปผลการทดลองให้สอดคล้องกับหลักการของตนเองได้ ขั้นนี้ผู้เรียนจะสามารถคิดอย่างนามธรรม สนใจที่จะทดลอง สร้างสมมุติฐาน ทำการทดลองแปลข้อมูลและอื่นๆ เพื่อให้ได้ข้อมูลยืนยันในการพิสูจน์สมมุติฐาน เข้าใจเรื่องสัดส่วนและการแทนค่าในสมการที่ซับซ้อนได้

เมื่อนักเรียนเข้าสู่ขั้นปฏิบัติการนามธรรมเพียงเท่านี้มีความเชื่อว่าการถ่ายโยงความรู้ โดยปราศจากสื่อรูปธรรม นักเรียนจะเข้าใจความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรมค่อนข้างยาก ดังนั้นการเรียนรู้ที่เป็นนามธรรมก็ควรนำเสนอในลักษณะรูปธรรมเพื่อช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้ดีขึ้น

การนำทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ เพียเจท์ไปใช้ในการเรียนการสอน จากแนวคิดของเพียเจท์ในทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญานั้นพบว่าอายุเป็นปัจจัยสำคัญของการพัฒนาการทางสติปัญญา โดยพัฒนาตามระดับอายุ โดยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างขึ้นด้วยตัวของเด็กเองจากการกระทำตามธรรมชาติ โดยวัตถุเป็นสื่อ ซึ่งจะเกิดขึ้นในลักษณะที่เป็นรูปธรรมก่อนจะได้เรียนอย่างเป็นนามธรรม และเด็กสามารถเข้าใจความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังจากที่เด็กสามารถเข้าใจสัญลักษณ์และเครื่องหมาย จากที่กล่าวมาทั้งหมดนี้แสดงว่าครูผู้สอนควรได้ศึกษาถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กตามความคิดของเพียเจท์ให้เข้าใจและสามารถนำไปใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพอีกด้วย ซึ่งสามารถสรุปถึงการนำทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจท์ไปใช้ในการเรียนการสอนดังนี้

1. เพียเจท์มีความคิดสอดคล้องกับการเรียนรู้ด้วยการกระทำ ในการสอนเด็กที่มีอายุน้อยเท่าไรก็ต้องให้เด็กได้รับประสบการณ์หรือกิจกรรมที่จัดให้เด็กลงมือกระทำด้วยตนเองมากขึ้นจึงจะช่วยให้เกิดความเข้าใจซึ่งครูจะเป็นผู้เตรียมเนื้อหาหรือประสบการณ์ที่จะให้เด็กได้รับประสบการณ์ ค้นพบความคิดรวบยอดด้วยตนเอง จากแนวคิดดังกล่าวมีอิทธิพลต่อการออกแบบวิธีสอนได้มีการค้นคว้าวิธีสอนและเนื้อหาใหม่ๆ โดยการแสดงออกทางสติปัญญาด้วยการให้เหตุผล มีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์จนเกิดการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้

2. เกี่ยวกับการจัดลำดับเนื้อหาในหลักสูตร ถ้าเป็นเด็กเล็กๆ เนื้อหาในหลักสูตรหรือกิจกรรมที่จัดให้ต้องเป็นสิ่งอยู่หรือเกิดรอบๆ ตัวของเด็ก เพราะพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กในวัยนี้อยู่ในขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว ส่วนเด็กที่อยู่ในวัยสูงขึ้น เช่น ขั้นปฏิบัติการรูปธรรมหรือขั้นปฏิบัติการนามธรรมก็ควรได้เรียนรู้ในสิ่งที่เป็นรูปธรรมน้อยลงในการสอนเรื่องใหม่ครูต้องคำนึงถึงความรู้พื้นฐานที่ต้องเรียนมา ถ้าเด็กมีความรู้พื้นฐานเต็มไม่

พอที่จะรับความคิดรวบยอดใหม่ ครูต้องซ่อมเสริมในเรื่องเดิมก่อนเพราะเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นบันไดเวียนต่อเนื่องกันไป

3. เกี่ยวกับการประเมินผลศักยภาพทางสติปัญญา นั้น พิจารณาลำดับขั้นพัฒนาการของเด็ก เช่น เด็กที่มีอายุอยู่ในขั้นปฏิบัติการรูปธรรมแต่สามารถคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมเหมือนเด็กในขั้นปฏิบัติการนามธรรมได้ แสดงว่าเด็กคนนั้นมีพัฒนาการทางสติปัญญาก้าวหน้ากว่าปกติ ในทางตรงกันข้ามหากเด็กคนนั้นไม่สามารถคิดย้อนกลับได้เหมือนเด็กอื่นๆ ในชั้นเดียวกันเราอาจสรุปได้ว่าเด็กคนนั้นมีพัฒนาการทางสติปัญญาช้ากว่าปกติ

4. ในด้านการประเมินผลการเรียนต้องคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิดของเด็กแต่ละวัย เช่น ถ้าอยู่ในขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวก็ควรวัดจากการกระทำหรือกิจกรรมทางกลไก ซึ่งตรงข้ามกับการวัดผลของเด็กในขั้นปฏิบัติการนามธรรมซึ่งต้องวัดการใช้เหตุผลที่ลึกซึ้งขึ้น

จากที่กล่าวมาทั้งหมดแสดงให้เห็นว่าเด็กมีพัฒนาการทางสติปัญญาตามอายุ เป็นไปตามลำดับขั้น โดยเริ่มจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปยังสิ่งที่เป็นนามธรรม ฉะนั้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาควรมีการนำเสนอบทเรียนให้ผู้เรียนได้สัมผัสปัญหา ได้ฝึกคิดในการแก้ปัญหา ได้ทดลองและหาเหตุผลสำหรับวิธีการแก้ปัญหาที่ค้นพบจากกระบวนการคิดของตนเอง โดยครูใช้สื่อรูปธรรมช่วยในการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย

2.2 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์

บรูเนอร์เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้เมื่อเด็กต้องค้นพบหรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งการเรียนรู้ต้องอาศัยร่างกายและสิ่งแวดล้อมเป็นพื้นฐานแต่สิ่งแวดล้อมมีอิทธิพลมากกว่า และให้ความสำคัญของพัฒนาการทางสติปัญญาว่าขึ้นอยู่กับอิทธิพลของสิ่งแวดล้อมหรือวัฒนธรรมมากกว่าพันธุกรรม ซึ่งแบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิดของมนุษย์ออกเป็น 3 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นเสนอและการรับรู้จากการปฏิบัติกับของจริง (enactive stage) ผู้เรียนจะเรียนได้ดีเมื่อมีโอกาสสัมผัสหรือลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ขั้นนี้เปรียบได้กับขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวของเพียเจท์ เป็นขั้นที่เด็กเรียนรู้จากการกระทำ

ขั้นที่ 2 ขั้นเสนอและรับรู้จากรูปภาพ (iconic stage) ผู้เรียนจะเรียนรู้เรื่องราวหรือความคิดรวบยอดต่างๆ ได้เข้าใจ โดยการใช้อุปกรณ์จำลอง วาดภาพประกอบ ขั้นนี้เปรียบได้กับขั้นก่อนปฏิบัติการคิดของเพียเจท์ซึ่งจะครอบคลุมขั้นการคิดแบบสหัชญาณ เด็กวัยนี้เข้าใจความจริงมากขึ้น เขาจะเกิดความคิดจากการรับรู้เป็นส่วนใหญ่ อาจมีจินตนาการอยู่บ้างแต่ยังไม่สามารถคิดได้ลึกซึ้งเหมือนกับขั้นปฏิบัติการรูปธรรมของเพียเจท์

ขั้นที่ 3 ขั้นเสนอและรับรู้จากการใช้สัญลักษณ์ (abstract stage) ขั้นนี้เป็นขั้นพัฒนาการสูงสุด พฤติกรรมการเรียนรู้อยู่ในลักษณะที่ผู้เรียนศึกษาความคิดรวบยอดหรือ

หลักการได้อย่างเข้าใจเมื่อใช้ตัวเลขและสัญลักษณ์ต่างๆ แทนเรื่องที่เป็นนามธรรม และเกิดความคิดรวบยอดในสิ่งต่างๆ ที่ซับซ้อนได้มากขึ้น ซึ่งเปรียบได้กับขั้นปฏิบัติการรูปธรรมและขั้นปฏิบัติการนามธรรมของเพียเจท์

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์ไปใช้ในการเรียนการสอนได้ดังนี้

1. ครูต้องพยายามจัดโครงสร้างเนื้อหาวิชาให้เป็นระบบสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องต่อกันไป เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถโยงความรู้เดิมให้สัมพันธ์กับความรู้ใหม่ได้ จนเกิดพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ใหม่ได้มากที่สุด

2. ในการจัดกิจกรรมการสอนครูต้องพยายามสร้างแรงจูงใจให้เกิดกับผู้เรียนซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจอยากที่จะเรียนรู้และร่วมกิจกรรม ซึ่งกิจกรรมควรจัดให้สอดคล้องกับหลักพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก เด็กเล็กๆ ควรจะได้รับการตอบสนองในสิ่งที่เป็นรูปธรรม การใช้สื่อต่างๆ ในการอธิบายแนวคิดจนเกิดการขยายความคิดรวบยอดนั้นให้เป็นนามธรรมมากขึ้น

3. ควรมีการเสริมแรงในขณะที่สอน แรงเสริมจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งครูผู้สอนจะต้องหาวิธีการใช้การเสริมแรงเป็นเครื่องมือสร้างแรงจูงใจให้เกิดพฤติกรรมการเรียนรู้ที่พึงประสงค์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามหลักทฤษฎีของบรูเนอร์ ครูควรจัดระเบียบหรือโครงสร้างของเนื้อหาวิชาให้มีความสัมพันธ์กัน การจัดประสบการณ์เริ่มจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมต่อมาค่อยๆ ขยายความคิดรวบยอดนั้นๆ ให้เกี่ยวกับนามธรรมมากขึ้นและจัดสถานการณ์จูงใจให้เด็กเกิดความพอใจ หรืออยากเรียนรู้ นอกจากนี้ครูควรมีการเสริมแรงในขณะที่สอน เพราะการเสริมแรงจะพัฒนาต่อการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและการเรียนรู้ของเด็ก

3. จิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2540, หน้า 188-190) สรุปเกี่ยวกับจิตวิทยาที่ควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ ดังนี้

3.1 ความแตกต่างระหว่างบุคคล (individual differences) นักเรียนจะมีความแตกต่างกัน ทั้งในด้านร่างกาย จิตใจ อารมณ์ ลักษณะนิสัยที่ดี สติปัญญา บุคลิกภาพ และความสามารถ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอน ครูจะต้องจัดกิจกรรมที่สอดคล้องกับความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียนด้วย เช่น นักเรียนเก่งก็ส่งเสริมให้ก้าวหน้าโดยการฝึกทักษะด้วยแบบฝึกหัดที่ยากและสอดแทรกความรู้ต่างๆ ให้ ส่วนนักเรียนอ่อนก็ให้ทำแบบฝึกหัดง่าย ๆ สนุก ๆ

3.2 การเรียนโดยการกระทำ (learning by doing) จอห์น ดิวอี้ กล่าวว่าในการสอนคณิตศาสตร์นั้นปัจจุบันมีสื่อการเรียนการสอนรูปธรรมช่วยมากมาย ครูจะต้องให้นักเรียนได้ลองกระทำหรือปฏิบัติจริงแล้วจึงสรุปความคิดรวบยอด ครูไม่ควรเป็นผู้บอก เพราะถ้านักเรียนได้พบด้วยตัวเองจะเข้าใจและทำได้

3.3 การเรียนรู้เพื่อรู้ (mastery learning) เมื่อนักเรียนเรียนคณิตศาสตร์บางคนทำได้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ครูกำหนดให้แต่บางคนไม่สามารถทำได้ นักเรียนประเภทหลังนี้ควรได้รับการสอนซ่อมเสริมให้เกิดการเรียนรู้เหมือนคนอื่นๆ แต่อาจจะต้องเสียเวลาใช้เวลานานกว่าคนอื่นในการที่จะเรียนเนื้อหาเดียวกัน ครูผู้สอนจะต้องพิจารณาว่าทำอย่างไรจึงจะสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ ให้ทุกคนได้เรียนรู้จนครบจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ เมื่อนักเรียนเกิดการเรียนรู้และสำเร็จตามความประสงค์นักเรียนจะเกิดความพอใจ มีกำลังใจ และเกิดแรงจูงใจอยากจะเรียนต่อไป

3.4 ความพร้อม (readiness) การที่นักเรียนมีความพร้อมจะทำให้นักเรียนเรียนได้ดี นักเรียนที่มีวัยต่างกันจะมีความพร้อมต่างกัน เพื่อให้ทราบถึงความรู้พื้นฐานของนักเรียนครูต้องสำรวจความพร้อมของนักเรียนก่อนที่จะเรียนอยู่เสมอ และถ้าพบว่านักเรียนไม่มีความพร้อมครูต้องทบทวนก่อนเริ่มเนื้อหาใหม่เพื่อใช้ความรู้พื้นฐานนั้นอ้างอิงต่อไปได้ทันที

3.5 แรงจูงใจ (motivation) นักเรียนแต่ละคนมีความคิดรวบยอดของตนเอง ซึ่งเป็นได้ทั้งทางบวกและทางลบ ถ้าเป็นทางบวกจะเกิดแรงจูงใจแต่ถ้าเป็นทางลบอาจหมดกำลังใจ การแข่งขันหรือเสริมกำลังใจเป็นกลุ่มสามารถสร้างแรงจูงใจได้ นอกจากนี้กิจกรรมการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลสามารถสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนทำงานหรือทำโจทย์ปัญหาให้สำเร็จได้เช่นกัน อย่างไรก็ตามครูจะต้องศึกษานักเรียนให้ดีเพราะนักเรียนบางคนประสบกับความผิดหวังในชีวิตหรือยากจนกลับสร้างแรงจูงใจทางบวกให้นักเรียน

3.6 การเสริมกำลังใจ (reinforcement) การที่ครูชมนักเรียนในโอกาสอันเหมาะสมจะเกิดเป็นกำลังใจแก่นักเรียนเป็นอย่างมาก การเสริมกำลังใจมีทั้งทางบวกและทางลบ การเสริมกำลังใจทางบวก ได้แก่ การชมเชย การให้รางวัล แต่การเสริมกำลังใจทางลบ เช่น การทำโทษนั้นควรพิจารณาให้ดี ถ้าไม่จำเป็นก็ไม่ควรทำ ครูควรจะหาวิธีการที่ปลอบใจด้วยการให้กำลังใจวิธีต่างๆ

3.7 การสร้างเจตคติในการเรียนการสอนสามารถสร้างโดยผ่านทางกิจกรรมการเรียนรู้ เพราะเจตคติไม่สามารถสอนได้โดยตรง แต่เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นหรือได้รับการปลูกฝังทีละน้อยกับนักเรียน ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกครั้งครูควรคำนึงด้วยว่าจะป็นทางนำนักเรียนไปสู่เจตคติที่ดีหรือไม่ดีต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของโจทย์ปัญหาและการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

เชินเฟลด์ (Schoenfeld, 1989, p.83-103) กล่าวว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นชิ้นงาน (task) ซึ่งมีลักษณะเป็นสิ่งที่นักเรียนให้ความสนใจและประสงค์จะหาข้อยุติ และเป็นสิ่งที่นักเรียนยังไม่มีวิธีทางสำเร็จรูปที่จะได้ข้อยุติหรือหาคำตอบได้ ทำให้คำถามหรือโจทย์ปัญหาในตำราเรียนคณิตศาสตร์ถูกจัดเป็นเพียงแบบฝึกหัด (exercises) เท่านั้นไม่ใช่ปัญหา (problem) ทั้งนี้เพราะส่วนใหญ่แล้วคำถามท้ายบทในตำราเรียนมุ่งให้เด็กได้ฝึกฝนและสามารถหาคำตอบได้ โดยการใช้วิธีการที่ครูสอนหรือสาธิตในบทเรียนนั้นๆ โดยตรง ส่วนกิจกรรมที่จะจัดว่าเป็นการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้นั้นควรประกอบด้วยการแก้ปัญหาขั้นธรรมดาในตำรามาตรฐาน การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เหนือธรรมดา ปัญหาปริศนา (puzzles) การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับปัญหาที่จัดว่าเป็นปัญหาในชีวิตประจำวัน รวมทั้งการสร้างและทดสอบสมมุติฐาน หรือ “ข้อความที่อาจเป็นทฤษฎี” (conjectures) ที่อาจนำไปสู่สาขาวิชาใหม่

ส่วนความหมายของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2540, หน้า 1) ให้ความหมายว่า เป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จะนำไปสู่แนวคิดใหม่ และเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาก็จะทำให้เกิดการพัฒนาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ต้องการ เช่น ความไม่ผู้รู้ ความอยากรู้อยากเห็น ความเป็นคนช่างคิดช่างสังเกต

ทรงศรัณย์ โกวิทยากร (2546, หน้า 117) ได้สรุปความหมายของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนทางสมองที่บุคคลใช้ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการในการแก้ปัญห ทำให้เกิดความรู้ใหม่ผ่านกระบวนการที่มีเหตุผล เพื่อจะให้ได้ข้อสรุปหรือคำตอบที่ชัดเจน ครอบคลุมเป้าหมาย ขบวนการและทักษะพื้นฐาน

ครูลีก และ เรย์ (Krulik & Rey, 1980, p.3-8) รวบรวมความหมายของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. การแก้ปัญหานั้นในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหานั้นเป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการแก้ปัญหานั้นจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใดๆ หรือวิธีการและเนื้อหาสาระใดๆ

2. การแก้ปัญหานั้นในฐานะที่เป็นกระบวนการ สิ่งที่สำคัญเมื่อการแก้ปัญหานั้นเป็นกระบวนการ คือ ยุทธวิธีหรือเทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหานั้นแบบต่างๆ กระบวนการแก้ปัญหานั้นจึงเป็นสาระสำคัญและเป็นเป้าหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหานั้นเป็นทักษะพื้นฐาน เมื่อการแก้ปัญหานั้นถูกจัดเป็นทักษะพื้นฐาน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหา รูปแบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหานั้นๆ ที่ควรใช้ จุดเน้นอยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหานั้นที่ทุกคนต้องเรียนรู้ และเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการแก้ปัญหานั้น

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ การพิสูจน์ และปัญหาในชีวิตประจำวัน ที่บุคคลหรือกลุ่มบุคคลเผชิญและต้องการคำตอบซึ่งยังไม่รู้วิธีทางที่จะได้คำตอบของปัญหาในทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่างๆ ที่มีอยู่มาผสมผสานเป็นแนวทางที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จลงได้ และการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการหรือวิธีการ ยุทธวิธี เทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่ผู้แก้ปัญหานั้นต้องอาศัยความรู้ ความจำ การคิดวิเคราะห์ปัญหาต่างๆ รวมทั้งประสบการณ์เดิมมาช่วยในการพิจารณาโครงสร้างทางปัญญา ตลอดจนการคิดหาแนวทางปฏิบัติ เพื่อให้ปัญหานั้นหมดไปและบรรลุจุดหมายที่ต้องการ

2. ประโยชน์ของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541, หน้า 4) สรุปถึงประโยชน์ของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่าในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นครูจำเป็นต้องนำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่างๆ มาใช้เพื่อ

1. สาธิตให้เข้าใจถึงสิ่งจำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์
2. ใช้ในการเริ่มความคิดรวบยอดใหม่ๆ ที่ยังไม่เคยเรียนรู้
3. สรุปหลักการทางคณิตศาสตร์
4. ช่วยให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างการคิดคำนวณวิธีต่างๆ
5. ให้มองเห็นปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
6. เพิ่มพูนประสบการณ์การอ่านของนักเรียนให้ดีขึ้น
7. ทำให้เกิดแรงจูงใจ ความสนใจ และเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

3. ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกแบ่งออกเป็นประเภทต่างๆ ดังนี้

วิมล พงษ์पालิต (2541, หน้า 16) รวบรวมการแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวนหรือหาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

2. การแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลผลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ครูลิก และ เรย์ (Krulik & Rey, 1980, p.24) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เป็นสถานการณ์

รัสเซล (Russell, 1961, p.255) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียน และหนังสือทั่วไป
2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่วๆ ไปในชีวิตประจำวัน

สรุปได้ว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ใหญ่ๆ คือ ปัญหาที่พบในหนังสือเรียน ซึ่งอาจเป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบหรือปัญหาให้พิสูจน์ตามกฎ นิยาม ทฤษฎี และพบในชีวิตประจำวัน

4. ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ลดาคเดือน ศรีจันทร์ชัย (2540, หน้า 27) รวบรวมยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ ดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดาคำตอบไว้ล่วงหน้า
2. การทำให้เป็นอย่างง่าย ๆ มี 2 แบบ คือ

2.1 ทำโจทย์ให้เป็นกรณีที่ง่าย ๆ เท่าที่จะทำได้ แล้วหารูปแบบและความสัมพันธ์เพื่อขยายไปเป็นโจทย์เดิมที่ซับซ้อนขึ้น

2.2 แยกแยะโจทย์เดิม วิเคราะห์ปัญหาย่อยๆ แล้วรวบรวมผลเข้าสู่ปัญหาเดิม

3. การทดลอง เช่น การสร้างรูป การวัด การคำนวณ ฯลฯ
4. การสร้างแผนภาพจะทำให้โจทย์ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นชัดเจน

ช่วยในการหาคำตอบได้

5. การทำตาราง เก็บข้อมูลจากโจทย์ปัญหาและจัดทำเป็นตารางให้เห็นความเหมือน ความแตกต่าง นำไปสู่การสรุปการแก้ปัญหาได้

6. การเขียนกราฟ ช่วยให้เด็กเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล

นอกจากยุทธวิธีดังกล่าวแล้วยังต้องใช้กิจกรรมเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหาดังนี้ (ปัทมาพร คณิงหมาย, 2546, หน้า 21-22)

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ซึ่งต้องเป็นโจทย์ที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านี้

2. ทดสอบความรู้พื้นฐานและทบทวนทักษะที่ขาดไปก่อนลงมือสอนการแก้ปัญหา

3. ให้อิสระในการคิดแก่นักเรียน และกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช้ความคิดรวบยอด ทักษะและหลักการใดในการแก้ปัญหาโจทย์นั้นๆ

4. สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยให้มีแบบฝึกหัดหลายระดับทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริมกำลังใจให้กับนักเรียน

5. ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้นๆ โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบโดยการประมาณก่อนการคิดคำนวณ

7. แนะนำให้นักเรียนคิดความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา โดยการวาดรูปหรือ

แผนภาพ

8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และเทียบเคียงกับโจทย์ที่นักเรียนเคยพบมาก่อน

9. สนับสนุนให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีของตนเองแล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้องเหมาะสม

10. ให้เวลาที่เหมาะสมกับนักเรียนในการลงมือแก้ปัญหา โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปรายการแก้ปัญหาและวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา

11. ฝึกให้นักเรียนรู้จักคาดคะเนคำตอบอย่างมีเหตุผล เนื่องจากเป็นวิธีหนึ่งที่ช่วยในการหาคำตอบเพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

5. องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งนักการศึกษาากล่าวไว้ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคควรประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาควรมองเห็นภาพปัญหา มีความคิดกว้างไกล และมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา
2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไร เพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
3. การแก้ปัญหาอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบ ทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกท้าทายที่จะแก้ปัญหาแปลกๆ ใหม่ ๆ
4. การวิเคราะห์ ต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น
5. การสรุป เมื่อกระทำจนเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้
6. แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถแก้ปัญหาได้ทันที จะต้องมีความตั้งใจ สร้างพลังความคิด ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อัตโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์
7. การยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาจะต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย ควรยอมรับรูปแบบอื่นๆ และวิธีการใหม่ๆ
8. การโยนความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541, หน้า 3) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (intellectual skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ สูตรความคิดรวบยอด และ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน
2. ลักษณะของปัญหา (problem schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างโจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ
3. การวางแผนหาคำตอบ (planning strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิด (cognitive strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (validating the answer) ความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ

สรุปได้ว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต้องอาศัยองค์ประกอบหลายประการ และองค์ประกอบเหล่านั้นควรได้รับการสอนและการฝึกฝนจึงจะพัฒนาได้ดีขึ้น

6. อุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ศักดิ์ดา บุญโต (2544, หน้า 18-19) ได้กล่าวถึงอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาได้ทั้งหมดหรือบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และความคิดรวบยอดที่จะพิจารณาปัญหา
2. นักเรียนที่มีความบกพร่องในการอ่านและการทำความเข้าใจ
3. นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้ เนื่องจากนักเรียนลืมนิยามวิธีการคิดนั้น หรือไม่เคยเรียนมาก่อน
4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ อันเป็นผลให้นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีการเดาสุ่ม
5. นักเรียนขาดความรู้เรื่องกฎเกณฑ์ หรือสูตรต่างๆ
6. นักเรียนขาดความเป็นระเบียบในการเขียนคำอธิบาย ทำให้เกิดการสับสนได้
7. นักเรียนขาดความสนใจเพราะโจทย์ปัญหาไม่น่าสนใจ ไม่มีจุดใจ
8. ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ในโจทย์ปัญหา
9. นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา หรือขาดการกระตุ้นหรือแรงเสริมที่ดีจากการเรียนคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง

วิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของวิธีสอนแบบแก้ปัญหา

การมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา จะทำให้สามารถแก้ปัญหได้ดี เมื่อฝึกการแก้ปัญหาลดๆ ก็จะทำให้เกิดทักษะการแก้ปัญห (problem solving skill) กระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญในการพัฒนาคณิตศาสตร์ เพราะคำตอบของปัญหาที่ได้จากกระบวนการแก้ปัญหจะทำให้เกิดข้อค้นพบใหม่ และเป็นวิธีการที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาอื่นๆ ได้

คนธรส รสหวาน (2539, หน้า 19) ได้อธิบายความหมายของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาไว้ว่า เป็นวิธีการที่ครูกระตุ้นนักเรียนด้วยคำถามให้นักเรียนใช้ความพยายามในการแก้ปัญหา ครูมีส่วนให้คำแนะนำบ้าง กระบวนการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ท้าทาย ดังนั้นต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการโดยใช้ทักษะต่างๆ อาศัยความคิดรวบยอด ข้อสรุป กฎเกณฑ์ ความรู้ ความชำนาญในเรื่องนั้น

วัฒนาพร ระวังทุกข์ (2542, หน้า 18) ให้ความหมายของการสอนแบบแก้ปัญหาว่าเป็นวิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้คิดแก้ปัญหาอย่างเป็นกระบวนการโดยอาศัยแนวคิดแก้ปัญหามาด้วยการนำเอาวิธีสอนแบบนิรนัย (deductive) ซึ่งเป็นการสอนจากกฎเกณฑ์ไปหาความจริงย่อยมาผสมผสานกับวิธีการสอนแบบอุปนัย (inductive) ซึ่งเป็นการสอนจากตัวอย่างส่วนย่อยมาหากฎเกณฑ์การรวมกระบวนการคิดทั้ง 2 แบบเข้าด้วยกันทำให้เกิดรูปแบบวิธีสอนแบบแก้ปัญหา

สรุปวิธีสอนแบบแก้ปัญหา หมายถึง วิธีสอนโดยครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา หรือใช้ขั้นตอนการสอนที่จะให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ทักษะ ความเข้าใจ และสามารถนำมาใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

2. ประโยชน์ของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

วิมล พงษ์पालิต (2541, หน้า 41) รวบรวมประโยชน์ของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ส่งเสริมทักษะทางด้านคณิตศาสตร์ให้เด็กโดยตรง คือ ให้เรียนจากการสังเกต เพื่อให้ได้มาซึ่งปัญหาและใช้การคาดคะเนสมมุติฐานว่าน่าจะเป็นอย่างนั้น จึงรวบรวมข้อมูลแล้วจึงหาทางพิสูจน์
2. ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจและตั้งใจเรียน เห็นประโยชน์ของการเรียนรู้
3. ส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหา
4. ส่งเสริมให้เกิดวินัยและความรับผิดชอบในตนเอง และทำงานเป็นคู่หรือเป็นกลุ่ม
5. ส่งเสริมความเป็นประชาธิปไตยในเด็ก เพื่อช่วยพัฒนาเจตคติของเด็ก
6. นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ได้
7. สร้างความมั่นใจในความสามารถของตนเอง และยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน
8. มีความเข้าใจและจำบทเรียนได้ดี เพราะมีโอกาสได้คิดแก้ปัญหา
9. ทำให้ผู้เรียนไม่เป็นคนเชื่อง่าย มีเหตุผลก่อนตัดสินใจ
10. ในด้านความสนใจ ครูสร้างความสนใจให้เด็กเกิดความอยากเรียนขึ้นเอง โดยครูจะนำเข้าสู่ปัญหา

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่านักการศึกษาได้ศึกษาและนำเสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาไว้หลากหลาย ซึ่งขั้นตอนในการสอนแบบแก้ปัญหามีวิธีการที่แตกต่างกันออกไป ทั้งนี้แล้วแต่ประสบการณ์ของแต่ละบุคคลและสภาพการณ์ของปัญหาที่เกิดขึ้น ครูต้องให้เด็กรู้จักใช้ข้อมูลหรือประสบการณ์ต่างๆ หลากๆ วิธีมาช่วยในการแก้ปัญหา การเปิดโอกาสให้เด็กมีอิสระในการแก้ปัญหจะทำให้เด็กได้พัฒนาทักษะด้านนี้ได้มากกว่าที่ครูจำกัดวิธีการแก้ปัญหให้กับเด็ก

การแก้ปัญหของโพลยา

ขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยาเป็นขั้นตอนที่รู้จักกันแพร่หลาย ซึ่งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีและกระทรวงศึกษาธิการได้เห็นสำคัญและนำเสนอไว้ เพื่อให้ผู้สอนใช้สร้างพื้นฐานการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการแก้ปัญห และฝึกทักษะในการแก้ปัญห ซึ่งเป็นวิธีสอนที่สามารถใช้ได้ทุกระดับชั้น

โพลยา (Polya, 1957, p.16-27) ได้จัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา คือการทำความเข้าใจและสามารถระบุได้ว่าอะไรคือข้อมูล อะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรมาให้บ้าง และเงื่อนไขนั้นเพียงพอที่จะแก้ปัญหได้หรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ หากเกิดความกำกวมหรือขัดแย้งในการทำความเข้าใจ ควรใช้การวาดรูปและแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขออกเป็นส่วนๆ แล้วเขียนเป็นโครงสร้างสถานการณ์หรือเงื่อนไขนั้นๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

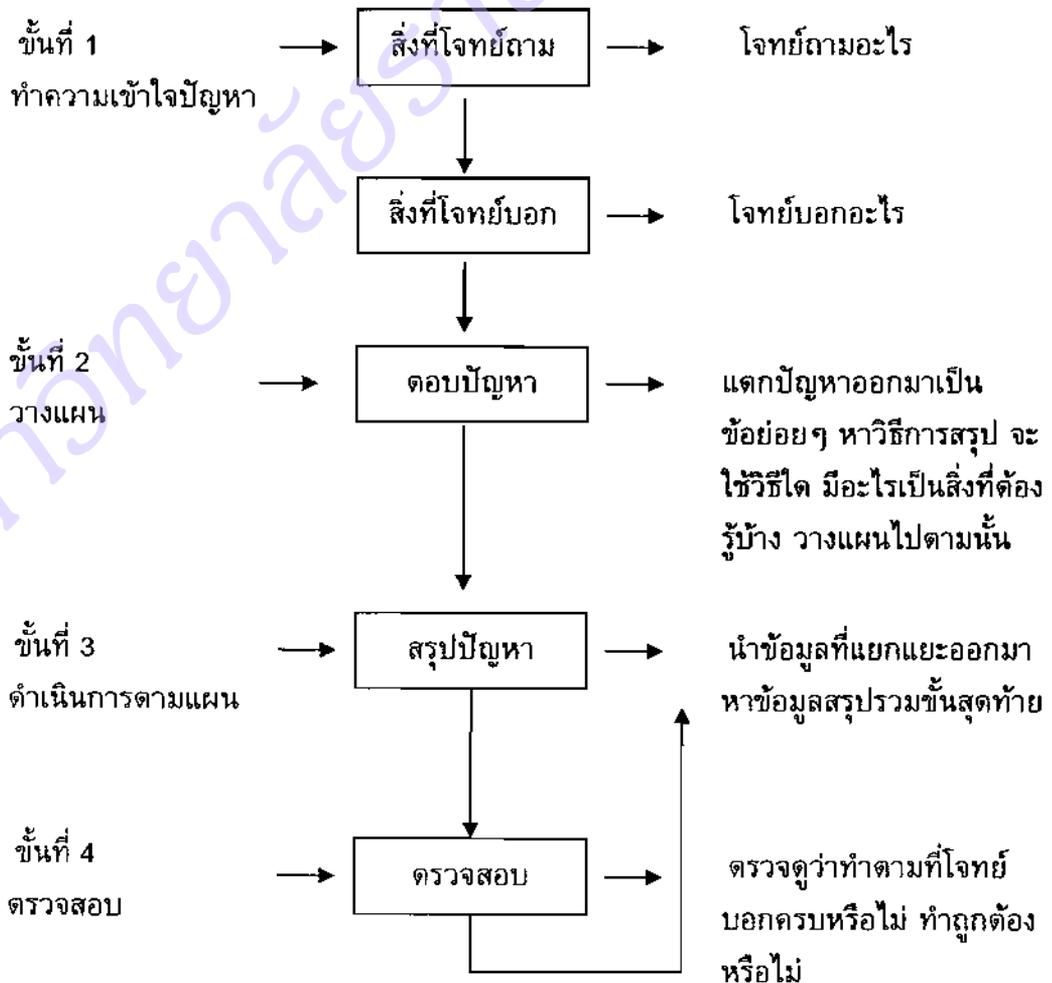
ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญห เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญห ด้วยวิธีใด จะแก้ได้อย่างไร และปัญหาที่กำหนดให้นี้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ การวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหพิจารณ ความสัมพันธ์ต่างๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่และ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหโดยการค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการทราบ ถ้าหากยังไม่สามารถเชื่อมโยงได้ก็ควรใช้ขั้นตอนเหล่านี้ช่วยในการแก้ปัญห คือ

1. พิจารณาว่าเป็นปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยประสบมาก่อนแต่แตกต่างกันที่รูปแบบเท่านั้น
2. พิจารณาว่าเคยรู้จักปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับปัญหาที่จะแก้ และรู้ทฤษฎีที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ หรือไม่
3. พิจารณาสິงที่โจทย์ต้องการทราบและพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ต้องการทราบเหมือนกันแล้วเปรียบเทียบดูว่าจะนำวิธีการแก้ปัญหที่เคยประสบมาใช้กับโจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

4. อ่านโจทย์อีกครั้งและวิเคราะห์เพื่อทราบความแตกต่างที่มีโดยเทียบกับโจทย์ที่เคยประสบมาก่อน

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่ของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

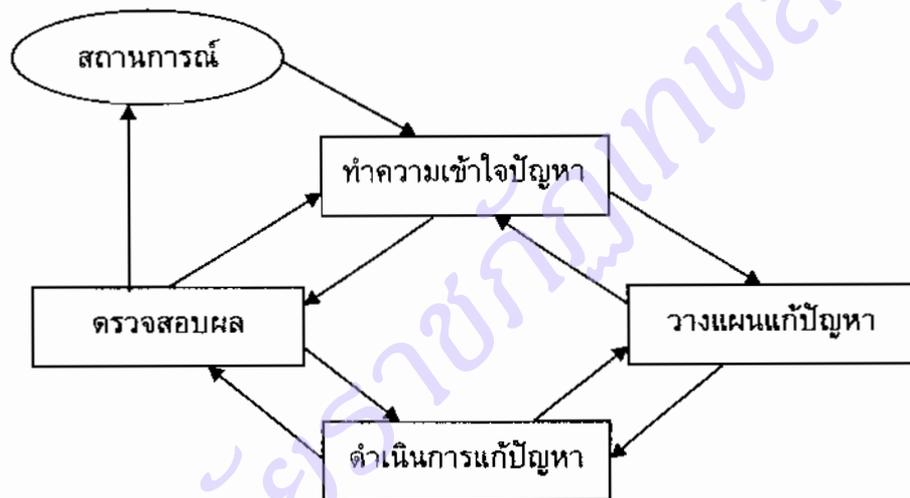
ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ เป็นการตรวจสอบการแก้ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้นั้นอาจใช้วิธีการแก้ปัญหาอย่างอื่นที่แตกต่างจากเดิม เพื่อตรวจสอบดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ครั้งแรกตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าวๆ ในการตรวจสอบก็ได้ ซึ่งสามารถแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya, 1985, p.87) ได้ตามแผนภาพดังนี้



ภาพ 2 ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

ที่มา : (Polya, 1985, p.87)

ต่อมาวิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาเดเวย์ (Wilson, Fernandez, & Hadaway, 1993, p.60-62) ได้นำขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอน มาปรับปรุงโดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการแก้ปัญหาที่แสดงเป็นวัฏจักรดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพ 3 การดำเนินการแก้ปัญหาที่แสดงเป็นวัฏจักร

ที่มา : (Wilson, Fernandez, & Hadaway, 1993, p.60-62)

จากภาพ 3 ลูกศรแสดงถึงการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่ขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจจะพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนเดิมหากมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นตอนแรก คือ ทำความเข้าใจปัญหาแล้วเคลื่อนไปสู่การวางแผน ระหว่างการดำเนินการนั้นนักเรียนอาจค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนอาจย้อนกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ได้ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวเป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหาโดยไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

กรมวิชาการ (2541, หน้า 5-6) แนะนำขั้นตอนในการสอนแก้ปัญหา โดยพิจารณาตามขั้นตอนของโพลยา และนำมาเป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. ก่อนที่ครูผู้สอนจะให้นักเรียนเรียนแก้ปัญหาครูผู้สอนควรให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ให้เข้าใจ (สำหรับนักเรียนที่อ่านไม่คล่อง ครูผู้สอนอาจอ่านให้นักเรียนฟัง) แล้วให้นักเรียนพิจารณาว่าสถานการณ์ให้รายละเอียดอะไรบ้าง แล้วจำแนกสถานการณ์ออกเป็น

1.1.1 สิ่งที่สามารถถามให้มา

1.1.2 สิ่งที่ต้องการให้หา

1.1.3 ในสถานการณ์มีการซ่อนเงื่อนไขในการแก้ปัญหาไว้หรือไม่ และนักเรียนสามารถเดาหรือคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้ ได้หรือไม่

2. วางแผนแก้ปัญหา สถานการณ์ที่กำหนดให้จะมีวิธีแก้ปัญหามากมาย โดยครูอาจจะยกตัวอย่าง แสดงวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีให้นักเรียนดู เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียน นักเรียนบางคนอาจมีวิธีแก้ปัญหาแตกต่างไปจากที่ครูเสนอแนะก็ได้ ครูไม่ควรยึดติดกับคำตอบเท่านั้น ครูควรดูวิธีการแก้ปัญหานักเรียน ในการสอนทุกครั้งควรมีการสรุป ชี้แนะให้นักเรียนได้พิจารณาวิธีแก้ปัญหา เพื่อสร้างนิสัยให้นักเรียนคิดวางแผนก่อนลงมือทำ และรู้จักเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ง่าย สั้น และสะดวกที่สุด ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามีหลายวิธี เช่น เดาคำตอบ ทำปัญหาให้ง่ายลง ค้นหารูปแบบ วาดรูป หรือแผนภาพ ทำตาราง แจกกรณีอย่างมีระบบ ทำย้อนกลับ ใช้หลักเหตุผล การแสดงบทบาทสมมติ

3. แก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ครูผู้สอนควรให้นักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน ครูผู้สอนไม่ควรกำหนดว่านักเรียนจะต้องใช้ยุทธวิธีนี้จึงจะถูกต้องและในบางสถานการณ์อาจใช้ยุทธวิธีผสมกันก็ได้ ถ้านักเรียนยังคิดหายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาไม่ได้ ครูผู้สอนควรให้การเสริมแรงในทางบวก เพื่อให้นักเรียนมีกำลังใจในการทำต่อไป

สถานการณ์ที่มีการคิดคำนวณ ถ้านักเรียนวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมชัดเจน ในขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนมักจะมีปัญหาอยู่ที่การคิดคำนวณเท่านั้น ซึ่งถ้านักเรียนได้รับการฝึกทักษะมาอย่างพอเพียง ก็จะไม่มีปัญหาแต่อย่างใด สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบาย การให้เหตุผล ครูสามารถสร้างกิจกรรมเพื่อปลูกฝังและฝึกฝนการใช้ความคิด ในการให้เหตุผลของนักเรียน เช่น การสร้างโจทย์ หรือสถานการณ์ที่ต้องตัดสินใจต้องการคำอธิบาย นอกเหนือไปจากโจทย์ปัญหาที่มีคำตอบเป็นปริมาณ

ครูควรฝึกให้นักเรียนตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผนโดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ว่าเหมาะสมกับการแก้ปัญหาหรือไม่ ปัญหาบางปัญหาในชีวิตจริงไม่สามารถนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้โดยตรง ครูควรฝึกให้นักเรียนพิจารณาและปรับปรุงวิธีการให้เหมาะสม

4. ตรวจสอบ ครูผู้สอนส่วนใหญ่จะมองข้ามความสำคัญของการตรวจสอบ เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันมักให้ความสำคัญของคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าการคำนึงถึงกระบวนการในการคิด จึงมีแนวโน้มว่าครูผู้สอนจะหยุดทำการสอนทันทีเมื่อนักเรียนได้ผลลัพธ์แล้ว ครูผู้สอนไม่ควรปล่อยให้สภาพการจัดการเรียนการสอนมีลักษณะดังที่กล่าวนี้ แต่ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมาแล้ว โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่น หรือวิธีการคิดอย่าง

อื่นอีกหรือไม่ โดยครูผู้สอนอาจใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับหรือตรวจสอบขั้นตอนต่างๆ ในลักษณะต่อไปนี้

- 4.1 วิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาสมเหตุสมผลหรือไม่
- 4.2 ใช้ข้อมูลทั้งหมดที่โจทย์อ้างถึงครบหรือไม่
- 4.3 สามารถพิสูจน์ผลลัพธ์ที่ได้ว่า เป็นความจริงหรือไม่
- 4.4 มีส่วนใดในวิธีการของนักเรียนที่น่าปรับให้ง่ายขึ้นบ้าง
- 4.5 สามารถใช้วิธีการอื่นในการแก้โจทย์ปัญหาข้อเดิมนี้อีกหรือไม่
- 4.6 วิธีการที่นักเรียนใช้จะสามารถนำไปใช้แก้ปัญห่อื่นๆ ได้บ้างหรือไม่

หลังจากที่ครูให้นักเรียนแก้สถานการณ์ต่างๆ แล้วอาจจะมีการฝึกทักษะในการแก้ปัญหามีตัวอย่างให้ในบางสถานการณ์) หรือฝึกการสร้างโจทย์ปัญหา โดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่างๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งดัดแปลงจากปัญหาเดิม เพื่อฝึกการมองไปข้างหน้า ความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้ จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถต่อไป

การแก้ปัญหที่เน้นประสบการณ์ทางภาษา

1. บทบาทของภาษาต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามีความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอดที่เกี่ยวข้องกับปัญหา สามารถบอกได้อย่างรวดเร็วว่าปัญหาเกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดอะไร โดยไม่จำเป็นต้องขึ้นอยู่กับคำบ่งชี้หรือวลีเฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่งและสามารถระบุความคิดรวบยอดเฉพาะในสถานการณ์ปัญหา โดยใช้คำศัพท์และโครงสร้างทางภาษาที่หลากหลาย ครูจึงต้องสอนให้นักเรียนมีประสบการณ์ทางภาษาอย่างกว้างขวาง เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาความรู้ความเข้าใจอย่างเต็มความสามารถ

ในการแก้ปัญหจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ นักเรียนต้องเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกมาและให้สัมพันธ์กับความคิดรวบยอดที่ตนมีอยู่ ภาษาที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้นนอกจากจะช่วยให้ นักเรียนสร้างภาพของข้อมูลในปัญหาแล้ว ภาษายังช่วยสร้างความเข้าใจว่านักเรียนเรียนรู้ความคิดรวบยอดที่ต้องการหรือยัง นักเรียนควรสร้างความเข้าใจในความคิดรวบยอดอย่างต้องแท้มากกว่าการจดจำสัญลักษณ์ที่แทนความคิดรวบยอดดังกล่าว เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพมากที่สุด

นักเรียนแรกเข้าเรียนจะมีความรู้เกี่ยวกับเทคนิคหรือยุทธวิธีการแก้ปัญหที่เขาเรียนรู้มาจากประสบการณ์ที่เขาประสบในชีวิตประจำวัน ความรู้อย่างไม่เป็นทางการเป็นประโยชน์อย่างมากในการแก้ปัญหของนักเรียน กล่าวคือ นักเรียนจะพัฒนาความรู้หรือความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และตื่นเต้นกับการเรียนรู้ ถ้าครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่กระตุ้น

ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการให้โอกาสนักเรียนได้สำรวจ คิดค้นหาแนวทางการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบด้วยตนเองจากการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนในชั้นเรียน ในการจัดกิจกรรมในลักษณะดังกล่าวจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาของตนเอง และยังสามารถพัฒนายุทธวิธีใหม่ขึ้นมาอีกด้วย ครูควรวางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่สนับสนุนให้นักเรียนได้สำรวจคิดค้น หาคำตอบด้วยตนเอง กิจกรรมดังกล่าวนี้จะส่งเสริมการใช้หรือการแสดงออกทางภาษาของนักเรียน ซึ่งจะขยายผลไปสู่การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดและพัฒนาความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียนรู้ต่อไป (Irons, & Irons, 1987, p.137-142)

2. วิธีสอนแบบแก้ปัญหาที่เน้นประสบการณ์ทางภาษา

วิธีสอนแบบแก้ปัญหาที่เน้นประสบการณ์ทางภาษา เป็นวิธีสอนที่ส่งเสริมการใช้หรือการแสดงออกทางภาษาของนักเรียน ซึ่งจะขยายผลไปสู่การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดและพัฒนาความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียนรู้ มีขั้นตอน 4 ขั้นตอน โดยแต่ละขั้นตอนประกอบด้วย 3 ช่วง (จามรี สิริจันทร์, 2542, หน้า 29) ดังรายละเอียดในแผนภาพต่อไปนี้

<p>ขั้นที่ 1 ภาษาของนักเรียน (child's language) เป็นภาษาที่เป็นไปตามธรรมชาติที่นักเรียนใช้เป็นประจำ เพื่ออธิบายแนวคิดหรือความคิดรวบยอดจากสถานการณ์ที่เขาคุ้นเคย ซึ่งโดยปกติจะเป็นสถานการณ์ในชีวิตประจำวันของเขา</p>		
ช่วงเสนอแนวคิดหรือรูปแบบ	ช่วงสร้างหรือขยายแนวคิด	ช่วงแลกเปลี่ยนแนวคิด
<p>ขั้นที่ 2 ภาษาสื่อการสอน (material language) ภาษาใหม่ที่อธิบายประกอบสื่อการสอนที่เป็นรูปธรรมและกึ่งรูปธรรมที่นักเรียนสื่อสารออกมาเพื่อแทนสถานการณ์ปัญหาในชีวิต</p>		
ช่วงเสนอแนวคิดหรือรูปแบบ	ช่วงสร้างหรือขยายแนวคิด	ช่วงแลกเปลี่ยนแนวคิด
<p>ขั้นที่ 3 ภาษาคณิตศาสตร์ (mathematical language) เป็นการใช้คำหรือวลีที่กะทัดรัด เพื่ออธิบายการกระทำกับสื่อการสอน ขั้นนี้เป็นการใช้ภาษาคณิตศาสตร์ที่เฉพาะเจาะจง</p>		
ช่วงเสนอแนวคิดหรือรูปแบบ	ช่วงสร้างหรือขยายแนวคิด	ช่วงแลกเปลี่ยนแนวคิด
<p>ขั้นที่ 4 ภาษาลัญลักษณ์ (symbolic language) ภาษาใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อบันทึกผลการกระทำ</p>		
ช่วงเสนอแนวคิดหรือรูปแบบ	ช่วงสร้างหรือขยายแนวคิด	ช่วงแลกเปลี่ยนแนวคิด

ภาพ 4 รูปแบบการแก้ปัญหาที่เน้นประสบการณ์ทางภาษา

ที่มา : (จามรี ศิริจันทร์, 2542, หน้า 29)

จากแผนภาพรูปแบบการแก้ปัญหาที่เน้นประสบการณ์ทางภาษาข้างต้นแสดงถึงขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ภาษานักเรียน ขั้นที่ 2 ภาษาสื่อการสอน ขั้นที่ 3 ภาษาคณิตศาสตร์ และขั้นที่ 4 ภาษาลัญลักษณ์ โดยแต่ละขั้นตอนประกอบด้วย 3 ช่วง คือ ช่วงเสนอแนวคิดหรือรูปแบบ ช่วงสร้างหรือขยายแนวคิดและช่วงแลกเปลี่ยนแนวคิด ตามที่จามรี ศิริจันทร์ (2542, หน้า 30-34) และสมปอง พรหมพิน (2543, หน้า 35-40) ได้ศึกษาแนวคิดการแก้ปัญหาที่เน้นประสบการณ์ทางภาษา และนำเสนอไว้ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมในแต่ละขั้นตอนภาษา

การพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยเวลา สำหรับการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในทุกขั้นตอนภาษา ดังนั้นในแต่ละขั้นตอนควรวางแผนการจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีโอกาสอธิบายหรืออภิปรายถึงสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่กำลังศึกษา การอภิปรายจะช่วยหรือเปิดโอกาสให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจอย่างกระจ่างชัด และขยายแนวคิดของตนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่กำลังศึกษา

ขั้นที่ 1 ภาษาของนักเรียน

เป็นขั้นที่นักเรียนใช้ภาษาของตนเองพูดคุย และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่สัมพันธ์กับการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่จะเรียนรู้ สถานการณ์มาจากนิทาน เรื่องราว หรือรูปภาพ กรณีที่เป็นนิทานหรือเรื่องราวต้องประกอบด้วย การกระทำที่นักเรียนสามารถบอกหรือพูดคุยเป็นวลีหรือข้อความด้วยภาษาของตนเอง เช่น กิน ปลูก เก็บ แบ่ง เป็นต้น โดยกิริยาเหล่านี้จะสอดแทรกอยู่ในสถานการณ์ในชีวิตประจำวันของนักเรียน ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดคุยเกี่ยวกับสถานการณ์ดังกล่าวนานเพียงพอที่จะให้นักเรียนมีประสบการณ์ภาษาเพียงพอที่จะสามารถพูดในสถานการณ์หรือเรื่องราวด้วยตนเอง การอภิปรายดังกล่าวควรเริ่มต้นก่อนที่จะแนะนำให้นักเรียนรู้จักการกระทำทางคณิตศาสตร์ ข้อเสนอแนะต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของการจัดกิจกรรมที่เน้นการมีส่วนร่วมของนักเรียน และการกระตุ้นและส่งเสริมการใช้ภาษาของนักเรียน

1. การใช้รูปภาพที่น่าสนใจ เพื่อนำอภิปรายเกี่ยวกับคุณลักษณะของแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนและการกระทำ เช่น แสดงรูปภาพของเด็กๆที่กำลังเล่นอยู่ในสนามเด็กเล่นให้นักเรียนได้อภิปรายพูดคุยเกี่ยวกับเรื่องราวที่สังเกตเห็นจากภาพ ถ้าจุดประสงค์ของบทเรียนคือการสอนความหมายการบวก ครูอาจพูดคุยเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนที่กำลังเล่นชิงช้า และจำนวนนักเรียนที่กำลังเล่นกระดานลื่น กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ภาษาของตนเองอธิบายสิ่งที่เกิดขึ้นในภาพ บางครั้งครูอาจจะต้องดึงความสนใจของนักเรียนไปจุดใดจุดหนึ่งในภาพ เพื่อนำให้นักเรียนสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจขึ้นด้วยตัวเอง แต่อย่างไรก็ตามควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างแนวคิดหลักด้วยตนเองและสื่อสารออกมาด้วยภาษาของนักเรียนให้มากที่สุด

2. การใช้การเล่าเรื่องจากหนังสือหรือนิทาน ครูสามารถเลือกหนังสือที่น่าสนใจมาอ่านประกอบการสอนและดึงให้สัมพันธ์กับบทเรียนได้ ชั้นแรกครูอาจให้นักเรียนบอกเรื่องราวที่เกิดขึ้นที่ตนคิดว่าควรจะเป็น โดยไม่ต้องอ่านข้อความในหนังสือ แต่ให้คาดเดาจากรูปภาพที่เห็นในแต่ละหน้าเป็นหลัก และให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ภาษาและแนวคิดของตนให้มากที่สุด วิธีการเช่นนี้จะช่วยให้นักเรียนที่มีข้อจำกัดทางภาษา โดยเฉพาะในด้านคำศัพท์ ได้เรียนคำศัพท์ใหม่จากคำแนะนำของเพื่อน ครูควรเล่าเรื่องราวที่สัมพันธ์กับการพัฒนาความคิดรวบยอดที่กำลังเรียนรู้

3. การแสดงบทบาทสมมุติกระตุ้นให้นักเรียนได้อภิปรายและแสดงละครหรือบทบาทสมมุติตามเรื่องราวที่ครูกำหนดขึ้น โดยเน้นกิจกรรมที่สัมพันธ์กับความคิดรวบยอดที่กำลังเรียนรู้ และให้นักเรียนได้พูดถึงสิ่งที่ตนได้กระทำในขณะที่แสดงละคร เช่น การไปจ่ายตลาด ซึ่งจะให้นักเรียนได้คำตอบว่าจะถามอย่างไรบ้างตามเรื่องที่สมมุติขึ้น

4. การใช้กระดานแม่เหล็ก กิจกรรมนี้เป็นกิจกรรมที่เหมาะสมสำหรับเป็นกิจกรรมเชื่อมต่อระหว่างการเล่าเรื่องในหนังสือไปยังสถานการณ์เปิดมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะกิจกรรมที่เป็นความคิดหลักของการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียน

5. การให้นักเรียนแต่งเรื่องด้วยตนเอง กิจกรรมนี้จะกระตุ้นให้ใช้สถานการณ์ในชีวิตประจำวันของเขาอธิบายเกี่ยวกับความเข้าใจของความคิดรวบยอดที่กำลังเรียน ระยะเวลาอาจให้นักเรียนแต่งเรื่องจากรูปภาพที่ตนเห็น จากนั้นให้เขียนเรื่องด้วยภาษาของตนเอง เน้นให้นักเรียนมุ่งความสนใจที่ความคิดรวบยอดมากกว่ารายละเอียดปลีกย่อยอื่นๆ

ขั้นที่ 2 ภาษาสื่อการสอน

ขั้นนี้เริ่มต้นด้วยการใช้สื่อรูปธรรมหรือสาธิตการกระทำในแต่ละขั้นตอนในสถานการณ์หรือเรื่องราว ภาษาสื่อการสอนจะถูกนำไปใช้พร้อมๆ กับการจัดกระทำสื่อรูปธรรมที่เน้นการพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดของการกระทำทางคณิตศาสตร์ แต่ยังไม่รวมถึงการเขียนสัญลักษณ์แทนความคิดรวบยอด ภาษาใหม่จะถูกนำมาใช้ (เช่น เอาออกไป หรือปิดไว้ สำหรับการลบ) ไปพร้อมๆ กับการให้นักเรียนได้จัดกระทำกับสื่อรูปธรรมเป็นการขยายประสบการณ์ทางภาษาจากขั้นที่ 1 จากนั้นการใช้รูปภาพหรือแผนภาพประกอบกับสื่อรูปธรรมจะช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาในการอธิบายการกระทำได้กว้างขวางขึ้น การใช้สื่อรูปธรรมนักเรียนอาจใช้แบบหนึ่งแต่กับแผนภาพหรือรูปภาพเขาอาจใช้คำพูดอีกแบบหนึ่ง เช่น กับสื่อรูปธรรมนักเรียนอาจใช้คำว่า "เอาออกไป" สำหรับการลบ แต่กับรูปภาพคำนี้อาจไม่ง่ายที่จะอธิบายการกระทำที่เกี่ยวข้องในรูปภาพ และนักเรียนไม่สามารถโยงสัมพันธ์กับความคิดรวบยอดการลบได้ ตัวอย่างกิจกรรมที่อาจเป็นไปได้ในขั้นนี้ เช่น

1. สร้างกล่องขนาดใหญ่ แล้วแบ่งกล่องเป็นช่องเล็กๆ เพื่อนำวัตถุที่นักเรียนหามาใส่ลงในกล่องเพื่อพัฒนาความเข้าใจความคิดรวบยอดของการบวก ลบ และความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดทั้งสอง สำหรับการบวกครูอาจให้นักเรียนใส่ลูกแก้วในช่องบน 3 ลูก และช่องถัดมา 4 ลูกแล้วถามนักเรียนว่ามีลูกแก้วทั้งหมดกี่ลูก แต่สำหรับการลบครูอาจเสนอสถานการณ์ปัญหา เช่น มีรถยนต์จอดอยู่บนลานจอดรถ 8 คัน ขับออกไป 2 คัน ตอนนี้เหลือรถยนต์กี่คัน

2. พยายามให้นักเรียนได้อภิปรายการใช้สื่อรูปธรรม แทนสถานการณ์ปัญหาในหลายรูปแบบให้มาก หลังจากนั้นถามนักเรียนว่า ถ้าเราใช้รูปภาพแทนจำนวนรถ จะใช้คำพูดอะไรแทนคำ "ขับออกไป" ซึ่งการกระทำดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนสร้างคำใหม่ เช่น ปิดไว้ ช้อนไว้ ชีตผ้าออก เป็นต้น ซึ่งการกระทำดังกล่าวแสดงถึงการลบ

3. ให้นักเรียนสร้างวัตถุสิ่งของในห้องเรียน เช่น สร้างปลาจากก้อนหิน หรือแผ่นไม้แล้วนำปลาใส่ถุงตาข่ายซึ่งมองเห็นได้ แล้วใช้แนวคิดจากถุงปลาดังกล่าวอภิปรายเกี่ยวกับความคิดรวบยอดของการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียน

4. ให้นักเรียนอภิปรายเพื่อพัฒนาความเข้าใจความหมายของการลบในแง่ของการเปรียบเทียบ โดยการสร้างแผนภาพเป็นชุด ใช้แผนภาพแทนสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการลบในแง่ของการเปรียบเทียบ โดยให้นักเรียนใช้ภาพทั้งสองทาบกันแล้วหาส่วนที่เกิน

5. วาดแผนภาพบนกระดาษแข็ง ตัวอย่างเช่น ใช้ฝากล่องกระดาษ เพื่อให้นักเรียนวางวัตถุสิ่งของ เพื่อพัฒนาความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดของการคูณและการหาร ด้านหน้าสำหรับกิจกรรมการคูณ ส่วนด้านหลังสำหรับกิจกรรมการหาร

6. โยงความสัมพันธ์ของแต่ละกิจกรรมในขั้นนี้กับขั้นที่ผ่านมา โดยให้นักเรียนเขียนสถานการณ์ หรือเล่าเรื่องราวที่สัมพันธ์กับแต่ละกิจกรรม และให้แลกเปลี่ยนกับเพื่อนคนอื่นจากนั้นให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบว่าเรื่องราวที่สร้างขึ้นสัมพันธ์กับกิจกรรมเดิมหรือไม่

ขั้นที่ 3 ภาษาคณิตศาสตร์

หลังจากขั้นที่ 2 นักเรียนจะเริ่มใช้คำพูดอภิปรายการกระทำ จะเป็นประโยชน์มากถ้าครูบันทึกหรือเขียนคำหรือข้อความดังกล่าวในแผ่นกระดาษหรือทำเป็นบัตรคำ แล้วใช้บัตรคำดังกล่าวให้นักเรียนได้สร้างสถานการณ์หรือเรื่องราว หรือเขียนแผนภาพประกอบ หรือแม้กระทั่งแสดงบทบาทสมมติหรือใช้สื่อแสดงแทนข้อความดังกล่าว การใช้บัตรคำดังกล่าวนี้จะกระตุ้นการใช้ภาษาหรือข้อความในบัตรคำที่ควรมาจากข้อเสนอแนะของนักเรียน ขั้นภาษาคณิตศาสตร์นี้จะยังไม่แนะนำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แต่จะเน้นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับภาษาซึ่งกะทัดรัดและชี้บ่งการกระทำ ตัวอย่างกิจกรรมในขั้นนี้ เช่น

1. ใช้บัตรคำกับสื่อรูปธรรมในกิจกรรมขั้นภาษาสื่อการสอน

2. ออกแบบกล่องภาษาโดยแบ่งออกเป็นช่อง โดยแต่ละแถวจะเก็บ

บัตรข้อความของแต่ละการกระทำ โดยที่แต่ละการกระทำจะประกอบด้วยข้อความที่แทนการกระทำนั้นๆ เช่น การบวกอาจเป็นเพิ่มขึ้น รวมกับ ต่อออกไปอีก เทรวมกัน เป็นต้น ถ้าเป็นไปได้ควรติดแถบแม่เหล็กตรงด้านหลังบัตรเพื่อสะดวกในการเสนอต่อชั้นเรียน นักเรียนสามารถสร้างสถานการณ์หรือเรื่องราวจากบัตรที่เขาเลือกมาได้

ขั้นที่ 4 ภาษาสัญลักษณ์

ขั้นนี้เป็นการแนะนำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละความคิดรวบยอดของการกระทำในระยะแรกอาจบันทึกลงในบัตร ตัวอย่างเช่น

1. ให้นักเรียนสร้างประโยคสัญลักษณ์ เลือกบัตรคำให้สอดคล้องกับสัญลักษณ์แล้วจับคู่กับสถานการณ์หรือเรื่องราว โดยนักเรียนสามารถเรียงบัตรและบรรยายเรื่องราวได้ เช่น 3×6 แทน “กล่องสามกล่องที่แต่ละกล่องมีขนมหกชิ้น”

2. ให้นักเรียนเลือกบัตรแล้วสร้างประโยคสัญลักษณ์ หลังจากนั้นใช้สื่อรูปธรรมหรือกึ่งรูปธรรมแสดงหรือสาธิตการกระทำที่มีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ที่สร้างขึ้น เช่น $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \square$

3. ให้นักเรียนใช้บัตรสัญลักษณ์เป็นจุดเริ่มต้น เพื่อให้นักเรียนแต่งเรื่องหรือสร้างสถานการณ์ปัญหาให้สัมพันธ์กับบัตรสัญลักษณ์ กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้ นักเรียนพัฒนาความคิดสร้างสรรค์และความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

2. การจัดกิจกรรมในแต่ละช่วงของการพัฒนาทางภาษา

กิจกรรมในแต่ละช่วงของทุกชั้นตอนมีลักษณะที่แตกต่างกันตามองค์ประกอบของการเรียนรู้ของนักเรียน แต่ละช่วงมีความสำคัญและควรต่อเนื่องกัน ประสบการณ์ที่จัดให้นักเรียนควรหลากหลาย เพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดรวบยอดของแต่ละการกระทำทางคณิตศาสตร์ (บวก ลบ คูณ หาร) สถานการณ์ปัญหาควรหลากหลายครอบคลุมปัญหาที่นักเรียนประสบในชีวิตประจำวัน รายละเอียดของกิจกรรมในแต่ละช่วงมีดังนี้

ช่วงที่ 1 ช่วงเสนอแนวคิดหรือรูปแบบ

ในช่วงนี้ครูจะเป็นผู้เสนอบทเรียนและจุดประสงค์ของกิจกรรม เพื่อให้เห็นรูปแบบของความคิดรวบยอดที่กำลังพัฒนา กิจกรรมที่จัดต้องสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของนักเรียน (ในชั้นภาษาของนักเรียน) เสนอความคิดรวบยอดใหม่โดยใช้สื่อรูปธรรม (ในชั้นภาษาสื่อการสอน) ประสบการณ์เกี่ยวกับภาษาคณิตศาสตร์ (ในชั้นภาษาคณิตศาสตร์) หรือกิจกรรมที่เน้นการใช้สัญลักษณ์แทนความคิดรวบยอด (ในชั้นภาษาสัญลักษณ์) ในขั้นนี้ครูเป็นผู้เริ่มต้นบทเรียนและ เป็นผู้ให้รูปแบบที่ถูกต้องเหมาะสมในแต่ละขั้นตอนของกิจกรรมภาษาที่ใช้สิ่งสำคัญที่ควรคำนึง คือ นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมโดยการได้มีโอกาสอธิบายแนวคิดหรือความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเองจากสิ่งที่ได้สังเกตเห็นในขณะที่ครูเสนอบทเรียน

ช่วงที่ 2 ช่วงสร้างหรือขยายแนวคิด

หลังจากนักเรียนมีส่วนร่วมในขั้นเสนอหรือให้รูปแบบไปแล้ว นักเรียนสามารถเสนอแนวคิดของตนเองเพิ่มเติม ซึ่งจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตรวจสอบความเข้าใจ และขยายแนวคิดของตนเอง การสร้างแนวคิดใหม่เพิ่มเติมจะเกิดขึ้นได้ก็โดยการให้นักเรียนสร้างงาน ทั้งที่เป็นงานที่เป็นรูปธรรม แผนภาพ หรือการเขียนบันทึกของนักเรียนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่กำลังพัฒนา

ช่วงที่ 3 ช่วงแลกเปลี่ยนแนวคิด

ในช่วงที่ 3 นักเรียนจะแลกเปลี่ยนงานของตนเองกับเพื่อนคนอื่นๆ ช่วงนี้ครูควรกระตุ้นและส่งเสริมการแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน ซึ่งอาจจะทำได้โดยการแสดงผลงานอธิบาย หรืออ่านงานของตนเองให้เพื่อนได้รับรู้ แนวคิดใหม่ควรจะได้เผยแพร่ให้รับรู้กันทุกคน ถ้านักเรียนกระตือรือร้นที่จะแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน เขาจะพยายามที่จะสร้างสิ่งใหม่ๆ ขึ้นมา ผลคือครูอาจจะใช้ช่วงแลกเปลี่ยนแนวคิดเป็นตัวเชื่อมกิจกรรมในขั้นตอนภาษกันต่อไปได้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

1. ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

บรรดล สุขปิติ (2542, หน้า 6) ให้ความหมายว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็น พฤติกรรมหรือคุณลักษณะต่างๆ ของนักเรียนที่เปลี่ยนไปจากเดิม จะเป็นความก้าวหน้าหรือพัฒนาตนเองในด้านต่างๆ ตามจุดมุ่งหมายของการศึกษาที่ได้กำหนดไว้

อารีย์ วชิรวารการ (2542, หน้า 143) ให้ความหมายว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก็คือ ผลที่เกิดขึ้นจากการเรียน การสอน การฝึกฝนหรือประสบการณ์ต่างๆ ทั้งโรงเรียน ที่บ้าน และสิ่งแวดล้อมอื่นๆ แต่คนส่วนมากเข้าใจว่าผลสัมฤทธิ์เกิดขึ้นจากการเรียนการสอนภายในโรงเรียนและมองในแง่ความรู้ความสามารถทางสมองเท่านั้น ในทางที่เป็นจริงแล้ว ความรู้สึก ค่านิยม จริยธรรมก็เป็นผลจากการฝึกสอนและอบรม ซึ่งก็นับว่าเป็นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วย ดังนั้นสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้น หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา ในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งวิลสัน ได้นำเอาพฤติกรรมด้าน สติปัญญาของบลูม และคนอื่นๆ มาพัฒนาต่อ และได้เสนอลำดับชั้นพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้าน สติปัญญา ทางคณิตศาสตร์เป็น 4 ระดับ ในแต่ละระดับประกอบด้วยพฤติกรรมย่อยหลายชั้น ดังนี้

1. การคำนวณ

- 1.1 ความรู้ในข้อเท็จจริงที่เกี่ยวข้อง
- 1.2 ความรู้เกี่ยวกับศัพท์และนิยาม
- 1.3 ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการคำนวณ

การคำนวณ ตามแนวคิดของวิลสัน การคำนวณเป็นพฤติกรรมในระดับความรู้ ความจำ ซึ่งครอบคลุมถึงความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริงที่จำเป็นเฉพาะอย่าง สูตรการคำนวณ ความหมายของศัพท์/นิยามต่างๆ และความสามารถในการคำนวณตามวิธีการที่ได้เรียนมาแล้ว

2. ความเข้าใจ

- 2.1 ความรู้ในความคิดรวบยอด
- 2.2 ความรู้ในหลักการ กฎ และการสรุปอ้างอิง

2.3 ความรู้ในโครงสร้างคณิตศาสตร์

2.4 การแปลงรูปแบบของปัญหา

2.5 การดำเนินตามแนวของเหตุผล

2.6 การตีความปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจ เป็นพฤติกรรมที่มีระดับสูงกว่าการคำนวณ มีขอบเขตแบ่งได้เป็น 6 ระดับย่อยตามรายละเอียดข้างต้น โดยเริ่มตั้งแต่การสร้างความคิดรวบยอดของสิ่งที่เรียนมาแล้ว การรู้จักหลักการ กฎ และข้อสรุปอ้างอิง ซึ่งใช้ความคิดรวบยอดที่สลับซับซ้อนขึ้น การรู้โครงสร้างคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยคุณสมบัติของจำนวนบางจำนวน หรือกฎทางคณิตศาสตร์ ในการหาคำตอบ ความสามารถในการแปลงรูปแบบของปัญหา เช่น การแปลงรูปแบบระหว่างโจทย์ข้อความกับสัญลักษณ์ แผนภูมิ หรือแผนภาพ เป็นต้น การดำเนินตามแนวของเหตุผล ซึ่งต้องใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์หาเหตุผลและทางคณิตศาสตร์มักใช้กระบวนการทางอนุมาน (deductive format) หรืออุปมาน (inductive format) เป็นส่วนใหญ่ สำหรับการตีความจัดเป็นพฤติกรรมสูงสุดในกลุ่มนี้ เพราะต้องใช้ความสามารถในการอ่าน และตีความโจทย์ข้อความ แผนภาพ แผนภูมิ สมการหรือข้อมูลสถิติ

3. การนำไปใช้

3.1 การแก้ปัญหาคุ้นเคย

3.2 การเปรียบเทียบ

3.3 การวิเคราะห์ข้อมูล

3.4 ความประจักษ์ในแบบแผน ความเหมือนกันทุกประการและความสมมาตร

การนำไปใช้ เป็นการนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ๆ พฤติกรรมระดับนี้แบ่งเป็น 4 ชั้น คือ การแก้ปัญหาคุ้นเคยซึ่งเป็นการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พบอยู่เป็นประจำ การเปรียบเทียบ ซึ่งต้องใช้ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์เพื่อสร้างข้อเปรียบเทียบ และนำมาสรุปเพื่อการตัดสินใจ การวิเคราะห์ข้อมูล เป็นการส่วนประกอบย่อยที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา เช่น การวิเคราะห์ส่วนที่กำหนดให้ ส่วนที่ขาดหายไป ส่วนที่เกินมา เป็นต้น สำหรับพฤติกรรมความประจักษ์ในแบบแผน ความเหมือนกันทุกประการและความสมมาตรจัดเป็นพฤติกรรมสูงสุดของกลุ่มนี้ เพราะต้องบูรณาการความสามารถเบื้องต้นหลายประการ เช่น การแปลงรูปแบบปัญหา การตีความ การเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูล เป็นต้น

4. การวิเคราะห์

4.1 การแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

4.2 การค้นพบความสัมพันธ์

4.3 การสร้างบทพิสูจน์

4.4 การวิเคราะห์วิจารณ์บทพิสูจน์

4.5 การสร้างรูปแบบและหาความตรงของการสรุปอ้างอิง

การวิเคราะห์ เป็นกลุ่มพฤติกรรมระดับสูงที่ครอบคลุมตั้งแต่การแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ การค้นพบความสัมพันธ์ใหม่ด้วยตนเอง การแสดงข้อพิสูจน์ วิจารณ์ข้อพิสูจน์ ตลอดจนการสร้างข้อสรุปอ้างอิง

ระดับพฤติกรรมทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของวิลสัน นิยมใช้กับการศึกษาในระดับมัธยมศึกษา สำหรับประถมศึกษาโดยทั่วไปมักกล่าวถึงเพียง 3 ระดับแรก อย่างไรก็ตาม ไรท์ดี ย่อมขึ้นอยู่กับเจตนาของครูเองที่จะจัดกิจกรรมเพื่อให้บรรลุพฤติกรรมขั้นสูงเพียงใดก็ได้ หากครูมีเทคนิคการเลือกสื่อและวิธีการที่เหมาะสมกับเนื้อหา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2539, หน้า 28-30)

2. องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นตัวบ่งชี้ความสำเร็จ หรือความล้มเหลวในการเรียนของนักเรียน นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้ทำการศึกษ่องค์ประกอบต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้จากการศึกษาไปเสนอเป็นแนวทางในการปรับปรุง ป้องกันปัญหาที่กระทบต่อการเรียน และพัฒนาศักยภาพของนักเรียนที่มีอยู่ให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงที่สุด ทั้งภาคทฤษฎีและภาคปฏิบัติ ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น

วิมลพงษ์ ปาลิต (2541, หน้า 48) รวบรวมองค์ประกอบต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ไว้ดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวนักเรียน ได้แก่
 - 1.1 การเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพ ข้อบกพร่องทางกาย
 - 1.2 สติปัญญาของนักเรียน
 - 1.3 เจตคติต่อโรงเรียน ครู และวิชาที่เรียน
 - 1.4 วุฒิภาวะ แรงจูงใจ หรือมโนคติแห่งตน
 - 1.5 นิสัยในการเรียน หรือวิธีการเรียน
 - 1.6 คุณลักษณะของนักเรียน
 - 1.7 พฤติกรรมของนักเรียน การปรับตัว
 - 1.8 ความสามารถ ความรู้ ความคิดของนักเรียน
 - 1.9 เวลาที่นักเรียนใช้ในโรงเรียนและนอกโรงเรียน
2. องค์ประกอบเกี่ยวโรงเรียน ได้แก่
 - 2.1 ลักษณะของโรงเรียนและชุมชน
 - 2.2 หลักสูตร
 - 2.3 สภาพการณ์ภายในโรงเรียน

3. องค์ประกอบเกี่ยวครู ได้แก่
 - 3.1 คุณลักษณะของครู
 - 3.2 พฤติกรรมของครู
 - 3.3 คุณภาพการสอนของครู
4. สภาพแวดล้อม ได้แก่
 - 4.1 ความสัมพันธ์กับสมาชิกในครอบครัว
 - 4.2 ความสัมพันธ์กับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งในโรงเรียนและนอกโรงเรียน
 - 4.3 วัฒนธรรมและสังคม
 - 4.4 สภาพสังคมในห้องเรียน

กาญจนา สุวรรณบุรุษ (2543, หน้า 113-120) สรุปปัจจัยที่จำแนกผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของโรงเรียนประถมศึกษาดังนี้

1. ด้านการจัดบรรยากาศและสภาพแวดล้อมในโรงเรียน ได้แก่
 - 1.1 สภาพแวดล้อมทางกายภาพ
 - 1.2 สภาพแวดล้อมทางวิชาการ
 - 1.3 สภาพแวดล้อมทางการบริหารการจัดการ
2. ด้านพฤติกรรมการสอน ได้แก่
 - 2.1 ด้านการเตรียมการสอน
 - 2.2 ด้านการสอนมี 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป
 - 2.3 ด้านบรรยากาศการจัดการเรียนการสอน
 - 2.4 ด้านการวัดและประเมินผล
 - 2.5 ด้านปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน
3. ด้านบริหารงานวิชาการ ได้แก่
 - 3.1 งานด้านหลักสูตร
 - 3.2 งานด้านการจัดการเรียนการสอน
 - 3.3 งานด้านสื่อการเรียนการสอน
 - 3.4 งานด้านวัดและประเมินผล
 - 3.5 งานด้านห้องสมุด
 - 3.6 งานด้านนิเทศการสอน
 - 3.7 งานด้านการประชุมอบรมทางวิชาการ

แมดดอกซ์ (Maddox, 1965, p.9) กล่าวว่า "...ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางสติปัญญาและความสามารถทางสมองร้อยละ 50 - 60 ความพยายามและวิธีการเรียนที่มีประสิทธิภาพร้อยละ 30 - 40 และขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อมร้อยละ 10-15"

คลอสไมเออร์ (Klausmier, 1985, p.179-196) กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดังนี้

1. คุณลักษณะของผู้เรียน ได้แก่ ความพร้อมทางสมองและความพร้อมทางสติปัญญา ความพร้อมทางด้านร่างกายและความสามารถทางด้านทักษะทางร่างกาย คุณลักษณะทางจิตใจ ซึ่งได้แก่ ความสนใจ แรงจูงใจ เจตคติและค่านิยม สุขภาพ ความเข้าใจเกี่ยวกับตนเอง ความเข้าใจในสถานการณ์ อายุ เพศ

2. คุณลักษณะของผู้สอน ได้แก่ สติปัญญา ความรู้ในวิชาที่สอน การพัฒนาความรู้ ทักษะทางร่างกาย คุณลักษณะทางจิตใจ สุขภาพ ความเข้าใจเกี่ยวกับตนเอง ความเข้าใจในสถานการณ์ อายุ เพศ

3. พฤติกรรมระหว่างผู้สอนและผู้เรียน ได้แก่ ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน จะต้องมีความเป็นมิตรต่อกัน เข้าอกเข้าใจกัน มีความสัมพันธ์กันดี มีความรู้สึกที่ดีต่อกัน

4. คุณลักษณะของกลุ่มผู้เรียน ได้แก่ โครงสร้างของกลุ่ม ตลอดจนความสัมพันธ์ของกลุ่ม เจตคติ ความสามัคคี และภาวะผู้นำและผู้ตามที่ดีของกลุ่ม

5. คุณลักษณะของพฤติกรรมเฉพาะตัว ได้แก่ การตอบสนองต่อการเรียน การมีเครื่องมือและอุปกรณ์พร้อมในการเรียน ความสนใจต่อบทเรียน

6. แรงผลักดันภายนอก ได้แก่ บ้าน มีความสัมพันธ์ระหว่างคนในบ้านดี สิ่งแวดล้อมดี มีวัฒนธรรมและคุณธรรมพื้นฐานดี เช่น ขยันหมั่นเพียร ความประพฤติดี

จากที่กล่าวมาทั้งหมดสรุปได้ว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์นั้นประกอบด้วย คุณลักษณะของตัวผู้เรียน ซึ่งได้แก่ พฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด รวมทั้งลักษณะนิสัยทางจิตพิสัยของนักเรียน คุณภาพการสอนของครูและสภาพแวดล้อมต่างๆ ซึ่งคุณลักษณะของตัวผู้เรียนมีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมากที่สุด รองลงมาคือ คุณภาพการสอนของครูและปัจจัยอื่นๆ ตามลำดับ

3. การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้ตามช่วงชั้นและคุณภาพของผู้เรียนที่กำหนดไว้ในหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน ตลอดจนสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของสถานศึกษา เป็นเป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนที่มีแนวทางดำเนินงานตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยมีการวัดผลประเมินผลเป็นการตรวจสอบคุณภาพของผู้เรียนด้วยวิธีที่หลากหลาย ซึ่งอาจ เน้นการวัดความรู้ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ ที่ครอบคลุมเจตคติทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้ข้อมูลอย่างเพียงพอและตรงตามความเป็นจริง แล้ว จึงประเมินผลข้อมูลที่ได้เพื่อสรุปผลงานที่ปฏิบัติตามสภาพจริงตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546, หน้า 28) ให้เป็นผลสัมฤทธิ์

ทางการเรียน ดังนั้นการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจึงเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง ที่จะเป็นตัวชี้ให้ผู้สอนทราบว่านักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่ภายหลังจากการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

การวัดผลประเมินผลคุณภาพของผู้เรียนสามารถทำได้หลายวิธีดังที่กล่าวไว้ข้างต้นนั้น มีวิธีหนึ่งที่ผู้สอนนิยมใช้ นั่นคือการใช้แบบทดสอบ

อนาสตาซี (Anastasi, 1969, p.386) และ นันแนลลี (Nunnally, 1959, p.266) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในลักษณะเดียวกันว่าเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความสำเร็จในการทำกิจกรรมหรือการเรียนรู้บางอย่างที่มีผลมาจากการอบรมสั่งสอนหรือการฝึกฝนโดยเฉพาะ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความสำเร็จในการเรียน มี 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบที่เป็นมาตรฐาน (standardized tests) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นด้วยกระบวนการหรือวิธีการที่ซับซ้อนมากกว่าที่ครูสร้างขึ้นเอง มีการนำไปทดสอบและนำผลมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติหลายครั้ง เพื่อปรับปรุงคุณภาพให้ดีขึ้น มีความเป็นมาตรฐาน ซึ่งสามารถให้เป็นหลักสำหรับวัดและเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของการเรียนการสอน เพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2. แบบทดสอบของครู หมายถึง ข้อสอบ ข้อปัญหา หรือโจทย์คำถามต่างๆ ที่ครูสร้างขึ้นเอง (teacher-made tests) และสามารถพลิกแพลงให้เหมาะสมกับสถานการณ์ต่างๆ ได้ตามความต้องการ ไม่ได้ผ่านการทดลองให้มาก่อนจึงไม่สามารถยืนยันค่าสถิติต่างๆ ได้อาจใช้เป็นเครื่องกระตุ้นให้นักเรียนสนใจในการเรียน ใช้เป็นเครื่องมือวัดความรู้พื้นฐานเดิมหรือวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นต้น (วิมล พงษ์पालิต, 2541, หน้า 50-51) แบบทดสอบที่ผู้สอนเป็นผู้สร้างเพื่อใช้วัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ส่วนใหญ่เป็นการสร้างขึ้นใช้กับผู้เรียนเฉพาะกลุ่มเพื่อประเมินความรู้ ข้อเท็จจริงที่ได้จากการเรียนรู้และความคิดรวบยอดแต่ละเรื่อง ผลที่ได้จากการประเมินจะนำไปใช้เป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอน การเลือกรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และใช้ผลการประเมินเพื่อการให้คำระดับคะแนนผู้เรียนแต่ละคนด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546, หน้า 28) การสร้างแบบทดสอบที่มีคุณภาพ และเป็นไปตามคุณลักษณะที่ต้องการจะต้องบันทึกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบข้อนั้น และจะต้องสร้างแบบทดสอบตามข้อมูลที่กำหนดไว้

เจตคติต่อคณิตศาสตร์

เป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนที่ระบุไว้ในหลักสูตร สิ่งสำคัญประการหนึ่งที่ครูผู้สอนจะต้องสอนให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน คือ เจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ดังที่ รุ่งเรือง สมร (2547, หน้า 68) กล่าวไว้ว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ นั่นคือ ถ้านักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนสนใจ ตั้งใจเรียน มีความรู้สึกที่ดี สามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้ดี และส่งผลถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดี แต่ถ้านักเรียนขาดความสนใจ ไม่ตั้งใจเรียน และกลัวในความยากของวิชา จะส่งผลให้การเรียนการสอนไม่ประสบผลสำเร็จ ดังนั้นครูผู้สอนจะต้องมีความสามารถในการโน้มน้าวหรือสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนเปลี่ยนเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ให้ลดน้อยลงและทำให้เกิดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นด้วย

1. ความหมายของเจตคติต่อคณิตศาสตร์

เจตคติเป็นคำที่มีความหมายเช่นเดียวกับคำว่า ทศนคติ ที่อยู่ในหนังสือจิตวิทยาสมัยใหม่ซึ่งปัจจุบันคณะกรรมการบัญญัติศัพท์ทางการศึกษาเห็นว่าควรใช้คำว่าเจตคติแทน ตรงกับภาษาอังกฤษว่า attitude หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดที่บุคคลมีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อาจออกมาในรูปของการยอมรับ (ชอบ) หรือปฏิเสธ (ไม่ชอบ) ก็ได้ (รุ่งเรือง สมร, 2547, หน้า 61) และสามารถสรุปลักษณะเจตคติได้ดังนี้ (วิมล พงษ์पालิต, 2541, หน้า 52)

1. เจตคติเชิงนิมมาน เป็นการแสดงออกในลักษณะความพึงพอใจ เห็นด้วย สนับสนุน ปฏิบัติตามด้วยความเต็มใจ
2. เจตคติเชิงนิเสธ เป็นการแสดงออกในลักษณะตรงกันข้ามกับเจตคติเชิงนิมมาน เช่น ไม่พึงพอใจ ไม่เห็นด้วย ไม่ยินดี ไม่ร่วมมือ ไม่ทำตาม
3. เจตคติเป็นกลาง เป็นการแสดงออกในลักษณะที่ไม่เป็นทั้งเจตคติเชิงนิมมาน และเชิงนิเสธแต่อยู่ระหว่างกลางๆ ไม่เข้าข้างใดข้างหนึ่ง เช่น รู้สึกเฉยๆ คือไม่ถึงกับชอบหรือเกลียด เป็นต้น

ดังนั้นเจตคติต่อคณิตศาสตร์จึงเป็นความรู้สึกของบุคคลที่จะตอบสนองต่อวิชาคณิตศาสตร์ในด้านความพอใจหรือไม่พอใจ ความชอบหรือไม่ชอบ รวมทั้งการตระหนักในคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546, หน้า 168) ทั้งนี้การเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับปัจจัยดังต่อไปนี้

1. ความสอดคล้อง ภาวะที่กลมกลืนสอดคล้องกัน ไม่มีความกดดันด้านใดด้านหนึ่ง จะทำให้เจตคติในสิ่งนั้นเป็นไปอย่างต่อเนื่อง แต่ถ้าไม่มีความสอดคล้องกันหรือมีแรงกดดัน ผู้เรียนอาจปรับเปลี่ยนหลักหนึ่จากสิ่งนั้นหรืออาจหาเหตุผลมาสนับสนุนความรู้สึกของตนเองได้
2. การเสริมแรง การเสริมแรงและการยกย่องชมเชยในรูปแบบที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ จะทำให้ผู้เรียนยอมรับข้อมูลข่าวสาร ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนเจตคติตามสิ่งล่อใจ
3. การตัดสินใจทางสังคม การอยู่ในกลุ่มคนที่มีเจตคติแบบใดแบบหนึ่งจะทำให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนเจตคติตามกลุ่มที่ตนสัมพันธ์อยู่ได้

2. องค์ประกอบของเจตคติ

แมคไกร์ (McGuire, 1969, p.155-156) ได้อธิบายถึงองค์ประกอบของเจตคติไว้

3 ส่วน คือ

1. องค์ประกอบด้านความรู้ เป็นองค์ประกอบด้านความรู้ ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเรานั้นๆ เพื่อเป็นเหตุผลในการที่จะสรุปรวมเป็นความเชื่อ หรือช่วยในการประเมินสิ่งเรานั้นๆ
2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก เป็นองค์ประกอบด้านความรู้สึกหรืออารมณ์ของบุคคลที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งเร้า อันเป็นผลเนื่องมาจากการที่บุคคลได้ประเมินสิ่งเรานั้นว่า พอใจ - ไม่พอใจ ต้องการ - ไม่ต้องการ ดี - เลว
3. องค์ประกอบด้านการกระทำ เป็นองค์ประกอบด้านความพร้อมหรือความโน้มเอียงที่บุคคลจะประพฤติปฏิบัติ หรือตอบสนองต่อสิ่งเรานั้นๆ ในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง เช่น สนับสนุน หรือคัดค้าน การตอบสนองจะเป็นไปในทิศทางใด ขึ้นอยู่กับความเชื่อหรือความรู้สึกของบุคคล

3. วิธีส่งเสริมให้เกิดเจตคติต่อคณิตศาสตร์

เจตคติเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อองค์ประกอบทั้ง 3 ส่วน คือ ความรู้ ความรู้สึก และการกระทำมีความสัมพันธ์กัน ครูผู้สอนจึงเป็นบุคคลสำคัญในการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนการสอน วิธีการส่งเสริมสามารถทำได้ดังนี้ (อาภรณ์ ใจเที่ยง, 2537, หน้า 64-65)

1. ให้ข้อเท็จจริงที่ถูกต้องแก่ผู้เรียน โดยวิธีการอธิบายหรือจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนนำไปพิจารณาไตร่ตรอง จนเกิดการยอมรับเจตคตินั้น
2. ชักจูงให้ผู้เรียนเกิดการยอมรับโดยการให้คำแนะนำ บอกเล่า หรือให้ความรู้เพิ่มเติมจากผู้เรียนเคยรู้มา อาจให้ชมภาพยนตร์หรือฟังปาฐกถา เมื่อเห็นประโยชน์และความสำคัญก็จะยอมรับเจตคตินั้น
3. จัดกิจกรรมที่เร้าใจให้เกิดการยอมรับ เช่น การให้ชมภาพยนตร์ ดูละครหรือรูปภาพ
4. ให้เข้าร่วมกิจกรรมเพื่อให้เกิดประสบการณ์ตรง ผู้เรียนได้พบ ได้สัมผัสด้วยตนเองย่อมเปลี่ยนเจตคติ หรือยอมรับเจตคติใหม่ได้
5. สร้างความประทับใจให้แก่ผู้เรียน
6. การอ่านหนังสือประกอบจะช่วยเปลี่ยนเจตคติได้บ้าง เพราะผู้อ่านมักจะนำตนเองเข้าไปสวมบทบาทตัวเอกในเรื่อง ทำให้คล้อยตามแนวความคิดต่างๆ ถ้าผู้สอนจัดหนังสือที่ดีให้อ่านผู้เรียนย่อมได้เจตคติที่ต้องการ
7. จัดสิ่งแวดล้อมและสถานการณ์ใหม่

นอกจากนี้สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2540, หน้า 191) ได้กล่าวถึงคุณลักษณะของครูที่จะสร้างเจตคติต่อคณิตศาสตร์ให้เกิดในตัวนักเรียน ดังนี้

1. เตรียมการสอน โดยให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม และสอนเน้นกระบวนการ

2. สอนแล้วสนุก โดยใช้เพลง เกม หรือทายปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. มีกิจกรรมที่แปลกๆ ใหม่

4. มีสื่อที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ทั้งรายกลุ่มและรายบุคคล

5. เป็นคนมีเหตุผล

6. มีความขยัน อดทนและมีความรับผิดชอบ

7. มีความรักและชอบคณิตศาสตร์

8. เป็นคนที่มีอารมณ์ดี ยิ้มแย้มแจ่มใส ไม่เครียด มีอารมณ์ขัน

9. สนใจ เอาใจใส่นักเรียนอย่างทั่วถึง

10. มีความอ่อนโยน ให้ความเป็นกันเองกับเด็ก พุดจาไพเราะอ่อนหวาน

11. เข้าใจจิตใจนักเรียน

12. ยกย่องชมเชย ให้กำลังใจนักเรียน

13. จัดบรรยากาศในห้องเรียนให้เหมาะสม

14. มีความพอใจในการปฏิบัติงาน

สรุปได้ว่าการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อผู้สอน ต่อวิชาที่เรียนนั้น บุคลิกภาพและวิธีสอนของผู้สอนเป็นส่วนสำคัญ กล่าวคือ ผู้สอนต้องมีบุคลิกภาพเหมาะสมกับความเป็นครู ทำให้ผู้เรียนเกิดความเคารพศรัทธา และยินดีเต็มใจที่จะปฏิบัติตามคำแนะนำของผู้สอน ส่วนวิธีการสอนที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในบทเรียนได้อย่างกระจ่างแจ้ง ให้ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติจริงให้ได้คิด ได้ทดลอง ได้แสดงออก สิ่งเหล่านี้มีส่วนส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดเจตคติที่ดีได้เช่นกัน

4. การวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์

การวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์จะช่วยให้ได้ข้อมูลที่น่าไปใช้ เพื่อการประเมินหลักสูตร รูปแบบการจัดการเรียนรู้ กระบวนการสอนของผู้สอน ความยากง่ายหรือความสลับซับซ้อนของเนื้อหาสาระ การจัดลำดับของเนื้อหา ตลอดจนวิธีการวัดผลประเมินผล (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546, หน้า 169)

ประวิทย์ อ้อยเชียรชัย (2544, หน้า 52-53) รวบรวมแนวคิดเกี่ยวกับการศึกษา เพื่อสร้างเครื่องมือวัดเจตคติว่า การจะสร้างเครื่องมือวัดเจตคตินั้นจำเป็นต้องศึกษาถึงลักษณะของเจตคติ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. เนื้อหาหรือสิ่งเร้าเป็นสิ่งจำเป็นอันดับแรกสำหรับการวัดเจตคติ สิ่งเร้าจะเป็นตัวกระตุ้นให้บุคคลแสดงกิริยาท่าทีออกมา ซึ่งสิ่งเร้านี้จะต้องมีการกำหนดให้แน่นอนและเป็นตัวแทนของเจตคติที่ต้องการวัดด้วย

2. ทิศทางของเจตคติ แสดงออกได้ 2 ทิศทาง คือ

2.1 เจตคติทางบวก เป็นความโน้มเอียงของอารมณ์ ซึ่งมีความพึงพอใจ คล้อยตาม ชอบหรือเห็นด้วย ซึ่งจะทำให้บุคคลนั้นแสดงพฤติกรรมออกมาในลักษณะที่ไม่ดีต่อสิ่งนั้นๆ

2.2 เจตคติทางลบ เป็นความโน้มเอียงของอารมณ์ ซึ่งมีความไม่พึงพอใจต่อต้าน เกลียด ไม่คล้อยตาม ซึ่งจะทำให้บุคคลนั้นแสดงพฤติกรรมออกมาในลักษณะที่ไม่ดีต่อสิ่งนั้นๆ

3. ระดับของเจตคติ หมายถึง การที่บุคคลแสดงความรู้สึกต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งในลักษณะผิวเผินหรือลึกซึ้ง ซึ่งเจตคติดระดับผิวเผินนั้นจะมีการเปลี่ยนแปลงได้ง่าย แต่ถ้าเป็นเจตคติดระดับลึกซึ้งจะติดตรึงอยู่ในจิตใจและเปลี่ยนแปลงยาก

4. ความเข้มของเจตคติ หมายถึง ปริมาณของความรู้สึกที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง มากหรือน้อยเพียงใด

การวัดเจตคติเป็นการวัดการแสดงออกของความคิดเห็น ทั้งด้านบวก ด้านลบ หรือความคิดเห็นเป็นกลางของบุคคล ไม่สามารถบอกได้ว่าบุคคลนั้นกระทำได้ดีสอดคล้องกับเจตคติของเขาหรือไม่ ทั้งนี้เพราะการแสดงออกโดยการยอมรับหรือไม่ยอมรับความคิดเห็นของบุคคลนั้นจะหมายความว่าเป็นการทำนายการกระทำของเขาด้วยและเจตคติของบุคคลต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดย่อมมีการเปลี่ยนแปลง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

วิรุฬ โภคาพันธ์ (2538, บทคัดย่อ) ได้ทำวิจัยเรื่องปัจจัยที่ส่งผลสัมฤทธิ์ทางการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดภูเก็ต ผลการวิจัยพบว่า ปัจจัยที่ส่งผลต่อส่งผลสัมฤทธิ์ทางการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวนักเรียน ได้แก่ จำนวนนักเรียนที่ลาพัก ลาป่วย และขาดเรียน จำนวนเงินที่นักเรียนได้รับเป็นค่าใช้จ่ายที่โรงเรียนต่อวัน และการมีนิสัยชอบเรียนคณิตศาสตร์ ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับครูผู้สอน ได้แก่ ความเชื่อมั่นในเนื้อหาที่สอนและจำนวนคาบที่สอนต่อสัปดาห์ ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการสอน ได้แก่ การใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยา และลักษณะของข้อสอบที่ใช้ในการวัดและ

ประเมินผลการเรียนการสอน ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการสนับสนุนการเรียนการสอนจากผู้บริหารโรงเรียน ได้แก่ การอำนวยความสะดวกในการเบิกใช้สื่อ วัสดุ อุปกรณ์ และการติดตามผล การผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้

บุญศรี บุญม (2540, บทคัดย่อ) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยใช้วิธีสอนแบบขั้นตอนของโพลยากับวิธีสอนแบบปกติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 สังกัดประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหา โดยวิธีการสอนแบบใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหามากกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีสอนแบบปกติ

มุกดา งอกเสมอ (2541, บทคัดย่อ) ได้ทำวิจัยเรื่องกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดกาญจนบุรี ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนส่วนใหญ่มีกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ครบทั้ง 4 ขั้นตอน คือ 1) การทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา 2) การวางแผนแก้โจทย์ปัญหา 3) การดำเนินการตามแผน และ 4) การตรวจสอบ นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนสูงส่วนใหญ่มีกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาถูกต้องครบทั้ง 4 ขั้นตอน ส่วนนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนปานกลางและต่ำส่วนใหญ่มีกระบวนการทั้ง 4 ขั้นตอนอย่างไม่ถูกต้อง

2. วิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 1 การทำความเข้าใจโจทย์ นักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการเขียนภาพ การเขียนรายการ การเขียนบอกรายละเอียดตามที่โจทย์กำหนดและการเขียนสมการ ในขั้นตอนที่ 2 การวางแผนแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการเขียนประโยคสัญลักษณ์ การเขียนรายการ การเขียนตาราง การลองผิดลองถูก การเขียนสมการและไม่เขียนแสดงวิธีการในขั้นตอนที่ 3 การดำเนินการตามแผน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการคิดคำนวณ การนับและไม่เขียนแสดงวิธีการ ในขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบนักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการคิดย้อนกลับ การคำนวณใหม่และไม่เขียนแสดงวิธีการ

3. นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนสูงมีความสามารถด้านกระบวนการแก้โจทย์ปัญหามากกว่านักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนปานกลางและต่ำ และนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนปานกลางและต่ำมีความสามารถด้านกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาไม่แตกต่างกัน

วิมล พงษ์पालิต (2541, หน้า 89-94) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหาก็ใช้ขั้นการเรียนการสอนตามแนวขั้นตอนของโพลยากับการสอนตามคู่มือครู พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหาก็ใช้ขั้นการเรียนการสอนตามแนวขั้นตอนของโพลยาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

สุภิญญา พิทักษ์ศักดากร (2541, หน้า 44) ได้ศึกษาการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยาในโรงเรียนปรีณสร้อยแยลส์วิทยาลัย พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนแบบทดสอบจำนวนร้อยละ 76.85 และร้อยละ 73.25 ตามลำดับ และนักเรียนกลุ่มทดลองส่วนใหญ่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยาได้ แต่ยังมีข้อบกพร่องในขั้นตอนการตามแผน มีนักเรียนประมาณร้อยละ 50 ยังไม่สามารถปฏิบัติขั้นตอนนี้ได้ดี เนื่องจากนักเรียนมีความเข้าใจผิดเรื่องสัดส่วน ขั้นตอนการตรวจคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตรวจคำตอบได้สมบูรณ์ตามแบบของโพลยา

จามรี ศิริจันทร์ (2542, หน้า 164-173) ได้พัฒนามโนมติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นประสบการณ์ทางภาษาของนักเรียน ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้ 1.ขั้นนำ เป็นการแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้และ ทบทวนความรู้เดิม 2.ขั้นสอน ประกอบด้วย 1) ขั้นภาษานักเรียน ให้นักเรียนได้สนทนาเกี่ยวกับ สถานการณ์ในชีวิตประจำวันจากประสบการณ์ของผู้เรียนประกอบรูปภาพ หนังสือ นิทาน และ การแสดงบทบาทสมมุติ 2) ขั้นภาษาสื่อการสอน นักเรียนใช้ภาษาไปพร้อมกับการจัดกระทำกับ สื่อรูปธรรมและสื่อกึ่งรูปธรรม 3) ขั้นภาษาคณิตศาสตร์ นักเรียนจะเรียนรู้การใช้ภาษาที่กะทัดรัด ที่เกี่ยวข้องกับมโนมติที่เรียนรู้ และ 4) ขั้นภาษาสัญลักษณ์ นักเรียนจะเรียนรู้การใช้สัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ซึ่งแต่ละขั้นภาษาจะมีช่วงพัฒนา 3 ช่วง คือ ช่วงเสนอหรือให้รูปแบบ ช่วงสร้างหรือขยายแนวคิด และช่วงแลกเปลี่ยนแนวคิด 3.ขั้นสรุป นักเรียนสรุปแนวคิดมโนมติที่ เรียน 4.ขั้นฝึกทักษะ นักเรียนได้ฝึกทักษะการพัฒนามโนมติทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการที่ เรียนและทำแบบฝึกหัด 5.ขั้นวัดผลประเมินผล จะใช้การสังเกตพฤติกรรมการเรียนการสอน การตรวจผลงานกลุ่มและผลงานรายบุคคล ตลอดจนการพูดคุยซักถาม พบว่ารูปแบบการสอนที่ พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 88.99 และมีคะแนน ความสามารถในการพัฒนามโนมติทางคณิตศาสตร์ เฉลี่ยร้อยละ 85.36 สอดคล้องกับ วัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ คือ ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70

สุภัญญา เทียนพิทักษ์กุล (2543, หน้า 75-77) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้หนังสือเล่มเล็กเชิงวรรณกรรม พบว่านักเรียนที่ เรียนโดยใช้หนังสือเล่มเล็กเชิงวรรณกรรม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อการเรียน และ ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

สมปอง พรหมพิน (2543, หน้า ช-ค) ได้พัฒนาความสามารถทางการเรียนการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นการใช้ประสบการณ์ภาษาและการร่วมมือกันเรียนรู้ ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้รูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นประสบการณ์

ทางภาษาและการร่วมมือกันเรียนรู้ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1. ขั้นนำ เป็นการแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้และทบทวนความรู้เดิม 2. ขั้นสอน ประกอบด้วย 1) ขั้นภาษานักเรียน ให้นักเรียนได้สนทนาเกี่ยวกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันจากประสบการณ์ของผู้เรียนประกอบรูปภาพ หนังสือ นิทาน และจากการแสดงบทบาทสมมติ 2) ขั้นภาษาสื่อการสอน เป็นขั้นที่ให้นักเรียนจัดสื่อรูปธรรมและสื่อกึ่งรูปธรรมประกอบสถานการณ์ปัญหา และพูดบรรยายไปพร้อมกับการจัดสื่อ 3) ขั้นภาษาคณิตศาสตร์ นักเรียนรู้จักกับภาษาที่กะทัดรัดแทนสถานการณ์ปัญหา 4) ขั้นภาษาสัญลักษณ์ เป็นขั้นที่นักเรียนได้ใช้สัญลักษณ์แทนสถานการณ์ปัญหา ในแต่ละขั้นภาษาทั้ง 4 ขั้น ประกอบด้วยช่วงพัฒนาการ 3 ช่วง คือ ช่วงเสนอหรือให้รูปแบบ ช่วงสร้างหรือขยายแนวคิด และช่วงแลกเปลี่ยนแนวคิด 5) ขั้นศึกษากลุ่มย่อยนักเรียนจะศึกษาจากบัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม และบัตรเฉลย 3. ขั้นสรุป นักเรียนสรุปแนวคิดใหม่ที่เรียน 4. ขั้นวัดผล นักเรียนจะทำแบบฝึกปฏิบัติในเวลาเรียนปกติ และปรากฏว่ารูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 79.17 และมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาเฉลี่ยร้อยละ 78.75 สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้

นิลกุล เครื่องจันทร์ (2545, บทคัดย่อ) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างวิธีสอนแบบซิปปาโมเดลกับวิธีสอนตามคู่มือครู พบว่า นักเรียนที่สอนแบบซิปปาโมเดล มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

ปราณี จงศรี (2545, บทคัดย่อ) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สอนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือกัน วิธีสอนแบบมิชซูรี และวิธีสอนตามคู่มือครู พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สอนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือกัน วิธีสอนแบบมิชซูรีและวิธีสอนตามคู่มือครู แตกต่างกัน โดยวิธีสอนแบบร่วมมือกันทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สูงที่สุด

จัญญ์ กองศรีกุลติลก (2546, บทคัดย่อ) ได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์โดยใช้แบบฝึกกิจกรรม การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ที่เน้นการวางแผนการแก้ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สามารถหาคำตอบได้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่า ก่อนการทดลอง และความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์หลังการทดลองของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุม

ทรรคนัย โกวิทยากร (2546, หน้า 89) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาเชิง ตรรกของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จากการใช้รูปแบบการสอนของ โพลยา พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงตรรกของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษหลัง ใช้รูปแบบการสอนของโพลยาสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่มี

ความสามารถพิเศษมีความเห็นด้วยอย่างมากต่อการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงตรรก จากการใช้รูปแบบการสอนของโพลยาทั้งในด้านรูปแบบการสอนของโพลยา การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงตรรก กิจกรรมการเรียนการสอนและประโยชน์ที่ได้รับ

อรพินท์ สุวรรณผล (2546, บทคัดย่อ) ได้สร้างชุดฝึกเสริมทักษะทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาทฤษฎีสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ชุดฝึกที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 80/80 นักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดฝึกมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนแบบปกติ

จิตติยา อินทุยศ (2547, หน้า 60-62) ได้พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แผนการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยาพบว่าแผนการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยาที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพเท่ากับ 81.93 / 92.65 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 80 / 80 และนักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. งานวิจัยต่างประเทศ

ฟรานซิส (Francise, 1971, p.1333 A) ได้ทำการศึกษาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 ในโรงเรียนประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับปานกลางและระดับสูงมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนเกรด 4 มีเจตคติในเรื่องความรู้สึกส่วนตัวต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนเกรด 6 และนักเรียนเกรด 6 มีเจตคติในเรื่องความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนเกรด 4 ส่วนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงไม่แตกต่างกัน

บราวน์ และโฮลซ์แมน (Brown, & Holtzman, 1976, abstract) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า

1. เจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์อย่างมีนัยทางสถิติ
2. นักเรียนที่มีสติปัญญาเท่าเทียมกันแต่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน เพราะมีเจตคติและแรงจูงใจในการเรียนแตกต่างกัน
3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่มีเจตคติไปในทางลบจะได้คะแนนต่ำกว่าที่คาดไว้ และนักเรียนที่มีเจตคติไปในทางบวกสามารถทำคะแนนเฉลี่ยเหนือกว่าระดับคะแนนที่คาดไว้

นุซุม (Nuzum, 1983, abstract) ได้สอนการแก้โจทย์ปัญหากับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการแก้โจทย์ปัญหาต่ำ 4 ราย ซึ่งผู้เรียนจะผ่านเกณฑ์การคำนวณแต่ไม่ผ่าน

เกณฑ์การแก้โจทย์ปัญหา เมื่อสอนตามวิธีสอนและขั้นตอนที่พัฒนาขึ้น ในเรื่องโจทย์ปัญหา การบวก การลบเป็นโจทย์ปัญหาขั้นตอนเดียว สองขั้นตอน หรือโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลมากเกินไป ความจำเป็น เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ผลปรากฏว่านักเรียนมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงขึ้น และรู้วิธีการที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา แต่มีความแตกต่างด้านวิธีทำ

บูล (Bull, 1994, p.2497A) ได้ทำการสำรวจผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 ซึ่งได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาด้วยกระบวนการ 4 ขั้นตอน พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแก้ปัญหадด้วยกระบวนการ 4 ขั้นตอน มีผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีปกติ

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับเจตคติต่อคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กัน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางและสูงจะมีเจตคติต่อคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ซึ่งแสดงว่าถ้านักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ย่อมส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น นอกจากนี้ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ในทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อได้รับการสอนโดยใช้วิธีสอนแก้ปัญหาแบบต่างๆ จะเกิดกระบวนการเรียนรู้ที่มีระบบ มีเหตุผลทำให้เด็กมีความเข้าใจและกล้าตัดสินใจ และจากผลการวิจัยเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีสอนแบบต่างๆ ทำให้ผู้วิจัยสนใจการวิจัยสอนแบบแก้ปัญหา 2 วิธี คือ วิธีสอนแบบแก้ปัญหาของโพลยาที่มี 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการได้เห็นความสำคัญและนำเสนอไว้ เพื่อให้ครูใช้สร้างพื้นฐานการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาและฝึกทักษะในการแก้ปัญหา โดยวิธีสอนนี้สามารถใช้ได้ทุกระดับชั้น และวิธีสอนแบบแก้ปัญหาที่เน้นประสบการณ์ทางภาษาเป็นวิธีสอนที่ส่งเสริมการใช้หรือการแสดงออกทางภาษาของนักเรียน ซึ่งจะขยายผลไปสู่การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดและพัฒนาความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียนรู้ มีขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ภาษาของนักเรียน ขั้นที่ 2 ภาษาสื่อการสอน ขั้นที่ 3 ภาษาคณิตศาสตร์ และขั้นที่ 4 ภาษาสัญลักษณ์ โดยแต่ละขั้นตอนประกอบด้วย 3 ช่วง คือ ช่วงเสนอแนวคิดหรือรูปแบบ ช่วงสร้างหรือขยายแนวคิด และช่วงแลกเปลี่ยนแนวคิด วิธีการสอนทั้ง 2 วิธีต่างมีประสิทธิภาพเช่นเดียวกันเพราะสามารถพัฒนาการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ แต่จากการศึกษาพบว่าวิธีสอนทั้งสองวิธีมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงอยากทราบว่าวิธีสอนใดจะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 มีการพัฒนาที่ดีกว่า จึงเป็นเหตุให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบแก้ปัญหาของโพลยากับวิธีสอนแบบแก้ปัญหาที่เน้นประสบการณ์ทางภาษา