

ภาคผนวก จ

ตัวอย่างการคำนวณพารามิเตอร์กลศาสตร์การแตกหัก

พารามิเตอร์กลศาสตร์การแตกหักที่ถูกคำนวณในงานวิจัยนี้มีสามกลุ่มคือ

1. กลศาสตร์การแตกหักแบบยืดหยุ่นเชิงเส้นคือ ค่าพิสัยตัวประกอบความเข้มข้นของความเค้น และค่าตัวประกอบความเข้มข้นของความเค้นสูงสุด
2. กลศาสตร์การแตกหักแบบบิลาสติก-พลาสติก คือ ค่าพิสัยอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียด
3. กลศาสตร์การแตกหักแบบขึ้นกับเวลา คือ ค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงกำลัง

1. กลศาสตร์การแตกหักแบบยืดหยุ่นเชิงเส้น

ค่าพิสัยตัวประกอบความเข้มข้นของความเค้น คือค่าที่บ่งบอกถึงความรุนแรงของความเค้นที่ปลายรอยร้าว ใช้ในการพิจารณารอยร้าวที่อยู่ในกรณีกลศาสตร์การแตกหักแบบยืดหยุ่นเชิงเส้น เป็นผลต่างระหว่างค่าตัวประกอบความเข้มข้นของความเค้นสูงสุดและต่ำสุด การคำนวณค่าพิสัยตัวประกอบความเข้มข้นของความเค้น และค่าตัวประกอบความเข้มข้นของความเค้นสูงสุด มีดังนี้ โดยทำการคำนวณค่าพิสัยตัวประกอบความเข้มข้นของความเค้นให้ดูเป็นตัวอย่างกรณีที่ 1-3 ในตารางที่ จ 1 ส่วนค่าตัวประกอบความเข้มข้นของความเค้นสูงสุด คำนวณเช่นเดียวกันกับค่าพิสัยตัวประกอบความเข้มข้นของความเค้น แต่เปลี่ยนค่าพิสัยของแรงเป็นค่าแรงสูงสุดแทน

ตารางที่ จ 1

การคำนวณพารามิเตอร์กลศาสตร์การแตกหักแต่ละกรณี

กรณีที่	R	ΔK	ΔJ	C^*
1	0.1	x	x	x
2	0.4	x	x	x
3	0.7	x	x	x
4	1.0	-	-	x

การคำนวณค่าพิสัยความเข้มข้นตัวประกอบของความเค้น (ΔK)

กรณีที่ 1 $R = 0.1$

$da/dN = 7 \times 10^{-8}$ m/cycle, $a = 22.05$ mm, $B = 10$ mm, $W = 57$ mm, $\alpha = 0.3868$, $P_{max} = 0.15$ kN

$$\begin{aligned}
 \Delta K &= \frac{\Delta P(2 + \alpha)}{B\sqrt{W}(1 - \alpha)^{3/2}} (0.886 + 4.64\alpha - 13.32\alpha^2 + 14.72\alpha^3 - 5.6\alpha^4) \\
 &= \frac{(1 - 0.1)(0.15 \times 10^3 \text{ N})(2 + 0.3868)}{0.01\text{m}\sqrt{0.057\text{m}}(1 - 0.3868)^{3/2}} \times \\
 &\quad (0.886 + 4.64(0.3868) - 13.32(0.3868)^2 + 14.72(0.3868)^3 - 5.6(0.3868)^4) \\
 &= \frac{(135\text{N})(2.3868)}{2.387 \times 10^{-3} \text{ m}^{3/2} (0.4802)} (0.886 + 1.7948 - 1.9929 + 0.8519 - 0.1254) \\
 &= \frac{322.218}{2.387 \times 10^{-3}} \frac{\text{Nm}^{1/2}}{\text{m}^2} (1.4144) \\
 &= 397.6 \times 10^3 \text{ Pa}\sqrt{\text{m}} \\
 &= 0.3976 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}
 \end{aligned}$$

กรณี 2 $R = 0.4$

$da/dN = 2.15 \times 10^{-8}$ m/cycle, $a = 24.68$ mm, $B = 10$ mm, $W = 57$ mm, $\alpha = 0.433$, $P_{max} = 0.126$ kN

$$\begin{aligned}
 \Delta K &= \frac{\Delta P(2 + \alpha)}{B\sqrt{W}(1 - \alpha)^{3/2}} (0.886 + 4.64\alpha - 13.32\alpha^2 + 14.72\alpha^3 - 5.6\alpha^4) \\
 &= \frac{(1 - 0.4)(0.126 \times 10^3 \text{ N})(2 + 0.433)}{0.01\text{m}\sqrt{0.057\text{m}}(1 - 0.433)^{3/2}} \times \\
 &\quad (0.886 + 4.64(0.433) - 13.32(0.433)^2 + 14.72(0.433)^3 - 5.6(0.433)^4) \\
 &= \frac{(75.6\text{N})(2.433)}{2.387 \times 10^{-3} \text{ m}^{3/2} (0.4269)} (0.886 + 2.00912 - 2.4974 + 1.195 - 0.1969) \\
 &= \frac{183.9348}{1.019 \times 10^{-3}} \frac{\text{Nm}^{1/2}}{\text{m}^2} (1.3958) \\
 &= 251.9 \times 10^3 \text{ Pa}\sqrt{\text{m}} \\
 &= 0.2519 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}
 \end{aligned}$$

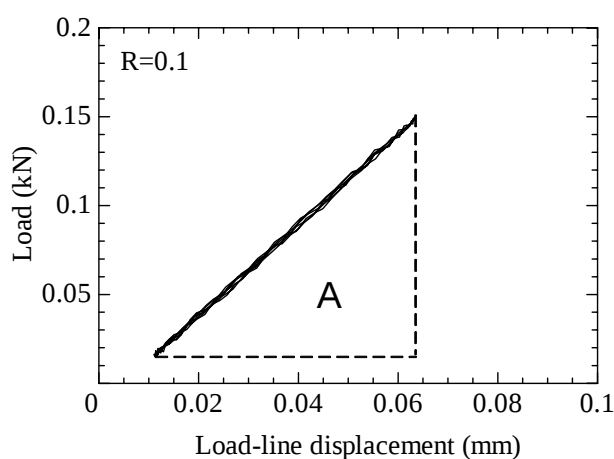
กรณี 3 $R = 0.7$

$da/dN = 4 \times 10^{-9}$ m/cycle, $a = 23.305$ mm, $B = 10$ mm, $W = 57$ mm, $\alpha = 0.4089$, $P_{max} = 0.27$ kN

$$\begin{aligned}
 \Delta K &= \frac{\Delta P(2 + \alpha)}{B\sqrt{W}(1 - \alpha)^{3/2}} (0.886 + 4.64\alpha - 13.32\alpha^2 + 14.72\alpha^3 - 5.6\alpha^4) \\
 &= \frac{(1 - 0.7)(0.27 \times 10^3 \text{ N})(2 + 0.4089)}{0.01\text{m}\sqrt{0.057\text{m}}(1 - 0.4089)^{3/2}} \times \\
 &\quad (0.886 + 4.64(0.4089) - 13.32(0.4089)^2 + 14.72(0.4089)^3 - 5.6(0.4089)^4) \\
 &= \frac{(81\text{N})(2.4089)}{2.387 \times 10^{-3} \text{ m}^{3/2} (0.4545)} (0.886 + 1.8973 - 2.2271 + 1.0064 - 0.1566) \\
 &= \frac{195.1209}{1.085 \times 10^{-3}} \frac{\text{Nm}^{1/2}}{\text{m}^2} (1.406) \\
 &= 252.8 \times 10^3 \text{ Pa}\sqrt{\text{m}} \\
 &= 0.2528 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}
 \end{aligned}$$

2. กลศาสตร์การแตกหักแบบอิลาสติก-พลาสติก

ค่าพิสัยอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียดคืออัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานต่อพื้นที่หน้าตัดที่ทำให้รอยร้าวขยายตัว โดยพิจารณาที่ปลายของรอยร้าวด้วยกลศาสตร์การแตกหักแบบอิลาสติกพลาสติก หาได้จากผลต่างของอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียดสูงสุดและต่ำสุด การคำนวณค่าพิสัยอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียด มีดังนี้ โดยจะทำการคำนวณค่าพิสัยอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียดให้ดูเป็นตัวอย่างกรณี 1-3 ในตารางที่ จ 1 ซึ่งก่อนจะคำนวณค่าพิสัยอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียดแต่ละครั้งจะต้องทำการหาพื้นที่ระหว่างภาวะกับการเปลี่ยนแปลงระยะทางตามแนวแรงดังแสดงใน ภาพที่ จ 1



ภาพที่ จ 1

ความสัมพันธ์ระหว่างภาวะกับการเปลี่ยนแปลงระยะทางตามแนวแรงที่อัตราส่วนความเค้น 0.1

การคำนวณพิสัยอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียด (ΔJ)

กรณีที่ 1 $R = 0.1$

$da/dN = 7 \times 10^{-8}$ m/cycle, $a = 22.05$ mm, $B = 10$ mm, $W = 57$ mm, $P_{max} = 0.15$ kN, $P_{min} = 0.015$ kN, $b = 57 - 22.05 = 34.95$ mm, $a/b = 0.6309$, $\Delta CMOD = 0.159704$ mm,

$$\Delta \delta = 0.159704 \times 0.534 = 0.0853 \text{ mm}$$

$$A = \frac{1}{2} \Delta P \Delta \delta = 0.5(0.15 - 0.015 \text{ kN})(0.0853 \text{ mm}) = 0.00576 \text{ Nm}$$

$$\begin{aligned} \beta &= 2[(a/b)^2 + (a/b) + 0.5]^{1/2} - 2[(a/b) + 0.5] \\ &= 2[(0.6309)^2 + (0.6309) + 0.5]^{1/2} - 2[(0.6309) + 0.5] \\ &= 2[1.5289]^{1/2} - 2[1.1309] \\ &= 2.473 - 2.2618 = 0.2112 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta J &= \frac{2A(1+\beta)}{Bb(1+\beta^2)} \\ &= \frac{2(0.00576 \text{ Nm})}{(0.01 \text{ m})(0.03495 \text{ m})} \frac{(1+0.2112)}{(1+0.2112^2)} \\ &= 32.9614 \frac{\text{Nm}}{\text{m}^2} \times 1.1595 \\ &= 38.2187 \text{ N/m} \end{aligned}$$

$$\text{กรณี 2 } R = 0.4$$

$$da/dN = 2.15 \times 10^{-8} \text{ m/cycle}, a = 24.68 \text{ mm}, B = 10 \text{ mm}, W = 57 \text{ mm}, P_{max} = 0.126 \text{ kN},$$

$$P_{min} = 0.0504 \text{ kN}, b = 57 - 24.68 = 32.32 \text{ mm}, a/b = 0.7636, \Delta CMOD = 0.1079 \text{ mm},$$

$$\Delta \delta = 0.1079 \times 0.534 = 0.0576 \text{ mm}$$

$$A = \frac{1}{2} \Delta P \Delta \delta = 0.5(0.126 - 0.0504 \text{ kN})(0.0576 \text{ mm}) = 0.002177 \text{ Nm}$$

$$\beta = 2[(a/b)^2 + (a/b) + 0.5]^{1/2} - 2[(a/b) + 0.5]$$

$$= 2[(0.7636)^2 + (0.7636) + 0.5]^{1/2} - 2[(0.7636) + 0.5]$$

$$= 2[1.8467]^{1/2} - 2[1.2636]$$

$$= 2.7179 - 2.5272 = 0.1907$$

$$\begin{aligned} \Delta J &= \frac{2A(1+\beta)}{Bb(1+\beta^2)} \\ &= \frac{2(0.002177 \text{ Nm})}{(0.01 \text{ m})(0.03232 \text{ m})} \frac{(1+0.1907)}{(1+0.1907^2)} \end{aligned}$$

$$= 13.4715 \frac{\text{Nm}}{\text{m}^2} \times 1.1489$$

$$= 15.4774 \text{ N/m}$$

กรณี 3 $R = 0.7$

$da/dN = 4 \times 10^{-9}$ m/cycle, $a = 23.305$ mm, $B = 10$ mm, $W = 57$ mm, $P_{max} = 0.27$ kN, $P_{min} = 0.189$ kN, $b = 57 - 23.305 = 33.695$ mm, $a/b = 0.6916$, $\Delta CMOD = 0.0935$ mm,

$$\Delta \delta = 0.0935 \times 0.534 = 0.04993 \text{ mm}$$

$$A = \frac{1}{2} \Delta P \Delta \delta = 0.5(0.27 - 0.189 \text{ kN})(0.04993 \text{ mm}) = 0.002022 \text{ Nm}$$

$$\begin{aligned} \beta &= 2[(a/b)^2 + (a/b) + 0.5]^{1/2} - 2[(a/b) + 0.5] \\ &= 2[(0.6916)^2 + (0.6916) + 0.5]^{1/2} - 2[(0.6916) + 0.5] \\ &= 2[1.6699]^{1/2} - 2[1.1916] \\ &= 2.5845 - 2.3832 = 0.2013 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta J &= \frac{2A(1+\beta)}{Bb(1+\beta^2)} \\ &= \frac{2(0.002022 \text{ Nm})}{(0.01 \text{ m})(0.033695 \text{ m})} \frac{(1+0.2013)}{(1+0.2013^2)} \\ &= 12.0018 \frac{\text{Nm}}{\text{m}^2} \times 1.1545 \\ &= 13.8561 \text{ N/m} \end{aligned}$$

3. กลศาสตร์การแตกหักแบบขึ้นกับเวลา

ค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงกำลัง คืออัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานที่ขับเคลื่อนรอยร้าวต่อพื้นที่และเวลา การคำนวณค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงกำลังมีดังนี้ โดยจะทำการคำนวณค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงกำลังให้ดูเป็นตัวอย่างกรณีที่ 1-4 ในตารางที่ จ 1 โดยกรณีที่เพิ่มขึ้นมาเป็นการคำนวณค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงกำลังของการทดสอบการขยายตัวของรอยร้าวคืบ (CCG) ซึ่งมีวิธีคำนวณแตกต่างกับการขยายตัวของรอยร้าวล้า การขยายตัวของรอยร้าวล้าใช้เลขชี้กำลังการคืบปฐมภูมิ เพราะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วเนื่องจากความถี่สูง การคืบที่เกิดขึ้นเป็นแบบปฐมภูมิ การขยายตัวของรอยร้าวคืบใช้เลขชี้กำลังการคืบทุติยภูมิ เพราะภาวะที่กระทำค้างไว้เป็นเวลานาน จึงเข้าสู่การคืบทุติยภูมิ การหาอัตราการเปลี่ยนแปลงระยะทางตามแนวแรงของการขยายตัวของรอยร้าวล้า ใช้ค่าการเปลี่ยนแปลงระยะทางตามแนวแรงสูงสุด ในแต่ละวงรอบมาคำนวณ เวลาที่ใช้ คำนวณมาจากผลต่างของจำนวนรอบ การหาอัตราการเปลี่ยนแปลงระยะทางตามแนวแรงของการขยายตัวของรอยร้าวคืบจะใช้ค่าการเปลี่ยนแปลงระยะทางตามแนวแรงมาคำนวณ โดยแปลงจากค่าระยะเปิดที่ปากรอยร้าวในภาพที่ 3.15 เป็นการเปลี่ยนแปลงระยะทางตามแนวแรง เวลาที่ใช้คำนวณคิดจากช่วงเวลาที่มีการเปลี่ยนแปลงระยะทางตามแนวแรงในขณะนั้น

การคำนวณอัตราการเปลี่ยนแปลงกำลัง (C^*)

กรณีที่ 1 $R = 0.1$

$da/dt = 7 \times 10^{-7}$, $a = 22.05$ mm, $B = 10$ mm, $W = 57$ mm, $P_{max} = 0.15$ kN, $n_1 = 6.05$, $\alpha = 0.3868$, $CMOD_{max}$ initial = 0.18956 mm, $CMOD_{max}$ final = 0.19162 mm, cycle initial = 287500, cycle final = 290000, frequency = 10 Hz

$$\Delta time = \frac{\Delta cycle}{f} = \frac{290000 - 287500}{10} = 250 \text{ s}$$

$$\dot{V}_c = \frac{0.534 \Delta CMOD_{max}}{\Delta time} = \frac{0.534(0.19162 - 0.18956) \times 10^{-3} \text{ m}}{250} = 4.4002 \times 10^{-9} \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} C^* &= \frac{P_{max}}{BW} \dot{V}_c \left[\frac{n}{n+1} \left(\frac{2}{1+\alpha} + 0.522 \right) \right] \\ &= \frac{(150 \text{ N})(4.4002 \times 10^{-9} \text{ m/s})}{5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \left[\frac{6.05}{6.05+1} \left(\frac{2}{1-0.3868} + 0.522 \right) \right] \\ &= 115.7947 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{ms}} [0.8582(3.2616 + 0.522)] \\ &= 115.7947 \times 3.247 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{ms}} \\ &= 3.76 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{ms}} \end{aligned}$$

$$\frac{a}{W} = 2 R = 0.4$$

$da/dt = 2.15 \times 10^{-7}$, $a = 24.68$ mm, $B = 10$ mm, $W = 57$ mm, $P_{max} = 0.126$ kN, $n_1 = 6.05$,
 $\alpha = 0.433$, $CMOD_{max}$ initial = 0.19314 mm, $CMOD_{max}$ final = 0.19792 mm, cycle initial =
 90000, cycle final = 80000, frequency = 10 Hz

$$\Delta time = \frac{\Delta cycle}{f} = \frac{90000 - 80000}{10} = 1000 \text{ s}$$

$$\dot{V}_c = \frac{0.534 \Delta CMOD_{max}}{\Delta time} = \frac{0.534(0.19792 - 0.19314) \times 10^{-3} \text{ m}}{1000 \text{ s}} = 2.5525 \times 10^{-9} \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} C^* &= \frac{P_{max}}{BW} \frac{\dot{V}_c}{\left[\frac{n}{n+1} \left(\frac{2}{1+\alpha} + 0.522 \right) \right]} \\ &= \frac{(126 \text{ N})(2.5525 \times 10^{-9} \text{ m/s})}{5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \left[\frac{6.05}{6.05+1} \left(\frac{2}{1-0.433} + 0.522 \right) \right] \\ &= 5.6424 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{ms}} [0.8582(3.5273 + 0.522)] \\ &= 5.6424 \times 3.4751 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{ms}} \\ &= 1.96 \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{ms}} \end{aligned}$$

กรณี 3 $R = 0.7$

$da/dt = 4 \times 10^{-8}$, $a = 23.305$ mm, $B = 10$ mm, $W = 57$ mm, $P_{max} = 0.27$ kN, $n_1 = 6.05$, $\alpha = 0.4089$, $CMOD_{max}$ initial = 0.3724 mm, $CMOD_{max}$ final = 0.3735 mm, cycle initial = 2310000, cycle final = 2320000, frequency = 10 Hz

$$\Delta time = \frac{\Delta cycle}{f} = \frac{2320000 - 2310000}{10} = 1000 \text{ s}$$

$$\dot{V}_c = \frac{0.534 \Delta CMOD_{max}}{\Delta time} = \frac{0.534(0.3735 - 0.3724) \times 10^{-3} \text{ m}}{1000 \text{ s}} = 5.874 \times 10^{-10} \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} C^* &= \frac{P_{max}}{BW} \left[\frac{\dot{V}_c}{n+1} \left(\frac{2}{1+\alpha} + 0.522 \right) \right] \\ &= \frac{(270 \text{ N})(5.874 \times 10^{-10} \text{ m/s})}{5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \left[\frac{6.05}{6.05+1} \left(\frac{2}{1-0.4089} + 0.522 \right) \right] \\ &= 278.242 \times 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{ms}} [0.8582(3.3835 + 0.522)] \\ &= 278.242 \times 3.3517 \times 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{ms}} \\ &= 9.32 \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{ms}} \end{aligned}$$

$$\frac{da}{dt} R = 1.0$$

$$da/dt = 2.94 \times 10^{-10}, a = 17.555 \text{ mm}, B = 10 \text{ mm}, W = 57 \text{ mm}, P = 0.351 \text{ kN}, n = 2.52,$$

$$\alpha = 0.308, CMOD \text{ initial} = 0.317 \text{ mm}, CMOD \text{ final} = 0.33 \text{ mm}, \text{time initial} = 16680 \text{ s}, \\ \text{time final} = 166620 \text{ s}$$

$$\dot{V}_c = \frac{0.534 \Delta CMOD}{\Delta time} = \frac{0.534(0.33 - 0.317) \times 10^{-3} \text{ m}}{166620 - 16680 \text{ s}} = 4.63 \times 10^{-11} \text{ m/s}$$

$$C^* = \frac{P_{max}}{BW} \frac{\dot{V}_c}{c} \left[\frac{n}{n+1} \left(\frac{2}{1+\alpha} + 0.522 \right) \right] \\ = \frac{(351 \text{ N})(4.63 \times 10^{-11} \text{ m/s})}{5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \left[\frac{2.52}{2.52+1} \left(\frac{2}{1-0.308} + 0.522 \right) \right] \\ = 285.11 \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{ms}} [0.7159(2.89 + 0.522)] \\ = 285.11 \times 2.4427 \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{ms}} \\ = 6.96 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{ms}}$$