บทที่ 2
หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาผลของตัวแปรทางด้านกายภาพที่มีผลต่อลักษณะทางความร้อนของครีบแบบเกล็ด เช่น ระยะห่างระหว่างครีบ ระยะห่างระหว่างเกล็ด และมุมเอียงเกล็ด เพื่อหาจุดเหมาะสมของตัวแปรดังกล่าวที่มีค่าการถ่ายเทความร้อนดีที่สุด ดั้งนั้นเบื้องต้นจะต้องศึกษาทฤษฎีการถ่ายเทความร้อน ทฤษฎีทางพลศาสตร์ของของไหลที่เกี่ยวข้องกับการพาความร้อนแบบธรรมชาติ และค่าการถ่ายเทความร้อนในรูปตัวแปรไร้มิติเพื่อที่จะเปรียบเทียบค่าที่ได้กับงานวิจัยอื่น

2.1 ทฤษฎีการถ่ายเทความร้อนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

ทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนนั้น ส่วนใหญ่เป็นทฤษฎีหลักทั่วไปในเรื่องการถ่ายเทความร้อน ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีที่ใช้ในงานวิจัยนี้โดยเริ่มตั้งแต่นิยามของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบกะทัดรัดของตัวต้นแบบ และการคำนวณค่าต่างๆเพื่อศึกษาความสามารถในการถ่ายเทความร้อนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

2.1.1 เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบกะทัดรัด (Compact heat exchanger)

เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบนี้ได้มาจากความคิดริเริ่มที่ต้องการจะลดขนาดของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนให้เล็กที่สุด แต่มีพื้นที่ในการแลกเปลี่ยนความร้อนสูง เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบกะทัดรัดจะเรียกชื่อได้ก็ต่อเมื่อ อัตราส่วนระหว่างพื้นที่ถ่ายเทความร้อน (ในหน่วย m^2) กับปริมาตร (ในหน่วย m^3) ของเครื่องมีค่ามากกว่า 660 ขึ้นไป เพื่อให้พื้นที่ในการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตรหนึ่งหน่วยมีค่าสูง (วิวัฒน์, 2536) เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบกะทัดรัดที่ใช้กันมากเนื่องจากราคาถูกและสามารถหาได้ง่ายตามท้องตลาดคือ คอนเดนเซอร์ระบบปรับอากาศรถยนต์ ปกติคอนเดนเซอร์ดังกล่าวมีหน้าที่ระบายความร้อนจากสารทำความเย็นที่ไหลในท่อออกสู่อากาศภายนอกโดยอาศัยพื้นที่ที่รวมกันอยู่ และสภาพความดันของสารทำความเย็นโดยทั่วไปมีความดันระหว่าง 150 – 300 หน่วย SI และสามารถทนความดันได้สูง 400 – 500 หน่วย SI (วีระพจน์ และภักดี, 2527) แต่ในงานวิจัยนี้จะเป็นการขยายขนาดของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนดังกล่าวโดยมีอัตราส่วนต้นแบบต่อชุดทดลองคือ 15:1 เพื่อที่จะศึกษาลักษณะทางกายภาพของ

อุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนที่ใช้งานในสภาพกลับกันคือจะเป็นการระบายความร้อนให้อากาศร้อนที่ไหลผ่านครีบเกล็ด โดยความร้อนจะถูกถ่ายเทให้แก่น้ำซึ่งไหลอยู่ภายในท่อ โดยจะได้ศึกษาถึงผลกระทบของอัตราส่วนระยะห่างระหว่างครีบต่อระยะห่างระหว่างเกล็ด และมุมเอียงเกล็ดที่มีต่อความสามารถในการถ่ายเทความร้อนของครีบเกล็ด ซึ่งทฤษฎีและหลักการคำนวณต่างๆที่เกี่ยวข้องจะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป

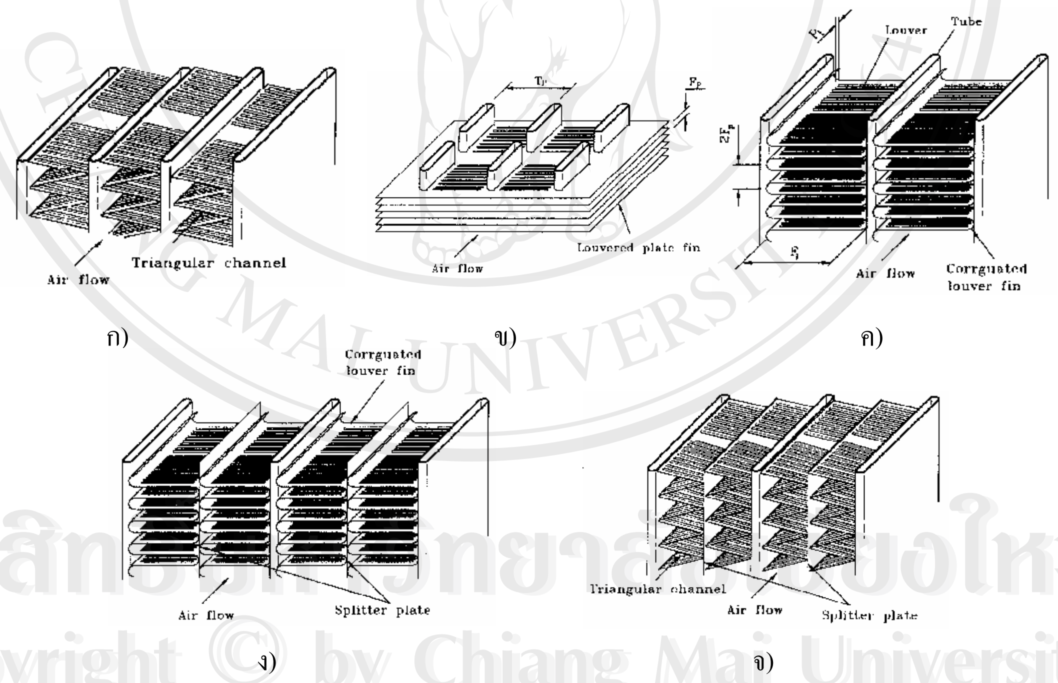
2.1.2 ลักษณะในการถ่ายเทความร้อนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนและครีบเกล็ด

โดยทั่วไปแล้วหลักการของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบกะทัดรัดใช้ครีบระบายความร้อนแบบเกล็ดนี้คือ การถ่ายเทความร้อนระหว่างอากาศที่ไหลผ่านครีบภายนอกกับของไหลที่ไหลอยู่ภายในท่อ โดยอัตราความร้อนที่ถูกถ่ายเทนั้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของอุณหภูมิของไหลที่เปลี่ยนแปลงเมื่อของไหลไหลผ่านอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน ดังสมการ

$$Q_h = \dot{m}_h C_{p,h}\left(T_{h,in} - T_{h,out}\right) \quad \text{สำหรับของไหลร้อน} \quad (2.1)$$

และ

$$Q_c = \dot{m}_c C_{p,c}\left(T_{c,out} - T_{c,in}\right) \quad \text{สำหรับของไหลเย็น} \quad (2.2)$$



รูปที่ 2.1 ลักษณะโครงสร้างส่วนประกอบของคอนเดนเซอร์รถยนต์แบบต่างๆ
ก) ท่อแบนติดครีบเกล็ดย่นแบบทางเข้าสามเหลี่ยม ข) ท่อและผ่านติดครีบ ค) ท่อแบนครีบเกล็ดย่นแบบทางเข้าสี่เหลี่ยม ง) ท่อแบนกับแผ่นแยกครีบเกล็ดย่นแบบทางเข้าสี่เหลี่ยม จ) ท่อแบนกับแผ่นแยกครีบเกล็ดย่นแบบทางเข้าสามเหลี่ยม [Chang and Wang 1996]

ในการแสดงค่าสมรรถนะของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนสามารถแสดงได้หลายรูปแบบ แต่ในงานวิจัยที่ผ่านมามักแสดงในรูปค่าประสิทธิผลซึ่งสามารถหาได้จาก

$$\varepsilon = \frac{Q}{Q_{\max}} \tag{2.3}$$

ซึ่งในการคำนวณหาขนาดของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนนั้นสามารถทำได้ โดยใช้วิธีหาค่าความแตกต่างอุณหภูมิแบบล็อกมีน (Logarithmic mean temperature differenceหรือ LMTD) โดยความร้อนที่แลกเปลี่ยนระหว่างของไหลร้อนและเย็นสามารถเขียนในรูปของค่าความแตกต่างของอุณหภูมิล็อกมีนได้ดังนี้

$$Q = FUA\Delta T_{lm} \tag{2.4}$$

โดย ΔT_{lm} คือ ค่าแตกต่างของอุณหภูมิแบบล็อกมีน

F คือ แฟกเตอร์แก้ (Correction Factor)

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln\left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)} \tag{2.5}$$

เมื่อ ΔT_1 และ ΔT_2 คืออุณหภูมิแตกต่างระหว่างของไหลทั้งสองชนิด

เมื่อพิจารณาตามหลักการการถ่ายเทความร้อนแล้ว พบว่าลักษณะรูปร่างของคอนเดนเซอร์รถยนต์ซึ่งประกอบด้วยท่อแบน (Flat tube) ที่ติดครีบแบบเกล็ด (Louver fin) ดังนั้นการหาสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมจะคิดเทียบพื้นที่ผิวนอกและผิวในของท่อ และพื้นที่ผิวของครีบแบบเกล็ดตามลำดับ ดังนั้นในกรณีของท่อชั้นเดียวและติดครีบสามารถคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวม (UA) ได้จากสมการ

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{\eta h_o A_o} + \frac{1}{h_i A_i} + \frac{\delta_w}{k_w A_w} \tag{2.6}$$

โดยค่า η คือค่าประสิทธิภาพของครีบ

ส่วนค่า h_o คือค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนทางด้านของไหลที่เป็นอากาศ ซึ่งจากงานวิจัยที่ผ่านมานิยมหาค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนนี้ในรูปของ โคเบิร์น แฟกเตอร์ (Coburn factor, j) เนื่องจากค่านี้เป็นตัวแปรไร้หน่วยจึงสามารถนำไปเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากงานวิจัยอื่นๆได้โดยตรง

นอกจากนี้การแสดงสมรรถนะการถ่ายเทความร้อนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนยังสมารถแสดงได้ในรูปประสิทธิภาพการไหลได้อีกด้วย เช่นงานวิจัยของ Ralph และ Webb (1991) ได้เสนอสมการการทำนายประสิทธิภาพการไหลของอากาศผ่านครีบเกล็ด โดยการไหลในการทดลองดังกล่าวนี้เป็นแบบบังคับและเป็นการอุ่นอากาศ แต่ในงานวิจัยเป็นการพาความร้อนแบบธรรมชาติและเป็นการหล่อเย็นอากาศ แต่อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้ได้ทดลองทั้งการพาความร้อนแบบบังคับและแบบธรรมชาติเพื่อที่จะได้เปรียบเทียบผลการทดลองกับงานวิจัยอื่นได้ ดังนั้นจึงได้นำสมการดังกล่าวนี้มาทำนายประสิทธิภาพการไหลของอากาศร้อนด้วย ซึ่งประสิทธิภาพการไหลสามารถหาได้จากสมการของ Ralph และ Webb (1991) ดังนี้

$$\eta = 0.95(\frac{L_p}{F_p})^{0.23} \qquad \text{กรณี } Re_{Lp} > Re^* \tag{2.7}$$

$$\eta = 0.091(Re_{Lp})^{0.39}(\frac{L_p}{F_p})^{0.44}(\frac{\theta}{90})^{0.3} \qquad \text{กรณี } Re_{Lp} < Re^* \tag{2.8}$$

และ

$$\eta = 0.95(\frac{L_p}{F_p})^{0.23} - 0.00003717x[828(\frac{2\theta}{\pi})^{-0.34} - Re_{Lp}]x(\frac{L_p}{F_p})^{-1.35}(\frac{2\theta}{\pi})^{-0.61}$$

$$\text{กรณี } Re_{Lp} = Re^* \tag{2.9}$$

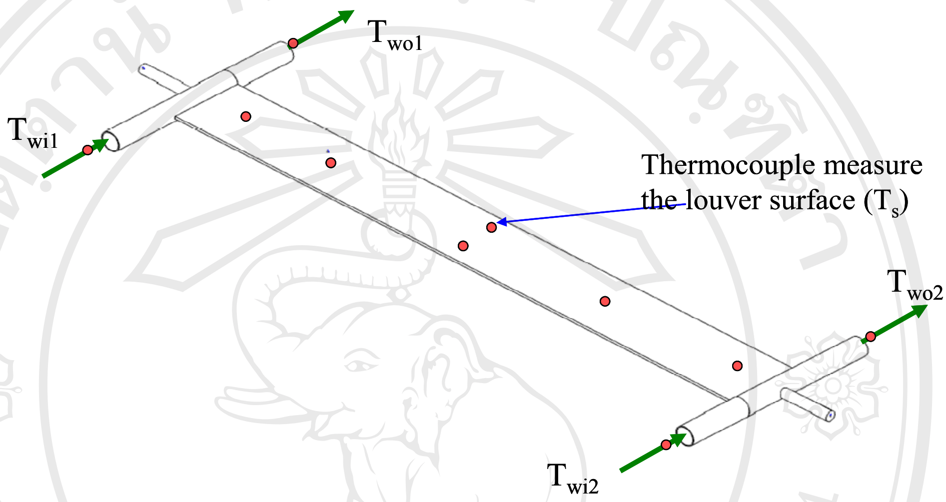
เมื่อ $$Re^* = 828(\frac{\theta}{90})^{-0.34} \tag{2.10}$$

$$Re_{Lp} = \frac{\rho v L_p}{\mu} = \frac{v L_p}{\upsilon} \tag{2.11}$$

ทั้งนี้ในงานวิจัยนี้จะได้นำเสนอค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนของครีบเกล็ดในรูปของ j โคเบิร์น แฟกเตอร์ และได้นำสมการทำนายประสิทธิภาพการไหลในงานวิจัยของ Ralph และ Webb (1991) มาทำนายประสิทธิภาพการไหลของอากาศร้อนผ่านครีบเกล็ดในงานวิจัยนี้อีกด้วย โดยในงานวิจัยนี้เป็นการขยายขนาดของครีบเกล็ดภายในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน ดังนั้นลักษณะการถ่ายเทความร้อนจะผ่านครีบเกล็ดไปสู่น้ำป้อนในท่อทั้งสองข้าง (ดังแสดงในรูปที่2.2)

ซึ่งท่อน้ำป้อนทั้งสองข้างนี้ไม่ได้สัมผัสอากาศร้อน ดังนั้นในงานวิจัยนี้สามารถหาค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนได้จากสมการที่ 2.1 โดยสามารถจัดให้อยู่ในรูปการถ่ายเทความร้อนให้น้ำได้เป็น

$$Q = \dot{m}_w c_p \Delta T \tag{2.12}$$



รูปที่ 2.2 ลักษณะของครีบเกล็ดที่ใช้ในการทดลอง

โดยน้ำเข้าและออกระบบจะมีสองสายดังแสดงในรูปที่ 2.2 ดังนั้นค่าความร้อนที่จะเป็นดังนี้

$$Q_1 + Q_2 = \dot{m}_w c_p \Delta T_1 + \dot{m}_w c_p \Delta T_2 = \dot{m}_w c_p (\Delta T_1 + \Delta T_2) = Q_{total} \tag{2.13}$$

ในการหาค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนจะต้องทำให้อัตราการถ่ายเทความร้อนมีหน่วยเป็น W/m^2 จะได้สมการเป็น

$$q'' = \frac{Q_{total}}{A_s} \tag{2.14}$$

$$h = \left| \frac{q''}{T_s - T_{ref}} \right| \tag{2.15}$$

ซึ่ง h ในที่นี้คือ h_0 ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ในงานวิจัยนี้จะใช้อุณหภูมิของอากาศไหลอิสระเป็นอุณหภูมิอ้างอิง เนื่องการไหลที่ภายนอกท่อสามารถใช้อุณหภูมิอากาศไหลอิสระ เป็นอุณหภูมิ

อ้างอิงได้ (Lyman et al, 2002) นอกจากนี้ยังสามารถใช้อุณหภูมิอื่นๆ เป็นอุณหภูมิอ้างอิงได้อีก คือการไหลภายในท่อสามารถใช้อุณหภูมิบัล์คเป็นอุณหภูมิอ้างอิงได้

ค่า j โคเบิร์น แฟกเตอร์ เป็นตัวแปรไร้มิติที่บ่งบอกถึงความสามารถในการถ่ายเทความร้อนของครีบเกล็ดที่นิยมนำเสนอในงานวิจัยที่ผ่านมา ดังนั้นเพื่อให้สามารถเปรียบเทียบผลการทดลองของงานวิจัยนี้กับงานวิจัยอื่นๆ ผู้วิจัยจึงเลือกที่จะนำเสนอความสามารถในการถ่ายเทความร้อนของครีบเกล็ดในรูปของ j โคเบิร์น แฟกเตอร์ ซึ่งสามารถหาได้จาก

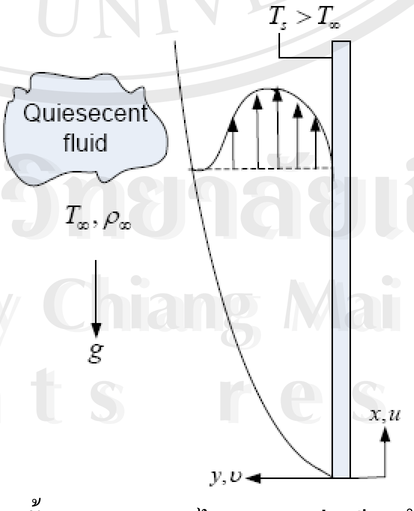
$$j = \frac{hPr^{2/3}}{Gc_p} \tag{2.16}$$

โดยสามารถหา G จากสมการ

$$G = \frac{\dot{m}_a}{A_{ff}} = \frac{\rho A v}{A_{ff}} \tag{2.17}$$

2.2 ทฤษฎีทางพลศาสตร์ของของไหลที่เกี่ยวข้องกับการพาความร้อนแบบธรรมชาติ

ในการศึกษาการไหลของอากาศผ่านครีบเกล็ดที่เป็นการถ่ายเทความร้อนแบบการพาความร้อนโดยวิธีธรรมชาตินั้น มีความแตกต่างจากการการพาความร้อนแบบบังคับที่ลักษณะของแรงที่กระทำให้เกิดการไหล การพาความร้อนแบบบังคับจะอาศัยแรงที่กระทำจากภายนอก ส่วนการพาความร้อนโดยวิธีธรรมชาติจะอาศัยแรงลอยตัวโดยอาศัยผลต่างของอุณหภูมิช่วยทำให้ของไหลเกิดการเคลื่อนที่ของของไหลดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ชั้นขอบเขตการไหลของแผ่นเรียบร้อนในแนวตั้ง

รูปที่ 2.3 แสดงลักษณะของชั้นขอบเขตการไหลของของไหลเมื่อแผ่นเรียบวางในแนวตั้งมีความอุณหภูมิมากกว่าอุณหภูมิของของไหลภายนอก $T_s > T_\infty$ ซึ่งการไหลในชั้นขอบเขตการไหลนั้นเกิดจากแรงลอยตัวไปในแนวแกน x ส่วนความเร็วในแนวแกน y จะเท่ากับศูนย์เมื่ออยู่ในตำแหน่ง $y = 0$ และ $y \rightarrow \infty$ ซึ่งเป็นของไหลในชั้นที่ไม่ได้รับอิทธิพลจากอุณหภูมิ T_s นั่นเอง เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 2.3 สามารถนำมาวิเคราะห์ลักษณะการไหลของการพาความร้อนโดยวิธีธรรมชาติ โดยทฤษฎีที่นำมาวิเคราะห์ในลำดับแรกก็คือสมการควบคุม (Governing Equation)

สมการควบคุมที่นำมาใช้กับการพาความร้อนแบบธรรมชาตินั้นคล้ายกันกับการพาความร้อนแบบบังคับ ซึ่งมีสมการอนุรักษ์โมเมนตัม สมการอนุรักษ์มวล และสมการอนุรักษ์พลังงาน แต่สิ่งที่แตกต่างระหว่างการพาความร้อนแบบธรรมชาติและการพาความร้อนแบบบังคับคือสมการสมการอนุรักษ์โมเมนตัมซึ่งลักษณะการไหลของของไหลจะแตกต่างกันเนื่องจากการไหลแบบบังคับใช้แรงจากภายนอกมาทำให้เกิดโมเมนตัมขึ้น ส่วนการไหลแบบธรรมชาติอาศัยแรงที่เกิดจากผลต่างของความดันและความหนาแน่นของของไหล ซึ่งสมการอนุรักษ์โมเมนตัมของการพาความร้อนแบบธรรมชาตินั้นมีที่มาจากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน (Newton’s Second Law) ซึ่งมีใจความว่า ผลรวมของแรงทั้งหมดที่กระทำต่อปริมาตรควบคุมจะต้องเท่ากับผลรวมของอัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมที่ปริมาตรควบคุม โดยที่สมการโมเมนตัมสามารถเขียนได้ดังนี้

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - g + \upsilon\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (2.18)$$

สมการควบคุมที่ใช้ในการวิเคราะห์การไหลในระบบการพาความร้อนแบบธรรมชาติสามารถเขียนให้อยู่ในสมการอนุรักษ์มวล สมการอนุรักษ์ โมเมนตัม และสมการอนุรักษ์พลังงานตามลำดับได้ดังนี้คือ

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \qquad (2.24)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \upsilon\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (2.25)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (2.26)$$

จากสมการข้างต้น สามารถทำให้ตัวแปรอยู่ในเทอมของตัวแปรไร้มิติ จะได้ตัวต่างๆ ในรูปตัวแปรไร้มิติในสมการควบคุมเป็น

$$x^* \equiv \frac{x}{L} \qquad y^* \equiv \frac{y}{L}$$

$$u^* \equiv \frac{u}{u_0} \qquad v^* \equiv \frac{v}{u_0} \qquad T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

เมื่อ L คือ Characteristic length

u_0คือ ความเร็วขาเข้า

ดังนั้นสามารถเขียนสมการที่ 2.25 และสมการที่ 2.26 ใหม่ได้เป็นดังนี้

$$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L}{u_0{}^*}T^* + \frac{1}{\mathrm{Re}_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \tag{2.28}$$

$$u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L \Pr}\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \tag{2.29}$$

ตัวแปรไร้มิติเทอมแรกทางด้านขวาของสมการ (2.28) คือแรงลอยตัวอันเกิดจากความแตกต่างของความหนาแน่นของของไหล อย่างไรก็ตามในสมการนี้ยังมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าคือ u_0 ดังนั้นเพื่อกำจัดตัวแปรดังกล่าวจะได้นำ $\mathrm{Re}_L{}^2 = (u_0 L/\upsilon)^2$ คูณเข้ากับพจน์แรกด้านขวาของสมการที่ 2.28 จะได้ตัวแปรไร้มิติในรูปของ Grashof number (Gr_L) เป็น

$$Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L}{u_0{}^2}\left(\frac{u_0 L}{\upsilon}\right)^2 = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\upsilon^2} \tag{2.34}$$

ในสมการที่ 2.28 สามารถเขียนความสัมพันธ์ของอุณหภูมิในรูปตัวแปรไร้หน่วยได้เป็น

$$T^* = f\left(x^*, y^* \mathrm{Re}_{Lp}, \Pr, \frac{dp^*}{dx^*}\right) \tag{2.30}$$

เมื่อ dp*/dx* เป็นค่าที่ขึ้นอยู่กับ u* และ v*

จากสมการหาค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนสามารถหาได้จากสมการ

$$h = -k_f \frac{(T_\infty - T_s)}{(T_s - T_\infty)} \frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = +\frac{k_f}{L} \frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} \qquad (2.32)$$

สมการ 2.31 สามารถให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้หน่วยในรูปของตัวเลขนัสเซล์ลได้คือ

$$Nu = \frac{hk}{L} = +\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} \qquad (2.33)$$

จากสมการที่ 2.33 จะเห็นได้ว่า Nu เป็นตัวแปรไร้มิติที่ขึ้นอยู่กับ T* ดังนั้น Nu จึงเป็นตัวแปรไร้มิติที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรที่แปรตามอุณหภูมิด้วยดังนั้นสามารถเขียนความสัมพันธ์ของ Nu ในรูปของฟังชันก์ได้เป็น

$$Nu = f(\mathrm{Re}_{Lp}, \mathrm{Pr}) \qquad \text{กรณีการพาความร้อนแบบบังคับ} \qquad (2.35)$$

และ $$Nu = f(Gr_L, \mathrm{Pr}) \qquad \text{กรณีการพาความร้อนแบบธรรมชาติ} \qquad (2.36)$$

ในการทฤษฎีการพาความร้อนแบบธรรมชาตินอกจากมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องดังที่กล่าวมาข้างต้นแล้ว ยังมีค่าตัวแปรไร้หน่วยหรือไร้มิติเกี่ยวข้องอีกด้วย ดังจะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป

2.3 การวิเคราะห์มิติ

การวิเคราะห์มิติเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ใช้สำหรับศึกษาเกี่ยวกับหน่วยต่าง ๆ และใช้สำหรับแก้ปัญหาทางกลศาสตร์ของไหล การวิเคราะห์มิติจะช่วยให้เข้าใจถึงปรากฏการณ์ของการไหล ช่วยทำนายตัวแปรที่มีผลกระทบต่อการไหล ช่วยในการรวมตัวแปรเข้าเป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติ การวิเคราะห์มิติมีอยู่ 2 วิธี คือ

1. วิธีการของราเลย์ (Raleigh's method)
2. วิธีการตามทฤษฎีพายของบัคกิ้งแฮม (Buckingham π-theorem)

ซึ่งวิธีการของราเลย์นั้นเหมาะสำหรับใช้กับกรณีที่มีตัวแปรไม่เกิน 4 ตัว ส่วนวิธีการตามทฤษฎีพายของบัคกิ้งแฮมนั้นเหมาะสำหรับใช้ในกรณีที่มีตัวแปรมากกว่า 4 ตัว ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้วิธีทฤษฎีพายของบัคกิ้งแฮม เนื่องจากมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องมากกว่า 4 ตัว

2.3.1วิธีการตามทฤษฎีพายของบัคกิ้งแฮม (Buckingham π-theorem)

บัคกิ้งแฮมเป็นผู้ตั้งทฤษฎีนี้ขึ้นในปี ค.ศ. 1915 มีใจความว่า ถ้าหากมีตัวแปร n ตัว และตัวแปรจำนวน n ตัวนี้มีจำนวนมิติพื้นฐานอยู่ m ตัวแล้ว ก็จะสามารถจัดตัวแปรเหล่านี้ให้เป็นกลุ่มของตัวแปรที่ไม่มีมิติหรือไร้มิติ (Dimensionless group) ได้ถึง n-m กลุ่ม และถ้าหาก A_1, A_2, A_3 …A_n เป็นตัวแปรต่าง ๆ เช่น ความยาว ความหนืด ความเร็ว ความกว้าง เป็นต้น ตัวแปรเหล่านี้มีผลกระทบต่อปรากฏการณ์ที่จะเกิดขึ้นแล้ว ก็จะสามารถเขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรเหล่านี้ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชั่นได้เป็น

$$F(A_1, A_2, A_3 \ldots A_n) = 0 \qquad (2.37)$$

ถ้าตัวแปรเหล่านี้มีมิติพื้นฐานถึง m ชนิดแล้ว ความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรที่ไร้มิติจำนวน (n-m) กลุ่มในรูปของฟังก์ชันก็จะเป็น

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3 \ldots \pi_{n-m}) = 0 \qquad (2.38)$$

เมื่อ π เป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติที่ได้จากผลคูณหรือผลหารของตัวแปรต่าง ๆ ในจำนวน n ตัวนั้น ซึ่งมิติพื้นฐานของตัวแปรต่าง ๆ เป็นดังตารางที่ 1

เนื่องจาก π เป็นกลุ่มของตัวแปรที่ไร้มิติ ดังนั้นการเอาค่าคงที่มาคูณหรือหาร หรือการเปลี่ยนกำลังก็จะไม่ทำให้คุณสมบัติเฉพาะของ π เปลี่ยนแปลงไป นอกจากนี้ยังสามารถจัด π แต่ละตัวขึ้นเป็นกลุ่มในระหว่างพวกของมันเองได้อีกด้วยถ้าหากต้องการทำเป็นเทอมที่ไร้มิติ (Dimensionless term)

2.3.2 การใช้ทฤษฎีพาย (Application of π-theorem)

ในการใช้ทฤษฎีพายนั้นจะต้องใช้ระบบ M L T (มวล ความยาว เวลา) เป็นมิติพื้นฐานซึ่งจะเรียกตัวแปรในสมการ (1) ตัวที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอื่นว่าตัวแปรตาม (Dependent variable) และเรียกตัวแปรที่ไม่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอื่นว่าตัวแปรอิสระ (impendent variable) และเพื่อให้ผลลัพธ์ที่หาได้มีความถูกต้องสมบูรณ์ ดังนั้นในการเลือกตัวแปรจึงไม่เพียงแต่จะเลือกตัวแปรได้เหมาะสมเท่านั้น แต่ยังต้องรู้ด้วยว่าตัวแปรไหนเป็นตังแปรตามและตัวไหนเป็นตัวแปรอิสระ การนำเอาตัวแปรที่ไม่มีความสำคัญเข้ามาร่วมด้วยถึงแม้จะสามารถหาความสำคัญระหว่างตัวแปรกลุ่มนั้นได้ก็ตาม ตามแปรนั้นก็ไม่มีความหมายใด ๆ ทั้งสิ้น

ตัวแปรในกลศาสตร์ของไหลสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่ม ๆ ได้ดังนี้

1. กลุ่มที่บอกให้ทราบถึงรูปร่างสัณฐาน (Geometry) และขนาดของระบบ เช่น ความยาว พื้นที่ ปริมาตร ความลาดเอียง เป็นต้น

2. กลุ่มที่บอกให้ทราบถึงด้านของการเคลื่อนไหว (Kinematics) และเกี่ยวกับทางด้านของแรง (Dynamic) เช่น ความเร็ว ความลาดชันของความเร็ว (Velocity gradient) อัตราความเร็วเชิงมุม ขนาดของความดัน การลดหลั่นของความเร็ว โมเมนตัม พลังงาน และกำลัง เป็นต้น
3. กลุ่มที่บอกรายละเอียดเกี่ยวกับคุณสมบัติทางกายภาพของของไหล เช่น น้ำหนักจำเพาะ ความหนืด ความหนาแน่น ความตึงผิว ความยืดหยุ่น และความดันไอ

2.3.3 ลำดับขั้นของการใช้ทฤษฎีพาย (π-theorem)

1. เขียนตัวแปรทั้ง n ตัวที่มีอยู่ในโจทย์ และเขียนความสัมพันธ์ในรูปของฟังก์ชัน
2. หาตัวแปรที่เป็นตัวแปรตาม (Dependent variable)
3. ให้จำนวนชนิดของมิติพื้นฐานที่มีอยู่ในตัวแปรทั้งหมดเป็น m ตัว จากนั้นให้เลือกตัวแปรซ้ำ (repeating variable) เลือกได้มากที่สุดจำนวน m ตัว (เท่ากับจำนวนชนิดของมิติพื้นฐาน) ห้ามเอาตัวแปรตามมาเป็นตัวแปรซ้ำ ตัวแปรซ้ำนี้ควรเลือกมาจากกลุ่มของตัวแปรกลุ่มละตัว และควรจะเลือกตัวแปรซ้ำที่มีมิติพื้นฐานครบทุกชนิด ห้ามนำเอาตัวแปรซ้ำมารวมกับกลุ่มของตัวแปรซ้ำด้วยกันเองเพื่อทำเป็นตัวแปรไร้มิติที่เรียกชื่อว่า π-term
4. ยกกำลังตัวแปรซ้ำแต่ละตัวด้วยตัวที่ยังไม่ทราบค่าจากนั้นนำตัวแปรอื่นเข้ามาเพิ่มอีก 1 ตัว เพื่อที่จะได้ทำเป็น π-term
5. หาค่าของกำลังที่ยังไม่ทราบค่าของตัวแปรแต่ละตัว โดยการให้ผลบวกของกำลังของมิติพื้นฐานมีค่าเป็นศูนย์
6. ทำซ้ำข้อ 4 และ 5 จนได้ของจำนวน π ครบจำนวน (n-m) ตัว

จากงานวิจัยของ Chang และ Wang (1996) ได้เสนอสมการตัวแปรไร้มิติในรูปของ j โคเบิร์น แฟกเตอร์ ของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบครีบเกล็ดโดยมีสมการเริ่มต้นเป็น

$$j = C_1 \, Re_{Lp}^{\;C_2} \tag{2.39}$$

จากการทดลองจะได้สมการทำนายค่า j เป็น

$$j = Re_{Lp}^{-0.49}\left(\frac{\theta}{90}\right)^{0.27}\left(\frac{F_p}{L_p}\right)^{-0.14}\left(\frac{F_l}{L_p}\right)^{-0.29}\left(\frac{T_d}{L_p}\right)^{-0.23}\left(\frac{L_l}{L_p}\right)^{0.68}\left(\frac{T_p}{L_p}\right)^{-0.28}\left(\frac{\delta}{L_p}\right)^{-0.05} \tag{2.40}$$

เมื่อ C_1 และ C_2 เป็นค่าคงที่ที่ขึ้นกับลักษณะทางกายภาพของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน ดังนั้นจากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องที่ผ่านมาทั้งหมดดังที่กล่าวไปแล้วในบทที่ 1 และ งานวิจัยของ Chang และ Wang (1996) สามารถสรุปได้ว่า นอกจากค่า j โคเบิร์น แฟกเตอร์ มีความสัมพันธ์กับตัวตัวแปรที่กล่าวข้างต้นแล้ว ยังมีความสัมพันธ์กับลักษณะทางกายภาพของครีบเกล็ดอีกด้วย

โดยค่า j โคเบิร์น แฟกเตอร์ สามารถหาได้จากสมการ

$$j = \frac{\dot{m}c_{pw}(T_{wo1} - T_{wi1} + T_{wo2} - T_{wi2})}{A_s(T_s - T_{ref})} \frac{Pr^{2/3} A_{ff}}{\rho A_p v c_{pa}} \tag{2.41}$$

$$j = \frac{hPr^{2/3}}{Gc_p} \tag{2.42}$$

$$\mathrm{Re}_{\mathrm{Lp}} = \frac{\rho v L_p}{\mu} = \frac{v L_p}{\upsilon} \tag{2.43}$$

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการวิเคราะห์มิติของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับค่า j โคเบิร์น แฟกเตอร์ ในสมการที่ 2.41 (รายละเอียดการวิเคราะห์มิติแสดงในภาคผนวก) แล้วพบว่า นอกจากค่า j โคเบิร์น แฟกเตอร์ จะแปรตามลักษณะทางกายภาพของครีบเกล็ดเช่นเดียวกับงานวิจัยของ Chang และ Wang (1996) ในงานวิจัยนี้ยังพบว่ามีตัวแปรไร้มิติที่แตกต่างจากงานวิจัยของ Chang และ Wang (1996) นั่นคือ Gr เนื่องจากงานวิจัยนี้เป็นการพาความร้อนแบบธรรมชาติที่มีผลต่างของอุณหภูมิเป็นตัวกำหนดรูปแบบการไหลแตกต่างจากงานวิจัยของ Chang และ Wang (1996) ที่เป็นการพาความร้อนแบบบังคับซึ่งจะมีตัวเลขเรย์โนลดส์เป็นตัวกำหนดสภาพการไหล ดังนั้นสามารถเขียนความสัมพันธ์ของค่า j โคเบิร์น แฟกเตอร์ ในงานวิจัยนี้ได้เป็น

$$\frac{h}{Gc_p} = f\left(\frac{F_p}{L_p}, Re_{Lp}, Gr, \frac{\theta^*}{90}, Pr\right) \tag{2.44}$$

จากเนื้อหาที่ได้กล่าวไปในบทนี้ จะเห็นว่าการวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนของครีบเกล็ดสามารถทำได้โดยการเปรียบเทียบค่า j โคเบิร์น แฟกเตอร์ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะได้แสดงผลในรูปของค่า j โคเบิร์น แฟกเตอร์ โดยวิธีการคำนวณค่าต่าง ๆ จะได้แสดงไว้ในภาคผนวก ทั้งนี้รายละเอียดเกี่ยวกับวิธีดำเนินการวิจัยจะได้นำเสนอในบทต่อ ๆ ไป