

## บทที่ 2

### วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องการพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าวรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องจากเอกสาร ตำรา และระบบอินเทอร์เน็ต เกี่ยวกับการออกแบบและพัฒนา รูปแบบการสอน ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก รายละเอียดมีดังนี้

1. การออกแบบและพัฒนา รูปแบบการสอน
  - 1.1 ความหมายของรูปแบบการสอน
  - 1.2 การพัฒนา รูปแบบการสอน
2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง
  - 2.1 ทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivist Learning Theory)
3. การแก้ปัญหา (Problem Solving) การตั้งปัญหา (Problem Posing) และการคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking)
4. การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก (Problem - Based Learning)
  - 4.1 ความเป็นมาของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
  - 4.2 ความหมายของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
  - 4.3 การเปรียบเทียบหลักสูตรดั้งเดิมและหลักสูตรที่สอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
  - 4.4 หลักการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
  - 4.5 ลักษณะของปัญหาที่ดี
  - 4.6 ลักษณะความเปิดของปัญหาปลายเปิดและขั้นตอนการนำไปใช้
  - 4.7 คำถามหรือปัญหาปลายเปิด
  - 4.8 ชนิดของปัญหาปลายเปิด
  - 4.9 การแบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์
  - 4.10 การสร้างปัญหาปลายเปิด
  - 4.11 บทบาทครูและนักเรียนในการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
  - 4.12 ข้อเสนอแนะสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิด
  - 4.13 ประโยชน์ของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
  - 4.14 ประโยชน์ของการแก้ปัญหาโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

5. การประเมินตามสภาพจริง (Authentic Assessment)
6. แนวคิดเชิงทฤษฎีที่ใช้ในการประเมินทักษะ/กระบวนการ
  - 6.1 แนวคิดเชิงทฤษฎีที่ใช้ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา (Problem Solving)
  - 6.2 แนวคิดเชิงทฤษฎีที่ใช้ในการประเมินกระบวนการพิสูจน์และให้เหตุผล (Proof & Reasoning)
  - 6.3 แนวคิดเชิงทฤษฎีที่ใช้ในการประเมินกระบวนการนำเสนอ (Presentation)
  - 6.4 แนวคิดเชิงทฤษฎีที่ใช้ในการประเมินกระบวนการสื่อสาร (Communication)
  - 6.5 แนวคิดเชิงทฤษฎีที่ใช้ในการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยง (Connection)
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 7.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
  - 7.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนตามทฤษฎีแบบสร้างสรรค์นิยมและการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้
  - 7.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์

## 1. การออกแบบและการพัฒนารูปแบบการสอน

### 1.1 ความหมายของรูปแบบการสอน

รูปแบบ (Model) หมายถึง เครื่องมือทางความคิดที่บุคคลใช้ในการสืบเสาะหาคำตอบ ความรู้ความเข้าใจในปรากฏการณ์ทั้งหลาย ปกติในการศึกษาวิจัยเรื่องใดๆก็ตาม ผู้ศึกษาจะต้องตั้งคำถามที่ต้องการคำตอบ ซึ่งในกระบวนการวิจัยจะมีการตั้งสมมติฐานหรือชุดของสมมติฐานขึ้นมาซึ่งก็คือคำตอบที่คาดคะเนไว้ล่วงหน้า สมมติฐานเหล่านี้มักจะได้มาจากข้อความรู้หรือข้อค้นพบที่ผ่านมา หรืออาจจะเกิดจากประสบการณ์หรือการหยั่งรู้ของผู้ศึกษาวิจัย หรืออาจเกิดจากทฤษฎีหลักการต่างๆ สมมติฐานเป็นข้อความที่บ่งบอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบ หรือตัวแปรต่างๆของเรื่อง/สถานการณ์ปัญหานั้นๆซึ่งจะยังคงเป็นเพียงเครื่องมือในการแสวงหาคำตอบเท่านั้น จนกว่าจะได้รับการนำไปพิสูจน์ทดสอบหากสมมติฐานเป็นจริง ข้อความนั้นก็สามารนำไปใช้ในการทำนาย หรืออธิบายปรากฏการณ์นั้นๆได้ รูปแบบเช่นเดียวกับสมมติฐานที่บุคคลอาจสร้างขึ้นจากความคิด ประสบการณ์ การใช้อุปมาอุปไมย หรือจากทฤษฎีและหลักการต่างๆได้ แต่รูปแบบไม่ใช่ทฤษฎี (Keeves, 1997 อ้างถึงในทิสนา แจมมณี) กล่าวว่าการูปแบบโดยทั่วไปจะต้องมีองค์ประกอบที่สำคัญดังนี้

1.1.1 รูปแบบจะต้องนำไปสู่การทำนาย (prediction) ผลที่ตามมาสามารถพิสูจน์และตรวจสอบได้ กล่าวคือ สามารถนำไปสร้างเครื่องมือเพื่อไปพิสูจน์ตรวจสอบได้

1.1.2 โครงสร้างของรูปแบบจะต้องประกอบด้วยความสัมพันธ์เชิงสาเหตุ (casual relationship) ซึ่งสามารถใช้อธิบายปรากฏการณ์ เรื่องนั้นได้

1.1.3 รูปแบบจะต้องสามารถช่วยสร้างจินตนาการ (imagination) ความคิดรวบยอด (concept) และความสัมพันธ์ (interrelations) รวมทั้งช่วยขยายขอบเขตของการสืบเสาะความรู้

1.1.4 รูปแบบควรประกอบด้วยความสัมพันธ์เชิงโครงสร้าง (structural relationships) มากกว่าความสัมพันธ์เชิงเชื่อมโยง (associative relationships)

ส่วนรูปแบบการสอน (Instructional model) หมายถึง แบบหรือแผนของการสอนแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่างๆ ที่จะใช้ในการจัดกระทำ เพื่อให้เกิดผลแก่ผู้เรียน ตามจุดมุ่งหมายของการสอนนั้น (Joyce & Weil, 1992) เป็นแนวทางหรือชุดของยุทธศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานของวิธีสอนของครู (Braxton, Bronico & Looms, 1995) จึงอาจกล่าวได้ว่า รูปแบบการสอนหมายถึงแผนเชิงปฏิบัติของแนวคิดทางทฤษฎีการเรียนรู้ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่างๆ ที่จะใช้ในการจัดกระทำเพื่อให้ผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนรู้เนื้อหาวิชาต่างๆตามเป้าหมายที่วางไว้

รูปแบบการสอนที่มีการนำมาใช้ในการศึกษาระดับต่างๆ และใช้เป็นพื้นฐานในการคิดค้นพัฒนารูปแบบการสอนได้แก่รูปแบบการสอนตามแนวความคิดของ Joyce & Weil (1996 อ้างถึงใน สมพงษ์ สิงหะพล, 2543) ที่กล่าวว่ารูปแบบการสอนเป็นการอธิบายถึงการจัดสิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้ ผลการใช้รูปแบบการสอนที่สำคัญคือการเพิ่มความสามารถในการเรียนรู้ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถค้นหาคำความรู้ได้ด้วยตนเอง รูปแบบการสอนพัฒนาจากทฤษฎีการเรียนรู้ โดยมีองค์ประกอบที่สำคัญคือ เป้าหมาย ขั้นตอนการจัดกิจกรรม ระบบทางสังคม หลักการตอบสนอง และระบบสนับสนุน

รูปแบบการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญๆดังนี้ คือ ที่มาที่เป็นแนวคิดต่างๆ หลักการ ขั้นตอนการสอน ผลที่ใช้รูปแบบการสอน

## 1.2 การพัฒนารูปแบบการสอน

จากการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการพัฒนาของรูปแบบการสอน สามารถสรุปขั้นตอนสำคัญในการพัฒนารูปแบบการสอนได้ดังนี้ (ทิสนา แจมมณี ม.ป.ป.; ละเอียด รักษ์เฝ้า, 2528, Joyce & Weil, 1992)

1.2.1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน เป็นการศึกษานแนวคิด ทฤษฎี และข้อค้นพบจากการวิจัยที่เกี่ยวข้องตลอดจนการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับสภาพปัจจุบัน หรือปัญหาจากเอกสารผลการวิจัย หรือการสังเกต สอบถามผู้ที่เกี่ยวข้อง

1.2.2 การกำหนดหลักการ เป้าหมาย และองค์ประกอบอื่นๆ ของรูปแบบการสอน ให้สอดคล้องกับข้อมูล พื้นฐานและสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบระเบียบ การกำหนดเป้าหมายของรูปแบบการสอน จะช่วยให้ผู้สอนสามารถเลือกรูปแบบการสอน ไปใช้ให้ตรงกับจุดมุ่งหมายของการสอน เพื่อให้การสอนบรรลุผลสูงสุด

1.2.3 การกำหนดแนวทางในการนำรูปแบบการสอนไปใช้ ประกอบด้วยรายละเอียดเกี่ยวกับวิธีการและ เงื่อนไขต่างๆ เช่น ใช้กับผู้เรียนกลุ่มใหญ่ หรือกลุ่มย่อย ผู้สอนจะต้องเตรียมงานหรือจัดสภาพการเรียนการสอนอย่างไร เพื่อให้การใช้รูปแบบการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

1.2.4 การประเมินรูปแบบการสอน เป็นการทดสอบความมีประสิทธิภาพของรูปแบบที่สร้างขึ้นโดยทั่วไปจะใช้วิธีการต่อไปนี้

1.2.4.1 ประเมินความเป็นไปได้ในเชิงทฤษฎีโดยคณะผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งจะประเมินความสอดคล้องภายในระหว่างองค์ประกอบต่างๆ

1.2.4.2 ประเมินความเป็นไปได้ในเชิงปฏิบัติการโดยการนำรูปแบบการสอน ที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้ในสถานการณ์จริง ในลักษณะของการวิจัยเชิงทดลองหรือกึ่งทดลอง

1.2.5 การปรับปรุงรูปแบบการสอน มี 2 ระยะ คือ

1.2.5.1 ระยะก่อนนำรูปแบบการสอนไปทดลองใช้ การปรับปรุงรูปแบบการสอนในระยะนี้ ใช้ผลจากการประเมินความเป็นไปได้ในเชิงทฤษฎีเป็นข้อมูลในการปรับปรุง

1.2.5.2 ระยะหลังนำรูปแบบการสอนไปทดลองใช้ การปรับปรุงรูปแบบการสอนในระยะนี้ อาศัยข้อมูลจากการทดลองใช้เป็นตัวชี้้นำในการปรับปรุง และอาจจะมีการนำรูปแบบการสอนไปทดลองใช้และปรับปรุงซ้ำ จนกว่าจะได้ผลเป็นที่น่าพอใจ

การนำเสนอรูปแบบการสอน เป็นขั้นตอนที่สำคัญ เพราะการนำเสนอรูปแบบการสอนที่ชัดเจนและเข้าใจง่ายจะช่วยให้ครูผู้สอนเกิดความเข้าใจและสามารถนำรูปแบบการสอนไปใช้ได้หรือสามารถศึกษาและฝึกฝนตนเองให้ใช้รูปแบบการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเกิดผลตามจุดมุ่งหมายของรูปแบบ ในการนำเสนอรูปแบบการสอน Joyce & Weil (1992) ได้เสนอเป็น 4 ตอนดังนี้

ตอนที่ 1 ที่มาของรูปแบบการสอน (Orientation to the model) เป็นการอธิบายความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ซึ่งเป็นที่มาของรูปแบบการสอน ประกอบด้วยเป้าหมายของรูปแบบทฤษฎี ข้อสมมุติ หลักการ และแนวคิดสำคัญที่เป็นพื้นฐานของรูปแบบการสอน

ตอนที่ 2 รูปแบบการสอน (The model of teaching) เป็นการอธิบายถึงรูปแบบการจัดการเรียนการสอนโดยละเอียด ตามหัวข้อต่อไปนี้

1) ขั้นตอนการสอนตามรูปแบบการสอน (Syntax) เป็นการให้รายละเอียดเกี่ยวกับลำดับขั้นตอนการสอนหรือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

2) หลักการของระบบทางสังคม (Social system) เป็นการอธิบายถึงบทบาทของครู นักเรียน ความสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน ความสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน ซึ่งจะแตกต่างกันไปในแต่ละรูปแบบ เช่น บทบาทของครูอาจเป็นผู้นำในการทำกิจกรรม เป็นผู้อำนวยความสะดวก เป็นผู้แนะแนว เป็นแหล่งข้อมูล เป็นต้น

3) หลักการของการตอบสนอง (Principles of reaction) เป็นการบอกถึงวิธีการแสดงออกของครูต่อนักเรียน การตอบสนองการกระทำของนักเรียน เช่น การให้รางวัลแก่ผู้เรียน การให้อิสระในการแสดง ความคิดเห็น การไม่ประเมินว่าถูกหรือผิด เป็นต้น

4) ระบบการสนับสนุนการเรียนการสอน (Support system) เป็นการอธิบายถึงเงื่อนไขหรือสิ่งจำเป็นที่จะทำให้การใช้รูปแบบนั้นได้ผล เช่น รูปแบบการสอนแบบทดลองในห้องปฏิบัติการ ต้องใช้ผู้นำการทดลองที่ผ่านการฝึกฝนมาอย่างดีแล้ว รูปแบบสอนแบบฝึกทักษะ นักเรียนจะต้องได้ฝึกการทำงานในสถานที่และใช้อุปกรณ์ที่ใกล้เคียงสภาพการทำงานจริง

ตอนที่ 3 การนำรูปแบบการสอนไปใช้ (Application) เป็นการให้คำแนะนำ และตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับการนำรูปแบบการสอนไปใช้ให้ได้ผล เช่น ควรใช้กับเนื้อหาประเภทใด ควรใช้กับผู้เรียนระดับใด เป็นต้น

ตอนที่ 4 ผลที่ได้จากการใช้รูปแบบการสอน ทั้งผลทางตรงและทางอ้อม (Instructional & nurturant effects) เป็นการระบุถึงผลของการใช้รูปแบบการสอนที่คาดว่าจะเกิดแก่ผู้เรียนทั้งผลทางตรง ซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายหลักของรูปแบบการสอนนั้น และผลทางอ้อมซึ่งเป็นผลพลอยได้จากการใช้รูปแบบการสอนนั้น ซึ่งจะเป็นแนวทางสำหรับครูในการพิจารณาและเลือกรูปแบบการสอนไปใช้

ดังนั้น รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นหลักในงานวิจัยนี้ จึงหมายถึง แผนเชิงปฏิบัติของแนวคิดซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่างๆ ที่จะใช้ในการจัดกระทำเพื่อให้ผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นหลักนี้ซึ่งมีองค์ประกอบหลักคือ แผนการจัดการ

เรียนรู้ ขั้นตอนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน และการประเมินผล โดยแผนการจัดการเรียนรู้ ใช้แนวทางการเขียนแผนของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547) และสุลัดดา ลอยฟ้า (2547) ขั้นตอนการสอนมาจากการสังเคราะห์ขึ้นโดยผู้วิจัยที่ได้จากการศึกษาหลักการ ทฤษฎีและงานวิจัยซึ่งมีขั้นตอนทั้งหมด 7 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นเสนอปัญหา 2) ขั้นไตร่ตรองรายบุคคล 3) ขั้นไตร่ตรองรายกลุ่ม 4) ขั้นนำเสนอผลงาน 5) ขั้นสรุป 6) ขั้นขยายปัญหา และ 7) ขั้นประเมินและสะท้อนผล กิจกรรมการเรียนการสอนเน้นนักเรียนเป็นสำคัญ เปิดโอกาสให้ นักเรียนสร้างองค์ความรู้จากการใช้ปัญหาเป็นหลัก สรุป และขยาย ด้วยตัวนักเรียนเองและกลุ่มเพื่อนที่ละความสามารถ ส่วนการประเมินผล ใช้การประเมินผลตามสภาพจริงที่ประเมินจากการสังเกต บันทึกวิดิทัศน์ แบบประเมิน สัมภาษณ์

## 2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 ทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivist Learning Theory)

ทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้เชื่อว่า มนุษย์สร้างความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่างๆที่แวดล้อมตัวเราด้วยตัวของเราเอง เพราะมนุษย์มีศักยภาพในการสร้างความรู้จากการมีประสบการณ์ในสภาพการณ์จริง (Richardson, 1994) โดยทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้เห็นว่าในการสร้างความรู้ที่สมเหตุสมผลนั้นจะประกอบด้วยองค์ประกอบ 4 ลักษณะคือ

#### 2.1.1 องค์ประกอบ 4 ลักษณะของทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้

2.1.1.1 มนุษย์เป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้เชื่อว่ามนุษย์มีศักยภาพในการสร้างความรู้ ความเข้าใจของตนเองเหมือนแนวความคิดทางปรัชญานิววิทยา (Epistemology) ซึ่งไม่ยอมรับการมีอยู่จริงของสิ่งภายนอก หรือไม่ยอมรับการมีอยู่จริงของสิ่งภายนอก หรือไม่ยอมรับว่าการมีอยู่จริงของสิ่งภายนอกแยกออกจากการรับรู้ของมนุษย์ ความรู้เป็นของผู้รู้มิใช่อยู่ภายนอก ในการสร้างความรู้ นั้นมนุษย์จะต้องมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งต่างๆและใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมที่มีอยู่สร้างความหมายของประสบการณ์ใหม่ (Richardson, 1994)

2.1.1.2 มนุษย์จะสร้างความรู้ได้ดีเมื่อมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม สภาพแวดล้อมที่เป็นจริงจะทำให้มนุษย์สร้างความรู้ได้สอดคล้องกับสภาพที่เป็นจริงมากกว่าสภาพการณ์ที่สร้างขึ้นหรือจำลองขึ้นและมนุษย์จะสามารถนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปอธิบายหรือเข้าใจสภาพการณ์ที่เป็นจริงรอบตัวเองได้ ความรู้นั้นจึงมีคุณค่าอย่างแท้จริงและมนุษย์จะจำได้นาน (Boyer & Semrau, 1995)

2.1.1.3 ความรู้เป็นสหวิทยาการในสภาพการณ์ที่เป็นจริง เมื่อมนุษย์มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม มนุษย์จะมองสิ่งแวดล้อมนั้นในหลายแง่หลายมุม ทั้งในแง่มุมที่เกี่ยวกับตนเอง บุคคลอื่น สังคม วัฒนธรรม เศรษฐกิจ วิทยาศาสตร์และแง่มุมอื่นๆ นั่นคือ ในสภาพการณ์ที่

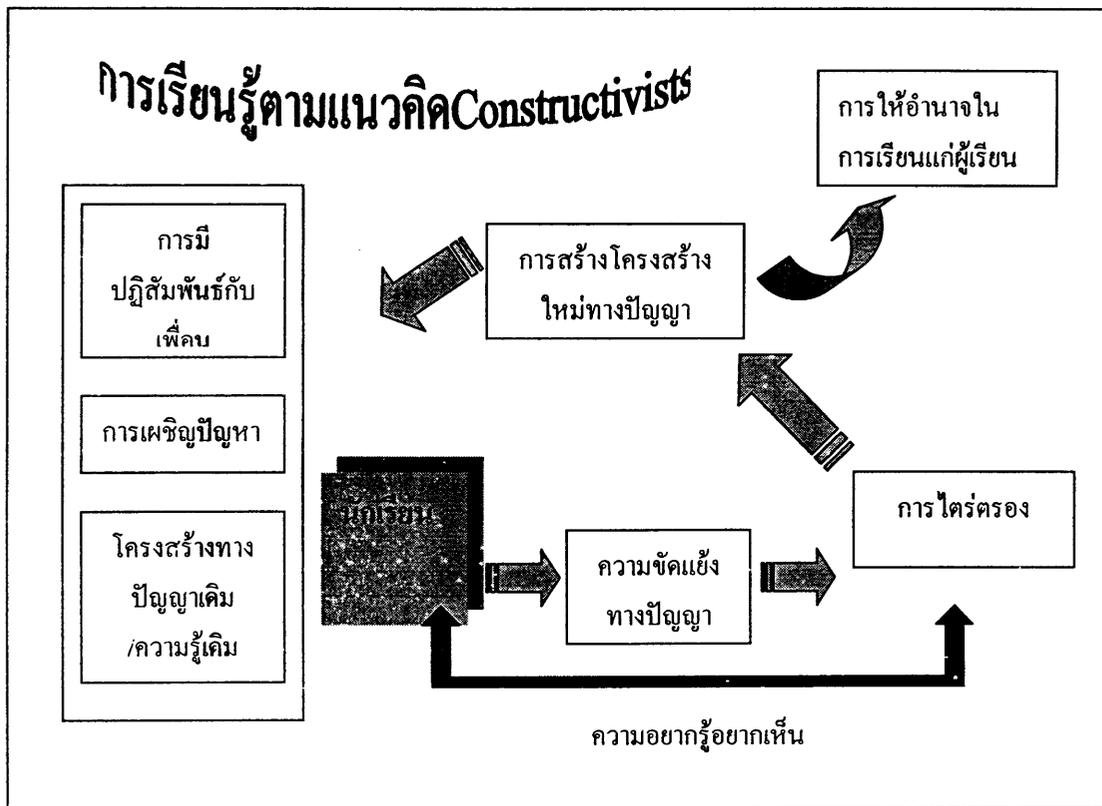
เป็นจริงนั้น นักเรียนจะเกี่ยวข้องกับความรู้ในสาขาวิชาการต่างๆพร้อมๆกัน โดยไม่ได้แยกสาขาวิชา เฉพาะดังที่เป็นอยู่ในโรงเรียน (BoyerและSemrau,1995: 14)

2.1.1.4 ความรู้พัฒนาจากการร่วมมือกันทำงานเป็นกลุ่ม มนุษย์อยู่รวมกันเป็นสังคม มนุษย์มีปฏิสัมพันธ์กันทั้งในการคิดและการกระทำ ดังนั้นเมื่อก่อนมนุษย์แต่ละคนสร้างความรู้ขึ้นมาจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ความรู้ของมนุษย์แต่ละคนจะแตกต่างกัน อันเนื่องมาจากความรู้และประสบการณ์เดิมของแต่ละคน และความสามารถในการแปลความหมายนั้น (Richardson, 1994 :4) เมื่อก่อนมนุษย์ได้แลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจและความคิดกันและกัน ศักยภาพของมนุษย์จะทำให้มนุษย์ประเมินความรู้ ความเข้าใจของตนเองและผู้อื่น แล้วนำความเหมือนและความต่างมาปรับเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจเดิมของตนให้สมเหตุสมผลมากขึ้น ขจัดความขัดแย้งและทำให้เกิดความสมดุลของความรู้ขึ้น

2.1.2 การจัดการเรียนการสอนตามทัศนะของทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้มีลักษณะดังต่อไปนี้ (Boyer และ Semrau , 1995)

- 2.1.2.1 จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นจริง
  - 2.1.2.2 จัดการเรียนการสอนในลักษณะสหวิทยาการ
  - 2.1.2.3 จัดการเรียนการสอนควรมีลักษณะการทำงานร่วมกันเป็นทีม
  - 2.1.2.4 จัดการเรียนการสอนต้องให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้ด้วยตนเอง
  - 2.1.2.5 จัดการเรียนการสอนควรจัดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความรู้ความเข้าใจของตนเอง
  - 2.1.2.6 จัดให้นักเรียนมีโอกาสนำความรู้ความเข้าใจและประสบการณ์เดิมเป็นแนวทางในการสร้างความรู้ใหม่
  - 2.1.2.7 จัดการเรียนการสอนควรควรทำหน้าที่เหมือนผู้ฝึกสอน หรือผู้อำนวยการความสะดวกในการเรียนรู้มากกว่าการเป็นผู้บอกความรู้
  - 2.1.2.8 จัดการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง
- ทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้เชื่อว่าการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่เดิม ความรู้ไม่สามารถแยกจากความอยากรู้ ความรู้ได้มาจากการสร้างเพื่ออธิบายสิ่งที่อยากรู้ แนวคิดของทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (Glaserfeld, E.V. 1995อ้างถึงใน สุลัดดา ลอยฟ้า, 2545) เน้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้โดยกระบวนการคิดของตนเอง ผู้สอนไม่สามารถปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียนได้ แต่สามารถช่วยให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาของตนเองได้ โดยการจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญา ซึ่งเป็นสภาวะที่

ประสบการณ์ใหม่ไม่สอดคล้องกับประสบการณ์เดิม ผู้เรียนต้องพยายามปรับข้อมูลใหม่กับประสบการณ์ที่มีอยู่เดิม แล้วสร้างเป็นความรู้ใหม่ ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 1 แสดงการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้

นอกจากนี้ วรรณจรรย์ มั่งสิงห์ (2541) ได้กล่าวโดยสรุปว่า ปรัชญา Constructivism ได้อธิบายในเชิงญาณวิทยาเกี่ยวกับการเรียนรู้และการได้มาซึ่งความรู้ (Knowing & coming to know) และได้แปลงมาเป็นทฤษฎีการเรียนรู้ในกรอบแนวคิดของกระบวนการทางการศึกษา ทฤษฎีการเรียนรู้ตามแนว ทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ ได้เสนอหลักการที่แตกต่างจากทฤษฎีอื่น ๆ ดังนี้

- 1) ความรู้และความเชื่อที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน นักจิตวิทยาการเรียนรู้กลุ่มทฤษฎีแบบสร้างสรรค์ความรู้ไม่ได้มองว่าผู้เรียนคือผู้ไม่มีความรู้ หรือความคิดเห็นทางทฤษฎีเกี่ยวกับเรื่องที่จะเรียนมาก่อน แต่เชื่อว่าผู้เรียนนำประสบการณ์ และความเข้าใจมาเรียนในห้องเรียนด้วย เมื่อพบข้อสนเทศใหม่เขาจะนำสิ่งที่เขารู้มาดูดซับ (Assimilate) ข้อสนเทศนั้น หรือปรับเปลี่ยน (Accommodate หรือ Reframe) สิ่งที่เขาู้ให้สอดคล้องกับความเข้าใจใหม่ที่เขาได้รับ กระบวนการได้มาซึ่งการรู้นี้เป็นกระบวนการปฏิสัมพันธ์ทั้งสิ้น

2) ผู้เรียนเป็นผู้ให้ความหมายแก่ประสบการณ์ โดยปกติครูจะเป็นผู้อธิบายความหมายให้กับผู้เรียนเช่น บทประพันธ์หมายความว่าอย่างไร เหตุการณ์อะไรที่สำคัญในประวัติศาสตร์ ภาพเขียนนี้สื่อความหมายอะไร เป็นต้น ผู้เรียนจะแปลความหมาย หรือตีความ ถ้อยคำ หรือข้อความที่ได้รับให้เป็นความเข้าใจโดยใช้ค่านิยม และความเชื่อที่เขามีอยู่ รวมทั้งปฏิสัมพันธ์กับบุคคลอื่น ความหมายจะถูกสร้างขึ้นและปรับแต่งโดยประสบการณ์ที่มีมาก่อนของผู้เรียน บางครั้งประสบการณ์และความเชื่อเดิมที่ผู้เรียนมีอยู่อาจขัดแย้งกับหลักการที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้จากห้องเรียน ความคิดความเข้าใจดังกล่าวเป็นสิ่งที่ปรับเปลี่ยนได้ยาก และเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน การสอนที่มีประสิทธิภาพจะต้องคำนึงถึงข้อเรื่องนี้ด้วย

3) กิจกรรมการเรียนรู้ควรจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเข้าถึงประสบการณ์ ความรู้และความเชื่อของตน การสอนเพื่อจะให้เกิดการเรียนรู้ตามแนวคิดของทฤษฎีแบบสร้างสรรค์ความรู้ จะต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้สิ่งที่เขาารู้เพื่อแปลความหมายข้อสนเทศใหม่ และสร้างความรู้ใหม่ หน้าที่ของครูคือค้นหา ประสบการณ์และความเข้าใจที่มีมาก่อนของนักเรียน และใช้สิ่งที่นักเรียนรู้เป็นจุดเริ่มต้นของการสอน

4) การเรียนรู้เป็นกิจกรรมทางสังคมซึ่งเกิดขึ้น โดยการสืบเสาะร่วมกัน ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้เข้าใจอย่างลึกซึ้งขึ้น เมื่อเขาสามารถเสนอและแลกเปลี่ยนความคิดร่วมกับผู้อื่น พินิจพิเคราะห์ความคิดเห็นของผู้อื่น และขยายทัศนระของคนที่กว้างขวางขึ้น

2.1.3 บรรยากาศของห้องเรียนตามแนวคิดของทฤษฎีแบบสร้างสรรค์นิยม (Brooks & Brooks, 1993) (อ้างถึงใน วิโชติ พงษ์ศิริ, 2540) ได้เปรียบบรรยากาศของห้องเรียน ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้บนการสอนตามแนวคิดของทฤษฎีแบบสร้างสรรค์นิยมและแบบเดิม ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบบรรยากาศในห้องเรียน ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดของทฤษฎีแบบสร้างสรรค์นิยมและแบบเดิม

การสอนแบบเดิม (Traditional Classrooms)	การสอนแบบสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivist Classrooms)
1. การสอนเริ่มจากรายละเอียดค่อยๆ ไปยังภาพรวม โดยเน้นที่ทักษะพื้นฐาน	1. การเรียนเริ่มจากภาพรวมไปรายละเอียดค่อยๆ โดยเน้นที่ความคิดรวบยอด
2. ยึดหลักสูตรเป็นหลักอย่างเคร่งครัด	2. ยึดแนวทางที่จะให้นักเรียนแสวงหาคำตอบจากคำถาม
3. กิจกรรมการเรียนการสอนเน้นหนักที่ตำราและแบบฝึกหัด	3. กิจกรรมการเรียนการสอนเน้นหนักที่แหล่งข้อมูลและสิ่งที่อยู่รอบๆตัวนักเรียน
4. นักเรียนเปรียบเทียบเหมือนหนึ่งกระดานชนวนที่ว่างเปล่าซึ่งครูมีหน้าที่ป้อนความรู้	4. นักเรียนเปรียบเทียบเหมือนหนึ่งนักคิด ซึ่งเป็นผู้คิดค้นสร้างความรู้ความเข้าใจทฤษฎีด้วยตัวนักเรียนเอง
5. ครูทำหน้าที่เป็นผู้สอนให้ความรู้แก่นักเรียน	5. ครูทำหน้าที่เป็นผู้กระตุ้น ส่งเสริมและจัดสภาพแวดล้อมแก่นักเรียน
6. ครูทำหน้าที่ค้นหาคำตอบที่ถูกต้องเพื่อวัดการเรียนรู้ของนักเรียน	6. ครูทำหน้าที่ค้นหาสภาพความคิดของนักเรียนเพื่อจะได้เข้าใจความคิดรวบยอดของนักเรียนเพื่อนำไปใช้ประกอบการเรียน
7. การวัดและประเมินผลการเรียนของนักเรียนแยกออกมาจากการสอนโดยสิ้นเชิง โดยใช้การทดสอบ	7. การวัดการประเมินผลการเรียนของนักเรียนไม่สามารถแยกออกจากการสอนได้ ครูใช้วิธีการสังเกตการณ์ทำงานของนักเรียน การจัดนิทรรศการของนักเรียนและการเลือกชิ้นงานที่ดีที่สุดของนักเรียนด้วยตัวนักเรียนเอง
8. นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานเป็นรายบุคคล	8. นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานเป็นกลุ่ม

สรุปคุณลักษณะของทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivism) มีดังนี้

- 1) ผู้เรียนสร้างความรู้ความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้ด้วยตนเอง
- 2) การเรียนรู้สิ่งใหม่ขึ้นกับความรู้เดิมและความเข้าใจที่มีอยู่ในปัจจุบัน
- 3) การมีปฏิสัมพันธ์ต่อสังคมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้
- 4) การจัดสิ่งแวดล้อม กิจกรรมที่คล้ายคลึงกับชีวิตจริง ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

อย่างมีความหมาย

### 3. การแก้ปัญหา (Problem Solving) การตั้งปัญหา (Problem Posing) และการคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking)

“การแก้ปัญหาปัญหาหนึ่งหมายถึงการค้นพบหนทางที่ผ่านความยากลำบากหนทางที่ผ่านอุปสรรคมาซึ่ง ไม่ใช่เกิดได้ในทันทีทันใด” (Polya, 1962)

การแก้ปัญหาคือสิ่งที่สำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ในช่วงทศวรรษ 1980 (National Council of Teachers of Mathematics, 1980) ซึ่งคือปฏิริยาต่อความล้มเหลวในการกลับไปหาสิ่งเก่าในทศวรรษที่ 1970 ที่เน้นการเรียนแบบอาศัยการท่องจำ นักเรียนได้รับโอกาสน้อยที่จะก่อให้เกิดการแก้ปัญหาหรือให้เหตุผล จึงทำให้ไม่มีการพัฒนาทักษะพื้นฐานต่างๆทางคณิตศาสตร์แต่ในทศวรรษ 1980 เป็นช่วงของการใช้การแก้ปัญหาในการเรียนการสอนอย่างแท้จริง

แต่อย่างไรก็ตามยังมีมุมมองที่ต่างกัน ในความสำเร็จของทศวรรษที่ใช้การแก้ปัญหา Schoenfeld (1992 cited in English, 1995) ได้สังเกตว่าการเขียนเพื่อชวนอ่านเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคงเด่นกว่าสาระของการแก้ปัญหาคำว่า Problem Solving และ Metacognition ที่เป็นคำ 2 คำที่กระตุนมากเกินควรแต่มีความเข้าใจในคำเหล่านี้้น้อยที่สุดของช่วงทศวรรษ 1980 และในความเห็นที่คล้ายกัน Stanic & Kilpatrick (1988 cited in English, 1995) ได้อ้างว่า Problem Solving เป็นคำที่ประสบความสำเร็จที่มีมุมมองแตกต่างจากสิ่งทีการศึกษาเป็น ระบบโรงเรียนเป็น คณิตศาสตร์เป็น และทำไมเราจึงควรสอนคณิตศาสตร์ในรูปแบบทั่วไปแต่การแก้ปัญหาคือต้องเป็นการพิเศษ

อย่างไรก็ตามยังมีมุมมองด้านบวกในทศวรรษ 1980 ที่ทำให้เรามีความรู้มากขึ้นเกี่ยวกับธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การคิด และการแก้ปัญหา มีมุมมองด้านการตั้งปัญหาองค์ประกอบทางความรู้ที่สำคัญที่ทำให้เกิดการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 มุมมองในการแก้ปัญหา การตั้งปัญหา และการคิดทางคณิตศาสตร์

ในแบบเดิมการแก้ปัญหาไม่ถูกพบว่าเป็นเป้าหมายในตัวของมันแต่เป็นวิธีการในการมีผลสัมฤทธิ์ในเป้าหมายอื่นเช่นจัดให้มีการปฏิบัติในวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ให้นักเรียนทำชุดแบบฝึกหัดเพื่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์และหลากหลาย ในเร็ววันนี้ความเข้าใจในการแก้ปัญหาก็ขยายไปสู่ความสำเร็จในการการตั้งปัญหา การคิดอย่างคณิตศาสตร์ และการอ้างเหตุผลในบริบทใหม่

การตั้งปัญหาเป็นคู่มือที่สำคัญต่อการแก้ปัญหาและเป็นหัวใจของกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ การเรียนคณิตศาสตร์ได้คิเป็นพิเศษนั้นเมื่อตรงความสนใจอย่างตื่นตัวในการเรียนที่ไม่เพียงแต่เกิดวิธีแก้ปัญหาได้เท่านั้นแต่ยังให้ความสำคัญกับตัวปัญหาด้วย นักแก้ปัญหาก็จะต้องสามารถกำหนดหลักการแก้ปัญหาแบบใหม่ได้ในปัญหาใหม่ๆ Kilpatrick (1987 cited in English, 1995) แม้ว่านักเรียนจะมีบทบาทในการพัฒนาในการแก้ปัญหา การตั้งปัญหาซึ่งเป็นสิ่งสำคัญ

มากในขอบเขตของวิจัยและหลักสูตร แต่มีความใส่ใจน้อยในความสามารถของนักเรียนที่จะแก้ปัญหาปลายเปิด หรือก่อให้เกิดปัญหาของตนเองที่จะต้องได้รับการแก้ปัญหา

สิ่งที่สำคัญของการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลก็คือการปรากฏเป็นมาตรฐานเกี่ยวกับหลักสูตรและการประเมินผล ด้านคณิตศาสตร์ ของ National Council of Teachers of Mathematics (1989) ส่วนอีก 3 ด้านที่เหลือคือการสื่อสาร การเชื่อมโยงและการนำเสนอ โดยมาตรฐานที่เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับเป็นพื้นฐานของการรู้และปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ โดยมีเป้าหมายให้นักเรียนเกิดพลังทางคณิตศาสตร์ สิ่งนี้จะอ้างอิงถึงความสามารถส่วนบุคคลที่จะสำรวจคาดคะเน และให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ เช่นเดียวกับความสามารถที่จะใช้วิธีการที่หลากหลายอย่างมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหากับปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาแบบเดิมที่ใช้ปกติในห้องเรียน (Nonroutine Problems)

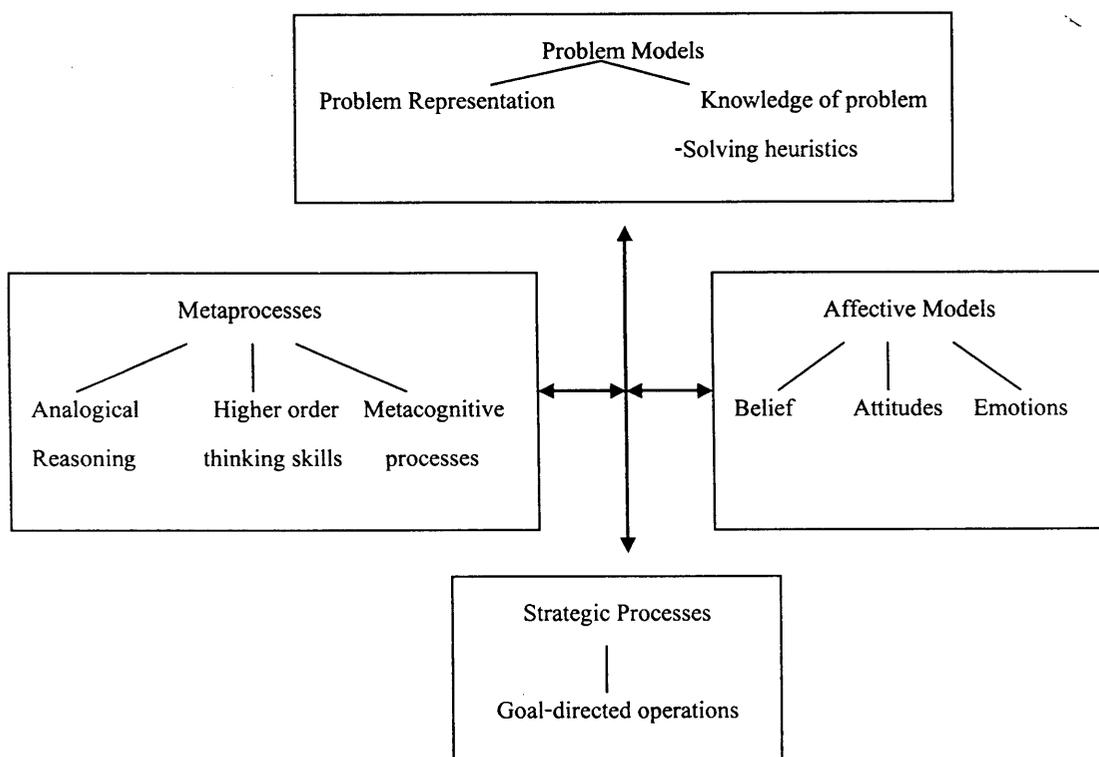
จุดสำคัญที่เพิ่มขึ้นในการคิดและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สะท้อนการเปลี่ยนมุมมองในด้านการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ในการเรียนแบบเดิมเน้นความรอบรู้ในเนื้อหา คณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยความจริง กฎ และวิธีการ โดยการแก้ปัญหาคือลักษณะของการทำแบบฝึกหัดประจำซึ่งมีวิธีทางที่ถูกต้องที่จะแก้ปัญหาคือที่กำหนดให้เพียงวิธีเดียว นักเรียนจะมีมุมมองด้านคณิตศาสตร์ที่จะหาวิธีแก้ปัญหาคือที่เสร็จสรรพ 1 วิธี โดยวิธีแก้ปัญหาคือที่เป็นไปได้และคิดว่ามีประสิทธิภาพนี่จะเป็นแนวทางของการแก้ปัญหาคือใน 1 คำตอบ Schoenfeld (1989 cited in English, 1995) แต่จุดเน้นในปัจจุบันได้เปลี่ยนไปจากมุมมองด้านเนื้อหาที่จะมีวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียว แม้ว่าจะไม่ปฏิเสธความสำคัญของความรู้ แต่นักเรียนควรมีรูปแบบวิธีการคิดที่จะใช้ความรู้ของตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ

มีความคิดเห็นที่แตกต่างกันในสิ่งที่ประกอบกันเป็นความคิดทางคณิตศาสตร์ สถาบันวิจัยแห่งชาติของอเมริกาในปี 1989 ได้อ้างอิงถึงเรื่องรูปแบบ นามธรรม ภาวะที่ดีที่สุด การวิเคราะห์เชิงตรรกศาสตร์ การอ้างอิงจากข้อมูล และการใช้สัญลักษณ์ จากการอภิปรายที่ได้จากรูปแบบการคิดทางคณิตศาสตร์ มีมุมมองจาก Schoenfeld (1992) ที่เห็นว่าการเรียนรู้ที่จะเกิดความคิดแบบคณิตศาสตร์หมายถึงการพัฒนามุมมองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งรวมถึงการพัฒนาความสามารถด้วยเครื่องมือที่ทำให้เกิดโครงสร้างในการเข้าใจที่จะไปสู่เป้าหมายซึ่งก็คือความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์นั่นเอง ในความคิดคล้ายกัน Greeno (1992 cited in English, 1995) เข้าใจว่าการคิดทางคณิตศาสตร์และ วิทยาศาสตร์เป็นกิจกรรมที่มโนคติและวิธีการของวิชาต่างๆทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ที่ใช้สร้างความเข้าใจและยังรวมถึงเป็นความเข้าใจในการที่จะแก้ปัญหาคือด้วย

Burton (1992 cited in English, 1995) รับเอามุมมองด้านการคิดแบบคณิตศาสตร์ โดยใช้คำว่า การคิดแบบคณิตศาสตร์ (thinking mathematically) ดีกว่าการคิดทางคณิตศาสตร์ (mathematical thinking) เป็นคำที่ใช้อธิบายคำอื่นในเนื้อหาคณิตศาสตร์เช่นการคิดเกี่ยวกับรูปแบบและความสัมพันธ์เกี่ยวกับระบบจำนวน การคิดแบบคณิตศาสตร์จะถูกมองในรูป รูปแบบของวิธีการที่จะสนับสนุนการ สืบสอบที่สุดท้ายก็จะนำไปสู่การเรียนรู้คณิตศาสตร์และสามารถเชื่อมโยงไปสู่วิชาอื่นได้เช่น เคียวกัน กระบวนการที่กล่าวถึงนี้จะนำไปสู่การคิดแบบคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในเด็กเล็กโดยรวมไปถึงยุทธวิธีที่เป็นการคัดสรร จัดลำดับ เจียรนัย การทดสอบ การโต้แย้ง และการขยายผล จะเห็นว่าการคิดโดยเฉพาะการคิดในระดับสูงจะเป็นบทบาทที่สำคัญของการแก้ปัญหาหรือการตั้งปัญหา และต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก

### 3.2 องค์ประกอบของความรู้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แม้ว่าจะแตกต่างกันในเรื่องของการใช้ถ้อยคำ แต่กระนั้นก็ปรากฏว่ามีข้อตกลงด้านที่เกี่ยวกับความรู้ในการแก้ปัญหาที่เป็น 1)รูปแบบของปัญหา (รูปแบบความคิดที่ประกอบด้วยตัวแทนปัญหา และประเภทของข้อมูลที่น่ามาใช้แก้ปัญหา) 2)กระบวนการที่เป็นยุทธศาสตร์ (การดำเนินโดยตรงให้บรรลุเป้าหมายที่เป็นการหาคำตอบ) 3)กระบวนการเมตต้า (ประกอบด้วยทำให้เหตุผลเชิงเปรียบเทียบ ทักษะการคิดในระดับสูง กระบวนการตระหนักในการคิด) และ 4)รูปแบบของด้านจิตพิสัย (ความเชื่อ เจตคติ และอารมณ์) องค์ประกอบเหล่านี้ปรากฏในภาพที่



ภาพที่ 2 องค์ประกอบของการคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2.1 รูปแบบของปัญหา (Problem Models): การสร้างตัวแทนปัญหา (Problem Representation) และความรู้ในประเภทต่างๆของข้อมูล (Knowledge of Heruristics)

3.2.1.1 การสร้างตัวแทนปัญหา (Problem Representation) รูปแบบความคิดจะถูกสร้างขึ้นในขณะที่มีแก้ปัญหาและถูกจัดเก็บไว้และนำมาอ้างอิงและดำเนินการในการสร้างความรู้ Halford (1993 cited in English, 1995) ระหว่างการแก้ปัญหา นักเรียนจะขยายรูปแบบความรู้ความคิดที่มีอยู่โดยเชื่อมโยงกับข้อมูลใหม่ เพื่อให้เกิดโครงสร้างทางความรู้และสร้างความเชื่อมโยงระหว่างแต่ละโครงสร้างเหล่านั้นได้ Silver & Marshall (1990 cited in English, 1995) ประเภทของรูปแบบความคิดที่สร้างขึ้นมีอิทธิพลอย่างมากในความ มุ่งหวังในโลกแห่งความเป็นจริงในการที่จะเป็นแนวทางไปสู่การแก้ปัญหาที่จะทำให้ได้ความรู้ใหม่ เช่นรูปแบบของความคิดที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาในเรื่องเรื่องรถกับนก

ผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาในระดับสูงในขอบเขตความรู้ทางวิทยาศาสตร์ที่พัฒนารูปแบบการคิดที่เน้นถึงหลักการมากกว่าลักษณะเฉพาะของปัญหา ผู้เชี่ยวชาญเหล่านี้ใช้เวลาอย่างมากกว่าพวกมือใหม่ในการสร้างตัวแทนปัญหาที่เป็นหลักการก่อนการใช้แผนในการแก้ปัญหา ในทางตรงข้าม พวกมือใหม่จะจัดรูปแบบสถานการณ์ของปัญหาที่ขาดระบบและข้อมูลมากกว่าที่เกี่ยวกับหลักการที่สัมพันธ์กันและการนำไปใช้ รูปแบบการคิดนี้สะท้อนถึงความเข้าใจในตัวปัญหาและรวมถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับในบริบทของปัญหา (รูปแบบการคิดเกิดขึ้นจากการได้อ่านตั้งแต่เริ่มแรกของบริบทของปัญหา) พวกมือใหม่ในขอบเขตวิชาวิทยาศาสตร์ที่บ่อยครั้งจะสร้างคำอธิบายสำหรับปรากฏการณ์ที่สังเกตที่ไม่เป็นไปตามทฤษฎีทางวิทยาศาสตร์ McsClosky (1983 cited in English, 1995)

Silver (1979 cited in English, 1995) ได้ศึกษาและมีเอกสารเกี่ยวกับการสร้างตัวแทนความคิดของผู้ที่แก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจะถูกถามเกี่ยวกับปัญหา 24 ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยจัดในรูปกลุ่มของปัญหาที่สัมพันธ์กันอยู่ด้วยกัน เขาพบว่านักเรียนที่ประสบความสำเร็จมากกว่าคือผู้ที่แยกปัญหาเป็นโดยเน้นที่มีลักษณะ โครงสร้างแบบเดียวกันเข้าด้วยกัน ส่วนนักเรียนที่ไม่ค่อยประสบความสำเร็จจะอาศัยความเหมือนของการตั้งปัญหา หรือลักษณะ ธรรมชาติของคำถามในปัญหา Silver & Marshall (1990 cited in English, 1995) สรุปว่านักเรียนที่ประสบผลสำเร็จจะแสวงหาและค้นพบข้อมูลที่เป็น โครงสร้างในประสบการณ์การแก้ปัญหา ในขณะที่นักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จจะทำเช่นนั้นไม่ได้

ขณะที่มีรูปแบบของสถานการณ์ปัญหาเป็นตัวกำหนดให้เกิดการแก้ปัญหาจนถึงผลสำเร็จข้อมูลของรูปแบบการคิดนี้จะตรงกับขั้นแรกในการแก้ปัญหาของ Polya

(1957) ที่มีทั้งหมด 4 ขั้นตอนนี้ 1) ขั้นทำความเข้าใจในปัญหา ถ้านักเรียนไม่เข้าใจในปัญหาที่กำหนดให้ จะไม่สามารถสร้างรูปแบบสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมได้ ซึ่งจะทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในที่สุด ขั้นที่ 2 และขั้นที่ 3 ของการแก้ปัญหาของ Polya คือขั้นการวางแผนแก้ปัญหา และขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องใช้ประเภทของข้อมูลที่เฉพาะเจาะจงในการแก้ปัญหา

3.2.1.2 Problem – Solving Heuristics Polya (1957 cited in English, 1995) มีชื่อเสียงในการสาธิตให้เห็นคุณค่าของการใช้ประเภทของข้อมูลที่เฉพาะเจาะจงในการแก้ปัญหา โดยมีประเภทของข้อมูลจำนวนมากที่เกิดขึ้นในบริบทของการแก้ปัญหา ที่รวมถึงเทคนิคต่างๆ เช่น การวาดภาพ ไคอะแกรม รูปแบบที่เป็นรูปธรรมของตัวปัญหา ตารางค่าความจริง การมองเห็นรูปแบบต่างๆ การคาดและการตรวจสอบ การคิดถึงปัญหาที่สัมพันธ์กัน และการแก้ปัญหาก่อนนี้ สิ่งเหล่านี้ถือเป็น Heuristics แต่ก็ไม่ได้รับรองว่าจะทำให้เกิดคำตอบในการแก้ปัญหาที่ถูกต้องเสมอไป แต่อย่างไรก็ตามก็ถือได้ว่าเป็นแนวทางที่มีประโยชน์ในการดำเนินการแก้ปัญหาต่อไป Silver & Marshall (1990 cited in English, 1995)

งานวิจัยที่เกี่ยวกับผลของการสอนในการใช้ Heuristics ได้รวบรวมอยู่ในวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาเอกในเรื่องการแก้ปัญหาในทศวรรษ 1970 การสอนโดยใช้ยุทธศาสตร์การแก้ปัญหาเป็นการ แสดงว่าดีที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในเร็ววันนี้มีการวิจัยด้านการวิเคราะห์เชิงปริมาณของการทดลองและการศึกษาที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา Hembre (1992 cited in English, 1995) พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ Heuristics จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ฝึกโจทย์ง่ายๆ จากการศึกษาวิเคราะห์การศึกษาดังกล่าวพบว่าการสอนที่ใช้ไคอะแกรม และการแปลทำความเข้าใจในประโยคภาษา ทำให้เกิดผลที่มีความหมายมากที่สุดที่เป็นลักษณะของการแก้ปัญหา อย่างไรก็ตามสิ่งเหล่านี้จะเกิดขึ้นเมื่อการฝึกที่แสดงออกมาอย่างชัดเจนถูกจัดให้โดยปราศจากการสอดแทรกโดยตรงจากครู การสร้างไคอะแกรมหรือรูปแบบที่เป็นรูปธรรมของปัญหาเป็นสิ่งที่มีความหมายเพราะมันช่วยนักเรียนใช้ตัวแทนที่เป็นความสัมพันธ์ที่เด่นชัดในแต่ละปัญหาและจะทำให้เกิดการระลึกได้ถึงความสัมพันธ์ต่างๆในเวลาต่อมา การสอนที่ใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกันจะมีผลมากมายขณะที่ผลการสอนที่ดีกว่าที่เกิดจากการใช้วิธีการคาดและการตรวจสอบในสิ่งที่ประกอบด้วยปัญหาเริ่มแรก ความเข้าใจในภาษา และการปรับปรุงศัพท์ทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ของ Hembre นี้ชี้ให้เห็นการสอนในทักษะที่ซ้อนหลายอย่างในเวลาเดียวกันจะเกิดประสิทธิภาพน้อยกว่าเมื่อใช้การสอนที่ใช้ทักษะใดทักษะหนึ่งที่เจาะจง

การสอนนักเรียนในการใช้ Heuristics โดยปราศจากทักษะกระบวนการของวิชาเป็นการสอนที่ยังไม่พอเพียง Lester (1989 cited in English, 1995) การมี

ความรู้ในเรื่อง Heuristics จะมีประโยชน์น้อยมากถ้านักเรียนไม่แยกในการใช้มัน ถ้าไม่รู้จัดการควบคุมการใช้และไม่สะท้อนผลการใช้ และจะมีสิ่งสำคัญอีกอย่างหนึ่งในการช่วยในการแก้ปัญหาให้สำเร็จคือ กระบวนการยุทธวิธี (Strategic Processes)

### 3.2.2 Strategic Processes

3.2.2.1 Goal-Directed Operations แม้ว่าจะมีความเห็นต่างกันในกรประกอบกันขึ้นเป็น ยุทธวิธีใดวิธีหนึ่งแต่กระนั้นก็มีข้อตกลงกันในลักษณะเด่นที่สำคัญ โดยรับว่ายุทธวิธี (Strategy) เป็นการดำเนินการตรงสู่เป้าหมาย (Goal-Directed Operations) ที่ได้มาจากการปฏิบัติในงาน Hamishfeger & Bjorklund (1990 cited in English, 1995) และถูกออกแบบให้เอื้อต่อการใช้ความรู้เดิมและใช้ความรู้ใหม่ให้เป็นประโยชน์ ในบางมุมมองยุทธวิธีมีความจำเป็นที่นำไปสู่ทางเลือกใดทางหนึ่งของวิธีการ Bisan & LeFevre (1990 cited in English, 1995) มองว่ายุทธวิธีเป็นลักษณะของการตรงสู่เป้าหมายที่ยืดหยุ่น และมีอิทธิพลต่อการเลือกและใช้วิธีการที่ตามมา Bjorklund, Muir-Broaddus, & Schneider (1990 cited in English, 1995) มองธรรมชาติของยุทธวิธีเน้นไปที่ การรู้จักคิดและควบคุมได้อย่างมีศักยภาพ

มีวิจัยที่น่าเสนอและทำให้เชื่อว่าข้อมูลที่นักเรียนแสดงเป็นผู้มียุทธวิธีคือสามารถนำเอาประสบการณ์เดิมมาใช้และรับความรู้ใหม่ขณะที่กำลังเรียน มีนักเรียนที่แสดงออกอย่างมียุทธวิธีในการแก้ปัญหา โดยพวกเขาตระหนักถึงการเรียนที่มีผลต่อความก้าวหน้าต่อเป้าหมายและจะต้องนึกถึงเป้าหมายไว้ในใจขณะทำการแก้ปัญหา เพราะนักเรียนระวังในผลการเรียนมากขึ้นในสถานการณ์การแก้ปัญหา จึงใส่ใจในพฤติกรรมที่จะไปถึงความสำเร็จ ผลอันนี้ส่งเสริมความตระหนักในการเชื่อมโยงสิ่งที่แสดงออกในการเรียนกับเป้าหมาย ขณะที่เกิดการปรับปรุงให้มีความตระหนัก นักเรียนจะดำเนินการสู่เป้าหมายได้ดีขึ้น จะมีผลให้รู้จักคิดมากขึ้นและเพิ่มประสิทธิภาพของยุทธวิธี (Bjorklund & Hamishfeger (1990 cited in English, 1995)

DeLoache (1985 cited in English, 1995) ซึ่งให้เห็นประโยชน์ของพฤติกรรมที่เกิดจากการลองผิด ลองถูกที่ทำให้เกิดการพิจารณาอย่างระมัดระวังของความสัมพันธ์ในสิ่งกำหนดให้ในปัญหา และมีการศึกษาอื่นๆที่ปรากฏผลสำเร็จจากการทำกิจกรรมที่ไม่สมบูรณ์สู่กิจกรรมที่สมบูรณ์กว่าที่ทำให้ให้นักเรียนได้สร้างและขยายคำตอบ สืบหา แก้ที่ผิด และพัฒนายุทธวิธีเป็นของตนเองให้มีประสิทธิภาพต่อไป ซึ่งสะท้อนถึงกลวิธีในการ เรียนรู้ต่างๆไปในลักษณะที่เผชิญกับปัญหา

### 3.2.2 Metaprocesses

3.2.2.1 Analogical Reasoning ในปี 1954 Polya ได้ผลิตปริมาตร 1 รูปทรง ในการสอนการให้ เหตุผลแบบการเปรียบเทียบ และแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ แม้ว่าเขา

จะสารัตถ์วิธีการเปรียบเทียบที่สามารถทำให้มีแหล่งความรู้มากขึ้นเพื่อตอบปัญหาใหม่ และสามารถส่งเสริมการปฏิบัติการแก้ปัญหาได้ ความคิดด้านการเปรียบเทียบไม่ค่อยได้รับความนิยมเหมือนงานอื่นๆของเขาเพราะ โดยส่วนใหญ่จะใช้การบรรยายมากกว่าเป็นการแนะนำ (Schoenfeld, 1992) มีการศึกษาเพิ่มอีกมากที่ให้ความสำคัญต่อการให้เหตุผลแบบการเปรียบเทียบในการแก้ปัญหาและเชื่อมโยง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในวิชาวิทยาศาสตร์ และมีการศึกษาจำนวนมากที่เป็นของคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้เหตุผลประกอบ แต่อย่างไรก็ตามการวิจัยในขอบเขตของคณิตศาสตร์เหมือนเพิ่งเริ่มต้นโดยมีขอบเขตอยู่ในเรื่องพีชคณิตและปัญหาทั่วไปที่ใช้ในโรงเรียนมัธยมตอนปลายและมหาวิทยาลัย

Analogical Reasoning จะทำให้บทบาทนักเรียนมีความสำคัญขึ้น ในการสร้างแนวความคิดระหว่างเกิดการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการเข้าถึงปัญหาเดิมที่มีโครงสร้างเป้าหมายเช่นเดียวกับปัญหาใหม่เพื่อส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาใหม่ได้ การเชื่อมโยงเปรียบเทียบก่อให้เกิดการสร้าง แผนภาพระหว่างปัญหาเดิม (Source Problem) และปัญหาใหม่ (Target Problem) และมีการประยุกต์รูปแบบของการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิมที่เป็นเหตุเป็นผลนำไปสู่การแก้ปัญหาใหม่ ซึ่งปัญหานี้ไม่จำเป็นต้องคล้ายคลึงกับปัญหาเก่า Novick (1992 cited in English, 1995) แต่อย่างไรก็ตามจะทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้นกรณีที่ประยุกต์การแก้ปัญหาเก่าที่มีวิธีการคล้ายคลึงกับการแก้ปัญหาใหม่ถ้าแผนภาพการเชื่อมโยงกันด้วยความมีเหตุมีผลมีเพียงพอรหว่าง 2 ปัญหา กระบวนการที่ประยุกต์ขึ้นนี้มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งกรณีที่มีปัญหา 2 ปัญหาที่มีโครงสร้างที่คล้ายกันมาก เพราะการเชื่อมโยงวิธีการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิมสู่ปัญหาใหม่ในแผนภาพที่แสดงความสำเร็จสู่เป้าหมาย ไม่ใช่สิ่งที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ แผนภาพและการประยุกต์นี้แสดงถึงองค์ประกอบที่แยกกันของการเชื่อมโยงการเปรียบเทียบในวิธีการแก้ปัญหาในโจทย์คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน โดยการใช้การประยุกต์ถือว่าเป็นสิ่งสำคัญในการแก้ปัญหา (Novick & Holyoak (1991 cited in English, 1995) จะแทนการใช้เหตุผลเชิงเปรียบเทียบในการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้มาก่อนหน้านี้ในปัญหาที่คล้ายกันกับองค์ประกอบในโครงสร้างที่เป็นสถานะและเป้าหมาย และความสัมพันธ์เป็นการปฏิบัติการที่ผลเปลี่ยนจากสถานะเริ่มต้นไปยังเป้าหมายย่อยและนำไปสู่เป้าหมายสุดท้ายในที่สุด จุดมุ่งหมายคือปัญหาใหม่ การใช้เหตุผลเชิงเปรียบเทียบจะนำมาสู่การเกิดแผนภาพเชื่อมโยงสถานะเป้าหมายและการปฏิบัติการของปัญหาใหม่กับปัญหาที่คล้ายกัน

ก่อนที่นักเรียนจะใช้การอ้างเหตุผล ต้องเห็นความเชื่อมโยงของปัญหาที่เป็นจุดมุ่งหมายกับปัญหาที่เป็นฐานและดึงเอาสิ่งที่เป็นฐานของโครงสร้างนำมาเป็นหลัก

นักเรียนที่ใหม่ในการแก้ปัญหาจะมีความยุ่งยากในการสืบหาความเหมือนของโครงสร้างระหว่างปัญหาต่างๆที่มีลักษณะเด่นที่เห็นที่แตกต่างกัน Novick(1988 cited in English, 1995) ผู้แก้ปัญหาใหม่ชอบที่จะพุ่งเป้าไปที่ลักษณะเด่นภายนอกที่สำคัญเช่นลักษณะเฉพาะของรูปทรง และคำที่เกี่ยวข้องมากกว่าลักษณะเด่นของโครงสร้างที่มีอยู่ในปัญหาที่มีความเกี่ยวข้องเป็นเหตุผลระหว่างกัน สิ่งนี้หมายถึงลักษณะเด่นภายนอกในรูปแบบการคิดเกี่ยวกับปัญหาเป้าหมายน่าจะเกิดจากการนึกย้อนไปยังปัญหาที่เกี่ยวข้องที่จำได้ ในทางตรงกันข้ามความเหมือนของรายละเอียดลักษณะภายนอก จะส่งเสริมการย้อนรำลึก (reminding) ซึ่งจะช่วยเหลือระหว่างรูปแบบการคิดในปัญหาฐานเดิมกับปัญหาใหม่ แม้ว่าความเหมือนภายนอกจะช่วยดึงปัญหาฐานแต่การเชื่อมโยงอย่างเหตุผลก็มีประโยชน์ต่อการมองเห็นความสัมพันธ์ทางโครงสร้างระหว่างปัญหาฐานและปัญหาใหม่ Gentner & L&er(1985 cited in English, 1995)

มีข้อมูลที่แสดงว่าแม้แต่นักเรียนอนุบาลก็สามารถจัดกลุ่มสิ่งๆที่เหมือนกันได้ถ้ามีข้อมูลที่ตรงกับปัญหา รวมทั้งสื่ออุปกรณ์และวิธีการที่เหมาะสมกับอายุ (Cary, 1985; Gelman & Markman, 1986) หลักฐานที่นักเรียนใช้การถ่ายโยงเหตุผลในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน (Gholson, Eymard, Long, Morgan, & Leeming, 1988; Pierce & Gholson, 1994) ใช้ปัญหาที่มีชื่อเสียงเกี่ยวกับ ชวานา บาทหลวงกับ คนกินคน และปัญหาหอคอยซานอยกับงาน 3 งาน กับนักเรียนอายุ 4-10 ปี โดยแต่ละปัญหาจะอาศัยการเคลื่อนไหวเคลื่อนที่ เช่นปัญหาเกี่ยวกับชวานา จะต้องย้ายสุนัขจิ้งจอก1ตัว ห่าน1 ตัว และข้าวโพดจำนวนหนึ่ง โดยให้ย้ายได้ที่ละหนึ่งอย่างในครั้งหนึ่งๆเท่านั้น โดยใช้รถลาก การแก้ปัญหาจะต้องนึกถึงว่าจะไม่ปล่อยให้สุนัขอยู่กับห่านหรือ ห่านอยู่กับข้าวโพด เพราะจะเกิดการกินสิ่งที่อยู่ด้วย คำตอบที่ถูกต้องคือการนำห่านไปก่อน แล้วกลับมาสุนัขจิ้งจอกไปแล้วนำห่านกลับมาอีกครั้ง แล้วนำข้าวโพดไป แล้วกลับมาห่านไปอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งโครงสร้างของปัญหานี้คล้ายคลึงกับปัญหาหอคอยซานอยกับงาน 3 งาน ซึ่งมีข้อกำหนดต้องเคลื่อนย้ายกลับไปกลับมา Gholson (1989 cited in English, 1995) ให้ข้อคิดว่าสิ่งเหล่านี้จะเกิดขึ้นจากการมีประสบการณ์เดิมของนักเรียนกับงานฐานที่นำไปสู่การแก้ปัญหาได้

การใช้การอุปมาอุปมัยเปรียบเทียบสามารถส่งเสริมความสามารถของนักเรียนในการตั้งปัญหาใหม่ โดยหัวใจของการใช้เหตุผลเชิงเปรียบเทียบคือการสร้างปัญหาใหม่ (formulating new problems) ที่เป็นความสามารถที่มองลักษณะความเหมือนแล้วนำไปสร้างเป็นปัญหาใหม่ได้เพื่อให้เกิดการสืบเสาะแก้ปัญหาต่อไป Kilpatrick (1987 cited in English, 1995) สิ่งที่ทำหายครูในห้องเรียนคือการช่วยนักเรียนให้พัฒนาการเจตคติในการสร้างปัญหาด้วยตนเอง กระตุ้นให้เกิดการใช้การค้นหา การเปรียบเทียบ ที่จะทำให้เป็นแนวทางในการเกิดการตั้งปัญหาใหม่ที่น่าสนใจได้ สิ่งเหล่านี้เป็นการทำให้นักเรียนมองเห็นถึงการเลือกแนวทางที่

เป็นเหตุผลเชิงเปรียบเทียบและสามารถประเมินทางเลือกที่มีประสิทธิภาพและมีความเหมาะสม ซึ่งนักเรียนจะต้องใช้ Metacognitive Processes

3.2.2.2 กระบวนการตระหนักในการรู้คิด เป็นความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนโดยเอกสารของนักการศึกษาหลายคน มีการตีความ แปลความกันมากเกี่ยวกับอะไรใช่ อะไรไม่ใช่ การตระหนักในการรู้คิด (Campione, Brown, & Connel, 1989) ผู้ที่ทำงานด้านนี้คนแรกคือ Flavel (1976 cited in English, 1995) ที่เน้นความรู้ของนักเรียนเป็นเรื่องเกี่ยวกับตัวแปรที่เป็นบุคคล งาน และยุทธวิธี เพื่อที่จะระบุองค์ประกอบของความรู้เรื่องการตระหนักในการรู้คิดที่ต้องมีความสัมพันธ์กับความจำ Brown (1978 cited in English, 1995) ได้เน้นทางด้านการบริหารเช่นการวางแผน การควบคุม การประเมิน และการปรับปรุงความคิดของแต่ละคน เมื่อเรารู้ว่ามีมุมมองที่เน้นสิ่งแรกคือความรู้เกี่ยวกับสถานะและกระบวนการด้านความเข้าใจ และสิ่งที่สองคือด้านการควบคุมหรือบริหารของการตระหนักในการรู้คิด (Campione, 1989; Lester, 1989; Paris & Winograd, 1990; Schoenfeld, 1992) องค์ประกอบแรกสุดกล่าวถึงความรู้เกี่ยวกับการตระหนักในการรู้คิดที่เกี่ยวกับตัวของนักเรียนเอง เกี่ยวกับแหล่งความรู้ที่หามาได้ เกี่ยวกับโครงสร้างของความรู้ที่มีขอบเขตที่เขาต้องประสบ Campione (1989 cited in English, 1995) ในด้านที่สองเน้นที่การวางข้อบังคับตนเอง การควบคุมตนเอง การประเมินและคิดแปลงเกี่ยวกับแหล่งการเรียนรู้ของตน จะรวมสภาพการณ์การสะท้อนสภาพของความรู้และทักษะการจัดการของตนเอง Schoenfeld (1987 cited in English, 1995) ยังรวมถึงองค์ประกอบที่สามของการตระหนักในการรู้คิดคือความเชื่อและความรู้สึกที่เกิดขึ้นในใจที่เป็นความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาที่เรานำมาสู่งานของเราในคณิตศาสตร์และวิธีที่สิ่งเหล่านี้จะสร้างหนทางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการใช้ยุทธวิธีมาใช้แก้ปัญหาใหม่จะสามารถสะท้อนการปฏิบัติการแก้ปัญหา และสามารถควบคุมวางระเบียบยุทธวิธีที่มีประสิทธิภาพได้ จากการศึกษาห้องเรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา Peterson (1988 cited in English, 1995) พบว่าความสามารถของนักเรียนสามารถวินิจฉัยและควบคุมความเข้าใจของตนเองที่จะทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของพวกเขา นักเรียนที่สามารถหาคำอธิบายที่ดีเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือเนื้อหาของบทเรียนที่นักเรียนเกิดความเข้าใจถึงที่มาที่ไป จะมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง การให้คำอธิบายที่ดีจะเป็นสิ่งสำคัญในการแสดงความสัมพันธ์กับรายงานที่ระบุยุทธวิธีในการคิด รายงานเกี่ยวกับมโนคติและวิธีการ และรายงานเกี่ยวกับการตรวจคำตอบ

Delclos & Harrington (1991 cited in English, 1995) ศึกษา นักเรียนในเกรด 5 และเกรด 6 ที่ได้รับการสอนใช้เกมคอมพิวเตอร์ในการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนที่ เรียนวิธีการแก้ปัญหาและฝึกควบคุม ตนเองจะสามารถทำโจทย์ที่ซับซ้อนได้และใช้เวลาน้อยกว่า นักเรียนที่เรียนโดยไม่ได้รับการฝึกหรือฝึกแต่การแก้ปัญหาเพียงอย่างเดียว

Lester, Garofalo, & Kroll (1989 cited in English, 1995) พยายามสอนนักเรียนเกรด 7 ให้มีกระบวนการตระหนักในการรู้คิดในขณะเกิดการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ สิ่งนี้มีผลสำเร็จโดยให้ครูเป็นผู้ควบคุมดูแลภายนอกระหว่างการแก้ปัญหา ครูกระตุ้น ให้มีการอภิปราย ที่เป็นสิ่งที่สำคัญในการพัฒนาการเกิดการตระหนักในการรู้คิด และทำให้เกิด เป็นรูปแบบของพฤติกรรมที่มีประสิทธิภาพในการศึกษาของ English (1992) ในระดับมัธยมศึกษา ตอนต้นพบว่านักเรียนใช้การลองผิดลองถูกในการแก้ปัญหาและมีการตรวจสอบตอนสุดท้ายของ การแก้ปัญหาก็จะบรรลุเป้าหมายน้อยกว่าพวกที่ ตรวจสอบเป็นระยะ ตั้งแต่ตอนแรกและต่อเนื่อง มาตลอด

นักเรียนบางคนเห็นว่าการควบคุมตนเองไม่มีความจำเป็นเพราะ เขาเชื่อมั่นในยุทธวิธีการแก้ปัญหของเขาที่จะไปสู่เป้าหมายได้ โดยมีความมั่นใจว่ายุทธวิธีดังกล่าว จะนำไปสู่คำตอบที่ต้องการได้และจากเหตุนี้จึงไม่ใช้การควบคุมในการปฏิบัติการในการแก้ปัญหา แต่นักเรียนอีกกลุ่มที่ใช้กระบวนการควบคุมที่มีประสิทธิภาพในระดับสูงในการนำไปใช้ด้าน วิธีการและการมีความรู้ในเป้าหมายของปัญหา นักเรียนเหล่านี้จะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีและสามารถ แก้ปัญหาผ่านอุปสรรคที่ซ่อนอยู่เพื่อไปถึงผลสำเร็จได้

3.2.2.3 ทักษะการคิดในระดับสูง มีการเน้นมากขึ้นเกี่ยวกับความสำคัญ ของการสนับสนุนให้เกิดความคิดในระดับสูงของนักเรียนในทุกหลักสูตร โดย Fennema & Peterson (1985 cited in English, 1995) ตั้งเกตุว่าการคิดในระดับสูงทำให้นักเรียนสามารถเรียน คณิตศาสตร์ด้วยตนเองได้มากขึ้น และสามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์สู่วิชาอื่นได้ และ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็นการเรียนรู้ตลอดชีวิต ไม่ใช่งานที่ง่ายที่จะกำหนดความหมายของทักษะ การคิดนี้ มีการตีความกันมากเช่น หมายถึงการรวมงานทั้งหมดที่จำเป็นต้องมีมากกว่าการดึงเอา ข้อมูลออกมา ที่เป็นกระบวนการทางสมองส่วนหนึ่งโดยเฉพาะ มีสิ่งที่เกี่ยวข้องกันคือคำว่า higher order อาจจะเป็นคำที่นำผิดทางที่ทำให้หมายความว่า เป็นทักษะที่เกิดภายหลังลำดับที่ต่ำกว่า (lower order) เช่นความจริง (facts) และทักษะนี้ได้ผ่านการรอบรู้แล้ว อย่างไรก็ตาม Resnick (1987 cited in English, 1995) ได้เน้นว่าความคิดในระดับสูงเป็นเครื่องหมายของการเรียนรู้ที่ประสบความสำเร็จ ในทุกระดับ ไม่ใช่เพียงแค่ระดับที่สูงๆเท่านั้น แต่ Splitter (1991 cited in English, 1995) มีข้อ โต้แย้งที่ว่าทักษะการคิดเป็นพื้นฐานของศาสตร์และวิชาทั้งหมด เราจึงได้ตกลงกับความรู้สึกนี้และ

อ้างอิงไปยังทักษะการคิดระดับสูงเพื่อพยายามที่จะเน้นบทบาทที่สำคัญที่จะใช้ในการแก้ปัญหาและการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ อันที่จริงความล้มเหลวที่จะเรียกว่าอะไรถึงจะเป็นทักษะการคิดในระดับสูงในการพัฒนาทักษะพื้นฐานที่อาจจะเป็นสิ่งหลักที่เกิดความยุ่งยากในการเรียนรู้ในระดับประถมศึกษา

ในความพยายามที่จะทำคำนี้ให้ชัด ดังเช่น Resnick (1987) อ้างว่าความคิดระดับสูงก่อให้เกิดกลุ่มของกิจกรรมทางความคิดที่สร้างขึ้นที่ผ่านการตัดสินใจ และวิเคราะห์ถึงสถานการณ์ที่ซับซ้อน ตามเกณฑ์ต่างๆ ความคิดระดับสูงนี้เป็นความพยายามที่ขึ้นกับการควบคุมตนเอง วิธีทางของการแก้ปัญหาหรือคำตอบที่ถูกต้องไม่ได้มีความเฉพาะที่ระบุไว้ งานของผู้คิดจะถูกสร้างอย่างมีความหมายและนำไปใส่อยู่ในโครงสร้างของสถานการณ์มากกว่าที่จะคาดหวังที่จะพบให้ปรากฏออกมา Splitter (1988 cited in English, 1995) ได้แสดงชัดเจนในการนิยามที่เขาพิจารณาลักษณะที่เด่นๆ ที่ให้ตัวอย่างความสามารถทางการคิดอย่างเพียงพอ คือการสะท้อนถึงความยืดหยุ่นของความคิดที่รวมกันในที่ต่างๆ ในการอ้างอิงและคงที่เช่นเป็นการตั้งคำถามและการฟังอย่างตั้งใจ การระบุข้อสมมติฐาน การทำนายผลที่เกิดขึ้น ความเข้าใจในเหตุและผล การแก้ปัญหาใหม่ ความเข้าใจในคุณค่าของการตัดสินใจ การเสนอแนะและสิ่งที่เป็นไปได้ที่หลากหลาย การคิดและจินตนาการอย่างสร้างสรรค์

มีตำราอีกมากที่กล่าวถึงขอบเขตที่กว้างของทักษะการคิดและแนวทางที่จะสอน โดยถูกคาดการณ์ว่านักเรียนสามารถเรียนรู้ที่จะจำและใช้ทักษะการคิดนี้ได้เหมาะสม และเมื่อปฏิบัติจริงจะกลายเป็นักเรียนที่มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น (Halpem, 1992) ทักษะและกระบวนการคิดมีมากแต่ที่เป็นประเด็นสำคัญมี 2 ประเภทใหญ่ๆคือ ด้านการคิดและด้านการสื่อสาร

ด้านการคิดและด้านการสื่อสารที่ประกอบด้วย การคิดสร้างสรรค์และยืดหยุ่น การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย การคิดเป็นภาพ และการรับรู้เป็นรูปแบบ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ นักเรียนบ่อยครั้งจะมีความยากในการพิจารณามุมมองที่หลากหลายหรือเข้าถึงแหล่งข้อมูลในทันทีทันใด การยืดหยุ่นในการคิดเป็นสิ่งสำคัญมากของการแก้ปัญหา โดยการเปลี่ยนมุมมอง การตรวจสอบปัญหาจากหลายมุมมอง นักเรียนต้องเป็นผู้ไม่คิดทางเดียวในการแก้ปัญหา การคิดที่ยืดหยุ่นเป็นองค์ประกอบสำคัญของการคิดสร้างสรรค์ สิ่งเหล่านี้รวมถึงการประยุกต์ความรู้ความคิดใหม่และเดิมมาใช้ในการแก้ปัญหา เช่นการแพร่หลายของวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายในการตอบปัญหาปลายเปิด (English, 1985, 1990) การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยเป็นสิ่งสำคัญของการแก้ปัญหาและในการเรียนคณิตศาสตร์โดยทั่วไป (National Council of Teachers of Mathematics, 1989) การให้เหตุผลแบบอุปนัยทำให้เกิดการอ้างอิงเพื่อที่จะพิสูจน์สมมติฐานและขยายความรู้ มักใช้ในการแก้ปัญหาโดยใช้การเปรียบเทียบ ส่วนการให้เหตุผล

แบบนิรนัยเป็นกระบวนการที่เป็นระบบใช้ในการตีความและสร้างการสอน แผนปฏิบัติการ กฎ และหลักการ เป็นการประเมินข้อมูล พิจารณาผลของข้อตกลงเบื้องต้น และสมมติฐาน และการตัดสินใจในข้อมูลที่นำมาเปรียบเทียบกันว่าอันใดสมเหตุสมผลกว่ากัน การอ้างเหตุผลนิรนัยนี้เป็นวิธีอ้างทางคณิตศาสตร์ที่มีความตรงมาก (National Council of Teachers of Mathematics, 1989) ถึงกับมีผู้กล่าวว่าถ้าโลกนี้ไม่มีการอ้างเหตุผลนิรนัยจะเป็นโลกที่ปราศจากวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี กฎ แบบแผนทางสังคม และวัฒนธรรม (Johnson-Laird & Byrne, 1991)

Spatial Thinking มีองค์ประกอบที่ต่างกัน 2 อย่างคือ Spatial Visualization และ Spatial Orientation (Tarte, 1990) Spatial Visualization เป็นทักษะการใช้มือในการคิด การหมุน การบิด การกลับภาพ โดยตรงข้าม Spatial Orientation เป็นทักษะความเข้าใจในการสร้างตัวแทนหรือสับเปลี่ยนระหว่างตัวแทนหนึ่งกับอีกตัวแทนหนึ่ง นักคิดในด้านนี้จะมีความสามารถที่ดีในด้านการตีความ มองภาพ สร้าง เปลี่ยนและจำแนกรูปร่าง รูปแบบและแผนภาพ การเป็นผู้มีความสามารถในการระบุวิเคราะห์ อธิบาย และอ้างอิงรูปแบบเป็นพื้นฐานสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การสัมพันธ์กับรูปแบบในเรื่องจำนวน เรขาคณิต และการวัดช่วยทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องการเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อทางคณิตศาสตร์ต่างๆ การเชื่อมโยงนี้จะผลักดันให้เกิดความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายที่นำไปเป็นพื้นฐานสำหรับการคิดคณิตศาสตร์ในเชิงนามธรรม (National Council of Teachers of Mathematics, 1989)

การคิดอย่างมีวิจารณญาณมีในบริบทของการแก้ปัญหาและสามารถนิยามเป็นการคิดที่สะท้อนและมีเหตุผลที่เน้นในการตัดสินใจว่าจะเชื่อหรือทำหรือไม่ (Norris & Perkins, 1989) ความคิดนี้รวมความรู้ในด้านการตระหนักการรู้คิดเข้าด้วยกัน นักแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพจะต้องรู้จักสะท้อนการปฏิบัติการของตนเองและเน้นไปที่การคิดถึงสิ่งนั้นที่จะทำให้นำไปสู่เป้าหมายของคำถาม และมีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม การคิดอย่างมีวิจารณญาณ ทำให้เกิดการอ้างอิงที่มีฐานจากข้อมูลและความรู้ที่มีอยู่และการตัดสินใจด้วยหลักฐาน เป็นการทำให้เกิดความชัดเจน แจ่มแจ้ง (Norris & Perkins, 1989) นั่นแสดงว่าต้องพิจารณาอย่างเด่นชัดว่าคำถามถามถึงอะไร มีข้อมูลใดที่จะนำมาใช้ มีข้อตกลงเบื้องต้นว่าอย่างไร และจะตัดสินใจอย่างไรที่จะไปถึงเป้าหมายได้ ซึ่งทักษะการคิดแบบมีวิจารณญาณเหล่านี้ยังไม่ค่อยจะปรากฏในพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน Byrnes(1993 cited in English, 1995)

ด้านการสื่อสาร Greeno (1992 cited in English, 1995) ยืนยันว่าลักษณะที่สำคัญของการคิดทางวิทยาศาสตร์หรือคณิตศาสตร์คือข้อมูลที่แสดงความสามารถในการมีส่วนร่วมในการแสดงออกโดยการพูดในการเรียน ที่เป็นหนทางทำให้เกิดการตั้งโจทย์ การ

คาดคะเน การอ้างอิง และการอ้างแย้ง และเป็นทางที่สนับสนุนการสรุป การเรียนรู้โดยการเรียนรู้ร่วมกันในการพูดในวิชาที่เรียนเป็นสิ่งสำคัญต่อการเรียนรู้ในวิชานั้นๆ นักเรียนที่อยู่ในวงสนทนาจะนำเสนอความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคำถามหรือความคิด เกิดการอภิปรายในความคิดเห็นต่างๆ และตกลงหรือเลือกวิธีการหรือข้อสรุปที่ดีที่สุดด้วยความมีเหตุมีผลและเห็นตรงกันของกลุ่ม

การพัฒนาห้องเรียนเป็นชุมชนแห่งการสืบเสาะหาความรู้ช่วยให้เกิดการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนจะพิสูจน์ ค้นหา ตั้งคำถามและปัญหา ในการเรียนจะเกิดพฤติกรรมการตรวจสอบวิธีการที่ถูกต้องในการแก้ปัญหาที่ผ่านการตระหนักในการรู้คิดที่ชัดเจน การประสานเข้ากับการคิดอย่างมีวิจารณญาณของคนอื่นๆ สามารถช่วยนักเรียนตระหนักถึงการมีความสามารถ มีการเปิดโอกาส และมีหน้าที่ในการร่วมคิด ในการตั้งปัญหาและทำทายในความรู้ที่มีอยู่ Resnick(1987 cited in English, 1995) การสื่อสาร โดยการพูดคุยระหว่างนักเรียนหรือกับครูเป็นเครื่องมือสิ่งแรกในการสร้างความรู้ความคิดทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

### 3.2.4 Affective Models

3.2.4.1 Belief จากผลของการสอน นักเรียนบางคนเกิดความเชื่อที่เข้าใจผิดเกี่ยวกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์ที่ว่าเป็นผลลบอย่างมากต่อพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ Schoenfeld (1992 cited in English, 1995) โดยที่นักเรียนระดับธรรมดาไม่สามารถคาดหวังที่จะเข้าใจคณิตศาสตร์และดังนั้นจึงต้องอาศัยการท่องจำเทคนิคและวิธีการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ถูกรับรู้ว่าเป็นวิชาที่ปิดหมายถึงว่ามีเพียงคำตอบที่ถูกเพียงคำตอบเดียว และวิธีทางแก้ปัญหาที่จะไปถึงคำตอบนั้นก็มีเพียงวิธีเดียวโดยไม่ต้องอาศัยความคิดที่หลากหลาย มาใช้ การแก้ปัญหาในโรงเรียนมองเห็นเป็นกิจกรรมเดียวและ ไม่มีความสัมพันธ์ของปัญหา กับโลกแห่งความเป็นจริง โดยเชื่อว่าคำตอบหนึ่งๆ ขึ้นกับเทคนิควิธีการสอนของครูและทุกๆ ปัญหาจะทำตามรูปแบบที่ครูสอนก่อนหน้า และนักเรียนยังคิดถึง การแก้ปัญหาด้วยความรวดเร็วในทุกปัญหาที่ใช้เวลาคอร์น้อยกว่า 10 นาที ไม่เกิดการอุทิสเวลาในการตั้งโจทย์ปัญหาและเฉลยคำตอบ (Schoenfeld, 1987, Lampert, 1990)

ความเชื่อส่วนตัวของนักเรียนจะมีผลที่สำคัญต่อการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ ความเชื่อนี้สัมพันธ์กับองค์ประกอบด้านความตระหนักในการรู้คิด ของการควบคุมตนเอง ปรากฏว่าระดับความมั่นใจลดลงในการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนหญิงจะความพยายามในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าผู้ชาย McLeod (1992 cited in English, 1995)

3.2.4.2 Emotion สำหรับด้านอารมณ์ โดยทั่วไปมีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแต่จะมีระดับลดลงเมื่อเรียนระดับสูงขึ้น แต่ Peterson (1988 cited in English, 1995) ชี้ว่าเจตคติด้านบวกนี้จะเกิดยาวนานกว่าเจตคติด้านลบ Wagner, Rachlin, & Jensen

(1984 cited in English, 1995) พบว่านักเรียนที่เรียนพีชคณิตไม่เข้าใจบางครั้งจะอารมณ์เสียและจะตอบคำถามแบบไม่มีเหตุผล ส่วนนักเรียนที่มีความพึงพอใจในการเรียนจะมีแนวการตอบและคำตอบที่สมเหตุสมผลและถูกต้องมากกว่า และเกิดการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ความคิดที่สำคัญต่างๆ ได้ Lawler(1981 cited in English, 1995)

ความสามารถนี้เป็นความเชื่อมโยงระหว่างความคิดที่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา จากเรื่องการแก้ปัญหา การตั้งปัญหาและการคิดทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า

- 1) องค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา การตั้งปัญหาและการคิดทางคณิตศาสตร์จะรวมไปถึงรูปแบบของปัญหา (problem models) กระบวนการยุทธวิธี (strategic processes) กระบวนการเมตต้า (metaprocesses) และรูปแบบเจตคติ (Affective Models)
- 2) นักแก้ปัญหาที่มีความชำนาญจะพัฒนารูปแบบความคิดความเข้าใจที่เน้นไปยังหลักการต่างๆ ของวิชามากกว่าลักษณะเด่นภายนอกของปัญหา
- 3) ระหว่างการแก้ปัญหา นักเรียนจะขยายรูปแบบการคิดที่มีอยู่โดยเชื่อมโยงกับข้อมูลใหม่กับโครงสร้างความรู้เก่าและสร้างความสัมพันธ์ใหม่ระหว่างโครงสร้างเหล่านั้น นักเรียนจะสามารถสร้างความความคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและสามารถให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาใหม่ๆ ได้อย่างมีความหมาย การใช้กระบวนการเมตต้าจะสำคัญมากในที่นี้
- 4) กระบวนการ Heuristic เช่นการวาดรูปแผนภาพ การทำรูปแบบตามธรรมชาติ สามารถมีประโยชน์ในการนำทางในการแก้ปัญหาได้ อย่างไรก็ตามความรู้จาก Heuristic จะมีประโยชน์น้อยมากถ้านักเรียนไม่ได้ตั้งรูปแบบสถานการณ์ปัญหาที่มีความหมายตั้งแต่เริ่มแรก ถ้านักเรียนไม่ทราบวิธีประยุกต์ Heuristic และถ้านักเรียนไม่ได้เป็นผู้ควบคุมการประยุกต์ใช้ และไม่ได้สะท้อนผลของการปฏิบัติการ ครูต้องทำให้นักเรียนใส่ใจในการพัฒนากระบวนการเหล่านี้ภายใต้สถานการณ์สิ่งแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนรู้
- 5) การตระหนักในการรู้คิดเป็นการรวมความรู้เกี่ยวกับสภาพของความรู้และกระบวนการคิดเข้าด้วยกันกับองค์ประกอบของการบริหารคือการวางแผน การควบคุม การประเมิน และปรับการคิดใหม่ กิจกรรมการร่วมกันแก้ปัญหารวมอยู่ในการใช้โปรแกรมการคิดเช่นปรัชญาของนักเรียนสามารถมีผลต่อการพัฒนากระบวนการตระหนักในการรู้คิดและการคิดระดับสูง

6) การให้เหตุผลเชิงเปรียบเทียบเป็นสิ่งสำคัญในการแก้ปัญหา และตั้งปัญหา อย่างไรก็ตามนักเรียนต้องสามารถสืบหาโครงสร้างของปัญหาที่เหมือนกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งต้องระวังว่าจะใช้โครงสร้างเหล่านี้เมื่อไรและอย่างไร

#### 4. การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก (Problem-Based Learning)

##### 4.1 ความเป็นมาของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

วิธีการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักได้เกิดขึ้นครั้งแรกจากการสอนกลุ่มนักศึกษา คณะแพทยศาสตร์ในมหาวิทยาลัยแมคมาสเตอร์ ประเทศแคนาดาในช่วงกลาง ค.ศ.1970 โดย Barrows และ Tamblyn ซึ่งต่อมาในปี ค.ศ. 1980 ทั้งสองท่านนี้ได้ให้ความหมายของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักนี้ว่าเป็นการเรียนที่มีผลมาจากกระบวนการของการทำงานที่ทำให้เกิดความรู้ ความเข้าใจ หรือเป็นการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหานี้เป็นสิ่งแรกสุดที่นักเรียนได้เผชิญในการเกิดกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะที่ต่างจากวิธีการสอนแบบอื่น การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักนี้เป็นวิธีการสอนวิธีหนึ่งที่ใช้ได้ในหลากหลายรูปแบบเช่นในการสอนเสริม ในกลุ่มย่อย การสอนแบบบรรยายที่ใช้ปัญหาเป็นตัวเปิดประเด็น การอภิปรายในกลุ่มใหญ่ และในการทดลองในห้องปฏิบัติการที่ใช้ปัญหามา (Kaufman, 1995) แต่สิ่งที่ใช้มากที่สุดของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก คือใช้กับนักเรียนกลุ่มย่อย โดยมีครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกไม่ใช่ผู้สอนความรู้ โดยสาระของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักนี้ Wilkerson & Feletti (1989) ระบุว่า มี 3 ขั้นตอนตามลำดับดังนี้คือ 1) การเผชิญกับปัญหา (Confronting the Problem) 2) การกระตุ้นให้เกิดการศึกษาอิสระเป็นรายบุคคล (Engaging in independent Study) 3) การตรวจสอบย้อนกลับมายังปัญหา (Returning to the Problem) การเรียนที่เป็นการศึกษาเฉพาะกรณีที่เกิดขึ้นครั้งแรกที่โรงเรียนธุรกิจ ฮาวาร์ดถือว่าเป็นหนึ่งในการเรียนที่ใช้ปัญหาเป็นหลัก ซึ่งจากการศึกษาเฉพาะกรณีเป็นการหาเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงที่ผู้เรียนและผู้สอนสามารถตรวจสอบ อภิปรายและเสนอผลต่างๆของการแก้ปัญหาไปยังสถานการณ์ปัญหาจริงๆปัญหาหนึ่ง โดยที่การศึกษาเฉพาะกรณีที่ดีที่สุดคือวิธีการที่นำเสนอปัญหาที่เป็นข้อสงสัยที่จะเป็นตัวดึงเอาแนวการแสวงหาคำตอบและข้อเสนอแนะที่แตกต่างกันมาๆที่เกิดจากการแก้ปัญหา โดยการมีหลากหลายลักษณะของแนวทางดังกล่าวถือได้ว่าเป็นจุดเด่นของการศึกษา (Meyers & Jones, 1993) ซึ่งปัญหาดังกล่าวนั้นควรจะเป็นปัญหาประเภท ill-structured กล่าวคือจะมีวิธีการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบที่เป็นไปได้หลากหลายวิธี โดยวิธีที่ถูกต้องไม่จำเป็นต้องมีวิธีเดียวหรือคำตอบเดียว

เป้าหมายสำคัญของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อกระตุ้นให้เกิดการคิดวิเคราะห์ คิดแบบมีวิจารณญาณซึ่งจะเป็นการพัฒนาความเชื่อมั่นในตนเองและทักษะในการเผชิญ

กับปัญหาหรืออุปสรรค และเป้าหมายอีกอย่างหนึ่งคือการเกิดความรับผิดชอบต่อการเรียนที่เปลี่ยนแปลงบทบาทโดยสิ้นเชิงจากการเป็นผู้รับความรู้กลายเป็นผู้แสวงหาและสร้างความรู้ด้วยตัวของตัวเอง โดยบทบาทครูจะเป็นผู้จัดเตรียมปัญหาที่ท้าทายให้นักเรียนคิด อุปกรณ์ที่จำเป็นที่ส่งเสริมการเรียนรู้ การอภิปราย เพื่อก่อให้เกิดมโนคติและสามารถนำมโนคติไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์การปฏิบัติจริงได้ การอภิปรายกลุ่มที่คืบหน้าควรมีชีวิตชีวา น่าตื่นเต้น และเกิดการมีส่วนร่วมของนักเรียนทุกคน ซึ่งถือได้ว่าเป็นการเรียนรู้ร่วมกันและผลงานของกลุ่มเป็นธรรมชาติที่ความสำเร็จของการทำงานระหว่างกัน

จะเห็นว่าคุณค่าที่สำคัญของปัญหาที่ดีในสถานการณ์ต่างๆควรมีคำตอบที่ถูกต้องได้ประมาณ 2 หรือ 3 คำตอบ โดยน่าจะไม่มีคำตอบที่ถูกต้องเป็นคำตอบเดียวหรือเป็นคำตอบที่ง่ายต่อปัญหาหนึ่งๆ น่าจะมีบางวิธีการแก้ปัญหของนักเรียนบางคนที่ดีกว่าเพื่อนคนอื่นๆในการแก้ปัญหาในสถานการณ์เดียวกัน โดยวิธีการแก้ปัญหที่ว่านี้มาจากการอภิปรายในกลุ่มย่อยเพื่อสำรวจหาวิธีแก้ปัญหที่เป็นไปได้และตอบปัญหาได้ตรงจุด ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนเป็นผู้กล้าในการตัดสินใจด้วยตนเองจากการที่ได้เผชิญปัญหา ตีความในปัญหาและแก้ปัญหาในการนำเสนออภิปรายในกลุ่มเพื่อน เพื่อเกิดการเรียนรู้และจะมีความสามารถที่ดีขึ้นต่อการแก้ปัญหาอื่นๆที่เป็นปัญหาใหม่ที่อาจไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม จะทำให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้เพิ่มขึ้น

#### 4.2 ความหมายของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

Schmidt (1993) ได้กำหนดหลักการ 3 หลักการที่สนับสนุนการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักคือการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักจะกระตุ้นความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน เพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาใหม่ระหว่างนักเรียนอภิปรายการแก้ปัญหา มโนคติใหม่จะถูกสร้างขึ้น โดยการเชื่อมโยงกับมโนคติเดิมโดยผู้มีความสามารถในการเรียนรู้ที่ดีจะสามารถดึงเอาข้อมูลต่างๆในความจำของตนเองออกมาได้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตในบริบทจริงจะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และสามารถนำไปประยุกต์ได้

Finkle & Torp (1995) นิยามการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักว่าเป็นการพัฒนาหลักสูตรและระบบการสอนที่พัฒนาในทันทีทั้งยุทธวิธีการแก้ปัญหาและพื้นฐานความรู้และทักษะ โดยการจัดให้นักเรียนเป็นผู้มีบทบาทในการเป็นนักแก้ปัญหาที่ต้องเผชิญกับปัญหาปัญหาหนึ่งที่ตอบได้หลายแนวความคิดที่สะท้อนถึงปัญหาอื่นๆในบริบทชีวิตจริง

สถาบันวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์แห่งอิลลินอยส์ (Illinois Mathematics & Science Academy) ได้ให้คำจำกัดความของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักว่าเป็นวิธีการศึกษาวิธีหนึ่งจัดหลักสูตรและการสอน โดยใช้ปัญหาที่สร้างขึ้นที่มีแนวตอบที่หลากหลาย (ill-structured) นักเรียนจะต้องค้นหาและประยุกต์ความรู้ในวิชาต่างๆเพื่อนำมาประกอบหาคำตอบ

โดยที่ครูมีบทบาทเป็นผู้แนะนำเท่านั้น และจากการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักจะทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาคิดแบบมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การตั้งสมมติฐาน การเชื่อมโยงข้อมูล การทดลอง การหาคำตอบและพิจารณาเลือกคำตอบที่ตรงกับเงื่อนไขของปัญหาหลักให้มากที่สุด การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักนี้สามารถทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสลับซับซ้อนของปัญหาและหาข้อค้นพบในการแก้ปัญหาด้วยการเรียนรู้อย่างสนุกสนาน และยังทำให้เกิดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์และเกิดความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริงอีกด้วย

Howard & Kelson (อ้างถึงใน ศูนย์กลางการเรียนรู้และการสอนแมริโคปา (Maricopa Center for Learning & Instruction, 2001) แห่งมหาวิทยาลัยการแพทย์อิลลินอยส์ได้ ได้นิยามว่าการเรียน โดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นทั้งหลักสูตรและกระบวนการ โดยที่เป็นหลักสูตรเป็นการออกแบบและเลือกปัญหาหลักสำหรับใช้นำกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยความระมัดระวังในอันที่จะนำมาให้เกิดความรู้ด้านการคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ การใช้ยุทธวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเองและทักษะกระบวนการกลุ่มจากการเรียนแบบร่วมมือ ส่วนกระบวนการเป็นการทำซ้ำหรือทำใหม่ในการนำไปใช้ด้วยวิธีที่เป็นระบบในกรณีที่เป็นการแก้ปัญหาใหม่หรือการเผชิญกับปัญหาที่ท้าทายในชีวิตประจำวันหรือในอาชีพของตนเอง และบทบาทต่างๆของนักเรียนเปลี่ยนเป็นมีความรับผิดชอบเพิ่มขึ้นในการเรียนรู้ เกิดแรงจูงใจและมีความรู้สึกรักอยากประสบความสำเร็จ เกิดรูปแบบในการเรียนรู้ตลอดชีวิตที่ประสบผลสำเร็จ

Roh (2003) ได้อธิบายความหมายของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักว่าเป็นสภาวะแวดล้อมของการเรียนรู้ที่ปัญหาทำให้เกิดการเรียนรู้ นั่นคือการเรียนรู้จะเริ่มต้นด้วยปัญหาใดปัญหาหนึ่งที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ และปัญหาที่ถูกตั้งขึ้นนี้จะนำทางนักเรียนในการที่จะทำให้เกิดข้อความรู้ใหม่ โดยนักเรียนจะต้องตีความของปัญหา หาข้อมูลที่จะมาสนับสนุนแนวคิดหรือช่วยแก้ปัญหา ระบุคำตอบที่เป็นไปได้ ประเมินตรวจสอบผลที่ได้ และนำเสนอข้อสรุป โดยการที่นักเรียนจะเป็นนักแก้ปัญหาที่คืบหน้าเกิดจากนักเรียนต้องได้ผ่านการเรียนรู้ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มาจากแหล่งข้อมูลที่หลากหลาย

Duch (2000) ได้ให้คำนิยามของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักว่าเป็นวิธีการสอนที่ท้าทายให้นักเรียนเรียนเพื่อที่จะเรียนอย่างแท้จริง สามารถทำงานกลุ่มเพื่อแสวงหาคำตอบในปัญหาที่เกี่ยวกับบริบทชีวิตจริง โดยปัญหาเหล่านี้ใช้เพื่อมากระตุ้นความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียนและเกิดการเริ่มต้นของการเรียนรู้ในวิชานั้นๆ การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการฝึกเตรียมนักเรียนให้เป็นผู้คิดอย่างมีวิจารณญาณ คิดวิเคราะห์และพยายามค้นหาและใช้แหล่งการเรียนรู้ที่เหมาะสม

นอกจากนี้ การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นยุทธวิธีในห้องเรียนที่ถูกจัดระบบ ในด้านการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้มีกิจกรรมในการแก้ปัญหาและพยายามให้มีโอกาสที่มากขึ้น สำหรับการคิดอย่างมีวิจารณญาณ การนำเสนอความคิดสร้างสรรค์ของตนเอง และสามารถสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มเพื่อนที่เรียนรู้ร่วมกันได้ (Krulik & Rudnick, 1999; Lewellen & Mikusa, 1999; Erickson, 1999; Ericson, 1999; Carpenter et al., 1993; Hiebert et al., 1996; Hiebert et al., 1997) โดยการเรียนที่ใช้ปัญหาเป็นหลักนี้สภาพและบรรยากาศของห้องเรียน จะแตกต่าง โดยสิ้นเชิง กับการสอนแบบเดิมที่เน้นครูเป็นศูนย์กลาง เพราะสภาพและบรรยากาศของห้องเรียนแบบใช้ ปัญหาเป็นหลักนี้จะเป็นการให้โอกาสแก่นักเรียนในการพัฒนาความสามารถต่างๆของพวกเขาใน การปรับปรุงและเปลี่ยนวิธีการเรียนเพื่อให้ สอดคล้องกับสถานการณ์ใหม่ ในขณะที่นักเรียนที่เรียน แบบเดิมจะถูกกำหนดให้ทำแบบฝึกหัด ท่องจำกฎ และรูปแบบของสมการต่างๆที่จำเป็นต้องเรียน การเรียนแนวใหม่ที่ใช้ปัญหาเป็นตัวนำกิจกรรมการเรียนการสอนนี้ยังเป็นการเชื่อมโยงให้เกิดการ เรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในหลายด้านคือการสื่อสารและ นำเสนอ การสร้างตัวแทนปัญหา การสร้างรูปแบบในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผล (Smith, 1998; Erickson, 1999; Lubienski, 1999)

#### 4.3 การเปรียบเทียบการเรียนการสอนแบบบรรยายและการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหา เป็นหลัก

สถาบันวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์แห่งอิลลินอยส์ (1996) ได้เปรียบเทียบการ เรียนการสอนแบบบรรยายและการเรียนการสอน โดยใช้ปัญหาเป็นหลักดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงการเรียนการสอนแบบบรรยายและการเรียนการสอน โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

การเรียนการสอนแบบบรรยาย	การเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก
1. ครูเป็นศูนย์กลาง	1. นักเรียนเป็นศูนย์กลาง
2. เป็นเส้นตรง ต่อเนื่อง	2. มีความเชื่อมโยง สัมพันธ์กัน
3. จักระบบจากย่อยไปใหญ่	3. จักระบบจากใหญ่ไปย่อย
4. ครูเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้	4. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก
5. นักเรียนเป็นผู้รับความรู้	5. นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้
6. สภาพแวดล้อมในการเรียนคงที่ เหมือนเดิม	6. สภาพแวดล้อมในการเรียนมีการยืดหยุ่น หลากหลาย

#### 4.4 หลักการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

จากทฤษฎีการสร้างสรรค้ความรู้เป็นทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับการเรียนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยนักเรียนจะเป็นผู้มีบทบาทอย่างมากในการทำกิจกรรมต่างๆด้วยตนเอง มีการอภิปรายกลุ่ม ส่วนครูเป็นเพียงผู้แนะนำไม่ใช่ผู้สอนความรู้โดยเป็นการแนะนำเกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้ ส่งเสริมให้คิดอย่างลึกซึ้ง (Palincsar, 1998) ซึ่งสิ่งเหล่านี้เป็นการเปลี่ยนแปลงจากสภาพห้องเรียนเดิมสู่ห้องเรียนใหม่ที่เป็นบรรยากาศของครูที่จะต้องป้อนคำถามให้นักเรียนคิดสร้างรูปแบบของปัญหาที่ นักเรียนพบแล้วจะต้องถามตัวเองว่าจะตอบเช่นไร (Graesser & Person, 1994) โดยรูปแบบการสอนใหม่นี้ไม่ได้เน้นเฉพาะข้อเท็จจริงแต่มีอะไรอีกหลายอย่างในเป้าหมายและยุทธวิธีต่างๆ (Collins & Stevens, 1982) ครูในยุคใหม่มีเป้าหมายในการสอนทั้งวิธีการเรียนรู้ ทฤษฎี วิธีการที่ได้มาของทฤษฎี การทำนายผลจากทฤษฎี และการตรวจสอบทฤษฎี โดยครูให้ความสำคัญกับการที่นักเรียนต้องแสวงหาข้อค้นพบต่างๆหรือสร้างความรู้ด้วยตนเอง อีกทั้งมีการศึกษากับกลุ่มเพื่อนเพื่อแลกเปลี่ยนประสบการณ์และหาข้อยุติในการแก้ปัญหาาร่วมกัน มุมมองทฤษฎีการสร้างสรรค้ความรู้ของ Savery & Duffy (1995) ในลักษณะ 3 ด้านคือ 1) การเข้าใจในปฏิสัมพันธ์ของเรากับสิ่ง แวดล้อม 2) ความขัดแย้งทางปัญญาหรือความงุนงงจะเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้และกำหนดระบบและธรรมชาติของสิ่งที่จะเรียนรู้ 3) ความรู้เกิดจากการโต้แย้งในแนวความคิดในกลุ่ม และความเข้าใจในส่วนตัว ซึ่งทำให้เกิดหลักการสอน 8 ข้อดังนี้

- 1) การเกิดกิจกรรมการเรียนรู้มาจากงาน 1 งาน หรือปัญหา 1 ปัญหา
- 2) การสนับสนุนผู้เรียนในการพึ่งตนเองในการทำงานหรือปัญหา
- 3) ออกแบบงานตามสภาพจริง
- 4) ออกแบบงานและสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้นักเรียนทำการแก้ปัญหาได้จนเกิดการเรียนรู้
- 5) ให้โอกาสนักเรียนในการใช้กระบวนการแสวงหาคำตอบ
- 6) ออกแบบสภาพแวดล้อมที่จะช่วยสนับสนุนและท้าทายให้นักเรียนคิด
- 7) กระตุ้นความคิดในการตรวจสอบในมุมมองด้านต่างๆและในบริบทที่แตกต่างออกไป
- 8) จัด โอกาสและสนับสนุนการสะท้อนผลทั้งในด้านเนื้อหาและการเรียนรู้ในกระบวนการต่างๆทางคณิตศาสตร์

หลักการดังกล่าวสามารถประยุกต์ใช้กับสภาพแวดล้อมของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่ว่าต้องการให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ในขณะที่ทำงาน ทำกิจกรรมในสภาพแวดล้อม ตามสภาพจริง ผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเองด้วยการคิดวิเคราะห์

คิดมีวิจารณ์ญาณ และสร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเอง นอกจากนี้นักเรียนยังเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มที่จะต้องถกเถียงโต้แย้งและอภิปรายในการหาความรู้อย่างมีความหมายที่เป็นสิ่งสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหา

#### 4.5 ลักษณะของปัญหาที่ดี (Characteristics of good Problems) (Duch, 1996)

จากหลายคณะและภาควิชาที่นำเอาการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก (Problem-Based Approach) ไปใช้ในการสอนในวิชาของตนเองมีความเห็นที่เป็นสิ่งสำคัญเกี่ยวกับปัญหาที่ดีคือ

1) ปัญหาที่มีประสิทธิภาพในสิ่งแรกต้องกระตุ้นความสนใจของนักเรียนและทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจในการทำความเข้าใจอย่างถ่องแท้กับความรู้เดิมที่จะนำมาใช้ โดยปัญหานี้ต้องสัมพันธ์กับเนื้อหาวิชาและบริบทจริง ทำให้นักเรียนก่อเกิดการแก้ปัญหาให้สำเร็จได้

2) ปัญหาที่ดีต้องการให้นักเรียนเกิดการตัดสินใจที่มีฐานจากข้อเท็จจริง ข่าวสาร ตรรกศาสตร์ และความมีเหตุมีผล นักเรียนจะใช้การตัดสินใจและเหตุผลที่ขึ้นกับหลักการในเรื่องที่ศึกษา ปัญหาต่างๆต้องการให้นักเรียนระบุข้อตกลงเบื้องต้น ข้อจำกัดที่จำเป็นและบอกเหตุผลทำไมจึงเป็นเช่นนั้น ข้อมูลอะไรที่สัมพันธ์กัน ขั้นตอนหรือวิธีการอะไรที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3) การร่วมมือกันเรียนรู้จากสมาชิกทุกคนในกลุ่มเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นที่จะทำให้งานเกิดประสิทธิภาพ โดยผ่านการแก้ปัญหาจากปัญหาที่กำหนดให้ร่วมกัน ความยาวและความซับซ้อนของปัญหาจะต้องถูกควบคุมเพื่อมิให้นักเรียนแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆแล้วแบ่งให้แต่ละคนรับผิดชอบในแต่ละส่วน แล้วนำข้อสรุปจากการแก้ปัญหาดังกล่าวมารวมกัน ซึ่งการทำลักษณะนี้จะไม่เกิดประโยชน์ในด้านการเรียนรู้ได้อย่างเต็มที่

4) ปัญหาหลักปัญหาแรกต้องมีลักษณะใดลักษณะหนึ่งหรือหลายลักษณะในต่อไปนี้ ทำให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มช่วยกันอภิปรายการแก้ปัญหา

- (1) ปัญหาที่เป็นปัญหาปลายเปิดที่มีวิธีการหลายวิธีในการหาคำตอบ
- (2) เชื่อมโยงกับความรู้ที่เรียน
- (3) มีประเด็นที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดเห็นที่หลากหลายในการแสวงหาคำตอบ

คำตอบ

ยุทธศาสตร์การสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักสามารถทำให้นักเรียนปฏิบัติหน้าที่ในกลุ่ม และเกิดการนำเสนอความคิด ข้อความรู้ของตนเองในการแก้ปัญหากับกลุ่ม

5) จุดประสงค์ของเนื้อหาในรายวิชาจะสอดคล้องกับปัญหา และสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่จะเกิดมโนคติใหม่และเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ในวิชาอื่นๆ

เมื่อปัญหาหลักมีลักษณะเฉพาะดังกล่าวจะทำให้ทนายนักเรียนให้เกิดการคิดอย่างมี  
 วิจารณ์ญาณในระดับสูง ไม่ใช่เรียนจากการท่องจำกฎ นิยามเพื่อการตอบในข้อสอบเพราะจะทำให้  
 นักเรียนขาดความสามารถหรือแรงจูงใจที่จะไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้งได้ โดยการเรียนแบบใช้ปัญหา  
 เป็นหลักนี้จะทำให้นักเรียนมีระดับความรู้ขั้นสูงของบลูมคือขั้นการนำไปใช้ การวิเคราะห์  
 การสังเคราะห์และการประเมินค่ามากกว่าระดับการจำและเข้าใจ

Woods (1996) ได้ยกตัวอย่างปัญหาหลักที่ใช้นำกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

- 1) มอเตอร์ไซค์ทำให้เกิดอุบัติเหตุจำนวนมากโดยเฉพาะบนสะพานที่มีน้ำแข็ง  
 เกาะที่ผิวสะพานในฤดูหนาว ก่อนที่จะเกาะบนถนนหลวง จงหาวิธีลดอุบัติเหตุดังกล่าว
- 2) ให้นักเรียนที่เรียนในด้านวิศวกรรมศาสตร์ออกแบบต้นไม้ที่ให้ผลผลิตของ  
 แอสไพรีน 20,000 เมตริกตันต่อปี
- 3) สำหรับนักเรียนแพทย์ กำหนดสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสุขภาพคือ แฮรี่  
 ไบลท์เทอร์มีอาชีพขับรถบรรทุกอายุ 23 ปี ขณะนี้ตกงานและได้บ่นถึงการมองเห็นภาพซ้อนและ  
 มักจะปวดหัวเมื่อเร็ว ๆ นี้ ให้นักเรียนวิเคราะห์เหตุการณ์นี้ว่าเขาเป็นอะไร ทำไม
- 4) จงใช้เลข 60 ถึง 100 หรือเลข 5 ถึง 9 มาใช้ในการแก้ปัญหา

สรุป ปัญหาที่ดีควรเป็นปัญหาที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด มีหลากหลายแนวทาง  
 แก้ปัญหาไม่จำกัดแนวทางตอบ เป็นปัญหาที่ชัดเจน ต้องมีขอบเขตหรือเป้าหมายของปัญหา และ  
 ต้องเป็นปัญหาที่นักเรียนส่วนมากมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ (Univ. of Delaware, 2001)  
 เป็นปัญหาที่ต้องการความช่วยเหลือจากทีม ตรงตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สร้างขึ้นโดยคำนึงถึง  
 ความรู้และประสบการณ์เดิม สามารถพัฒนาระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในขั้นสูงของบลูม

#### 4.6 ลักษณะความเปิดของปัญหาปลายเปิดและขั้นตอนการนำไปใช้

Nohda (2000) ได้กล่าวถึงลักษณะความเปิดของปัญหาซึ่งนำมาสู่ความสมบูรณ์  
 ของปัญหาดังนี้ปัญหาที่ใช้เป็นรูปแบบของ Open Approach เป็นประเภท Non- routine Problem  
 ซึ่งลักษณะของความเปิดดังนี้

- 1) ความเปิดในด้านความหลากหลายในกระบวนการแก้ปัญหา
- 2) ความเปิดในด้านผลลัพธ์ของปัญหา กล่าวคือเป็นปัญหาที่คำตอบที่ถูกต้องได้  
 หลายคำตอบ
- 3) ความเปิดในด้านการสร้างปัญหาใหม่ได้หลากหลายจากปัญหาดังกล่าว  
 และได้เสนอขั้นตอนของการนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในชั้นเรียนว่ามี 3 ขั้นตอน  
 คือ 1) กำหนดปัญหา เป็นขั้นตอนที่ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนได้เผชิญ โดยครูไม่ได้แนะวิธีการ  
 แก้ปัญหาให้กับนักเรียน ซึ่งลักษณะของปัญหาอยู่ในรูปของสถานการณ์ เช่น การเล่นเกม ปัญหา

นั้นไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ซึ่งวิธีการแก้ปัญหานั้นจะขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของครูว่าตั้งใจจะกำหนดว่าปัญหาที่ครูต้องการให้นักเรียนได้แก้ไขในสถานการณ์ที่กำหนดเป็นปัญหาชนิดใด 2) แก้ปัญหา เป็นขั้นตอนการหาวิธีการที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละคนเสนอแนวทางในการแก้ปัญหของตนเองที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับความสามารถและประสบการณ์ของแต่ละคน และครูกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายถึงความเกี่ยวข้องกันของแต่ละวิธีและนำมาบูรณาการเข้าด้วยกัน 3) ขยายปัญหา เป็นขั้นตอนการขยายสู่ปัญหาใหม่ โดยอาศัยฐานจากปัญหาเดิม และพิจารณาจากขั้นตอนการแก้ปัญหารูปแบบการสอนที่ใช้วิธีการแบบเปิด มุ่งเตรียมผู้เรียนด้วยสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะปัญหาแบบเปิดที่มีความเป็นไปได้ที่หลากหลายที่จะสนองความต้องการ ความสนใจ หรือความสามารถในการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันของแต่ละคนและขณะเดียวกันเป็นปัญหาที่สนับสนุนและกระตุ้นกระบวนการคิด วิเคราะห์และสืบเสาะหาแนวทางการแก้ปัญหาและสามารถสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาดังกล่าว ด้วยประสบการณ์การแก้ปัญหาดังกล่าวผู้เรียนถูกคาดหวังให้เรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ที่สำคัญคือได้เรียนรู้กระบวนการการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อื่นได้แก่วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ ความเชื่อ และการรู้คิดเกี่ยวกับวิธีการเรียนรู้ของตนเอง องค์ประกอบของบริบทของการสอนการแก้ปัญหา

#### 4.7 คำถามหรือปัญหาปลายเปิด

Becker & Shimada (1997) ให้ข้อสังเกตว่าปัญหาที่ใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนตามปกติที่ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาที่มีลักษณะร่วมกันประการหนึ่งคือ มักมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว เมื่อกำหนดปัญหาและตัวเลือกที่เป็นคำตอบก็จะสามารถตรวจสอบได้ว่าตัวเลือกใดเป็นคำตอบของปัญหา คำตอบของปัญหาแต่ละปัญหาได้รับการกำหนดให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ก็ไม่ถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง ปัญหาลักษณะนี้เรียกว่า ปัญหาสมบูรณ์หรือปัญหาปิด สำหรับปัญหาอีกประการหนึ่งเป็นปัญหาที่สร้างให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบเรียกว่า ปัญหาไม่สมบูรณ์ หรือปัญหาปลายเปิด ปัญหาประเภทนี้มักพบอยู่เสมอในการสอนตามปกติในชั้นเรียน เมื่อครูใช้ถามนักเรียน โดยมีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

Orton & Probisher (1996) มีแนวคิดว่า “ปัญหา” จะเรียกว่า “เปิด” เมื่อไม่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง เป้าหมายอยู่กับการตัดสินใจที่เปิดกว้าง ความหมายนี้เป็นเป็นความหมายหลักที่ใช้ในสหรัฐอเมริกา ซึ่งเป็นความหมายเกี่ยวกับคำว่า “ปัญหาปลายเปิด” ที่ใช้ในประเทศอังกฤษซึ่งเหมือนกับที่อื่น ๆ ทั่วโลก เป็นปัญหาที่ไม่มีปลายสุด ปัญหาที่มีกระบวนการคิดได้หลายอย่างก็จัดว่าเป็นปัญหาปลายเปิด

จากการประมวลแนวคิดของนักคณิตศาสตร์ศึกษา (Becker & Shimada, 1997; NCTM, 1989: 210) สรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการหรือแนวทางหาคำตอบได้หลายวิธี ซึ่งเป็นความหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

#### 4.8 ชนิดของปัญหาปลายเปิด

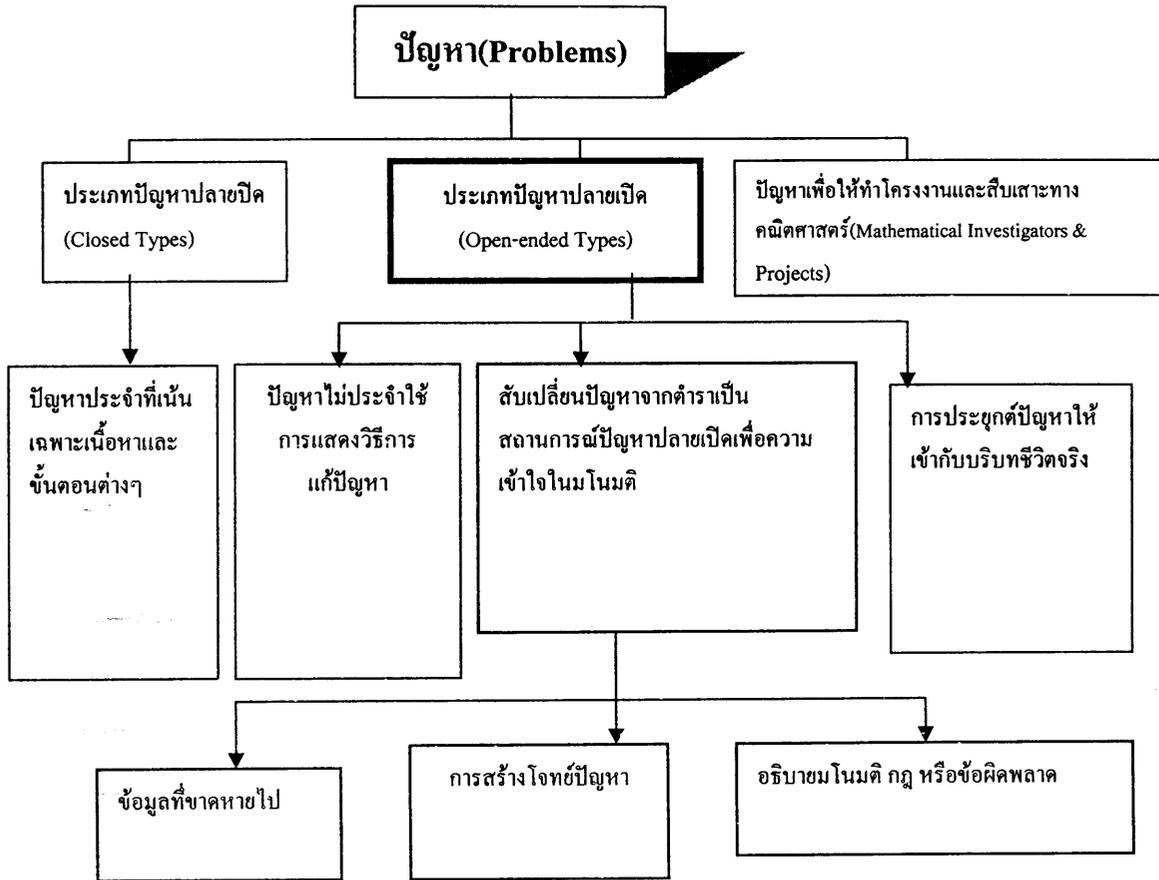
ปัญหาปลายเปิดสามารถแบ่งได้เป็น 3 ชนิดคือ

- 1) การหาความสัมพันธ์ เป็นปัญหาให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์
- 2) การจำแนก เป็นปัญหาให้นักเรียนจำแนกแยกแยะสิ่งต่าง ๆ ตามลักษณะที่แตกต่างกันโดยใช้เกณฑ์ของนักเรียน ซึ่งนำไปสู่การสร้างมโนคติทางคณิตศาสตร์
- 3) การวัด เป็นปัญหาให้นักเรียนกำหนดการวัดเชิงตัวเลขให้กับกิจกรรม หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ ปัญหาชนิดนี้เกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริงหลายอย่างของการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งคาดหวังให้นักเรียนสามารถประยุกต์ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้มาก่อน นำไปใช้ในการแก้ปัญหา

ชนิดของปัญหาปลายเปิดเหล่านี้มีความเกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์มาก และมีประสิทธิผลในการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ (Becker & Shimada, 1997)

#### 4.9 การแบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

เพื่อที่จะให้ครูมีความเข้าใจในการรวมกฎของการแก้ปัญหาในหลักสูตร ครูควรจะมี khả năngสามารถบอกความแตกต่างระหว่างประเภทต่างๆของปัญหาและกฎของแต่ละประเภท การจัดความรู้และความเข้าใจที่ครู สามารถเลือกได้อย่างเหมาะสมหรือแม้แต่การสร้างงานสำหรับนักเรียนที่จะทำให้เกิดรูปแบบต่างๆของกิจกรรมการคิดในบทเรียนคณิตศาสตร์ ขึ้นกับการค้นหาอย่างเป็นระบบในวรรณคดีที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาและใช้ปัญหาในการวิจัยโดยฟุง (Foong, 1990) รายงานนี้ได้เสนอการแบ่งประเภทสำหรับประเภทต่างๆของปัญหาที่ถูกสนับสนุนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 แสดงการแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.10 การสร้างปัญหาปลายเปิด

โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายปิด ซึ่งมีคำตอบและวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการ และท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิมโดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิด โดยมีวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหาดังตัวอย่างในภาพประกอบ (จันทร์ ดิยะวงศ์ และคณะ, 2546)

ปัญหาปลายปิด	ปัญหาปลายเปิด
1. $(3 \times 5 - 2) + 7 = ?$	1. จงสร้างจำนวนที่มีค่าไม่เกิน 30 โดยใช้เลข 2,3,5 และ 7 และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์
2. จำนวนอะไรที่คุณด้วย 9 และได้ -54	2. ให้นักเรียนใช้สัญลักษณ์คณิตศาสตร์กับเลข 3ตัวแล้วได้ผลลัพธ์เป็น 6
3. มาตรการส่วนของแผนที่ เป็น 1ซ.ม.:550 ม. ถ้าระยะจริง 1กิโลเมตร จะเขียนย่อลงแผนผังได้กี่ซ.ม.	3. ให้นักเรียนเขียนแผนที่จากบ้านมาโรงเรียน โดยกำหนดมาตรการส่วนตามความเหมาะสม
4. สามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีฐานและสูงยาว 6และ8หน่วยตามลำดับจะมีพื้นที่กี่ตารางหน่วย	4. จงวาดรูปสามเหลี่ยมให้มากที่สุดที่มีพื้นที่ 24 ตารางหน่วย
5. ถ้ากำหนดค่าใช้จ่ายของนางสาว ก ดังนี้ ค่ารถ 20 บาท ค่าปากกา 25บาท ค่าสมุด 15บาท ค่าหนังสือ 60บาท จงเขียนแผนภูมิวง แสดงข้อมูลดังกล่าว	5. ให้นักเรียนแสดงรายจ่ายในวันที่ 10 มกราคม 2545 แล้วนำเสนอข้อมูลตามที่นักเรียนเห็นสมควร มาคนละ 2 รูปแบบ
6. จงแก้สมการ $2x + 3y = 1$ และ $4x - 2y = 3$	6. จงยกตัวอย่างสมการมาให้เห็นจริงและแสดงการแก้สมการ เมื่อคำตอบของระบบสมการ 6.1 มีคำตอบเดียวเป็น $(3, 2)$ 6.2 ไม่มีคำตอบ 6.3 คำตอบมีหลายค่า นับไม่ถ้วน
7. ถ้านายสมเกียรติ มีรายได้สุทธิต่อปี 654,000 บาท จะเสียภาษีเงินได้ส่วนบุคคลเท่าไร	7. ให้นักเรียนศึกษาภาษีของผู้มีรายได้ในครอบครัวอาจเป็นบิดาหรือมารดา โดยแสดงรายได้ ค่าลดหย่อนต่างๆ ในปีที่ผ่านมา
8. ห.ร.ม. ของ 450, 630 และ 540 คือจำนวนใด	7. จงแสดงวิธีหาห.ร.ม. ของ 450, 630 และ 540 มาให้ได้อย่างน้อยคนละ 3วิธี

ภาพที่ 4 แสดงตัวอย่างการสร้างปัญหาปลายเปิด

#### 4.11 บทบาทครูและนักเรียนในการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

##### บทบาทครู

ในส่วนบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นหลัก ครูจะต้องเป็นผู้มีความคิดเชิงวิเคราะห์ คิดวิจารณ์ญาณมากกว่าครูที่สอนแบบเดิม ต้องสามารถกระตุ้นให้นักเรียน ค้นหาข้อมูลและใช้ความรู้ที่มีอยู่ของตนเองมาประยุกต์ในการแก้ปัญหาที่ครูกำหนดให้ ดังนั้นสิ่งแรกสุดของครูคือการเตรียมความรู้ในเนื้อหาให้มีความลึกซึ้งและกว้างพอเพียงในการที่จะกระตุ้น และแนะนำให้นักเรียนรู้จักประยุกต์ความรู้เดิมของตนเองมาใช้ในสถานการณ์ปัญหาต่างๆ จะเห็นได้ว่าครูที่มีความรู้ความชำนาญในคณิตศาสตร์น้อยหรือไม่ลึกซึ้งพอ จะไม่สามารถจัดบรรยากาศของการเรียนการสอน โดยใช้ปัญหาเป็นหลักให้ประสบผลสำเร็จได้ ไม่สามารถสร้างปัญหาที่เป็นหลักหรืองานที่เหมาะสมที่จะทำให้นักเรียนเกิดวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย หรือแม้แต่การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ดำเนินตามปัญหาที่เป็นหลักในแผนการจัดการเรียนรู้ (Prawat, 1997; Smith III, 1997)

ครูในการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักมีหน้าที่และความรับผิดชอบที่ไม่ใช่ผู้สอนส่งผ่านความรู้ แต่เป็นผู้อำนวยความสะดวก (Samford Univ, 2003) ที่ทำหน้าที่เป็น

- 1) บุคคลที่มีความรู้ทั้งทางด้านเนื้อหาและด้านวิธีการ
- 2) ผู้อำนวยความสะดวกให้กระบวนการกลุ่มของนักเรียนให้ดำเนินไปด้วยดี
- 3) แนะนำแหล่งเรียนรู้ต่างๆเพื่อให้นักเรียนศึกษาค้นคว้า
- 4) บุคคลที่เป็นที่ยอมรับในความรู้ความสามารถของสังคม
- 5) เป็นผู้เรียนไปในตัว
- 6) ผู้มีเวลาในการจัดเตรียมอุปกรณ์ พัฒนาปัญหา ฝึกการเป็นผู้อำนวยความสะดวกให้ครูคนอื่น และกำหนดแนวทางการประเมินงานของนักเรียนที่เป็นการทำงานจากปัญหา

หลัก

- 7) เป็นผู้แนะนำไม่ใช่ผู้บรรยาย

##### บทบาทนักเรียน

บทบาทนักเรียนในการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก แตกต่างและตรงกันข้ามกับการสอนแบบบรรยายโดยสิ้นเชิงโดยนักเรียนต้องมีการเผชิญกับปัญหาไม่ใช่รอการถ่ายทอดและคอยรับความรู้จากครู

- 1) นักเรียนเป็นผู้เผชิญกับปัญหาดังนั้น นักเรียนอาจเกิดปฏิกิริยาเช่นตกใจ ปฏิเสธ โกรธ ต่อต้าน ขอมรับและท้ายสุดนักเรียนจะเกิดความเชื่อมั่นและมีความมั่นใจมากยิ่งขึ้น

- 2) นักเรียนต้องเป็นผู้มีความรับผิดชอบในการเรียนรู้ของตนเอง ขวนขวายหาข้อมูลและแหล่งเรียนรู้เพิ่มเติมเพื่อก่อให้เกิดความสำเร็จในการเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้อย่างอิสระ
- 3) นักเรียนต้องเข้ากลุ่มในการทำความเข้าใจในปัญหา แก้ปัญหา และสามารถประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่นได้
- 4) นักเรียนจะเกิดทักษะที่สำคัญเพิ่มขึ้นเมื่อทำกิจกรรมกลุ่ม โดยผ่านการอภิปราย ถกเถียง การตัดสินใจเพื่อหาข้อยุติ ในการแก้ปัญหาาร่วมกัน
- 5) นักเรียนสามารถประเมินงานของกลุ่มเพื่อนได้
- 6) นักเรียนต้องสะท้อนผลการเรียนได้
- 7) เมื่อนักเรียนเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักจบแล้ว นักเรียนต้องตอบคำถามที่สำคัญ ให้ได้คือ “ฉันได้เรียนอะไร” “อะไรคือสิ่งที่ฉันอยากจะรู้มากกว่านี้” และ “ฉันจะนำวิธีแก้ปัญหานี้ไปประยุกต์ใช้ในอนาคตได้อย่างไร”

สำหรับการเรียนเป็นกลุ่มนั้น มีข้อมูลมากมายจากงานวิจัยต่างๆที่แสดงให้เห็นว่า นักเรียนส่วนใหญ่เรียนดีขึ้นเมื่อมีการเรียนรู้จากกลุ่ม การค้นหาและรับข้อมูลด้วยตนเอง การสนับสนุนและการกระตุ้นจากครู การแก้ปัญหาที่เกิดจากความขัดแย้งทางปัญญา และการสื่อสารกับคนอื่น การทำงานกลุ่มสามารถกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ของนักเรียนซึ่งมีลักษณะดังนี้ เป็นกลุ่มนักเรียนที่มีสมาชิก 4 -6 คน เกิดความรู้สึกร่วมกัน กระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนมีความรับผิดชอบ มีการพบปะเผชิญหน้าเพื่อเสนอเป้าหมายของกลุ่ม มีการพัฒนาทักษะทางสังคม จะเกิดความสมบูรณ์ครบวงจรของกระบวนการกลุ่มเมื่อเกิดการคิดอย่างมีวิจารณญาณ (Meyers & Jones, 1993)

#### 4.12 ข้อแนะนำสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิด

Becker & Shimada (1997) กล่าวว่า โดยทั่ว ๆ ไปเป็นการยากในการพัฒนาปัญหาให้เป็นปัญหาปลายเปิดที่ดี และเหมาะสมกับนักเรียนในระดับที่แตกต่างกัน ผลจากการทำวิจัยซ้ำหลาย ๆ ครั้ง ชิมาดะได้ให้ข้อแนะนำสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิดในรูปแบบการสอนดังนี้

- 1) เตรียมสถานการณ์เชิงกายภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณ ซึ่งสามารถสังเกตความสัมพันธ์ได้
- 2) แทนที่จะถามนักเรียนให้พิสูจน์ทฤษฎีบทเหมือนกับ “ถ้า P แล้ว Q” เปลี่ยนปัญหานี้เป็น “ถ้า P แล้วความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่นักเรียนค้นพบมีอะไรบ้าง โดยต้องกำหนดคำว่า “สิ่งต่าง ๆ” ให้เฉพาะเจาะจงขึ้น
- 3) ในการสอนเกี่ยวกับทฤษฎีบท บทเรียนควรเริ่มต้นด้วยตัวอย่างที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น ในเรขาคณิตควรเริ่มด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับ

ทฤษฎีบท หลาย ๆ รูป แล้วให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์จากรูปเองซึ่งจะนำไปสู่ข้อความตามทฤษฎีบท

4) แสดงรายการที่เป็นลำดับหรือตารางของข้อมูลต่าง ๆ ให้นักเรียนค้นความสัมพันธ์หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

5) แสดงตัวอย่างของข้อเท็จจริงที่แสดงให้เห็นแนวคิดกว้าง ๆ กับนักเรียน ครูยกตัวอย่างข้อเท็จจริงในด้านหนึ่ง ให้นักเรียนอธิบายข้อปลีกย่อยอื่น ๆ ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับตัวอย่าง

6) แสดงตัวอย่างของแบบฝึกหัดหรือปัญหาที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง ให้นักเรียนหาคำตอบ แล้วให้หาสมบัติที่ร่วมกันเท่าที่เป็นไปได้ของปัญหาเหล่านี้ เช่น ปัญหาจัดการแข่งขันฟุตบอล การหาจำนวนคู่สายโทรศัพท์ การหาจำนวนเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม

7) แสดงสถานการณ์ เชิงกึ่งคณิตศาสตร์ (quasi-mathematics) ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ช่วยอธิบายได้ เช่น ปัญหาการอยู่กันอย่างจัดกระจายของกลุ่มก้อนหิน ในลักษณะต่าง ๆ ให้นักเรียนอธิบายว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากที่สุด เพราะเหตุใด ให้หาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้คณิตศาสตร์

8) แสดงตัวอย่างที่ชัดเจนของโครงสร้างทางพีชคณิต เช่น โครงสร้างของกึ่งกลุ่มหรือกลุ่ม โดยแสดงตัวอย่างที่เป็นข้อมูลเชิงตัวเลขซึ่งง่ายในการพิจารณา แล้วให้นักเรียนค้นหากฎทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้อง

ข้อเสนอแนะดังกล่าวนี้มีประโยชน์ในการใช้เป็นแนวทางในการสร้างรูปแบบการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดซึ่งใช้ในกิจกรรมนี้

Gott & Dugan (1995) มีแนวคิดว่าการสำรวจศึกษาเป็นประเภทหนึ่งของการแก้ปัญหา เป็นการแก้ปัญหาที่มีลักษณะเฉพาะ คำตอบของปัญหาเห็นได้ ไม่แจ่มชัด โดยยินยอมให้ผู้แก้ปัญหาใช้มโนคติ กระบวนการรับรู้ และทักษะปฏิบัติในการแก้ปัญหาอย่างอิสระ

Chapin (1998) & Welchman (1999) ให้ทรรศนะว่าการสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์ เป็นการสำรวจ เนื้อหาสาระอย่างมีความหมายในหลายมิติ มีเป้าหมายอยู่ที่การค้นพบวิธีการของการคิดเกี่ยวกับการนำเสนอทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาปลายเปิด ในสถานการณ์ที่ดีกว่าการค้นพบคำตอบเฉพาะ การสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์ต้องการให้นักเรียนได้คิดพิจารณา สร้างข้อความคาดการณ์ และกำหนดนัยทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งเป็นความหมายที่ใช้ในการวิจัยนี้

การสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับกระบวนการซึ่งรวมถึง การสำรวจ ค้นหาแหล่งข้อมูลจากภายใน และภายนอกตัวปัญหา การรวบรวมข้อมูล การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม รวมทั้งการใช้ยุทธวิธีหลาย ๆ ยุทธวิธีในการนำเข้าสู่การสรุป การสำรวจศึกษาคณิตศาสตร์อาจเริ่มต้นด้วยปัญหาที่น่าสนใจ เช่น “คุณมีกระดาษแข็งอยู่แผ่นหนึ่ง คุณต้องการสร้างกล่อง กล่องควรมีรูปร่างอย่างไร จึงจะได้กล่องที่มีปริมาตรมากที่สุด” ในขณะที่นักเรียนติดตามค้นหาสาระสำคัญในการแก้ปัญหานี้ นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับพื้นที่ของผิว ปริมาตร และความสัมพันธ์ระหว่างกัน ปัญหาลักษณะนี้เป็นตัวจูงใจให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ในแนวประยุกต์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระของคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

เป้าหมายของการสำรวจศึกษาคือ ช่วยทำให้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความก้าวหน้าขึ้นโดยการจัดเตรียม โครงสร้างของสถานการณ์เพื่อการอภิปรายวิเคราะห์ การสำรวจศึกษาช่วยทำให้นักเรียนมี โอกาสที่เหมาะสมในการศึกษาเนื้อหาสาระในเชิงลึก นักเรียนต้องสร้างสำนึกของการสังเกต การสังเคราะห์และการวิเคราะห์ข้อสรุป การสำรวจศึกษาช่วยตกแต่งองค์ประกอบทางคณิตศาสตร์ ในการเรียนรู้และการทำความเข้าใจแนวความคิดของงานทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังเป็นตัวทำให้เกิดการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ (Welchman, 1999)

Orton & Frobisher (1996) กล่าวถึงความสัมพันธ์ของปัญหาเปิดและปัญหาปลายเปิดกับการสำรวจศึกษาว่าปัญหาเปิด ถือว่าเป็นอีกชื่อหนึ่งของการสำรวจศึกษา ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหากระบวนการซึ่งยกระดับไกลออกไปจากปัญหาทั่ว ๆ ไป อย่างไรก็ตามในการนำไปสู่การปฏิบัติ ครูและตำราเรียนจำนวนมากใช้คำ “การสำรวจศึกษา” ในลักษณะของการใช้กระบวนการแก้ปัญหาก็เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาปลายเปิด

รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ ที่เริ่มต้นด้วยสถานการณ์ปัญหาที่เป็นปัญหาปลายเปิดนับว่ามีส่วนสำคัญในการพัฒนาความสามารถในการสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์ด้วยความหลากหลายของวิธีการแก้ปัญหานั้นนักเรียนจะต้องค้นหาและสร้างสรรค์ขึ้นมาใช้เอง เป็นการให้ความสำคัญทั้งกับกระบวนการและคำตอบ (Becker, 1990)ในการวิจัยจึงให้ความสำคัญกับความสามารถในการสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์โดยถือว่าเป็นด้านหนึ่งของพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาซึ่งเป็นตัวแปรอย่างหนึ่งที่ศึกษา

#### 4.13 ประโยชน์ของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก

มหาวิทยาลัยแชนฟอร์ด (2003) ได้ก่อตั้งเว็บไซต์เกี่ยวกับเรื่องการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักเมื่อค.ศ.1998 โดยวิธีการเรียนนี้ได้นำไปสอนจริงให้กับนักเรียนในโรงเรียนด้านวิทยาศาสตร์และศิลปะ ธุรกิจ การศึกษา พยาบาลและเกษตร และมีรูปแบบการสอนที่ดีที่สุดที่ใช้

ปัญหาเป็นหลักเก็บในแฟ้มสะสมงานของรายวิชา มหาวิทยาลัยนี้ให้นิยามการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักกว่าเป็นทั้งยุทธศาสตร์การสอนและการเรียนที่กระตุ้นให้นักเรียนมีความรับผิดชอบในการเรียนรู้ของตนเองและพัฒนาขีดความสามารถในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ต่างๆเช่นการสื่อสาร การร่วมมือ การแก้ปัญหา และที่สำคัญการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักนี้ ต้องการให้ผู้เรียนเป็นผู้ฝึกฝึศึกษาและสร้างความรู้ให้เกิดขึ้นด้วยตัวของนักเรียนเองอย่างแท้จริง

และมหาวิทยาลัยแซมฟอร์ดนี้ได้สรุปประโยชน์ของการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ในเว็บไซต์ของมหาวิทยาลัย

1) ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในด้านการปรับปรุงและการมีส่วนร่วมมีการเปลี่ยนแปลง การประยุกต์การแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่

2) นำเอารูปแบบที่หลากหลายของข้อมูลมาสู่การแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ

3) เกิดมุมมองที่หลากหลาย

4) เกิดความสำเร็จในการเรียนรู้แบบร่วมมือ

5) สามารถบอกถึงจุดเด่นจุดด้อยของการเรียนรู้ได้

6) นำเสนอการเรียนรู้ด้วยตัวของตัวเอง

7) ทักษะการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ

8) การเพิ่มขึ้นของฐานข้อมูล

9) ทักษะการเป็นผู้นำ

10) การใช้แหล่งความรู้ที่หลากหลายและมีคุณประโยชน์

เป้าหมายสำคัญของเว็บไซต์นี้ก่อให้เกิดประโยชน์เพื่อให้ผู้บริหาร คณะ นักเรียน และผู้ปกครอง สะท้อนข้อมูลในด้านองค์ประกอบ การนำไปใช้ การประเมินและเอกสารที่เกี่ยวข้อง การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก กระบวนการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักมีดังนี้

1) กิจกรรมการเรียนจะมีการให้นักเรียนเรียนในกลุ่มย่อยเพื่ออภิปราย สถานการณ์ของปัญหาที่ไม่ใช่การง่ายที่จะหาคำตอบได้ตรงๆ

2) สถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนเผชิญจะสะท้อนบริบทชีวิตจริง

3) นักเรียนจะนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับกลุ่มเพื่อน

4) จะเกิดข้อสมมติฐานหรือข้อคาดเดาจากกลุ่มเพื่อนนำมาให้เกิดการอภิปรายและแก้สถานการณ์ปัญหา

5) สมมติฐานเหล่านี้ถูกสร้างขึ้นในกลุ่มแล้วจะเกิดการถกเถียงโต้แย้ง และจะเกิดผลสรุปร่วมกันเกิดออกมาเป็นผลของการวิจัย