

ภาคผนวก ข
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย



แผนการจัดการเรียนรู้
แบบอุปหัย

แผนการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย

หน่วยที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค22102	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม.2/2 ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม. 1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ม. 1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- บอกความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

สาระสำคัญ

1. ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

2. ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมีด้านยาว a , b , และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ภาระงาน / ชิ้นงาน

แบบทดสอบที่ 1

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะที่สำคัญ

1. ใช้วิธีการที่หลากหลาย แก้ปัญหา
2. ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

สาระการเรียนรู้

- ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กระบวนการเรียนรู้

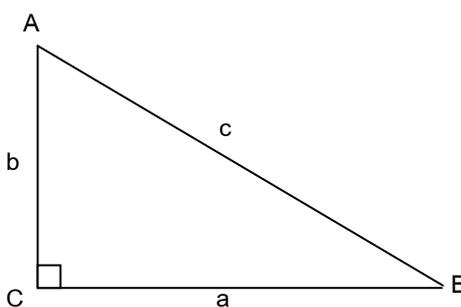
1. ขั้นเตรียมการ

1.1 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้

1.2 ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบและคุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว สามเหลี่ยมมุมฉาก สามเหลี่ยมด้านเท่า

2. ขั้นดำเนินการสอน

2.1 แบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 8 คนละกันตามความสามารถ แล้วให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มร่วมกันทำกิจกรรมวัดความสัมพันธ์ความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ครูกำหนดให้



2.2 กำหนดตัวเลขแทนความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และด้าน c แทนตัวเลขที่มากที่สุด

ก. 20, 30, 40

ข. 8, 15, 17

ค. 6, 15, 17

ง. 8, 23, 24

จ. 6, 8, 10

ฉ. 3, 4, 5

3. ขั้นเปรียบเทียบ

แต่ละกลุ่มทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ เปรียบเทียบข้อแตกต่างและข้อคล้ายคลึงกันของชุดตัวเลขที่กำหนดให้ว่าตัวเลขชุดใดเป็นตัวเลขแทนความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์

นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอคำตอบที่ได้จากการทำกิจกรรมหาความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และช่วยกันสรุปให้ได้ว่า

4.1 ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

4.2 ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมีด้านยาว a , b , และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

5. ชื่อนำไปใช้

นักเรียนทำแบบทดสอบที่ 1

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ ไม้บรรทัด แบบทดสอบที่ 1
2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน ห้องอินเทอร์เน็ต

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์
ทดสอบสังเกต	แบบทดสอบที่ 1	10 คะแนน ผ่าน 7 คะแนน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

ลงชื่อ

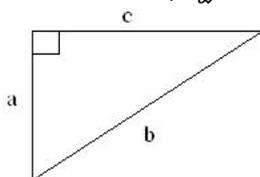
(นายวศิน เกิดดี)

ผู้จัดการเรียนรู้

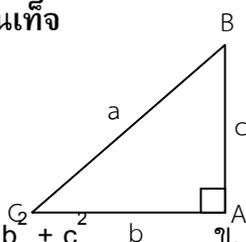
แบบทดสอบที่ 1

ตอนที่ 1 จงเลือกตอบข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

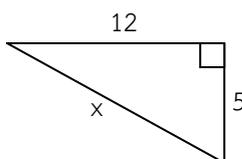
1. จากรูป ข้อใดเป็นไปตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส



- ก. $a^2 + b^2 + c^2 = 0$ ข. $b^2 + c^2 = a^2$
 ค. $a^2 + c^2 = b^2$ ง. $a^2 + b^2 = c^2$
2. ข้อใดเป็นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- ก. 20, 30, 40 ข. 8, 15, 17
 ค. 6, 15, 17 ง. 8, 23, 24
3. จากรูป กำหนดให้ a, b, c เป็นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ข้อใดต่อไปนี้เป็นเท็จ



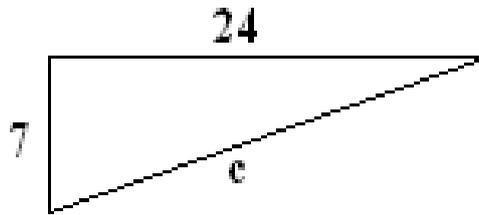
- ก. $a^2 = b^2 + c^2$ ข. $b^2 = a^2 - c^2$
 ค. $c^2 = a^2 - b^2$ ง. $a^2 = c^2 - b^2$
4. จากรูป เมื่อ x แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง



- ก. $5^2 + 12^2 = x^2$ ข. $x^2 + 5^2 = 12^2$
 ค. $x^2 + 12^2 = 5^2$ ง. $12^2 - x^2 = 5^2$
5. ข้อใดต่อไปนี้เป็นความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- ก. 15, 7, 5 ข. 12, 8, 6
 ค. 13, 12, 7 ง. 15, 12, 9

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีหาคำตอบ (2.5 คะแนน)

1. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้จงแสดงวิธีใช้ความสัมพันธ์ $a^2 + b^2 = c^2$
หาความยาวของด้านที่เหลือ



.....

.....

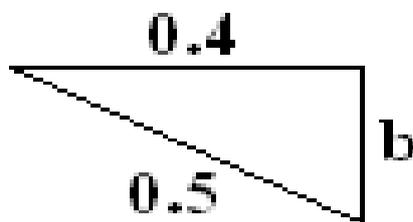
.....

.....

.....

.....

2. จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้จงแสดงวิธีใช้ความสัมพันธ์ $a^2 + b^2 = c^2$
หาความยาวของด้านที่เหลือ



.....

.....

.....

.....

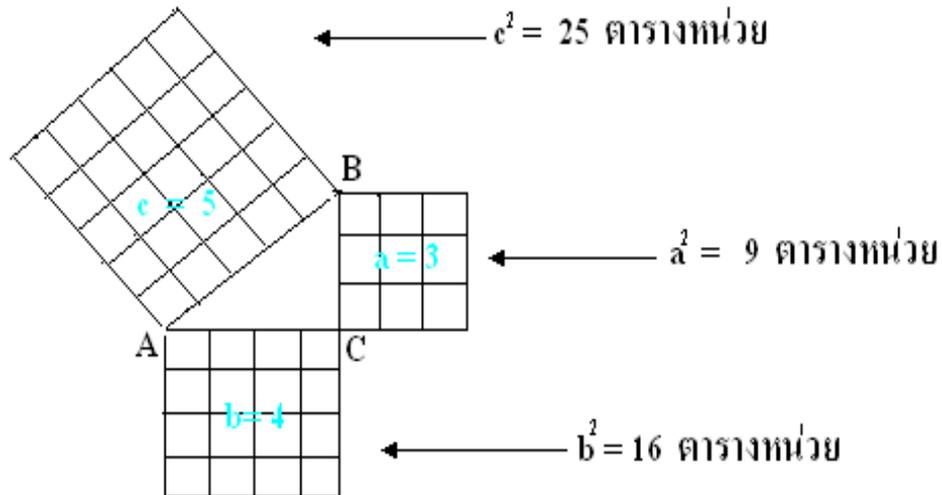
.....

.....

.....

สาระการเรียนรู้

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก



กระบวนการเรียนรู้

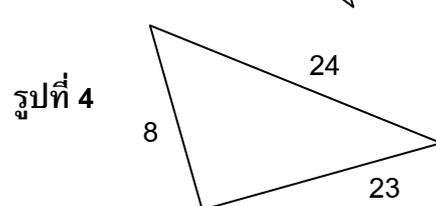
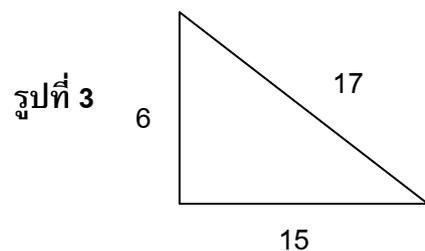
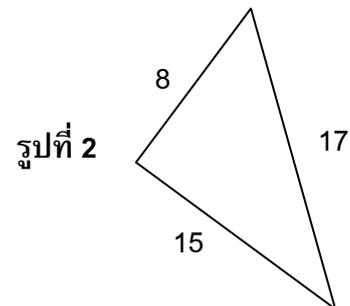
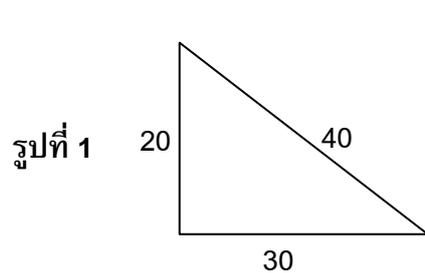
1. ขั้นเตรียมการ

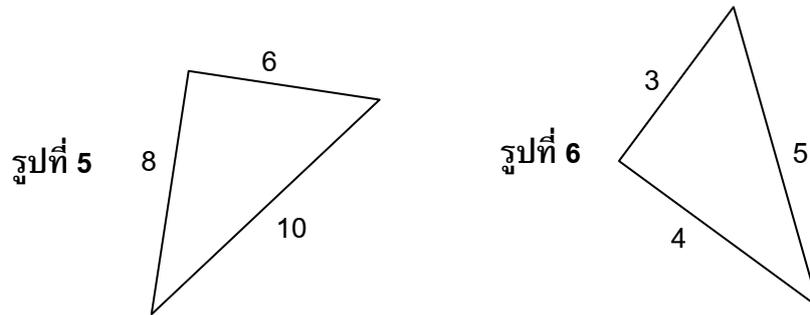
1.1 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้

1.2 ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว การหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

2. ขั้นดำเนินการสอน

2.1 นักเรียนแต่ละคนหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านของรูปสามเหลี่ยมที่ครูกำหนดให้





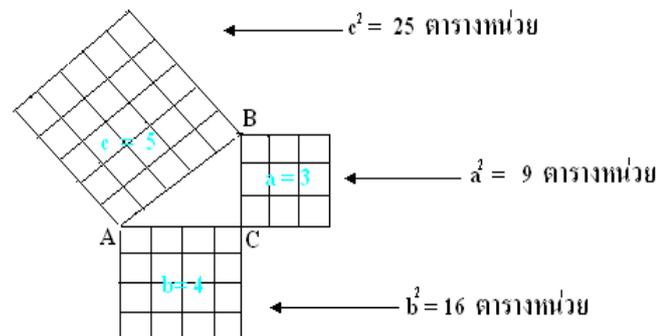
3. ขั้นเปรียบเทียบ

นักเรียนหาความสัมพันธ์ของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านของสามเหลี่ยมแต่ละรูปโดยครูแนะแนวทางการเปรียบเทียบไว้ว่าพื้นที่บนด้านยาวที่สุดจะเท่ากับพื้นที่บนด้าน 2 ด้านที่เหลือรวมกันมีรูปใดบ้างแล้วตั้งข้อสังเกต

4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์

4.1 ครูนักเรียนช่วยกันสรุปให้ได้ว่า ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

4.2



ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมีด้านยาว a , b , และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

5. ขั้นนำไปใช้

นักเรียนทำแบบทดสอบที่ 2

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ ไม้บรรทัด แบบทดสอบที่ 2
2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน ห้องอินเทอร์เน็ต

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัด	เครื่องมือ/ประเมิน	เกณฑ์การวัด/ประเมิน
ทดสอบ	แบบทดสอบที่ 2	11 คะแนนผ่าน 7 คะแนน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(นายวสิน เกิดดี)

ผู้จัดการเรียนรู้

แบบทดสอบที่ 2

ตอนที่ 1 จงเลือกตอบข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

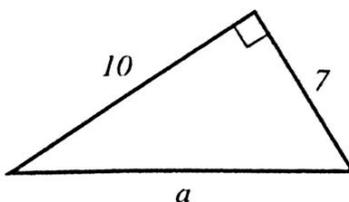
1. จากรูป จงหาว่าข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นจริง

ก. $a^2 = 7^2 + 10^2$

ข. $10^2 = a^2 - 7^2$

ค. $7^2 = a^2 - 10^2$

ง. $7^2 = 10^2 - a^2$



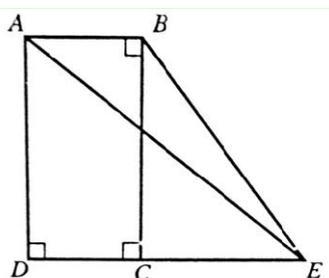
2. จากรูป $AE = 51$ นิ้ว $BE = 40$ นิ้ว $CE = 32$ นิ้ว พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับเท่าไร

ก. 575 ตารางนิ้ว

ข. 696 ตารางนิ้ว

ค. 734 ตารางนิ้ว

ง. 746 ตารางนิ้ว



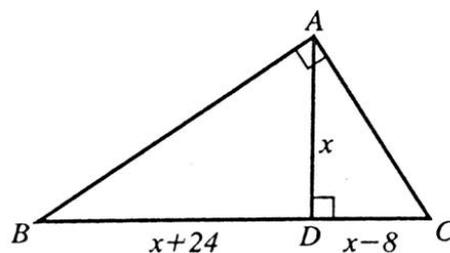
3. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC

ก. 120 ตารางหน่วย

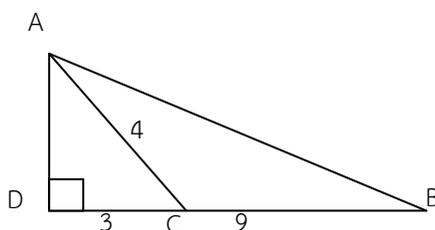
ข. 216 ตารางหน่วย

ค. 240 ตารางหน่วย

ง. 280 ตารางหน่วย



4. จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle ACD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $BC = 9$ หน่วย, $CD = 3$ หน่วย และ $AC = 4$ หน่วย ความยาวของด้าน AB เท่ากับกี่หน่วย



ก. 11 หน่วย

ข. 13 หน่วย

ค. $\sqrt{151}$ หน่วย

ง. $\sqrt{161}$ หน่วย

แผนการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย

หน่วยที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค22102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมมุมฉากกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม.2/2 ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม. 1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ม. 1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

อธิบายเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

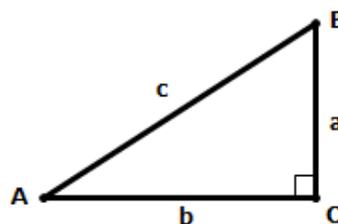
สาระสำคัญ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส กล่าวว่า ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี ACBเป็นมุมฉาก กำหนดให้ a และ b แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

C แทน ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้

$$c^2 = a^2 + b^2$$



ภาระงาน / ชิ้นงาน

แบบทดสอบที่ 3

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะที่สำคัญ

1. ใช้วิธีการสื่อสารที่เหมาะสม
2. ทำงานและอยู่ร่วมกับผู้อื่นด้วยความสัมพันธ์อันดี

สาระการเรียนรู้

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส กล่าวว่า ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี \hat{C} เป็นมุมฉาก กำหนดให้ a และ b แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก C แทน ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้ $c^2 = a^2 + b^2$

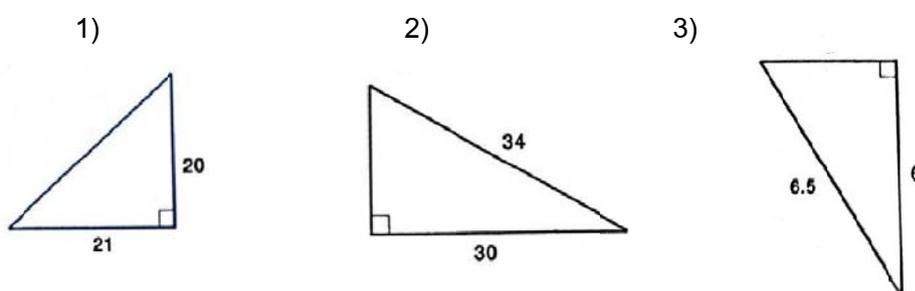
กระบวนการเรียนรู้

1. ขั้นเตรียมการ

- 1.1 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1.2 ครูทบทวนความรู้เดิม

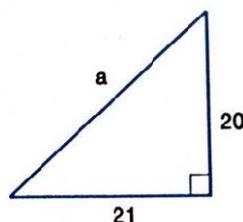
2. ขั้นดำเนินการสอน

ครูยกตัวอย่าง การหาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูป โดยที่ตัวเลขที่กำกับด้านมีหน่วยเป็นหน่วยความยาว



วิธีทำ 1) ให้ a แทน ความยาวของด้านที่เหลือ
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} a^2 &= 20^2 + 21^2 \\ &= 400 + 441 \\ &= 841 \\ &= \sqrt{841}, -\sqrt{841} \\ a &= 29, -29 \end{aligned}$$



แต่ a เป็นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมจึงใช้ a ที่เป็นจำนวนบวก

ดังนั้นความยาวของด้านที่เหลือเท่ากับ 29 หน่วย

2) ให้ b แทน ความยาวของด้านที่เหลือ

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$34^2 = 30^2 + b^2$$

$$b^2 = 34^2 - 30^2$$

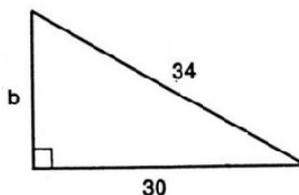
$$= 1,156 - 900$$

$$= 256$$

$$= \sqrt{256}, -\sqrt{256}$$

$$b = 16, -16$$

แต่ b เป็นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม จึงใช้ b ที่เป็นจำนวนบวก
ดังนั้น ความยาวของด้านที่เหลือเท่ากับ 16 หน่วย



3) ให้ c แทน ความยาวของด้านที่เหลือ

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$(6.5)^2 = 6^2 + c^2$$

$$c^2 = 6.5^2 - 6^2$$

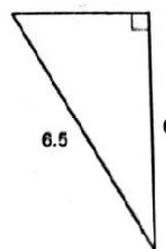
$$= 42.25 - 36$$

$$= 6.25$$

$$= \sqrt{6.25}, -\sqrt{6.25}$$

$$c = 2.5, -2.5$$

แต่ c เป็นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม จึงใช้ c ที่เป็นจำนวนบวก
ดังนั้น ความยาวของด้านที่เหลือเท่ากับ 2.5 หน่วย



3. ชั้นเปรียบเทียบ

ให้นักเรียนเปรียบเทียบข้อแตกต่างตัวอย่างแต่ละตัวอย่าง

4. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์

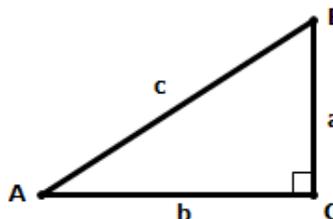
นักเรียนสรุปทฤษฎีบทพีทาโกรัสให้ได้ว่า ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
ซึ่งมี \hat{ACB} เป็นมุมฉาก กำหนดให้ a และ b แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

C แทน ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้าน

ทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้

$$c^2 = a^2 + b^2$$



5. ชั้นนำไปใช้

นักเรียนทำแบบทดสอบที่ 3

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ แบบทดสอบที่ 3
2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัด	เครื่องมือ/ประเมิน	เกณฑ์การวัด/ประเมิน
ทดสอบ	แบบทดสอบที่ 3	12 คะแนนผ่าน 7 คะแนน 10 ข้อ ผ่าน 7 ข้อ

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

ลงชื่อ

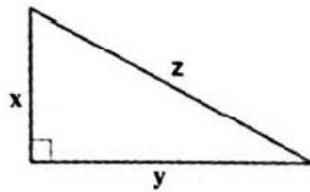
(นายวศิน เกิดดี)

ผู้จัดการเรียนรู้

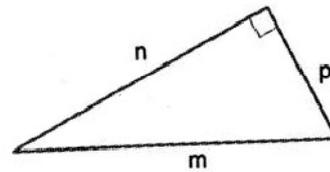
แบบทดสอบที่ 3

1. จงใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ต่อไปนี้ ตัวแปรและตัวเลขที่กำกับด้านมีหน่วยเป็นหน่วยความยาว ต่อไปนี้ ตัวแปรและตัวเลขที่กำกับด้านมีหน่วยเป็นหน่วยความยาว (ข้อละ 1 คะแนน)

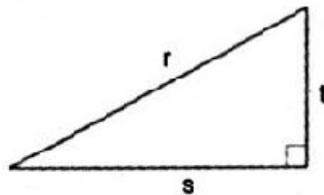
1)



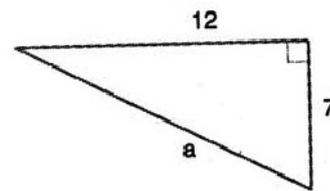
2)



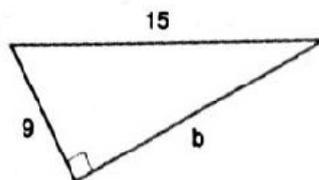
3)



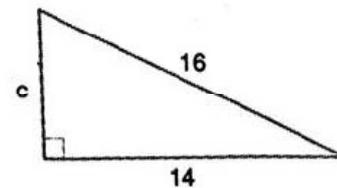
4)



5)



6)



2. จำนวนที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีหน่วยเป็นเซนติเมตร จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก (ข้อละ 1 คะแนน)

1) 6 , 8

2) 7 , 24

3) 18 , 24

4) 4.5 , 6

สาระการเรียนรู้

ความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉากกับพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก

กระบวนการเรียนรู้

1. ขั้นเตรียมการ

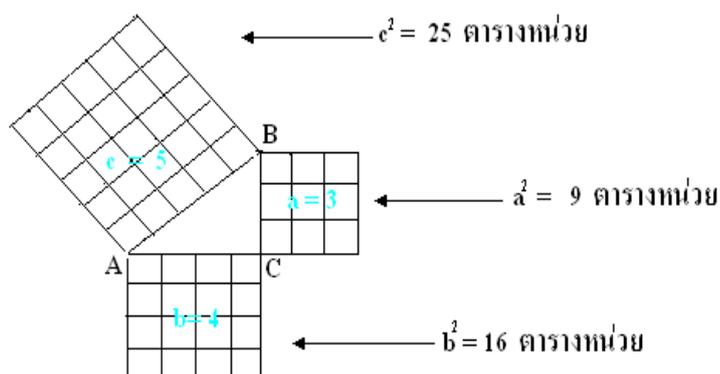
1.1 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้

1.2 ครูทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัส การหาพื้นที่บนด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

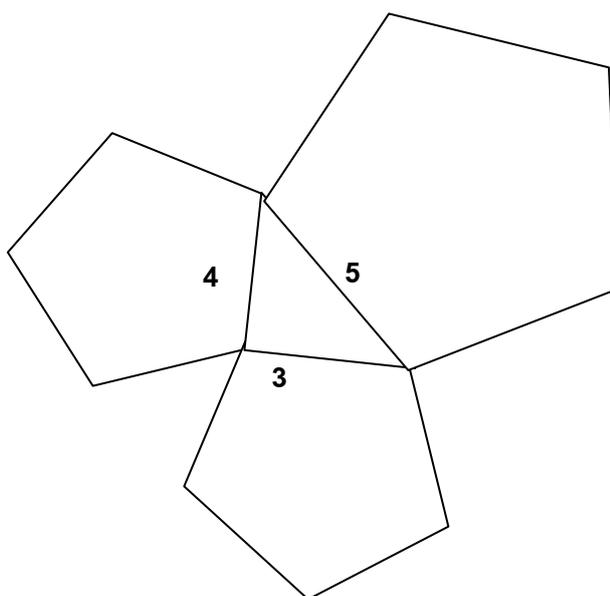
2. ขั้นดำเนินการสอน

2.1 ครูแสดงตัวอย่างพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตั้งรูป แล้วให้นักเรียนหาพื้นที่รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านของรูปสามเหลี่ยม

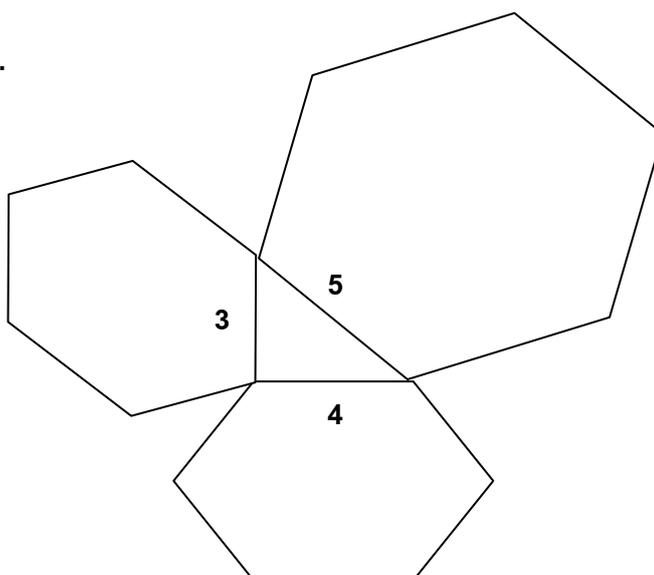
1.



2.



3.



3. ชั้นเปรียบเทียบ

ให้นักเรียนเปรียบเทียบพื้นที่รูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านของรูปสามเหลี่ยมแต่ละตัวอย่างแล้ว หาความสัมพันธ์ว่าแตกต่างหรือคล้ายคลึงกันของพื้นที่ของตัวอย่างแต่ละตัวอย่าง

4. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์

ครูนักเรียนช่วยกันสรุปให้ได้ว่าพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉากมีค่าเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก

5. ชั้นนำไปใช้

นักเรียนทำแบบทดสอบที่ 4

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ แบบทดสอบที่ 4
2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัด	เครื่องมือ/ประเมิน	เกณฑ์การวัด/ประเมิน
ทำแบบทดสอบ	แบบทดสอบที่ 4	10 คะแนนผ่าน 7 คะแนน

บันทึกหลังสอน

.....
.....
.....

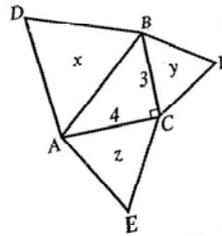
ลงชื่อ

(นายวศิน เกิดดี)

ผู้จัดการเรียนรู้

แบบทดสอบที่ 4

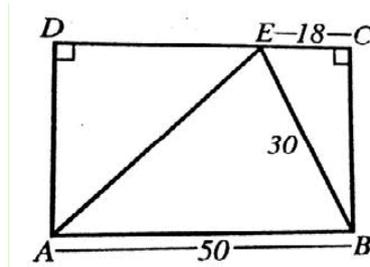
1. จากรูป พื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าทั้งสามเป็น x , y และ z ตารางนิ้ว จงหา x (3 คะแนน)



.....

.....

2. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABE จากรูปที่กำหนดให้ (3 คะแนน)

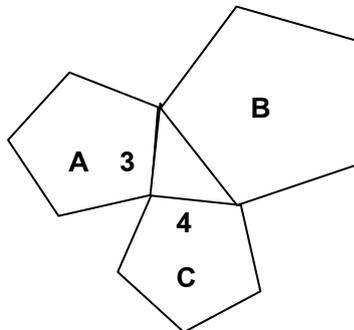


.....

.....

.....

3. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3 และ 4 เป็นหน่วยความยาวของด้านประกอบมุมฉาก จงหาพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่า B (4 คะแนน)



.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย

หน่วยที่ 2 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม.2/2 ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม. 1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ
 ความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ม. 1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ
 กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- อธิบายบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

สาระสำคัญ

1. ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

2. ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมีด้านยาว a , b, และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ภาระงาน / ชิ้นงาน

กิจกรรมหาค่า $a^2 + b^2$ เท่ากับ c^2

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบรอบคอบ
2. มีวินัย
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะที่สำคัญ

1. ใช้วิธีการที่หลากหลาย แก้ปัญหา
2. ใช้ความรู้ที่มีคิดวิเคราะห์เพื่อสร้างองค์ความรู้

สาระการเรียนรู้

1. ความสัมพันธ์ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ

กระบวนการเรียนรู้

1. ขั้นเตรียมการ

- 1.1 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1.2 ทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2. ขั้นดำเนินการสอน

2.1 ให้นักเรียนทำกิจกรรม โดยกำหนดให้ a, b และ c ดังต่อไปนี้ ให้นักเรียนหาว่า ข้อใด $a^2 + b^2$ เท่ากับ c^2 หรือไม่

ก. $a = 6, b = 2\frac{1}{2}, c = 6\frac{1}{2}$

ข. $a = 20, b = 21, c = 29$

ค. $a = 1, b = 0.75, c = 1.25$

ง. $a = 1.5, b = 3.6, c = 3.9$

2.2 สร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีด้านทั้งสามยาวตามที่กำหนดให้ในข้อ 1 แล้ววัดขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมว่ามีมุมในรูปสามเหลี่ยมในข้อใดมีมุม ๆ หนึ่งเท่ากับ 90 องศา

3. ขั้นเปรียบเทียบ

ให้นักเรียนทำการ วิเคราะห์ เปรียบเทียบผลที่ได้จากการทำกิจกรรมในข้อ 1 และข้อ 2

4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์

ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปให้ได้ว่า

1. ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

2. ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมีด้านยาว a, b , และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ ไม้บรรทัด อุปกรณ์วัดมุม
2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัดผล/ประเมิน	เครื่องมือ/ประเมิน	เกณฑ์การวัด/ประเมิน
-	-	-

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(นายวศิน เกิดดี)
ผู้จัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย

หน่วยที่ 2 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม.2/2 ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม. 1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ
 ความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ม. 1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ
 กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- อธิบายบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

สาระสำคัญ

1. ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

2. ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมีด้านยาว a , b, และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ภาระงาน / ชิ้นงาน

แบบทดสอบที่ 5

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย
2. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะที่สำคัญ

1. ใช้วิธีการที่หลากหลาย แก้ปัญหา
2. ใช้ความรู้ที่มีคิดวิเคราะห์เพื่อสร้างองค์ความรู้

สาระการเรียนรู้

1. ความสัมพันธ์ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ

กระบวนการเรียนรู้

1. ขั้นเตรียมการ

ทบทวนความรู้เดิมที่ได้จากการสรุปในขั้นตอนที่ 4 ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ในกระบวนการเรียนการสอน แผนที่ 5

2. ขั้นดำเนินการสอน (ต่อจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5)

5. ขั้นนำไปใช้

นักเรียนทำแบบทดสอบที่ 5

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ แบบทดสอบที่ 5

2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัดผล/ประเมิน	เครื่องมือ/ประเมิน	เกณฑ์การวัด/ประเมิน
ทำแบบทดสอบ	แบบทดสอบที่ 5	10 คะแนน ผ่าน 7 คะแนน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(นายวศิน เกิดดี)

ผู้จัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย

หน่วยที่ 2 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง การพิสูจน์โดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
 เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

- ค 3.2 ม.2/2 ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา
- ค 6.1 ม. 1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
- ม. 1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
- ม. 1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส พิสูจน์สามเหลี่ยมที่กำหนดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

สาระสำคัญ

1. ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก
2. ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมีด้านยาว a , b, และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ภาระงาน / ชิ้นงาน

-

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะที่สำคัญ

1. ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาใน
2. ใช้ความรู้ที่มีคิดวิเคราะห์เพื่อสร้างองค์ความรู้

สาระการเรียนรู้

บทพิสูจน์ของบทกลับของทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

กระบวนการเรียนรู้

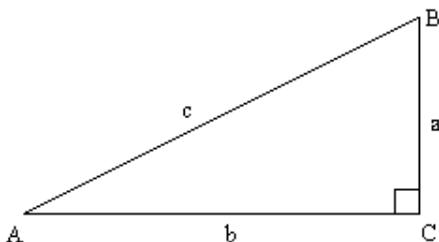
1. ขั้นเตรียมการ

1.1 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้

1.2 ครูทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2. ขั้นดำเนินการสอน

ครูเสนอตัวอย่างบทพิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จำนวน 3 ตัวอย่าง
ตัวอย่างที่ 1 ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มีด้านยาว a, b และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านที่ยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก บทพิสูจน์ของบทกลับของทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ได้ดังนี้

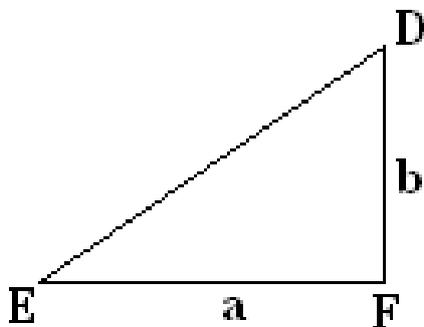


กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC มีด้านยาว a, b และ c หน่วยตามลำดับตั้งรูปและ

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ต้องการพิสูจน์ว่า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี c เป็นมุมฉาก

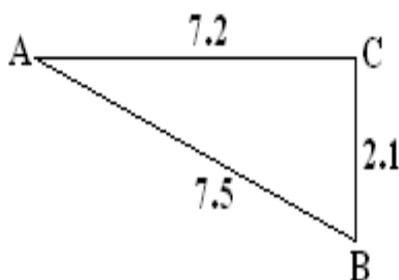
พิสูจน์ สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DEF โดยให้ด้านประกอบมุมฉาก EF และ DF ยาว a หน่วยและ b หน่วยตามลำดับ และ \hat{D} เป็นมุมฉากดังรูป



ข้อความ	เหตุผล
1. $EF = BC = a$ และ $DF = AC = b$	1. จากการสร้าง
2. จาก $\triangle DEF$ จะได้ $DE^2 = a^2 + b^2$	2. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
3. จาก $\triangle ABC$, $c^2 = a^2 + b^2$	3. กำหนดให้
4. ดังนั้น $DE^2 = c^2$	4. ต่างก็เท่ากับ $a^2 + b^2$
5. นั่นคือ $DE = c$	5. จากข้อ 4
6. $\triangle DEF \cong \triangle ABC$	6. รูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีด้านยาวเท่ากัน 3 คู่ (ด้าน-ด้าน- ด้าน)
7. $\widehat{DFE} = \widehat{ACB} = 90^\circ$	7. จากข้อ 6 และการสร้าง
8. ดังนั้น $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมี \widehat{ACB} เป็นมุมฉาก	8. จากข้อ 7

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มีด้านยาว a, b, c หน่วยและ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและด้านที่ยาว c หน่วยเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก จงพิสูจน์ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC มี \overline{BC} , \overline{CA} และ \overline{AB} ยาว 2.1, 7.2 และ 7.5 เซนติเมตรตามลำดับ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

วิธีทำให้ a, b และ c แทนความยาวของด้าน \overline{BC} , \overline{CA} และ \overline{AB} ของ $\triangle ABC$ ตามลำดับ



จะได้ $a = 2.1$ เซนติเมตร

$b = 7.2$ เซนติเมตร

$c = 7.5$ เซนติเมตร

และ $a^2 = 4.41$

$b^2 = 51.84$

$c^2 = 56.25$

$a^2 + b^2 = 4.41 + 51.84$

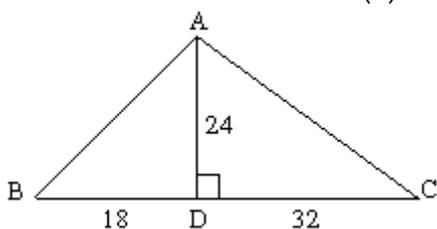
$= 56.25$

ดังนั้น

$a^2 + b^2 = c^2$

นั่นคือ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $\hat{A}CB$ เป็นมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 3 จงแสดงว่า $\triangle ABC$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
(ตัวเลขที่กำกับด้านที่หน่วยเป็นความยาว)



(1) วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น

$$\begin{aligned} AC^2 &= 32^2 + 24^2 \\ &= 1,024 + 576 \\ &= 1,600 \end{aligned}$$

และ $\triangle ABD$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น

$$\begin{aligned} AB^2 &= 24^2 + 18^2 \\ &= 576 + 324 \\ &= 900 \end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } AB^2 + AC^2 = 900 + 1,600 = 2,500$$

$$\begin{aligned} \text{และ } BC^2 &= (BD + DC)^2 \\ &= (18 + 32)^2 \\ &= 50^2 \\ &= 2,500 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } AB^2 + AC^2 = BC^2$$

นั่นคือ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม BAC เป็นมุมฉาก

3. ชั้นเปรียบเทียบ

ครูตั้งข้อสังเกตให้นักเรียนศึกษาเปรียบเทียบจากการศึกษาจากตัวอย่าง

3.1 ในข้อความของทฤษฎีบทพีทาโกรัส อะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผล

3.2 ในข้อความของบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส อะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผล

4. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์

ครูชี้แนะให้นักเรียน และช่วยกันสรุปให้ได้ว่า

4.1 ส่วนที่เป็นเหตุของทฤษฎีบท คือ ส่วนที่เป็นผลของบทกลับ และส่วนที่เป็นเหตุของบทกลับ คือส่วนที่เป็นผลของทฤษฎีบท

4.2 ทฤษฎีบทไม่จำเป็นต้องมีบทกลับ ถึงแม้ว่าเราสามารถเขียนบทกลับของข้อความเดิมได้ แต่ข้อความที่ได้ไม่จำเป็นต้องเป็นจริงเสมอไปในกรณีที่เป็นจริง จึงจะเรียกว่าข้อความที่ได้นั้นว่าบทกลับ

5. ชั้นนำไปใช้

(ต่อแผนที่ 8)

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ หนังสือเรียน
2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัด/ประเมิน	เครื่องมือ/ประเมิน	เกณฑ์การวัด/ประเมิน
-	-	-

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(นายวศิน เกิดดี)

ผู้จัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย

หน่วยที่ 2 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง การพิสูจน์โดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
 เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

- ค 3.2 ม.2/2 ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา
- ค 6.1 ม. 1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
- ม. 1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
- ม. 1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส พิสูจน์สามเหลี่ยมที่กำหนดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

สาระสำคัญ

1. ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก
2. ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมีด้านยาว a , b, และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ภาระงาน / ชิ้นงาน

แบบทดสอบที่ 6

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะที่สำคัญ

1. ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาใน
2. ใช้ความรู้ที่มีจิตวิเคราะห์เพื่อสร้างองค์ความรู้

สาระการเรียนรู้

บทพิสูจน์ของบทกลับของทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

กระบวนการเรียนรู้ (ต่อจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7)

ครูทบทวนความรู้เดิม

5. ขั้นนำไปใช้

นักเรียนทำแบบทดสอบที่ 6

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ แบบทดสอบที่ 6
2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัด/ประเมิน	เครื่องมือ/ประเมิน	เกณฑ์การวัด/ประเมิน
ทำแบบทดสอบ	แบบทดสอบที่ 6	10 คะแนน ผ่าน 7 คะแนน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(นายวศิน เกิดดี)

ผู้จัดการเรียนรู้

แบบทดสอบที่ 6

1. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งกล่าวว่า ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้าน a , b และ c หน่วย $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านที่ยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

วิธีทำ พิสูจน์บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ดังนี้

กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC มีด้านยาว a , b

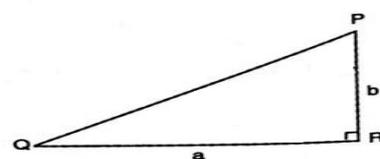
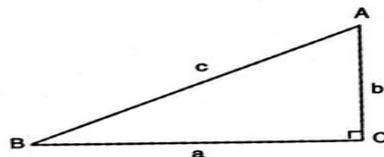
$$\text{และ } c^2 = a^2 + b^2$$

ต้องการพิสูจน์ว่า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก

พิสูจน์ สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PQR ที่มี \widehat{PQR}

เป็นมุมฉาก \overline{QR} และ \overline{PR} ยาว a และ b หน่วยตามลำดับ



ให้นักเรียนพิจารณาเติมข้อความของทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ให้เป็นเหตุเป็นผลซึ่งกันและกัน (10 คะแนน)

ข้อความ	เหตุผล
1) $QR = BC = a$ และ $PR = AC = b$	1)
2) จาก $\triangle PQR$ จะได้ $PQ^2 = a^2 + b^2$	2)
3) จาก $\triangle ABC$ จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$	3)
4) ดังนั้น $PQ^2 = c^2$	4)
5) นั่นคือ $PQ = c$	5)
6) $\triangle PQR \cong \triangle ABC$	6)
7) $\widehat{PQR} = \widehat{ACB} = 90^\circ$	7)
8) ดังนั้น $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมี \widehat{ACB} เป็นมุมฉาก	8)

แผนการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย

หน่วยที่ 3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม.2/2 ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม. 1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ
 ความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ม. 1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ
 กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ ใช้ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้
 อย่างหลากหลาย

ภาระงาน / ชิ้นงาน

-

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะที่สำคัญ

1. ใช้วิธีการที่หลากหลาย แก้ปัญหา
2. ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีใน การแก้ปัญหาใน
 สถานการณ์ต่าง ๆ ได้ อย่างเหมาะสม

สาระการเรียนรู้

1. การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้

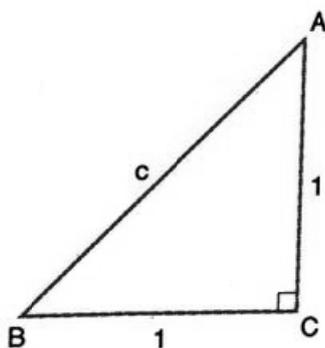
กระบวนการเรียนรู้

1. ขั้นเตรียมการ

- 1.1 แจงจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1.2 ครูทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ

2. ขั้นดำเนินการสอน

2.1 ครูแสดงสถานการณ์ในอดีต มนุษย์ยังไม่สามารถอธิบายเกี่ยวกับจำนวนอตรรกยะได้ จนกระทั่งมีการค้นพบทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งทำให้มนุษย์สามารถกำหนดจุดบนเส้นจำนวนแทนจำนวนอตรรกยะบางจำนวน เช่น $\sqrt{2}$ ได้



2.2 ครูแสดงตัวอย่างการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ พอสมควรให้นักเรียนศึกษา

3. ขั้นเปรียบเทียบ

ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก ด้าน AC และด้าน BC มีความยาวด้านละ 1 หน่วย ด้านตรงข้ามมุมฉาก AB ยาว c หน่วย

จากรูป โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$c^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า ไม่มีจำนวนเต็มใด ๆ ที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 จึงจำเป็นต้องสร้างจำนวนชนิดใหม่ขึ้นมาเพื่อใช้แทน c โดยใช้สัญลักษณ์ $\sqrt{2}$ แทนจำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 จำนวนชนิดนี้ คือ จำนวนอตรรกยะที่นักเรียนศึกษามาแล้ว

$$\text{ดังนั้น } (\sqrt{2})^2 = 2$$

$$\text{จาก } c^2 = 2$$

$$\text{ดังนั้น } c = \sqrt{2}$$

เนื่องจากจำนวนลบเมื่อยกกำลังสองแล้วจะเป็นจำนวนบวก จึงใช้สัญลักษณ์ $-\sqrt{2}$ แทนจำนวนลบที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2

$$\text{ดังนั้น } (-\sqrt{2})^2 = 2$$

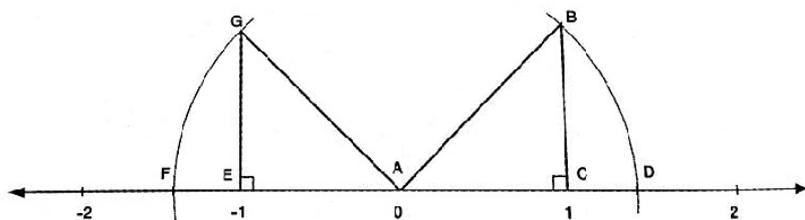
$$\text{จาก } c^2 = 2$$

ดังนั้น $c = -\sqrt{2}$

นั่นคือ เมื่อ $c^2 = 2$ โดย c เป็นจำนวนใดๆ

จะได้ $c = \sqrt{2}$ หรือ $c = -\sqrt{2}$

โดยอาศัยเส้นจำนวน มีวิธีสร้างเพื่อหา c เมื่อ $c^2 = 2$ ดังนี้



4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์

ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุป ว่าทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ ใช้ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้อย่างหลากหลาย

5. ขั้นนำไปใช้

(ต่อแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10)

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ ไม้บรรทัด อุปกรณ์วัดมุม วงเวียน
2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัด/ประเมิน	เครื่องมือ/ประเมิน	เกณฑ์การวัด/ประเมิน
-	-	-

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(นายวศิน เกิดดี)

ผู้จัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย

หน่วยที่ 3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม.2/2 ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม. 1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ
 ความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ม. 1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ
 กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ ใช้ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้
 อย่างหลากหลาย

ภาระงาน / ชิ้นงาน

แบบทดสอบที่ 7

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะที่สำคัญ

1. ใช้วิธีการที่หลากหลาย แก้ปัญหา
2. ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีใน การแก้ปัญหาใน
 สถานการณ์ต่าง ๆ ได้ อย่างเหมาะสม

สาระการเรียนรู้

การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้

กระบวนการเรียนรู้ (ต่อจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9)

ทบทวนความรู้เดิมในการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ จากแผนการเรียนรู้ที่ 9

5. ขั้นนำไปใช้

นักเรียนทำแบบทดสอบที่ 7

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ แบบทดสอบที่ 7
2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัด/ประเมิน	เครื่องมือ/ประเมิน	เกณฑ์การวัด/ประเมิน
ทำแบบทดสอบ	แบบทดสอบที่ 7	10 คะแนน ผ่าน 7 คะแนน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

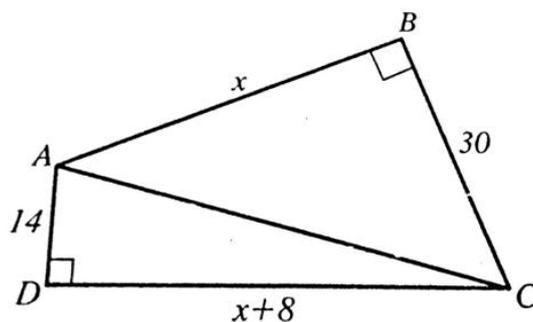
ลงชื่อ

(นายวศิน เกิดดี)

ผู้จัดการเรียนรู้

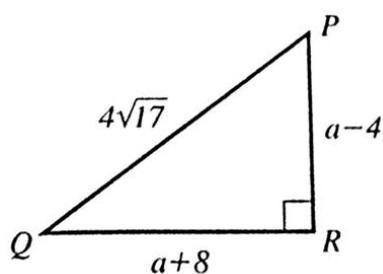
7. จากรูป จงหาความยาวของ AC

- ก. 40
- ข. 48
- ค. 50
- ง. 52



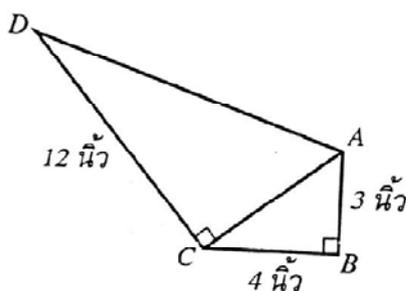
8. จากรูป พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากับเท่าไร

- ก. 30 ตารางหน่วย
- ข. 32 ตารางหน่วย
- ค. 34 ตารางหน่วย
- ง. 36 ตารางหน่วย



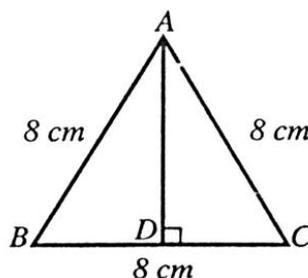
9. จากรูป กำหนดให้ AB = 3 นิ้ว BC = 4 นิ้ว และ CD = 12 นิ้ว ความยาวของ AD เท่ากับเท่าไร

- ก. 16 นิ้ว
- ข. 15 นิ้ว
- ค. 14 นิ้ว
- ง. 13 นิ้ว



10. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาวด้านละ 8 เซนติเมตร จะมีความสูงเท่าใด

- ก. $4\sqrt{3}$ cm
- ข. $3\sqrt{3}$ cm
- ค. $2\sqrt{3}$ cm
- ง. $4\sqrt{3}$ cm



แผนการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย

หน่วยที่ 3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม.2/2 ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม. 1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ
 ความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ม. 1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ
 กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ ใช้ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้
 อย่างหลากหลาย

ภาระงาน / ชิ้นงาน

-

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะที่สำคัญ

1. ใช้วิธีการที่หลากหลาย แก้ปัญหา
2. ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีใน การแก้ปัญหาใน
 สถานการณ์ต่าง ๆ ได้ อย่างเหมาะสม

สาระการเรียนรู้

การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้

กระบวนการเรียนรู้

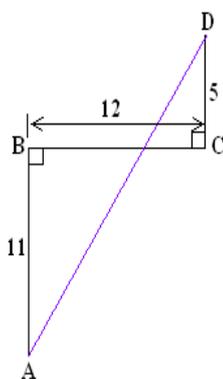
1. ขั้นเตรียมการ

- 1.1 แจงจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1.2 ครูทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ

2. ขั้นดำเนินการสอน

2.1 ครูยกสถานการณ์

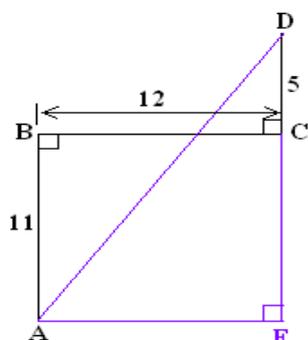
ลูกเสือออกเดินทางไปยังที่พักแรมแห่งหนึ่ง ตามแผนผังการเดินทาง จะต้องเดินตรงไปทางทิศเหนือของโรงเรียน 11 กิโลเมตรแล้วขวาตรงไปทางทิศตะวันออก 12 กิโลเมตรแล้วตรงขึ้นไปทางทิศเหนืออีก 5 กิโลเมตร จึงจะถึงที่พัก อยากทราบว่าที่พักโรงแรมอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร



- AB แทนระยะทางห่างจากโรงเรียนไปทางทิศเหนือ 11 กิโลเมตร
- BC แทนระยะห่างจาก B ไปทางทิศตะวันออก 12 กิโลเมตร
- CD แทนระยะห่างจาก C ไปทางทิศเหนือ 5 กิโลเมตร
- AD แทนระยะห่างจากโรงเรียนถึงที่พักโรงแรมต่อ

DC ไปทาง C พบเส้นที่ลากจาก A ขนานกับ BC ที่ E จะได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCE และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE ที่มี \hat{E} เป็นมุมฉาก

3. ขั้นเปรียบเทียบ



ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 AD^2 &= AE^2 + DE^2 \\
 \text{แต่ } AE &= BC = 12 \\
 \text{และ } DE &= DC + CE \\
 &= DC + AB \\
 &= 5 + 11 \\
 &= 16
 \end{aligned}$$

4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } AD^2 &= 12^2 + 16^2 \\
 &= 144 + 256 \\
 &= 400 \\
 AD &= 20
 \end{aligned}$$

ฉะนั้น ที่พักโรงแรมอยู่ห่างจากโรงเรียน 20 กิโลเมตร
ตอบ 20 กิโลเมตร

5. ขั้นนำไปใช้ (ต่อแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12)

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ หนังสือเรียน
2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัด/ประเมิน	เครื่องมือ/ประเมิน	เกณฑ์การวัด/ประเมิน
-	-	-

10. บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(นายวศิน เกิดดี)
ผู้จัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย

หน่วยที่ 3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ เวลา 1 ชั่วโมง

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม.2/2 ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม. 1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ
 ความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ม. 1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ
 กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ ใช้ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้
 อย่างหลากหลาย

ภาระงาน / ชิ้นงาน

แบบทดสอบที่ 8

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะที่สำคัญ

1. ใช้วิธีการที่หลากหลาย แก้ปัญหา
2. ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีใน การแก้ปัญหาใน
 สถานการณ์ต่าง ๆ ได้ อย่างเหมาะสม

สาระการเรียนรู้

การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้

กระบวนการเรียนรู้ (ต่อจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11)

ทบทวนสถานการณ์จากการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

5. ขั้นนำไปใช้

ทำแบบทดสอบที่ 8

วัสดุอุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้

1. สื่อ หนังสือเรียน แบบทดสอบที่ 8
2. แหล่งเรียนรู้ ห้องเรียน

การวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัด/ประเมิน	เครื่องมือ/ประเมิน	เกณฑ์การวัด/ประเมิน
ทำแบบทดสอบ	แบบทดสอบที่ 8	10 คะแนน ผ่าน 7 คะแนน

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(นายวสิน เกิดดี)

ผู้จัดการเรียนรู้

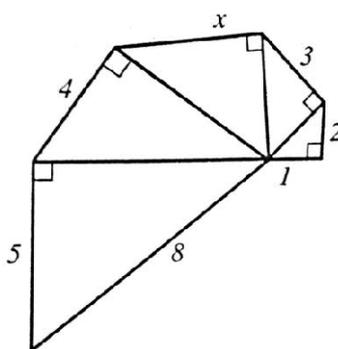
แบบทดสอบที่ 8

คำสั่ง จงเลือกตอบข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

1. สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่ง เส้นทแยงมุมทั้งสองมีความยาวเป็น 6 และ 8 นิ้ว ความยาวเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนนี้คือข้อใด
 - ก. 20 นิ้ว
 - ข. 24 นิ้ว
 - ค. 32 นิ้ว
 - ง. 40 นิ้ว

2. สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่ง เส้นทแยงมุมทั้งสองมีความยาวเป็น 10 และ 24 นิ้ว ความยาวเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนนี้คือข้อใด
 - ก. 52 นิ้ว
 - ข. 54 นิ้ว
 - ค. 56 นิ้ว
 - ง. 58 นิ้ว

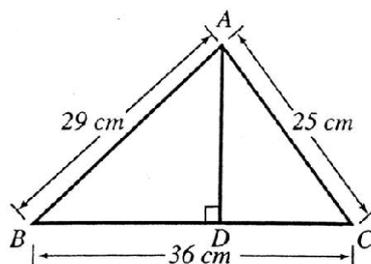
3. จากรูป จงหาค่า x



- ก. 3
- ข. 4
- ค. 5
- ง. 6

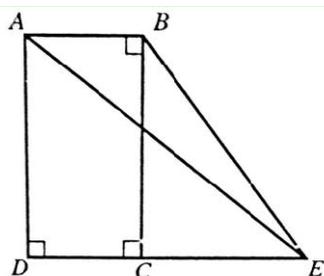
4. จากรูป AD ตั้งฉากกับ BC BC ยาว 36 เซนติเมตร AB ยาว 29 เซนติเมตรและ AC ยาว 25 เซนติเมตร ความยาวของ AD เท่ากับเท่าไร

- ก. 15 เซนติเมตร
- ข. 18 เซนติเมตร
- ค. 20 เซนติเมตร
- ง. 25 เซนติเมตร



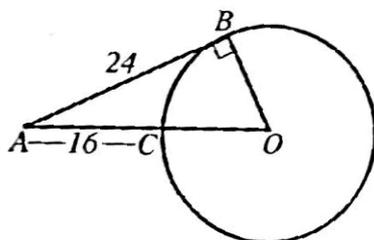
5. จากรูป $AE = 51$ นิ้ว $BE = 40$ นิ้ว $CE = 32$ นิ้ว พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ เท่ากับเท่าไร

- จ. 575 ตารางนิ้ว
 ฉ. 696 ตารางนิ้ว
 ช. 734 ตารางนิ้ว
 ซ. 746 ตารางนิ้ว



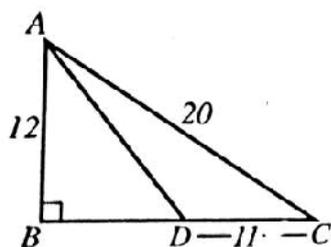
6. จากรูป $AB = 24$, $AC = 16$ จงหาความยาวของรัศมี OB

- ก. 10
 ข. 9
 ค. 6
 ง. 5



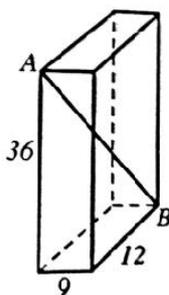
7. จงหาความยาวของ AD จากรูปที่กำหนดให้

- ก. 13
 ข. 15
 ค. 16
 ง. 17



8. กล่องรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง 9 นิ้ว ยาว 12 นิ้ว สูง 36 นิ้ว ตามรูป เส้นทแยงมุม AB ยาวกี่นิ้ว

- ก. 37 นิ้ว
 ข. 38 นิ้ว
 ค. 39 นิ้ว
 ง. 40 นิ้ว



9. บันไดยาว 20 ฟุต วางพิงผนังตึก ปลายบันไดสูงจากพื้นดิน 16 ฟุต จงหาว่าโคนบันไดอยู่ห่างจากผนังตึกเท่าไร
- ก. 8 ฟุต
 - ข. 12 ฟุต
 - ค. 13 ฟุต
 - ง. 15 ฟุต
10. สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาว 6 และ 8 หน่วย ตามลำดับ ถ้าต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เป็นรูปขยายของรูปเดิมให้มีพื้นที่เป็น 4 เท่าของรูปเดิมแล้ว สามเหลี่ยมรูปใหม่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่าไร
- ก. 15 หน่วย
 - ข. 20 หน่วย
 - ค. 25 หน่วย
 - ง. 30 หน่วย
