ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
E46958

EXPONENTIAL STABILITY OF UNCERTAIN SWITCHED SYSTEM WITH TIME-VARYING DELAY

EAKKAPONG DUANGDAI

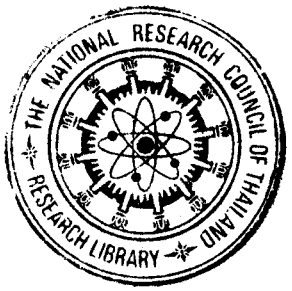
MASTER OF SCIENCE
IN APPLIED MATHEMATICS

THE GRADUATE SCHOOL
CHIANG MAI UNIVERSITY

APRIL 2010

boo246594

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



EXPONENTIAL STABILITY OF UNCERTAIN SWITCHED SYSTEM WITH TIME-VARYING DELAY

EAKKAPONG DUANGDAI

A THESIS SUBMITTED TO THE GRADUATE SCHOOL IN
PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF
MASTER OF SCIENCE
IN APPLIED MATHEMATICS

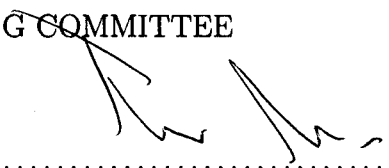
THE GRADUATE SCHOOL
CHIANG MAI UNIVERSITY
APRIL 2010

EXPONENTIAL STABILITY OF UNCERTAIN SWITCHED SYSTEM WITH TIME-VARYING DELAY

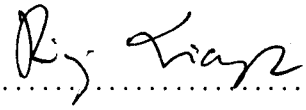
EAKKAPONG DUANGDAI

THIS THESIS HAS BEEN APPROVED
TO BE A PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
IN APPLIED MATHEMATICS

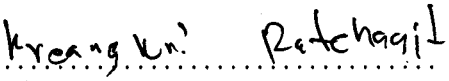
EXAMINING COMMITTEE



..... CHAIRPERSON
Lect. Dr. Thanasak Mouktonglang



..... MEMBER
Assoc. Prof. Dr. Piyapong Niamsup



..... MEMBER
Lect. Dr. Kreangkri Ratchagit

28 April 2010

© Copyright by Chiang Mai University

ACKNOWLEDGEMENTS

First of all, I would like to express my sincere gratitude to my supervisor, Assoc. Prof. Dr. Piyapong Niamsup, for his initial idea, guidance, encouragement and critical reading manuscript which enable me to carry out my study successfully.

I wish to express my sincere gratitude to the Department of Mathematics, Science, Chiang Mai University and all teachers for teach me in Bachelor and Master degree.

I am thankful for all my seniors and my friends with there help and warm friendship.

Finally, special acknowledgement and gratitude must be extend to all members in my family for there love and encouragement.

Eakkapong Duangdai

ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์ เสถียรภาพเลขชี้กำลังของระบบสลับไม่แน่นอนที่มีตัวหน่วงแปรผันตามเวลา

ผู้เขียน นาย เอกพงษ์ ดวงดาย

ปริญญา วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร. ปิยะพงศ์ เนียมทรัพย์

E46958

บทคัดย่อ

ในวิทยานิพนธ์นี้ เราได้ศึกษาเงื่อนไขการมีเสถียรภาพของระบบสลับไม่แน่นอนที่มีตัวหน่วงแปรผันตามเวลาในรูป

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A_\sigma + \Delta A_\sigma(t)]x(t) + [B_\sigma + \Delta B_\sigma(t)]x(t-h(t)) \\ \qquad\qquad +f_\sigma(t, x(t), x(t-h(t))),\ t > 0, \\ x(t) = \phi(t),\ t \in [-h_M, 0], \end{cases} \tag{1}$$

โดยที่ $x(t) \in \mathbb{R}^n$ เป็นเวกเตอร์สถานะ $\sigma(\cdot) : \mathbb{R}^n \to S = \{1, 2, ..., N\}$ เป็นฟังก์ชันการสลับให้ $i \in S = S_u \cup S_s$ ซึ่ง $S_u = \{1, 2, ..., r\}$ และ $S_s = \{r+1, r+2, ..., N\}$ เป็นเซตของระบบที่ไม่เสถียรและเสถียรตามลำดับ N แทนจำนวนของระบบย่อยทั้งหมด $A_i, B_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$ เป็นเมทริกซ์คงตัว $\Delta A_i(t), \Delta B_i(t)$ เป็นเมทริกซ์ไม่ทราบค่าแน่นอนซึ่งสอดคล้องกับ

$$\Delta A_i(t) = E_{1i}F_{1i}(t)H_{1i},\ \Delta B_i(t) = E_{2i}F_{2i}(t)H_{2i}, \tag{2}$$

โดยที่ $E_{ji}, H_{ji}, j = 1, 2, i = 1, 2, ..., N$ เป็นเมทริกซ์คงตัวที่มีมิติเหมาะสม
$F_{ji}(t)$ เป็นเมทริกซ์จริงไม่ทราบค่าซึ่งสอดคล้องกับ

$$F_{ji}^T(t)F_{ji}(t) \le I,\ j = 1, 2,\ i = 1, 2, ..., N,\ \forall t \ge 0. \tag{3}$$

โดยที่ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ที่มีมิติเหมาะสม
ฟังก์ชันไม่เชิงเส้น $f_i(t, x(t), x(t-h(t))),\ i = 1, 2, ..., N$ สอดคล้องกับ

$$\| f_i(t, x(t), x(t-h(t))) \| \le \gamma_i \| x(t) \| + \delta_i \| x(t-h(t)) \|, \tag{4}$$

E46958

สำหรับบาง $\gamma_i, \delta_i > 0,\ i = 1, 2, ..., N$ ฟังก์ชันตัวหน่วงที่แปรผันตามเวลา $h(t)$ สอดคล้องกับ

(i) เมื่อ $\Delta A_i(t) = 0$ และ $\Delta B_i(t) = 0$ และ $f_i(t, x(t), x(t - h(t))) = 0$

$$0 \leq h_m \leq h(t) \leq h_M,\ \dot{h}(t) \leq \mu,\ t \geq 0, \tag{5}$$

(ii) เมื่อ $\Delta A_i(t) \neq 0$ หรือ $\Delta B_i(t) \neq 0$ หรือ $f_i(t, x(t), x(t - h(t))) \neq 0$

$$0 \leq h_m \leq h(t) \leq h_M,\ \dot{h}(t) \leq \mu < 1,\ t \geq 0, \tag{6}$$

โดยที่ h_m, h_M และ μ เป็นค่าคงตัวที่กำหนด

โดยมีจุดประสงค์ในการหาเงื่อนไขเพียงพอใหม่สำหรับการมีเสถียรภาพของผลเฉลยศูนย์สำหรับระบบสมการ (1) ซึ่งประกอบด้วยระบบย่อยที่ไม่เสถียรและเสถียร โดยใช้ฟังก์ชันไลปูนอฟ สูตรนิวตันไลบ์นิทซ์ และ เทคนิคอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น พร้อมทั้งยกตัวอย่างการคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อยืนยันผลของทฤษฎีบทที่ได้รับ

Thesis Title Exponential Stability of Uncertain Switched System with Time-Varying Delay

Author Mr. Eakkapong Duangdai

Degree Master of Science (Applied Mathematics)

Thesis Advisor Assoc. Prof. Dr. Piyapong Niamsup

E46958

ABSTRACT

In this thesis, we study the stability of uncertain switched system with time-varying delay. The switched system under the consideration is described by

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A_\sigma + \Delta A_\sigma(t)]x(t) + [B_\sigma + \Delta B_\sigma(t)]x(t-h(t)) \\ \qquad\qquad +f_\sigma(t, x(t), x(t-h(t))), \ t > 0, \\ x(t) = \phi(t), \ t \in [-h_M, 0], \end{cases} \tag{1}$$

where $x(t) \in \mathbb{R}^n$ is the state vector. $\sigma(\cdot) : \mathbb{R}^n \to S = \{1, 2, ..., N\}$ is the switching function. Let $i \in S = S_u \cup S_s$ such that $S_u = \{1, 2, ..., r\}$ and $S_s = \{r+1, r+2, ..., N\}$ be the set of the unstable and stable modes, respectively. N denotes the number of subsystems. $A_i, B_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$ are given constant matrices. $\Delta A_i(t), \Delta B_i(t)$ are uncertain matrices satisfying the following conditions:

$$\Delta A_i(t) = E_{1i}F_{1i}(t)H_{1i}, \ \Delta B_i(t) = E_{2i}F_{2i}(t)H_{2i}, \tag{2}$$

where $E_{ji}, H_{ji}, j = 1, 2, i = 1, 2, ..., N$ are given constant matrices with appropriate dimensions. $F_{ji}(t)$ are unknown, real matrices satisfying:

$$F_{ji}^T(t)F_{ji}(t) \leq I, \ j = 1, 2, \ i = 1, 2, ..., N, \ \forall t \geq 0, \tag{3}$$

where I is the identity matrix of appropriate dimension.

The nonlinear perturbation $f_i(t, x(t), x(t-h(t))), \ i = 1, 2, ..., N$ satisfies the following condition:

$$\| f_i(t, x(t), x(t-h(t))) \| \leq \gamma_i \| x(t) \| + \delta_i \| x(t-h(t)) \|, \tag{4}$$

E46958

for some $\gamma_i, \delta_i > 0,\ i = 1, 2, ..., N$. The time-varying delay function $h(t)$ is assumed to satisfy one of the following conditions:

(i) when $\Delta A_i(t) = 0$ and $\Delta B_i(t) = 0$ and $f_i(t, x(t), x(t - h(t))) = 0$

$$0 \leq h_m \leq h(t) \leq h_M,\ \dot{h}(t) \leq \mu,\ t \geq 0, \tag{5}$$

(ii) when $\Delta A_i(t) \neq 0$ or $\Delta B_i(t) \neq 0$ or $f_i(t, x(t), x(t - h(t))) \neq 0$

$$0 \leq h_m \leq h(t) \leq h_M,\ \dot{h}(t) \leq \mu < 1,\ t \geq 0, \tag{6}$$

where h_m, h_M and μ are given constants.

The main objective of this thesis is to find some new sufficient conditions to determine stability of the zero solution for the system (1) by using Lyapunov function, Newton-Leibniz formula and linear matrix inequality technique. Some numerical examples are given to show the effectiveness of our theoretical results.

TABLE OF CONTENTS

	Page
Acknowledgements	iii
Abstract in Thai	iv
Abstract in English	vi
List of Figures	ix
Chapter 1 Introduction	1
Chapter 2 Preliminaries	13
2.1 Notations	13
2.2 Types of Matrix and Function	14
2.3 Lyapunov Function	15
2.4 Stability	15
Chapter 3 Main results	17
3.1 Exponential Stability of Linear Switched System with Time-Varying Delay	21
3.2 Robust Exponential Stability of Linear Switched System with Time-Varying Delay	28
3.3 Robust Exponential Stability of Nonlinear Switched System with Time-Varying Delay	32
Chapter 4 Conclusion	47
Bibliography	52
Appendix	54
Vita	58

LIST OF FIGURES

Figure		Page
3.1	The trajectories of solution of the linear switched system in Example 3.1.1	**41**
3.2	The trajectories of solution of system $i = 1$ in Example 3.1.1	**42**
3.3	The trajectories of solution of system $i = 2$ in Example 3.1.1	**42**
3.4	The trajectories of solution of the nonlinear switched system in Example 3.1.2	**45**
3.5	The trajectories of solution of system $i = 1$ in Example 3.1.2	**46**
3.6	The trajectories of solution of system $i = 2$ in Example 3.1.2	**46**