

การทำให้เครื่องรับส่งเหมาะสมที่สุดสำหรับข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นในระบบมัลติแคเรียร์ซีดีเอ็มเอหลายผู้ใช้



นายประจักษ์ แซ่ตั้ง

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

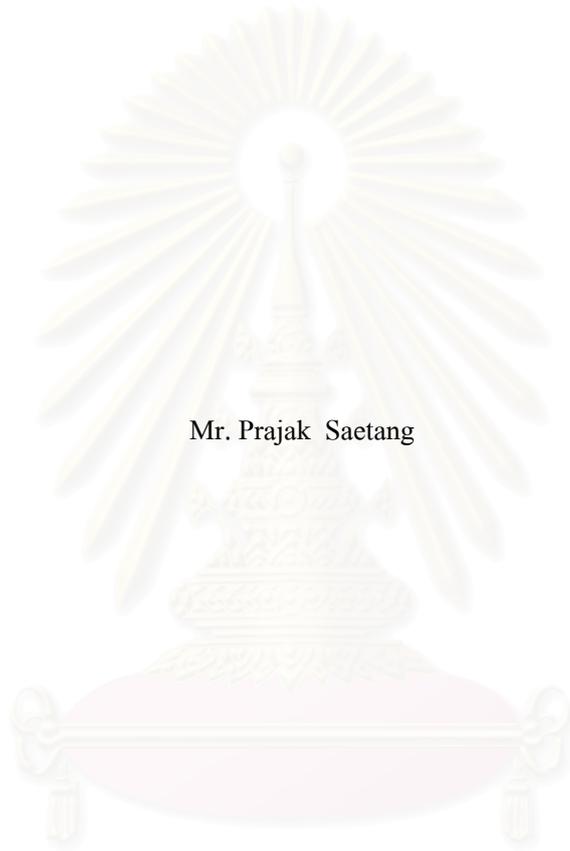
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2549

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

TRANSCEIVER OPTIMIZATION FOR UPLINK MULTIUSER MULTICARRIER CDMA SYSTEMS



Mr. Prajak Saetang

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2006

Copyright of Chulalongkorn University

ประจักษ์ แซ่ตั้ง : การทำให้เครื่องรับส่งเหมาะที่สุดสำหรับข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นในระบบมัลติแคเรียร์ซีดีเอ็มเอหลายผู้ใช้. (TRANSCIVER OPTIMIZATION FOR UPLINK MULTIUSER MULTICARRIER CDMA SYSTEMS) อ. ที่ปรึกษา : รศ. ดร.สมชาย จิตะพันธ์กุล, 74 หน้า.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอวิธีการปรับปรุงสมรรถนะของระบบมัลติแคเรียร์ซีดีเอ็มเอ ซึ่งมีผู้ใช้หลายรายในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นบนช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถี โดยการออกแบบหาค่าพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับ พรีโคดเดอร์ที่ได้จะทำหน้าที่จัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของผู้ใช้แต่ละรายให้เหมาะสมกับสถานะของช่องสัญญาณ และตัวตรวจหาที่ใช้ที่ภาครับจะมีค่าเปลี่ยนแปลงโดยมีความสัมพันธ์กับพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่ง บนเกณฑ์ที่ทำให้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของระบบมีค่าต่ำสุด (minimum mean square error) จากนั้นจะนำเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดมาประยุกต์เพื่อหาค่าดังกล่าว โดยเมื่อแปลงสมการของระบบที่นำเสนอให้อยู่ในรูปแบบของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด (optimization problem) รูปแบบที่ได้ดังกล่าวอยู่ในรูปแบบปัญหาไม่คอนเวกซ์ (nonconvex problem) ทำให้คำตอบที่ได้อาจจะไม่ใช่ค่าเหมาะที่สุดวงกว้าง กล่าวคืออาจจะได้คำตอบที่เป็นค่าเหมาะที่สุดเฉพาะที่ (local optimal) ดังนั้นจึงทำการแปลงรูปแบบปัญหาไม่คอนเวกซ์ดังกล่าวให้อยู่ในรูปแบบกำหนดการเชิงกรวยอันดับสอง (second-order cone programming) ซึ่งเป็นรูปแบบปัญหาคอนเวกซ์ (convex problem) ทำให้คำตอบที่หาค่าได้คือค่าพรีโคดเดอร์และตัวตรวจหาเป็นค่าเหมาะที่สุดวงกว้าง (global optimal) และมีวิธีจุดภายใน (interior-point methods) สำหรับใช้หาคำตอบของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยใช้เวลาพหุนาม (polynomial time)

ผลการจำลอง เพื่อทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบที่นำเสนอ แสดงให้เห็นว่าระบบที่นำเสนอมีสมรรถนะที่ดีกว่าในระบบซึ่งไม่มีพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่ง แล้วใช้เครื่องรับแบบตัวตรวจหาสำหรับผู้ใช้หลายราย (MMSE MUD) ที่ภาครับ เมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้มีค่าถูกต้องสมบูรณ์ (perfect CSI) และสมรรถนะที่ได้จะลดลงเล็กน้อย ในกรณีค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้มีค่าไม่ถูกต้องสมบูรณ์ (imperfect CSI) ผลการทดสอบด้วยค่าพารามิเตอร์ต่างๆ แสดงให้เห็นว่าวิธีที่นำเสนอมีสมรรถนะที่ดีกว่าวิธีดั้งเดิม

ภาควิชา.....วิศวกรรมไฟฟ้า.....
สาขาวิชา.....วิศวกรรมไฟฟ้า.....
ปีการศึกษา..... 2549.....

ลายมือชื่อนิสิต..... ประจักษ์ แซ่ตั้ง.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

4670698221 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: MC-CDMA / UPLINK / OPTIMIZATION / MULTIUSER / TRANSCEIVER

PRAJAK SAETANG : TRANSCEIVER OPTIMIZATION FOR UPLINK
MULTIUSER MULTICARRIER CDMA SYSTEMS. THESIS ADVISOR : ASSOC.
PROF. SOMCHAI JITAPUNKUL, Dr.Ing. 74 pp.

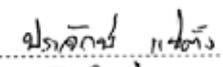
In this thesis, the joint design of a precoder and a detector via convex optimization technique for uplink MC-CDMA systems under multipath fading channels was proposed and investigated with assumption of presence of channel state information (CSI) at both transmitter and receiver. Since for the uplink MC-CDMA system including the precoder at transmitter and linear detector at receiver, the closed-form formulae of which precoder and detector are the solution of the minimum mean square error (MMSE) criterion is not available, the concept of optimization is applied to determine the solution. Nevertheless, the problem is not formulated in the convex optimization problem leading to being not able to guarantee the global optimum solutions. In this thesis, formulation of the MMSE expression for joint transceiver design for uplink MC-CDMA systems as second-order cone programming (SOCP) is developed by use of change of variables and linear transformation techniques. The form of SOCP can be solved numerically, efficiently by several software optimization packages e.g. SeDuMi. Indeed, the SeDuMi is available as a Matlab's toolbox for solving optimization problems over symmetric cones. The performance of proposed modification to the conventional uplink MC-CDMA system is evaluated in term of bit error rate at the output of detector at receiver and optimization latency.

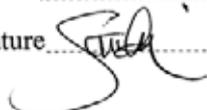
According to the numerical results, this proposed scheme shows that the performance of proposed technique is superior to that of conventional one with a use of MMSE MUD at the receiver in case of perfect CSI. Moreover, even in case of imperfect channel estimate at the receiver, the performance of the proposed scheme is marginally degraded. The effects of other parameters on system performance are studied via computer simulation, and they also show that the proposed scheme still has better performance than conventional for various range of parameter values.

Department.....Electrical Engineering.....

Field of study.....Electrical Engineering.....

Academic year.....2006.....

Student's signature 

Advisor's signature 

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้เป็นอย่างดีด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของรองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย จิตะพันธ์กุล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งกรุณาให้ความรู้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในการวิจัย ตลอดจนความเมตตา และเอาใจใส่ต่อผู้ทำวิจัยมาโดยตลอด ผู้วิจัยจึงขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

ขอขอบคุณ โครงการเสริมสร้างความเชื่อมโยงระหว่างภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า และภาคเอกชนทางด้านการวิจัยและพัฒนา (The Cooperation Project between the Department of Electrical Engineering and Private Sector for Research and Development) ที่ให้ทุนสนับสนุนค่าใช้จ่ายในการวิจัย และจัดทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วง และบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ให้ทุนสนับสนุนค่าใช้จ่ายสำหรับไปเสนอผลงานวิจัยซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ในการประชุมทางวิชาการที่ประเทศญี่ปุ่น

ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยวิศวกรรมวิธีสัญญาณดิจิทัลซึ่งเป็นสถานที่ทำวิจัย รวมถึง ดร. สุวิชัย คุณารัตนพฤกษ์ ที่ปรึกษากลุ่มวิจัย ที่ให้ความรู้ คำแนะนำ และแนวทางที่เป็นประโยชน์ในการทำวิจัย รวมถึง นายปรมินทร์ แสงวงศ์งาม และ นายวาทัญญู คล้ายสงคราม สำหรับการให้คำปรึกษาและคำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ และรุ่นพี่ เพื่อนรุ่นเดียวกัน และรุ่นน้อง สังกัดห้องปฏิบัติการวิจัยชั้น 13 ศึกษาระดับวิศวกรรม

ขอขอบคุณคณะกรรมการสอบที่ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในการปรับปรุงแก้ไขวิทยานิพนธ์

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา และพี่ๆ ของตัวผู้เขียนที่ให้การสนับสนุน และเป็นกำลังใจในทุก ๆ ด้านเสมอมา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

บทที่	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญภาพ	ญ
สารบัญตาราง	ฎ
บัญชีคำศัพท์	ฐ

บทที่

1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมา	1
1.2 แนวทางที่นำเสนอ	6
1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	6
1.4 ขอบเขตของการวิจัย	7
1.5 วิธีดำเนินการวิจัย	7
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	7
1.7 ภาพรวมของวิทยานิพนธ์	8
1.8 นิยามสัญลักษณ์	8
2 ความรู้พื้นฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	9
2.1 การมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์ (multi-carrier modulation)	10
2.2 แบบจำลองระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ	10
2.2.1 แบบจำลองเครื่องส่ง	11
2.2.2 แบบจำลองเครื่องรับ	12
2.3 ช่องสัญญาณของระบบการสื่อสารไร้สายโทรศัพท์เคลื่อนที่	14
2.3.1 ข่ายเชื่อมโยงขาลง (downlink) และข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น (uplink)	15
2.3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณ (channel model)	16
2.4 การตรวจหาข้อมูล	18
2.4.1 ตัวตรวจหาแบบดีคอร์เรลเลอร์ (decorrelator detector : DD)	19
2.4.2 ตัวตรวจหาแบบให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (minimum mean	

บทที่	หน้า
square error : MMSE)	19
2.5 รหัสแรมป์	20
2.6 ช่วงเวลาคู่มกัน (Guard interval)	20
2.7 ปัจจัยที่ส่งผลต่อสมรรถนะของระบบ	22
2.7.1 สัญญาณแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทาง (multiple access interference:MAI)	22
2.7.2 สัญญาณแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (inter-symbol interference : ISI)	22
2.7.3 สัญญาณแทรกสอดระหว่างคลื่นพาห้ย่อย (inter-carrier interference: ICI) ...	23
2.8 พารามิเตอร์ที่ใช้วัดสมรรถนะของระบบ	23
2.8.1 อัตราความผิดพลาดบิต (BER)	23
2.8.2 อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to Noise Ratio : SNR)	24
2.9 ความรู้พื้นฐานการหาค่าเหมาะที่สุด (Optimization)	24
2.10 ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ (convex optimization problems)	30
2.11 รูปแบบปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบภาคตัดกรวยเชิงเส้น (linear conic optimization models)	31
2.12 วิธีจุดภายใน (interior-point methods)	32
3 การทำให้เครื่องรับส่งเหมาะที่สุดสำหรับข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นในระบบมัลติแคเรียร์ซีดีเอ็มเอ หลายผู้ใช้	37
3.1 แนวคิดที่นำเสนอ	37
3.2 ขั้นตอนการออกแบบวิธีการที่นำเสนอ	40
4 ผลการทดสอบ	49
4.1 ข้อสมมติต่างๆ ที่ใช้ในการจำลองระบบ	49
4.2 พารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในการจำลองระบบ	49
4.3 ผลการจำลองระบบ	50
4.3.1 ผลการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห้ย่อยของพรีโคเดอร์ที่ได้จากการหา ค่าเหมาะที่สุด	50
4.3.2 สมรรถนะของระบบที่นำเสนอในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น ระบบ MC-CDMA หลายผู้ใช้	52
4.3.3 ผลการทดสอบเมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณมีค่าไม่ถูกต้องสมบูรณ์ (imperfect	

บทที่	หน้า
channel)	54
4.3.4 สมรรถนะของระบบเมื่อจำนวนผู้ใช้เพิ่มขึ้น	56
4.3.5 ผลการทดสอบสมรรถนะเมื่อใช้แบบจำลองช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีใน เมือง	57
5 บทสรุปและข้อเสนอแนะ	61
5.1 สรุปผลการวิจัย	61
5.2 ข้อดีและข้อด้อยของระบบที่นำเสนอ	62
5.3 ข้อเสนอแนะ	63
5.4 งานที่ควรจะได้รับการศึกษาหรือพัฒนาต่อไป	63
รายการอ้างอิง	65
ภาคผนวก บทความทางวิชาการที่ได้รับการเผยแพร่แล้ว	68
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	74

สารบัญภาพ

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 2.1	สเปกตรัมการมอดูเลชันแบบคลื่นพาห์เดี่ยว กับแบบหลายคลื่นพาห์.....10
รูปที่ 2.2	แบบจำลองเครื่องส่งของระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ.....11
รูปที่ 2.3	แบบจำลองเครื่องรับของระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ.....12
รูปที่ 2.4	การแพร่กระจายพหุวิถี.....14
รูปที่ 2.5	ข่ายเชื่อมโยงขาตลง (downlink) และข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น (uplink).....16
รูปที่ 2.6	ผลตอบสนองอิมพัลส์ช่องสัญญาณ และฟังก์ชันถ่ายโอนช่องสัญญาณ.....17
รูปที่ 2.7	ช่วงเวลาคุ้มกัน (guard interval).....21
รูปที่ 2.8	วิธีการเติมอุปสรรคหมุนวน (cyclic prefix : CP).....22
รูปที่ 2.9	ตัวอย่างเซตคอนเวกซ์ และไม่คอนเวกซ์.....26
รูปที่ 2.10	กรวยอันดับสอง.....27
รูปที่ 2.11	กรวยเมทริกซ์กึ่งบวกแน่นอน.....29
รูปที่ 2.12	ฟังก์ชันคอนเวกซ์.....30
รูปที่ 2.13	กราฟฟังก์ชันขวางกัน.....34
รูปที่ 3.1	สัมประสิทธิ์ช่องสัญญาณ ในข่ายเชื่อมโยงขาตลง และในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น ของระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ.....38
รูปที่ 3.2	แนวคิดที่นำเสนอโดยการออกแบบหาค่าพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งเพื่อจัดสรรกำลังงานที่ใช้ในแต่ละคลื่นพาห์ย่อยของผู้ใช้แต่ละราย ร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับ โดยอาศัยเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุด.....39
รูปที่ 3.3	แบบจำลองระบบที่มีการออกแบบหาค่าพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นหลายผู้ใช้ระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ.....40
รูปที่ 3.4	การแปลงเชิงเส้นเพื่อให้เงื่อนไขบังคับอยู่ในรูปแบบกรวยอันดับสอง.....51
รูปที่ 4.1	ผลการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห์ย่อยของพรีโคดเดอร์ที่ได้จากการหาค่าเหมาะที่สุด.....52
รูปที่ 4.2	ช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีแบบยูนิฟอร์ม.....53
รูปที่ 4.3	อัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลของระบบที่นำเสนอ เมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้ในการออกแบบหาค่าพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งและดีโคดเดอร์ที่เครื่องรับด้วยวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดนั้นถูกต้องสมบูรณ์ (perfect channel).....55

รูปที่ 4.4	อัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลของระบบที่นำเสนอ เมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้ในการออกแบบหาค่าพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งและดีโคดเดอร์ที่เครื่องรับด้วยวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดนั้น ไม่ถูกต้องสมบูรณ์ (imperfect channel).....	55
รูปที่ 4.5	สมรรถนะของระบบที่จำนวนผู้ใช้ต่างๆ ที่ค่า SNR เท่ากับ 6 dB.....	56
รูปที่ 4.6	ช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีในเมือง.....	57
รูปที่ 4.7	เมื่อใช้แบบจำลองช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีในเมือง.....	58
รูปที่ 4.8	กราฟแสดงเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาคำตอบ เปรียบเทียบตัวแก้ปัญหา SeDuMi กับตัวแก้ปัญหาที่มากับโปรแกรม Matlab.....	59



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่

หน้า

ตารางที่ 1.1	แสดงคุณลักษณะพื้นฐานของระบบการสื่อสารไร้สายในยุคที่สอง และยุคที่สาม	2
ตารางที่ 4.1	ค่าผลตอบแทนของอิมพัลส์ช่องสัญญาณของผู้ใช้แต่ละรายที่ใช้ในการทดสอบ...	50
ตารางที่ 4.2	ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีในเมือง (typical urban : TU)	57



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บัญชีคำศัพท์

การกระเจิง	Scattering
การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งความถี่	Frequency Division Multiple Access ย่อว่า FDMA
การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งด้วยเวลา	Time Division Multiple Access ย่อว่า TDMA
การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งด้วยรหัส	Code Division Multiple Access ย่อว่า CDMA
การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งด้วยรหัส ชนิดลำดับโดยตรง	Direct Sequence-Code Division Multiple Access ย่อว่า DS-CDMA
การตัดสินใจ	Bit Decision
การปรับเท่า	Equalization
การประมาณช่องสัญญาณ	Channel Estimation
การแปลงฟูริเยร์แบบไม่ต่อเนื่อง	Discrete Fourier Transform ย่อว่า DFT
การแปลงฟูริเยร์แบบเร็ว	Fast Fourier Transform ย่อว่า FFT
การแผ่	Spread
การแผ่กลับ	Despread
การมอดูเลต	Modulation
ข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น	Up Link หรือ Reverse Link
ข่ายเชื่อมโยงขาลง	Down Link หรือ Forward Link
ค่าเฉลี่ยของผลต่างกำลังสองของความ ผิดพลาด	Mean Squared Error ย่อว่า MSE
คลื่นพาห้	Carrier
คลื่นพาห้ย่อย	Subcarrier
คอร์รีเลเตอร์	Correlator
เครื่องรับชนิดที่ทำให้ค่าเฉลี่ยกำลังสอง ของค่าผิดพลาดต่ำที่สุด	Minimum Mean Square Error Receiver ย่อว่า MMSE
เครื่องรับแบบเชิงเส้น	Linear Receiver
เครื่องรับแบบดีคอร์เรเลต	Decorrelating Detector
เครื่องรับสำหรับผู้ใช้หลายราย	Multisuser Detection
ความตั้งฉาก	Orthogonality

ความแปรปรวน	Variance
ชิพ	Chip
ช่องสัญญาณแบบพหุวิถี	Multipath Channel
ซิงโครนัส	Synchronous
ดิจิทัล	Digital
ดีคอร์เรเลเตอร์	Decorrelator
พหุวิถี	Multipath
เฟดดิ้ง	Fading
เฟดดิ้งแบบเลือกความถี่	Selective Fading
เฟดดิ้งแบบเรียบ	Flat Fading
รหัสแผ่	Spreading Code
ระยะความผิดพลาด	Error Distance
เวลาประวิง	Delay time
สหสัมพันธ์ข้าม	Cross correlation
สัมประสิทธิ์ของช่องสัญญาณ	Channel Gain
สัญญาณแทรกสอดจากผู้ใช้รายอื่น	Multiple Access Interference ย่อว่า MAI
สัญญาณแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์	Intersymbol interference ย่อว่า ISI
สัญญาณแทรกสอดระหว่างคลื่นพาห่อย่อย	Intercarrier interference ย่อว่า ICI
สัญญาณรบกวนเกาส์สีขาวแบบบวก	Additive White Gaussian Noise
อะซิงโครนัส	Asynchronous
อัตราแผ่	Processing Gain หรือ Spreading factor
อัตราความผิดพลาดบิต	Bit Error Rate ย่อว่า BER
อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน	Signal-to-noise Ratio ย่อว่า SNR
อัตสหสัมพันธ์	Autocorrelation

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมา

ในยุคปัจจุบันนี้ การสื่อสารและสารสนเทศเข้ามามีบทบาทในชีวิตประจำวันของประชาชนสูงมาก และยังคงมีแนวโน้มเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆ ตามความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี ผู้ใช้งานมีความต้องการใช้งานด้านการสื่อสารและสารสนเทศที่ตอบสนองในแง่ที่ระบบมีสภาพพร้อมใช้งาน (availability) สูงโดยใช้งานได้ทุกสถานที่และทุกเวลาอย่างสะดวก ระบบการสื่อสารไร้สายจึงเป็นทางเลือกหนึ่งที่ตอบโจทย์ดังกล่าวได้เป็นอย่างดี ทว่า ด้วยสารสนเทศที่เพิ่มมากขึ้น ระบบการสื่อสารไร้สายในอนาคตนั้นจึงได้รับการคาดหมายว่า ต้องมีความสามารถในการรองรับบริการด้านมัลติมีเดีย (multimedia service) ซึ่งประกอบด้วยสัญญาณเสียง (speech) ภาพ (image) วิดีโอ (video) และข้อมูล (data) รวมทั้งยังต้องสามารถรองรับและจัดการการเข้าใช้งานของผู้ใช้หลายทาง (multiple access) ที่เพิ่มเข้ามาในระบบได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นเทคโนโลยีทางการสื่อสารไร้สาย (wireless communication) จึงมีความจำเป็นในการพัฒนาเพื่อให้สามารถตอบสนองความต้องการดังที่ได้กล่าวมาแล้วนี้ พัฒนาการด้านการสื่อสารไร้สายนั้นสามารถแบ่งได้เป็นยุค (generation) โดยเริ่มมีการพัฒนาอย่างรวดเร็วเมื่อเข้าสู่ยุคที่สอง (2nd Generation : 2G) ซึ่งเริ่มเปลี่ยนจากการใช้ระบบอนาล็อกในยุคแรกเป็นระบบดิจิทัลในยุคที่สอง มาตรฐานที่ใช้ในยุคที่สองนี้ ได้แก่ระบบ GSM IS-95 D-AMPS โดยระบบที่เป็นที่นิยมแพร่หลายได้แก่ระบบ (Global System for Mobile communications : GSM) ในฝั่งยุโรปนั้นเริ่มต้นออกแบบมาเพื่อรองรับการสื่อสารไร้สายสำหรับข้อมูลเสียงเพื่อใช้กับวงจรที่เป็นสวิตช์ (circuit-switched) โดยรองรับความเร็วในการส่งข้อมูล 14.4-115.2 kbits/s และได้มีการพัฒนาเพื่อเพิ่มความเร็วเป็นระบบ (Enhanced Data rate for Global Evolution : EDGE) ทางด้านอเมริกาก็ได้ออกมาตรฐาน IS-95 โดย (Telecommunication Industry Association : TIA) ซึ่งรองรับความเร็วในการส่งข้อมูล 14.4-64 kbit/s หลังจากนั้นก็เริ่มเข้าสู่การสื่อสารในยุคที่สาม ซึ่งพัฒนาให้สามารถรองรับอัตราการส่งข้อมูลได้สูงขึ้นถึง 2 Mbit/s โดยมาตรฐาน Universal/International Mobile Telecommunication System (UMTS/IMT-2000) สำหรับเทคนิคการเข้าใช้หลายทาง (multiple access schemes) ที่ใช้ในการสื่อสารยุคที่สอง และยุคที่สามนั้น ได้แก่ การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งด้วยเวลา (Time Division Multiple Access : TDMA) การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งด้วยความถี่ (Frequency Division Multiple Access : FDMA) และการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งด้วยรหัส (Code Division Multiple

Access : CDMA) สามารถสรุปคุณลักษณะพื้นฐานของการสื่อสารในยุคที่สองและสาม ได้ดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 แสดงคุณลักษณะพื้นฐานของระบบการสื่อสารไร้สายในยุคที่สอง และยุคที่สาม [7]

Parameter	2G systems		3G systems
	GSM	IS-95	UMTS
Carriers frequencies	900 MHz 1800 MHz	850 MHz 1900 MHz	1900-1980 MHz 2010-2025 MHz 2110-2170 MHz
Peak data rate	64 kbit/s	64 kbit/s	2 Mbit/s
Multiple access	TDMA,FDMA	CDMA	CDMA
Services	Voice, Low rate data	Voice, low rate data	Voice, data, video

แม้ว่าการสื่อสารไร้สายในยุคที่สาม ในปัจจุบันนั้นจะสามารถรองรับการอัตราการส่งข้อมูลที่สูงขึ้นถึง 2 Mbit/s ก็ตาม แต่สำหรับการสื่อสารในยุคถัดไป คือในยุคที่สี่นั้น คาดว่า จะต้องมีความสามารถในการรองรับอัตราการส่งข้อมูลที่เพิ่มสูงขึ้นถึง 10-100 Mbit/s ซึ่งเทคนิคดั้งเดิมที่ใช้ คือ การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งด้วยเวลา การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งด้วยความถี่ และการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งด้วยรหัส ที่ได้กล่าวมาแล้วนั้นไม่สามารถรองรับได้ ดังนั้นจึงต้องมีวิธีการใหม่ซึ่งสามารถรองรับอัตราการส่งข้อมูลในระดับที่สูงถึง 10-100 Mbit/s ซึ่งเทคนิคสำคัญวิธีหนึ่งที่สามารถเพิ่มอัตราการส่งข้อมูลได้มากขึ้นและคาดว่าจะถูกใช้ในการสื่อสารไร้สายยุคที่สี่นั้นอยู่บนพื้นฐานของการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์ (multi-carrier modulation) วิธีการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์นั้น ได้ถูกนำเสนอมาในอดีตตั้งแต่ปี ค.ศ. 1960 แต่เนื่องจากในยุคนั้นการนำมาใช้ในทางปฏิบัตินั้นเป็นไปได้ยาก อันเนื่องมาจากการออกแบบบออสซิลเลเตอร์และฟิลเตอร์สำหรับคลื่นพาห์ย่อยจำนวนมากให้มีประสิทธิภาพและเสถียรภาพนั้นเป็นไปได้ยาก อย่างไรก็ตาม ในภายหลังเมื่อเข้าสู่ยุคดิจิทัลและจากการประสบความสำเร็จในการนำมาใช้ในทางปฏิบัติของโอเอฟดีเอ็ม (orthogonal frequency division multiplexing : OFDM) ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์ โดยระบบโอเอฟดีเอ็มนั้นอาศัยการแปลงฟูริเยร์แบบไม่ต่อเนื่อง (discrete Fourier transform : DFT) ผ่านทางขั้นตอนวิธีการแปลงฟูริเยร์อย่างรวดเร็ว (Fast Fourier transform : FFT) ทำให้วิธีการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์ได้รับความสนใจและมีการนำมาใช้สำหรับการกระจายเสียงดิจิทัล (digital audio broadcasting : DAB) การกระจาย

สัญญาณ โทรทัศน์ดิจิทัล (digital terrestrial television broadcasting : DVB-T) รวมทั้งมีการนำมาใช้ในระบบเครือข่ายท้องถิ่น (wireless local area network : WLAN) เช่น มาตรฐาน HIPERLAN/2 และ IEEE802.11a/b

เทคนิคการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์ที่ทำให้สามารถเพิ่มอัตราการส่งข้อมูลให้สูงขึ้น จึงถูกนำมาใช้ร่วมกับเทคนิคการแผ่สเปกตรัม (spread strum : SS) ที่มีความสามารถยืดหยุ่นในการรองรับการเข้าใช้หลายทาง ถูกเสนอขึ้นเพื่อรองรับสำหรับระบบการสื่อสารไร้สายของโทรศัพท์เคลื่อนที่ (cellular mobile telecommunication systems) ซึ่งคาดว่าจะนำมาใช้ในการสื่อสารยุคที่สี่ การรวมกันของเทคนิคการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์ กับเทคนิคการแผ่สเปกตรัมเรียกว่า การแผ่สเปกตรัมแบบหลายคลื่นพาห์ (multi-carrier spread spectrum : MC-SS) [1-4] ทำให้ระบบมีความสามารถในการใช้แบนด์วิดท์ (bandwidth) ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และทนทานต่อการเกิดเฟดดิ้งแบบเลือกความถี่ (frequency selective fading) รวมทั้งมีความยืดหยุ่นในการรองรับการเข้าใช้งานของผู้ใช้หลายราย

เทคนิคการแผ่สเปกตรัมแบบหลายคลื่นพาห์ สามารถแบ่งเป็นสองรูปแบบที่แตกต่างกันคือ แบบแรกเรียกว่ามัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอ (multicarrier CDMA : MC-CDMA) [2] กับอีกแบบหนึ่งคือมัลติแคร์เรียร์ไคเร็กซีควเอนซ์ซีดีเอ็มเอ (multicarrier direct sequence CDMA : MC-DS-CDMA) [3] โดยแบบแรกคือมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอนั้นจะเป็นการแผ่สเปกตรัมในทางความถี่ (spreading in frequency direction) สำหรับแบบที่สองคือมัลติแคร์เรียร์ไคเร็กซีควเอนซ์ซีดีเอ็มเอ นั้นจะเป็นการแผ่สเปกตรัมในทางเวลา (spreading in time direction)

ระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอ นั้น การที่แผ่สเปกตรัมในทางความถี่ ทำให้มี ระดับขั้นความเสรี (degree of freedom) เพิ่มขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับระบบไคเร็กซีควเอนซ์ซีดีเอ็มเอซึ่งใช้ในการสื่อสารยุคที่สาม และทำให้วิธีการตรวจหาสัญญาณ (signal detection) นั้นทำได้ง่าย โดยอาศัยพื้นฐานของโอเอฟดีเอ็ม เมื่อใส่ช่วงเวลาป้องกัน (guard time) ระหว่างสัญลักษณ์โอเอฟดีเอ็มติดกัน เพื่อป้องกันการเกิดการรบกวนระหว่างสัญลักษณ์ (inter symbol interference : ISI) หรือเมื่อคาบเวลาของสัญญาณข้อมูลที่ส่งมากกว่า คาบเวลาหน่วงของการกระเจิงของช่องสัญญาณ (channel) นอกจากนี้การประสานเวลา (synchronous) นั้นสามารถทำได้ง่ายโดยอาศัยรหัสแผ่ที่มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากกัน (orthogonal codes) เช่น รหัสวอล์ทฮาดามาท (Walsh-Hadamard code) สำหรับระบบมัลติแคร์เรียร์ไคเร็กซีควเอนซ์ซีดีเอ็มเอ นั้น การแผ่สเปกตรัมทางเวลาจะทำให้ได้ประโยชน์จากความหลากหลายทางเวลา (time diversity) และสามารถตรวจหาสัญญาณโดยใช้เครื่องรับที่อาศัยสหสัมพันธ์ (correlation receiver) อย่างไรก็ตามเนื่องจากในแต่ละคลื่นพาห์ย่อย

นั้นเป็นเฟดคิงแบบไม่เลือกความถี่ ดังนั้นหากต้องการให้ได้ความหลากหลายทางเวลาด้วยจะต้องใช้การเข้ารหัสช่องสัญญาณ (channel coding) ร่วมกับการทำการแทรกสลับ (interleave) เข้าช่วย

การศึกษาและวิจัยระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ เพื่อจะนำมาใช้สำหรับระบบการสื่อสารไร้สายของโทรศัพท์เคลื่อนที่ในยุคที่สี่ นั้นได้รับความสนใจ เพื่อศึกษาวิเคราะห์คุณลักษณะต่างๆ รวมทั้งหาวิธีการที่เหมาะสมในการตรวจหาสัญญาณที่จะนำมาใช้และวิธีการต่างๆ เพื่อเพิ่มสมรรถนะของระบบ

งานวิจัยที่ผ่านมาของระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ [4] เริ่มจากในข่ายเชื่อมโยงขา ลง (downlink) ซึ่งเป็นการติดต่อสื่อสารจากสถานีฐานไปยังผู้ใช้ปลายทาง คือ โทรศัพท์เคลื่อนที่ ซึ่งสัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับปลายทางคือ โทรศัพท์เคลื่อนที่นั้นจะประกอบด้วยสัญญาณของผู้ใช้ทุกรายที่ส่งมาจากสถานีฐานผ่านช่องสัญญาณเดียวกัน ดังนั้นสัญญาณที่รับได้จะถูกลดทอนจากผลของช่องสัญญาณเหมือนกัน ซึ่งทำให้รหัสแผ่ของผู้ใช้ทุกรายนั้นเปลี่ยนแปลงไปในลักษณะเดียวกัน ส่งผลให้เกิดการแทรกสอดหลายทาง (multiple access) วิธีการแก้ไขสามารถทำได้โดยใช้เทคนิคการปรับเท่า (equalization technique) ซึ่งจะทำการแก้ไขผลจากการถูกลดทอนเพื่อให้ชุดรหัสกลับมามีคุณสมบัติตั้งฉากกันเหมือนเดิม เทคนิคการปรับเท่านี้เป็นเทคนิคซึ่งมีความซับซ้อนต่ำเนื่องจากใช้การคูณสัญญาณที่รับได้ด้วยสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการคำนวณเท่านั้น เทคนิคการปรับเท่าที่นิยมใช้ [5] ได้แก่ เทคนิคการรวมแบบใช้อัตราขยายเท่ากัน (equal gain combining : EGC) เทคนิคการรวมแบบที่ทำให้ความตั้งฉากกันระหว่างผู้ใช้กลับคืนมา (orthogonal restoring combining : ORC) เทคนิคการรวมแบบที่ทำให้อัตราส่วนสัญญาณสูงสุด (maximal ratio combining : MRC) และเทคนิคการรวมค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (minimum mean square error combining : MMSEC) โดยในงานของวิจัย [4-7] ได้แสดงให้เห็นว่าสมรรถนะในข่ายเชื่อมโยงขา ลง โดยใช้เครื่องรับต่างๆ ดังกล่าวนั้นให้อัตราบิตข้อมูลผิดพลาดที่ต่ำ โดยมีสมรรถนะที่ดีเพียงพอสำหรับใช้งานจริง

อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น (uplink) ซึ่งเป็นการติดต่อสื่อสารจากผู้ใช้คือ โทรศัพท์เคลื่อนที่ไปยังสถานีฐาน สัญญาณจากผู้ใช้แต่ละรายจะถูกส่งผ่านช่องสัญญาณที่แตกต่างกัน ทำให้สัญญาณที่รับได้ที่สถานีฐานมาจากสัญญาณของผู้ใช้แต่ละรายจะถูกลดทอนด้วยค่าที่แตกต่างกัน ส่งผลให้รหัสแผ่ที่ใช้ของผู้ใช้แต่ละรายนั้นเปลี่ยนแปลงไปในลักษณะที่แตกต่างกัน เทคนิคการปรับเท่าที่ใช้ในการเชื่อมโยงขา ลงจึงไม่สามารถทำได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยจะช่วยให้เฉพาะชุดรหัสแผ่ของผู้ใช้รายที่สนใจเท่านั้นที่ถูกแก้ไขให้กลับมามีเหมือนเดิม ในขณะที่ชุดรหัสแผ่ของผู้ใช้รายอื่นยังคงผิดเพี้ยนไป ส่งผลให้ชุดรหัสแผ่ยังคงสูญเสีย

คุณสมบัติดังกล่าว ซึ่งกล่าวได้ว่าปัญหาสัญญาณแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทางยังคงอยู่ เช่นเดิม ทำให้สมรรถนะของระบบที่ได้ด้วยการใช้เทคนิคการปรับเท่าดังที่กล่าวมา ไม่เหมาะสมที่จะนำเทคนิคดังกล่าวมาใช้ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น การแก้ปัญหาลักษณะการแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทางในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นจึงนำข้อมูลของผู้ใช้รายอื่นในระบบมาพิจารณาร่วมด้วยในการแยกผู้ใช้แต่ละรายที่สนใจออกจากกัน เทคนิคที่นิยมใช้ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นดังกล่าวนี้เรียกว่าเครื่องรับแบบตัวตรวจหาสำหรับผู้ใช้หลายราย (multiuser detector : MUD) [8] งานวิจัยต่างๆ ที่ผ่านมามีอยู่บนพื้นฐานการปรับปรุงสมรรถนะด้วยเครื่องรับแบบตัวตรวจหาสำหรับผู้ใช้หลายราย บนเกณฑ์ที่ทำให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (minimum mean square error : MMSE) เรียกวิธีการนี้ว่า MMSE MUD อย่างไรก็ตามเครื่องรับดังที่กล่าวมานั้น เป็นการปรับปรุงสมรรถนะของระบบโดยพิจารณาที่เครื่องรับเพียงอย่างเดียว ซึ่งเครื่องรับชนิดนี้จะพิจารณาว่าที่เครื่องส่งไม่มีการปรับเปลี่ยนค่าด้วยฟริโคเดอร์ก่อนที่จะทำการส่งข้อมูล

ถัดมาจึงได้มีงานวิจัยที่กล่าวถึงการปรับปรุงสมรรถนะของระบบ โดยพิจารณาการปรับปรุงที่เครื่องส่งก่อนที่จะทำการส่งข้อมูล ในงานวิจัย [9], [10] ใช้เทคนิคการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยให้สอดคล้องกับการลดทอนที่เปลี่ยนแปลงไปของช่องสัญญาณ อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้เป็นการพิจารณาที่เครื่องส่งเพียงอย่างเดียว โดยไม่ได้พิจารณาตัวตรวจหาที่ใช้ที่เครื่องรับให้สอดคล้องกับค่าที่ใช้ที่เครื่องส่ง

หลังจากนั้นได้มีงานวิจัยซึ่งได้กล่าวถึงการออกแบบร่วมกันระหว่างเครื่องส่งกับเครื่องรับ โดยในงานวิจัย [11] ได้กล่าวถึงการนำเทคนิคการออกแบบร่วมเพื่อหาฟริโคเดอร์ที่เครื่องส่ง ร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับในข่ายเชื่อมโยงขาของระบบโคเร็กซ์ซีควีซีดีเอ็มเอ เมื่อพิจารณาระบบซึ่งช่องสัญญาณเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ โดยการออกแบบให้ระบบมีค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนตามที่กำหนดโดยใช้กำลังงานในการส่งที่ภาคส่งให้น้อยที่สุด เมื่อช่องสัญญาณเป็นแบบสัญญาณรบกวนเกาส์สีขาวแบบบวก และทำการ ปรับเปลี่ยนรหัสแผ่ของผู้ใช้แต่ละรายจากการป้อนกลับของผลการประมาณค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของผู้ใช้แต่ละรายส่งกลับไปยังสถานีฐานเพื่อใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ เพื่อใช้ในการปรับรหัสแผ่ที่จะใช้ในการส่งข้อมูลถัดไป และในงานวิจัย [12] กล่าวถึงการออกแบบร่วมเพื่อหารหัสแผ่ที่ใช้ในระบบซีดีเอ็มเอ โดยในงานวิจัยนี้ได้ใช้เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดมาประยุกต์ใช้สำหรับหารหัสแผ่ดังกล่าวในช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถี และในงานวิจัย [13] ได้กล่าวถึงการออกแบบร่วมกันระหว่างเครื่องส่งกับเครื่องรับที่ให้ความเหมาะสมที่สุดสำหรับผู้ใช้รายเดียวในทางวิเคราะห์ในด้านอัตราข้อมูลข่าวสาร และในงานวิจัย [14] สำหรับระบบหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออก (multiple input multiple output : MIMO) บนเกณฑ์ที่ทำให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย

ต่ำสุด สำหรับงานวิจัยใน [15] กล่าวถึงการออกแบบร่วมระหว่างเครื่องส่งและเครื่องรับในข่ายเชื่อมโยงขาลงสำหรับในระบบซึ่งมีผู้ใช้หลายรายบนช่องสัญญาณแบบเฟดดิ้งพหุวิถีบนเกณฑ์ที่ให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดโดยเงื่อนไขบังคับที่ใช้กำลังงานที่ค่าเฉลี่ย ในงานวิจัย [16] ได้กล่าวถึงการนำเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดมาประยุกต์ใช้ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นซึ่งมีผู้ใช้หลายรายสำหรับระบบหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออก โดยการออกแบบพรีโคดเดอร์ที่ใช้ที่เครื่องส่งร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับ เมื่อกำหนดจำนวนสัญลักษณ์ข้อมูลของผู้ใช้แต่ละรายที่จะส่ง แล้วหาว่าผู้ใช้แต่ละรายควรจะส่งสัญลักษณ์ข้อมูลด้วยอัตราเท่าไร โดยช่องสัญญาณที่ใช้เป็นแบบแบนราบ แล้วพิจารณาค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดทั้งระบบ และในงานวิจัย [17] ได้นำเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์มาใช้ในระบบหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออก โดยออกแบบพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับ เพื่อให้ได้ฟังก์ชันจุดประสงค์คือใช้กำลังงานในการส่งน้อยที่สุด โดยมีเงื่อนไขบังคับคือให้ได้ค่าคุณภาพการบริการ (Quality of Service : QoS)

อย่างไรก็ตามสำหรับระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นซึ่งมีผู้ใช้หลายราย แล้วมีการออกแบบพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับ แล้วอาศัยเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดมาใช้หาค่าดังกล่าวนั้น ยังไม่มีงานวิจัยที่กล่าวถึง ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จะเสนอวิธีการปรับปรุงสมรรถนะของระบบ โดยการออกแบบพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับ สำหรับระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นซึ่งมีผู้ใช้หลายราย บนช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถี

1.2 แนวทางที่นำเสนอ

วิทยานิพนธ์นี้จะนำเสนอการออกแบบพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งเพื่อทำหน้าที่จัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของผู้ใช้แต่ละรายให้เหมาะสมกับสถานะของช่องสัญญาณร่วมกับตัวตรวจหาที่ใช้ที่เครื่องรับซึ่งจะมีค่าเปลี่ยนแปลงโดยมีความสัมพันธ์กับพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่ง โดยการประยุกต์ใช้เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดมาเพื่อหาค่าดังกล่าว บนเกณฑ์ที่ทำให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของระบบมีค่าต่ำที่สุด สำหรับระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอหลายผู้ใช้ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาและปรับปรุงสมรรถนะของระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอหลายผู้ใช้ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น ด้วยวิธีการออกแบบพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับ

2. นำเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดมาประยุกต์ใช้ในการออกแบบหาค่าพรีโคเดอร์และตัวตรวจหาดังกล่าว

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

นำเสนอการประยุกต์ใช้เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดเพื่อหาค่าพรีโคเดอร์ที่เครื่องส่งร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับในระบบมัลติแควร์เรียร์ซีดีเอ็มเอเมื่อมีผู้ใช้หลายรายเข้าใช้ช่องสัญญาณพร้อมกัน พิจารณาการสื่อสารในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น (uplink) และช่องสัญญาณแบบเฟดดิ้งพหุวิถี (multipath fading channel) ทดสอบระบบเพื่อดูสมรรถนะจากค่าอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูล (bit error rate : BER) โดยใช้การจำลองระบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

1.5 วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาพื้นฐานระบบมัลติแควร์เรียร์ซีดีเอ็มเอหลายผู้ใช้ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น
2. ศึกษาการหาค่าเหมาะที่สุด เพื่อนำมาประยุกต์ใช้ในการสื่อสารไร้สาย โดยเฉพาะในระบบมัลติแควร์เรียร์ซีดีเอ็มเอ
3. นำเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดมาประยุกต์ใช้ในการหาค่าพรีโคเดอร์และตัวตรวจหา ร่วมกันสำหรับระบบมัลติแควร์เรียร์ซีดีเอ็มเอหลายผู้ใช้ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น
4. ทดสอบสมรรถนะของระบบที่ได้โดยการเขียนโปรแกรมเพื่อจำลองและทดสอบการทำงานด้วยคอมพิวเตอร์
5. สรุป วิเคราะห์ผลการทดสอบ และจัดพิมพ์วิทยานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้วิธีการในการปรับปรุงสมรรถนะของระบบด้วยการประยุกต์ใช้เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดเพื่อหาค่าพรีโคเดอร์ร่วมกับตัวตรวจหาในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นระบบมัลติแควร์เรียร์ซีดีเอ็มเอ หลายผู้ใช้
2. เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงสมรรถนะของระบบมัลติแควร์เรียร์ซีดีเอ็มเอต่อไป

1.7 ภาพรวมของวิทยานิพนธ์

เนื้อหาของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ แบ่งออกเป็น 5 บท คือ

บทที่ 1 บทนำ กล่าวถึงประวัติความเป็นมาของระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอ งานวิจัยที่ผ่านมา แนวทางที่นำเสนอ จากนั้นได้กล่าวถึง วัตถุประสงค์ ขอบเขตของวิธีดำเนินการของงานวิจัย ขั้นตอนการดำเนินงาน ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ และการนิยามสัญลักษณ์

บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง เนื้อหาในบทนี้ได้กล่าวถึง แบบจำลองเครื่องส่งและเครื่องรับของระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอ ช่องสัญญาณโทรศัพท์เคลื่อนที่ แบบจำลองช่องสัญญาณที่ใช้ในการจำลองระบบ การตรวจหาข้อผิดพลาด ช่วงเวลาคุ้มครองพื้นฐานการหาค่าเหมาะที่สุด นิยามคอนเวกซ์ รูปแบบปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ วิธีจุดภายใน

บทที่ 3 ในบทนี้ได้กล่าวถึงระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอที่มีการนำเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดมาประยุกต์ใช้ในการหาค่าพรีโคเดอร์และตัวตรวจหาร่วมกันสำหรับระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอหลายผู้ใช้ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น

บทที่ 4 ผลการทดสอบแสดงสมรรถนะของระบบที่ได้ ในกรณีต่าง ๆ

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย ข้อดีและข้อด้อยของขั้นตอนวิธีที่นำเสนอ และข้อเสนอแนะสำหรับพัฒนางานวิจัยต่อไป

1.8 นิยามสัญลักษณ์

สัญลักษณ์ตัวพิมพ์เล็ก หมายถึง สัญญาณในแต่ละเวลา หรือแทนสมาชิกแต่ละตัวของเมตริกซ์หรือเวกเตอร์

สัญลักษณ์ตัวพิมพ์เล็กที่มีเส้นอยู่เหนือสัญลักษณ์ หมายถึงเวกเตอร์

สัญลักษณ์ตัวพิมพ์ใหญ่ หมายถึง เมตริกซ์

สัญลักษณ์ตัวพิมพ์ใหญ่ที่อยู่ในวงเล็บและมีดรรชนีห้อยท้ายหมายถึงหลักหรือแถวหนึ่ง ๆ ของเมตริกซ์

และนิยามสัญลักษณ์ที่กล่าวมาข้างต้นนี้จะถูกใช้ไปตลอดวิทยานิพนธ์

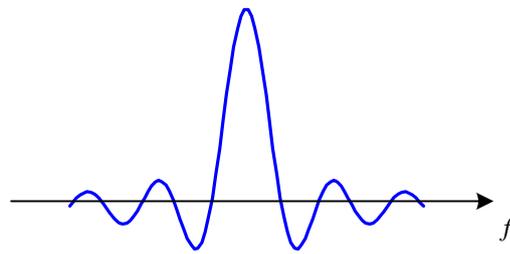
บทที่ 2

ความรู้พื้นฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

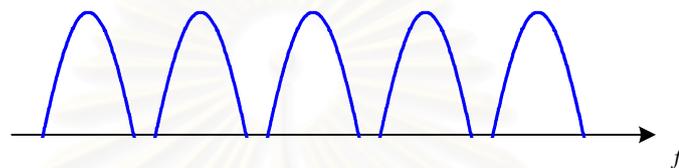
เนื้อหาในบทนี้แบ่งเป็นสองส่วนหลักอันจะเป็นพื้นฐานสำคัญในการนำมาใช้ในการออกแบบระบบของวิธีการที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ในบทถัดไป โดยในส่วนแรกจะกล่าวถึงรายละเอียดของระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ รวมถึงแบบจำลองทางเครื่องรับและเครื่องส่งของระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ รายละเอียดการตรวจหาสัญญาณข้อมูลด้วยตัวตรวจหาที่เครื่องรับแบบต่างๆ รูปแบบของช่องสัญญาณที่ใช้ในการจำลองระบบ ปัจจัยและปัญหาที่ส่งผลกระทบต่อสมรรถนะของระบบ สำหรับส่วนในส่วนที่สองนั้นจะกล่าวถึงรายละเอียดทฤษฎีพื้นฐานของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ (convex optimization problem) รูปแบบของกรวยอันดับสอง (second-order cone : SOC) การคำนวณหาค่าตอบเมื่อปัญหาอยู่ในรูปแบบปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ ซึ่งอาศัยวิธีจุดภายใน (interior-point method) วิธีการวัดสมรรถนะของระบบ

2.1 การมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์ (multi-carrier modulation) [6], [7], [18]

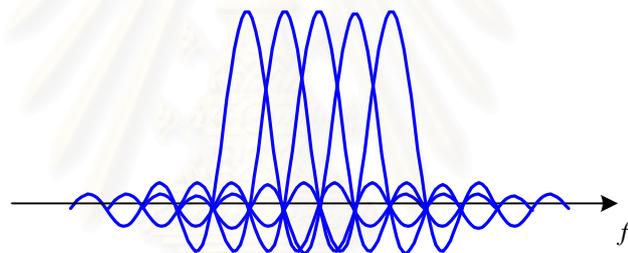
พื้นฐานของการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์นั้น กระแสของข้อมูลที่จะทำการส่งซึ่งเป็นข้อมูลที่มีอัตราความเร็วสูง (high-rate data stream) นั้นจะถูกแบ่งเป็นกระแสของข้อมูลย่อยขนาดกัน โดยทำให้แต่ละกระแสข้อมูลย่อยนั้นมีอัตราความเร็วต่ำ (low-rate data stream) สายของข้อมูลย่อยที่ขนาดกันนี้จะถูกกล่าสัญญาณ (modulate) ด้วยความถี่ที่แตกต่างกัน ทำให้เมื่อมองโดยรวมทั้งระบบแล้ว อัตราการส่งข้อมูลด้วยการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์นั้นจะมีอัตราการส่งข้อมูลที่สูงกว่าการมอดูเลชันด้วยคลื่นพาห์เดียว กล่าวคือโดยการให้อัตราการส่งในแต่ละกระแสข้อมูลย่อยในการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์ เท่ากับอัตราการส่งของกระแสข้อมูลในการมอดูเลชันแบบคลื่นพาห์เดียว สำหรับระบบโอเอฟดีเอ็มนั้นเป็นกรณีของการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์ เมื่อระยะห่างทางความถี่ของแต่ละคลื่นพาห์ย่อยนั้นอยู่ติดกันมากที่สุดที่เป็นไปได้ ทำให้การมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์นั้นใช้แบนวิidth ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากกว่าการมอดูเลชันแบบคลื่นพาห์เดียว และทนทานต่อการเกิดเฟดดิ้งแบบเลือกความถี่อันเนื่องมาจากคาบเวลาของข้อมูลที่ส่งในแต่ละคลื่นพาห์ย่อยนั้น มีความยาวมากกว่าการแผ่ประวิงเวลา (delay spread) ของช่องสัญญาณเมื่อทำการเปรียบเทียบกับวิธีการมอดูเลชันแบบคลื่นพาห์เดียว การมอดูเลชันในแต่ละคลื่นพาห์ย่อยนั้นทำได้โดยการอาศัยแปลงฟูริเยร์ผกผันแบบไม่ต่อเนื่อง (inverse discrete Fourier transform : IDFT) โดยในทางปฏิบัติสามารถทำได้โดยมีประสิทธิภาพด้วยขั้นตอนวิธีการแปลงฟูริเยร์ผกผันอย่างรวดเร็ว (inverse fast Fourier transform : IFFT) สเปกตรัมการมอดูเลชันแบบคลื่นพาห์เดียวกับแบบหลายคลื่นพาห์แสดง ดังรูปที่ 2.1



สเปกตรัมของการมอดูเลชันแบบคลื่นพาห์เดียว



สเปกตรัมของการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์ชนิดไม่มีการซ้อนทับ



สเปกตรัมของการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์ชนิดมีการซ้อนทับ ดังเช่นในระบบโอเอฟดีเอ็ม

รูปที่ 2.1 สเปกตรัมการมอดูเลชันแบบคลื่นพาห์เดียว กับแบบหลายคลื่นพาห์

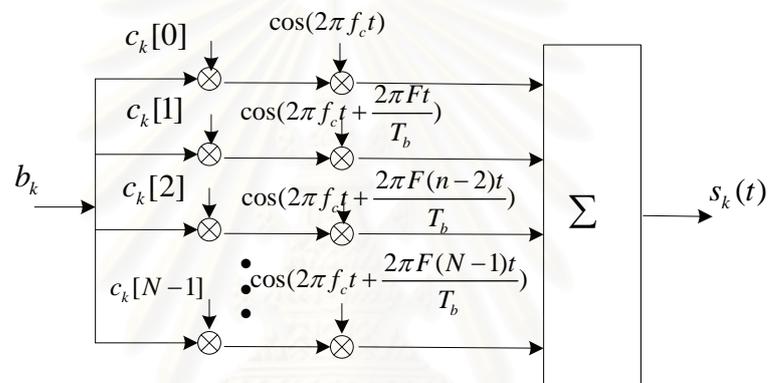
การมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์นั้นจะถูกนำมาใช้ร่วมกับการแผ่สเปกตรัมด้วยรหัสแผ่ในระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอที่จะกล่าวถึงต่อไป

2.1 แบบจำลองระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ [2], [6], [7]

ระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ (multicarrier CDMA : MC-CDMA) [2] เป็นการนำเทคนิคการแผ่สเปกตรัม และการมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห์ย่อยมาใช้ร่วมกัน โดยจะกล่าวถึงรายละเอียดของแบบจำลองทั้งเครื่องส่งและเครื่องรับได้ดังนี้

2.1.1 แบบจำลองเครื่องส่ง (transmitter model)

แบบจำลองของระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอที่เครื่องส่ง แสดงดังรูป 2.2 เมื่อกำหนดให้ $b_k = \{+1, -1\}$ แทนข้อมูลของผู้ใช้รายที่ k และ $\mathbf{c}_k = (c_k[0], c_k[1], \dots, c_k[N-1])^T$ แทนรหัสแผ่ของผู้ใช้แต่ละราย สามารถอธิบายกระบวนการส่งสัญญาณที่เครื่องส่งได้ดังนี้ สัญญาณข้อมูลของผู้ใช้แต่ละราย b_k จะถูกสำเนาเท่ากับจำนวนคลื่นพาห่อย่อยที่ใช้เท่ากับ N จากนั้นจะถูกนำไปคูณด้วยรหัสแผ่ของผู้ใช้แต่ละรายซึ่งมีค่าแตกต่างกัน $\mathbf{c}_k = (c_k[0], c_k[1], \dots, c_k[N-1])^T$ จากนั้นจะถูกนำไปมอดูเลชันเข้ากับคลื่นพาห่อย่อยซึ่งมีระยะห่างระหว่างคลื่นพาห่อย่อยที่ติดกันเท่ากับ F/T_b



รูปที่ 2.2 แบบจำลองเครื่องส่งของระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ

พิจารณาจากรูปที่ 2.2 สามารถเขียนสมการของสัญญาณส่ง $s_k(t)$ ของผู้ใช้รายที่ k ได้ดังนี้

$$s_k(t) = \sum_{i=0}^{N-1} c_k[i] b_k \cos(2\pi t (f_c + i \frac{F}{T_b})) p_{T_b}(t - kT_b) \quad (2.1)$$

เมื่อกำหนดให้ f_c คือ ความถี่ของคลื่นพาห่อย่อยสำหรับคลื่นพาห่อย่อยลำดับที่ศูนย์ และ $p_{T_b}(t)$ แทนสัญญาณอิมพัลส์ขนาดหนึ่งหน่วย (unit pulse) ที่มีค่าอยู่ในช่วงเวลา $[0, T_b]$

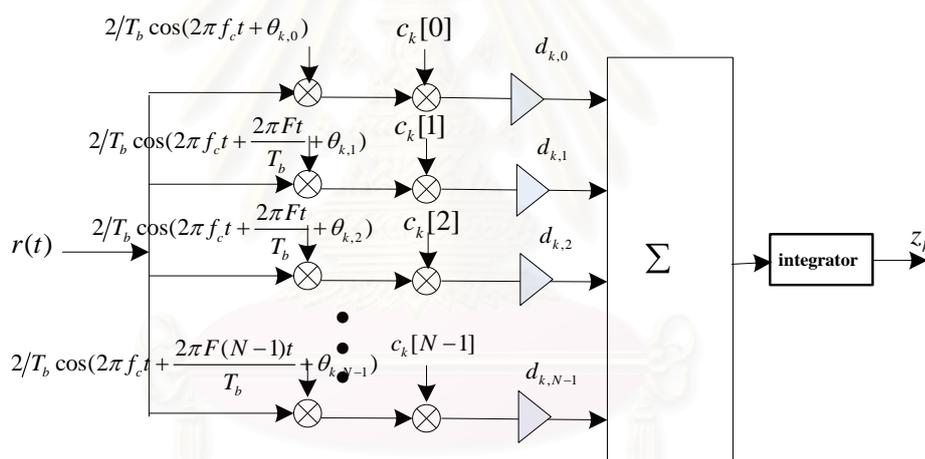
เมื่อพิจารณาจากหลักการการส่งสัญญาณของระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอแล้ว จะเห็นว่าเป็นการนำเทคนิคการแผ่สเปกตรัมด้วยรหัสแผ่ของผู้ใช้แต่ละราย โดยการแผ่ด้วยรหัสแผ่ในโดเมนความถี่ แล้วมอดูเลชันแต่ละคลื่นพาห่อย่อยโดยอาศัยการแปลงฟูริเยร์ผกผันแบบไม่ต่อเนื่อง โดยทางปฏิบัติจะใช้ขั้นตอนวิธีการแปลงฟูริเยร์ผกผันอย่างรวดเร็ว

2.1.2 แบบจำลองเครื่องรับ (receiver model)

ในส่วนของเครื่องรับในระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ นั้น สัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับ $r(t)$ จะประกอบด้วยสัญญาณของผู้ใช้ทุกรายรวมกัน โดยเมื่อพิจารณาระบบที่ประกอบด้วยผู้ใช้ทั้งหมด K ราย สัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับจะสามารถเขียนสมการได้ ดังนี้

$$r(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=1}^{N-1} \rho_{k,i} c_k[i] b_k \cos(2\pi t(f_c + i \frac{F}{T_b}) + \theta_{k,i}) + n(t) \quad (2.2)$$

เมื่อกำหนดให้ $\rho_{m,i}$ และ $\theta_{k,i}$ แทนสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงขนาด และเฟสที่เป็นผลอันเนื่องมาจากช่องสัญญาณของผู้ใช้รายที่ k สำหรับคลื่นพาห่อย่อยลำดับที่ i^{th} โดยที่ $n(t)$ คือ สัญญาณรบกวนเกาส์สีขาวแบบบวก (additive white Gaussian noise: AWGN) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และมีค่าความแปรปรวนเป็น σ_n^2 แบบจำลองเครื่องรับแสดงได้ ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 แบบจำลองเครื่องรับของระบบมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ

สามารถอธิบายกระบวนการทำงานที่เครื่องรับได้ดังนี้ สัญญาณที่รับได้จากผู้ใช้ทั้งหมดในระบบ $r(t)$ ผ่านกระบวนการของตัวกรองเข้าคู่ (match filter: MF) โดยพิจารณาต่อหนึ่งคลื่นพาห่อย่อย จากนั้นนำสัญญาณที่ได้มารวมกันเพื่อทำการตัดสินใจข้อมูล z_k โดยอาศัยคุณสมบัติเชิงตั้งฉากของรหัสแผ่ของผู้ใช้แต่ละรายเพื่อแยกข้อมูลของผู้ใช้แต่ละรายออกจากกัน มีหลักการคือการนำรหัสแผ่ลำดับที่ i^{th} ของผู้ใช้รายที่ต้องการมาคูณกับสัญญาณคลื่นพาห่อย่อยลำดับ i^{th} ทำให้ได้ข้อมูลเดิมที่ส่ง ในกรณีอุดมคติวิธีการนี้จะเป็นการหักล้างข้อมูลของผู้ใช้รายอื่นที่เหลือออกไป โครงสร้างของตัวกรองเข้าคู่ ประกอบไปด้วยเครื่องหาปริพันธ์ (integrator) และออสซิลเลเตอร์ซึ่งทำหน้าที่สร้างความถี่ของแต่ละคลื่นพาห่อย่อย นอกจากนี้ยังมีกระบวนการประมาณเฟสที่ผิดเพี้ยนไป $\theta_{k,i}$ ของผู้ใช้แต่ละรายเพื่อให้ออสซิลเลเตอร์สามารถประสานเวลา (syn-

chronize) กับสัญญาณที่ต้องการได้ สามารถเขียนสมการแสดงสัญญาณเมื่อผ่านกระบวนการดังกล่าว ได้ดังนี้

$$z_0 = \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{i=0}^{N-1} \rho_{k,i} b_k c_k [i] \frac{2}{T_b} \int_{kT_b}^{(k+1)T_b} \cos(2\pi t(f_c + i \frac{F}{T_b}) + \theta_{k,i}) \cdot \cos(2\pi t(f_c + i \frac{F}{T_b}) + \hat{\theta}_{0,i}) dt + \eta \quad (2.3)$$

เมื่อกำหนดให้ $\hat{\theta}_{0,i}$ คือค่าเฟสของสัญญาณที่ต้องการสำหรับคลื่นพาห่อย่อยลำดับที่ i^{th} และเมื่อพิจารณาภายใต้ข้อสมมติว่าระบบสามารถทำการประมาณค่าลดทอนเชิงเฟสได้อย่างถูกต้อง หรือ $\hat{\theta}_{0,i} = \theta_{0,i}$ สัญญาณในสมการที่ (2.3) สามารถลดรูปได้ดังนี้

$$z_0 = a_0[k] \sum_{i=0}^{N-1} \rho_{0,i} + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{i=0}^{N-1} b_k c_m [i] c_0 [i] \rho_{k,i} \cos \phi_{k,i} + \eta \quad (2.4)$$

เมื่อ η แทนสัญญาณรบกวนเกาส์สีขาวแบบบวก แสดงได้ ดังนี้

$$\eta = \sum_{i=0}^{N-1} \int_{kT_b}^{(k+1)T_b} n(t) \frac{2}{T_b} \cos(2\pi t(f_c + i \frac{F}{T_b}) + \hat{\theta}_{0,i}) dt \quad (2.5)$$

และ $\phi_{k,i} = \theta_{0,i} - \theta_{k,i}$ เมื่อพิจารณาสัญญาณข้อมูลที่ต้องการ จากสมการที่ (2.4) ประกอบไปด้วย 3 พจน์ โดยพจน์แรกเป็นส่วนของสัญญาณข้อมูลที่ต้องการ พจน์ที่ 2 จะเป็นส่วนของสัญญาณแทรกสอดจากผู้ใช้รายอื่น (multiple access interference: MAI) และพจน์สุดท้ายจะเป็นส่วนของสัญญาณรบกวน และเมื่อพิจารณาในกรณีอุดมคติที่ $\rho_{k,i}$ มีค่าคงที่ นั่นคือการลดทอนจากช่องสัญญาณเท่ากันหมดในทุกคลื่นพาห่อย่อย และ $\theta_{k,i} = 0$ หรือ ไม่เกิดการผิดเพี้ยนทางเฟสขึ้น เมื่อสัญญาณเดินทางผ่านช่องสัญญาณ สมการที่ (2.4) จะสามารถลดรูปเขียนได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} z_0 &= Nb_0[k] + \sum_{k=1}^{K-1} b_k \rho_{k,i} \sum_{i=0}^{N-1} c_k [i] c_0 [i] + \eta \\ &= Nb_0[k] + \eta \end{aligned} \quad (2.6)$$

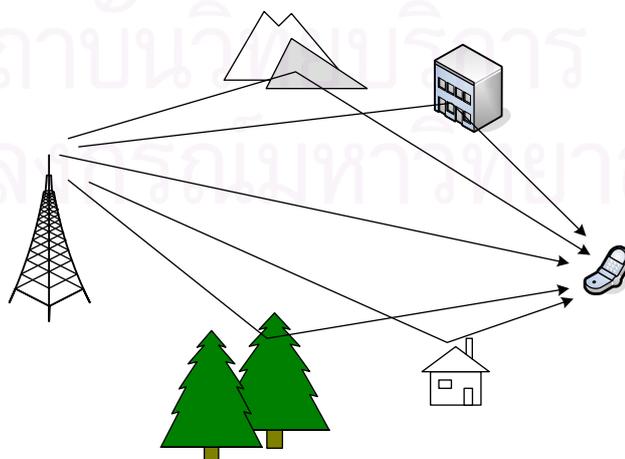
จากสมการที่ (2.6) สังเกตได้ว่าส่วนของสัญญาณรบกวนจากผู้ใช้รายอื่นจะถูกหักล้างไป เนื่องจากสมบัติเชิงตั้งฉากของรหัสแม่ของผู้ใช้แต่ละราย อย่างไรก็ตามในช่องสัญญาณจริงนั้นจะมีการลดทอนที่แต่ละคลื่นพาห่อย่อยไม่เท่ากัน รวมทั้งในผู้ใช้แต่ละรายที่แตกต่างกันด้วย ดังนั้นสัญญาณจากผู้ใช้รายอื่นจะรบกวนและส่งผลให้มีการตัดสินใจผิดพลาดของผู้ใช้ที่ต้องการผิดพลาดได้

2.2 ช่องสัญญาณของระบบการสื่อสารไร้สายโทรศัพท์เคลื่อนที่ [6], [7], [19], [20]

ในระบบการสื่อสารไร้สายโทรศัพท์เคลื่อนที่นั้น สัญญาณจากสถานีปลายทางหรือโทรศัพท์เคลื่อนที่ (terminal station : TS) และสถานีฐาน (base station : BS) จะติดต่อกันผ่านตัวกลางคืออากาศ ซึ่งเรียกว่า ช่องสัญญาณ (channel) ในการสื่อสารไร้สาย โดยช่องสัญญาณนี้จะทำให้สัญญาณข้อมูลที่ส่งผ่านระหว่าง โทรศัพท์เคลื่อนที่และสถานีฐานนั้นเกิดการลดทอนและเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม โดยขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของช่องสัญญาณในขณะนั้น สัญญาณที่ส่งออกมาเมื่อผ่านช่องสัญญาณจะได้รับผลกระทบจากปรากฏการณ์ต่าง เช่น เกิดการสะท้อน (reflection) การเลี้ยวเบน (diffraction) การกระเจิง (scattering) การเกิดปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ (Doppler effect) การเกิดปรากฏการณ์บดบัง (shadowing effect) เป็นต้น โดยในส่วนนี้จะกล่าวถึงลักษณะจากผลของปรากฏการณ์ต่างๆ และแบบจำลองของช่องสัญญาณในระบบการสื่อสารไร้สายโทรศัพท์เคลื่อนที่

1. การแพร่กระจายพหุวิถี (multipath propagation)

ปรากฏการณ์การแพร่กระจายพหุวิธินั้นเกิดจาก การสะท้อน การเลี้ยวเบน และการกระเจิง อันเนื่องมาจากสัญญาณคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ส่งออกจากโทรศัพท์เคลื่อนที่ หรือสถานีฐานนั้น ถูกกระทบจากสิ่งกีดขวางทั้งที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ เช่น ดันไม้ ภูเขา และสิ่งที่มีมนุษย์สร้างขึ้น เช่น อาคาร สิ่งปลูกสร้างต่างๆ ทำให้สัญญาณที่รับได้ที่ปลายทางนั้น จะเป็นผลรวมของสัญญาณ ซึ่งประกอบด้วยสัญญาณที่มาจากหลายทิศทาง ด้วยเวลาหน่วงที่แตกต่างกัน มีการลดทอน และเฟสที่แตกต่างกัน แสดงดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 การแพร่กระจายพหุวิถี

2. การบดบัง (Shadowing)

ปรากฏการณ์นี้เกิดจากสิ่งกีดขวางขนาดใหญ่ เช่น ภูเขา ตึก หรือกำแพง บดบังสัญญาณที่ส่งมา ส่งผลต่อความแรงหรือกำลังของสัญญาณที่รับได้ไม่ว่าจะลดลงหรือเพิ่มขึ้น และการเปลี่ยนแปลงของกำลังสัญญาณเนื่องจากการบดบังนี้ สามารถอธิบายโดยใช้การแจกแจงลอการิทึมปกติ (log-normal distribution)

3. การสูญเสียเนื่องจากระยะทาง (path loss)

เป็นปรากฏการณ์ที่ใช้อธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างค่ากำลังสัญญาณเฉลี่ยที่ลดลง กับระยะห่างระหว่างสถานีฐานและโทรศัพท์เคลื่อนที่ที่เพิ่มขึ้น สำหรับช่องสัญญาณแบบอากาศว่าง (free space) นั้นค่ากำลังสัญญาณเฉลี่ยจะแปรผกผันกับกำลังสองของระยะห่างระหว่างสถานีฐานและโทรศัพท์เคลื่อนที่ แต่สำหรับช่องสัญญาณเมื่อพิจารณากรณีที่มีสัญญาณวิถีตรง (line of sight: LOS) ระหว่างสถานีฐานและโทรศัพท์เคลื่อนที่ จะพบว่า ค่ากำลังสัญญาณเฉลี่ยจะแปรผกผันกับกำลังสาม สี่ หรือ ห้าของระยะห่างระหว่างสถานีฐานและโทรศัพท์เคลื่อนที่

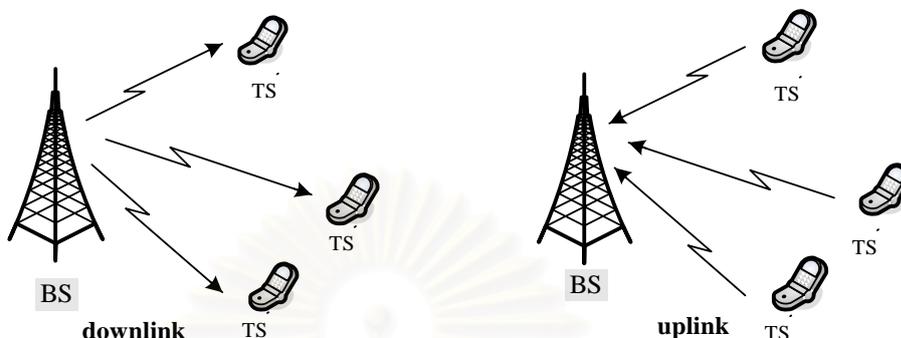
2.3.1 ข่ายเชื่อมโยงขาลง (downlink) และข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น (uplink)

ในข่ายเชื่อมโยงขาลงนั้น เป็นการส่งสัญญาณจากสถานีฐานไปยังโทรศัพท์เคลื่อนที่ เมื่อพิจารณาสัญญาณที่รับได้ที่โทรศัพท์เคลื่อนที่ของผู้ใช้รายใดรายหนึ่งนั้น สัญญาณที่รับได้จะเป็นผลรวมของสัญญาณของผู้ใช้ทุกรายซึ่งถูกผลกระทบของช่องสัญญาณด้วยค่าสัมประสิทธิ์ของช่องสัญญาณที่เหมือนกัน ดังนั้นค่าแอมพลิจูด (amplitude) และเฟส (phase) ของช่องสัญญาณของผู้ใช้ทุกรายจะเหมือนกัน แสดงข่ายเชื่อมโยงขาลง ดังรูปซ้ายมือของรูปที่ 2.5 และสามารถเขียนลักษณะช่องสัญญาณในข่ายเชื่อมโยงขาลงได้ ดังนี้

$$\rho_{k,i} = \rho_{0,i} \quad \theta_{k,i} = \theta_{0,i} \quad , \forall k. \quad (2.7)$$

สำหรับในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นนั้นเป็นการส่งสัญญาณจากโทรศัพท์เคลื่อนที่ไปยังสถานีฐาน เมื่อพิจารณาสัญญาณที่รับได้ที่สถานีฐาน สัญญาณที่รับได้จะเป็นสัญญาณที่ส่งมาจากโทรศัพท์เคลื่อนที่จากตำแหน่งที่แตกต่างกัน ทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ คือ ค่าแอมพลิจูด และเฟสของช่องสัญญาณที่ถูกใช้กับผู้ใช้นั้นมีค่าแตกต่างกัน ส่งผลให้การแยกแยะสัญญาณของผู้ใช้แต่ละรายในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นนั้นทำได้ยากกว่าในข่ายเชื่อมโยงขาลง แสดงข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น ดังรูปขวามือของรูปที่ 2.5 และสามารถเขียนลักษณะช่องสัญญาณในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นได้ ดังนี้

$$\{\rho_{k,i}\}_{i=0}^{N-1} \quad \{\theta_{k,i}\}_{i=0}^{N-1} = \theta_{0,i} \quad , k = 0, 1, 2, \dots, K \quad (2.8)$$



รูปที่ 2.5 ข่ายเชื่อมโยงขาลง (downlink) และข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น (uplink)

ในวิทยานิพนธ์นี้พิจารณาระบบ MC-CDMA ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น

2.3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณ (channel model)

คุณลักษณะของช่องสัญญาณในระบบการสื่อสารไร้สายโทรศัพท์เคลื่อนที่แสดงด้วยผลตอบสนองอิมพัลส์ช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงทางเวลา (time-variant channel impulse response) เขียนแทนด้วย $h(\tau, t)$ หรือแสดงด้วยฟังก์ชันถ่ายโอนช่องสัญญาณ (time-variant channel transfer function) เขียนแทนด้วย $H(f, t)$ โดยผลตอบสนองอิมพัลส์ช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงทางเวลานั้น แสดงผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่เวลา t เมื่อป้อนอิมพัลส์ที่เวลา $t - \tau$ ช่องสัญญาณในระบบการสื่อสารไร้สายโทรศัพท์เคลื่อนที่นั้นจะถูกสมมติให้เป็นตัวแปรสุ่มจุดหนึ่งแถบกว้าง (wide-sense stationary random process) ซึ่งมีคุณลักษณะทางสถิติยังคงค่าในช่วงเวลานั้นๆ ในระบบสื่อสารไร้สายโทรศัพท์เคลื่อนที่ที่มีการแพร่กระจายหลายวิธีนั้น สัญญาณที่รับได้ คือค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ช่องสัญญาณจะประกอบด้วยกลุ่มที่เกิดการกระเจิงด้วยวิธีต่างๆ L วิธี เขียนได้ ดังนี้

$$h(\tau, t) = \sum_{l=0}^{L-1} \rho_l e^{j(2\pi f_D \tau + \theta_l)} \delta(\tau - \tau_l) \quad (2.9)$$

เมื่อ

$$\delta(\tau - \tau_l) = \begin{cases} 1, & \tau = \tau_l \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

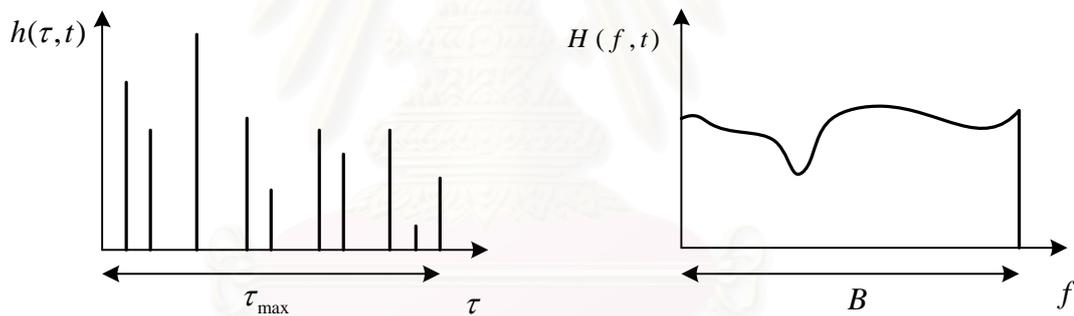
เมื่อกำหนดให้ ρ_l , $f_{D,l}$, θ_l และ τ_l แทนแอมพลิจูด ความถี่ดอปเพลอร์ เฟส และเวลาหน่วงของการกระเจิง ที่วิถีลำดับที่ l เมื่อ $l=0,1,2,\dots,L-1$ คือจำนวนวิถีทั้งหมด L วิถี ซึ่งสัมพันธ์กับฟังก์ชันถ่ายโอนช่องสัญญาณ $H(f,t)$ โดยเขียนได้ ดังนี้

$$H(f,t) = \sum_{l=0}^{L-1} \rho_l e^{j(2\pi(f_{D,l}t - f\tau_l) + \theta_l)} \quad (2.10)$$

โดยค่าเวลาหน่วง τ_l นั้นวัดโดยวัดเทียบจากสัญญาณวิถีแรกที่มาถึงเครื่องรับกับ เวลาหน่วงของสัญญาณวิถีอื่นถัดมา โดยค่าความถี่ดอปเพลอร์ เขียนได้ ดังนี้

$$f_{D,l} = \frac{vf_c \cos(\alpha_l)}{c} \quad (2.11)$$

โดยจะขึ้นอยู่กับความเร็วของสถานีปลายทาง v ค่าความเร็วของแสง c ความถี่ คลื่นพาห่อย่อย f_c มุมตกกระทบของคลื่นที่เข้ามาที่สายอากาศเครื่องรับ α_l ของวิถีลำดับที่ l โดย ค่าผลตอบแทนอิมพัลส์ช่องสัญญาณซึ่งสัมพันธ์กับฟังก์ชันถ่ายโอนช่องสัญญาณ แสดงดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 ผลตอบสนองอิมพัลส์ช่องสัญญาณ และฟังก์ชันถ่ายโอนช่องสัญญาณ

แบบจำลองช่องสัญญาณในระบบหลายคลื่นพาห่อย่อยนั้น สามารถจำลองได้ทั้งใน โดเมนเวลา หรือใน โดเมนความถี่ โดยฟังก์ชันถ่ายโอนช่องสัญญาณ ไม่ต่อเนื่องจะถูกนำมาใช้กับ สัญญาณหลายคลื่นพาห่อย่อย เขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} H_{n,i} &= H(nF_s, iT_s') \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \rho_l e^{j(2\pi(f_{D,l}IT_s' - nF_s\tau_l) + \theta_l)} \\ &= \rho_{n,i} e^{j\theta_{n,i}} \end{aligned} \quad (2.12)$$

เมื่อฟังก์ชันถ่ายโอนช่องสัญญาณต่อเนื่อง $H(f,t)$ ถูกสุ่มตัวอย่างในทางเวลาที่อัตราสัญลักษณ์โอเอฟดีเอ็ม ด้วยอัตรา $1/T_s'$ และในโดเมนความถี่ที่ระยะห่างระหว่างคลื่นพาห่อย่อย F_s โดยความยาว T_s' คือความยาวสัญลักษณ์ของโอเอฟดีเอ็ม ซึ่งรวมช่วงเวลาคู่กัน (guard interval) ข้อมูลสัญลักษณ์ของแต่ละคลื่นพาห่อย่อย ของสัญลักษณ์โอเอฟดีเอ็ม จะถูกคูณด้วยค่าแอมพลิจูดและเฟสของช่องสัญญาณในแต่ละคลื่นพาห่อย่อย โดยแบบจำลองช่องสัญญาณในทางความถี่จะใช้ประโยชน์ของตัวดำเนินการการแปลงฟูริเยร์แบบไม่ต่อเนื่อง แบบจำลองช่องสัญญาณแบบพหุวิถีไม่ต่อเนื่องในระบบหลายคลื่นพาห่อย่อยซึ่งถูกนำมาใช้บ่อยในการจำลองระบบ เรียกว่าแบบจำลองช่องสัญญาณเฟดดิ้งไม่สัมพันธ์ (uncorrelated fading channel model) ค่าสัมประสิทธิ์เฟดดิ้งของช่องสัญญาณสามารถสร้างแยกกันอย่างอิสระสำหรับในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยในสัญลักษณ์ข้อมูลโอเอฟดีเอ็ม ซึ่งในช่องสัญญาณที่ไม่มีสัญญาณวิถีตรง ค่าแอมพลิจูดจะถูกสร้างจากการกระจายแบบเรย์ลี (Rayleigh distribution) ซึ่งจะเรียกช่องสัญญาณแบบนี้ว่าช่องสัญญาณเฟดดิ้งแบบเรย์ลีไม่สัมพันธ์ (uncorrelated Rayleigh fading channel)

2.4 ตัวตรวจหา (detector) [8], [21], [22], [23], [24]

ในการตรวจหาสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้แต่ละรายที่รับได้ที่เครื่องรับเมื่อผ่านช่องสัญญาณในระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเออนั้น เครื่องรับที่ใช้ในการตรวจหาสัญญาณที่นิยมใช้ทั่วไป ได้แก่ ตัวตรวจหาแบบดีคอร์เรเลเตอร์ (decorrelator : DD) ตัวตรวจหาแบบให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (minimum mean square error : MMSE)

เมื่อพิจารณาสัญญาณที่รับได้ในทางเบสแบนด์ทางความถี่ ซึ่งประกอบด้วยข้อมูลของผู้ใช้ทุกรายซึ่งถูกคูณด้วยรหัสแผ่และค่าสัมประสิทธิ์ช่องสัญญาณบวกกับสัญญาณรบกวนเขียนได้ ดังนี้

$$x_i[n] = \sum_{k=0}^{K-1} d_k[n]b_k[i] + \bar{n}[n] \quad (2.13)$$

เมื่อ

$$d_k[n] = z_k[n]c_k[n]$$

และกำหนดให้ $\mathbf{x}_i = (x_i[0], x_i[1], \dots, x_i[N-1])^T$ แทนสัญญาณที่รับได้ในทางเบสแบนด์ทางความถี่ $\bar{\mathbf{n}}_i = (\bar{n}_i[0], \bar{n}_i[1], \dots, \bar{n}_i[N-1])^T$ แทนสัญญาณรบกวน และ $\mathbf{b}_i = (b_0[i], b_1[i], \dots, b_k[i])^T$ แทนบิตข้อมูลลำดับที่ i^{th} สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{D}_i \mathbf{b}_i + \bar{\mathbf{n}}_i \quad (2.14)$$

โดยเมตริกซ์ฟิลเตอร์สำหรับผู้ใช้รายที่ k เขียนได้ดังนี้

$$y_k[i] = \sum_{n=1}^{N-1} d_k[n]^* x_i[n] \quad (2.15)$$

หรือเขียนในรูปเวกเตอร์ได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_i &= (\mathbf{D}_i)^H \mathbf{x}_i \\ &= \mathbf{R} \mathbf{b}_i + (\mathbf{D}_i)^H \bar{\mathbf{n}}_i \end{aligned} \quad (2.16)$$

โดย $\mathbf{R} = (\mathbf{D}_i)^H \mathbf{D}_i$ คือเมตริกซ์สหสัมพันธ์ (correlation matrix)

2.4.1 ตัวตรวจหาแบบดีคอร์รีเลเตอร์ (decorrelator detector : DD)

ตัวตรวจหาแบบดีคอร์รีเลเตอร์นั้นจะนำเวกเตอร์ของสัญญาณที่รับได้ \mathbf{y}_i เมื่อผ่านเมตริกซ์ฟิลเตอร์มาทำการคูณด้วยตัวตรวจหาเมตริกซ์ \mathbf{W} เพื่อให้ได้เวกเตอร์ของข้อมูลที่เกิดการตัดสินใจข้อมูล $\hat{\mathbf{y}}_i$ ออกมา โดยเขียนได้ ดังนี้

$$\hat{\mathbf{y}}_i = \mathbf{W} \mathbf{y}_i \quad (2.17)$$

โดยตัวตรวจหาแบบดีคอร์รีเลเตอร์นั้น ตัวตรวจหาเมตริกซ์เขียนได้ดังนี้

$$\mathbf{W}_{DD} = \mathbf{R}^{-1} \quad (2.18)$$

ตัวตรวจหาแบบดีคอร์รีเลเตอร์นั้นเนื่องจากตัวตรวจหาเมตริกซ์ ไม่ได้นำผลของสัญญาณรบกวนมาพิจารณาไปด้วย ทำให้ตัวตรวจหานี้ไปขยายสัญญาณรบกวน (enhance noise) โดยกรณีที่อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน ดีตัวตรวจหานี้จะมีสมรรถนะที่ไม่ดี เพื่อปรับปรุงสมรรถนะให้ดีขึ้นจึงนำผลของสัญญาณรบกวนมาใช้ร่วมด้วยในตัวตรวจหาเมตริกซ์ ซึ่งเรียกว่าตัวตรวจหาแบบค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด

2.4.2 ตัวตรวจหาแบบให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด (minimum mean square error : MMSE)

ตัวตรวจหาแบบให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด นั้นเป็นการแก้ไขผลของการขยายสัญญาณรบกวนซึ่งเกิดในตัวตรวจหาแบบดีคอร์รีเลเตอร์ โดยการนำผลของสัญญาณรบกวนที่รับได้ที่เครื่องรับ คือค่าขนาดความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนมาใช้ในตัวตรวจหาเมตริกซ์ เขียนได้ดังนี้

$$\mathbf{W}_{MMSE} = (\mathbf{R} + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \quad (2.19)$$

ตัวตรวจหาแบบให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด นั้นจะให้ผลของสมรรถนะที่ดีขึ้น กรณีที่ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนต่ำนั้นจะมีสมรรถนะที่ต่ำกว่า ตัวตรวจหาแบบคิออร์รีเลเตอร์ ส่วนในกรณีที่ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนสูงนั้นจะมีสมรรถนะใกล้เคียงกับตัวตรวจหาแบบคิออร์รีเลเตอร์

2.5 รหัสแผล

ในระบบมัลติแครร์เรียร์ซีดีเอ็มเอ รหัสแผลจะถูกใช้เป็นตัวแยกแยะระหว่างผู้ใช้แต่ละราย โดยชิปแต่ละตัวในรหัสแผลมีค่าอยู่ในเซต $\{-1, 1\}$ ในวิทยานิพนธ์นี้กำหนดให้ความยาวหรือจำนวนชิปของรหัสแผลมีค่าเท่ากับจำนวนคลื่นพาห่อย่อยที่ใช้ นั่นคือมีความยาวของรหัสแผลมีค่า N ชิป ชุดรหัสที่ถือควรมีคุณสมบัติตั้งฉากกัน ดังนี้

$$\sum_{i=0}^{N-1} c_l[i]c_m[i] = N\delta_{l,m} \quad (2.20)$$

รหัสแผลที่มีคุณลักษณะดังกล่าวนี้ได้แก่รหัสวอลท์ฮาดามาต (Walsh-Hadamard) ซึ่งมีค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างรหัส คือในแต่ละแถวหรือหลักเท่ากับศูนย์ รหัสแผลนี้สร้างได้โดยใช้การดำเนินการเชิงเมทริกซ์ โดยหน่วยเมทริกซ์มูลฐานของรหัสวอลท์ฮาดามาต \mathbf{C}_{H_0} คือ

$$\mathbf{C}_{H_0} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

และจากเมทริกซ์มูลฐานนี้สามารถนำไปใช้สร้างรหัสวอลท์ฮาดามาต ที่มีความยาวเพิ่มขึ้นเป็น 2^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ ได้จากเมทริกซ์ดังต่อไปนี้

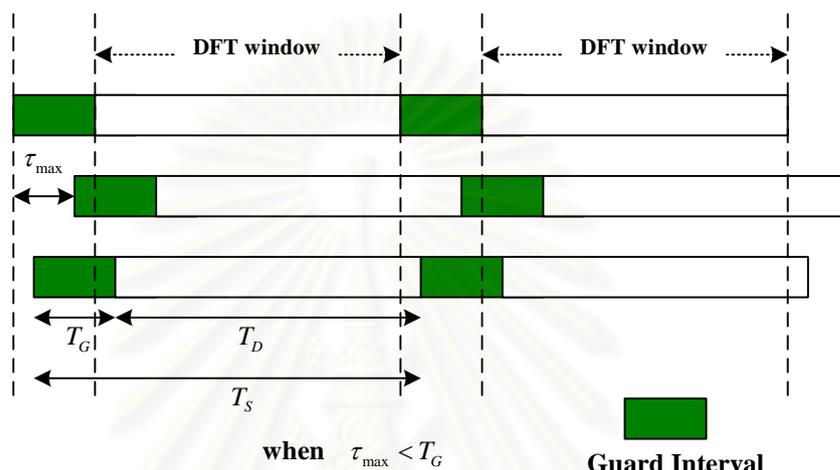
$$\mathbf{C}_{H_n} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{H_{n-1}} & \mathbf{C}_{H_{n-1}} \\ \mathbf{C}_{H_{n-1}} & -\mathbf{C}_{H_{n-1}} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

จะเห็นว่าเมทริกซ์ \mathbf{C}_{H_n} ขนาด $2^n \times 2^n$ สร้างจากเมทริกซ์ $\mathbf{C}_{H_{n-1}}$ ขนาด $2^{n-1} \times 2^{n-1}$ โดยแถวแต่ละแถวหรือในแต่ละหลักในเมทริกซ์ \mathbf{C}_{H_n} คือรหัสของผู้ใช้หนึ่งราย ซึ่งมีคุณสมบัติตั้งฉากกับแถวหรือหลักอื่นของผู้ใช้รายอื่น

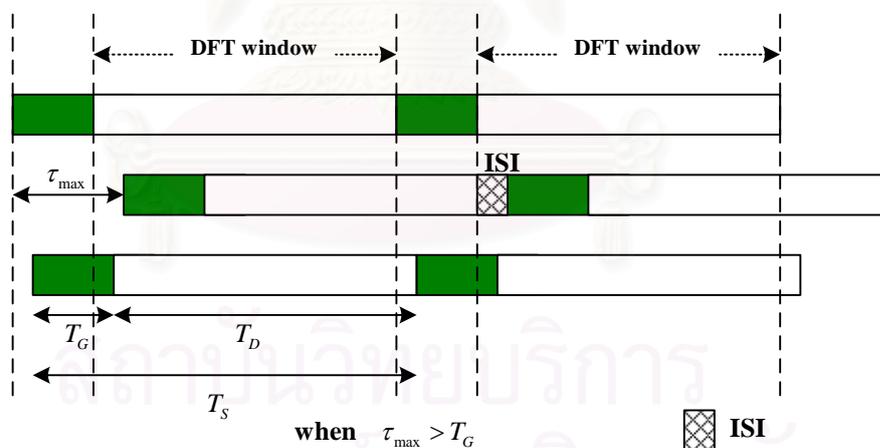
2.6 ช่วงเวลาคู่มีกัน (Guard interval)

ปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อระบบซึ่งทำให้เกิด การรบกวนแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์หรือ (Inter-symbol interference : ISI) ผลจากการรบกวนแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์นี้

นั้นสามารถจำกัดได้โดยการเติมช่วงเวลาคู่กัน ให้ยาวกว่าช่วงเวลาของผลตอบสนองต่อสัญญาณอิมพัลส์ของช่องสัญญาณ แสดงดังรูปที่ 2.7 ซึ่งแสดงผลของกรณีการเติมช่วงเวลาคู่กันเพียงพอทำให้ไม่เกิดการรบกวนแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ และกรณีที่การเติมช่วงเวลาคู่กันไม่เพียงพอทำให้เกิดการรบกวนแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์



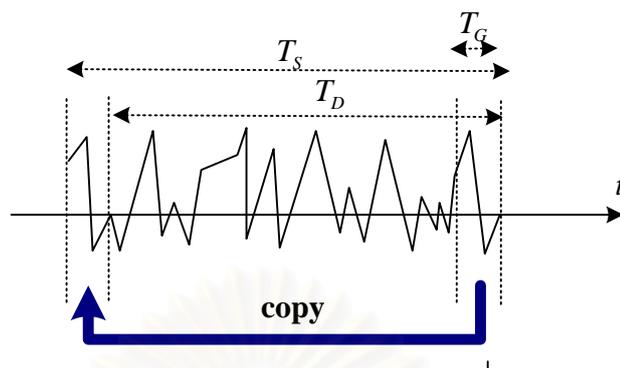
เติมช่วงเวลาคู่กันเพียงพอ



เติมช่วงเวลาคู่กันไม่เพียงพอ

รูปที่ 2.7 ช่วงเวลาคู่กัน (guard interval)

การเติมช่วงเวลาคู่กันเพื่อป้องกันการเกิดการรบกวนแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์นั้น โดยทั่วไปจะใช้วิธีการสำเนาสัญญาณข้อมูลในส่วนท้ายมาเติมที่ส่วนหน้าของสัญญาณข้อมูล ซึ่งเรียกรูปแบบนี้ว่า การเติมด้วยอุปสรรคหมุนวน (cyclic prefix : CP) แสดงวิธีการเติมรหัสหมุนวนในรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 วิธีการเติมอุปสรรคหมุนวน (cyclic prefix : CP)

2.7 ปัจจัยที่ส่งผลต่อสมรรถนะของระบบ

2.7.1 สัญญาณแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทาง (multiple access interference : MAI)

สัญญาณแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทางนั้น เกิดจากระบบซึ่งมีผู้ใช้หลายราย เข้าใช้ช่องสัญญาณพร้อมกันทำให้เกิดการรบกวนระหว่างผู้ใช้แต่ละราย ในระบบมัลติแควร์เรียร์ซีดีเอ็มเอซึ่งใช้รหัสแผล่งซึ่งมีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากกันในรหัสแผล่งแต่ละชุดของผู้ใช้แต่ละราย เพื่อแยกแยะผู้ใช้แต่ละรายและป้องกันการเกิดสัญญาณแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทาง โดยเฉพาะในข่ายเชื่อมโยงขาลงซึ่งผู้ใช้ทุกรายถูกรบกวนด้วยช่องสัญญาณที่เหมือนกัน ทำให้การเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางเดียวกันซึ่งทำให้สามารถแก้ผลจากช่องสัญญาณได้โดยง่ายโดยยังคงคุณสมบัติความเชิงตั้งฉากกันระหว่างผู้ใช้แต่ละรายอยู่ อย่างไรก็ตามในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นนั้นสัญญาณที่ส่งออกมาจากโทรศัพท์เคลื่อนที่ของผู้ใช้แต่ละรายนั้นมาจากสถานที่แตกต่างกัน ทำให้สัญญาณที่รับได้ที่สถานีฐานนั้นซึ่งเป็นผลรวมของสัญญาณของผู้ใช้แต่ละรายถูกผลกระทบของช่องสัญญาณที่แตกต่างกัน ทำให้การแก้ไขผลของสัญญาณแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทางในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นนั้นเป็นไปด้วยความยากลำบากกว่าในข่ายเชื่อมโยงขาลง นอกจากนี้การที่ระบบไม่ประสานเวลา (asynchronous) กันก็ส่งผลทำให้ค่าสหสัมพันธ์ข้ามของรหัสของผู้ใช้แต่ละรายนั้นมีค่าสูงขึ้นเช่นกันเมื่อใช้รหัสแผล่ง เช่น รหัสวอล์ทฮาดามาท เป็นต้น

2.7.2 สัญญาณแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (inter-symbol interference : ISI)

สัญญาณแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ สำหรับการรับส่งข้อมูลในระบบสื่อสารไร้สายนั้น เกิดขึ้นเนื่องจากการที่สัญญาณข้อมูลเดินทางผ่านช่องสัญญาณซึ่งมีลักษณะเป็นช่องสัญญาณแบบพหุวิถี ทำให้สัญญาณข้อมูลมีเส้นทางการเดินทางที่ต่างกันหลายเส้นทาง และ

หลายเวลา เนื่องจากเกิดการสะท้อน แทรกสอด และหักเหขึ้นเนื่องมาจากผลกระทบจากสภาวะแวดล้อมดังที่ได้กล่าวมาแล้ว โดยที่ผลรวมของสัญญาณจากวิถีต่าง ๆ ซึ่งเดินทางมาถึงทางเครื่องรับเกิดความเหลื่อมล้ำทางเวลาขึ้นระหว่างสัญลักษณ์ข้อมูล และเมื่อพิจารณาเฉพาะในสัญลักษณ์หนึ่ง ๆ จะพบว่าข้อมูลในสัญลักษณ์นั่นเองซึ่งมาจากวิถีต่าง ๆ ก็จะมีผลเกิดความเหลื่อมล้ำทางเวลาซึ่งกันและกันด้วย ส่งผลให้เกิดการซ้อนทับกันอย่างไม่เต็มคาบของสัญลักษณ์ ทำให้สัญลักษณ์ข้อมูลที่เครื่องรับได้รับซึ่งเกิดจากการรวมกันของสัญญาณในแต่ละวิถีดังกล่าว มีความผิดเพี้ยนไปจากสัญญาณที่ทางเครื่องส่งส่งมาจริง ซึ่งเมื่อนำไปตัดสินใจข้อมูลก็จะเป็นการเพิ่มโอกาสในการตัดสินใจผิดพลาดมากยิ่งขึ้น การป้องกันการเกิดสัญญาณแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ นั้นสามารถทำได้ด้วยการเติมอุปสรรคหมุนวนดังที่ได้กล่าวไปแล้ว

2.7.3 สัญญาณแทรกสอดระหว่างคลื่นพาห่อย่อย (inter-carrier interference: ICI)

การรับส่งข้อมูลในระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอนั้น จะเป็นการส่งข้อมูลโดยใช้หลายคลื่นพาห่อย่อย ซึ่งจะใช้อุปกรณ์ในการประมวลผลสัญญาณดิจิทัลเข้าร่วมด้วยในขั้นตอนการแปลงฟูรีเยร์และการแปลงฟูรีเยร์ผกผัน ซึ่งขั้นตอนทั้งสองนี้จะมีการทำงานได้อย่างสมบูรณ์ ถ้าคลื่นพาห่อย่อยมีความถี่ห่างกัน นั่นคือ คลื่นพาห่อย่อยจะต้องมีค่าความถี่กึ่งกลางที่ห่างกัน F เท่าของ $1/T$ โดย T เป็นค่าความยาวคาบของสัญญาณข้อมูลหนึ่งสัญลักษณ์ และ F เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ และเนื่องจากผลของการเกิดความถี่ออฟเซต การเกิดพหุวิถี และการเกิดเฟดดิ้งอย่างรวดเร็ว จะส่งผลให้ความถี่ห่างระหว่างคลื่นพาห่อย่อยนี้สูญเสียไป ทำให้การแปลงฟูรีเยร์และการแปลงฟูรีเยร์ผกผันนั้น ไม่สมบูรณ์ ทำให้เกิดสัญญาณแทรกสอดระหว่างคลื่นพาห่อย่อย ขึ้นในขณะที่ระบบ DS-CDMA ซึ่งไม่ได้มีการส่งข้อมูลแบบหลายคลื่นพาห่อย่อยจะไม่มีสัญญาณแทรกสอดประเภทนี้เกิดขึ้น

2.8 พารามิเตอร์ที่ใช้วัดสมรรถนะของระบบ

2.8.1 อัตราความผิดพลาดบิต (BER)

อัตราความผิดพลาดบิต หรือ ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดบิต คือ อัตราส่วนของจำนวนบิตที่ทางเครื่องรับตัดสินใจผิดพลาดเมื่อเทียบกับจำนวนบิตข้อมูลทั้งหมดที่ถูกส่งมาจากเครื่องส่ง เป็นค่าพารามิเตอร์สำคัญในการวัดสมรรถนะของระบบเป็นค่าที่แสดงถึงค่าความถูกต้องของการรับส่งข้อมูลโดยตรง อัตราความผิดพลาดบิตเป็นพารามิเตอร์ที่นิยมใช้ในการเปรียบเทียบ

สมรรถนะของระบบที่สนใจในสถานะต่าง ๆ เช่น เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน หรือเมื่อจำนวนผู้ใช้เปลี่ยนไป เป็นต้น

2.8.2 อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to Noise Ratio : SNR)

ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to Noise Ratio : SNR) คือ อัตราส่วนกำลังของสัญญาณเมื่อเทียบกับกำลังของสัญญาณรบกวน ส่วนใหญ่ค่ากำลังของสัญญาณจะมีค่ามากเมื่อเทียบกับค่ากำลังของสัญญาณรบกวน ดังนั้นค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนจึงนิยามวัดกันในหน่วยเดซิเบล (decibel :dB) โดย ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนสำหรับผู้ใช้งานที่ k ในค่าหน่วยเดซิเบล สามารถเขียนได้ดังนี้

$$SNR_k = 10 \log \left(\frac{P_k}{\sigma^2} \right) \quad (2.23)$$

เมื่อ P_k คือขนาดของสัญญาณของผู้ใช้คนที่ k และ σ^2 คือ ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนซึ่งก็คือกำลังของสัญญาณรบกวนนั่นเอง

2.9 ความรู้พื้นฐานการหาค่าเหมาะที่สุด (Optimization) [25-31]

ในอดีตที่ผ่านมาเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดทางการประมวลผลสัญญาณเชิงเลขในแขนงการสื่อสารนั้นอยู่บนพื้นฐานของวิธีเกรเดียนต์ (gradient descent method) และวิธีกำลังสองน้อยสุด (least square method) อย่างไรก็ตามวิธีการดังกล่าวนี้มีข้อด้อยอันเนื่องมาจากอัตราการลู่เข้าที่ช้า (slow convergence rate) รวมทั้งปัญหาการกำหนดค่าเริ่มต้น (initialization selection) และขนาดของลำดับขั้น (step-size selection) ที่ใช้ในขั้นตอนวิธี โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อทำการกำหนดค่าเริ่มต้นที่ไม่ถูกต้องกับปัญหาที่อยู่ในรูปแบบของปัญหาไม่คอนเวกซ์ (nonconvex problem) นั้นอาจทำให้ไม่สามารถหาคำตอบได้ สำหรับการกำหนดขนาดลำดับขั้นนั้นหากกำหนดขนาดลำดับขั้นที่มีค่าน้อยเพื่อให้การหาคำตอบนั้นเข้าใกล้ค่าเหมาะที่สุด (optimal) มากที่สุด ก็จะทำให้อัตราการลู่เข้าสู่คำตอบนั้นใช้เวลานาน วิธีการดังกล่าวมานี้ได้ถูกนำมาใช้ทางการประมวลผลสัญญาณเชิงเลขในแขนงการสื่อสารต่างๆ

ที่ผ่านมา นั้น เชื่อกันว่าปัญหาที่มีลักษณะเชิงเส้น (linear problem) นั้นสามารถหาคำตอบได้ง่ายกว่าปัญหาที่มีลักษณะไม่เชิงเส้น (nonlinear problem) อย่างไรก็ตามหลังจากที่ได้มีงานวิจัยของ Rockafellar ในปี ค.ศ. 1993 [29] โดยสามารถแก้ปัญหาเพื่อหาค่าเหมาะที่สุดได้เสมอเมื่ออยู่ในรูปแบบของปัญหาคอนเวกซ์ ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในแขนงการหาค่าเหมาะที่สุด

โดยทำให้ทิศทางงานวิจัยเปลี่ยนมาศึกษาปัญหาซึ่งอยู่ในรูปแบบปัญหาคอนเวกซ์ (convex problem) อันเนื่องมาจากหากปัญหาค่าเหมาะที่สุด เมื่อแปลงจากปัญหาที่เป็นปัญหาไม่คอนเวกซ์ มาอยู่ในรูปแบบปัญหาคอนเวกซ์แล้ว จะทำให้ปัญหานั้นสามารถหาคำตอบได้ค่าเหมาะที่สุดวงกว้าง (global optimum) และมีขั้นตอนวิธีที่มีประสิทธิภาพมากสำหรับใช้แก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบโดยวิธีจุดภายใน (interior-point methods) ซึ่งใช้เวลาในการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วเป็นเวลาพหุนาม (polynomial time) สำหรับการคำนวณเพื่อหาคำตอบด้วยวิธีเชิงเลขซึ่งนำมาใช้ในทางปฏิบัตินั้นทำได้อย่างรวดเร็วโดยวิธีจุดภายใน ซึ่งถูกเสนอขึ้นโดย Nesterov และ Nemirovski [30] โดยในงานวิจัยได้แสดงให้เห็นว่าการคำนวณเพื่อหาคำตอบของปัญหานั้น หากปัญหานั้นอยู่ในรูปของปัญหาคอนเวกซ์ จะสามารถทำได้อย่างรวดเร็วด้วยวิธีจุดภายใน (interior-point methods) โดยใช้เวลาในการคำนวณหาคำตอบเป็นเวลาพหุนาม (polynomial time) หลังจากนั้นจึงได้มีการวิจัยศึกษาทางด้านปัญหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ (convex optimization) ตามมาเป็นจำนวนมาก

อย่างไรก็ตามปัญหาต่างๆ ในการนำมาประยุกต์ใช้ทางด้านวิศวกรรมนั้น มักไม่อยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์ ความยากจึงอยู่ที่การแปลงปัญหานั้นให้อยู่ในรูปแบบของปัญหาคอนเวกซ์ เพื่อให้สามารถหาคำตอบได้ค่าเหมาะที่สุด และมีวิธีแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบด้วยวิธีเชิงเลขโดยวิธีจุดภายในได้ อย่างมีประสิทธิภาพในเวลาอันรวดเร็ว โดยทั่วไปแล้วแม้ว่าปัญหาต่างๆ ในทางวิศวกรรมนั้นมักจะมีความเป็นคอนเวกซ์อยู่ แต่ต้องอาศัยการแปลงโดยวิธีการแปลงนั้น ไม่มีขั้นตอนแบบมีระบบ (systematic) การแปลงจะอาศัยเทคนิคต่างๆ ขึ้นอยู่กับรูปแบบปัญหา โดยได้มีงานวิจัยต่างๆ ที่นำเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดมาใช้มาประยุกต์กับปัญหาต่างๆ ในทางวิศวกรรมแล้วสามารถแปลงปัญหานั้นให้อยู่ในรูปแบบปัญหาคอนเวกซ์ [26]

ในวิทยานิพนธ์นี้จะเป็นการนำเทคนิคทางด้านหาค่าเหมาะที่สุดมาใช้ โดยการแปลงปัญหาของวิธีการที่นำเสนอซึ่งเดิมไม่อยู่ในรูปแบบปัญหาคอนเวกซ์ แล้วแปลงให้อยู่ในรูปแบบปัญหาคอนเวกซ์

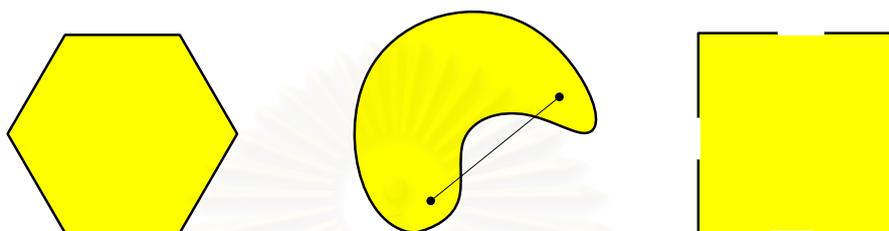
ในการที่จะนำเทคนิคทางด้านหาค่าเหมาะที่สุดมาใช้กับปัญหาทางด้านสื่อสารไร้สายที่ได้นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้นั้น จะต้องเข้าใจพื้นฐานและรูปแบบประเภทต่างๆ ของปัญหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ โดยในตอนนี้จะกล่าวถึงพื้นฐานดังกล่าว

เซตคอนเวกซ์ (convex set) เซต $S \subset \mathcal{R}^n$ จะเรียกว่าเป็นคอนเวกซ์ ถ้าจุดใดๆ สองจุด $x, y \in S$ ซึ่งเมื่อลากเส้นต่อเชื่อมสองจุด x, y นี้แล้ว เส้นเชื่อมนี้ยังคงอยู่ในเซต S ซึ่งในทางคณิตศาสตร์สามารถเขียนคุณลักษณะดังกล่าวได้ ดังนี้

$$\theta x + (1-\theta)y \in S, \quad \forall \theta \in [0,1] \quad \text{and} \quad x, y \in S \quad (2.24)$$

โดยสามารถที่จะอธิบายลักษณะเซตที่เป็นคอนเวกซ์ในเชิงภาพได้ ดังได้จากรูปที่

2.9



รูปที่ 2.9 ตัวอย่างเซตคอนเวกซ์ และไม่คอนเวกซ์

โดยรูปซ้ายมือของรูปที่ 2.9 ซึ่งเป็นรูปหกเหลี่ยมปิดภายในนั้นจะเป็นคอนเวกซ์ เนื่องจากเมื่อลากเส้นจุดใดๆ สองจุดภายในรูปหกเหลี่ยมแล้ว เส้นเชื่อมนั้นยังคงอยู่ในรูปหกเหลี่ยม สำหรับรูปตรงกลางกับรูปขวามือนั้นไม่เป็นคอนเวกซ์เนื่องจากในรูปที่สองนั้นเมื่อลากเส้นเชื่อมสองจุดค้งในรูปแล้วเส้นเชื่อมนั้นไม่อยู่ในในเซตซึ่งเป็นส่วนที่แรงแงในรูป สำหรับรูปขวามือนั้นไม่เป็นคอนเวกซ์เนื่องจากที่ขอบรูปขาดไม่ต่อเนื่อง สำหรับตัวอย่างอื่นๆ ที่มักพบเช่น $S = \{x \mid \|x\| \leq 1\}$ ซึ่งเป็นลูกทรงกลมตันหนึ่งหน่วยจะเป็นคอนเวกซ์ แต่ถ้าเป็น $S = \{x \mid \|x\| = 1\}$ ซึ่งเป็นลูกทรงกลมกลวงนั้นจะไม่เป็นคอนเวกซ์เนื่องจากเมื่อลากเส้นเชื่อมจุดภายในแล้วไม่อยู่ในเซต โดยทั่วไปแล้วเซตคอนเวกซ์จะต้องเป็นทรงตัน ต่อเนื่อง ไม่มีช่องว่างภายใน และเป็นเส้นโค้งออก สำหรับเส้นในแกนจำนวนจริง \mathbb{R} นั้นขึ้นอยู่กับว่าจุดภายในเป็นเซตปิดหรือเปิด ตัวอย่างอื่นเช่นเซตของ วงรี ลูกบาศก์หลายมิติ รูปกรวย ซึ่งเป็นลักษณะที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ คุณสมบัติที่สำคัญของเซตคอนเวกซ์นั้นคือ อินเตอร์เซกชันใดๆ ของเซตคอนเวกซ์ยังคงเป็นเซตคอนเวกซ์ ตัวอย่างเช่น เซต $S = \{x \mid \|x\| \leq 1, x \geq 0\}$ ซึ่งเป็นอินเตอร์เซกชันของทรงกลมตันหนึ่งหน่วยกับ nonnegative orthant \mathbb{R}_+^n ซึ่งเซตทั้งสองนี้เป็นเซตคอนเวกซ์ ดังนั้นอินเตอร์เซกชันของเซต S จึงเป็นเซตคอนเวกซ์ด้วย แต่โดยทั่วไปแล้วเซตของยูเนียนจะไม่เป็นคอนเวกซ์

กรวยคอนเวกซ์ (convex cone) กรวยคอนเวกซ์ κ นั้นเป็นรูปแบบพิเศษชนิดหนึ่งของเซตคอนเวกซ์ ซึ่งมีคุณสมบัติปิดภายใต้การปรับมาตราทางบวก (positive scaling) ซึ่งสามารถเขียนได้ว่า แต่ละ $x \in \kappa$ และแต่ละ $\alpha \geq 0$ $\alpha x \in \kappa$ ลักษณะของกรวยคอนเวกซ์นั้นถูกนำมาใช้ในหลายรูปแบบทางการประยุกต์ในทางวิศวกรรม

ในวิทยานิพนธ์นี้เป็นลักษณะของกรวยคอนเวกซ์

รูปแบบของกรวยคอนเวกซ์ที่พบเจอและถูกใช้มากสามารถแบ่งได้ ดังนี้

1. **Nonnegative orthant** \mathbb{R}_+^n
2. **กรวยอันดับสอง (second-order cone : SOC)** หรือบางทีถูกเรียกว่ากรวยไอศกรีม (ice-cream cone) หรือกรวยลอเรนซ์ (Lorentz cone)

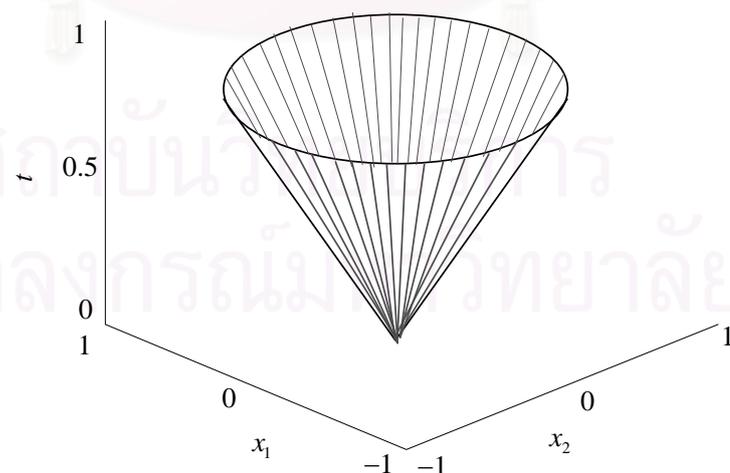
ลักษณะของกรวยอันดับสองมีนิยามดังนี้

$$\kappa = \text{SOC}(n) = \{(t, x) \mid t \geq \|x\|\}; \quad (2.25)$$

โดยสามารถอธิบายลักษณะและตัวอย่างของกรวยอันดับสอง เพื่อให้ให้เห็นภาพและเข้าใจได้ง่ายขึ้น เช่น กรวยอันดับสองซึ่งเป็นกรวยนอร์ม (norm cone) สำหรับนอร์มยูคลิเดียน (Euclidean norm) ได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} S &= \{(x, t) \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \|x\|_2 \leq t\} \\ &= \left\{ \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} \mid \begin{bmatrix} x^T & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} \leq 0, t \geq 0 \right\} \end{aligned} \quad (2.25)$$

โดยสามารถแสดงในเชิงรูปภาพลักษณะของกรวยอันดับสองดังที่กล่าวซึ่งเป็นกรวยอันดับสองในมิติ \mathbb{R}^3 ได้ดังรูป



รูปที่ 2.10 กรวยอันดับสอง

ในทางปฏิบัติที่พบเจอนั้น บ่อยครั้งเราจะพบลักษณะกรวยอันดับสองในลักษณะที่ไม่อยู่ในรูปลักษณะดังที่กล่าวนี้โดยตรง โดยจะอยู่ในรูปของกรวยหมุนอันดับสอง (rotated second-order cone) โดยมีนิยามดังนี้

$$\kappa = (\text{rotated}) \text{SOC}(n) = \{(t, s, x) \in \mathbb{R}^n \mid ts \geq \|x\|^2, t \geq 0, s \geq 0\} \quad (2.26)$$

โดยกรวยหมุนอันดับสองนี้จะต้องผ่านการแปลงเพื่อให้อยู่ในรูปของกรวยอันดับสอง

ในวิทยานิพนธ์ที่นำเสนออยู่ในรูปของกรวยหมุนอันดับสอง แล้วทำการแปลงเพื่อให้อยู่ในรูปของกรวยอันดับสองเพื่อนำไปใช้กับการคำนวณด้วยวิธีจุดภายใน

3. กรวยเมทริกซ์กึ่งบวกแน่นอน (Positive semidefinite matrix cone)

ลักษณะของกรวยอันดับสองมีนิยามดังนี้

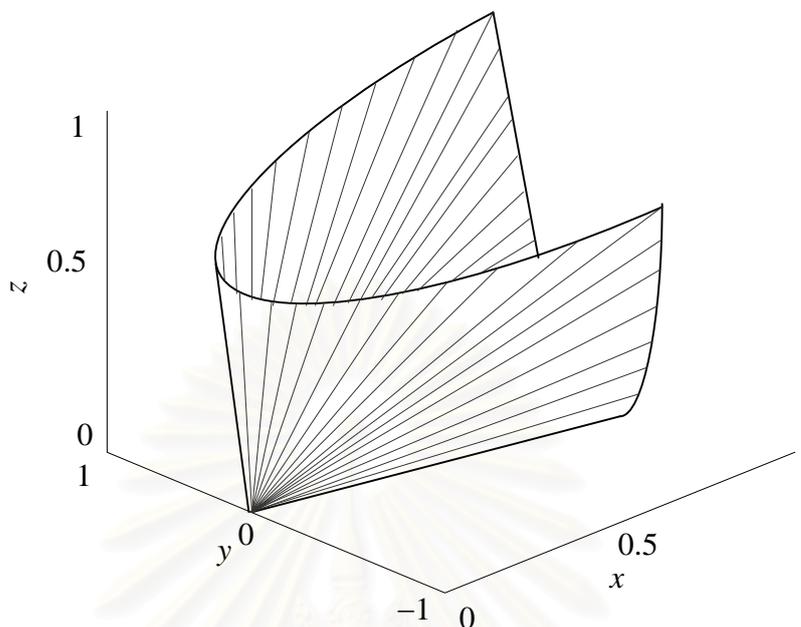
$$\kappa = (\text{rotated}) \text{SOC}(n) = \kappa = S_+^n = \{X \mid X \text{ symmetric and } X \succeq 0\} \quad (2.27)$$

โดยกรวยอันดับสองที่กล่าวไปก่อนหน้านี้ นั้น ถือเป็นกรณีย่อยของ กรวยเมทริกซ์กึ่งบวกแน่นอน ซึ่งเป็นกรณีที่เป็นเมทริกซ์มีลักษณะกึ่งบวกแน่นอน โดยสามารถอธิบายลักษณะและตัวอย่างของกรวยอันดับสอง เพื่อให้เห็นภาพและเข้าใจได้ง่ายขึ้น ได้ดังนี้

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x & y \\ y & z \end{bmatrix} \in S_+^2 \Leftrightarrow x \geq 0, \quad z \geq 0, \quad xz \geq y^2. \quad (2.28)$$

โดยสามารถแสดงในทางรูปภาพเพื่อให้มองเห็นภาพลักษณะของกรวยอันดับสองดังที่กล่าวซึ่งเป็นกรวยอันดับสองในมิติ ๓ ได้ดังรูปที่ 2.11

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.11 กรวยเมทริกซ์กึ่งบวกแน่นอน

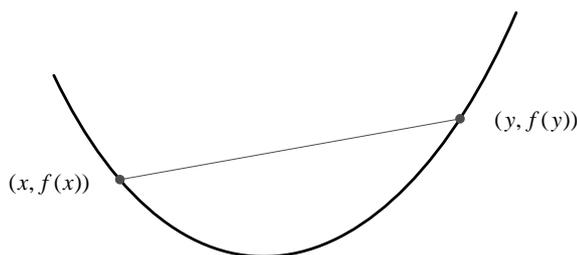
กรวยเมทริกซ์กึ่งบวกแน่นอนนั้นจะมีความซับซ้อนกว่ากรวยอันดับสอง และใช้ เวลาในการคำนวณหาคำตอบนานกว่าเมื่อนำไปคำนวณด้วยวิธีจุดภายใน

จากเซตคอนเวกซ์แล้ว ต่อไปจะกล่าวถึงฟังก์ชันคอนเวกซ์ (convex functions)

ฟังก์ชันคอนเวกซ์ (convex functions) ฟังก์ชัน $f(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ จะเรียกว่าเป็น คอนเวกซ์ ถ้าจุดใดๆ สองจุด $x, y \in \mathbb{R}^n$ โดย

$$f(\theta x + (1-\theta)y) \leq \theta f(x) + (1-\theta)f(y), \quad \forall \theta \in [0,1]. \quad (2.29)$$

สามารถอธิบายอสมการของฟังก์ชันคอนเวกซ์ในเชิงภาพได้โดยดูรูปที่ ประกอบ โดยเมื่อลากเส้นเชื่อมระหว่างจุด x, y ใดๆ แล้วเส้นเชื่อม $(x, f(x))$ กับ $(y, f(y))$ จะอยู่เหนือ กราฟของฟังก์ชันดังรูปที่ 2.12 โดยในทางตรงข้ามนั้นถ้าลากเส้นเชื่อมแล้วอยู่ล่างกราฟของ ฟังก์ชัน f จะเรียกว่าเป็นฟังก์ชันคอนคาฟ (concave functions) หรือกล่าวได้ว่าฟังก์ชัน f เป็น คอนคาฟ ถ้า $-f$ เป็นคอนเวกซ์



รูปที่ 2.12 ฟังก์ชันคอนเวกซ์

ยกตัวอย่างของฟังก์ชันคอนเวกซ์ที่เป็นตัวแปรเดียว เช่น ฟังก์ชัน $|x|, e^x, x^2$ หรือที่เป็นตัวแปรหลายตัว เช่น ฟังก์ชัน $a^T x + b, \|Ax\|^2$ เมื่อ A, a และ b เป็นเมทริกซ์เวกเตอร์ของข้อมูลและค่าคงที่ตามลำดับ ตัวอย่างอีกตัวอย่างหนึ่ง คือฟังก์ชันเอนโทรปีซึ่งใช้ในทางทฤษฎีข่าวสารข้อมูลทางการสื่อสาร $-\sum_i x_i \log x_i$ เป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์ ถ้าฟังก์ชัน f นั้นสามารถทำการหาอนุพันธ์ได้ต่อเนื่อง (continuously differentiable) สำหรับฟังก์ชันกำลังสอง (quadratic function) ซึ่งเขียนอยู่ในรูปแบบ $x^T P x + a^T x + b$ นั้นจะคอนเวกซ์ก็ต่อเมื่อเมทริกซ์ P นั้นเป็นเมทริกซ์กึ่งบวกแน่นอน ดังนั้นสำหรับฟังก์ชันเชิงเส้นซึ่งมีการบวกด้วยพจน์ค่าคงที่โดยเขียนอยู่ในรูปแบบ $a^T x + b$ นั้นจึงยังขาดคุณสมบัติของความเป็นคอนเวกซ์ของฟังก์ชัน ตัวอย่างเพิ่มเติมได้แก่ฟังก์ชัน x^3 นั้นจะเป็นคอนเวกซ์เฉพาะในช่วง $[0, \infty]$ และเป็นคอนเวกซ์ในช่วง $[-\infty, 0]$ แต่ไม่เป็นทั้งคอนเวกซ์และคอนเวกซ์บนจำนวนจริง \mathbb{R}

คุณสมบัติที่สำคัญของฟังก์ชันคอนเวกซ์คือมีคุณสมบัติปิดภายใต้การบวก การปรับมาตราทางบวก และการดำเนินการ (pointwise maximum operations) ตัวอย่างเช่น ถ้า $\{f_i\}$'s คอนเวกซ์ แล้ว $\max_i \{f_i(x)\}$ จะคอนเวกซ์ แม้ว่าจะไม่สามารถทำการหาอนุพันธ์ได้

2.10 ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ (convex optimization problems)

ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดทั่วไปสำหรับปัญหาการหาค่าต่ำสุดสามารถเขียนในรูปแบบ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f_o(x) \\ & \text{subject to} && f_i(x) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ & && h_j(x) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, r, \\ & && x \in S. \end{aligned} \tag{2.30}$$

โดย $f_o(x)$ คือฟังก์ชันจุดประสงค์ (objective function or cost function) ของปัญหาที่เราพิจารณา $\{f_i\}_{i=1}^m$ และ $\{h_j\}_{j=1}^r$ คือสมการและสมการของฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ (constraint functions) ตามลำดับ และเซต S คือเซตของเงื่อนไขบังคับ (constraint set) โดยในทางปฏิบัติเซตของเงื่อนไขบังคับ S นั้นสามารถถูกกำหนดให้ใส่ค่าได้โดยผู้ใช้ ตัวแปรออปติไมซ์ $x \in \mathfrak{R}^n$ จะหาค่าได้ (feasible) ถ้า $x \in S$ และค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับของสมการและสมการของเงื่อนไขบังคับทั้งหมด ถ้าคำตอบที่หาค่าได้คือ x^* จะเป็นค่าเหมาะสมสุดกว้าง (globally optimal) ถ้า $f_o(x^*) \leq f_o(x)$ สำหรับทุกค่าที่หาค่าได้ทั้งหมดของ x ในทางกลับกันถ้ามีเวกเตอร์ที่หาค่าได้ \bar{x} จะเป็นค่าเหมาะสมเฉพาะที่ (locally optimal) ถ้ามีบางค่า $\varepsilon > 0$ ซึ่ง $f_o(\bar{x}) \leq f_o(x)$ สำหรับทุกค่า x ที่สอดคล้องกับ $\|x - \bar{x}\| \leq \varepsilon$

ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดดังที่กล่าวมาจะเป็นคอนเวกซ์ ถ้าฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นคอนเวกซ์ ฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการ $f_i (i = 0, 1, 2, \dots, m)$ เป็นคอนเวกซ์ และฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการ $h_j(x)$ เป็นสัมพรรคฟังก์ชัน (affine functions) กล่าวคือ สัมพรรคฟังก์ชันคือ h_j จะอยู่ในรูปแบบ $a_j^T x + b_j$ โดย $a_j \in \mathfrak{R}^n$ และ $b_j \in \mathfrak{R}$ หรือเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นรวมทั้งเซตของเงื่อนไขบังคับ S เป็นคอนเวกซ์ โดยปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขดังที่กล่าวมาแล้วทั้งหมด หากเราเปลี่ยนจากการหาค่าต่ำสุด (minimize) เป็นการหาค่าสูงสุด (maximize) และเปลี่ยนเครื่องหมายของสมการของฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการจาก $f_i(x) \leq 0$ เป็น $f_i(x) \geq 0$ และจะเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ ก็ต่อเมื่อทุกค่าของฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ $f_i(x) (i = 0, 1, 2, \dots, m)$ เป็นคอนเวกซ์ ตัวอย่างเช่น ปัญหาการหาค่าสูงสุดของเอนโทรปีซึ่งเป็นคอนเวกซ์ ซึ่งเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \sum_{i=1}^n x_i \log x_i \\ & \text{subject to} && \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ & && Ax = b, \quad j = 1, 2, \dots, r. \end{aligned} \tag{2.31}$$

2.11 รูปแบบปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบภาคตัดกรวยเชิงเส้น (linear conic optimization models)

ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดซึ่งพบและถูกใช้มากในการประยุกต์ทางวิศวกรรมของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบคอนเวกซ์นั้น คือปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบภาคตัดกรวยเชิงเส้น ซึ่งสามารถมองปัญหาได้ในเชิงภาคตัดกรวย สามารถเขียนอยู่ในรูปแบบทั่วไป ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \text{minimize } C \bullet X \\ & \text{subject to } AX = b, \quad X \in \kappa \end{aligned} \quad (2.32)$$

เมื่อ A คือตัวดำเนินการเชิงเส้น (linear operator) ซึ่งทำการส่ง (map) จากปริภูมิยูคลิดีียน (Euclidean space) ไปทั่วถึงยังปริภูมิยูคลิดีียนอื่น ส่วน $C \bullet X$ คือ เมทริกซ์ผลคูณภายใน (matrix inner product) โดยสามารถแบ่งเป็นรูปแบบต่างๆ ได้ดังนี้

1. **กำหนดการเชิงเส้น (linear programming : LP)** คือ $\kappa = \mathbb{R}_+^n$ โดยในกรณีปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบภาคตัดกรวยเชิงเส้นจะลดรูปเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \text{minimize } c^T x \\ & \text{subject to } Ax = b, \quad x \geq 0. \end{aligned} \quad (2.33)$$

2. **กำหนดการกรวยอันดับสอง (second-order cone programming : SOCP)** คือ $\kappa = \prod_{i=1}^n SOC(n_i)$ ให้ $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_k)^T$ กับ $\tilde{x}_i = (t_i, x_i)^T \in SOC(n_i)$ หรือกล่าวได้ว่า $t_i \geq \|x_i\|$ ในกรณีนี้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบภาคตัดกรวยเชิงเส้นจะเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \tilde{c}^T \tilde{x} \\ & \text{subject to } \tilde{A} \tilde{x} = b, \quad \tilde{x}_i \in SOC(n_i), \forall i. \end{aligned} \quad (2.34)$$

ในทางปฏิบัติแล้ว เงื่อนไขบังคับของกำหนดการกรวยอันดับสองจะเขียนอยู่ในรูปแบบของ $\|A'x + b'\| \leq t'$

ในวิทยานิพนธ์นี้จะเป็นรูปแบบกำหนดการกรวยอันดับสอง

3. **กำหนดการกึ่งบวกแน่นอน (semidefinite programming : SDP)** คือ $\kappa = S_+^n$ ในกรณีนี้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบภาคตัดกรวยเชิงเส้นจะเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \text{minimize } C \bullet X \\ & \text{subject to } A_i X = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad X \succeq 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

ถ้าเงื่อนไขบังคับอยู่ในรูปแบบของกรวยอันดับสองก็จะเป็นกำหนดการกรวยอันดับสอง และถ้าเงื่อนไขบังคับอยู่ในรูปแบบของเมทริกซ์กึ่งบวกแน่นอน ก็จะเป็นกำหนดการกึ่งบวกแน่นอน ดังลักษณะรูปแบบของกรวยที่ได้กล่าวมาแล้ว

2.12 วิธีจุดภายใน (interior-point methods)

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงการหาคำนวนหาค่าตอบของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบภาคตัดกรวยเชิงเส้น ซึ่งเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ โดยจะกล่าวถึงขั้นตอนวิธีจุด

ภายในซึ่งถูกใช้ในการคำนวณปัญหาคอนเวกซ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพมาก วิธีการจุดภายในถือเป็นจุดเปลี่ยนแปลงที่สำคัญที่ทำให้ประสบความสำเร็จในการนำมาใช้งานจริงเนื่องจากเป็นวิธีที่ใช้เวลาน้อยคือใช้เวลาเป็นพหุนามเมื่อเทียบกับความซับซ้อนของปัญหา โดยแต่เดิมนั้นวิธีการที่ใช้ในการคำนวณคือวิธีซิมเพล็กซ์ (simplex methods) จะใช้เวลาเป็นเลขชี้กำลัง (exponential time) กับขนาดความซับซ้อนของปัญหา นอกจากนี้เมื่อนำมาใช้กับปัญหาคอนเวกซ์ทำให้คำตอบที่หาค่าได้เป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุด วิธีจุดภายในนั้นถูกนำเสนอและถูกอ้างอิงเป็นอย่างมากจากผลงานของ Nesterov และ Nemerovsky ในปี ค.ศ. 1994 [30] ซึ่งแสดงให้เห็นว่าวิธีการจุดภายในสามารถนำมาใช้กับปัญหาที่เป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ทั้งหมด วิธีจุดภายในจะทำการหาค่าโดยคำตอบที่ได้ในแต่ละรอบจะหาค่าได้โดยแท้ (strictly feasible) ตามชื่อของวิธีจุดภายใน หรือบางครั้งถูกเรียกว่าวิธีขวางกั้น (barrier methods) อันเนื่องมาจากฟังก์ชันที่ถูกใช้ในการคำนวณแต่ละรอบนั้นมีฟังก์ชันขวางกั้น (barrier function) เพื่อใช้รอบรับว่าคำตอบที่หาค่าได้ในแต่ละรอบนั้นหาค่าได้โดยแท้ นอกจากวิธีจุดภายในซึ่งนิยมและถูกใช้เป็นอย่างมากแล้ว ก็ยังมีวิธีการอื่นๆ อีกเช่น วิธีทรงรี (Ellipsoid methods) เป็นต้น โดยในส่วนนี้จะกล่าวถึงพื้นฐานวิธีจุดภายในซึ่งถูกใช้ในการหาค่าตอบของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์

จากปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ ซึ่งมีเงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการ โดยเขียนอยู่ในรูปแบบทั่วไป ดังนี้

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f_o(x) \\ & \text{subject to} && f_i(x) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & && Ax = b. \end{aligned} \quad (2.36)$$

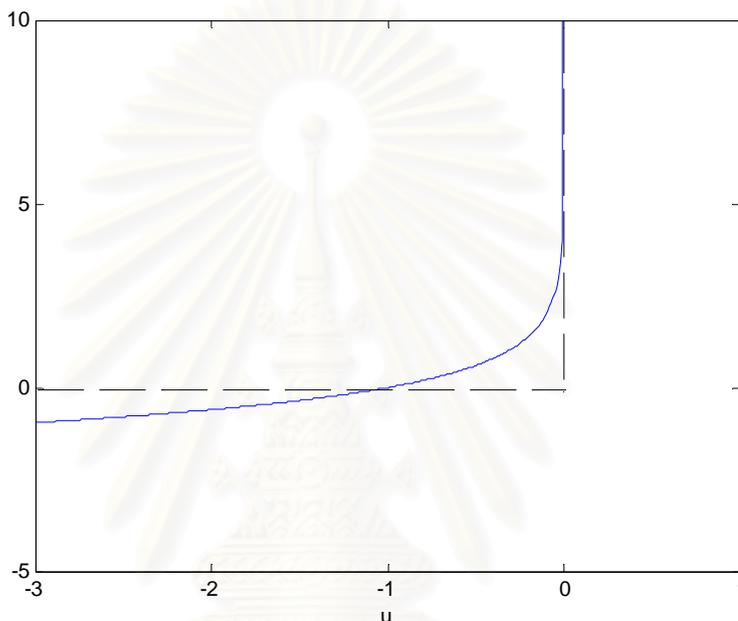
โดยอันดับแรกคือการแปลงปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดซึ่งมีเงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการอยู่ด้วยนั้น เป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดซึ่งมีเงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการเท่านั้น เพื่อที่จะประยุกต์ใช้วิธีการนิวตัน (Newton's methods) ได้ โดยขั้นแรกคือการเขียนปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดซึ่งมีเงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการใหม่โดยให้เงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการนั้นมาแฝงอยู่ในฟังก์ชันจุดประสงค์ ดังนี้

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f_o(x) + \sum_{i=1}^m I_-(f_i(x)) \\ & \text{subject to} && Ax = b. \end{aligned} \quad (2.37)$$

โดยเงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการนั้นแฝงอยู่ในฟังก์ชันของ I_- ซึ่งมีคุณสมบัติ ดังนี้

$$I_-(u) = \begin{cases} 0, & u \leq 0 \\ \infty, & u > 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

การที่เขียนฟังก์ชันของเงื่อนไขบั้งคับที่เป็นอสมการแฝงอยู่ในฟังก์ชัน I_- เพื่อไม่ให้ส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงกับการหาค่าต่ำสุดของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด โดยการเขียนในรูปแบบนี้จะไม่ส่งผลต่อคำตอบของปัญหา หรือกล่าวได้ว่าไม่ทำให้ลักษณะของปัญหาเปลี่ยนแปลงไป โดยสามารถอธิบายลักษณะของฟังก์ชัน I_- ได้คือเส้นประดังแสดงในรูปที่



รูปที่ 2.13 กราฟฟังก์ชันขวางกั้น

อย่างไรก็ตามแม้ว่าจะเขียนเงื่อนไขบั้งคับที่เป็นอสมการแฝงในฟังก์ชัน I_- ในฟังก์ชันจุดประสงค์แล้วทำให้ไม่เกิดปัญหาดังที่กล่าว และทำให้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดนั้นไม่มีเงื่อนไขบั้งคับที่เป็นอสมการแล้วก็ตาม แต่ฟังก์ชันจุดประสงค์ที่เขียนขึ้นใหม่นั้นไม่สามารถทำการหาอนุพันธ์ได้ จึงยังไม่สามารถที่จะนำวิธีการนิวตันมาประยุกต์ใช้ได้ ซึ่งยังต้องนำวิธีขวางกั้นมาช่วยดังที่จะกล่าวต่อไป

แนวคิดของวิธีขวางกั้น คือการหาฟังก์ชันที่มีลักษณะเพิ่มเติมจากที่กล่าวไปแล้วคือไม่ให้ส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงกับการหาค่าต่ำสุดของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด ดังตัวอย่างเช่นฟังก์ชัน I_- และต้องมีคุณสมบัติเพิ่มเติมคือ สามารถทำการหาอนุพันธ์ได้ด้วย โดยฟังก์ชันหนึ่งซึ่งมีคุณลักษณะดังที่กล่าวคือ การทำการประมาณฟังก์ชัน I_- ด้วยฟังก์ชันซึ่งมีลักษณะ ดังนี้

$$\hat{I}_-(u) = -(1/t)\log(-u), \quad \text{dom } \hat{I}_- = -\Re + +. \quad (2.39)$$

อธิบายลักษณะฟังก์ชันได้ ดังนี้ เมื่อ $t > 0$ เป็นค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดความเที่ยงตรงในการประมาณค่า ฟังก์ชัน I_- นี้จะเหมือนฟังก์ชัน I_+ ก็เป็นคอนเวกซ์และไม่มีค่าลดลง แต่มีความแตกต่างคือฟังก์ชัน I_- นี้สามารถทำการหาอนุพันธ์ได้ เมื่อเพิ่มค่า u ให้เข้าใกล้ 0 ค่าของฟังก์ชันจะเพิ่มเข้าสู่ ∞ ดังรูปซึ่งแสดงด้วยเส้นทึบของฟังก์ชัน I_- ที่ค่า t ต่างๆ โดยหากเราเลือกค่า t ซึ่งมีค่ามาก การประมาณก็จะมีค่าถูกต้องมากขึ้น หลังจากได้ฟังก์ชัน I_- ซึ่งมีคุณลักษณะดังต้องการแล้วจึงนำไปแทนฟังก์ชัน I_+ ในปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & f_0(x) + \sum_{i=1}^m -(1/t) \log(-f_i(x)) \\ \text{subject to} \quad & Ax = b. \end{aligned} \quad (2.40)$$

ทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ได้ยังคงคอนเวกซ์ เนื่องจากฟังก์ชัน $-(1/t) \log(-u)$ นั้นคอนเวกซ์ และมีลักษณะมีค่าเพิ่มขึ้นใน u รวมทั้งสามารถหาอนุพันธ์ได้ด้วย จึงสามารถนำวิธีนิวตันมาประยุกต์ใช้ได้

ด้วยลักษณะของฟังก์ชันข้างก้นที่เป็นฟังก์ชันของลอการิทึม บางครั้งจึงอาจเรียกวิธีนี้ว่าฟังก์ชันลอการิทึม (logarithmic barrier)

การที่จะนำวิธีจุดภายในมาใช้นั้นจึงต้องทำการแปลงปัญหาของระบบซึ่งโดยปกติแล้วจะไม่อยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์ ให้เป็นรูปแบบคอนเวกซ์แบบใดแบบหนึ่งดังที่กล่าวมาแล้ว ซึ่งวิธีการแปลง (formulate) ปัญหาให้มาอยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์นั้น ไม่มีวิธีการที่เป็นขั้นตอนตรงไปตรงมา วิธีการแปลงจึงอาศัยประสบการณ์และการเห็นตัวอย่างวิธีการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์ของระบบต่างๆ ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นเทคนิควิธีการซึ่งอาจนำมาใช้กับการแปลงปัญหาของระบบที่เราทำการพิจารณาได้ อย่างไรก็ตามพอจะกล่าวถึงวิธีหลักๆ ที่นำมาใช้ในการแปลงปัญหาให้มาอยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์ ได้ วิธีการหนึ่ง คือการเปลี่ยนตัวแปร (change of variables) ของปัญหาซึ่งไม่อยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์ โดยยังคงสมมูลกับปัญหาคอนเวกซ์ ตัวอย่างเช่นปัญหาการหาค่าน้อยสุดของการหาค่าเหมาะที่สุดซึ่งไม่อยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์ ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \frac{1}{(1+x^2)} \\ \text{subject to} \quad & x^2 \geq 1. \end{aligned} \quad (2.41)$$

ซึ่งทั้งฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขดังกล่าวไม่เป็นคอนเวกซ์ เราสามารถทำการเขียนปัญหานี้ใหม่โดยการเปลี่ยนตัวแปรโดยให้ $y = x^2$ ซึ่งจะทำให้ปัญหาดังกล่าวเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && \frac{1}{(1+y)} \\ & \text{subject to} && y \geq 1. \end{aligned} \tag{2.42}$$

ซึ่งปัญหาดังกล่าวจะกลายเป็นปัญหาคอนเวกซ์ โดยทำให้สามารถหาค่าเหมาะที่สุดได้คือ y แล้วจึงหาค่า x ได้ด้วยการแทนด้วย $x = \sqrt{y}$



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

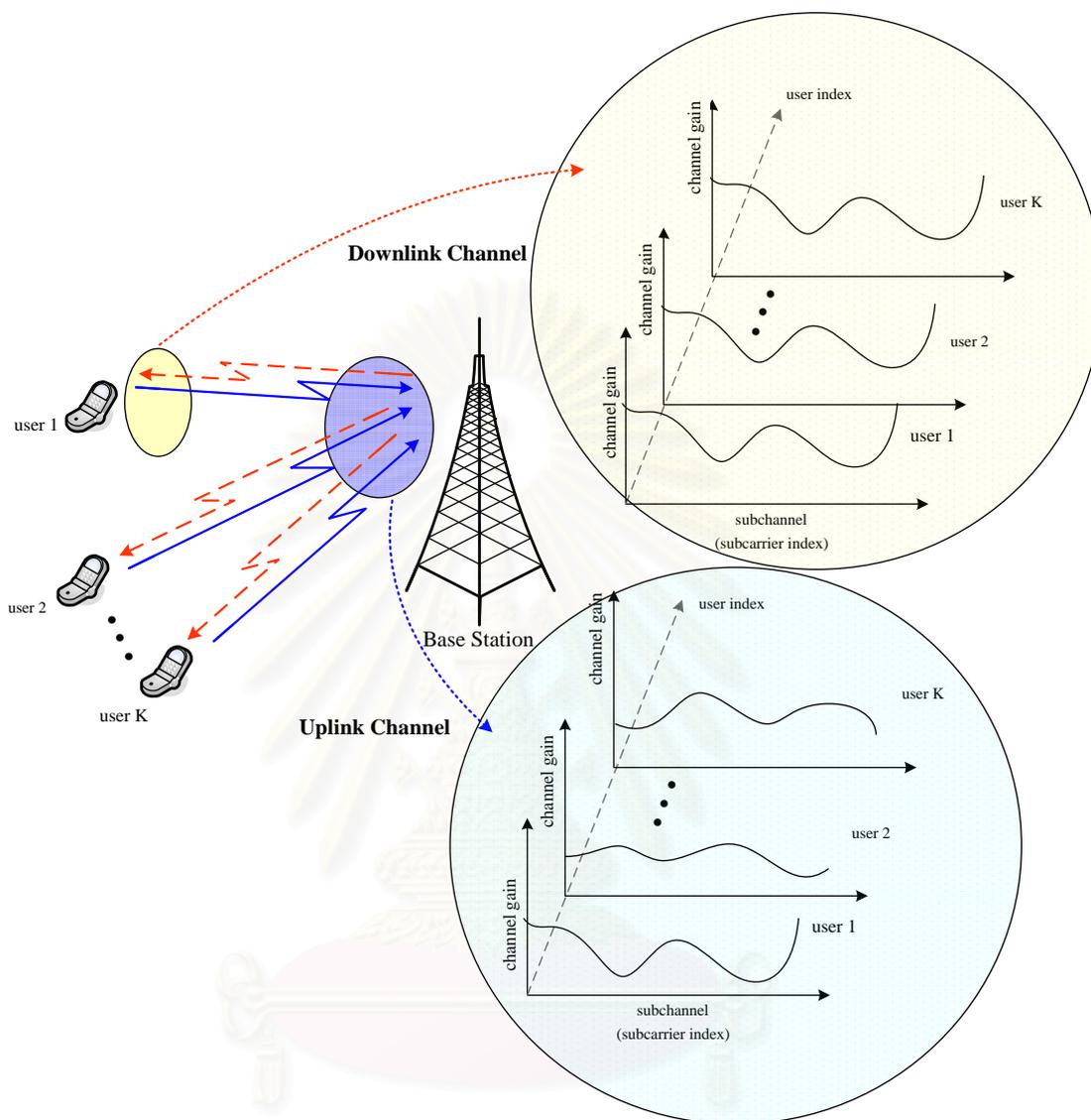
การทำให้เครื่องรับส่งเหมาะสมที่สุดสำหรับข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นหลายผู้ใช้ในระบบมัลติแคร์ เรียร์ซีดีเอ็มเอ

จากพื้นฐานระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอ และการหาค่าเหมาะที่สุดดังที่กล่าวมาในบทที่แล้วนั้น ในบทนี้จะกล่าวถึงการนำพื้นฐานของระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอมาใช้ในการออกแบบระบบซึ่งมีการใช้พรีโคเดอร์ที่เครื่องส่ง และตัวตรวจหาที่เครื่องรับ โดยพรีโคเดอร์ที่เครื่องส่งถูกใช้เพื่อการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของผู้ใช้แต่ละรายให้เหมาะสมกับสถานะช่องสัญญาณ โดยตัวตรวจหาที่เครื่องรับจะมีค่าเปลี่ยนแปลงสัมพันธ์กับค่าพรีโคเดอร์ที่ใช้ที่เครื่องส่ง เพื่อใช้บนช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นซึ่งมีผู้ใช้หลายรายในระบบ จากนั้นจึงนำสมการของแบบจำลองของระบบที่ประกอบด้วยพรีโคเดอร์และตัวตรวจหาที่ได้มาหาคำตอบโดยการประยุกต์ใช้เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดเพื่อหาค่าพรีโคเดอร์และตัวตรวจหาดังกล่าว

3.1 แนวคิดที่นำเสนอ

ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นนั้นแตกต่างจากในข่ายเชื่อมโยงขาลง โดยในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นนั้น สัญญาณข้อมูลของผู้ใช้แต่ละรายจากโทรศัพท์เคลื่อนที่ จะถูกส่งออกจากตำแหน่งที่แตกต่างกันไปยังสถานีฐาน โดยพิจารณาสัญญาณที่รับได้ที่สถานีฐาน ซึ่งประกอบด้วยสัญญาณของผู้ใช้แต่ละรายซึ่งถูกรบกวนด้วยค่าสัมประสิทธิ์ช่องสัญญาณที่แตกต่างกันรวมกัน แตกต่างจากกรณีในข่ายเชื่อมโยงขาลงซึ่งพิจารณาสัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับโทรศัพท์เคลื่อนที่ของผู้ใช้รายที่สนใจ ซึ่งสัญญาณของผู้ใช้ทุกรายที่ส่งออกจากสถานีฐานนั้นจะถูกรบกวนด้วยค่าสัมประสิทธิ์ช่องสัญญาณด้วยค่าเดียวกัน แสดงดังรูปที่ 3.1

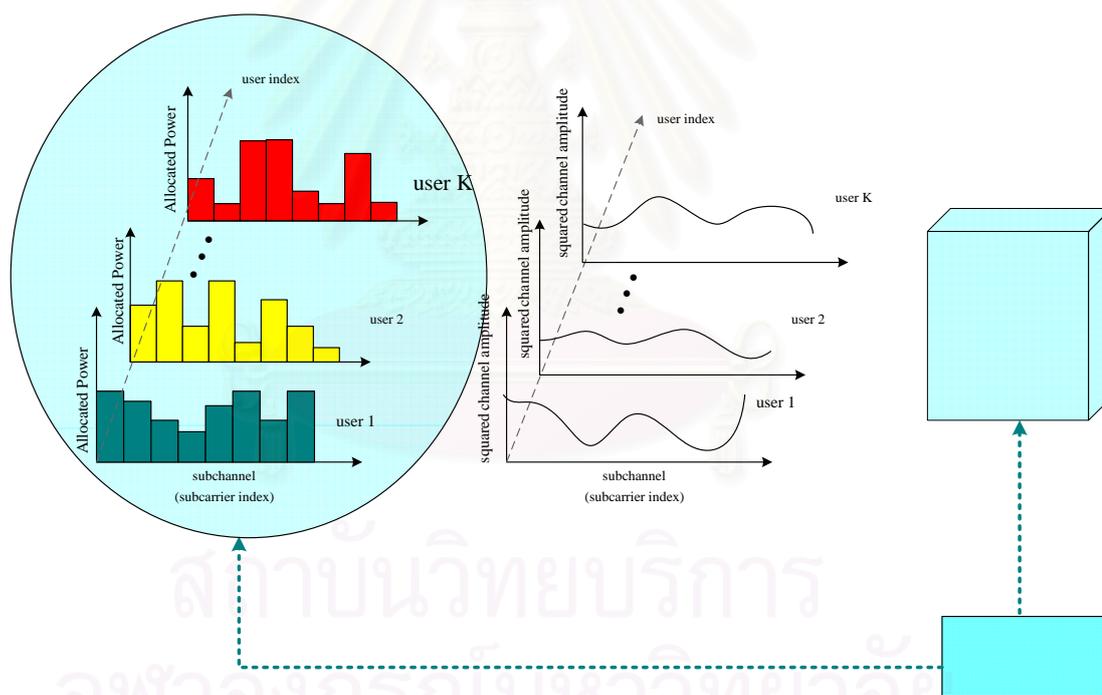
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.1 สัมประสิทธิ์ช่องสัญญาณ ในข่ายเชื่อมโยงขาลง และในข่ายเชื่อมโยงขาของระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอ

วิธีการดั้งเดิมที่ใช้ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น โดยการแก้ปัญหาที่เครื่องรับเพียงด้านเดียวซึ่งใช้เครื่องรับแบบที่ให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดแบบผู้ใช้หลายราย โดยเครื่องรับชนิดนี้จะทำการหาค่าตัวตรวจหาที่ใช้ที่เครื่องรับเพื่อแยกสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้แต่ละรายออกจากกันบนเกณฑ์ที่ให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด โดยเครื่องรับชนิดนี้จะพิจารณาว่าค่ากำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยที่เครื่องส่งใช้นั้นเป็นเอกรูป อย่างไรก็ตามวิธีการนี้สัญญาณที่รับได้ที่สถานีฐานซึ่งประกอบด้วยสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้โทรศัพท์เคลื่อนที่แต่ละรายซึ่งถูกส่งออกจากสถานที่แตกต่างกันจะถูกลดทอนด้วยค่าสัมประสิทธิ์ช่องสัญญาณที่แตกต่างกัน ส่งผลให้การที่

เครื่องส่งของผู้ใช้แต่ละรายที่ใช้กำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยเป็นเอกภูปนนั้น ที่เครื่องรับที่สถานีฐานเมื่อรับสัญญาณที่ได้ของผู้ใช้ทุกรายรวมกันแล้วใช้ตัวตรวจหาดังกล่าวแล้ว จึงได้สมรรถนะที่ได้ในระดับหนึ่ง อย่างไรก็ตามหากเครื่องรับที่สถานีฐานสามารถส่งค่าพรีโคดเดอร์กลับไปยังเครื่องส่งของผู้ใช้โทรศัพท์เคลื่อนที่แต่ละรายเพื่อทำการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยให้เหมาะสมกับสถานะช่องสัญญาณของผู้ใช้แต่ละราย แล้วใช้ตัวตรวจหาที่เครื่องรับที่สถานีฐานใหม่ซึ่งมีค่าสัมพันธ์กับพรีโคดเดอร์ที่หาค่าได้ บนเกณฑ์ที่ทำให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของระบบมีค่าต่ำสุด โดยอาศัยเทคนิคการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดมาใช้ในการหาค่าพรีโคดเดอร์และตัวตรวจหาดังกล่าว ซึ่งเป็นแนวคิดวิธีการปรับปรุงสมรรถนะของระบบที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ดังแสดงในรูปที่ 3.2

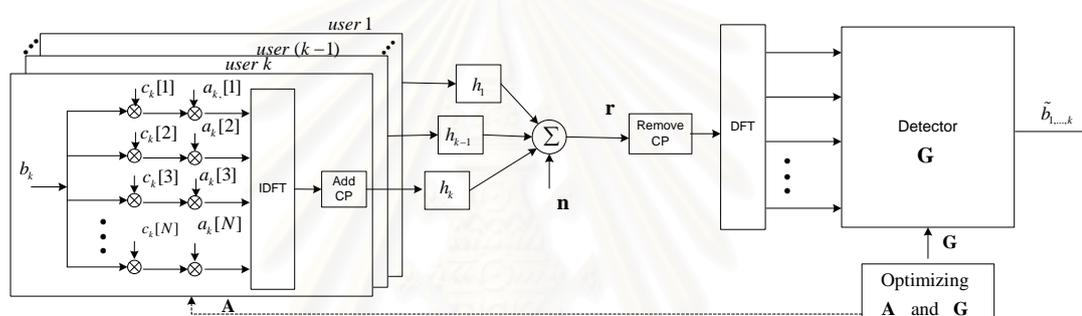


รูปที่ 3.2 แนวคิดที่นำเสนอโดยการออกแบบหาค่าพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งเพื่อจัดสรรกำลังงานที่ใช้ในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของผู้ใช้แต่ละราย ร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับโดยอาศัยเทคนิคการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

จากแนวคิดวิธีการที่นำเสนอเพื่อปรับปรุงสมรรถนะของระบบดังกล่าว จึงนำไปสู่ขั้นตอนในการออกแบบเพื่อหาค่าพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งและตัวตรวจหาที่เครื่องรับ ดังต่อไปนี้

3.2 ขั้นตอนการออกแบบวิธีการที่นำเสนอ

พิจารณาระบบมัลติแคร์เรียร์ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น กล่าวคือสัญญาณจากผู้ใช้งานโทรศัพท์เคลื่อนที่ของผู้ใช้แต่ละรายถูกส่งออกจากสถานที่แตกต่างกัน ผ่านช่องสัญญาณที่มีค่าแตกต่างกันไปยังเครื่องรับที่สถานีฐาน สัญญาณที่รับได้ที่สถานีฐานจะประกอบด้วยสัญญาณรวมของผู้ใช้ทุกรายซึ่งถูกกลทอนด้วยช่องสัญญาณด้วยค่าที่แตกต่างกันดังกล่าว บวกกับสัญญาณรบกวน และระบบมีการเติมอุปสรรคหมูนวนเพียงพอ แสดงแบบจำลองดังกล่าวได้ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แบบจำลองระบบที่มีการออกแบบหาค่าพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นหลายผู้ใช้งานระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอ

3.2.1 เครื่องส่ง

อธิบายเครื่องส่งได้ดังนี้ โดยสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้แต่ละราย b_k จะถูกคูณด้วยรหัสแผ่ของผู้ใช้แต่ละราย $\mathbf{c}_k = (c_k[1], c_k[2], \dots, c_k[N])^T$ โดยรหัสแผ่ของผู้ใช้แต่ละรายจะมีค่าแตกต่างกัน โดยความยาวของรหัสแผ่ที่ใช้เท่ากับจำนวนคลื่นพาห่อย่อย N หลังจากนั้นสัญญาณที่ได้จะถูกคูณด้วยพรีโคดเดอร์ $\mathbf{a}_k = (a_k[1], a_k[2], \dots, a_k[N])^T$ แล้วในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยจะถูกมอดูเลชันโดยใช้การแปลงฟูริเยร์ผกผันแบบไม่ต่อเนื่อง สัญญาณที่ได้จะถูกเติมด้วยอุปสรรคหมูนวนก่อนถูกส่งออกไป สามารถเขียนสมการแสดงสัญญาณที่ส่ง $s_k(t)$ ได้ ดังนี้

$$s_k(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} s_k^i(t - iT_s) \quad (3.1)$$

เมื่อ

$$s_k^i(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N c_k[n] a_k[n] b_k[i] e^{j2\pi(t - T_{CP}) \frac{n}{T_B}} p_T \left(\frac{t}{T_S} \right)$$

โดย T_S คือความยาวสัญลักษณ์ของมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอ T_{CP} คือความยาวสัญลักษณ์ของอุปสรรคหมุนวน ดังนั้นความยาวสัญลักษณ์ของมัลติแครี่เรียร์ซีดีเอ็มเอซึ่งไม่รวมความยาวอุปสรรคหมุนวนจะเท่ากับ $T_B = T_S - T_{CP}$ สำหรับ $p_T(t)$ แทนรูปคลื่นสี่เหลี่ยมซึ่งเขียนได้ดังนี้

$$p_T(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3.2)$$

3.2.2 แบบจำลองช่องสัญญาณ

พิจารณาช่องสัญญาณเฟดดิ้งแบบเลือกความถี่ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น ซึ่งสัญญาณที่ส่งออกจากโทรศัพท์เคลื่อนที่ของผู้ใช้แต่ละรายถูกส่งออกมาจากตำแหน่งที่แตกต่างกัน ไปยังเครื่องรับที่สถานีฐาน หลังจากนั้นที่สถานีฐานจะทำการประมาณเมทริกซ์ของช่องสัญญาณของผู้ใช้ทุกรายและค่าสหสัมพันธ์ของสัญญาณรบกวนซึ่งเรียกว่าสถานะช่องสัญญาณ สำหรับช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถี ของผู้ใช้แต่ละรายจะสามารถแทนได้ด้วยแบบจำลอง (wide sense stationary uncorrelated scattering : WSSUS) โดยสามารถเขียนแบบจำลองช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีที่มีจำนวน L วิถี ของผู้ใช้แต่ละรายได้ ดังนี้

$$h_k(\tau, t) = \sum_{l=1}^L \alpha_{k,l} \delta(t - \tau_l(t)) \quad (3.3)$$

เมื่อ $\alpha_{k,l}$ คือค่าเชิงซ้อนของอัตราขยายช่องสัญญาณ (complex-value channel gain) สำหรับวิถีลำดับที่ l^{th} ของผู้ใช้ลำดับที่ k^{th} ค่า $\tau_l(t)$ คือเวลาหน่วงสำหรับวิถีลำดับที่ l^{th}

3.2.2 เครื่องรับ

สัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับของสถานีฐานนั้น จะเป็นการรวมกันของสัญญาณที่ถูกส่งออกจากโทรศัพท์เคลื่อนที่ของผู้ใช้แต่ละรายกับค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ด้วยการทำสังวัตนาการเชิงเส้น สัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับ $r_k(t)$ สามารถเขียนอยู่ในรูปแบบเบสแบนด์ (baseband) ในโดเมนเวลาได้ ดังนี้

$$r(t) = \sum_{k=0}^{K-1} r_k(t) + n(t) \quad (3.4)$$

เมื่อ

$$r_k(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_{k,l} \sum_{i=-\infty}^{\infty} s_k^i(t - \tau_k(l) - iT_S)$$

เนื่องจากการใช้อุปสรรคหมุนวนเพื่อป้องกันการเกิดการรบกวนระหว่างสัญลักษณ์ และด้วยการใช้ตัวดำเนินการแปลงฟูริเยร์แบบไม่ต่อเนื่อง ทำให้เมทริกซ์ช่องสัญญาณมีลักษณะเชิงวงกลม (circulant) และทแยงมุม (diagonal) [22] สัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับจึงสามารถเขียนอยู่ในรูปแบบในโดเมนความถี่ ได้ดังนี้

$$\mathbf{r} = \sum_{l=1}^K \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{c}_l b_l + \mathbf{n} \quad (3.5)$$

เมื่อ

$\mathbf{r} = (r[1], r[2], \dots, r[N])^T$ แทนสัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับ

$\mathbf{H}_k = \text{diag}(H_k[1], H_k[2], \dots, H_k[N])$ แทนสัมประสิทธิ์ช่องสัญญาณของผู้ใช้แต่ละราย

$\mathbf{A}_k = \text{diag}(a_k[1], a_k[2], \dots, a_k[N])$ แทนพรีโคเดอร์ที่ต้องการหาที่เครื่องส่ง

$\mathbf{c}_k = (c_k[1], c_k[2], \dots, c_k[N])^T$ แทนรหัสแผ่ของผู้ใช้แต่ละราย

b_k แทนสัญญาณข้อมูลที่ส่งของผู้ใช้แต่ละราย

$\mathbf{n} = (n[1], n[2], \dots, n[N])^T$ แทนสัญญาณรบกวน

เมื่อ $\mathbf{H}_k = \text{diag}(H_k[1], H_k[2], \dots, H_k[N])$ แทนช่องสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนเขียนโดย $H_k[i]$ คือผลตอบสนองทางความถี่ของช่องสัญญาณผู้ใช้ลำดับที่ k^{th} ที่ตำแหน่ง i^{th} ของความถี่ $\omega_i = 2\pi i/n$ จากการแปลงฟูริเยร์ และ $\mathbf{c}_k = (c_k[1], c_k[2], \dots, c_k[N])^T$ แทนรหัสแผ่ของผู้ใช้แต่ละราย พรีโคเดอร์เขียนแทนด้วย $\mathbf{A}_k = \text{diag}(a_k[1], a_k[2], \dots, a_k[N])$ ข้อมูลของผู้ใช้แต่ละรายแทนด้วย b_k ซึ่งถูกจำลองอย่างขนานไปยังแต่ละคลื่นพาห่อย่อย N สำหรับสัญญาณรบกวนนั้นเขียนแทนด้วย \mathbf{n}

โดยปกติแล้ววิธีการตรวจหาสัญญาณที่ใช่ที่เครื่องรับเพื่อที่จะให้มีค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (signal-to-noise-interference-plus-noise ratio : SINR) มากที่สุดนั้น

จะใช้ตัวตรวจหาแบบที่ให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด โดยตัวตรวจหาชนิดนี้จะเป็นการหาค่า \mathbf{G}_k ที่จะใช้ที่เครื่องรับเพื่อทำการประมาณสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้แต่ละราย ดังนี้

$$\hat{b}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{r} \quad (3.6)$$

โดย $\mathbf{G}_k = \text{diag}(G_k[1], G_k[2], \dots, G_k[N])$ แทนตัวตรวจหาที่ใช้ที่เครื่องรับเพื่อตรวจหาสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้แต่ละราย เมื่อคุณสัญญาณที่เครื่องรับรับได้ที่เครื่องรับคือ $\mathbf{r} = (r[1], r[2], \dots, r[N])^T$ ด้วยตัวตรวจหา \mathbf{G}_k จะได้สัญญาณข้อมูลที่ตรวจหาได้ของผู้ใช้แต่ละราย \hat{b}_k

สามารถเขียนสมการค่าความผิดพลาดของผู้ใช้รายที่ k ได้ โดยค่าความผิดพลาดของผู้ใช้รายที่ k คือ e_k นั้นหาได้จากผลต่างของสัญญาณข้อมูลที่ตรวจหาได้ \hat{b}_k กับ สัญญาณข้อมูลที่ส่ง b_k แล้วทำการแทน \hat{b}_k ด้วย $\mathbf{G}_k \mathbf{r}$ และจัดพจน์ใหม่ได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} e_k &= \hat{b}_k - b_k \\ &= \mathbf{G}_k \mathbf{r} - b_k \\ &= \sum_{l=1}^K \mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{c}_l b_l + \mathbf{G}_k \mathbf{n} - b_k \\ &= (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k - 1) b_k + \sum_{\substack{l=1, \\ l \neq k}}^K \mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{c}_l b_l + \mathbf{G}_k \mathbf{n} \end{aligned} \quad (3.7)$$

จากนั้นนำค่าความผิดพลาด e_k ที่ได้มาหาค่าความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (covariance) ของค่าความผิดพลาดของผู้ใช้แต่ละราย $E\{e_k e_k^H\}$ ได้โดยการแทนค่าความผิดพลาด e_k จากสมการแล้วทำการกระจายพจน์ต่างๆ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E\{e_k e_k^H\} &= E\{b_k b_k^H\} (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k - 1) (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k - 1)^H + E\left\{ \sum_{l=1, l \neq k}^K (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{c}_l b_l) (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k - 1)^H \right\} + E\{\mathbf{n} b_k^H\} \mathbf{G}_k (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k - 1)^H \\ &\quad + E\{(\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k - 1) b_k \sum_{l=1, l \neq k}^K (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{c}_l b_l)^H\} + E\left\{ \sum_{l=1, l \neq k}^K \sum_{m=1, m \neq k}^K (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{c}_l b_l) (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_m \mathbf{A}_m \mathbf{c}_m b_m)^H \right\} + E\{\mathbf{G}_k \mathbf{n} \sum_{l=1, l \neq k}^K (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{c}_l b_l)^H\} \\ &\quad + E\{b_k \mathbf{n}^H\} (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k - 1) \mathbf{G}_k^H + E\left\{ \sum_{l=1, l \neq k}^K (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{c}_l b_l) (\mathbf{G}_k \mathbf{n})^H \right\} + E\{\mathbf{n} \mathbf{n}^H\} \mathbf{G}_k \mathbf{G}_k^H \end{aligned} \quad (3.8)$$

และโดยอาศัยข้อกำหนดคุณสมบัติต่างๆ เมื่อค่าสหสัมพันธ์ของสัญญาณที่ส่งถูกทำให้เป็นบรรทัดฐาน (normalized) สัญญาณของผู้ใช้กับสัญญาณรบกวนไม่สหสัมพันธ์ สัญญาณของผู้ใช้แต่ละรายไม่สหสัมพันธ์ และรู้ค่าเมทริกซ์สหสัมพันธ์ของสัญญาณรบกวน [8] ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} E\{b_k b_k^H\} &= 1, \quad k = 1, 2, \dots, K \\ E\{b_k \mathbf{n}^H\} &= 0, \quad k = 1, 2, \dots, K, \\ E\{b_k b_l^H\} &= 0, \quad k, l = 1, 2, \dots, K, \quad k \neq l \\ E\{\mathbf{n} \mathbf{n}^H\} &= \mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (3.9)$$

โดยอาศัยคุณสมบัติต่างๆ ดังที่กล่าว เมื่อนำไปแทนค่าในสมการที่ (3.8) จะทำให้สามารถเขียนค่าความแปรปรวนร่วมเกี่ยว ของค่าความผิดพลาดของผู้ใช้รายที่ k คือ $E\{e_k e_k^H\}$ ได้ใหม่ ดังนี้

$$E\{e_k e_k^H\} = (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k - 1)(\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k - 1)^H + \sum_{l=1, l \neq k}^K (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{c}_l)(\mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{c}_l)^H + \mathbf{G}_k \mathbf{R} \mathbf{G}_k^H \quad (3.10)$$

เมื่อให้ค่าผกผันของความแปรปรวนร่วมเกี่ยวของสัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับคือ \mathbf{W} เพื่อนำมาใช้ในการเขียนค่า $E\{e_k e_k^H\}$ ใหม่ โดยค่า \mathbf{W} สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\mathbf{W} = \left(\sum_{k=1}^K (\mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H \mathbf{A}_k^H \mathbf{H}_k^H) + \sigma^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \quad (3.11)$$

โดยเมื่อนำสมการที่ (3.11) ไปแทนในสมการที่ (3.10) จะทำให้สามารถเขียนสมการ $E\{e_k e_k^H\}$ ของผู้ใช้แต่ละรายใหม่ได้ ดังนี้

$$E\{e_k e_k^H\} = \mathbf{G}_k \mathbf{W}^{-1} \mathbf{G}_k^H - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k - (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k)^H + 1 \quad (3.12)$$

จากสมการที่ (3.12) สามารถนำไปเขียนในรูปในลักษณะปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดทั่วไปได้ เพื่อหาค่าต่ำสุดบนเกณฑ์ของค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย โดยเป้าหมายคือการหาค่าพรีโคดเดอร์ \mathbf{A}_k ของผู้ใช้แต่ละรายที่จะถูกใช้ที่เครื่องส่ง ร่วมกับตัวตรวจหา \mathbf{G}_k ที่จะถูกใช้ที่เครื่องรับเพื่อตรวจหาสัญญาณข้อมูล ของผู้ใช้แต่ละราย \hat{b}_k ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \underset{\{\mathbf{A}_k, \mathbf{G}_k\}, k=1,2,\dots,K}{\text{minimize}} && \text{trace} \left(\sum_{k=1}^K E\{e_k e_k^H\} \right) \\ & \text{subject to} && \text{trace}(\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H) \leq p_k, \quad k = 1, 2, \dots, K. \end{aligned} \quad (3.13)$$

อธิบายสมการที่ (3.13) ได้ดังนี้ โดยเป็นปัญหาการหาค่าต่ำสุด โดยมีฟังก์ชันจุดประสงค์คือค่าความผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองของระบบซึ่งประกอบด้วยผู้ใช้ทุกราย และมีเงื่อนไขบังคับคือกำลังรวมในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของพรีโคดเดอร์ \mathbf{A}_k ซึ่งถูกจำกัด โดยผลรวมของกำลังงานทุกคลื่นพาห่อย่อยของผู้ใช้แต่ละรายมีค่าไม่ให้เกินค่า p_k ของผู้ใช้แต่ละรายที่กำหนด เป้าหมายคือการหาค่าพรีโคดเดอร์ \mathbf{A}_k ซึ่งสอดคล้องตามเงื่อนไขบังคับ และตัวตรวจหา \mathbf{G}_k ซึ่งสอดคล้องกับค่าพรีโคดเดอร์ โดยทำให้ผลรวมของค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยทั้งระบบมีค่าต่ำสุด

อย่างไรก็ตามปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด ดังสมการที่ (3.13) นั้นเนื่องจากฟังก์ชันจุดประสงค์ประกอบด้วยตัวตรวจหา \mathbf{G}_k ซึ่งไม่ใช่ตัวแปรในเงื่อนไขบังคับ ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดดังกล่าวจึงเป็นปัญหาไม่คอนเวกซ์ เราจะทำการกำจัดตัวแปร \mathbf{G}_k โดยเขียนให้อยู่ใน

รูปของตัวแปรในเงื่อนไขบังคับ \mathbf{A}_k โดย \mathbf{G}_k ที่ใช้ในเครื่องรับแบบที่ให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดเมื่อทำการคงค่าของ \mathbf{A}_k ไว้สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{c}_k^H \mathbf{A}_k^H \mathbf{H}_k^H \mathbf{W} \quad (3.14)$$

หลังจากนั้นนำค่า \mathbf{G}_k ในสมการที่ (3.14) ไปแทนในสมการที่ (3.12) จะทำให้สามารถเขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ใหม่โดยอยู่ในรูปของการหาค่าตัวพริโคเดออร์ \mathbf{A}_k ซึ่งทำให้สมการค่าความแปรปรวนร่วมเกี่ยว ของค่าความผิดพลาดของผู้ใช้รายที่ k คือ $E\{e_k e_k^H\}$ เขียนได้ ดังนี้

$$E\{e_k e_k^H\} = -\mathbf{c}_k^H \mathbf{A}_k^H \mathbf{H}_k^H \mathbf{W} \mathbf{H}_k^H \mathbf{A}_k^H \mathbf{c}_k^H + 1 \quad (3.14)$$

และสามารถเขียนค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (mean square error : MSE) ของระบบในฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ใหม่ โดยใช้ค่า $E\{e_k e_k^H\}$ ที่ได้จากสมการที่ (3.14) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \text{trace} \left(\sum_{k=1}^K E(e_k e_k^H) \right) \\ &= -\sum_{k=1}^K \left(\text{trace}(\mathbf{c}_k^H \mathbf{A}_k^H \mathbf{H}_k^H \mathbf{W} \mathbf{H}_k^H \mathbf{A}_k^H \mathbf{c}_k^H) \right) + (KN) \\ &= -\text{trace} \left(\mathbf{W} \sum_{k=1}^K (\mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H \mathbf{A}_k^H \mathbf{H}_k^H) \right) + KN \\ &= -\text{trace}(\mathbf{W}(\mathbf{W}^{-1} - \mathbf{R})) + KN \\ &= \text{trace}(\mathbf{W}\mathbf{R}) + (K-1)N \end{aligned} \quad (3.15)$$

จากนั้นจะใช้วิธีการเปลี่ยนตัวแปร เพื่อเขียนให้อยู่ในรูปของตัวแปร \mathbf{U}_k โดยกำหนดให้ $\mathbf{U}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H$ ซึ่งจะทำให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยในฟังก์ชันจุดประสงค์เขียนได้ ดังนี้

$$\text{MSE} = \text{trace} \left(\left(\sum_{k=1}^K (\mathbf{H}_k \mathbf{c}_k \mathbf{U}_k \mathbf{c}_k^H \mathbf{H}_k^H) + \mathbf{R} \right)^{-1} \mathbf{R} \right) + (K-1)N \quad (3.16)$$

และเงื่อนไขบังคับเขียนได้ใหม่ ดังนี้

$$\text{trace}(\mathbf{U}_k) \leq p_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (3.17)$$

ดังนั้นสามารถเขียนอยู่ในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดได้ใหม่ดังนี้

$$\begin{aligned} & \underset{\{\mathbf{U}_k\}, k=1,2,\dots,K}{\text{minimize}} \quad \text{trace}\left(\left(\sum_{k=1}^K (\mathbf{H}_k \mathbf{c}_k \mathbf{U}_k \mathbf{c}_k^H \mathbf{H}_k^H) + \sigma^2 \mathbf{I}\right) \sigma^2 \mathbf{I}\right) \\ & \text{subject to} \quad \text{trace}(\mathbf{U}_k) \leq p_k, \quad k=1,2,\dots,K. \\ & \quad \quad \quad \mathbf{U}_k \succeq 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

เนื่องจากช่องสัญญาณ \mathbf{H}_k และ \mathbf{U}_k นั้นค่าต่างๆอยู่ในแนวทแยง ทำให้สามารถลดรูปเขียนปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{w}, \{\mathbf{U}_k\}, k=1,2,\dots,K}{\text{minimize}} \quad \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \mathbf{w}[i] \\ & \text{subject to} \quad \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_k[i] \leq p_k, \quad k=1,2,\dots,K \\ & \quad \quad \quad \mathbf{w}[i] \left(\sum_{k=1}^K (|H_k[i] \bullet c_k[i]|^2 \mathbf{u}_k[i]) + \sigma_i^2 \right) \geq 1 \\ & \quad \quad \quad \mathbf{u}_k[i] \geq 0, \quad i=1,2,\dots,N \\ & \quad \quad \quad k=1,2,\dots,K \end{aligned} \quad (3.19)$$

อย่างไรก็ตามเงื่อนไขบังคับ $\mathbf{w}[i] \left(\sum_{k=1}^K (|H_k[i] \bullet c_k[i]|^2 \mathbf{u}_k[i]) + \sigma_i^2 \right) \geq 1$ ในปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดในสมการที่ (3.19) ยังไม่อยู่ในรูปแบบกรวยอันดับสอง ซึ่งเป็นคอนเวกซ์ ดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 ทำให้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดดังกล่าว ยังไม่สามารถที่จะใช้ตัวแก้ปัญหาซึ่งอาศัยวิธีจุดภายใน เช่น SeDuMi เพื่อใช้คำนวณหาค่าตอบของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ได้ ดังนั้นจึงทำการแปลงเงื่อนไขบังคับนี้ให้อยู่ในรูปแบบของกรวยอันดับสองเสียก่อน ขั้นตอนสามารถทำได้ดังนี้ เมื่อพิจารณาจากเงื่อนไขบังคับ

$$\mathbf{w}[i] \left(\sum_{k=1}^K (|H_k[i] \bullet c_k[i]|^2 \mathbf{u}_k[i]) + \sigma_i^2 \right) \geq 1 \quad (3.20)$$

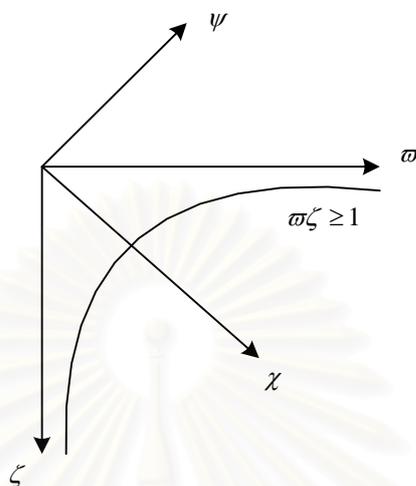
โดยกำหนดให้ ζ แทน $\left(\sum_{k=1}^K (|H_k[i] \bullet c_k[i]|^2 \mathbf{u}_k[i]) + \sigma_i^2 \right)$ และ ϖ แทน $\mathbf{w}[i]$ ทำให้เขียนสมการที่ (3.20) ได้ใหม่ ดังนี้

$$\varpi \zeta \geq 1; \quad \zeta = \sum_{k=1}^K (|H_k[i] C_k[i]|^2 \mathbf{u}_k[i]) + \sigma_i^2 \quad (3.20)$$

จะทำการแปลงให้อยู่ในรูปแบบกรวยอันดับสอง พิจารณาโดยอาศัยการแปลงพิกัด หรือคือ การแปลงเชิงเส้น (linear transform) ดังนี้

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \varpi \\ \zeta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \psi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \chi + \psi \\ \chi - \psi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.21)$$

ซึ่งสามารถมองการแปลงดังกล่าวในเชิงภาพ ได้ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 การแปลงเชิงเส้นเพื่อทำให้เงื่อนไขบังคับอยู่ในรูปแบบกรวยอันดับสอง

แสดงความสัมพันธ์การแปลง ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \chi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} w \\ \zeta \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} w + \zeta \\ w - \zeta \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

จากการแปลงดังกล่าว ทำให้เขียนได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} (\chi + \zeta)(\chi - \zeta) &\geq 1 \\ \chi^2 - \zeta^2 &\geq 1 \\ \chi^2 &\geq \zeta^2 + 1 \end{aligned} \quad (3.23)$$

หลังจากนั้นจะทำการแปลงกลับให้อยู่ในรูปของตัวแปรเดิมซึ่งเป็นการหมุนไป $\pi/4$ ได้ โดย v คือตัวแปรช่วย (slack variable) ดังนี้

$$\begin{aligned} \chi^2 &\geq \zeta^2 + v^2 \\ v^2 &\geq 1 \end{aligned} \quad (3.24)$$

รายละเอียดการแปลงกลับในรูปของตัวแปรเดิม เขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}(w + \zeta)^2 &\geq \frac{1}{4}(w - \zeta)^2 + v^2 \\ (w + \zeta)^2 &\geq (w - \zeta)^2 + 4v^2 \\ |w + \zeta| &\geq \left\| \begin{bmatrix} w - \zeta \\ 2v \end{bmatrix} \right\| \end{aligned} \quad (3.25)$$

ซึ่งจะทำให้ได้ผลการแปลงเงื่อนไขบังคับจาก

$$\mathbf{w}[i] \left(\sum_{k=1}^K (|H_k[i] \cdot c_k[i]|^2 \mathbf{u}_k[i]) + \sigma_i^2 \right) \geq 1 \quad (3.26)$$

เขียนได้ใหม่ ดังนี้

$$\begin{aligned} \varpi + \zeta &\geq \left\| \left[\begin{array}{c} \varpi - \zeta \\ 2\nu \end{array} \right] \right\| \\ \nu &\geq 1 \quad (\nu \text{ is slack variable}) \end{aligned} \quad (3.27)$$

ทำให้สามารถเขียนปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดจากสมการที่ (3.19) ได้ใหม่ โดยเงื่อนไขบังคับที่ได้ใหม่ดังสมการที่ (3.27) ซึ่งอยู่ในรูปแบบกรวยอันดับสอง และปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดที่เขียนใหม่นี้จึงกลายเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงกรวยอันดับสองซึ่งเป็นคอนเวกซ์ และสามารถนำไปใช้คำนวณด้วยตัวแก้ปัญหาคงวิธีจุดภายใน เพื่อหาคำตอบของปัญหาดังกล่าวได้ โดยปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงกรวยอันดับสองเป็นรูปแบบหนึ่งของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ได้ เขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \varpi \\ &\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_k[i] \leq p_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \\ &\quad \quad \quad \varpi + \zeta \geq \left\| \left[\begin{array}{c} \varpi - \zeta \\ 2\nu \end{array} \right] \right\| \\ &\quad \quad \quad \mathbf{u}_k[i] \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad k = 1, 2, \dots, K \\ &\quad \quad \quad \nu \geq 1. \quad (\nu \text{ is slack variable}) \\ &\text{where,} \quad \zeta = \sum_{k=1}^K \left(|H_k[i] c_k[i]|^2 \mathbf{u}_k[i] \right) + \sigma_i^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

อธิบายปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดที่ได้ดังสมการที่ (3.28) ได้ดังนี้ โดยจะเป็นการหาคำตอบคือ \mathbf{U}_k ($\mathbf{U}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H$) ซึ่งคือกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของผู้ใช้แต่ละราย โดยเมื่อทำการแยก \mathbf{U}_k จากสมการที่กำหนดขึ้น คือ $\mathbf{U}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H$ จะทำให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์ในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของผู้ใช้แต่ละราย \mathbf{A}_k ที่จะถูกใช้ที่เครื่องส่ง และเมื่อนำ \mathbf{A}_k ที่ได้ไปแทนในสมการที่ (3.14) จะได้ตัวตรวจหา \mathbf{G}_k ที่จะถูกใช้ที่เครื่องรับ โดยมีค่าสอดคล้องกันทำให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของระบบมีค่าต่ำสุด ดังฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ใช้ในปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด และเนื่องจากปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดดังกล่าวซึ่งอยู่ในรูปแบบปัญหาปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงกรวยอันดับสองนั้นเป็น ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ ทำให้หาคำตอบที่หาได้เป็นค่าเหมาะที่สุด และเมื่อใช้ตัวแก้ปัญหาคงวิธีจุดภายใน ทำให้ใช้เวลาในการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว

บทที่ 4

ผลการจำลอง

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลการจำลอง และการวิจารณ์สมรรถนะของระบบ MC-CDMA ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น ที่มีการใช้พรีโคเดอร์ที่เครื่องส่งร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับ โดยการประยุกต์ใช้เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดมาหาค่าพรีโคเดอร์และตัวตรวจหาดังกล่าวตามวิธีการที่ได้นำเสนอไปในบทที่แล้ว เพื่อปรับปรุงสมรรถนะของระบบให้ดีขึ้น โดยเริ่มต้นจะกล่าวถึงข้อสมมติ และพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในการจำลองระบบ ถัดมาจะกล่าวถึงผลการจำลองระบบเพื่อดูผลการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของพรีโคเดอร์ที่ได้จากการเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุด และสมรรถนะของระบบที่ได้จากวิธีการที่นำเสนอที่แบบทดสอบในกรณีต่างๆ และวิจารณ์ผลที่ได้จากการทดสอบ

4.1 ข้อสมมติต่างๆ ที่ใช้ในการจำลองระบบ

ในการจำลองระบบเพื่อศึกษาสมรรถนะของระบบ MC-CDMA ที่มีการใช้พรีโคเดอร์ที่เครื่องส่งร่วมกับตัวตรวจหาที่เครื่องรับ โดยการประยุกต์ใช้เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดมาหาค่าดังกล่าวตามที่ได้นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ มีการกำหนดข้อสมมติดังนี้

1. พิจารณาระบบ MC-CDMA ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น (uplink channel) ที่มีผู้ใช้หลายคนในระบบ
2. มีการเติมอุปสรรคหมุนวน (cyclic prefix) เพียงพอ
3. พิจารณาช่องสัญญาณเฟดดิ้งอย่างช้า (slow fading channel)
4. ที่สถานีฐานสามารถทำการเชื่อมประสานทางเวลา (time synchronize) ของสัญญาณที่รับได้ของผู้ใช้ทุกรายได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์
5. ทำการส่งข้อมูลโดยใช้เทคนิคการมอดูเลตแบบ BPSK (binary phase shift keying) ตลอดทั้งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

4.2 พารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในการจำลองระบบ

ค่าพารามิเตอร์หลักที่ใช้ในการจำลองระบบตลอดทั้งวิทยานิพนธ์ มีการกำหนดดังนี้

1. รหัสแอมป์ที่ใช้สำหรับผู้ส่งแต่ละรายในระบบ MC-CDMA ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้รหัสแอมป์ชนิดวอล์ทฮาดามาต โดยมีความยาวเท่ากับจำนวนคลื่นพาห่อย่อยที่ใช้
2. สัญญาณรบกวน (noise) ที่ใช้ในการจำลองระบบ จะใช้สัญญาณรบกวนเกาส์สีขาวแบบบวก (Additive White Gaussian Noise : AWGN) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยของขนาดสัญญาณเท่ากับศูนย์ และมีค่าความแปรปรวนที่เปลี่ยนแปลงตามกำลังของสัญญาณรบกวนที่ใช้ในการจำลองระบบ คือ ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (signal to noise ratio : SNR) ตามที่กำหนด

4.3 ผลการจำลองระบบ

4.3.1 ผลการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของพรีโคดเดอร์ที่ได้จากการหาค่าเหมาะที่สุด

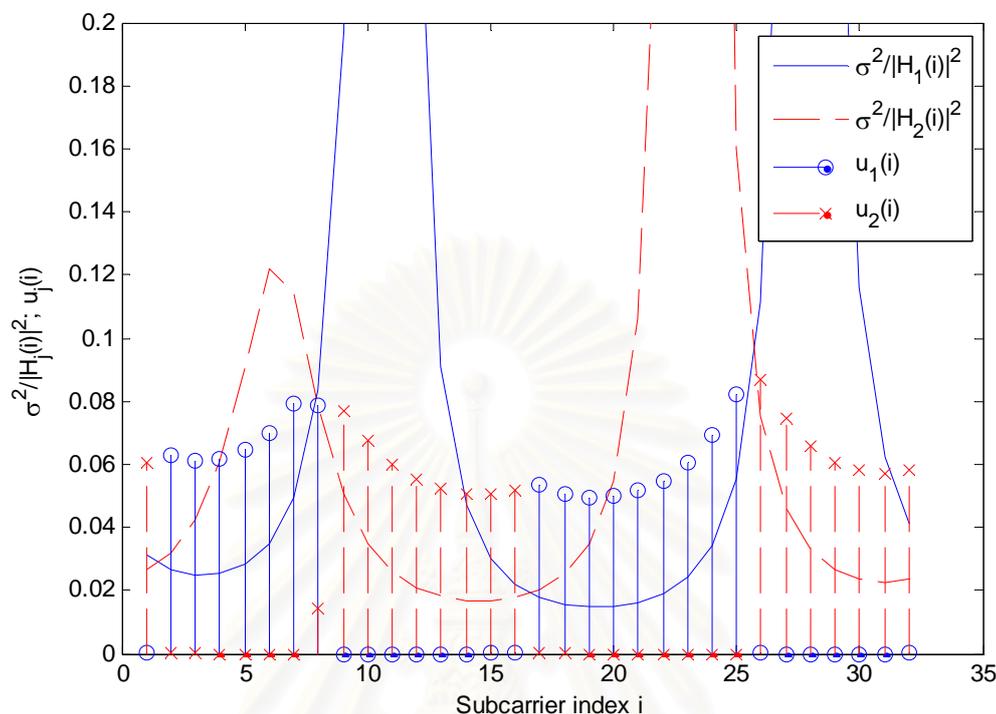
ในหัวข้อนี้ต้องการดูผลของค่าพรีโคดเดอร์ที่หาค่าได้จากการหาค่าเหมาะที่สุดด้วยวิธีการที่นำเสนอในบทที่ 3 โดยแสดงในรูปการจัดสรรพลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของพรีโคดเดอร์ที่ได้ กับค่าอัตราส่วนขนาดอัตราขยายช่องสัญญาณ

พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลอง จะทำการทดสอบให้เห็นผลที่ได้ในกรณีที่มีผู้ส่ง 2 ราย โดยผู้ส่งแต่ละรายถูกผลตอบสนองอิมพัลส์ช่องสัญญาณจำนวน 3 แทป มีค่าดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ช่องสัญญาณของผู้ส่งแต่ละรายที่ใช้ในการทดสอบ

ผู้ส่ง	ค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ช่องสัญญาณ
รายที่ 1	[0.5141 - 0.2216i, -0.1282 - 0.0703i, 0.4069 + 0.2211i]
รายที่ 2	[0.0180 + 0.3724i, 0.0926 - 0.1372i, 0.4964 + 0.3805i]

ผู้ส่งแต่ละรายถูกมอดูเลชันแบบหลายคลื่นพาห่อย่อยจำนวน 32 คลื่นพาห่อย่อย โดยกำลังงานรวมของคลื่นพาห่อย่อยทั้งหมดของผู้ส่งแต่ละรายมีค่าเท่ากัน คือมีค่า $p_1 = p_2$ และสัญญาณรบกวนคือ $\mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I}$ โดยทำการทดสอบที่ค่า SNR เท่ากับ 5 dB ผลการทดสอบแสดงดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 ผลการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของพรีโคดเดอร์ที่ได้จากการหาค่าเหมาะที่สุด

แกน x แสดงดัชนีของความถี่คลื่นพาห่อย่อย ซึ่งมีทั้งหมด 32 คลื่นพาห่อย่อย แกน y ประกอบด้วย 2 ส่วน โดยในส่วนแรกนั้นคือค่าอัตราส่วนของความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนและขนาดอัตราขยายช่องสัญญาณกำลังสอง ($\sigma^2/|H_j(i)|^2$) ซึ่งแสดงด้วยเส้นกราฟในผลการทดสอบ สำหรับส่วนที่สองนั้นคือค่าพรีโคดเดอร์ $u_j(i)$ ในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยที่หาค่าได้จากการหาค่าเหมาะที่สุดจากวิธีการที่นำเสนอในลักษณะกำลังงานที่จัดสรรให้แต่ละคลื่นพาห่อย่อย ซึ่งแสดงด้วยสแต็มในผลการทดสอบ สำหรับผู้ใช้รายที่หนึ่งนั้นแสดงด้วยเส้นทึบ และผู้ใช้รายที่สองนั้นแสดงด้วยเส้นประ

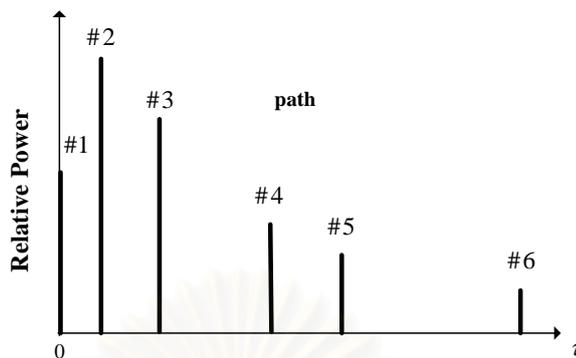
อธิบายผลการทดสอบจากรูปที่ 4.1 ได้ดังนี้ พิจารณาจากเส้นกราฟของ $\sigma^2/|H_j(i)|^2$ ซึ่งมีความหมายคือ เมื่อมีค่าต่ำจะหมายถึงลักษณะช่องสัญญาณดี โดยควรที่จะส่งกำลังงานในคลื่นพาห่อย่อยนั้นให้มีค่ามาก หากมีค่าน้อยจะหมายถึงลักษณะช่องสัญญาณไม่ดี ควรที่จะส่งกำลังงานในคลื่นพาห่อย่อยนั้นให้มีค่าน้อยหรือไม่ส่งเลย เมื่อพิจารณาที่ผู้ใช้รายที่หนึ่ง จะพบว่าค่าการจัดสรรกำลังงานในคลื่นพาห่อย่อยของพรีโคดเดอร์ที่ได้จากการหาค่าเหมาะที่สุด $u_1(i)$ แสดงด้วยสแต็ม ถูกจัดสรรให้มีค่าในคลื่นพาห่อย่อยในลำดับที่ 2-8 และ 17-25 ด้วยค่าขนาดกำลังงานที่

แตกต่างกันซึ่งสอดคล้องกับค่า $\sigma^2/H_1(i)^2$ ซึ่งมีค่าต่ำ และไม่มีการจัดสรรกำลังงานในคลื่นพาห်ย่อยที่เหลือเนื่องจากค่า $\sigma^2/H_1(i)^2$ มีค่าสูง สำหรับในรายที่สองนั้นจะพบว่าค่าการจัดสรรกำลังงานในคลื่นพาห်ย่อยของพรีโคดเดอร์ที่ได้จากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด $u_2(i)$ ถูกจัดสรรให้มีค่าในคลื่นพาห်ย่อยในลำดับที่ 1, 8-16 และ 26-32 ด้วยค่าขนาดกำลังงานแตกต่างกันซึ่งสอดคล้องกับค่า $\sigma^2/H_2(i)^2$ ซึ่งมีค่าต่ำ และไม่มีการจัดสรรกำลังงานในคลื่นพาห်ย่อยที่เหลือเนื่องจากค่า $\sigma^2/H_1(i)^2$ มีค่าสูง นอกจากนี้เมื่อพิจารณาในบางคลื่นพาห်ย่อยคือ คลื่นพาห်ย่อยในลำดับที่ 8 นั้นจะมีการจัดสรรกำลังงานในคลื่นพาห်ย่อยของพรีโคดเดอร์ในผู้ใช้ทั้งสองราย คือ $u_1(i)$ และ $u_2(i)$ และแม้ว่าในคลื่นพาห်ย่อยลำดับที่ 14-16 นั้น ค่า $\sigma^2/H_1(i)^2$ ของผู้ใช้อย่างแรกจะมีค่าต่ำก็ตาม แต่ไม่มีการจัดสรรกำลังงานในคลื่นพาห်ย่อยของพรีโคดเดอร์ $u_1(i)$ กลับจัดสรรกำลังงานในคลื่นพาห်ย่อยของพรีโคดเดอร์ $u_2(i)$ ในผู้ใช้อย่างที่สองแทน ซึ่งสามารถอธิบายได้เนื่องมาจากลักษณะของผู้ใช้หลายราย การจัดสรรกำลังงานในคลื่นพาห်ย่อยของพรีโคดเดอร์นอกจากจะพิจารณาค่า $\sigma^2/H_j(i)^2$ ของตัวเองแล้วยังต้องคำนึงถึงค่าของผู้ใช้รายอื่นด้วย

4.3.2 สมรรถนะของระบบที่นำเสนอในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น ระบบ MC-CDMA หลายผู้ใช้

หลังจากที่ได้แสดงผลของลักษณะการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห်ย่อยของพรีโคดเดอร์ที่ได้จากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในหัวข้อที่แล้ว ในหัวข้อนี้จะทำการทดสอบสมรรถนะที่ได้ โดยจะวัดสมรรถนะของระบบจากอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูล (bit error rate : BER) เมื่ออัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (signal to noise ratio : SNR) เปลี่ยนไปที่ค่าต่างๆ

ทำการทดสอบสมรรถนะของระบบโดยใช้แบบจำลองช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีในเมือง (typical urban : TU) เพื่อทดสอบระบบสำหรับการนำไปใช้งานในเมือง โดยแบบจำลองช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีในเมืองที่ใช้มีจำนวนวิถีทั้งหมด 6 วิถี โดยมีพารามิเตอร์คือค่ากำลังงานและเวลาหน่วงในแต่ละวิถีของแบบจำลองช่องสัญญาณ [32] ดังตาราง 4.2 และลักษณะของช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีในเมืองแสดงในรูปที่ 4.2

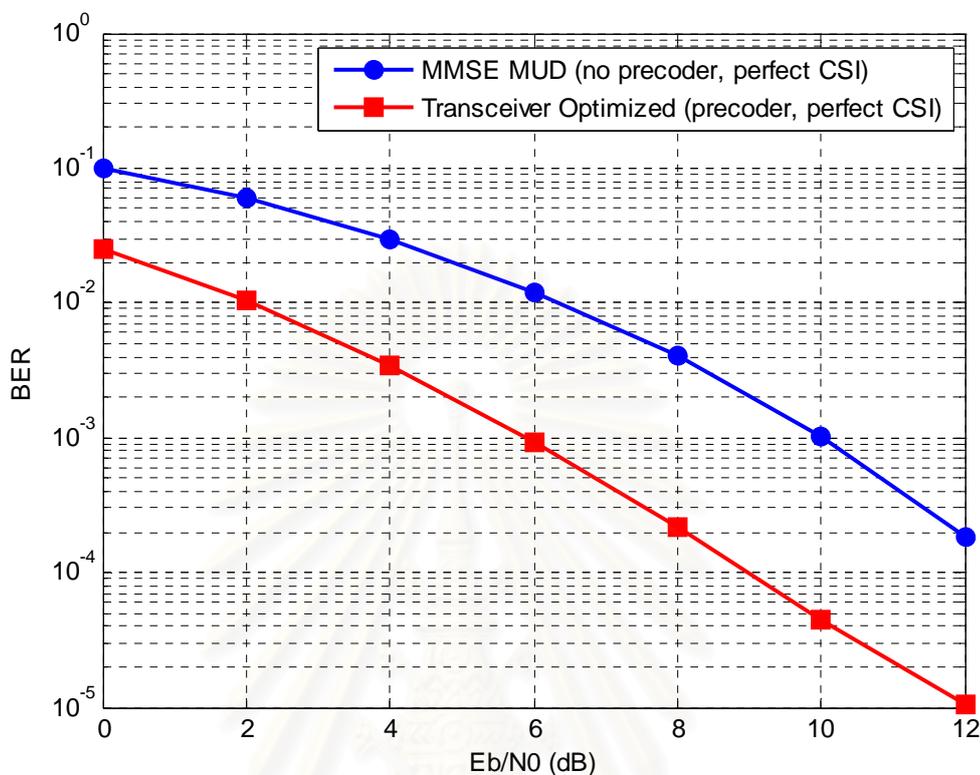


รูปที่ 4.2 ช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีในเมือง

ตารางที่ 4.2 ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีในเมือง (typical urban : TU) [32]

วิถี (path) #	Delay (μ s)	Normalized Power
1	0	0.189
2	0.2	0.379
3	0.5	0.239
4	1.6	0.095
5	2.3	0.061
6	5.0	0.037

โดยการทดสอบวัดสมรรถนะในกรณีนี้จะพิจารณาเมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้ในการออกแบบหาค่าพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งและตัวตรวจหาที่เครื่องรับด้วยวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดนั้นถูกต้องสมบูรณ์ ในระบบ MC-CDMA ซึ่งมีจำนวนผู้ใช้ทั้งหมด 8 ราย ใช้รหัสวอล์ทฮาดามาตซึ่งมีความยาวเท่ากับจำนวนคลื่นพาห่อย่อย และมีจำนวนคลื่นพาห่อย่อยเท่ากับ 64 โดยเปรียบเทียบวิธีการที่นำเสนอ กับวิธีการดั้งเดิมซึ่งไม่มีการใช้พรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่ง กล่าวคือไม่มีการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยและใช้เครื่องรับแบบ MMSE MUD [5], [8] ผลการวัดสมรรถนะด้วยอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลที่ค่า SNR ต่างๆ แสดงดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 อัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลของระบบที่นำเสนอ เมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้ในการออกแบบหาค่าพรีโคเดอร์ที่เครื่องส่งและดีโคเดอร์ที่เครื่องรับด้วยวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดนั้น ถูกต้องสมบูรณ์ (Perfect CSI)

แกน x แสดงค่า SNR ที่ค่าต่างๆ ที่ค่า SNR ต่ำ หมายถึงระบบถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนมาก ซึ่งทำให้การตีเทกข้อมูลที่เครื่องรับผิดพลาดได้ง่ายกว่า ที่ค่า SNR สูง แกน y แสดงค่าอัตราความผิดพลาดของบิตข้อมูล โดยระบบที่ดีจะต้องมีค่า BER ต่ำ

อธิบายผลการทดสอบสมรรถนะจากรูปที่ 4.3 ได้ดังนี้ พิจารณากราฟที่ได้จะเห็นว่าวิธีการที่นำเสนอคือการออกแบบหาค่าพรีโคเดอร์ที่เครื่องส่งและดีโคเดอร์ที่เครื่องรับด้วยวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดนั้น มีสมรรถนะที่ดีกว่าโดยได้ค่า BER ที่ต่ำกว่า การใช้เครื่องรับแบบ MMSE MUD ซึ่งไม่มีการใช้พรีโคเดอร์ ประมาณ 4 dB ตลอดช่วง SNR ที่ค่าต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่ค่า SNR น้อยนั้น โดยปกติการที่จะปรับปรุงสมรรถนะให้ดีขึ้นนั้นเป็นไปได้ยากเนื่องจากขนาดของสัญญาณรบกวนมีค่ามาก ส่วนที่ค่า SNR สูงนั้นโดยปกติระบบจะมีค่า BER น้อยอยู่แล้ว การที่วิธีการที่นำเสนอสามารถทำให้ค่า BER น้อยลงได้นั้นเป็นผลเนื่องมาจากการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยด้วยพรีโคเดอร์ที่เครื่องส่งซึ่งเปลี่ยนแปลงให้เหมาะสม

กับสถานะของช่องสัญญาณในขณะนั้นด้วยวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยค่าตัวตรวจหาที่ใช้ที่เครื่องรับด้วยวิธีการนี้ก็มีค่าเปลี่ยนแปลงสัมพันธ์กับค่าพรีโคเดอร์ที่เครื่องส่งด้วย ตามเกณฑ์ที่ใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดคือทำให้ระบบมีค่า MSE ต่ำที่สุด

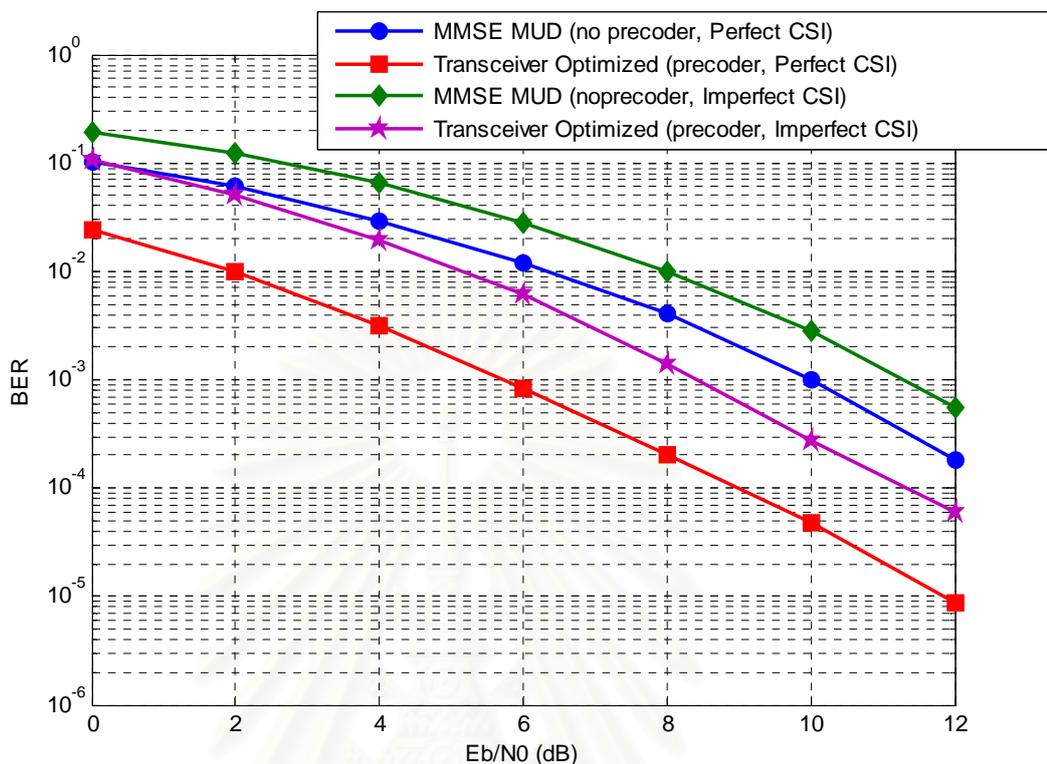
4.3.3 ผลการทดสอบเมื่อค่าการประมาณช่องสัญญาณไม่ถูกต้องสมบูรณ์ (imperfect channel estimation)

จากผลการทดสอบสมรรถนะของระบบที่ได้ของวิธีการที่นำเสนอในหัวข้อที่แล้วนั้นอยู่บนพื้นฐานของการที่ค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้ในการออกแบบหาค่านั้นมีค่าถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งค่านี้ใช้ในเครื่องรับแบบ MMSE MUD ในระบบเดิมเช่นกัน อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติค่าสถานะของช่องสัญญาณที่ใช้ในการออกแบบหาค่าพรีโคเดอร์ที่เครื่องส่งและตัวตรวจหาที่เครื่องรับนั้นจะมีค่าที่ถูกต้องไม่สมบูรณ์ อันเนื่องมาจากสาเหตุ เช่น การประมาณค่าสถานะช่องสัญญาณที่เครื่องรับนั้นผิดพลาดไปจากค่าที่ถูกต้อง ดังนั้นในหัวข้อนี้จะทำการทดสอบในกรณีดังกล่าวนี้ คือเมื่อ ค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้มีค่าผิดพลาดไปจากค่าที่ถูกต้อง [34] สามารถเขียนสมการได้ ดังนี้

$$\hat{h}_k = h_k + \Delta h_k \quad (4.1)$$

เมื่อ \hat{h}_k แทนค่าสถานะช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นเมื่อภาครับของระบบทำการประมาณค่าสถานะช่องสัญญาณผิดพลาดไปจากค่าที่ถูกต้องของช่องสัญญาณ h_k ในขณะนั้น โดยผิดพลาดไปด้วยค่า Δh_k ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มเกาส์เชิงซ้อน (complex Gaussian random variable) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ_e^2 โดยค่าความแปรปรวนของ Δh_k ซึ่งมีค่าความแปรปรวน σ_e^2 จะขึ้นอยู่กับขนาด SNR ของสัญลักษณ์นำร่อง (pilot symbol) ดังนี้คือ $\sigma_e^2 \propto \left(\frac{E_p}{N_0}\right)^{-1}$ เมื่อ E_p แทนพลังงานของสัญลักษณ์นำร่อง จากนั้นจึงนำค่า \hat{h}_k ที่ได้ตามที่ได้กล่าวไว้ นี้ไปใช้ในการออกแบบหาค่าพรีโคเดอร์ที่เครื่องส่งและตัวตรวจหาที่เครื่องรับด้วยการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองระบบในหัวข้อนี้ซึ่งทำการทดสอบดูผลเมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้มีค่าไม่ถูกต้องสมบูรณ์อันเนื่องมาจากการประมาณค่าสถานะช่องสัญญาณที่เครื่องรับนั้นผิดพลาดไปจากค่าที่ถูกต้องตามที่ได้กล่าวไว้ โดยกำหนดให้ค่าพลังงานสัญลักษณ์นำร่องเท่ากับพลังงานสัญลักษณ์ข้อมูล สำหรับค่าพารามิเตอร์อื่นนั้นใช้ค่าตามที่ได้กำหนดไว้ในหัวข้อก่อนหน้านี้ ผลที่ได้ในกรณีนี้ แสดงดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 อัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลของระบบที่นำเสนอ เมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้ในการออกแบบหาค่าพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งและดีโคดเดอร์ที่เครื่องรับด้วยวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดนั้นไม่ถูกต้องสมบูรณ์ (imperfect channel state information)

อธิบายผลการทดสอบสมรรถนะจากรูปที่ 4.4 ได้ดังนี้ พิจารณากราฟที่ได้จะเห็นว่าเมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้ในการออกแบบหาค่าพรีโคดเดอร์และตัวตรวจหา มีค่าที่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์อันเนื่องมาจากการประมาณช่องสัญญาณที่เครื่องรับผิดพลาดไปจากค่าสถานะช่องสัญญาณจริงในขณะนั้น จะทำให้ผลของสมรรถนะระบบลดลง โดยมีค่าอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลของระบบเพิ่มสูงขึ้น ผลกราฟที่ได้เมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณไม่ถูกต้องสมบูรณ์ทั้งกรณีของเครื่องรับ MMSE MUD ในระบบเดิม กับวิธีการที่นำเสนอโดยใช้เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดเพื่อหาค่าพรีโคดเดอร์นั้น จะมี BER ที่เพิ่มสูงขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับกราฟเมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณถูกต้องสมบูรณ์ โดยในกรณีของเครื่องรับแบบ MMSE MUD เปรียบเทียบเมื่อค่า CSI ถูกต้องสมบูรณ์ กับ มีค่าไม่ถูกต้องสมบูรณ์นั้น ต่างกันประมาณ 2 dB ตลอดช่วง SNR ส่วนในกรณีของวิธีการนำเสนอซึ่งใช้เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดนั้น เปรียบเทียบเมื่อค่า CSI ถูกต้องสมบูรณ์ กับ มีค่าไม่ถูกต้องสมบูรณ์นั้น ต่างกันประมาณ 3 dB ซึ่งแสดงให้เห็นว่าผลของค่า CSI ที่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์อันเนื่องมาจากการประมาณช่องสัญญาณที่เครื่องรับผิดพลาดไปจากค่าสถานะ

ช่องสัญญาณจริงในขณะนั้น ในกรณีของวิธีการที่นำเสนอซึ่งใช้เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดนั้น มีผลมากกว่า โดยอธิบายได้ว่าเมื่อนำค่า CSI ที่ไม่ถูกต้องมาใช้ ทำให้การหาค่าพรีโคเดอร์เพื่อจัดสรรกำลังงานผิดพลาดจะส่งผลกระทบต่อสมรรถนะของระบบโดยมี BER เพิ่มขึ้นมากกว่าในกรณีใช้เครื่องรับ MMSE MUD ในระบบเดิมซึ่งไม่มีการจัดสรรกำลังงานโดยให้กำลังงานในทุกคลื่นพาห่อย่อยเท่ากัน

อย่างไรก็ตามสมรรถนะที่ได้ของระบบที่นำเสนอซึ่งมีการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยด้วยพรีโคเดอร์นั้น มีสมรรถนะที่ดีกว่าระบบดั้งเดิมที่ไม่มีพรีโคเดอร์สำหรับกรณีเมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้จะมีค่าไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ด้วยเช่นกัน

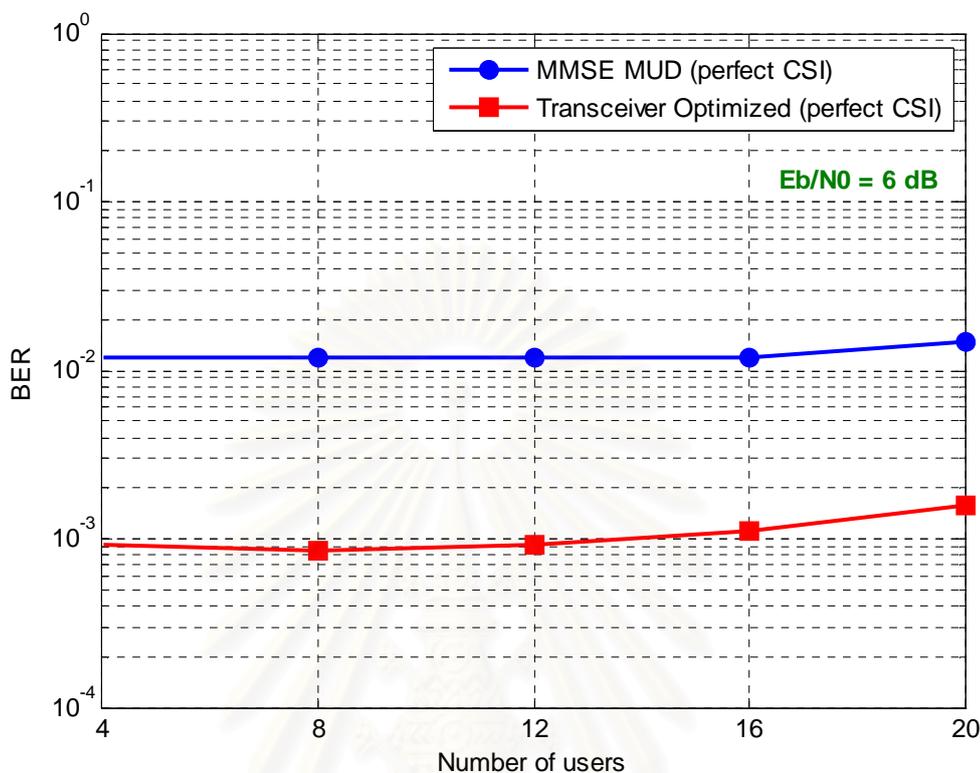
4.3.4 สมรรถนะของระบบเมื่อจำนวนผู้ใช้เพิ่มขึ้น

ในหัวข้อนี้จะทำการทดสอบสมรรถนะของระบบเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มขึ้น เนื่องจากระบบ MC-CDMA ที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์นี้นั้นเป็นระบบที่ใช้สำหรับรองรับผู้ใช้งานหลายรายเข้าใช้งานช่องสัญญาณพร้อมกัน โดยจะทำการวัดอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มขึ้น ที่ค่า SNR เท่ากับ 6

1. ผลของจำนวนผู้ใช้ที่เพิ่มขึ้นในกรณีเมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณถูกต้องสมบูรณ์

พารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบต่างๆ ในหัวข้อนี้ใช้ค่าเช่นเดียวกับที่กำหนดไว้ในหัวข้อ 4.3.2 โดยทำการทดสอบที่ค่า SNR เท่ากับ 6 dB ที่ค่าจำนวนผู้ใช้ต่างๆ ที่เพิ่มขึ้น สำหรับกรณีที่ค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้ถูกต้องสมบูรณ์ (Perfect CSI) ได้ผลดังรูปที่ 4.5

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

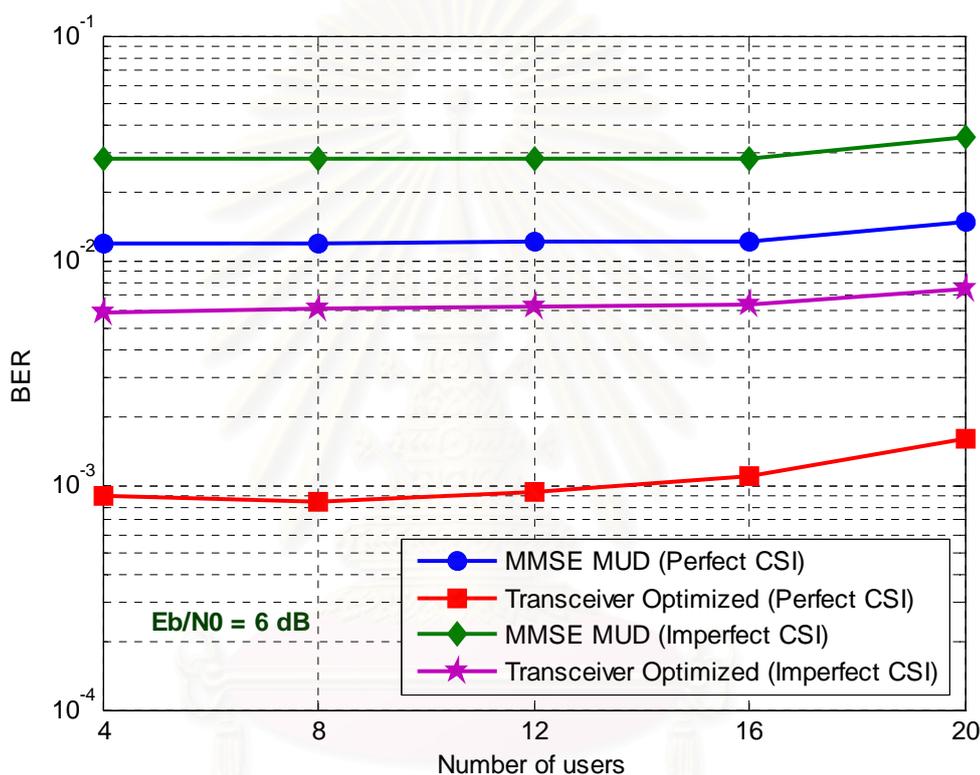


รูปที่ 4.5 สมรรถนะของระบบที่จำนวนผู้ใช้ต่างๆ ที่ค่า SNR เท่ากับ 6 dB

อธิบายผลการทดสอบสมรรถนะจากรูปที่ 4.5 ได้ดังนี้ จากกราฟ ในประเด็นแรก จะเห็นว่าวิธีการที่นำเสนอคือการใช้พรี โคเดเจอร์เพื่อจัดสรรกำลังงานด้วยวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด จะมีค่าอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลต่ำกว่า วิธีการเดิมที่ไม่มีพรี โคเดเจอร์เพื่อจัดสรรกำลังงาน ที่ทุกค่าของจำนวนผู้ใช้ที่เพิ่มขึ้น กล่าวคือวิธีการที่นำเสนอมีสมรรถนะที่ดีกว่าแม้ว่าจำนวนผู้ใช้จะเพิ่มขึ้น ประเด็นถัดมาจากรูปของจำนวนผู้ใช้ที่เพิ่มขึ้นที่จำนวนผู้ใช้ในระบบไม่มาก คือจำนวนใช้น้อยกว่า 16 ราย อัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลยังคงไม่เปลี่ยนแปลง ผลของอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลจะเริ่มสูงขึ้นเล็กน้อยเมื่อจำนวนผู้ใช้เพิ่มมากขึ้น คือจำนวนผู้ใช้ในระบบมีจำนวนมากกว่า 16 ราย อธิบายได้ว่าเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆ จนถึงจุดหนึ่งการรบกวนกันเองก็จะสะสมเพิ่มขึ้นจนส่งผลให้เริ่มเห็นถึงอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลที่สูงขึ้น

2. ผลของจำนวนผู้ใช้ที่เพิ่มขึ้นในกรณีเมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณไม่ถูกต้องสมบูรณ์

พารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบต่างๆ ในหัวข้อนี้ใช้ค่าเช่นเดียวกับที่กำหนดไว้ในหัวข้อ 4.3.2 โดยทำการทดสอบที่ค่า SNR เท่ากับ 6 dB ที่ค่าจำนวนผู้ใช้ต่างๆ ที่เพิ่มขึ้น สำหรับกรณีที่ค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้ไม่ถูกต้องสมบูรณ์ (Imperfect CSI) ได้ผลดังรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 สมรรถนะของระบบที่จำนวนผู้ใช้ต่างๆ ที่ค่า SNR เท่ากับ 6 dB เมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

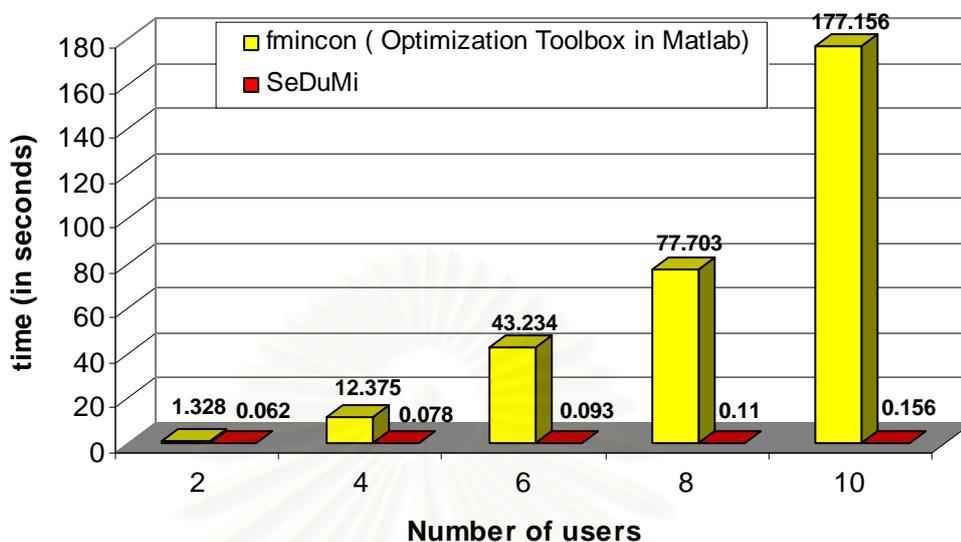
อธิบายผลจากกราฟสำหรับในกรณีนี้เพื่อดูผลเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มขึ้น ในกรณีที่ค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้มีค่าไม่ถูกต้องสมบูรณ์ จะเห็นว่าที่ค่าสถานะช่องสัญญาณไม่ถูกต้อง นั้นวิธีการที่นำเสนอซึ่งมีการจัดสรรกำลังงานด้วยฟริโคดเดอร์นั้นอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลจะมีค่าน้อยกว่าวิธีการดั้งเดิมที่ไม่มีฟริโคดเดอร์ กล่าวคือวิธีการที่นำเสนอทำให้ระบบมีสมรรถนะที่ดีขึ้น โดยค่า BER จะค่อยๆ เพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบมีค่ามากขึ้น โดยจากกราฟจะเริ่มเห็นความแตกต่างเมื่อจำนวนผู้ใช้มากกว่า 16 ราย สำหรับจำนวนคลื่นพาห่อย่อยที่ใช้เท่ากับ 64 อธิบายได้ว่าเนื่องจากการหาค่าฟริโคดเดอร์ด้วยวิธีการที่นำเสนอจะอาศัยค่าสถานะช่องสัญญาณ

มาใช้หาค่าการจัดสรรกำลังงาน ซึ่งหากค่าสถานะช่องสัญญาณนั้นมีค่าที่ผิดพลาดก็จะส่งผลให้การจัดสรรกำลังงานผิดพลาดทำให้อัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลสูงกว่าวิธีการเดิมซึ่งไม่มีการจัดสรรกำลังงาน คือการกระจายกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห้อย่อยเท่ากันหมด

4.3.5 เวลาที่ใช้ในการคำนวณ (Computational time)

การที่ต้องแปลงปัญหาของวิธีการที่นำเสนอ ให้อยู่ในรูปแบบการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ เนื่องจากเมื่อปัญหาอยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์แล้ว จะทำให้ได้ประโยชน์สองประการ คือ ในประการแรกจะทำให้คำตอบที่หาค่าได้เป็นค่าเหมาะที่สุดดวงกว้าง ซึ่งได้ส่งผลให้วิธีการที่นำเสนอ นั้นทำให้ระบบมีอัตราบิตข้อมูลผิดพลาดที่ต่ำกว่า นั่นคือระบบที่ได้มีสมรรถนะที่ดีกว่า ดังผลการทดสอบที่ผ่านมา และประโยชน์อีกประการหนึ่งเมื่อแปลงให้อยู่ในรูปคอนเวกซ์ คือ มีตัวแก้ปัญหาคงใช้สำหรับปัญหาคอนเวกซ์โดยเฉพาะซึ่งอาศัยวิธีจูดภายใน เช่น SeDuMi โดยสามารถหาค่าตอบได้อย่างรวดเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการดั้งเดิมที่ผ่านมาของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดซึ่งในหัวข้อนี้จะทำการทดสอบเวลาที่ใช้เมื่อนำมาคำนวณด้วยตัวแก้ปัญหาคง SeDuMi ซึ่งอาศัยวิธีจูดภายใน กับวิธีการเดิมโดยใช้ตัวแก้ปัญหาคงที่มากับโปรแกรม Matlab โดยใช้ฟังก์ชัน fmincon โดยนำเสนอสมการที่ (3.19) ในบทที่ 3 เพื่อเปรียบเทียบให้เห็นแนวโน้มเวลาที่ต้องใช้ในการคำนวณเพื่อหาค่าตอบโดยตัวแก้ปัญหาดังกล่าว

พารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบในส่วนนี้ กำหนดให้ใช้ Matlab รุ่นที่ 7.1 (R14) service pack 3 และใช้ฟังก์ชัน fmincon ในเครื่องมือการหาค่าเหมาะที่สุดของ Matlab ซึ่งเป็นรุ่น 3.03 เปรียบเทียบกับตัวแก้ปัญหาคงใช้วิธีจูดภายใน โดยใช้ SeDuMi รุ่น 1.1 [33] โดยเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณใช้หน่วยประมวลผล Intel Pentium M 1.6 GHz โดยแกน x เป็นจำนวนผู้ใช้ที่ค่าต่างๆ สำหรับแกน y เป็นเวลาที่ใช้ในการหาค่าตอบ โดยทำการหาค่าตอบซ้ำทั้งหมด 5 ครั้งแล้วหาค่าเฉลี่ย ผลที่ได้แสดง ดังรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 กราฟแสดงเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาคำตอบ เปรียบเทียบตัวแก้ปัญหา SeDuMi กับตัวแก้ปัญหามากับ โปรแกรม Matlab

ผลจากการทดสอบจากรูปที่ 4.9 แสดงให้เห็นว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ โดยใช้ตัวแก้ปัญหา SeDuMi ซึ่งเป็นตัวแก้ปัญหาคอนเวกซ์โดยอรรถวิธจตุภายใน สำหรับปัญหาที่เป็นคอนเวกซ์ นั้นใช้เวลาน้อยกว่า เมื่อใช้ตัวแก้ปัญหามากับโปรแกรม Matlab ซึ่งเรียกใช้ผ่านฟังก์ชัน fmincon ซึ่งจากผลการทดสอบนี้สอดคล้องกับคุณประโยชน์ของการที่ต้องทำการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ เนื่องจากมีตัวแก้ปัญหามีประสิทธิภาพมากสำหรับใช้หาคำตอบดังกล่าวโดยใช้เวลาที่น้อยมาก โดยหากใช้ตัวแก้ปัญหามากับโปรแกรม Matlab เมื่อจำนวนผู้ใช้เพิ่มขึ้น จะเห็นว่าเวลาที่ต้องใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบจะเพิ่มขึ้นเป็นอย่างมาก

บทที่ 5

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอวิธีการในการปรับปรุงสมรรถนะของระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอหลายผู้ใช้ในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น โดยการหาค่าพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งเพื่อทำหน้าที่จัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของผู้ใช้แต่ละรายให้เหมาะสมกับสถานะของช่องสัญญาณ โดยตัวตรวจหาที่ใช้ที่เครื่องรับจะมีค่าเปลี่ยนแปลงโดยมีความสัมพันธ์กับพรีโคดเดอร์ที่เครื่องส่งบนเกณฑ์ที่ทำให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของระบบมีค่าต่ำสุด โดยเริ่มจากการเขียนสมการค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของระบบของระบบซึ่งมีค่าพรีโคดเดอร์และตัวตรวจหา หลังจากนั้นนำมาเขียนให้อยู่ในรูปของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด โดยมีฟังก์ชันจุดประสงค์คือ ทำให้ระบบมีค่าความผิดพลาดกำลังสองต่ำที่สุด บนเงื่อนไขบังคับกำลังงานรวมทั้งหมดในคลื่นพาห่อย่อยของผู้ใช้แต่ละรายมีค่าจำกัด อย่างไรก็ตามเนื่องจากเมื่อเขียนให้อยู่ในรูปของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดดังกล่าวแล้ว ปรากฏว่าปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดดังกล่าวนั้นอยู่ในรูปไม่คอนเวกซ์ ซึ่งทำให้คำตอบที่หาได้ด้วยวิธีดังกล่าวนี้ อาจไม่ได้ค่าเหมาะที่สุด จึงทำการแปลงปัญหาดังกล่าว ซึ่งเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดไม่คอนเวกซ์ ให้อยู่ในรูปแบบกำหนดการเชิงกรวยอันดับสอง ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดที่อยู่ในรูปคอนเวกซ์ เมื่อทำให้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดอยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์แล้วจะทำให้ได้คุณประโยชน์ที่สำคัญมากสองประการ คือ ในประการแรกทำให้คำตอบที่หาค่าได้นั้นเป็นค่าเหมาะที่สุด และประการที่สองคือ มีวิธีเชิงเลขซึ่งใช้วิธีจุดภายใน ในการคำนวณหาค่าตอบของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพมาก วิธีจุดภายในเป็นวิธีซึ่งใช้เวลาในการหาค่าตอบเป็นเวลาพหุนาม โดยมีผู้พัฒนาตัวแก้ปัญหาดังกล่าวซึ่งอาศัยวิธีจุดภายในสำหรับการหาค่าตอบของปัญหาที่อยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์ดังกล่าวอย่างมีประสิทธิภาพมาก เช่น SeDuMi จากที่กล่าวมาทำให้คำตอบที่ได้เมื่อแปลงปัญหาในระบบดังกล่าวให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์แล้ว จะทำให้ได้ค่าพรีโคดเดอร์สำหรับใช้ที่เครื่องส่ง และตัวตรวจหาสำหรับใช้ที่เครื่องรับจากวิธีการดังกล่าว มีค่าเหมาะที่สุด และใช้เวลาในการหาค่าตอบได้อย่างรวดเร็ว อันจะส่งผลให้การนำมาใช้ในทางปฏิบัติเป็นไปได้

จากผลการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อทดสอบสมรรถนะของระบบ แสดงให้เห็นการจัดสรรกำลังงานในแต่ละคลื่นพาห่อย่อยของพรีโคดเดอร์ที่ได้จากการหาค่าตอบด้วย

วิธีการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ โดยค่าที่ได้ในแต่ละคลื่นพายุย่อยของผู้ใช้แต่ละรายมีค่าต่างๆ ที่แตกต่างกัน สัมพันธ์กับลักษณะช่องสัญญาณในขณะนั้นในการทดสอบหัวข้อแรก และจากผลการทดสอบในหัวข้อถัดมาแสดงให้เห็นว่าสมรรถนะของวิธีการที่นำเสนอในระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอในข่ายเชื่อมโยงขาขึ้นซึ่งมีผู้ใช้หลายรายบนช่องสัญญาณแบบเฟดดิ้งพหุวิถีนั้นมีประสิทธิภาพดีขึ้น โดยมีอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลที่ต่ำกว่าวิธีการดั้งเดิมที่ใช้เครื่องรับแบบ ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดสำหรับผู้ใช้น้อยราย นอกจากนี้ยังได้ทำการทดสอบในกรณีเมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณที่ใช้ในการออกแบบหาค่าพรีโคเดเจอร์และตัวตรวจหาสัญญาณมีค่าไม่ถูกต้องสมบูรณ์ อันเนื่องมาจากการประมาณช่องสัญญาณที่เครื่องรับผิดพลาดไปจากค่าที่ถูกต้อง ผลจากกราฟแสดงให้เห็นว่าสมรรถนะที่ได้ลดลงเล็กน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับกรณีเมื่อค่าสถานะช่องสัญญาณมีค่าถูกต้องสมบูรณ์ จากนั้นได้ทำการทดสอบเพื่อดูผลของจำนวนผู้ใช้ที่เพิ่มขึ้นต่อสมรรถนะของระบบ ซึ่งจากกราฟแสดงให้เห็นว่าเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มขึ้นสมรรถนะของระบบจะลดลงเล็กน้อย และในการทดสอบโดยใช้แบบจำลองช่องสัญญาณพหุวิถีนในเมือง เพื่อให้ระบบที่จำลองมีความสมจริงใกล้เคียงสภาพแวดล้อมจริงมากขึ้น ซึ่งผลที่ได้จากวิธีการที่นำเสนออีกให้สมรรถนะของระบบที่คล้ายกับที่ได้ทำการจำลองระบบในหัวข้อแรกที่ผ่านมาเมื่อใช้แบบจำลองช่องสัญญาณเฟดดิ้งพหุวิถีก่อรูป และในการทดสอบสุดท้ายเพื่อวัดเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบเปรียบเทียบระหว่างเมื่อแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์แล้วใช้ตัวแก้ปัญหาคงที่วิธีจุดภายในในการหาคำตอบ กับเมื่อปัญหานั้นอยู่ในรูปแบบไม่คอนเวกซ์แล้วใช้ตัวแก้ปัญหาคงที่ไม่ได้อาศัยวิธีจุดภายใน จากผลการทดสอบที่ได้แสดงให้เห็นว่าเมื่อแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบคอนเวกซ์แล้วใช้ตัวแก้ปัญหาคงที่วิธีจุดภายในแล้ว เวลาที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบนั้นน้อยกว่ามาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มมากขึ้น

5.2 ข้อดีและข้อด้อยของระบบที่นำเสนอ

ข้อดี

สมรรถนะของระบบที่ได้ดีขึ้น โดยมีค่าอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูลน้อยกว่าระบบดั้งเดิมในการทดสอบด้วยค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ดังที่ได้ทำการทดสอบในบทที่ 4

ข้อด้อย

ต้องมีการส่งข้อมูลของค่าพรีโคเดเจอร์กลับไปยังเครื่องส่งเพื่อใช้ปรับปรุงสมรรถนะของระบบ

5.3 ข้อเสนอแนะ

ในกรณีเมื่อระบบอยู่ในสภาวะแวดล้อมซึ่งช่องสัญญาณเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ซึ่งจะส่งผลทำให้วิธีการที่นำเสนออยู่นั้นไม่สามารถใช้งานได้ หรือไม่มีประสิทธิภาพ เมื่อเกิดกรณีดังกล่าวขึ้นวิธีการหนึ่งคือทำการเปลี่ยนกลับไปใช้ระบบเดิม โดยการสวิตซ์การทำงานโดยตัดภาคพรีโคเดอร์ที่เครื่องส่ง และใช้ตัวตรวจหาที่ใช้ในเครื่องรับในระบบเดิมแทน

5.4 งานที่ควรจะได้รับการศึกษาหรือพัฒนาต่อไป

1. การนำเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ ดังกล่าวไปใช้ในระบบทางด้าน การสื่อสารอื่นที่กำลังได้รับความสนใจ โดยการแปลงปัญหาระบบของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์ เพื่อให้ได้คำตอบที่ได้เป็นค่าเหมาะที่สุด และใช้เวลาในการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วโดยอาศัยตัวแก้ปัญหาคงใช้วิธีจุดภายใน

2. การพัฒนาต่อโดยนำระบบมัลติแคร์เรียร์ซีดีเอ็มเอ ร่วมกับเทคนิคหลายสายอากาศเข้าหลายสายอากาศออก แล้วทำการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคอนเวกซ์

3. การพัฒนาเทคนิคที่เหมาะสมต่อไปเพื่อแก้ปัญหาคณិតที่มีผู้ใช้รายใหม่เข้ามาในระบบ ภายหลังจากที่ระบบได้คำนวณหาพรีโคเดอร์และค่าตัวตรวจหา พร้อมกับแจ้งบอกที่โทรศัพท์เคลื่อนที่แล้ว

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

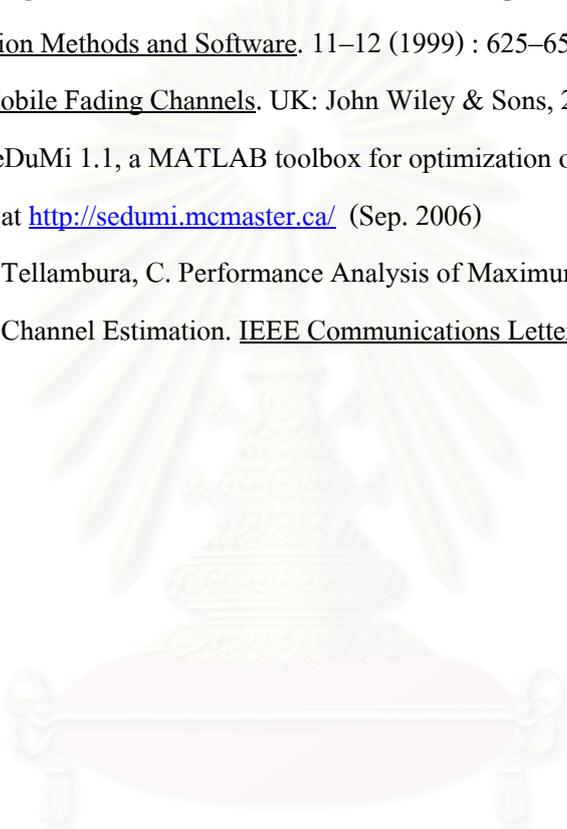
รายการอ้างอิง

1. Chouly, A. Brajal, A. and Jourdan, S. Orthogonal multicarrier techniques applied to direct sequence spread spectrum CDMA systems. IEEE Global Telecommunications Conference, 1993 (GLOBECOM '93). 3 (29 Nov. – 2 Dec. 1993) : 1723-1728
2. Yee, N. Linnartz, J. and Fettweis, G. Multi-carrier CDMA in indoor wireless radio networks. IEEE International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications, 1993 (PIMRC '93). 1 (Sep. 1993) : 109–113
3. Kondo, S. and Milstein, L. On the use of multicarrier direct sequence spread spectrum systems. IEEE Military Communications Conference, 1993 (MILCOM '93). 1 (11-14 Oct. 1993) : 52-56
4. Prasad, R. and Hara, S. An overview of multi-carrier CDMA. Proceedings of IEEE 4th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications. 1 (Sep. 1996) : 107-114
5. Hara, S. and Prasad, R. Design and Performance of Multicarrier CDMA System in Frequency-Selective Rayleigh Fading Channels. IEEE Transactions on Vehicular Technology. 48, 5 (Sep. 1999) : 1584-1595
6. Hara, S. and Prasad, R. Multicarrier techniques for 4G mobile communications. Artech House, 2003.
7. Fazel, K. and Kaiser, S. Multi-carrier and spread spectrum systems. USA: John Wiley & Sons, 2003.
8. Verdú, S. Multiuser Detection. UK: Cambridge University Press, 1998.
9. Lee, Y.H. and Bar-Ness, Y. Transmission power adaptations in MC-CDMA communications over Rayleigh fading channels. IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 2004 (WCNC, 2004). 3 (Mar. 2004) : 1589–1594
10. Zhu, J. and Bar-Ness, Y. Power allocation algorithm in MC-CDMA. IEEE International Conference on Communications, 2002 (ICC, 2002). 2 (May. 2002) : 931-935
11. Gao, L. and Wong, T.F. Joint transmitter-receiver adaptive forward-link DS-SS-CDMA system. IEEE Global Telecommunications Conference, 2001 (GLOBECOM '01), 2 (Nov. 2001) : 1297-1301
12. Concha, J.I. and Ulukus, S. Optimization of CDMA signature sequences in multipath

- channels. IEEE VTS 53rd Vehicular Technology Conference, 2001 (VTC. 2001 Spring) 3 (May. 2001) : 1978–1982
13. Scaglione, A. Barbarossa, S. and Giannakis, G.B. Filterbank transceivers optimizing information rate in block transmissions over dispersive channels. IEEE Transaction on Information Theory. 5 (Apr. 1999) : 1019-1032
 14. Scaglione, A. Stoica, P. Barbarossa, S. Giannakis, G.B. and Sampath, H. Optimal designs for space-time linear precoders and decoders. IEEE Transactions on Signal Processing. 50, 5 (May. 2002) : 1051-1064
 15. Jang, W.M. Vojcic, B.R. and Pikholtz, R.L. Joint transmitter-receiver optimization in synchronous multiuser communications over multipath channels. IEEE Transactions on Communications. 46 (Feb. 1998) : 269–278
 16. Serbetli, S. and Yener, A. Transceiver optimization for multiuser MIMO systems. IEEE Transactions on Signal Processing. 52 (Jan. 2004) : 214–226
 17. Palomar, D.P. Lagunas, J.M. and Cioffi, J.M. Optimum linear joint transmit-receiver processing for MIMO channels with QoS constraints. IEEE Transactions on Signal Processing. 52, 5 (May 2004) : 1179-1197
 18. Nee, R.V. and Prasad, R. OFDM for Wireless Multimedia Communications. London: Artech House, 2002.
 19. Pahlavan, K. and Levesque, A.H. Wireless information networks. USA: John Wiley & Sons, 2005.
 20. Lee, W.C.Y. Mobile communications engineering. Singapore: McGraw-Hill, 1977.
 21. Proakis, J. Digital Communications. New York: McGraw-Hill, 1989.
 22. Goldsmith, A. Wireless Communications. UK: Cambridge University Press, 2005.
 23. Horn, R.A. and Johnson, C.R. Matrix Analysis. UK: Cambridge University Press, 1990.
 24. Golub, G. and Loan, A.V. Matrix Computations. USA: Johns Hopkins University Press, 1996.
 25. Luenberger, D.G. Optimization by Vector Space Methods. New York: John Wiley & Sons, 1969.
 26. Boyd, S. and Vandenberghe, L. Convex optimization. UK: Cambridge University Press, 2004.
 27. Luo, Z.-Q. and Yu, W. An Introduction to Convex Optimization for Communications and Signal Processing. IEEE Journal on Selected Areas in Communicatios. 24,.8 (Aug. 2006)

: 1426-1438

28. Gershman, A.B. and Sidiropoulos, N.D. Space-Time Processing for MIMO Communications. USA: John Wiley & Sons, 2005.
29. Rockafellar, R.T. Lagrange multipliers and optimality. SIAM Rev. 35, 2 (1993) : 183-238
30. Nesterov, Y. and Nemirovski, A. Interior-point polynomial algorithms in convex programming. USA: SIAM Publications, 1994.
31. Sturm, J.F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. Optimization Methods and Software. 11-12 (1999) : 625-653
32. Patzold, M. Mobile Fading Channels. UK: John Wiley & Sons, 2002.
33. Sturm, J.F. SeDuMi 1.1, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. Available at <http://sedumi.mcmaster.ca/> (Sep. 2006)
34. Chen, Y. and Tellambura, C. Performance Analysis of Maximum Ratio Transmission with Imperfect Channel Estimation. IEEE Communications Letters. 9,4 (Apr. 2005) : 322-324



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลงานของผู้เขียนที่ได้รับการตีพิมพ์แล้ว

1. Saetang, P., Kunaruttapruk, S, and Jitapunkul S. Power allocation optimization for uplink MC-CDMA systems. 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems (ISPACS 2006), Japan, Dec 2006: 75-78.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Power allocation optimization for uplink MC-CDMA systems

Prajak Saetang, Suwich Kunaruttanapruk and Somchai Jitapunkul
Digital Signal Processing Research Laboratory, Department of Electrical Engineering,
Chulalongkorn University, Pathumwan Bangkok 10330 Thailand
prajak.sa@student.chula.ac.th, mrsuwich@yahoo.com and somchai.j@chula.ac.th

Abstract—In this paper, we consider the joint transmitter and receiver for uplink MC-CDMA systems. The equation of the MMSE joint transmitter-receiver is expressed. We apply an optimization technique by rewriting the equation of the joint transmitter and receiver for uplink MC-CDMA systems as second-order cone programming (SOCP) which can efficiently be solved numerically by the existing polynomial convergence software packages. Numerical examples show that the joint transmitter-receiver optimization yields the lower BER compared with the MMSE receiver for both perfect channel estimation and imperfect channel estimation case.

I. INTRODUCTION

Multicarrier Code Division Multiple Access (MC-CDMA) [1] is a promising approach to the challenge of providing high data rates wireless communication. It combines the benefits of CDMA and orthogonal frequency division multiplexing (OFDM). The CDMA scheme is a prominent multiple-access technique and the OFDM scheme is robust to frequency selective fading.

The good performance of downlink MC-CDMA is illustrated in [2]. Conversely, the uplink MC-CDMA has shortcomings compared with the downlink system, that the signals of different users experience different fading channels. This situation deteriorates the orthogonality among different spreading codes, leading to the multiple access interference (MAI). Several techniques have been proposed to mitigate the interference. On the receiver side, several schemes such as multiuser detection (MUD) and interference cancellation techniques [3] have been proposed to suppress MAI. On the transmitter side, many techniques, based on optimal allocation of the transmit power with respect to channel coefficients, have been proposed to combat fading channel [4]. These schemes require the channel state information (CSI) at the transmitter.

Recently, joint transmitter-receiver optimization has been considered to improve the overall performance. In [5], joint transmitter-receiver optimization approach is proposed for multiple input multiple output (MIMO) systems. This scheme finds the joint optimum linear precoder and decoder in order to minimize mean square error (MSE) of received output. In addition, the joint optimum transmission schemes was proposed for CDMA systems by using iterative algorithms to search for the optimum signature sets [6],[7].

In this paper, we apply an optimization technique for uplink MC-CDMA systems. First, the equation of the uplink MC-CDMA system including precoder at transmitter and linear decoder at receiver based on minimum mean square error (MMSE) criteria is expressed. Then, we rewrite the equation of joint transmitter and receiver for uplink MC-CDMA systems as second-order cone programming (SOCP) [8] and solved it numerically by interior-point methods e.g. SeDuMi [9]. SeDuMi is available as a Matlab toolbox for solving optimization problems over symmetric cones. Also, we compare this scheme with conventional uplink MC-CDMA systems that uniformly distribute transmit power over all subcarriers and use MMSE MUD technique at the receiver.

This paper is organized as follows. In Section 2, we describe the joint transmitter and receiver for uplink MC-CDMA systems. In Section 3, we apply the optimization technique to find linear precoder and decoder jointly. Section 4 provides numerical results. Finally, some conclusions are given in Section 5.

II. SYSTEM MODEL

In this paper, consider a quasi-synchronous uplink MC-CDMA system where arrival delay of each user signal at the receiver front end is maintained within the cyclic prefix interval. Multiple mobile users transmitting data to a base station experience different fading channels.

A. Transmitter

In MC-CDMA, there are N evenly spaced subcarriers shared by all the users. Each user is assigned a spreading code with length chips. k -th user's information symbol b_k is replicated into N parallel copies. After each copy is multiplied by a chip from the corresponding signature sequence $\mathbf{c}_k = (c_k[1], c_k[2], \dots, c_k[N])^T$, it is mapped onto one of the subcarriers, all of which are to be transmitted in parallel. The modulation is performed by using inverse discrete Fourier transform (IDFT) to convert the parallel chips into serial form for transmission.

The complex equivalent baseband transmitted signal can be written as

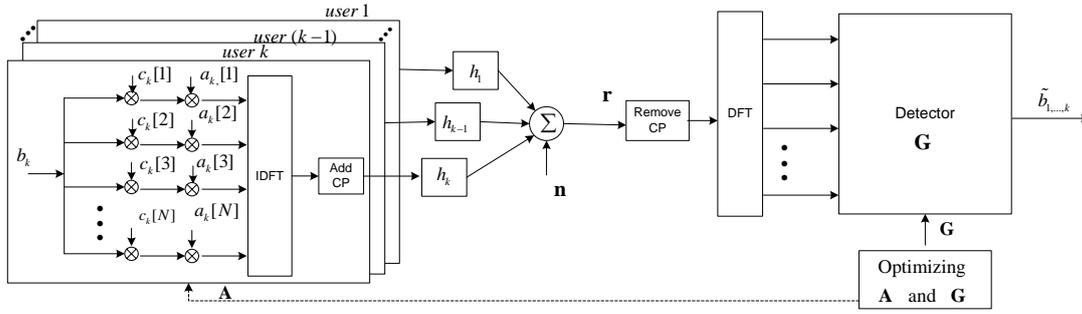


Fig. 1. Joint transmitter-receiver for uplink MC-CDMA systems.

$$s_k(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} s_k^i(t - iT_S) \quad (1)$$

where

$$s_k^i(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N c_k[n] a_k[n] b_k[i] e^{j \frac{2\pi(t-T_{CP})}{T_B} n} p_T\left(\frac{t}{T_S}\right),$$

$\mathbf{c}_k = (c_k[1], c_k[2], \dots, c_k[N])^T$ is signature sequences of length N of user k -th, $\mathbf{a}_k = (a_k[1], a_k[2], \dots, a_k[N])^T$ is precoder, T_S is a MC-CDMA symbol duration, T_{CP} is a CP duration, $T_B = T_S - T_{CP}$ is the duration of the MC-CDMA symbol without the CP, and $p_T(t)$ is a rectangular waveform defined as

$$p_T(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

B. Channel Model

We consider a frequency-selective fading channel in an uplink channel that each mobile user transmits data from a different location. Then, the receiver at the base station estimates the channel matrices of all the users and the noise correlation collectively known as the channel state information (CSI). The channel of each user is modeled as a wide sense stationary uncorrelated scattering (WSSUS) multipath channel with L paths. The channel impulse response is described by

$$h_k(\tau, t) = \sum_{l=1}^L \alpha_{k,l} \delta(t - \tau_l(t)) \quad (3)$$

where $\alpha_{k,l}$ is the complex-value channel gain for l -th path of the k -th user. $\tau_l(t)$ is the time delay for l -th path.

C. Receiver

The received signal is an aggregation of the linear convolution of each transmitted signal with the corresponding

channel impulse response. The received signal in the complex baseband representation in time domain can be expressed as

$$r(t) = \sum_{k=0}^{K-1} r_k(t) + n(t) \quad (4)$$

where

$$r_k(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_{k,l} \sum_{i=-\infty}^{\infty} s_k^i(t - \tau_k(l) - iT_S).$$

With use of cyclic prefix to avoid ISI and applying IDFT and DFT operation, the channel matrix is circulant and diagonal. The received signal based on a matrix representation in frequency domain can be expressed as

$$\mathbf{r} = \sum_{l=1}^K \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{C}_l b_l + \mathbf{n} \quad (5)$$

where $\mathbf{H}_k = \text{diag}(H_k[1], H_k[2], \dots, H_k[N])$, which $H_k[i]$ is the frequency response of user k 's channel at the i th point on the FFT grid $\omega_i = 2\pi i/n$, $\mathbf{C}_k = \text{diag}(c_k[1], c_k[2], \dots, c_k[N])$, $\mathbf{A}_k = \text{diag}(a_k[1], a_k[2], \dots, a_k[N])$, b_k is the data symbol of user k th is replicated into N parallel copies of subcarriers and \mathbf{n} is an additive complex Gaussian noise with zero mean and variance σ^2 .

In general, the approach to maximize the signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR) is the MMSE receiver. The MMSE receiver performs an appropriate \mathbf{G}_k to estimated the data of user k as $\hat{b}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{r}$, thus

$$\begin{aligned} \hat{b}_k &= \mathbf{G}_k \left(\sum_{l=1}^K \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{C}_l b_l + \mathbf{n} \right) \\ &= \sum_{l=1}^K \mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{C}_l b_l + \mathbf{G}_k \mathbf{n} \\ &= (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{C}_k - 1) b_k + \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{C}_l b_l + \mathbf{G}_k \mathbf{n}. \end{aligned} \quad (6)$$

The covariance of the error of user k as

$$E\{e_k e_k^H\} = E\{(\hat{b}_k - b_k)(\hat{b}_k - b_k)^H\} \quad (7)$$

By replacing (6) on (7) and the fact that the data of each user and the noise are mutually uncorrelated. We will get the covariance of the error of user k as following

$$\begin{aligned} E\{e_k e_k^H\} &= (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{C}_k - 1)(\mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{C}_k - 1)^H \\ &+ \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^K (\mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{C}_l)(\mathbf{G}_k \mathbf{H}_l \mathbf{A}_l \mathbf{C}_l)^H \\ &+ \mathbf{G}_k \mathbf{R} \mathbf{G}_k^H. \end{aligned} \quad (8)$$

III. THE JOINT TRANSMITTER-RECEIVER OPTIMIZATION

In this section, we apply optimization to find precoder and decoder. The formulation of joint transmitter-receiver to minimize the total MSE under the power constraints of the transmitter coefficient \mathbf{A}_k can be written in general optimizing problem as

$$\begin{aligned} &\underset{\{\mathbf{A}_k, \mathbf{G}_k\}, k=1,2,\dots,K}{\text{minimize}} \quad \text{trace}\left(\sum_{k=1}^K E\{e_k e_k^H\}\right) \\ &\text{subject to} \quad \text{trace}(\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H) \leq p_k, \quad k=1,2,\dots,K. \end{aligned} \quad (9)$$

The objective of the above equation is to jointly find \mathbf{A}_k (at the transmitter) and \mathbf{G}_k (at the receiver) that will result in the minimum total MSE in the context of multiuser. The constraint is that $\text{trace}(\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H)$, which is the sum of all the subcarrier power of each user, is limited to p_k as same as in the conventional case.

Since the receiver \mathbf{G}_k are unconstraint, we firstly eliminate \mathbf{G}_k by considering that regardless of \mathbf{A}_k , the linear MMSE receiver \mathbf{G}_k can be written as a function of any \mathbf{A}_k as

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{C}_k^H \mathbf{A}_k^H \mathbf{H}_k^H \mathbf{W} \quad (10)$$

where

$$\mathbf{W} = \left(\sum_{k=1}^K (\mathbf{H}_k \mathbf{A}_k \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{A}_k^H \mathbf{H}_k^H) + \sigma^2 \mathbf{I} \right)^{-1}$$

and \mathbf{W} is the covariance of received signal. By introducing a variable $\mathbf{U}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H$, we can rewrite optimization problem in (10) as

$$\begin{aligned} &\underset{\{\mathbf{U}_k\}}{\text{minimize}} \quad \text{trace}\left(\left(\sum_{k=1}^K (\mathbf{H}_k \mathbf{C}_k \mathbf{U}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_k^H) + \sigma^2 \mathbf{I}\right) \sigma^2 \mathbf{I}\right) \\ &\text{subject to} \quad \text{trace}(\mathbf{U}_k) \leq p_k, \quad k=1,2,\dots,K. \\ &\quad \mathbf{U}_k \succ 0 \end{aligned} \quad (11)$$

It should be noted that \mathbf{U}_k is positive semidefinite. Since the channel \mathbf{H}_k and signature sequence \mathbf{C}_k of each user are known and diagonal, we can rearrange this optimization problem to second-order cone programming (SOCP) [8] formulation as

$$\begin{aligned} &\underset{\mathbf{w}, \{\mathbf{U}_k\}}{\text{minimize}} \quad \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \mathbf{w} \\ &\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_k[i] \leq p_k, \quad k=1,2,\dots,K \\ &\quad \mathbf{w} + \mathbf{z} \geq \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{w} - \mathbf{z} \\ 2\nu \end{bmatrix} \right\| \\ &\quad \mathbf{u}_k[i] \geq 0, \quad i=1,2,\dots,N, \quad k=1,2,\dots,K \\ &\quad \nu \geq 1. \quad (\nu \text{ is additional variable}) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{where} \quad \mathbf{z} = \sum_{k=1}^K \left(|H_k[i] C_k[i]|^2 \mathbf{u}_k[i] \right) + \sigma_i^2.$$

Accordingly, the optimized \mathbf{U}_k of all users have been determined. The precoder \mathbf{A}_k at transmitter can be obtained by factorization of as $\mathbf{U}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H$. The corresponding decoder \mathbf{G}_k at receiver can be obtained by substituting \mathbf{A}_k into (10).

IV. SIMULATION RESULTS

In the simulation, we consider the MC-CDMA systems with 32 subcarriers for BPSK modulated data transmission. Each user is assigned an unique Walsh-Hadamard sequence of length $N=32$ as a signature sequence. Each user experiences a 3-paths Rayleigh channel in which each path coefficient is modeled as a zero-mean complex Gaussian random variable with variance 0.5 per dimension and all path coefficients are normalized equal to 1.

In Fig. 2, we compare joint transmitter-receiver optimization with conventional MMSE receiver. It is observed that the joint transmitter-receiver optimization gives the lower bit error rate (BER). The 2.5 dB SNR gain of the proposed algorithm is observed over a broad range of BERs compared with the MMSE receiver case.

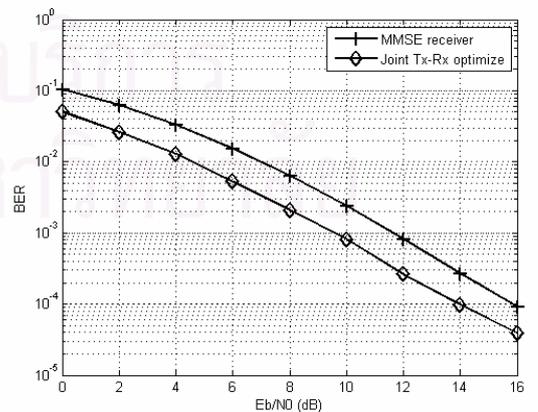


Fig. 2. The BER performance comparison of the joint transmitter-receiver optimization

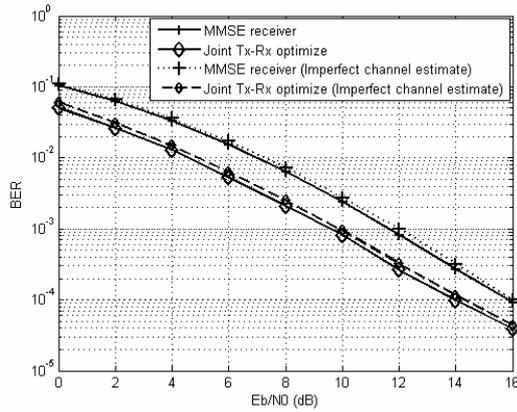


Fig. 3. The BER performance of the joint transmitter-receiver optimization in the presence of the imperfect channel estimate.

We assumed a perfect knowledge of channel estimate or CSI during the design stage. However, in a realistic scenario, the channel knowledge is generally imperfect. Fig. 3., illustrates the BER curve of the joint transmitter-receiver optimization under the imperfect channel estimation environment is presented. We model the estimated channel as

$$\hat{h}_k = (1 + \alpha_k) \text{Re}(h_k) + j(1 + \beta_k) \text{Im}(h_k) \quad (13)$$

where h_k is the actual impulse response of the k -th user's channel, α_k and β_k are independent zero-mean white Gaussian processes of standard deviation 0.3, $\text{Re}(\cdot)$ and $\text{Im}(\cdot)$ denote the real and imaginary parts, respectively. Therefore, we have a Gaussian relative error with a standard deviation of 30% which can be seen as moderate error occur in channel estimation part.

It is clear from Fig. 3, that the performance of the proposed is marginally degraded by imperfect channel estimation. Therefore, the proposed scheme is quite robust to the channel estimation error.

V. CONCLUSION

We introduce an joint optimization technique to an uplink MC-CDMA system. The proposed system includes precoder at a transmitter and linear decoder at a receiver. The formulation of joint transmitter-receiver based on minimum mean square error was expressed. We adopt second-order cone programming in order to solve the optimization problem. From simulation results, the joint optimized transmitter-receiver outperforms conventional uplink MC-CDMA that use MMSE receiver. The effect of imperfect channel estimation was also presented. Simulation results show that the proposed scheme is robust to channel estimation error.

ACKNOWLEDGMENT

The work reported in this paper was supported by the Cooperation Project between the Department of Electrical Engineering and Private Sector for Research and Development.

REFERENCES

- [1] N. Yee, J.P. Linnartz, and G. Fettweis, "Multi-carrier CDMA in indoor wireless radio networks," *IEEE PIMRC 1993*, pp. 109–113, Sep. 1993.
- [2] R. Prasad and S. Hara, "An overview of multi-carrier CDMA," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 35, pp. 126–133, Dec. 1997.
- [3] S. Verdu, *Multuser Detection*, Cambridge University Press, UK., 1998.
- [4] Y.H. Lee and Y. Bar-Ness, "Transmission power adaptations in MC-CDMA communications over Rayleigh fading channels," *WCNC 2004*, vol. 3, pp. 1589–1594, Mar. 2004.
- [5] S. Serbetli and A. Yener, "Transceiver optimization for multiuser MIMO systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52, pp. 214–226, Jan. 2004.
- [6] J.I. Concha and S. Ulukus, "Optimization of CDMA signature sequences in multipath channels," *VTC 2001*, vol. 3, pp. 1978–1982, May. 2001.
- [7] W.M. Jang, B.R. Vojcic, and R.L. Pickholtz, "Joint transmitter-receiver optimization in synchronous multiuser communications over multipath channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, pp. 269–278, Feb. 1998.
- [8] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex optimization*, Cambridge University Press, UK., 2004.
- [9] J.F. Sturm, "Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones," *Optimization Methods and Software*, vol. 11–12, pp. 625–653, 1999.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายประจักษ์ แซ่ตั้ง เกิดวันที่ 20 เมษายน พ.ศ. 2520 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร เข้ารับการศึกษาในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ในปีการศึกษา 2540 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้าจาก มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ในปีการศึกษา 2544 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2546



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย