

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



E47284

การหาตำแหน่งโคงคาชโคบใช้หัดักษัณรูป่างที่ป้บได้

นามนิถวิษัณ วัณรการ

วิถขานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาดมหลังดุตรปวีณญวิถวกรรณศาสตรมหาบัณัณษิต
สาขาวิชาวิถวกรรณโยชฯ ภาควิชาวิถวกรรณโยชฯ
คณชวิถวกรรณศาสตร จุฬาลกรณัณมหาวิทยาลัย
ปีการศึกษ 2553
ดิบัณัณษิตชอจุฬาลกรณัณมหาวิทยาลัย

๖๐๐๒๕๔๒๔๙

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการการวิจัยแห่งชาติ



E47284

การหาค่าแรงโก่งเดาะโดยใช้ฟังก์ชันรูปร่างที่ปรับได้



นาย นิจวิทย์ วัชรการ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2553

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



5 2 7 0 6 1 4 4 2 1

DETERMINATION OF BUCKLING LOAD BY ADAPTIVE SHAPE FUNCTIONS

Mr. Nidvichai Watcharakorn

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2010

Copyright of Chulalongkorn University

นิพนธ์ วัชรกร : การหาค่าแรงโก่งเดาะโดยใช้ฟังก์ชันรูปร่างที่ปรับได้.
(DETERMINATION OF BUCKLING LOAD BY ADAPTIVE SHAPE
FUNCTIONS) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผศ.ดร. จรุง รุ่งอมรรัตน์, 67 หน้า.

E 47284

การศึกษาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการพัฒนาระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ถูกต้องและมีประสิทธิภาพสำหรับคำนวณค่าแรงโก่งเดาะของโครงสร้าง 2 มิติ สมการกำกับสร้างโดยอาศัยหลักการพลังงานศักย์รวมคงที่ และคำตอบเชิงตัวเลขคำนวณจากหลักการประมาณของเรย์เล-ริตซ์ จุดเด่นที่สำคัญของระเบียบวิธีที่พัฒนาขึ้นคือเซตของฟังก์ชันที่ใช้ในการประมาณรูปร่างการโก่งเดาะสร้างมาจากฟังก์ชันรูปร่างที่มีพารามิเตอร์ซึ่งสามารถปรับเปลี่ยนค่าได้อยู่ด้วย โดยที่พารามิเตอร์ดังกล่าวมีความสัมพันธ์โดยตรงกับค่าแรงอัดตามแนวแกนของชิ้นส่วน และที่สำคัญคือเซตดังกล่าวนี้จะมีรูปร่างการโก่งเดาะแม่นยำตรงเป็นสมาชิกด้วย เมื่อแรงอัดตามแนวแกนมีค่าเท่ากับแรงโก่งเดาะของชิ้นส่วน ฟังก์ชันฐานแบบพิเศษนี้สร้างขึ้นจากผลเฉลยแม่นยำของสมการเชิงอนุพันธ์ที่กำกับพฤติกรรมของการโก่งเดาะของชิ้นส่วน โดยพิจารณาชิ้นส่วนหลายประเภท อาทิเช่น ชิ้นส่วนทั้งที่มีและไม่มีค้ำยันด้านข้าง ชิ้นส่วนที่พิจารณาผลของการเปลี่ยนรูปเนื่องจากแรงเฉือน และชิ้นส่วนที่ทำมาจากวัสดุไม่ยืดหยุ่น ชิ้นส่วนที่พิจารณาผลต่างๆเหล่านี้ช่วยเพิ่มความสามารถในการวิเคราะห์ค่าแรงโก่งเดาะของโครงสร้างได้หลากหลาย (อาทิเช่น โครงข้อแข็งทั้งที่มีและไม่มีค้ำยันด้านข้าง เสาที่วางอยู่บนฐานรากยืดหยุ่น เสาที่เกิดการโก่งเดาะในช่วงไม่ยืดหยุ่น และโครงสร้างที่ผลการเปลี่ยนรูปเนื่องจากแรงเฉือนมีนัยสำคัญ เป็นต้น) การใช้ฟังก์ชันประมาณที่ปรับได้ร่วมกับกระบวนการทำซ้ำที่เหมาะสม ทำให้ผลเฉลยโดยประมาณของรูปร่างการโก่งเดาะ และค่าแรงโก่งเดาะสู่เข้าสู่ผลเฉลยแม่นยำตรงอัตโนมัติโดยไม่ต้องทำการแบ่งชิ้นส่วนเพิ่มเติม ในแต่ละรอบการทำซ้ำค่าลักษณะเฉพาะต่ำสุดสามารถคำนวณได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพโดยเลือกใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสม จากนั้นนำระเบียบวิธีที่พัฒนาขึ้นไปวิเคราะห์หาค่าแรงโก่งเดาะของโครงสร้างประเภทต่างๆเพื่อยืนยันความถูกต้อง ศึกษาพฤติกรรมการลู่เข้า และแสดงขีดความสามารถในการวิเคราะห์ สุดท้ายนำเสนอและอภิปรายผลที่ได้จากการศึกษา

ภาควิชา วิศวกรรมโยธาลายมือชื่อนิสิต นงอริยา
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธาลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก SR
ปีการศึกษา 2553

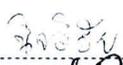
5270614421 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEYWORDS : FLEXURAL BUCKLING LOADS / COLUMNS / EIGENVALUES /
ADAPTIVE BASIS FUNCTIONS / RAYLEIGH-RITZ APPROXIMATION

NIDVICHAI WATCHARKORN: DETERMINATION OF BUCKLING LOAD BY
ADAPTIVE SHAPE FUNCTIONS. ADVISOR: JAROON RUNGAMORN RAT,
Ph.D., 67 pp.

E 47284

This study proposes the development of an accurate and powerful numerical technique capable of determining the flexural buckling load of two-dimensional skeleton structures. The key formulation is based upon the principle of stationary total potential energy whereas the discretization is adopted using standard Rayleigh-Ritz approximation. The crucial feature of the current technique is that a space of trial functions used in the approximation of the buckling shape is constructed from shape functions containing an adaptive parameter directly related to the member axial force and, more importantly, this space will contain the exact buckling shape if the member axial force is identical to its buckling load. Such special basis functions can be constructed, in an element-wise fashion, from a solution of the ordinary differential equation governing the buckling shape of a single element. In the present study, we propose a set of basis functions for several types of elements such as elements with and without lateral constraints, elements with consideration of shear deformation, and elements made of nonlinear materials. This integrated component enhances the capability of the buckling analysis of various types of structures (e.g. plane frames with and without lateral bracings, columns rested on an elastic foundation, inelastic buckling of columns, structures with significant shear deformation, etc.). With use of adaptive interpolation functions along with a proper iterative procedure, the approximate buckling shape and approximate buckling load automatically converge to the exact solutions without the need for mesh refinement. For any iteration, the minimum eigenvalue is efficiently and accurately computed by a selected numerical technique. The proposed method is then tested in the buckling analysis of many structures to demonstrate its accuracy, rate of convergence and capabilities. A selected set of numerical results are reported and discussed.

Department : Civil Engineering..... Student's Signature .....
Field of Study : Civil Engineering..... Advisor's Signature .....
Academic Year : 2010.....

ACKNOWLEDGEMENTS

I wish to express my gratitude to everyone who advised and supported me to complete this thesis. Firstly, I want to acknowledge the Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University who allows me to study for Master's Degree. Next, I would like to express my deepest appreciation to my thesis adviser, Asst. Prof. Dr. Jaroon Rungamornrat, who gave me advices, ideas, intimate supports, and patience throughout this study. Furthermore, I would like to thank all of my thesis committees who gave me valuable comments on this research. Lastly, I feel deeply indebted to kind surrounding people including my parents for their endless support and love, my friends such as Miss Yutiwadee Pinyochotiwong and Mr. Jongaphonh Douanevanh for their helps, consults and gives me the power of will on this study.

CONTENTS

	Page
Abstract (Thai).....	iv
Abstract (English).....	v
Acknowledgements.....	vi
Contents.....	vii
List of Tables.....	ix
List of Figures.....	xi
List of Abbreviations.....	xiii
CHAPTER I INTRODUCTION.....	1
1.1 General.....	1
1.2 Literature Review.....	4
1.2.1 Elastic and inelastic flexural buckling analysis of structures	4
1.2.2 Buckling analysis of structures with consideration of shear deformation.....	9
1.2.3 Buckling analysis of members with restraints against lateral movement.....	11
1.3 Research Objective.....	14
1.4 Research Scopes.....	14
1.5 Research Methodology.....	15
1.6 Research Significance	15
CHAPTER II THEORETICAL CONSIDERATIONS.....	17
2.1 Problem statement.....	17
2.2 Variational formulation.....	18
2.3 Characteristic equation for single element.....	20
2.4 Discretized eigenvalue problem for entire structure	22
2.5 Construction of special basis functions.....	22
2.6 Inelastic Material Model.....	25
CHAPTER III SOLUTION METHOD.....	28

	Page
3.1 Element stiffness matrices.....	28
3.2 Determination of minimum eigenvalue and corresponding eigenvector.....	29
3.3 Iterative procedure to improve buckling load	30
CHAPTER IV NUMERICAL RESULTS.....	37
4.1 Single column with various end conditions.....	37
4.2 Rigid frame and equivalent model with rotational spring	42
4.3 Simply-support column braced by translational spring at its mid-span.....	43
4.4 Column resting on elastic foundation.....	46
4.5 One story portal frame.....	48
4.6 Multi-storey frame with side-sway restraint	49
CHAPTER V CONCLUSIONS AND REMARKS	54
References.....	55
Appendices.....	59
Appendix A.....	60
Appendix B.....	61
Appendix C.....	64
Biography.....	67

LIST OF TABLES

		Page
Table 4.1	Percent error of the approximation ($(P_{\text{current}} - P_{\text{exact}} / P_{\text{exact}} * 100)$) and number of adaptive steps and required iterations for minimum eigenvalue calculations for column with pinned-pinned condition.	38
Table 4.2	Percent error of the approximation ($(P_{\text{current}} - P_{\text{exact}} / P_{\text{exact}} * 100)$) and number of adaptive steps and required iterations for minimum eigenvalue calculations for column with fixed-fixed condition.....	39
Table 4.3	Percent error of the approximation ($(P_{\text{current}} - P_{\text{exact}} / P_{\text{exact}} * 100)$) and number of adaptive steps and required iterations for minimum eigenvalue calculations for column with fixed-pinned condition....	39
Table 4.4	Percent error of the approximation ($(P_{\text{current}} - P_{\text{exact}} / P_{\text{exact}} * 100)$) and number of adaptive steps and required iterations for minimum eigenvalue calculations for column with fixed-free condition.....	40
Table 4.5	Percent error of the approximation ($(P_{\text{current}} - P_{\text{exact}} / P_{\text{exact}} * 100)$) and number of adaptive steps and required iterations for minimum eigenvalue calculations for column with guided-fixed condition....	40
Table 4.6	Percent error of the approximation ($(P_{\text{current}} - P_{\text{exact}} / P_{\text{exact}} * 100)$) and number of adaptive steps and required iterations for minimum eigenvalue calculations for column with guided-pinned condition.	41
Table 4.7	Normalized computed elastic buckling loads of rigid frame using three different models compared with normalized exact solution...	43
Table 4.8	Normalized computed inelastic buckling loads of rigid frame using three different models compared with normalized exact solution for $n = 4$ and $B = 0.75$	43
Table 4.9	Normalized computed inelastic buckling loads of rigid frame using three different models compared with normalized exact solution for $n = 8$ and $B = 0.875$	44

	Page	
Table 4.10	Normalized elastic buckling load of simply-supported column braced at its mid-span by translational spring with stiffness k . The number of adaptive steps (N) and the total number of iterations for eigenvalue computation ($\sum \tilde{n}$) are also reported.....	45
Table 4.11	Normalized inelastic buckling load of simply-supported column braced at its mid-span by translational spring with stiffness k . The number of adaptive steps (N) and the total number of iterations for eigenvalue computation ($\sum \tilde{n}$) are also reported.....	46
Table 4.12	Computed buckling load of column resting on elastic foundation with three end conditions compared with exact solution (P_{exact}) and benchmark numerical solution (P_{ref}) presented by Seemapholkul (2000). The number of adaptive steps is also indicated in the parenthesis.....	48
Table 4.13	Normalized elastic buckling load ($P_{current}$) of one-story portal frame shown in Figure 4.4. Results are compared with exact solutions (P_{exact}) and benchmark solution (P_{FEM}) from FEM.....	50
Table 4.14	Normalized inelastic buckling load ($P_{current}$) of one-story portal frame shown in Figure 4.4. Results are compared with exact solutions (P_{exact}).....	50

LIST OF FIGURES

	Page
Figure 1.1	Two different measures for all internal forces within cross section: (a) Engesser's approach and (b) Haringx's approach 10
Figure 2.1	Two dimensional axially loaded structures focused in the current investigation..... 17
Figure 2.2	Undeformed and deformed configurations of generic i^{th} element of length L_i , axial load P_i , and properties $\{E_i, I_i, \lambda_i, G_i, A_i, k_{1i}, k_{2i}\}$ 20
Figure 2.3	Stress-strain relation governed by (2.39): (a) general case with $B = -0.5$ and (b) $B = 1 - 1/n$ 26
Figure 2.4	Tangent modulus versus stress level (σ/σ_0) : (a) general case with $B = -0.5$ and (b) $B = 1 - 1/n$ 27
Figure 3.1	Flowchart demonstrating the power method and Rayleigh quotient for determining the minimum eigenvalue..... 30
Figure 3.2	Flowchart demonstrating iterative procedure to obtain converged buckling load of first numerical scheme..... 35
Figure 3.3	Flowchart demonstrating iterative procedure to obtain converged buckling load of second numerical scheme..... 36
Figure 4.1	Schematic of single column subjected to (a) pinned-pinned conditions, (b) fixed-fixed conditions, (c) fixed-pinned conditions, (d) fixed-free conditions, (e) guided-fixed conditions, and (f) guided-pinned conditions..... 38
Figure 4.2	(a) Schematic of rigid frame subjected to vertical load P at top of column, (b) equivalent model obtained by replacing right beam by elastic rotational spring at top of column, and (c) equivalent model obtained by replacing left and right beams by elastic rotational spring at top of column 42
Figure 4.3	(a) Simply-supported column braced against lateral movement at its mid-span by translational spring and (b) two-span column with equal length..... 44

	Page
Figure 4.4	Normalized buckling load for simply-supported column braced at its mid-span by translational spring versus the normalized spring stiffness..... 45
Figure 4.5	Buckling shape of simply-supported column braced at its mid-span by translational spring versus the normalized spring stiffness: (a) $\bar{k} = 1$ and (b) $\bar{k} = 20$ 47
Figure 4.6	Schematic of column resting on an elastic two-parameter foundation with (a) pinned-pinned end condition, (b) pinned-fixed end condition, and (c) fixed-fixed end condition 47
Figure 4.7	Schematic of axially-loaded, portal rigid frame..... 49
Figure 4.8	Buckling shapes of one story portal frame: (a) $\{\alpha, \beta, \rho, \gamma, \mu\} = \{1, 1, 1, 1, 1\}$ and (b) $\{\alpha, \beta, \rho, \gamma, \mu\} = \{1, 1, 5, 1, 1\}$ for elastic buckling and $\{\alpha, \beta, \rho, \gamma, \mu\} = \{1, 1, 3, 1, 1\}$ for inelastic buckling..... 51
Figure 4.9	Schematic of axially-loaded, multi-story frame with side-sway restraints..... 52
Figure 4.10	Normalized elastic buckling load of axially loaded, multi-story frame with side-sway restraints versus normalized spring stiffness..... 53
Figure 4.11	The buckling shapes of multi-storey frame with side-sway restraint: (a) without shear deformation and (b) with shear deformation..... 53

LIST OF ABBREVIATIONS

A	area of cross section;
B, \mathbf{n}	material constants;
E	modulus of elasticity;
E_T	tangent modulus;
G	shear modulus;
I	moment of inertia;
k_1	first parameter of elastic foundation (Winkler foundation);
k_2	second parameter of elastic foundation;
\mathbf{K}	element stiffness matrices;
\mathcal{K}	unconstrained stiffness matrices of the structure;
$\hat{\mathcal{K}}$	reduced stiffness matrices;
L	length of the member;
P	axial load;
P_0	reference buckling load of the structure;
r	roots of characteristic equation;
U	strain energy functional;
v	transverse displacement;
W	load potential functional;
β	rotation of the cross sectional;
γ	shear angle of the cross section;
κ	curvature;
λ	shear correction factor;
Π	total potential energy;
σ_0	reference stress;
ε_0	reference strain