

## บทที่ 4

### ผลการคำนวณและการวิเคราะห์ผล

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลจากสมการในบทที่ 3 ที่แสดงวิธีการหาความหนาแน่นประจุพาหะในตัวและความนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำ โดยในเรื่องความหนาแน่นประจุพาหะในตัวนั้นเป็นพื้นฐานหลักในการประยุกต์ไปหาการนำไฟฟ้าของสาร ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

#### 4.1 ผลการคำนวณความหนาแน่นประจุพาหะในตัวของสารกึ่งตัวนำ

จากวิธีการคำนวณความหนาแน่นประจุพาหะในตัวนั้น ผลของความหนาแน่นประจุพาหะในตัวของสารกึ่งตัวนำมี 2 ชนิด คือ อิเล็กตรอนและโฮล ซึ่งได้ผลดังนี้

**ตาราง 4.1** แสดงค่าความหนาแน่นของอิเล็กตรอนที่มีพลังงานสูงกว่าระดับพลังงานนำของสารกึ่งตัวนำใน 3, 2, 1 และ 0 มิติ

มิติ	ความหนาแน่นของอิเล็กตรอนที่มีพลังงานสูงกว่าระดับพลังงานนำ ( $n$ )
3	$n_{3D} = 2 \left( \frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp[(\mu - E_c) / k_B T]$
2	$n_{2D} = \frac{m_e k_B T}{\pi\hbar^2} \sum_{n=0}^{\infty} \exp[(\mu - E_{c_n}) / k_B T]$
1	$n_{1D} = \left( \frac{2m_e k_B T}{\pi^2 \hbar^2} \right)^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty} n_{c_n} \exp[(\mu - E_{c_n}) / k_B T]$
0	$n_{0D} = A \sum_{n=0}^{\infty} n_{c_n} \exp[(\mu - E_{c_n}) / k_B T]$

โดยที่

$E_c$  คือ ระดับพลังงานนำ (Conduction level)

$E_{c_n}$  คือ ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนในลำดับที่  $n$  ซึ่งให้  $E_{c_0} = E_c$

$n_{c_n}$  คือ จำนวนสถานะของอิเล็กตรอนที่มีพลังงานเท่ากัน (Degenerate state) ในระดับพลังงานลำดับที่  $n$  ซึ่งพบใน 1 และ 0 มิติ

ตาราง 4.2 แสดงค่าความหนาแน่นของโฮลที่มีพลังงานต่ำกว่าระดับพลังงานเวเลนซ์ของสารกึ่งตัวนำใน 3, 2, 1 และ 0 มิติ

มิติ	ความหนาแน่นของโฮลที่มีพลังงานต่ำกว่าระดับพลังงานเวเลนซ์ ( $p$ )
3	$p_{3D} = 2 \left( \frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp[(E_v - \mu)/k_B T]$
2	$p_{2D} = \frac{m_h k_B T}{\pi\hbar^2} \sum_{n=0}^{\infty} \exp[(E_{v_n} - \mu)/k_B T]$
1	$p_{1D} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{2m_h k_B T}{\hbar^2} \right)^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty} n_{v_n} \exp[(E_{v_n} - \mu)/k_B T]$
0	$p_{0D} = A \sum_{n=0}^{\infty} n_{v_n} \exp[(E_{v_n} - \mu)/k_B T]$

โดยที่  $E_v$  คือ ระดับพลังงานเวเลนซ์ (Valence level)  
 $E_{v_n}$  คือ ระดับพลังงานของโฮลในลำดับที่  $n$  ซึ่งให้  $E_{v_0} = E_v$   
 $n_{v_n}$  คือ จำนวนสถานะของโฮลที่มีพลังงานเท่ากัน (Degenerate state) ในระดับพลังงานลำดับที่  $n$  ซึ่งพบใน 1 และ 0 มิติ

จากตาราง 4.1 และ 4.2 ได้ค่าความหนาแน่นประจุพาหะของอิเล็กตรอนและโฮล โดยที่ความหนาแน่นของอิเล็กตรอนเกิดจากผลคูณของความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนและการแจกแจงของเฟอร์มี-ดิแรก ในช่วงพลังงานที่สูงกว่าระดับพลังงานนำ และความหนาแน่นของโฮลเกิดขึ้นจากผลคูณของความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนและการแจกแจงของเฟอร์มี-ดิแรก ในช่วงพลังงานที่ต่ำกว่าระดับพลังงานเวเลนซ์ ความหนาแน่นของอิเล็กตรอนและโฮลรวมกันเป็นความหนาแน่นประจุพาหะของสารกึ่งตัวนำซึ่งบอกถึงจำนวนประจุพาหะที่สารกึ่งตัวนำใช้ในการนำไฟฟ้าได้ต่อหน่วยปริมาตร (3 มิติ), ต่อหน่วยพื้นที่ (2 มิติ), ต่อหน่วยความยาว (1 มิติ) และต่ออนุภาค (0 มิติ) ความหนาแน่นของสถานะจะแสดงผลกระทบทางด้านพลังงานและการแจกแจงของเฟอร์มี-ดิแรกจะแสดงผลกระทบทางด้านอุณหภูมิจึงทำให้ความหนาแน่นประจุพาหะของสารกึ่งตัวนำเป็นฟังก์ชันของพลังงานและอุณหภูมิ

จะเห็นว่าใน 2, 1 และ 0 มิติ นั้นแตกต่างจาก 3 มิติ เนื่องจากมี  $E_{c_n}$  และ  $E_{v_n}$  เข้ามาเกี่ยวข้อง นั่นคือในระดับ 2, 1 และ 0 มิติ ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนที่สูงกว่า  $E_c$  และ ระดับพลังงานของโฮลที่ต่ำกว่า  $E_v$  ไม่ต่อเนื่อง ทั้งนี้เป็นผลมาจากความหนาแน่นของสถานะที่เปลี่ยนแปลงไป ความหนาแน่นของประจุพาหะทั้งอิเล็กตรอนและโฮลใน 2, 1 และ 0 มิติ เกิดขึ้นจากผลรวมของความหนาแน่นของประจุพาหะในแต่ละระดับพลังงาน สิ่งที่น่าสนใจ คือ ใน 1 และ 0 มิติ สารกึ่งตัวนำให้มีขนาดเล็กลง อิเล็กตรอนหรือโฮลก็มีสถานะให้ครอบครองได้น้อยลงแต่จำนวนประจุพาหะไม่จำเป็นต้องลดลงไปด้วย เนื่องจากใน 1 และ 0 มิติจะมีค่า  $n_{c_n}$  และ  $n_{v_n}$  หรือจำนวนสถานะที่มีพลังงานเท่ากัน (Degenerate state) จะเพิ่มขึ้นในมิติที่เล็กลง

พิจารณาเทอมของ  $\exp(\pm\mu/k_B T)$  ในตาราง 4.1 และ 4.2 และจากเงื่อนไขในบทที่ 3 กำหนดว่าในทุกมิติสารกึ่งตัวนำมีค่าความหนาแน่นประจุพาหะสอดคล้องกับสมการ  $n_i^2 = np$  จะได้ผลของสมการดังตาราง 4.3 ซึ่งแสดงคำตอบทั่วไปของความหนาแน่นประจุพาหะในตัวกลางสารกึ่งตัวนำ ณ อุณหภูมิ  $T$  องศาสัมบูรณ์ที่มีช่องว่างพลังงาน  $E_g = E_c - E_v$  มีระดับพลังงานเป็นของอิเล็กตรอนและโฮลเป็น  $E_{c_n}$  และ  $E_{v_n}$  จะมีค่าความหนาแน่นประจุพาหะในตัว  $n_i$  ค่าเดียวกันนั้น อย่างไรก็ตาม สิ่งที่ยู่ยากก็คือรูปแบบของ  $E_{c_n}$  และ  $E_{v_n}$

ตาราง 4.3 คำตอบทั่วไปของความหนาแน่นประจุพาหะในตัวกลางสารกึ่งตัวนำใน 3, 2, 1 และ 0 มิติที่คำนวณจากความหนาแน่นของสถานะ

มิติ	คำตอบทั่วไปของความหนาแน่นประจุพาหะในตัวกลางสารกึ่งตัวนำ ( $n_i^2 = np$ )
3	$n_{3D} p_{3D} = 4 \left( \frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e m_h)^{3/2} \exp(-E_g / k_B T)$
2	$n_{2D} p_{2D} = \frac{m_e m_h (k_B T)^2}{\pi^2 \hbar^4} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-E_{c_n} / k_B T) \right] \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \exp(E_{v_n} / k_B T) \right]$
1	$n_{1D} p_{1D} = \frac{2(m_e m_h)^{1/2} k_B T}{\pi^2 \hbar^2} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} n_{c_n} \exp(-E_{c_n} / k_B T) \right] \left[ \sum_{n=0}^{\infty} n_{v_n} \exp(E_{v_n} / k_B T) \right]$
0	$n_{0D} p_{0D} = A^2 \left[ \sum_{n=0}^{\infty} n_{c_n} \exp(-E_{c_n} / k_B T) \right] \left[ \sum_{n=0}^{\infty} n_{v_n} \exp(E_{v_n} / k_B T) \right]$

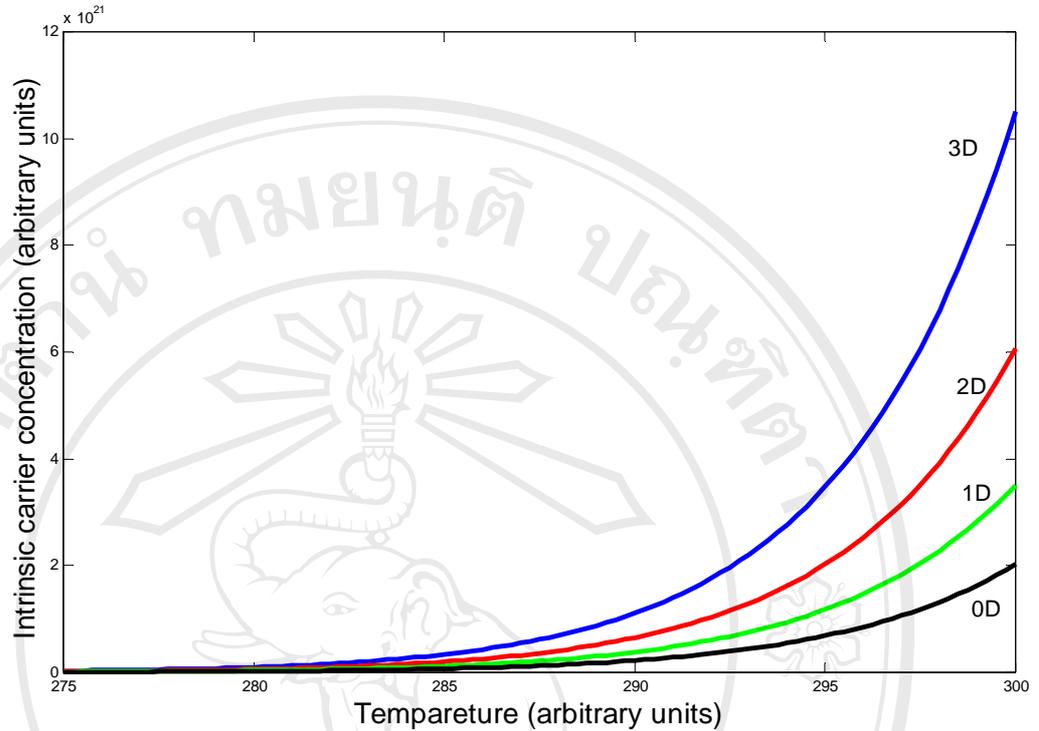
ตาราง 4.4 ความสัมพันธ์ของความหนาแน่นประจุพาหะในตัวของสารกึ่งตัวนำกับขนาดของมิติในกรณีพิเศษที่ 1 ซึ่งมีอิเล็กตรอนอยู่เฉพาะระดับพลังงาน  $E_c$  และมีโฮลอยู่เฉพาะระดับพลังงาน  $E_v$

มิติ	ความหนาแน่นประจุพาหะในตัวของสารกึ่งตัวนำในกรณีพิเศษที่ 1 ( $n_i$ )
3	$n_{i,3D} = 2 \left( \frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp(-E_g / 2k_B T)$
2	$n_{i,2D} = \left( \frac{k_B T}{\pi\hbar^2} \right) (m_e m_h)^{1/2} \exp(-E_g / 2k_B T)$
1	$n_{i,1D} = \sqrt{n_c n_v} \left( \frac{2k_B T}{\pi^2 \hbar^2} \right)^{1/2} (m_e m_h)^{1/4} \exp(-E_g / 2k_B T)$
0	$n_{i,0D} = A \sqrt{n_c n_v} \exp(-E_g / 2k_B T)$

จากคำตอบทั่วไปนั้น หากสนใจศึกษากรณีพิเศษที่มีอิเล็กตรอนอยู่เฉพาะระดับพลังงาน  $E_c$  และมีโฮลอยู่เฉพาะระดับพลังงาน  $E_v$  จะทำให้รูปแบบของสมการในตาราง 4.3 อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น กลายเป็นตาราง 4.4 ทำให้ได้ว่า

$$n_{i,D} \propto T^{D/2} \exp(-E_g / 2k_B T) \quad ; D = 3, 2, 1 \text{ and } 0 \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

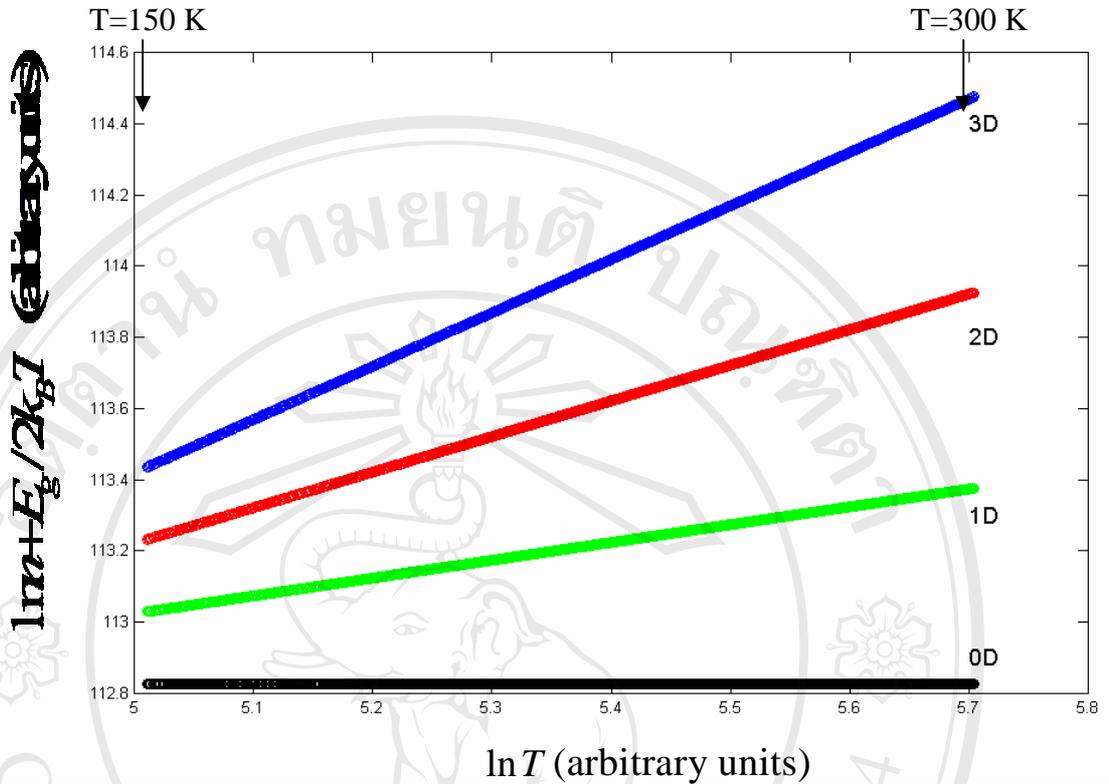
สมการ 4.1 คือ ความสัมพันธ์ของความหนาแน่นประจุพาหะในตัวของสารกึ่งตัวนำกับขนาดของมิติสำหรับกรณีพิเศษซึ่งมีอิเล็กตรอนอยู่เฉพาะระดับพลังงาน  $E_c$  และมีโฮลอยู่เฉพาะระดับพลังงาน  $E_v$  ค่าของความหนาแน่นประจุพาหะในตัวสำหรับกรณีพิเศษขึ้นกับมิติด้วย อย่างไรก็ตามเนื่องจากเทอมของ  $T^{D/2}$  มีผลต่อค่าของ  $n_{i,D}$  น้อยกว่าเทอม  $\exp(-E_g / 2k_B T)$  มาก ทำให้ในทุกมิติสารมีแนวโน้มของ  $n_i$  ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบของแนวโน้มที่ไม่แตกต่างกัน ดังรูปที่ 4.1 ถ้าทุกมิติมีแนวโน้มของ  $n_i$  เหมือนกันก็แสดงว่ามีมิติแทบจะไม่มีผลอะไรเลย แต่จากความรู้เกี่ยวกับความหนาแน่นของสถานะทำให้ทราบว่ามิติมีผลกระทบต่อสถานะของประจุพาหะอย่างมาก ทำให้พบว่าจะต้องมีอิเล็กตรอนและโฮลครอบครองระดับพลังงานย่อย  $E_{c_n}$  และ  $E_{v_n}$  ระดับพลังงานย่อยเหล่านี้เองที่ทำให้  $n_{i,D}$  แตกต่างจาก 3 มิติ



**รูปที่ 4.1** กราฟของความหนาแน่นประจุพาหะในตัวของสารกึ่งตัวนำใน 3, 2, 1 และ 0 มิติกับอุณหภูมิ สำหรับกรณีพิเศษ

จากสมการ 4.1 เมื่อดำเนินการลือกกาลิเทียมและนำมาเขียนกราฟได้ดังรูปที่ 4.2 เป็นตัวอย่างที่คำนวณทางทฤษฎีจากสารกึ่งตัวนำซิงค์ออกไซด์ (ZnO) จะเห็นว่าความชันของกราฟมีค่าเท่ากับ  $D/2$  แสดงมิติของสารกึ่งตัวนำได้ชัดเจน แต่ในทางปฏิบัติแล้วเส้นกราฟทั้ง 4 เส้น บอกความแตกต่างของมิติไม่ได้เลย เนื่องจากไม่ว่าจะทำการอย่างไรสำหรับกรณีพิเศษเทอมของมิติมีผลน้อยกว่าเทอมอื่นมาก

อย่างไรก็ตามในกรณีพิเศษจะใกล้เคียงเมื่ออุณหภูมิต่ำๆ เนื่องจากประจุพาหะ เช่น อิเล็กตรอนพาหะส่วนใหญ่มีพลังงานต่ำและใกล้เคียงระดับพลังงานนำมากขึ้น นั่นคือที่อุณหภูมิต่ำๆ ขนาดของมิติจะมีผลต่อความหนาแน่นประจุพาหะน้อยลง และการศึกษาแบบกรณีพิเศษช่วยให้สมการของคำตอบทั่วไปอยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น และสามารถประมาณค่าของสมบัติของสารบางอย่างได้ เช่น พลังงานศักย์อ้างอิง  $\mu$



รูปที่ 4.2 กราฟระหว่าง  $\ln n + E_g / 2k_B T$  และ  $\ln T$  ของสารกึ่งตัวนำซิงค์ออกไซด์ (ZnO)

จากการเปรียบเทียบตาราง 4.1 และตาราง 4.4 พบว่า

$$\mu = E_c - \frac{1}{2} E_g + \frac{D}{4} k_B T \ln \frac{m_h}{m_e} = E_v + \frac{1}{2} E_g + \frac{D}{4} k_B T \ln \frac{m_h}{m_e} \quad ; \quad D=3, 2, 1 \text{ and } 0 \dots\dots\dots (4.2)$$

โดยทั่วไปแล้ว  $m_e$  และ  $m_h$  จะมีค่าใกล้เคียงกัน จะได้ว่าค่าของพลังงานศักย์อ้างอิง  $\mu$  มีค่าประมาณ  $E_g / 2$  จะเห็นว่าสำหรับกรณีพิเศษค่าของพลังงานศักย์อ้างอิงขึ้นกับมิติด้วย และสิ่งที่ตามมาคือค่าของช่องว่างพลังงาน  $E_g$  น่าจะขึ้นกับมิติด้วย

สำหรับสารกึ่งตัวนำที่ถูกเจือ (Extrinsic semiconductor) ค่าของ  $n$  และ  $p$  มีค่าไม่เท่ากัน เนื่องจากสารกึ่งตัวนำถูกเจือด้วยอะตอมของสารอื่น จากความสัมพันธ์  $n_i^2 = np$  จะได้ว่า

$$n = \frac{1}{2} [(\Delta n)^2 + 4n_i^2]^{1/2} + \frac{1}{2} \Delta n \dots\dots\dots (4.3)$$

$$p = \frac{1}{2} [(\Delta n)^2 + 4n_i^2]^{1/2} - \frac{1}{2} \Delta n \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

โดยที่  $\Delta n = n - p \neq 0$

ปริมาณ  $\Delta n/n_i$  จะบ่งบอกถึงความสำคัญจากประจุพาหะของสารเจือ เมื่อสารกึ่งตัวนำถูกเจือปนจะทำให้ค่าของ  $\mu$  เปลี่ยนแปลงไป ดังนี้

$$n = n_i \exp[(\mu - \mu_i)/k_B T] \quad \text{และ} \quad p = n_i \exp[-(\mu - \mu_i)/k_B T] \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

เช่น เมื่อ  $n > p$  ซึ่งเป็น  $n$ -type จะมีค่า  $\mu > \mu_i$  และจากสมการ 4.5 สามารถแสดงได้ว่า

$$\frac{\Delta n}{n_i} = 2 \sinh[(\mu - \mu_i)/k_B T] \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

เมื่อ  $\mu$  คือ พลังงานศักย์อ้างอิงของสารกึ่งตัวนำที่ถูกเจือ

$\mu_i$  คือ พลังงานศักย์อ้างอิงของสารกึ่งตัวนำในตัว

และ  $E_v < \mu < E_c$  เสมอ

## 4.2 ผลการคำนวณความนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำ

### 4.2.1 ผลการคำนวณความนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำตามแบบจำลองของ Drude

จากบทที่ 3 ความนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำแปรผันโดยตรงกับค่าความหนาแน่นประจุพาหะในตัวเองและค่าสัมประสิทธิ์การทะลุผ่าน  $T_{KG}$  ได้ผลค่าความนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำ ดังนี้

ตาราง 4.5 ความสัมพันธ์ระหว่างความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำกับขนาดของมิติ

มิติ	ความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนที่มีพลังงานสูงกว่าระดับพลังงานนำ ( $G_{iD,e}$ )
3	$G_{3D,e} = 2 \left( \frac{e^2 T_{KG,e}}{2m_e v_{F,e}} \right) \left( \frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp[(\mu - E_c) / k_B T]$
2	$G_{2D,e} = \frac{m_e k_B T}{\pi\hbar^2} \left( \frac{e^2 T_{KG,e}}{2m_e v_{F,e}} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \exp[(\mu - E_{c_n}) / k_B T]$
1	$G_{1D,e} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{2m_e k_B T}{\hbar^2} \right)^{1/2} \left( \frac{e^2 T_{KG,e}}{2m_e v_{F,e}} \right) \sum_{n=0}^{\infty} n_{c_n} \exp[(\mu - E_{c_n}) / k_B T]$
0	$G_{0D,e} = A \left( \frac{e^2 T_{KG,e}}{2m_e v_{F,e}} \right) \sum_{n=0}^{\infty} n_{c_n} \exp[(\mu - E_{c_n}) / k_B T]$

ตาราง 4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างความนำไฟฟ้าของโฮลในสารกึ่งตัวนำกับขนาดของมิติ

มิติ	ความนำไฟฟ้าของโฮลที่มีพลังงานต่ำกว่าระดับพลังงานเวเลนซ์ ( $G_{iD,h}$ )
3	$G_{3D,h} = 2 \left( \frac{e^2 T_{KG,h}}{2m_h v_{F,h}} \right) \left( \frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp[(E_v - \mu) / k_B T]$
2	$G_{2D,h} = \frac{m_h k_B T}{\pi\hbar^2} \left( \frac{e^2 T_{KG,h}}{2m_h v_{F,h}} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \exp[(E_{v_n} - \mu) / k_B T]$
1	$G_{1D,h} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{2m_h k_B T}{\hbar^2} \right)^{1/2} \left( \frac{e^2 T_{KG,h}}{2m_h v_{F,h}} \right) \sum_{n=0}^{\infty} n_{v_n} \exp[(E_{v_n} - \mu) / k_B T]$
0	$G_{0D,h} = A \left( \frac{e^2 T_{KG,h}}{2m_h v_{F,h}} \right) \sum_{n=0}^{\infty} n_{v_n} \exp[(E_{v_n} - \mu) / k_B T]$

จากตาราง 4.5 และตาราง 4.6 แสดงค่าความนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำที่คำนวณได้จากสมการ 3.19 ซึ่งความนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำเกิดจากผลรวมของประจุพาหะอิเล็กตรอนและโฮลในแต่ละระดับพลังงาน เพื่อให้ง่ายต่อการเปรียบเทียบในทุกเทอมสามารถจัดรูปให้อยู่ในรูปแบบของเทอมแรกได้ โดยกำหนดให้

$$\Delta_n = E_{c_n} - E_c \text{ และ } v_{F,e} = \hbar k_F / m_e = \sqrt{(\hbar k_F)^2 / 2m_e} \sqrt{2/m_e} \approx \sqrt{E_g / m_e} \dots\dots\dots (4.7)$$

พิจารณาประจุพาหะอิเล็กตรอนที่มีพลังงานสูงกว่าระดับพลังงานนำ จะมีค่าความนำไฟฟ้างตามตาราง 4.7 ซึ่งระดับพลังงานที่ห่างจาก  $E_c$  มากขึ้นค่าความนำไฟฟ้าที่ระดับพลังงานนั้นจะมีค่าน้อยลงเรื่อยๆ

ตาราง 4.7 ความสัมพันธ์ของความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำกับขนาดของมิติ โดยแต่ละระดับพลังงานเป็นสัดส่วนจากค่าความนำไฟฟ้าที่ระดับพลังงานนำ

มิติ	ความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนที่มีพลังงานสูงกว่าระดับพลังงานนำ ( $G_{iD,e}$ )
3	$G_{3D,e} = G_{0,3D,e}(T) = 2 \left( \frac{e^2 T_{KG,e}}{2m_e v_{F,e}} \right) \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp[-E_g / 2k_B T]$
2	$G_{2D,e} = G_{0,2D,e}(T) T_{KG,e} \sum_{n=1}^{\infty} (1 + \exp[-\Delta_n / k_B T])$
1	$G_{1D,e} = G_{0,1D,e}(T) T_{KG,e} \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{n_{c_n}}{n_c} \exp[-\Delta_n / k_B T] \right)$
0	$G_{0D,e} = G_{0,0D,e}(T) T_{KG,e} \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{n_{c_n}}{n_c} \exp[-\Delta_n / k_B T] \right)$

ทำนองเดียวกันประจุพาหะโฮลที่มีพลังงานต่ำกว่าระดับพลังงานเวเลนด์ จะมีค่าความนำไฟฟ้างตามตาราง 4.8 ซึ่งระดับพลังงานที่ห่างจาก  $E_v$  มากขึ้นค่าความนำไฟฟ้าที่ระดับพลังงานนั้นจะมีค่าน้อยลงเรื่อยๆ โดยให้

$$\Delta_n = E_{v_n} - E_v \text{ และ } v_{F,h} = \hbar k_F / m_h = \sqrt{(\hbar k_F)^2 / 2m_h} \sqrt{2/m_h} \approx \sqrt{E_g / m_h} \dots\dots\dots (4.8)$$

ตาราง 4.8 ความสัมพันธ์ของความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำกับขนาดของมิติ โดยแต่  
ละระดับพลังงานเป็นส่วนจากค่าความนำไฟฟ้าที่ระดับพลังงานนำ

มิติ	ความนำไฟฟ้าของโฮลที่มีพลังงานต่ำกว่าระดับพลังงานเวเลนซ์ ( $G_{iD,h}$ )
3	$G_{3D,h} = G_{0,3D,h}(T) = 2 \left( \frac{e^2 \Gamma_{KG,h}}{2m_h v_{F,h}} \right) \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp[-E_g / 2k_B T]$
2	$G_{2D,h} = G_{0,2D,h}(T) \Gamma_{KG,h} \sum_{n=1}^{\infty} (1 + \exp[\Lambda_n / k_B T])$
1	$G_{1D,h} = G_{0,1D,h}(T) \Gamma_{KG,h} \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{n_{v_n}}{n_v} \exp[\Lambda_n / k_B T] \right)$
0	$G_{0D,h} = G_{0,0D,h}(T) \Gamma_{KG,h} \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{n_{v_n}}{n_v} \exp[\Lambda_n / k_B T] \right)$

สำหรับใน 2, 1 และ 0 มิติ ค่า  $G_{0,iD,e}$  และ  $G_{0,iD,h}$  แบ่งได้เป็น 2 แบบ คือ เมื่อ  $\Delta_n, \Lambda_n \rightarrow 0$  และ  $\Delta_n \rightarrow \infty, \Lambda_n \rightarrow -\infty$

กรณีที่ระดับพลังงานห่างกันชัดเจน นั่นคือ  $\frac{\Delta_n}{k_B T} \rightarrow \infty$  และ  $\frac{\Lambda_n}{k_B T} \rightarrow -\infty$  จะได้ว่า

$$\exp[(\mu - E_c) / k_B T] = \left( \frac{m_h}{m_e} \right)^{D/4} \exp[-E_g / 2k_B T] \dots\dots\dots (4.9)$$

และ

$$\exp[(E_v - \mu) / k_B T] = \left( \frac{m_e}{m_h} \right)^{D/4} \exp[-E_g / 2k_B T] \dots\dots\dots (4.10)$$

เมื่อค่า  $D$  เท่ากับ 2, 1 หรือ 0 มิติ

ทำให้ประมาณค่า  $G_{0,iD,e}$  ได้ดังตาราง 4.9 และประมาณค่า  $G_{0,iD,h}$  ได้ดังตาราง 4.10

ตาราง 4.9 ค่าความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานนำ  $E_c$  เมื่อ  $\frac{\Lambda_n}{k_B T} \rightarrow \infty$  และ  $T_{KG} = 1$  ในแต่ละมิติ

มิติ	ความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานนำ ( $G_{0,iD,e}$ ) เมื่อ $\frac{\Lambda_n}{k_B T} \rightarrow \infty$ และ $T_{KG,e} = 1$
3	$G_{0,3D,e}(T) = 2 \left( \frac{e^2}{2m_e v_{F,e}} \right) \left( \frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp[-E_g / 2k_B T]$
2	$G_{0,2D,e}(T) = \frac{k_B T}{\pi\hbar^2} \left( \frac{e^2}{2m_e v_{F,e}} \right) (m_e m_h)^{1/2} \exp[-E_g / 2k_B T]$
1	$G_{0,1D,e}(T) = \frac{n_c}{\pi} \left( \frac{2m_e k_B T}{\hbar^2} \right)^{1/2} \left( \frac{e^2}{2m_e v_{F,e}} \right) (m_e m_h)^{1/4} \exp[-E_g / 2k_B T]$
0	$G_{0,0D,e}(T) = A n_c \left( \frac{e^2}{2m_e v_{F,e}} \right) \exp[-E_g / 2k_B T]$

ตาราง 4.10 ค่าความนำไฟฟ้าของโฮลที่ระดับพลังงานเวเลนซ์  $E_v$  เมื่อ  $\frac{\Lambda_n}{k_B T} \rightarrow -\infty$  และ  $T_{KG} = 1$  ในแต่ละมิติ

มิติ	ความนำไฟฟ้าของโฮลที่ระดับพลังงานเวเลนซ์ ( $G_{0,iD,h}$ ) เมื่อ $\frac{\Lambda_n}{k_B T} \rightarrow -\infty$ และ $T_{KG,e} = 1$
3	$G_{0,3D,h}(T) = 2 \left( \frac{e^2}{2m_h v_{F,h}} \right) \left( \frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp[-E_g / 2k_B T]$
2	$G_{0,2D,h}(T) = \frac{k_B T}{\pi\hbar^2} \left( \frac{e^2}{2m_h v_{F,h}} \right) (m_e m_h)^{1/2} \exp[-E_g / 2k_B T]$
1	$G_{0,1D,h}(T) = \frac{n_v}{\pi} \left( \frac{2m_h k_B T}{\hbar^2} \right)^{1/2} \left( \frac{e^2}{2m_h v_{F,h}} \right) (m_e m_h)^{1/4} \exp[-E_g / 2k_B T]$
0	$G_{0,0D,h}(T) = A n_v \left( \frac{e^2}{2m_h v_{F,h}} \right) \exp[-E_g / 2k_B T]$

จะเห็นว่า ค่า  $G_{0,iD,e}$  และ  $G_{0,iD,h}$  มีรูปแบบเดียวกัน

กรณีที่ระดับพลังงานใกล้เคียงกันมากๆ หรือ  $\frac{\Delta_n}{k_B T}, \frac{\Lambda_n}{k_B T} \rightarrow 0$  จะได้ว่าในทุกมิตินั้น

$$\exp[(\mu - E_c) / k_B T] = \left(\frac{m_h}{m_e}\right)^{3/4} \exp[-E_g / 2k_B T] \quad \dots\dots\dots (4.11)$$

และ

$$\exp[(E_v - \mu) / k_B T] = \left(\frac{m_h}{m_e}\right)^{3/4} \exp[-E_g / 2k_B T] \quad \dots\dots\dots (4.12)$$

ทำให้ได้ว่า

**ตาราง 4.11** ค่าความนำไฟฟ้าของอิเล็กทรอนิกส์ที่ระดับพลังงานนำ  $E_c$  เมื่อ  $\frac{\Delta_n}{k_B T} \rightarrow 0$  และ  $T_{KG} = 1$  ในแต่ละมิติ

มิติ	ความนำไฟฟ้าของอิเล็กทรอนิกส์ที่ระดับพลังงานนำ ( $G_{0,iD,e}$ ) เมื่อ $\frac{\Delta_n}{k_B T} \rightarrow 0$ และ $T_{KG,e} = 1$
3	$G_{0,3D,e} = 2 \left(\frac{e^2}{2m_e v_{F,e}}\right) \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp[-E_g / 2k_B T]$
2	$G_{0,2D,e}(T) = \frac{k_B T}{\pi\hbar^2} \left(\frac{e^2}{2m_e v_{F,e}}\right) (m_e m_h)^{3/4} \exp[-E_g / 2k_B T]$
1	$G_{0,1D,e}(T) = \frac{n_c}{\pi} \left(\frac{2m_e k_B T}{\hbar^2}\right)^{1/2} \left(\frac{e^2}{2m_e v_{F,e}}\right) (m_e m_h)^{3/4} \exp[-E_g / 2k_B T]$
0	$G_{0,0D,e}(T) = A n_c \left(\frac{e^2}{2m_e v_{F,e}}\right) (m_e m_h)^{3/4} \exp[-E_g / 2k_B T]$

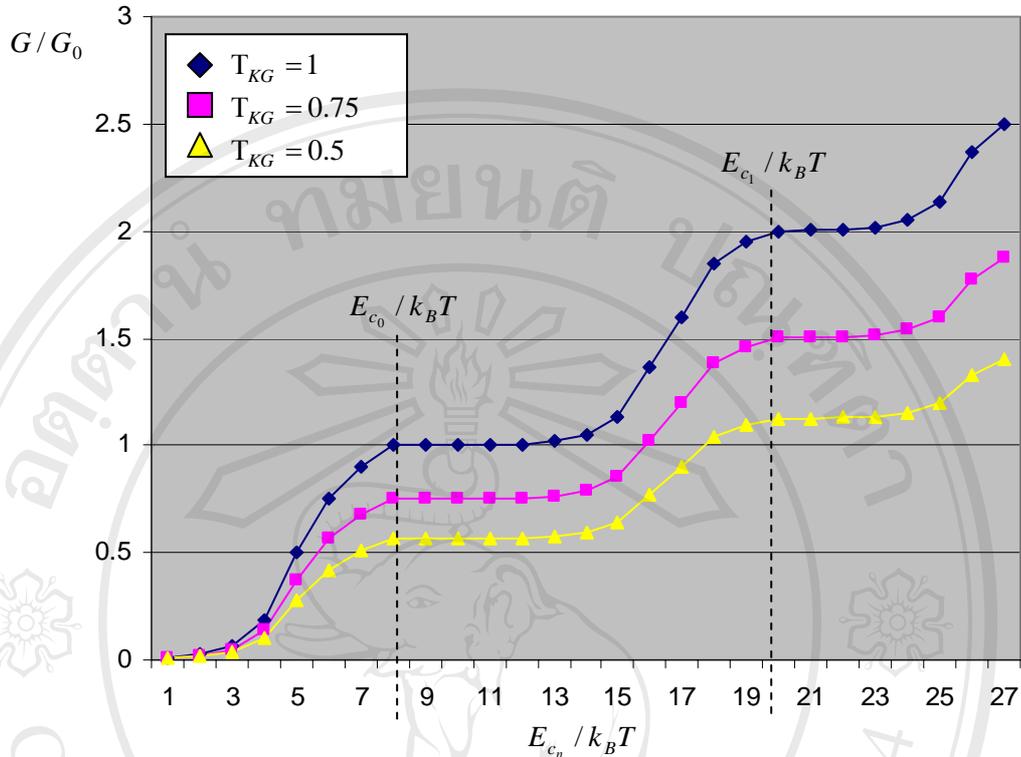
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright © by Chiang Mai University  
All rights reserved

ตาราง 4.12 ค่าความนำไฟฟ้าของโพลีที่ระดับพลังงานเวเลนซ์  $E_v$  เมื่อ  $\frac{\Lambda_n}{k_B T} \rightarrow 0$  และ  $T_{KG} = 1$  ในแต่ละมิติ

มิติ	ความนำไฟฟ้าของโพลีที่ระดับพลังงานเวเลนซ์ ( $G_{0,iD,h}$ ) เมื่อ $\frac{\Lambda_n}{k_B T} \rightarrow 0$ และ $T_{KG,e} = 1$
3	$G_{0,3D,h}(T) = 2 \left( \frac{e^2}{2m_h v_{F,h}} \right) \left( \frac{k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp[-E_g / 2k_B T]$
2	$G_{0,2D,h}(T) = \frac{k_B T}{\pi\hbar^2} \left( \frac{e^2}{2m_h v_{F,h}} \right) (m_e m_h)^{3/4} \exp[(-E_g) / 2k_B T]$
1	$G_{0,1D,h}(T) = \frac{n_v}{\pi} \left( \frac{2m_h k_B T}{\hbar^2} \right)^{1/2} \left( \frac{e^2}{2m_h v_{F,h}} \right) (m_e m_h)^{3/4} \exp[(-E_g) / 2k_B T]$
0	$G_{0,0D,h}(T) = A n_v \left( \frac{e^2}{2m_h v_{F,h}} \right) (m_e m_h)^{3/4} \exp[(-E_g) / 2k_B T]$

จากตาราง 4.9 จนถึงตาราง 4.12 จะเห็นว่าความกว้างของระดับพลังงานมีผลต่อค่าของ  $G_{0,iD,e}$  และ  $G_{0,iD,h}$  ไม่มากนัก และยังเป็นฟังก์ชันกับอุณหภูมิในรูปแบบที่เหมือนรูปที่ 4.1 นั่นคือค่าความหนาแน่นประจุพาหะในตัวแสดงรูปแบบของค่าความนำไฟฟ้า และค่าสัมประสิทธิ์การทะลุผ่านแสดงค่าของความนำไฟฟ้าว่ามีมากน้อยเพียงใด

พิจารณารูปที่ 4.3 แสดงความไม่ต่อเนื่องของค่าความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำจากตาราง 4.7 โดยค่าของความนำไฟฟ้าขึ้นกับระดับพลังงานที่สูงกว่าระดับพลังงานนำ ค่าสัมประสิทธิ์การทะลุผ่าน  $T_{KG}$  แสดงความสูงของกราฟ ถ้า  $T_{KG}$  มีค่าเท่ากับ 1 จะเป็นกรณีในอุดมคติ นั่นคือสารกึ่งตัวนำที่อุณหภูมิ  $T$  มีค่าความนำไฟฟ้ามากที่สุด และเมื่อค่า  $T_{KG}$  ลดลงก็就会有ความนำไฟฟ้าลดลงด้วย รูปที่ 4.3 แสดงความแตกต่างระหว่าง 3 มิติ ซึ่งค่าความนำไฟฟ้ามีค่าต่อเนื่อง กับใน 2, 1 และ 0 มิติ อย่างไรก็ตามแบบจำลองนี้ยังบ่งบอกความแตกต่างของ 2, 1 และ 0 มิติได้ไม่คืบนัก ตัวแปรที่บ่งบอกความแตกต่างคือ จำนวนสถานะที่มีพลังงานซ้ำกัน  $n_c, n_v$  และ  $T_{KG}$  ทำให้รูปร่างของกราฟในรูปที่ 4.3 เปลี่ยนไปจากเดิม ในทำนองเดียวกันค่าความนำไฟฟ้าของประจุพาหะโพลีก็มีรูปแบบคล้ายกับรูปที่ 4.3 เช่นกัน



รูปที่ 4.3 แสดงค่าความนำไฟฟ้าของอิเล็คตรอนใน 2, 1 และ 0 มิติเทียบกับความนำไฟฟ้าที่ระดับพลังงานนำ ( $G/G_0$ ) กับระดับพลังงานของอิเล็คตรอน ( $E_{c_n} / k_B T$ )

กราฟในรูป4.3 เป็น Perfect Quantization เหมือนโลหะเนื่องจาก  $\Delta_n = E_{c_n} - E_c \approx nE_g$  นั่นคือ แต่ละระดับพลังงานมีค่าต่างกันประมาณ  $E_g$  สมบัติการเป็นสารกึ่งตัวนำก็หมดไป

กราฟเมื่อพลังงานชิดกัน  $\Delta_n = E_{c_n} - E_c \rightarrow 0$  ค่าความไม่ต่อเนื่องก็จะมีค่าลดลงเรื่อยๆ และถ้าไม่มีระดับพลังงานย่อยสารกึ่งตัวนำก็จะมีลักษณะเหมือน 3 มิติ นั่นเอง

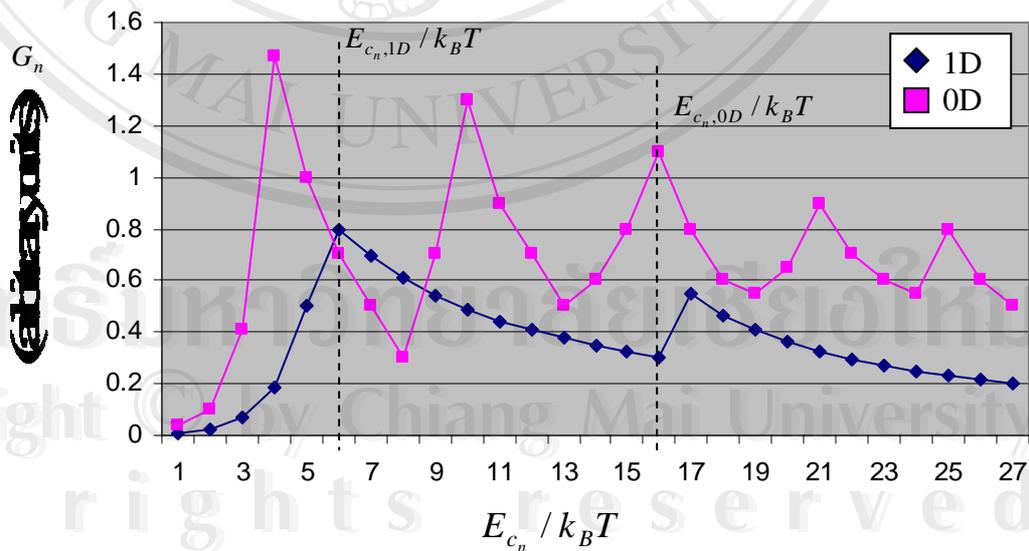
และเมื่อค่าของ  $\Delta_n = E_{c_n} - E_c \rightarrow \infty$  อิเล็คตรอนก็จะครอบครองเฉพาะระดับพลังงานนำ สารกึ่งตัวนำก็จะมีลักษณะเหมือน 3 มิติ เช่นกัน

สำหรับใน 1 และ 0 มิติ มีสถานะพลังงานซ้ำกัน (Degenerate States) ซึ่งแตกต่างจาก 2 มิติ ที่มีค่า  $k_x$  ไม่ต่อเนื่องเพียงค่าเดียว ส่วนใน 1 มิติ ค่า  $k$  ไม่ต่อเนื่อง 2 ค่า คือ  $k_x, k_y$  และใน 0 มิติ อิเล็คตรอนถูกกักทำให้ค่า  $k$  ไม่ต่อเนื่องทั้ง 3 ค่า คือ  $k_x, k_y, k_z$  ทำให้จำนวนชุดของค่า  $k_i$  ที่ทำให้เกิดพลังงานค่าหนึ่งๆ มีจำนวนต่างกัน ดังตาราง 4.12

ตาราง 4.13 ตัวอย่างจำนวนสถานะที่มีพลังงานซ้ำกันใน 2, 1 และ 0 มิติเมื่อ  $E_n = \sum_i n_i^2 E_0$

State (n)	2D		1D		0D			
	$E_n/E_0$	$n(E)$	$E_n/E_0$	Degenerate States	$n(E)$	$E_n/E_0$	Degenerate States	$n(E)$
1	1	1	2	(1,1)	1	3	(1,1,1)	1
2	4	1	5	(2,1),(1,2)	2	6	(2,1,1),(1,2,1),(1,1,2)	3
3	9	1	8	(2,2)	1	9	(2,2,1),(1,2,2),(2,1,2)	3
4	16	1	10	(3,1),(1,3)	2	11	(3,1,1),(1,3,1),(1,1,3)	3
5	25	1	13	(3,2),(2,3)	2	12	(2,2,2)	1
6	36	1	17	(4,1),(1,4)	2	14	(3,2,1),(3,1,2),(2,3,1) (2,1,3),(1,3,2),(1,2,3)	6
7	49	1	18	(3,3)	1	17	(3,2,2),(2,3,2),(2,2,3)	3
8	64	1	20	(4,2),(2,4)	2	18	(4,1,1),(1,4,1),(1,1,4)	3
9	81	1	25	(4,3),(3,4)	2	19	(3,3,1),(3,1,3),(1,3,3)	3
10	100	1	26	(5,1),(1,5)	2	21	(4,2,1),(4,1,2),(2,4,1) (2,1,4),(1,4,2),(1,2,4)	6

จากตาราง 4.12 จะเห็นว่าใน 10 ระดับพลังงานแรก 0 มิติมีจำนวนสถานะทั้งหมดและสถานะที่มีพลังงานซ้ำกันมากกว่า 1 และ 2 มิติตามลำดับ และในแต่ละค่าของ  $k$  หรือ  $E_{c_n}$  นั้นจะมีค่า  $G_n$  สูงสุดและลดลงเมื่อ  $n$  มีค่ามากขึ้น เนื่องจาก 0 มิติ มีสถานะซ้ำกันมากกว่าใน 1 มิติ ทำให้เกิดรูปแบบดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 แสดงผลของสถานะพลังงานซ้ำต่อความนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนใน 1 และ 0 มิติใน ระดับพลังงาน ( $G_n$ ) กับระดับพลังงานของอิเล็กตรอน ( $E_{c_n} / k_B T$ )

**4.2.2 ผลกระทบจาก Nonequilibrium Distribution Function และ Relaxation Time ที่มีต่อค่าความนำไฟฟ้า**

จากที่กล่าวมา เมื่อพิจารณา Inhomogeneous Semiconductor นั้น กำหนดให้การแจกแจงของอิเล็กตรอนเป็นการแจกแจงของเฟอร์มี-ดิแรก  $f_e(\epsilon)$  แต่ในความเป็นจริงแล้วการแจกแจงของประจุพาหะไม่ได้อยู่ในสภาวะสมดุลตลอดเวลา ซึ่งอธิบายด้วยฟังก์ชันการแจกแจงในสภาวะไม่สมดุล (Nonequilibrium Distribution Function) ดังนี้

$$g_n(\vec{k}, t) = g^0(\vec{k}) - e\vec{E} \cdot \vec{v}(\vec{k})\tau(\epsilon(\vec{k}))\left(-\frac{\partial f}{\partial \epsilon}\right) \dots\dots\dots (4.13)$$

จากรายละเอียดในบทที่ 3 จะได้ว่า

$$\sigma_{\mu\nu}^{(n)} = e^2 \int \tau_n(\epsilon(\vec{k}))f(\epsilon(\vec{k}))\frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \epsilon_n(\vec{k})}{\partial k_\mu \partial k_\nu} D(\epsilon(\vec{k}))d\epsilon(\vec{k}) \dots\dots\dots (4.14)$$

โดยที่  $\sigma_{\mu\nu}^{(n)}$  คือ เทนเซอร์ของสภาพนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำในระดับพลังงานที่  $n$   
 $\tau_n(\epsilon(\vec{k}))$  คือ Relaxation Time ของประจุพาหะในระดับพลังงานที่  $n$   
 $D(\epsilon(\vec{k}))$  คือ ความหนาแน่นของสถานะในแต่ละมิติ

พิจารณาเทอมของ  $\frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \epsilon_n(\vec{k})}{\partial k_\mu \partial k_\nu}$  เรียกว่า เทนเซอร์ของมวลยังผล (Effective Mass Tensor) เขียนแทนด้วย  $M^{-1}(\vec{k})$  ซึ่งมีหน่วยเป็นส่วนกลับของหน่วยมวลของประจุพาหะ ในระบบผลึกของสารกึ่งตัวนำที่มีสมการของชโรดิงเจอร์เป็น

$$H_k \psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \left[ \frac{\hbar^2}{2m} (-i\nabla + \vec{k})^2 + U(\vec{r}) \right] \psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \epsilon_n(\vec{k})\psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) \dots\dots\dots (4.15)$$

$$\frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \epsilon_n(\vec{k})}{\partial k_\mu \partial k_\nu} = \frac{1}{m} \delta_{\mu\nu} + \frac{\hbar^2}{m^2} \sum_{n' \neq n} \frac{\langle n\vec{k} | -i\nabla_\mu | n'\vec{k} \rangle \langle n'\vec{k} | -i\nabla_\nu | n\vec{k} \rangle + \langle n'\vec{k} | -i\nabla_\nu | n\vec{k} \rangle \langle n\vec{k} | -i\nabla_\mu | n'\vec{k} \rangle}{\epsilon_n(\vec{k}) - \epsilon_{n'}(\vec{k})} \dots\dots\dots (4.16)$$

ในสมการ 4.16 กล่าวได้ว่า  $M^{-1}(\vec{k})$  คือ อันตรกิริยาระหว่างระดับพลังงานที่  $n$  และ  $n'$  โดยกระทำกับโอเปอเรเตอร์ของความเร็ว  $-i\nabla$  สำหรับกรณีประจุพาหะอิสระก็จะไม่มีอันตรกิริยาระหว่าง  $n$

และ  $n'$  ทำให้  $M^{-1}(\vec{k})$  เหลือเพียง  $(1/m)\delta_{\mu\nu}$  และสมการที่ 4.14 ก็จะคล้ายกับแบบจำลองของ Drude และจะเห็นว่าผลของอันตรกิริยาระหว่างระดับพลังงานที่  $n$  และ  $n'$  ทำให้  $\vec{\sigma} = \sum_n \vec{\sigma}^{(n)}$  เป็นเมตริกซ์ที่ทำการแปลงระหว่างความหนาแน่นกระแส  $\vec{j}$  และสนามไฟฟ้าภายนอก  $\vec{E}$  ซึ่งมีสัมประสิทธิ์ของเมตริกซ์เป็น  $j_\mu = \sigma_{\mu\nu} E_\nu$

พิจารณา  $\tau_n(\varepsilon(\vec{k}))$  ซึ่งขึ้นกับระดับพลังงาน บ่งบอกถึงระยะเวลาที่ประจุพาหะที่อยู่ในระดับพลังงาน  $n$  ใช้ในการเคลื่อนที่ระหว่างการชนหรือมีอันตรกิริยากับพลังงานศักย์อื่นๆ ในแต่ละครั้ง  $\tau_n(\varepsilon(\vec{k}))$  แบ่งเป็น 2 ส่วน ดังนี้

$$\frac{1}{\tau_n(\varepsilon(\vec{k}))} = \frac{1}{\tau_{el,n}(\varepsilon(\vec{k}))} + \frac{1}{\tau_{in,n}(\varepsilon(\vec{k}))} \dots\dots\dots (4.17)$$

โดยที่  $\tau_{el,n}(\varepsilon(\vec{k}))$  คือ Elastic Relaxation Time ในระดับพลังงานที่  $n$   
 $\tau_{in,n}(\varepsilon(\vec{k}))$  คือ Inelastic Relaxation Time ในระดับพลังงานที่  $n$

$$\tau_{el,n}(\varepsilon(\vec{k})) = \frac{L}{v_n} \equiv L \frac{n^{(n)}}{\langle n\vec{k} | |v| g_n(\varepsilon) | n\vec{k} \rangle} \dots\dots\dots (4.18)$$

ในแต่ละมิติค่าของ  $\tau_{el,n}(\varepsilon(\vec{k})) = \frac{L}{v_n}$  และสามารถเขียนในรูปของสัมประสิทธิ์การทะลุผ่าน  $T_{KG}$  ได้ จากตาราง 4.8 อิเล็กตรอนในแต่ละระดับพลังงานมีค่า  $T_{KG}$  ไม่เท่ากัน ทำให้  $T_{KG}$  ต้องอยู่ในแต่ละเทอม ค่าของ  $T_{KG}$  บ่งบอกถึงความสามารถในการทะลุผ่านพลังงานศักย์ของระบบที่สนใจ โดยทั่วไปนั้น ค่าของ  $T_{KG}$  มีค่าน้อยกว่า 1 ซึ่งเป็นผลมาจากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับอะตอมในผลึก อิเล็กตรอนกับโฟนอน (Electron-Phonon Interaction) อิเล็กตรอนกับช่องว่างที่อะตอมหายไปหรืออะตอมอื่นที่เจือปนอยู่ในผลึก (Impurity-Electron Interaction) และอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอน (Electron-Electron Interaction)

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การทะลุผ่านจากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับอะตอมในผลึก ( $T_{atom}$ ) โดยใช้แบบจำลองบ่อศักย์เป็นแบบ Finite Well นั้น มีค่าเป็น

$$T_{atom}(\vec{k}) = \prod_{i=1}^N \frac{4k_i^2 k_i'^2}{(k_i^2 - k_i'^2)^2 \sin^2 k_i' a + 4k_i'^2 k_i^2} \dots\dots\dots (4.19)$$

โดยที่  $E > -V_0$ ,  $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$  และ  $k'^2 = \frac{2mE + V_0}{\hbar^2}$

เมื่อ  $N$  คือ จำนวนอะตอมของสารผลึกเชิงเดี่ยวใน 1 มิติ

เปรียบเทียบสารกึ่งตัวนำใน 3, 2, 1 และ 0 มิติ ที่มีสนามไฟฟ้าในแนวแกนหนึ่งๆ จะพบว่าใน 3, 2 และ 1 มิติ มีค่าของ  $T_{atom}$  ใกล้เคียงกันและน้อยกว่า 0 มิติเนื่องจากมีอะตอมในแนวคั่งกล่าวน้อยกว่า

สำหรับเทอมของ  $\tau_{in,n}(\varepsilon(\vec{k}))$  เราจะสนใจอันตรกิริยาที่เกิดในระดับพลังงานเดียวกันหรือ  $n = n'$  เท่านั้น พิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การทะลุผ่านจากอันตรกิริยาระหว่างของอิเล็กตรอนกับช่องว่างที่อะตอมหายไปหรืออะตอมอื่นที่เจือปนอยู่ในผลึก ( $T_{in}$ ) หาได้จาก

$$\frac{1}{\tau_{in}(\vec{k})} = \int \frac{d\vec{k}'}{(2\pi)^2 \hbar} n_{in} (1 - \vec{k} \cdot \vec{k}') \delta(E(\vec{k}) - E(\vec{k}')) \left| \langle \vec{k} | U | \vec{k}' \rangle \right|^2 \quad \dots\dots\dots (4.20)$$

โดยที่  $n_{in}$  คือ จำนวนอะตอมที่เจือปนต่อปริมาตร

$U$  คือ บ่อพลังงานศักย์ที่เกิดจากสิ่งเจือปน

$$T_{in} = \frac{2\bar{v}\tau_{in}(\vec{k})}{L} = \frac{2\bar{v}}{L} \left[ \int \frac{d\vec{k}'}{(2\pi)^2 \hbar} n_{in} \delta(E(\vec{k}) - E(\vec{k}')) \left| \langle \vec{k} | U | \vec{k}' \rangle \right|^2 \right]^{-1} \quad \dots\dots\dots (4.21)$$

นอกจากนี้ยังมีค่าสัมประสิทธิ์การทะลุผ่านจากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอน ( $T_{ee}$ ) หาได้ทำนองเดียวกันกับ  $T_{in}$  โดยพิจารณา  $N$  อิเล็กตรอนมีฟังก์ชันคลื่นเป็น  $\psi(\vec{r}_1 s_1, \vec{r}_2 s_2, \dots, \vec{r}_N s_N)$  และสมการของชโรดิงเจอร์ ดังนี้

$$H\psi = \sum_{i=1}^N \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 - Ze^2 \sum_R \frac{1}{|r_i - R|} \right) \psi + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{|r_i - r_j|} \psi = E\psi \quad \dots\dots\dots (4.22)$$

จะเห็นว่าอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอน คือ  $U_{ee} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{|r_i - r_j|}$  มีผลทำให้สมการ

4.21 ยุ่งยากขึ้นไปอีก

สมมุติว่า  $U = -\alpha \delta(\vec{k} - \vec{k}')$  เมื่อ  $\alpha$  คือ ค่าคงที่ที่ขึ้นกับชนิดของสารกึ่งตัวนำ จะทำให้สมการ 4.20 กลายเป็น

$$\frac{1}{\tau_{in}(\bar{k})} = \alpha^2 \int \frac{d\bar{k}}{(2\pi)^2 \hbar} n_{im} (1 - k^2) \rightarrow \alpha^2 N_{im}^D \quad \dots\dots\dots (4.23)$$

โดยที่  $N_{im}^D$  คือ จำนวน Impurity Atom หรือ  $n_{im}$  ใน  $D$  มิติ

นั่นคือ เมื่อ  $D$  มีค่ามาก ค่าของ Inelastic Relaxation Time ก็จะมีค่าน้อยลงเรื่อยๆ นั่นเอง สารที่มีมิติเป็น 0 มิติ เป็นอนุภาคเล็กขนาดนาโนเมตร มีอะตอมอยู่ประมาณ 10-100 อะตอม มีพฤติกรรมคล้ายอะตอมเดี่ยวมากกว่ามิติอื่น เนื่องจากมีความหนาแน่นของอะตอมน้อย อิเล็กตรอนจะมีค่า  $T_{KG}$  มากกว่ามิติอื่น และใน 2 มิติ อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ไปในแนวเดียวกันเนื่องจากความต่างศักย์ภายนอก หากสนใจอิเล็กตรอน 1 ตัวใน 2 มิติ น่าจะมีค่า  $T_{KG}$  น้อยกว่าใน 1 มิติ เนื่องจากมีอันตรกิริยามากกว่า 1 มิติ อย่างไรก็ตามในแต่ละมิติจะนำค่ามาเปรียบเทียบกันไม่ได้ สิ่งที่น่าสนใจคือรูปร่างของการเปลี่ยนแปลงสมบัติต่างๆของสารเทียบกับตัวแปรต่างๆ ที่สนใจ

ใน 1 และ 0 มิติ มีสถานะที่พลังงานซ้ำกันโดยใน 0 มิติมีจำนวนสถานะที่พลังงานเท่ากันมากกว่าใน 1 มิติ และจากวิธีการหาค่า  $T_{KG}$  จะเห็นว่า การทะลุผ่านเกิดที่ค่า  $k$  ซึ่งสัมพันธ์กับพลังงาน ดังนี้

$$E(\bar{k}) = E_c + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{\mu\nu} k_\mu (\bar{M}^{-1})_{\mu\nu} k_\nu \quad \dots\dots\dots (4.24)$$

โดยที่  $\bar{M}^{-1}$  คือ เทนเซอร์ (Tensor) ที่เป็นค่าจริงและสมมาตรในแนวทแยง (Symmetric) กรณีที่  $\bar{k}$  อยู่ในระบบเวกเตอร์ตั้งฉาก  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  (Orthogonal Set) จะได้ว่า

$$E(\bar{k}) = E_c + \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \dots\dots\dots (4.25)$$