

ปัญหาการถ่ายเทความร้อนที่เกี่ยวข้องกับการละลายหรือแข็งตัวถือว่าเป็นส่วนหนึ่งของปัญหาการเปลี่ยนสถานะหรือปัญหาของการเคลื่อนตัวของขอบเขต (moving boundary problem) ปัญหาดังกล่าวนี้มีความสำคัญอย่างมากและประยุกต์ใช้ในงานทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ในแขนงต่างๆ เช่นการแข็งตัวและการละลายตัวของดิน การก่อตัวของน้ำแข็ง การก่อตัวของผลึก การละลายของวัสดุเปลี่ยนเฟสที่ผิวอากาศยาน การหล่อขึ้นรูปโลหะ กระบวนการทางอาหาร และกรณีอื่นๆอีกมากมาย โดยปกติการหาผลเฉลยของปัญหาการเคลื่อนตัวของขอบเขตขณะมีการเปลี่ยนสถานะได้รับความสนใจเป็นพิเศษเนื่องจากความท้าทายในการการหาผลเฉลยในสิ่งที่ซับซ้อนและยุ่งยากที่คาบเกี่ยวกับปัญหาความไม่เชิงเส้นที่ตำแหน่งขอบเขตที่เคลื่อนตัวไปกับเวลาซึ่งเราไม่ทราบตำแหน่งของมันมาตั้งแต่เดิม ในอดีตที่ผ่านมาได้มีเทคนิคการคำนวณเชิงตัวเลขแบบธรรมดาหลายวิธีสำหรับแก้ปัญหานี้ ตัวอย่างเช่นวิธี Enthalpy, Apparent heat capacity, Isotherm migration และวิธี coordinate transformation ซึ่งวิธีเหล่านี้ก็ได้มีนักวิจัยหลายท่านพยายามนำมาใช้ในการแก้ปัญหาย่อยๆของปัญหาของการเคลื่อนตัวของขอบเขต

ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอเทคนิคการคำนวณเชิงตัวเลขแนวใหม่ของปัญหาการทำละลายและการทำแข็งที่มีเงื่อนไขขอบเขตต่างกันในกรณีต่างๆ โดยมุ่งเน้นความแม่นยำของผลเฉลยเป็นสำคัญประกอบกับการสร้างระบบกริดที่มีประสิทธิภาพ สำหรับกรณีศึกษาต่างๆประกอบไปด้วย

- (1) Simulation of Melting Process Using a Combined Transfinite Interpolation and PDE

## Methods

(2) Simulation of Melting of Ice in a Porous Media under Multiple Constant Temperature

Heat Sources Using a Combined Transfinite Interpolation and PDE Methods

(3) Simulation of Freezing of Water-Saturated Porous Media in a Rectangular Cavity

under Multiple Heat Sources with Different Temperature Using a Combined

Transfinite Interpolation and PDE Methods"

(4) Simulation of Freezing Process Using a Combined Transfinite Interpolation and

PDE Methods

สำหรับเบื้องหลังแนวคิดที่พัฒนาเทคนิคการคำนวณเชิงตัวเลขแนวใหม่นี้ประกอบไปด้วยขั้นตอนต่อไปนี

(1) สร้างระบบกริดเริ่มต้นด้วยวิธีเชิงพีชคณิตที่อยู่บนพื้นฐานของวิธี Transfinite

Interpolation

(2) ลำดับต่อมาทำการ refinement ระบบกริดที่สร้างขึ้นในขั้นตอน 1 โดยวิธี PDE

mapping (parabolic grid generation) เทคนิคนี้ทำให้มีข้อดีเมื่อเทียบกับการใช้วิธี

พีชคณิตที่อยู่บนพื้นฐานของวิธี Transfinite Interpolation เพียงอย่างเดียวก็คือ

- สามารถควบคุมการเกิดข้อผิดพลาดและตำแหน่งระยะของกริดบนผิวหน้าภายในโดเมน รวมถึงบริเวณขอบของโดเมนและที่ตำแหน่งขอบเขตที่เคลื่อนตัว
- สามารถที่จะสร้างระบบกริดที่เกิดความเสถียรภาพและ smooth และปราศจากการเกิด inflection points ในระบบพิกัดของโดเมน

ผลที่ได้จากการศึกษาต่างๆ แสดงถึงความสำเร็จที่ได้จากเทคนิคการคำนวณเชิงตัวเลขแนวใหม่ที่ได้

นำเสนอ โดยแบบจำลองที่นำเสนอเป็นกรณีการทำละลายและการทำแข็งในระนาบ 2 มิติ และ

ยืนยันความถูกต้องของผลเฉลยที่ได้จากการคำนวณ โดยการตรวจสอบจากผลจากการทดลองจริง

สุดท้ายของงานวิจัยนี้ได้ศึกษาและวิเคราะห์กระบวนการทำละลายในวัสดุพอร์ซันไม่อมตัว

Transient heat transfer problems involving melting or solidification are generally referred to as “phase change” or “moving boundary” problems. They are an important topics which spans a broad spectrum of scientific and engineering disciplines such as the freezing or thawing of soil, ice formation, crystal growth, aerodynamic ablation, casting of metal, food processing and numerous others. Generally, the solution of moving boundary problem with phase transition has been of special interest due to the inherent difficulties associated with the nonlinearity of the interface conditions and the unknown locations of the arbitrary moving boundaries. In the past, a variety of conventional numerical techniques have been developed for solving these problems, including the enthalpy, apparent heat capacity, isotherm migration, and coordinate transformation methods. These methods have been introduced by researchers mainly to overcome the difficulties in handling moving boundaries.

The present paper introduces the novel numerical approaches for thawing and freezing problems which extend the range of initial condition and boundary conditions in many cases with a greater degree of boundary complexity and offers the highest overall accuracies and smooth grid point distribution, including;

- (1) Simulation of Melting Process Using a Combined Transfinite Interpolation and PDE Methods
- (2) Simulation of Melting of Ice in a Porous Media under Multiple Constant Temperature Heat Sources Using a Combined Transfinite Interpolation and PDE Methods
- (3) Simulation of Freezing of Water-Saturated Porous Media in a Rectangular Cavity under Multiple Heat Sources with Different Temperature Using a Combined Transfinite Interpolation and PDE Methods”
- (5) Simulation of Freezing Process Using a Combined Transfinite Interpolation and PDE Methods

The basic idea behind this work is follows:

- (1) preliminary grids are first generated by an algebraic method, based on a transfinite interpolation method,
- (2) after that, it is subsequent refinement using a PDE mapping (parabolic grid generation) method. This technique offers advantages over purely algebraic methods:

- good control over the skewness and spacing of the derived grid on surface interiors, while simultaneously allowing complete control over the grid spacing (node distribution) on surface edges as well as moving boundary
- an ability to produce unique, stable, and smooth grid distributions free of interior maxima or minima (inflection points) in body-fitted coordinates

A preliminary case study indicates successful implementation of the novel numerical technique. A two-dimensional thawing and freezing model is validated against available analytical solution and experimental results. Finally, the theoretical and experimental analysis of thawing process in unsaturated porous media is also performed.

**Keywords:** Thawing, Freezing, Porous Media, Transfinite Interpolation, Moving Boundary